

ANALYSES SPECTRALES, FRACTALES ET MULTIFRACTALES DES PRECIPITATIONS ET DES DEBITS EN REGIONS ARIDES

M. CHETTIH¹, K. MOUATTAH¹ & M. MESBAH²

¹Département de Génie Civil, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Université Amar Telidji, Laghouat, Algérie. ²Département de Géologie, Faculté des Sciences de la Terre, USTHB, Alger, Algérie.

Résumé :

Les analyses spectrales, fractales et multifractales ont été appliquées aux pluies et aux débits mesurés sur trois bassins versants de l'Atlas Sahariens. Les spectres des précipitations journalières sont caractérisés par un comportement de type loi puissance avec un exposant β variant de 0.35 à 0.51. Pour les débits, les spectres sont également caractérisés par un comportement en loi puissance avec des exposants β de l'ordre de 1.30 à 1.75.

L'analyse fractale basée sur l'algorithme de Grassberger-Proccacia a permis de mettre en évidence pour les débits des composantes ayant une dimension fractale de l'ordre de 1.7 à 2.7. Cette dimension fractale relativement élevée indique a priori l'existence de nombreux degrés de liberté.

Les moments de divergence ont pu être estimés à partir des densités de probabilités de dépassement. La valeur de q_D varie de 4.10 à 4.35 pour les précipitations, alors que pour les débits, elle varie de 3.20 à 3.85. Ces caractéristiques sont fonction du degré de développement des systèmes.

Pour les moments empiriques d'ordre q , des lois de type puissance sont ainsi mises en évidence sur divers intervalles d'échelles. La convexité des courbes met en évidence le caractère multifractal des signaux hydrologiques de l'Atlas Saharien Algérien.

I – INTRODUCTION

La complexité des régimes hydrologiques des bassins sahariens requiert à recourir à des outils spécifiques des systèmes dynamiques non-linéaires. Ainsi, l'approche fonctionnelle propose des méthodes globales, basées sur l'analyse systémique. Le choix de cette méthodologie, s'est appuyé sur la conceptualisation appropriée du milieu.

A ce titre, trois systèmes situés dans l'Atlas Saharien ont été retenus pour cette étude (Fig.01) : le système de Seklafa (SS1), qui a déjà fait l'objet d'une étude détaillée (Chettih et Mesbah 2006), ainsi que deux autres systèmes, le système de Kerakda (SK2) et le système de Rhouiba (SR3). Les pluies et les débits sont échantillonnés au pas journalier sur de longues périodes d'observation.

La stratégie de cette étude est organisée en trois phases principales : Identification, démonstration et Evaluation.

Dans la phase d'identification, les méthodes utilisées en terme de transfert pour identifier les systèmes étudiés sont : l'analyse des débits classés, l'analyse des courbes de récession, les analyses corrélatoire et spectrale, l'analyse en ondelettes et les analyses fractale et multifractale.

