



UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA

**FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES
DEPARTEMENT DE GENIE MÉCANIQUE**

Mémoire De fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme Master

Spécialité: Génie Mécanique

Option : Energétique

Intitulé



**Modélisation et simulation numérique des
vibrations induites par écoulements autour
d'obstacles cylindriques**

Présenté par:

Mr. Abdelmadjid GUEMAZI.

M^{elle}. Safa RETMI

Devant le jury composé de :

Abdelhafid GUERFI

Université Kasdi Merbah Ouargla

Président

Abas ATTIA

Université Kasdi Merbah Ouargla

Examineur

Rassim BELAKROUM

Université Kasdi Merbah Ouargla

Encadreur

**Année universitaire :
2016/2017**

REMERCIEMENTS

Nous remercions Dieu d'avoir Donné à l'homme le pouvoir de raisonner et d'exploiter les vérités de l'univers.

En premier lieu, Nous remercions Mr :Belakroum Rasiim et tout les Professeurs au Département Génie Mécanique , faculté des Sciences appliquées, Spécialité : Energétique ; Université KASDI MARBAH OUARGLA , pour avoir accepté de diriger et de suivre ce travail avec disponibilité, patience et bienveillance.

En fin, nous exprime nos vifs remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou

de loin à la réalisation de ce mémoire.

Remercions tout nos Famille Retmi et Guemazi.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

Amon très Cher Père.

Ama très Chère Mère.

*A tous mes Frères et mes
sœurs*

Pour notre cher ami :

djridi abd elhak

A tous mes amis de

l'université Ouargla.

Safa



Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

A mon très Cher Père.

A ma très Chère Mère.

A tous mes Frères et mes sœurs

Pour notre cher ami :

Lagougi walid

A tous mes amis de l'université Ouargla.

Madjide

sommaire sommaire

Remerciements

Dédicaces

Sommaire

Liste des figures

Liste des tableaux

Nomenclature

Introduction générale

Chapitre I : Ecoulement autour d'un cylindre

I.1 Différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre circulaire	2
I.1.1. Ecoulement rampant	3
I.1.2. Régime stationnaire décollé	3
I.1.3. Régime laminaire instationnaire 2D	3
I.1.4. Régime laminaire instationnaire 3D	3
II.2. Vibrations induites par un écoulement autour d'un cylindre	3
a. Vibrations induites par turbulence	3
b. Vibrations induites par effet de Vortex	4
c. Mouvement induisant des vibrations	4

Chapitre II : Modélisation mathématique et méthodes numériques

II.1. Milieu fluide	5
II.2. Milieu solide	6
II.3. Procédure de résolution	6

Chapitre III : Résultats et discussions

III.1 Ecoulement autour d'un cylindre immobile	16
III.1.1 Géométrie, maillage et conditions aux limites	16

Sommaire

III.1.2 Analyse des Contours de vitesse pour différente vitesse d'écoulement	18
III.1.3 Evolutions temporelles des coefficients de traînée et de portance	20
III.1.4 Analyse fréquentielle des coefficients aérodynamiques	21
III.1.5. Influence du rapport H/D sur l'évolution des coefficients aérodynamiques	24
III.2. Vibration d'un cylindre à section circulaire sous l'effet d'un écoulement de fluide	24

Conclusion générale

Bibliographie

Résumé

Liste des figures

Liste des figures

N° De tableaux	Titre des tableaux	page
Figure II.1	Système à un degré de liberté.	6
Figure II.2	Méthode de couplage dans seul sens.	7
Figure II.3	Réponse d'un système non-amorti à un degré de liberté ($\omega < \omega_n$).	10
Figure II.4	Réponse d'un système non-amorti quand $\omega = \omega_n$ (phénomène de résonance).	11
Figure II.5	Phénomène de battement $\omega \approx \omega_n$.	11
Figure II.6	Facteur d'amplification en fonction du rapport des fréquences pour différents rapports d'amortissement.	15
Figure II.7	Angle de phase en fonction du rapport des fréquences pour différents rapports d'amortissement.	15
Figure III.1	Géométrie et conditions aux limites	16
Figure III.2.a	Maillage du domaine de calcul.	17
Figure III.2.b	Agrandissement du maillage au voisinage du cylindre.	17
Figure III.3	Champ de magnitude des vitesses à Re=500.	19
Figure III.4	Champ de magnitude des vitesses à Re=2000.	20
Figure III.5	Coefficients de portance et de traînée en fonction de temps (Re=500).	21
Figure III.6	Coefficients de portance et de traînée en fonction de temps (Re=200).	21
Figure III.7	Spectre de fréquences (Re=500).	22
Figure III.8	Spectre de fréquences (Re=2000).	22
Figure III.9	Fréquences des lâchers tourbillonnaires en fonction de vitesse.	23
Figure III.10	Variation du nombre de Strouhal en fonction de vitesse.	23
Figure III.11	Nombre de la fréquence en fonction de vitesse.	24
Figure III.12	Géométrie et conditions aux limites.	25

Figure III.13	Déplacement vertical pour $U=0.365$ m/s.	26
Figure III.14	Déplacement vertical pour $U=1.2$ m/s.	26
Figure III.15	Déplacement vertical pour $U=1.4$ m/s.	27
Figure III.16	Déplacement vertical pour $U=1.46$ m/s.	27
Figure III.17	Déplacement vertical pour $U=1.5$ m/s.	28
Figure III.18	Déplacement vertical pour $U=1.6$ m/s.	28
Figure III.19	Déplacement vertical pour $U=1.8$ m/s.	39
Figure III.20	Déplacement maximal adimensionnel Y_{max} / D en fonction la vitesse d'écoulement.	30

Liste des tableaux

N° De tableaux	Titre des tableaux	page
Tableau III.1	Déplacement maximal pour différentes vitesses d'écoulement	29

NOMENCLATURE

NOMENCLATURE

U	la vitesse d'écoulement	(m/s)
D	Le diamètre du cylindre à section circulaire	(m)
ν	La viscosité cinématique du fluide	(m ² /s)
f_f	La fréquence des lâchers tourbillonnaires	(Hz)
ρ	Masse volumique	(kg/m ³)
μ	Viscosité dynamique	(kg/m.s)
P	La pression	(Pa)
t	temps	(s)
m	La masse du système	(kg)
k	La rigidité	(N/m)
F	Efforts extérieurs	(N)
ω	La pulsation	(rad/s)
m	La masse du système couplé	(kg)
F ₀	Amplitude de l'harmonique principale	
Re	Nombre de Reynolds	
S _t	Nombre de Strouhal	
\emptyset	L'angle de phase	

Introduction générale

Introduction générale

Le couplage dynamique entre un solide en mouvement et un fluide en écoulement parait dans plusieurs domaines comme : le Génie chimique, Mécanique pétrolière, Installations nucléaires, Génie civil ...etc.

Les vibrations d'un cylindre dues à un écoulement de fluide sont très importantes dans un grand nombre d'applications pratiques. L'écoulement autour d'obstacle est un problème fondamental, qui a fait l'objet de nombreuses études expérimentales et même numériques.

Le champ d'écoulement autour d'un cylindre à section circulaire reste symétrique à faible nombre de Reynolds. Au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente cette symétrie disparaît laissant place à un comportement dissymétrique spécialement dans la zone de sillage du cylindre. Dans ce cas, on remarque la formation de tourbillons derrière l'obstacle. Le détachement des structures tourbillonnaires de part et d'autre du solide est la cause de l'instationnarité de la portance et de la traînée.

Dans ce modeste travail, nous avons abordé le problème du comportement vibratoire d'un cylindre résultant de l'effet vortex généré par le phénomène des lâchers tourbillonnaires. Le phénomène étudié est un problème d'interaction fluide-structure qui nécessite la résolution simultanée d'un fluide et d'un autre solide. Cela nécessite l'adoption d'un algorithme de couplage. Dans la présente étude, nous allons utiliser une procédure de couplage dans un seul sens (one way coupling method). L'objectif principal recherché est de prédire les vitesses d'écoulements critiques correspondants à un comportement vibratoire du cylindre très violent et pouvant même dans certain cas causer la destruction du système mécanique.

Le présent mémoire est structuré en trois chapitres, qui sont :

- I. Ecoulement autour d'un cylindre.
- II. Modélisation mathématique et méthodes numériques.
- III. Résultats et discussions.

Finalement la conclusion générale.

Écoulement autour d'un obstacle cylindrique

Depuis des décennies, une attention particulière a été donnée à l'écoulement autour des cylindres en raison de son importance dans plusieurs applications industrielles comme : l'aéronautique, la construction navale et le génie chimique. L'écoulement dépend de l'architecture du système et des conditions d'exploitation comme : la vitesse et la température.

Les structures tourbillonnaires observées dans la zone de sillage d'un obstacle solide sont dues à la transition des paramètres de l'écoulement tel que la couche limite ou l'écoulement cisailé. Ces transitions s'amorcent à des valeurs particulières du nombre de Reynolds [1]. Nous comptons sur le nombre de Reynolds dans la transition de l'écoulement laminaire à un écoulement turbulent.

A faible nombre de Reynolds l'écoulement autour d'un cylindre reste symétrique. En augmentant le nombre de Reynolds, l'écoulement commence à produire des vortex instationnaire derrière le cylindre. Le nombre de Reynolds défini par l'expression suivante:

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (I.1)$$

U = représente la vitesse d'écoulement (m/s).

D = le diamètre du cylindre à section circulaire (m).

ν = la viscosité cinématique du fluide.

Beaucoup de travaux de recherche ont été réalisés en vue de modéliser l'écoulement autour des obstacles. Pour cela, plusieurs méthodes numériques dans le domaine ont été réalisées et confrontées aux expériences. Une large gamme de méthodes mathématiques ont été développées, afin de s'approcher de la réalité de l'écoulement et de fournir le maximum d'informations pouvant se produire [2].

I.1. Différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre circulaire

Nous présentons les principaux phénomènes apparaissant lors des écoulements autour d'obstacles en fonction du nombre de Reynolds.

I.1.1. Écoulement rampant

Pour $Re \leq 5$, l'écoulement est dit rampant. Les forces de viscosité étant prépondérantes, le fluide reste attaché au cylindre et il n'y a pas de décollement.

I.1.2. Régime stationnaire décollé

Pour $5 < Re < 48$, les forces d'inertie augmentent et empêchent la couche limite de rester attachée au cylindre.

I.1.3. Régime laminaire instationnaire 2D

Pour $48 < Re < 180$, l'écoulement devient instationnaire. Les différentes perturbations possibles ne peuvent plus être amorties et une instabilité se déclenche. Les deux tourbillons perdent leur symétrie par rapport à l'axe longitudinal, se détachent du cylindre alternativement et sont convectés dans le sillage pour former des lâchers tourbillonnaires de Von Kàrmàn.

I.1.4. régime laminaire instationnaire 3D

Pour $180 < Re < 300$, l'écoulement devient tridimensionnel. On observe une ondulation des rouleaux de Von Kàrmàn selon l'envergure du cylindre et la naissance de tourbillons longitudinaux[3].

II.2. Vibrations induites par un écoulement autour d'un cylindre

Il y a trois principaux types de mécanismes impliqués dans l'origine des vibrations, qui sont :

a. Vibrations induites par turbulence

L'énergie des fluctuations turbulentes aléatoires de l'écoulement fait osciller la structure modérément. Son intensité augmente régulièrement avec la vitesse du fluide. Le système fluide-structure est dynamiquement stable. La fréquence des lâchers tourbillonnaires ne dépend que du nombre de Reynolds de l'écoulement considéré.

b. Vibrations induites par effet de Vortex

Dans une zone de vitesse modérée, les charges périodiques induites par le sillage instationnaire intensifient l'effet vibratoire et l'amplitude d'oscillation augmente significativement lorsqu'on se situe dans une gamme de fréquence des lâchers tourbillonnaires proche de la fréquence propre de la structure.

c. Mouvement induisant des vibrations

En augmentant la vitesse, des efforts induits par le mouvement de la structure sont à considérer. Ces forces de couplage aéroélastiques ont un effet stabilisant ou déstabilisant sur les modes du système, selon la configuration [4].