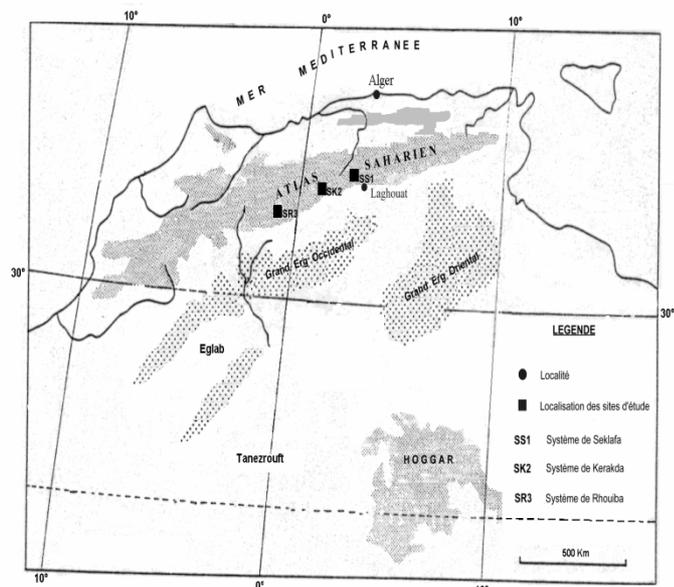


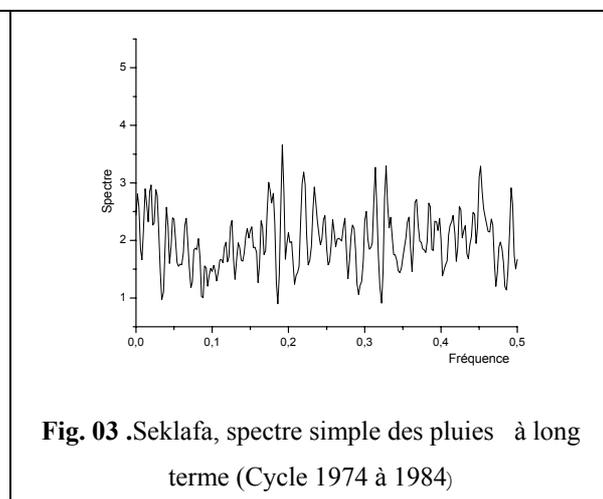
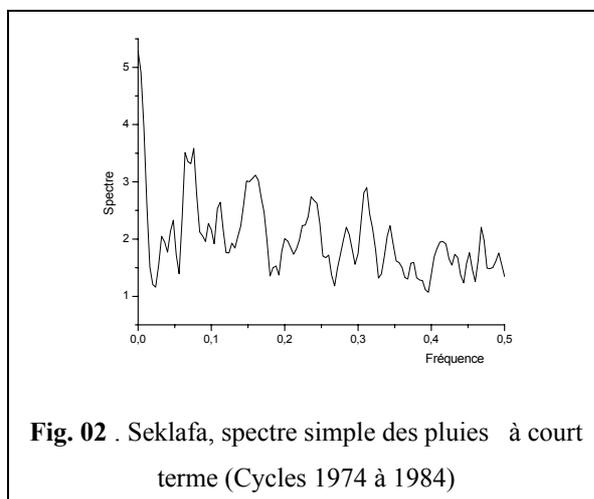
Fig. 1 . Situation des sites d'études

II . ANALYSE SPECTRALE

Les chroniques des pluies issues des stations de Seklafa, Brezina et Aïn Sefra ont été analysées à court et long terme avec des pas de un et de cinq jours et des troncatures de 125 et de 1250 jours. Dans un premier temps, l'analyse des chroniques de débits a été limitée au pas de 125 jours, afin de mettre en évidence l'évolution des débits à court et moyen terme, elle a été étendue ensuite à 1250 jours pour examiner le comportement pluriannuel des systèmes.

II.1. Analyse simple du signal d'entrée

Une première analyse a porté sur une chronique de pluies journalières de la station de Seklafa. La chronique couvre dix cycles hydrologiques, la période étudiée s'étend du 01/09/1974 au 31/08/1984. Le spectre de densité de variance met en évidence l'absence de structure à court terme (Fig. 01). Ce résultat est également souligné sur le spectre à long terme (Fig. 03) par l'absence de pics caractéristiques nettement différenciés. Dans l'Atlas Saharien, la pluie apparaît donc comme aléatoire sans composante saisonnière marquée. Toutefois, les spectres montrent la présence de quelques pics proches du bruit de fond.



L'analyse du bruit, place ces chroniques dans le domaine du bruit gaussien fractionnaire, pour la station de Seklafa, la pente β est égale à -0.248 , pour celle de Brezina est de -0.244 (Fig. 04 et 05). Ces chroniques représentent donc un phénomène aléatoire non-structuré.