I.3. Lâcher tourbillonnaire et nombre de Strouhal

Les vibrations induites par le détachement tourbillonnaire se produisent lorsque les tourbillons se détachent en alternance depuis les cotés opposés de la structure (allée de tourbillons de Von Karman). Cela donne lieu à une charge fluctuante perpendiculaire à la direction du fluide (portance). Quand un tourbillon se forme d'un côté de la structure, la vitesse du fluide augmente dans l'autre côté, et conformément à la théorie de Bernoulli, cela donne lieu à une réduction de la pression. Cette alternance se traduit sur la structure par une force latérale instationnaire et périodique de même fréquence que la fréquence des détachements tourbillonnaires. La fréquence de la force fluctuante dans le sens de l'écoulement (trainée) est le double de cette fréquence des lâchers tourbillonnaires. Ceci s'explique par le fait que la portance est à son maximum lorsque le tourbillon de la partie haute se détache, et à son minimum lorsque celui de la partie basse se détache, tandis que la traînée atteint son maximum avant chaque lâcher tourbillonnaire, sans différence selon qu'il se détache d'un côté ou de l'autre de la structure.

Le processus des lâchers tourbillonnaires est dû aux effets visqueux et est caractérisé par le nombre de Strouhal, dite aussi fréquence adimensionnelle des lâchers de tourbillons :

$$S_t = \frac{f_f D}{u_\infty} \quad (I.2)$$

Où f_f est la fréquence des lâchers tourbillonnaires, D est la dimension caractéristique du solide et u_∞ est la vitesse moyenne infinie à l'amont de l'écoulement [5].

Modélisation mathématique et méthodes numériques

Dans ce chapitre, nous abordons en premier lieu le modèle mathématique régissant le phénomène étudié ; c'est-à-dire les équations mathématiques capables de traduire le comportement d'un écoulement de fluide autour d'un cylindre circulaire. Il est aussi nécessaire de présenter le modèle de la partie structure pour qu'on puisse être en mesure de simuler les vibrations du cylindre induites par un écoulement de fluide. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la méthode numérique, l'algorithme de calcul ainsi qu'aux schémas numériques utilisés.

II.1. Milieu fluide

Le fluide considéré est un fluide newtonien, incompressible[6]. Pour des écoulements laminaires, en deux dimensions, le modèle mathématique se résume en une équation de continuité et deux équations de transport de quantité de mouvement (Equation de Navier-stokes)[7]. Ces derniers s'expriment dans le cas d'un écoulement bidimensionnel en coordonnées cartésiennes sous la forme suivante :

- Équation de continuité :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \right) \quad (\text{II.1})$$

- Equation de quantité de mouvement :

Suivant ox :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.2})$$

Suivant oy :

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + g_y + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.3})$$

II.2. Milieu solide

Le solide est considéré un simple système à un degré de liberté présentant une rigidité suivant la direction transversale de l'écoulement de fluide. Dans cette étude, on néglige les vibrations dans l'autre direction. La figure 1 représente le modèle physique du milieu solide. On peut voir : le cylindre, ainsi qu'une schématisation du terme de rigidité (Ressort).

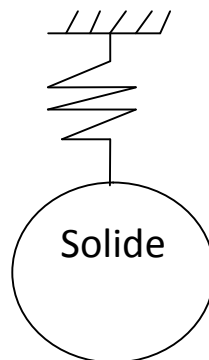


Figure II.1. Système à un degré de liberté.

Le modèle mathématique traduisant le comportement vibratoire d'un tel système n'est que l'équation différentielle du deuxième ordre non-homogène suivant :

$$m \ddot{x} + k x = F(t) \quad (\text{II.4})$$

m = La masse du système.

k = La rigidité.

$F(t)$ = Efforts extérieurs.

Dans le cas de problème d'interaction fluide – structure dites aussi de vibration induites par écoulement de fluide, les efforts extérieurs sont dus à l'effet de l'écoulement de fluide sur le solide.

II.3. Procédure de résolution

Pour la résolution du problème étudié, nous avons adopté une démarche dans un seul sens. C'est -à -dire qu'on ne va considérer que l'effet de l'écoulement du fluide sur le solide.

Autrement dit nous allons négliger l'effet des vibrations du corps solide sur le comportement du milieu fluide. La figure II.2 représente une schématisation de la méthode adaptée pour la résolution du problème en question.

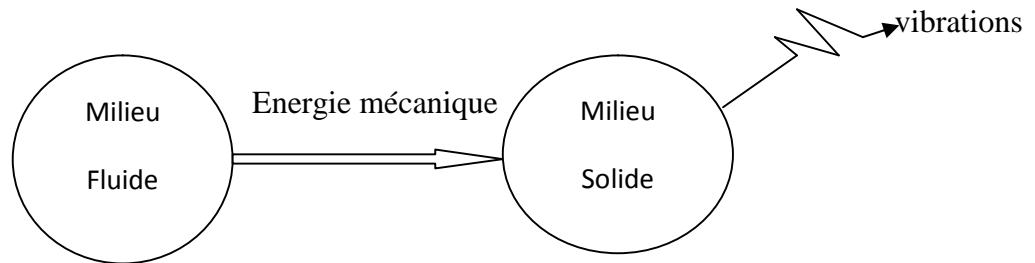


Figure II.2. Méthode de couplage dans seul sens.

L'évolution dans le temps de la portance obtenue par le biais de la simulation numérique d'un écoulement de fluide autour d'un cylindre à section circulaire est considérée comme source d'excitations extérieures de la structure solide. Ce chargement évoluant dans le temps est par conséquent l'effort extérieur $F(t)$ qui va être injecté dans le modèle mathématique de la partie structure.

Mais avant cela, il est nécessaire de procéder au traitement de l'effort de portance pour l'analyse de Fourier en utilisant les transformées de Fourier rapide (FastFourier Transformation –FFT-) [8]. Cet algorithme dédié au traitement du signal permet la décomposition du signal temporelle initial en une somme de termes harmoniques. Chaque terme est défini par une amplitude, fréquence et un angle de phase.

Par la consultation du spectre de fréquences généré par l'algorithme FFT, on pourrait déterminer le terme ou les termes dominant ayant la plus grande contribution dans le mouvement vibration du solide. Par conséquent, le modèle du milieu solide se résume dans ce cas, à la résolution des vibrations d'un système à un degré de liberté sous l'effet de charge harmonique. Le modèle mathématique d'un tel système s'écrit :

$$m\ddot{x} + kx = F_0 \sin 2\pi f_0(t) \quad (\text{II.5})$$

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = \frac{F}{m} \sin 2\pi f_0(t) \quad (\text{II.6})$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{II.7})$$

ω_n : Fréquence naturelle de la structure solide.

F_0 : Amplitude de l'harmonique principale.

m : Masse du système couplé.

f_0 : Fréquence des lâchers tourbillonnaires.

On pourrait aussi définir le nombre de Strouhal [9] dit aussi fréquence adimensionnelle qui s'exprime :

$$St = \frac{f \cdot D}{U} \quad (\text{II.8})$$

f_0 : Fréquence fondamentale.

D : Diamètre du cylindre.

U : Vitesse du fluide à l'entrée du domaine fluide.

L'équation différentielle s'écrit donc :

$$x'' + \omega_n^2 x = \frac{f}{n} \sin 2\pi \left(\frac{St \cdot u}{D} \right) t \quad (\text{II.9})$$

La résolution de l'équation différentielle II.9 permet la détermination de la réponse vibratoire du cylindre sous l'effet de l'écoulement de fluide.

Dans le cas d'un système non-amorti et excité d'une force harmonique de la forme :

$$F_{eq} = F \sin(\omega t + \psi) \quad (\text{II.10})$$

Dans ce cas, l'équation différentielle du mouvement s'écrit :

$$x'' + \omega_n^2 x = \frac{F}{m_{eq}} \sin(\omega t + \psi) \quad (\text{II.11})$$

On se propose de résoudre l'équation différentielle par la méthode des coefficients indéterminés.

La solution particulière est de la forme :

$$x_p(t) = U \cos(\omega t + \psi) + V \sin(\omega t + \psi) \quad (\text{II.12})$$

En substituant l'équation II.11 dans II.12, on trouve :

$$(\omega_n^2 - \omega^2) U \cos(\omega t + \psi) + (\omega_n^2 - \omega^2) V \sin(\omega t + \psi) = \frac{F}{m_{eq}} \sin(\omega t + \psi) \quad (\text{II.13})$$

Ce qui implique que :

$$\begin{cases} (\omega_n^2 - \omega^2) U = 0 \\ (\omega_n^2 - \omega^2) V = \frac{F \sin \psi}{m_{eq}} \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

Si $\omega \neq \omega_n \Rightarrow U = 0$ et $V = \frac{F \sin \psi}{m_{eq}(\omega_n^2 - \omega^2)}$, la solution particulière s'écrit :

$$x_p(t) = \frac{F \sin \psi}{m_{eq}(\omega_n^2 - \omega^2)} \sin(\omega t + \psi) \quad (\text{II.15})$$

Ou bien sous la forme :

$$x_p(t) = \left| \frac{F \sin \psi}{m_{eq}(\omega_n^2 - \omega^2)} \right| \sin(\omega t + \psi - \phi) \quad (\text{II.16})$$

Ou :

$$\begin{cases} \phi = 0 & \text{si } \omega_n > \omega \\ \phi = \psi & \text{si } \omega_n < \omega \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

La solution générale est la somme de la solution homogène et la solution particulière

$$x(t) = \left[x \frac{F \sin \psi}{m_{eq}} \right] \cos(\omega_n t) + \left[x^0 - \frac{F}{m_{eq}(\omega_n^2 - \omega^2)} \right] \sin(\omega_n t) + \left| \frac{F}{m_{eq}(\omega_n^2 - \omega^2)} \right| \sin(\omega t + \psi - \phi) \quad (\text{II.18})$$

La réponse du système représenté sur la figure II.3 est la somme de deux termes trigonométriques de fréquences différentes.

Pour le cas particulier où $\omega = \omega_n$ l'équation II.14 ne peut être vérifiée sauf si $V = 0$. Dans ce cas une solution particulière doit être supposée de la forme :

$$x_p(t) = U_t \sin(\omega_n t + \psi) + V_t \cos(\omega_n t + \psi) \quad (\text{II.19})$$

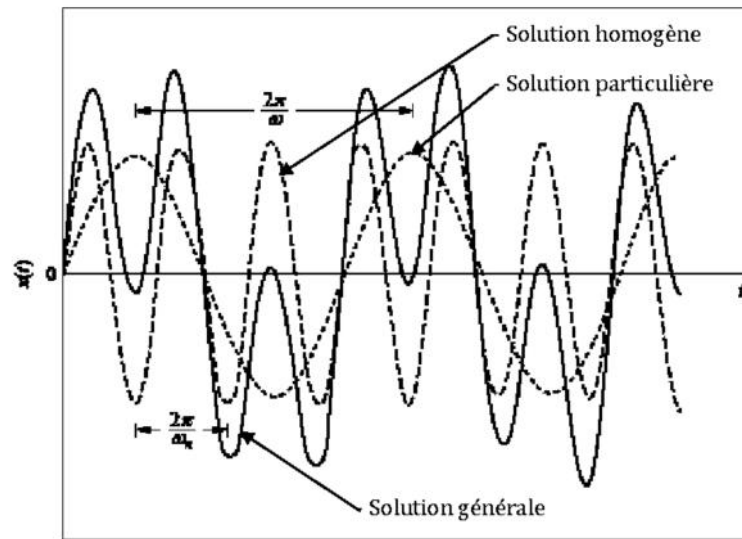


Figure II.3 Réponse d'un système non-amorti à un degré de liberté ($\omega < \omega_n$).