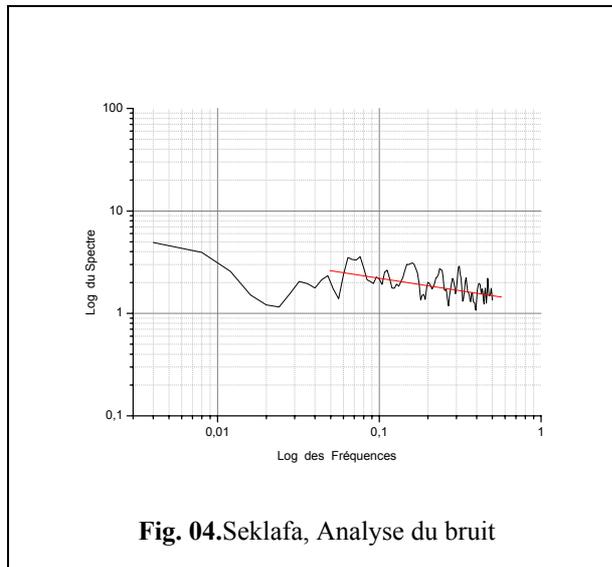


Fig. 04. Seklafa, Analyse du bruit

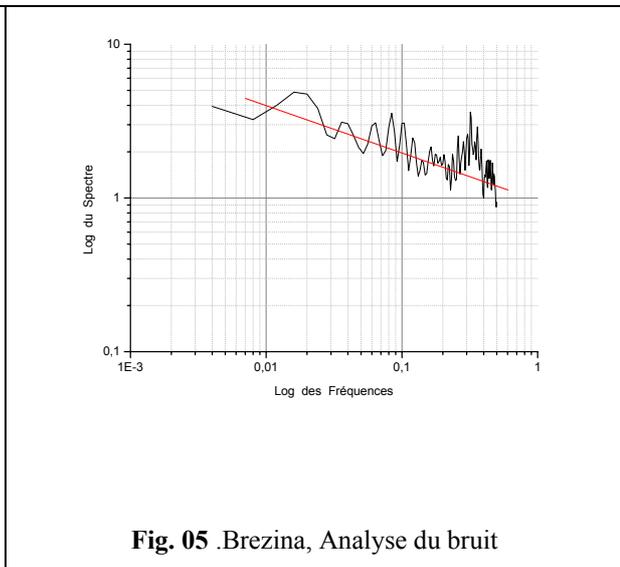


Fig. 05. Brezina, Analyse du bruit

II.2. Analyse simple du signal de sortie

Ce type d'analyse a été appliqué aux systèmes de Seklafa, Kerakda et El Rhouiba, les chroniques traitées sur ces trois systèmes concernent les débits moyens journaliers, pour une durée respective de 5, 15 et 26 ans.

A court terme, les spectres de densité de variance (Fig. 06) montrent un faible effet filtre des différents systèmes. La fréquence de coupure pour les trois systèmes est de l'ordre de 0.4, soit l'équivalent de 2.5 jours. Les spectres permettent, en outre, de déterminer le temps de régulation qui définit la durée d'influence du signal d'entrée. Ce temps est de 1.5 jour pour le système de Seklafa, 3.5 jours pour Kerakda et 4 jours pour El Rhouiba. L'ensemble de ces paramètres est représentatif d'un comportement très actif des systèmes étudiés et d'une forte sensibilité aux conditions externes. Les spectres mettent en évidence l'absence de structure à long terme (Fig. 07). Les faibles valeurs à l'origine montrent qu'il n'y a pas de régulation pluri-annuelles, c'est-à-dire que les réserves accumulées au court d'un cycle hydrologique ne bénéficient pas au cycle suivant.

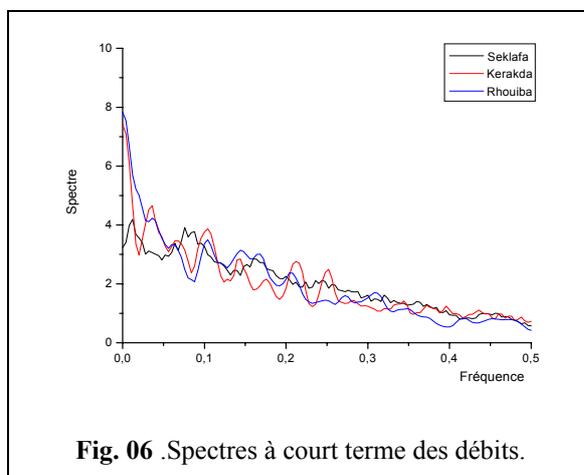


Fig. 06. Spectres à court terme des débits.