En substituant l'équation II.19 dans l'équation II.11 on trouve :

$$x_p(t) = -\frac{F_0}{2m_{eq}\omega_n} t \cos(\omega_n t + \psi) \quad (\text{II.20})$$

Après calcul des constantes d'intégration en utilisant les conditions initiales, on trouve la solution générale :

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \left(\frac{x'}{\omega_n} + \frac{F_0}{2m_{eq}\omega_n^2} \right) \sin(\omega_n t) - \frac{F_0}{2m_{eq}\omega_n} t \cos(\omega_n t + \psi) \quad (\text{II.21})$$

La réponse d'un système dont la fréquence d'excitation est égale à sa fréquence propre (fréquence naturelle) est illustrée sur la figure II.4. Étant donné que l'amplitude de la réponse est proportionnelle au temps, dans ce cas, l'amplitude augmente progressivement vers l'infini. Un système sollicité par une excitation externe d'une fréquence coïncidant avec sa fréquence naturelle est dit être en résonance [10]. La résonance est un état dangereux pour un système mécanique où se produisent de grands déplacements indésirables qui sont souvent la cause de sa destruction.

Lorsque la fréquence d'excitation est proche, mais pas exactement égale à la fréquence naturelle du système, un phénomène intéressant se produit appelée battement. Ce dernier est une augmentation et une diminution de l'amplitude continue dans le temps comme le montre la figure II.5.

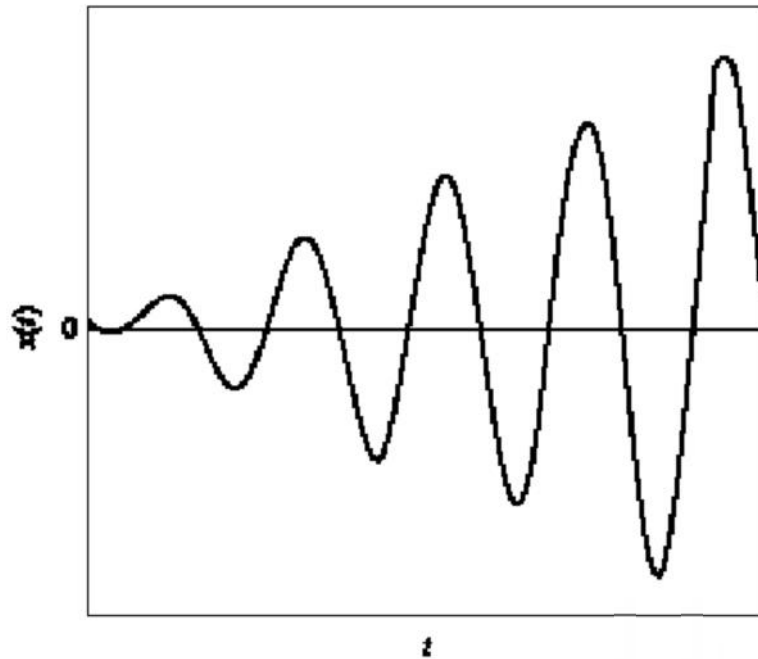


Figure. II.4. Réponse d'un système non-amorti quand $\omega = \omega_n$ (phénomène de résonance).

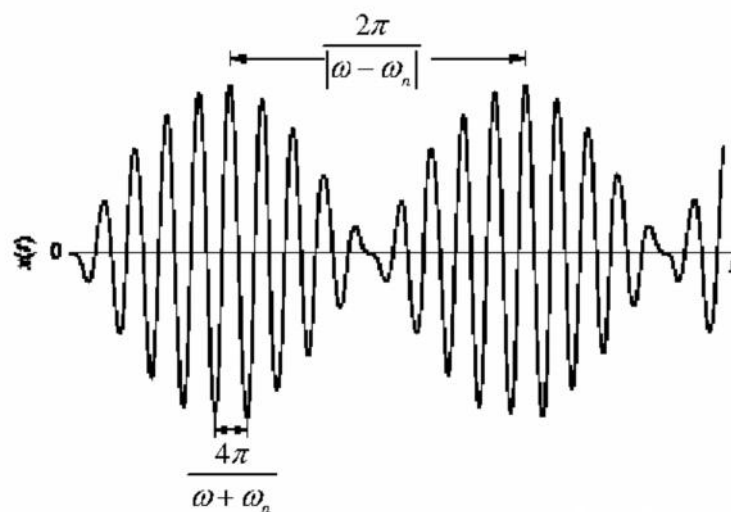


Figure. II.5. Phénomène de battement $\omega \neq \omega_n$.

Le battement peut s'interpréter comme une variation de fréquence $\frac{4\pi}{\omega + \omega_n}$ dont l'amplitude varie périodiquement avec la fréquence $\frac{2\pi}{\omega - \omega_n}$. Le temps entre les points d'amplitude nulle ou les points d'amplitude maximale est appelée la période de battement et est donnée par :

$$T_b = \frac{2\pi}{\omega - \omega_n} \quad (\text{II.22})$$

Donc la fréquence de battement est :

$$\omega_b = |\omega - \omega_n| \quad (\text{II.23})$$

L'équation différentielle gouvernant le mouvement d'un système à un degré de liberté à amortissement visqueux sous l'effet d'une excitation harmonique peut s'écrire sous la forme standard suivante :

$$x'' + 2\xi\omega_n x' + \omega_n^2 x = \frac{F_0}{m_{eq}} \sin(\omega t + \psi) \quad (\text{II.24})$$

On suppose la solution particulière sous la forme :

$$x_p(t) = U \cos(\omega t + \psi) + V \sin(\omega t + \psi) \quad (\text{II.25})$$