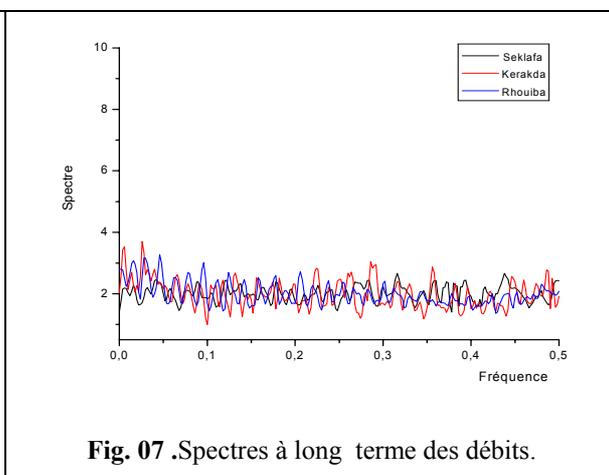
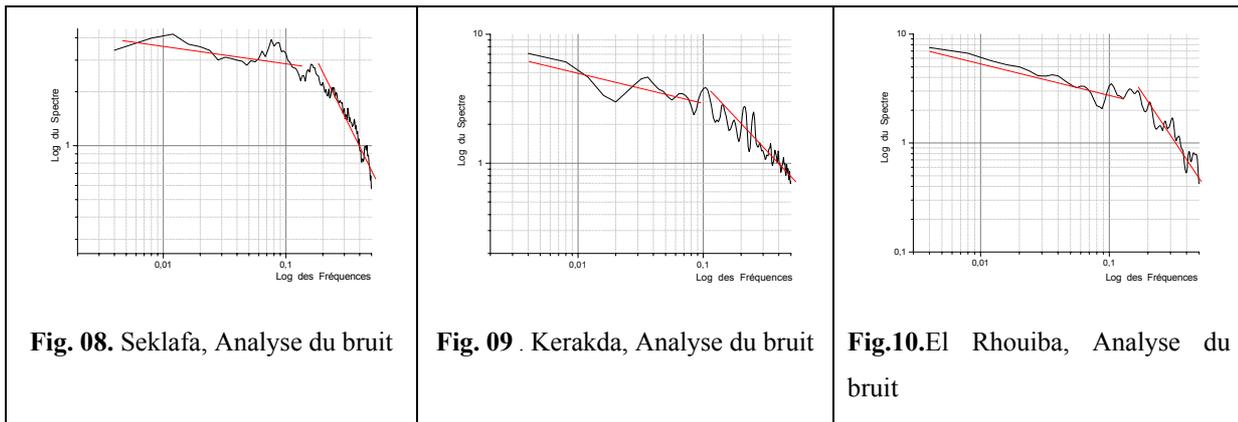


Fig. 07. Spectres à long terme des débits.

Ces analyses simples à court et à long terme ont permis de mettre en évidence le haut niveau de drainage de ces systèmes et leur classification dans la catégorie des systèmes rapides sans réserves.

L'analyse du bruit (Fig. 08, 09 et 10) met en évidence un caractère composite, une pente β assez forte pour les hautes fréquences correspondant à un mouvement brownien fractionnaire, elle est de -1.195 pour le système de Seklafa, de -1.189 pour le système de Kerakda et de -1.340 pour le système d'El Rhouiba; ces valeurs sont typiques d'un phénomène quasi-déterministe, mais pour les faibles fréquences la pente est inférieure à -1.



III. ANALYSE FRACTALE

De nombreuses applications de l'analyse fractale ont été menées en hydrologie ou en climatologie (Wilcox et al. 1991 ; Olsson et al. 1992 ; Kawamura et al. 1998 ; Porporato et Ridolfi 1997; Pasternack 1999 et Sivakumar 2000) par différentes méthodes, mais dans la plus part de ces travaux, on insiste sur le problème de la présence de bruits dans les données et sa prise en compte dans les calculs de dimension fractale. Ce problème apparaît plus important que celui du nombre de données. A ce titre, des techniques de reconstruction de séries temporelles et de prédiction basées sur la notion d'attracteur étrange ont été proposées par Liu et al. (1998). Le fonctionnement dynamique des systèmes peut être décrit et caractérisé par la connaissance de leur attracteur étrange. Celui-ci représente les diverses trajectoires de l'évolution dynamique du système. Cependant, il est impossible d'accéder directement à l'attracteur du système. On utilise alors le théorème du retard.

Soit $X(t)$ la variable continue étudiée, l'objet topologique obtenu par immersion de $X(t)$ dans l'espace à D dimensions caractérisé par la base :

$$\{X(t), X(t - \tau), X(t - 2\tau), \dots, X(t - (D - 1)\tau)\} \quad (5)$$

(avec D : dimension de plongement et τ : retard) possède en particulier la même dimension fractale que l'attracteur étrange du système considéré à condition que la dimension de l'attracteur reste toujours inférieur à D . L'algorithme de Grassberger et Procaccia (1983) constitue alors un moyen simple d'accéder à la dimension fractale de l'objet. Celle-ci est approchée en examinant le comportement asymptotique de la fonction intégrale de corrélation $C(r)$ définie par :

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N H(r - \|X_i - X_j\|) \quad (6)$$

où H est la fonction de Heaviside et $\{X_i\}_{i=1,\dots,N}$ l'ensemble discret de la variable continue $x(t)$ étudiée. $C(r)$ représente en fait le nombre moyen (au sens statistique) de points situés à l'intérieur de l'hypersphère centrée en un point quelconque de l'attracteur. Si cette attracteur est fractal, $C(r)$ doit posséder un comportement puissance de la forme :

$$C(r) = \alpha r^\nu \quad (7)$$

où ν est la dimension fractale de cet attracteur. Il suffit donc de représenter l'évolution de cette dimension fractale en fonction de la dimension de plongement :

- Pour des phénomènes déterministes, la dimension fractale ν tend vers une limite entière.
- pour un phénomène aléatoire pur, les points obtenus s'alignent sur la première bissectrice.
- pour un phénomène aléatoire à nombre de degrés de liberté fini, la dimension fractale tend vers une limite non-entière.

Au vue des résultats de l'analyse multirésolution, nous avons séparé le signal global en un signal "Détail" et un signal "Approximation" sur lesquels nous avons appliqué les techniques de Grassberger-Proccacia (Grassberger & Proccacia 1983).

Nous constatons (Fig. 11) que les précipitations apparaissent comme des processus proches d'un bruit blanc, car la dimension fractale ne stabilise pas avec la dimension de plongement. Les détails et approximations des débits, sont eux caractérisés par des dimensions fractales de l'ordre de 1.7 et 2.7.

L'application conjointe des méthodes d'analyse multirésolution et fractale a permis de mettre en évidence dans les signaux journaliers des débits des composantes ayant une dimension fractale bien déterminée. Cette dimension fractale indique vraisemblablement l'existence de nombreux degrés de liberté.

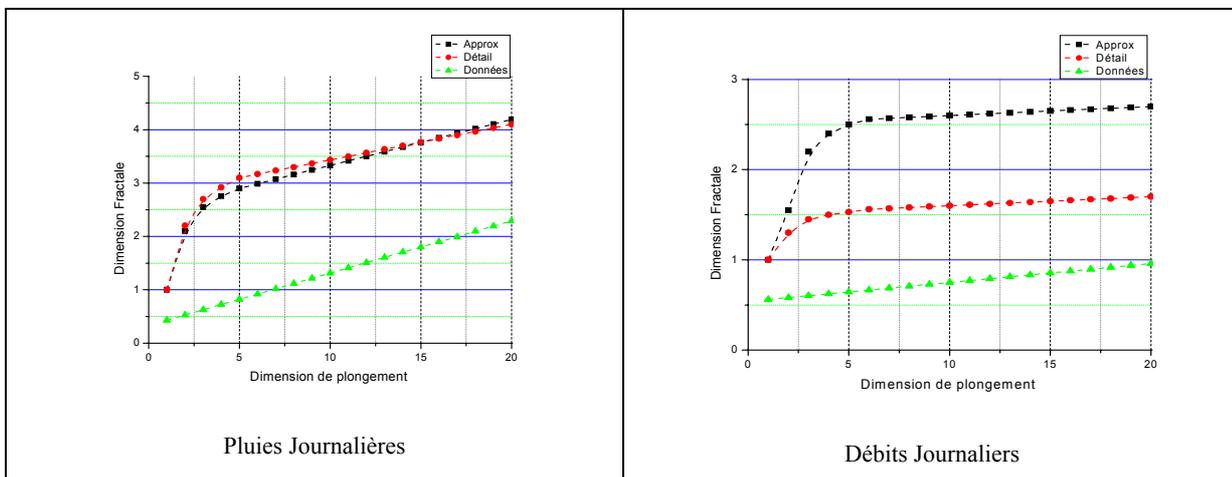


Fig. 11 Dimension Fractale fonction de la dimension de plongement pour les données journalières, les approximations et les détails multirésolution.

IV. ANALYSE MULTIFRACTALE

L'analyse multifractale est une méthode d'analyse des propriétés d'invariance d'échelle de signaux. Ce formalisme a été introduit en hydrologie par de nombreux auteurs (Lovejoy et Schertzer 1985, Olsson 1996 et Menadbe et al. 1997).