En substituant l'équation II.25 dans l'équation II.24, on trouve :

$$\begin{cases} (\omega_n^2 - \omega^2)U + 2\xi\omega_n V = 0 \\ -\omega_n U + (\omega_n^2 - \omega^2)V = \frac{F_0}{m_{eq}} \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

La résolution du système d'équations II.26 et ensuite la substitution du résultat dans l'équation II.24 donne :

$$x_p(t) = \frac{F_0}{m_{eq}[(\omega_n^2 - \omega^2) + (2\xi\omega\omega_n)]} - [-2\xi\omega\omega_n \cos(\omega t + \psi) + (\omega^2 - \omega_n^2)\sin(\omega t + \psi)] \quad (\text{II.27})$$

Après manipulation, on peut écrire la réponse du système sous la forme suivante :

$$x_p(t) = X \sin(\omega t + \psi - \phi) \quad (\text{II.28})$$

Où

$$X = \frac{F}{m_{eq}[(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega\omega_n)^2]^{1/2}} \quad (\text{II.29})$$

Et

$$\phi = \arctan\left(\frac{2\xi\omega\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2}\right) \quad (\text{II.30})$$

Où X est l'amplitude de la réponse forcée et ϕ est l'angle de phase entre la réponse et l'excitation. L'amplitude et l'angle de phase donnent d'importantes informations de la réponse. Forcée du système. Une forme dimensionnelle des équations (II.29) et (II.30) permet une meilleure interprétation de la réponse.

En multipliant l'équation II.29 par $m_{eq}\omega_n^2/F_0$ On trouve :

$$\frac{m_{eq}\omega_n^2 X}{F_0} = \frac{1}{[(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2]^{1/2}} \quad (\text{II.31})$$

Où $r = \omega/\omega_n$ est le rapport des fréquences.

On définit aussi le rapport :

$$M = \frac{m_{eq}\omega_n^2 X}{F_0} \quad (\text{II.32})$$

Souvent appelée *rapport des amplitudes* ou-bien *facteur d'amplification*. Ce facteur représente le rapport de l'amplitude de la réponse au déplacement d'un ressort d'une rigidité k sous l'effet d'une force constante F_0 .

$$M = \frac{X}{x_{st}} \quad (\text{II.33})$$

On peut aussi considérer le rapport d'amplification comme étant le rapport de l'effort de rigidité maximal développé ($F_{\max} = kx = m_{\text{eq}} \ddot{u}_n$) au maximum de l'effort d'excitation.

$$M = \frac{F_{\max}}{F_0} \quad (\text{II.34})$$

Par conséquent, la forme adimensionnelle de l'équation II.30 est :

$$M(r, \xi) = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 - (2\xi r)^2}} \quad (\text{II.35})$$

Le facteur d'amplification en fonction du rapport des fréquences pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement est représenté sur la figure (II.6) Ces courbes sont appelées courbes de réponse en fréquence.

La forme adimensionnelle de l'équation II.30 est :

$$\phi = \arctan\left(\frac{2\xi r}{1-r^2}\right) \quad (\text{II.36})$$

Également, l'angle de phase à partir de l'équation II.36 est tracé en fonction du rapport des fréquences pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement sur la figure II.7

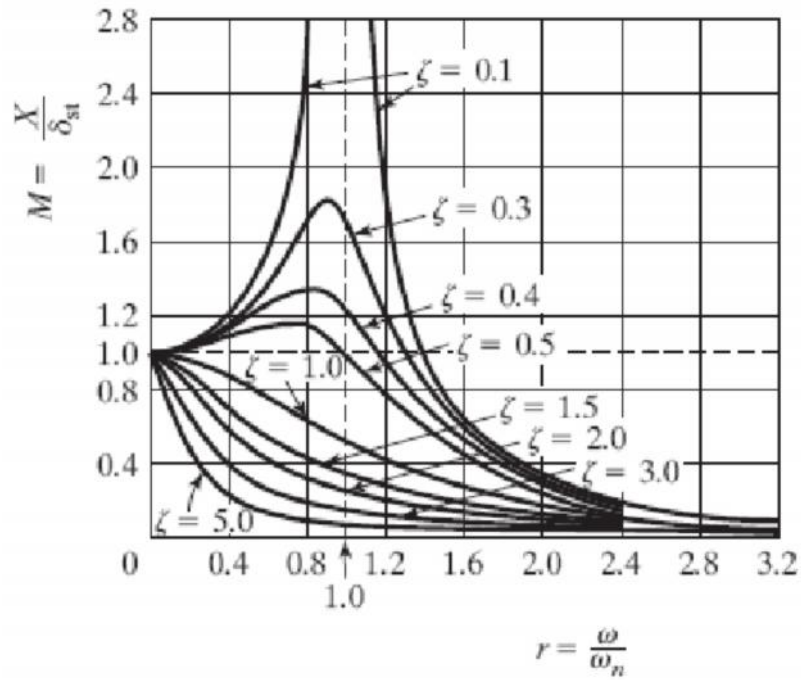


Figure II.6. Facteur d'amplification en fonction du rapport des fréquences pour différents rapports d'amortissement.

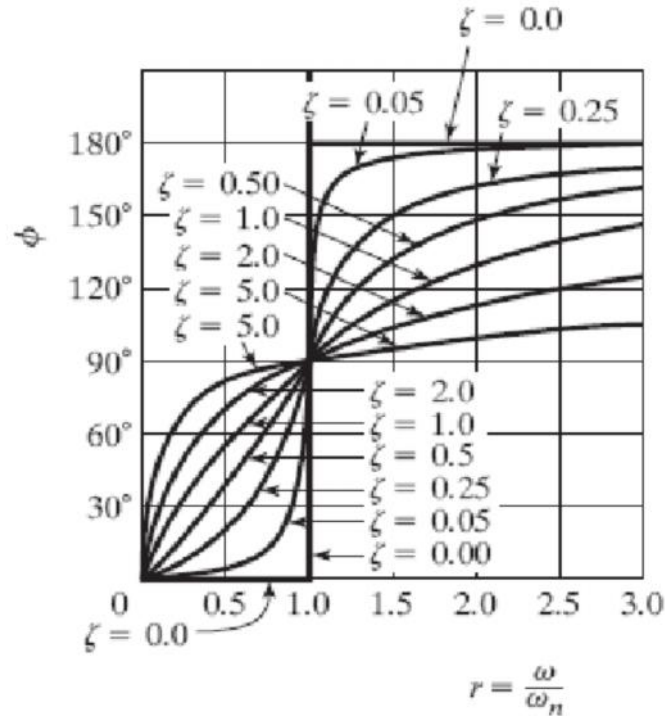


Figure II.7. Angle de phase en fonction du rapport des fréquences pour différents rapports d'amortissement