Pour les systèmes atlasiques sahariens, les spectres des précipitations journalières sont caractérisés par un comportement de type loi puissance avec un exposant β variant de 0.35 à 0.51.

Concernant les débits journaliers, les divers spectres sont caractérisés par un comportement en loi puissance avec des exposants caractéristiques β de l'ordre de 1.75 pour le système de Seklafa, de 1.45 pour le système de Rhouiba et de 1.30 pour le système de Kerakda. Ces exposants diminuent avec le degré de développement du système.

Une échelle caractéristique de coupure de l'ordre de 2.5 jour pour les pluies et de l'ordre de 5 à 25 jours pour les débits.

Les moments de divergence ont pu être estimés à partir des densités de probabilités de dépassement. Pour les données journalières, la valeur de q_D varie de 4.10 à 4.35 pour les précipitations, alors que pour les débits, elle varie de 3.20 à 3.85. Le moment de divergence qui caractérise la présence de discontinuités diminue lui aussi avec le degré de développement des systèmes.

Pour les moments empiriques d'ordre q , des lois de type puissance sont ainsi mises en évidence sur divers intervalles d'échelles (fig. 12). En ce qui concerne les pluies journalières, cet intervalle comprend les phénomènes de temps caractéristiques inférieurs à 20 jours. Les débits sont eux caractérisés par une échelle de coupure de l'ordre de 256 jours. La convexité des courbes met en évidence le caractère multifractal des signaux hydrologiques de l'Atlas Saharien Algérien.

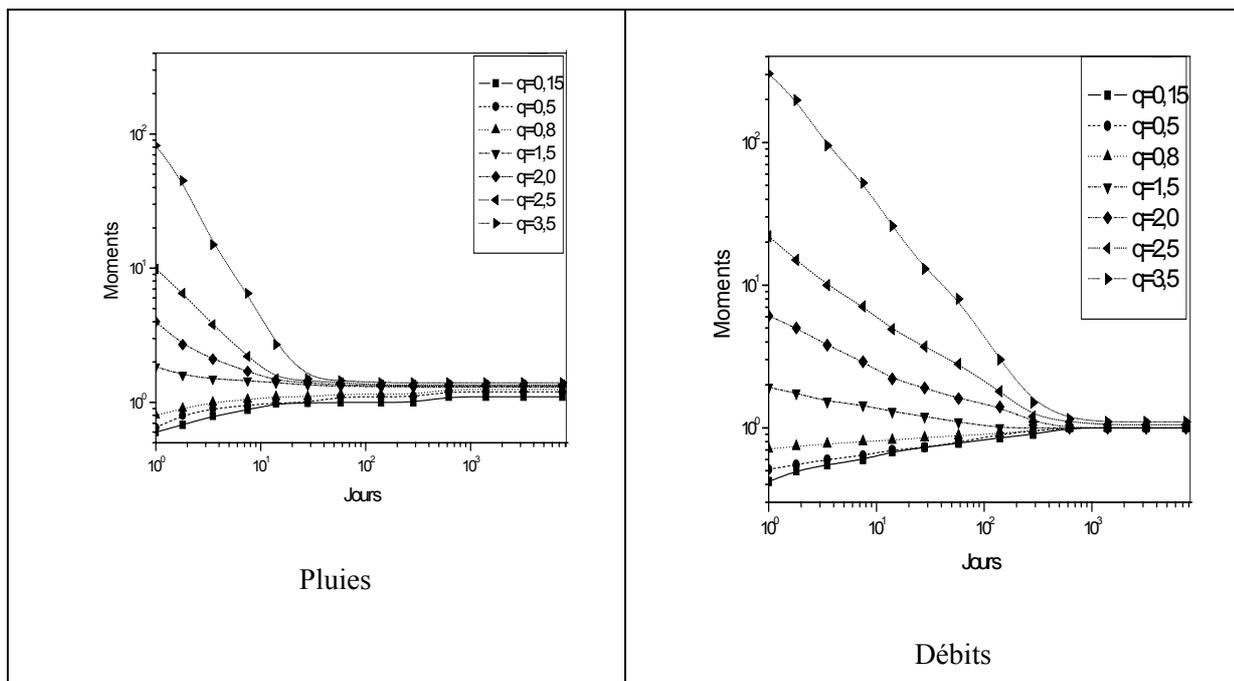
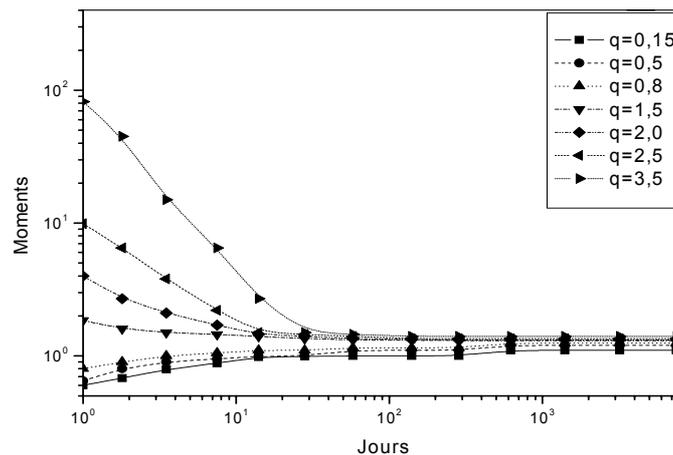


Fig. 12 .Comportement en loi puissance des moments empiriques de séries journalières à la station de Seklafa.



V. CONCLUSION

Les modèles classiques d'hydrologie fondés en général sur des lois de comportement linéaires et stationnaires ne peuvent rendre compte de la complexité du fonctionnement des systèmes Sahariens. Ces non-linéarités et non-stationnarités sont dûes non seulement à l'hétérogénéité physique du milieu mais aussi à son hétérogénéité dynamique. Cette étude a permis de montrer le caractère multifractal des signaux hydrologiques de l'Atlas Saharien Algérien.

Les résultats obtenus devront être pris en compte dans le cadre de simulations de données synthétiques. Il sera également intéressant de tenter l'adaptation des modèles fondés sur la reconstitution de l'attracteur étrange aux systèmes hydrologiques de l'Atlas Saharien.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- *CHETTIH M. et MESBAH M. (2006) – Utilisation des analyses corrélatoire et spectrale pour inférer sur la structure et le comportement hydrodynamique des aquifères de l'Atlas Saharien. Bulletin du Service Géologique National. Vol. 17, n° 2, pp 145-159.
- *GRASSBERGER P., PROCACCIA I. (1983) – Characterisation of strange attractors. Physical Review Letters. 50, 34.
- *KAWAMURA A., McKERCHAR A., SPIGEL R., JINNO K. (1998) – Chaotics characteristics of the southern oscillation index time series. Journal of Hydrology, 204, pp 168-181.
- LOVEJOY, S. & SCHERTZER, D., (1985) – Generalized scale invariance in the atmosphere and fractal model of rain. Water Resources Research 21(8), 1233-1250.
- *LIU Q., ISLAM S., RODRIGUEZ-ITURBE I., LE Y., (1998) – Phase-space analysis of daily stream-flow : Characterization and prediction. Advances in Water Resources. 21, pp 463-475.
- *MENADBE, M., HARRIS, D., SEED, A., AUSTIN, G., & STOW, D. (1997) – Multiscaling properties of rainfall and bounded random cascades. Water Resources Research 33(12), 2823-2830.
- *OLSSON, J. (1996) – Validity and applicability of scale-independent, multifractal relationship for rainfall. Journal of Atmospheric Research 42, 53-65.
- OLSSON J., NIEMCZYNOWICZ J., BERNDTSSON R, LARSON M., (1992) – An analysis of the rainfall time structure by box counting – some practical implications. Journal of Hydrology. 137, pp 261-277.
- PASTERNAK G. (1999) – Does the river run wild ? assessing chaos in hydrological systems. Advances in Water Resources. 23, pp 253-250.

PORPORATO A., RIDOLFI L. (1997) – Nonlinear analysis of river flow time sequences. *Water Resources Research*. 33, pp 1353-1367.

SIVAKUMAR B. (2000) – Chaos theory in hydrology : Important issues and interpretation . *Journal of Hydrology*. 277, 1-20.

WILCOX B., SEYFRIED M., MATISON T. (1991) – Searching for chaotic dynamics in snowmelt runoff. *Water Resources Research*. 27, pp 1005-1010.