Résultats et discussions

Dans ce chapitre nous allons présenter et discuter les résultats de nos investigations numériques. En premier lieu, nous allons investir l'écoulement autour d'un cylindre immobile et par la suite illustrer les vibrations d'un cylindre à section circulaire avec appui élastique dues à un écoulement de fluide.

III.1. Ecoulement autour d'un cylindre immobile

Le sillage derrière un cylindre fixe a fait l'objet de plusieurs études, expérimentales et numériques, fournissant une large gamme de résultats pour différents nombres de Reynolds et permettant de mettre en évidence les différents régimes d'écoulement en fonction du nombre de Reynolds [11].

III.1.1. Géométrie, maillage et conditions aux limites

La configuration étudiée ainsi que les conditions aux limites sont représentées sur la figure III.1.

U_e : la vitesse entrée du fluide.

U_s : la vitesse sortie du fluide.

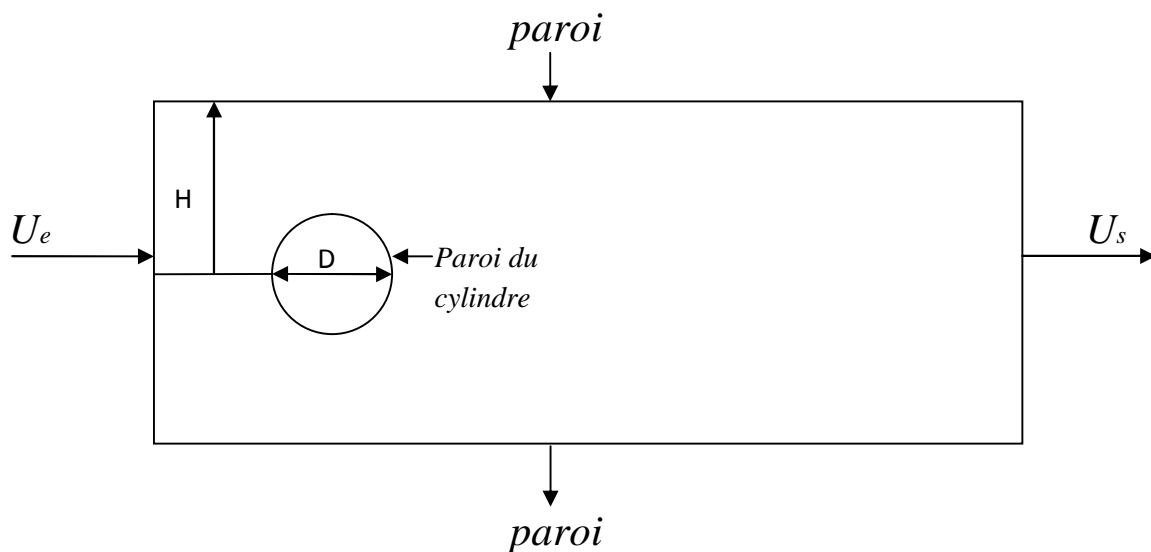


Figure III.1. Géométrie et conditions aux limites.

La figure III.2.a et b illustre le maillage utiliser lors de nos calculs numériques. On peut voir que le maillage a été réalisé de façon à avoir un maillage raffiner dans les zones proches des parois solides afin de bien capter la variation des paramètres en question.

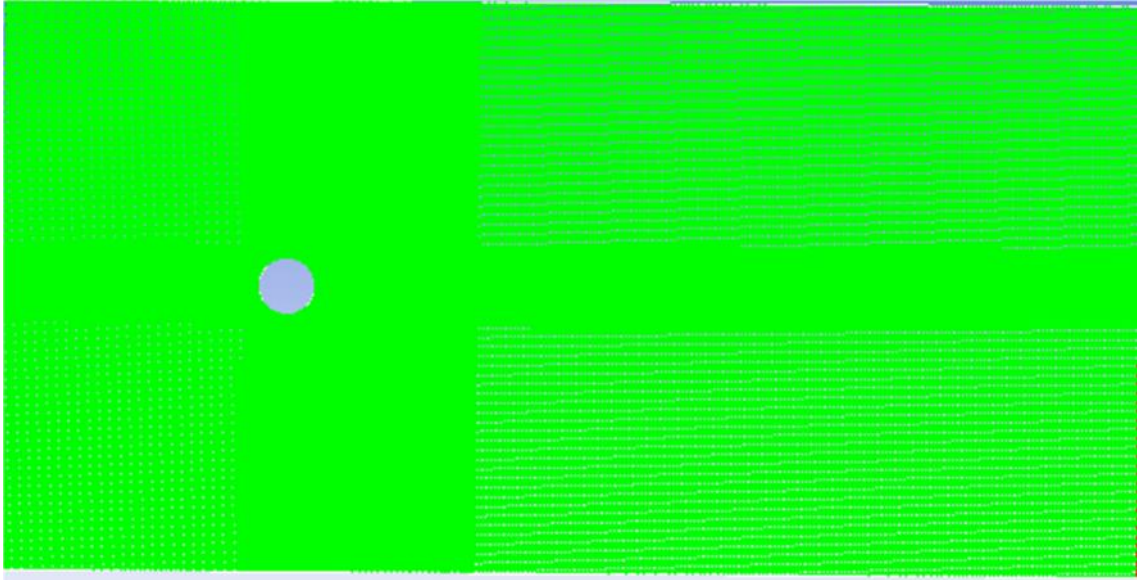


Figure. III.2.a. Maillage du domaine de calcul.

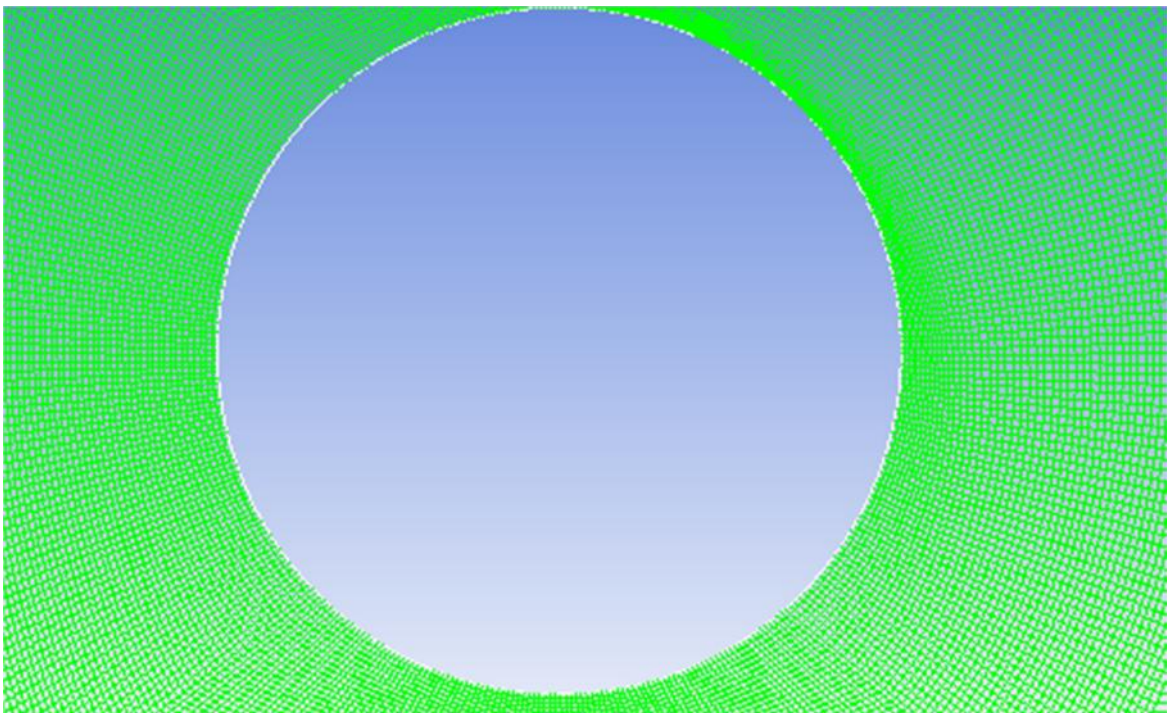
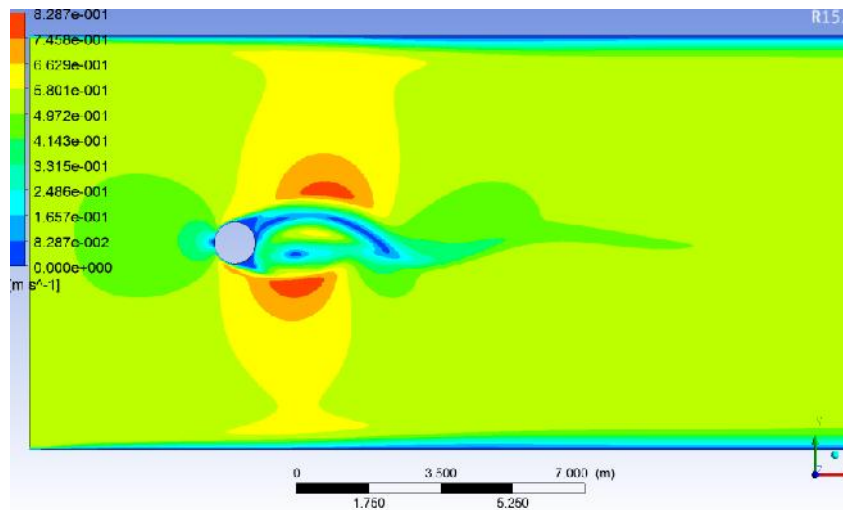


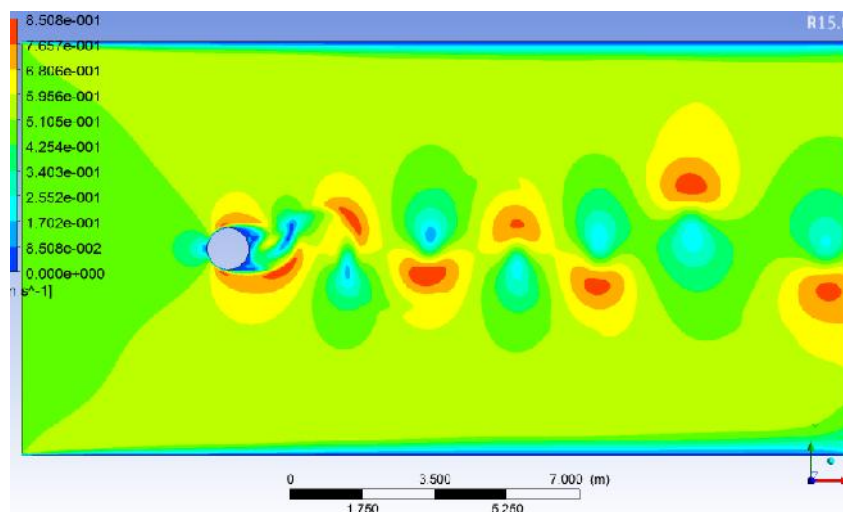
Figure. III.2.b. Agrandissement du maillage au voisinage du cylindre.

III.1.2. Analyse des Contours de vitesse pour différente vitesse d'écoulement

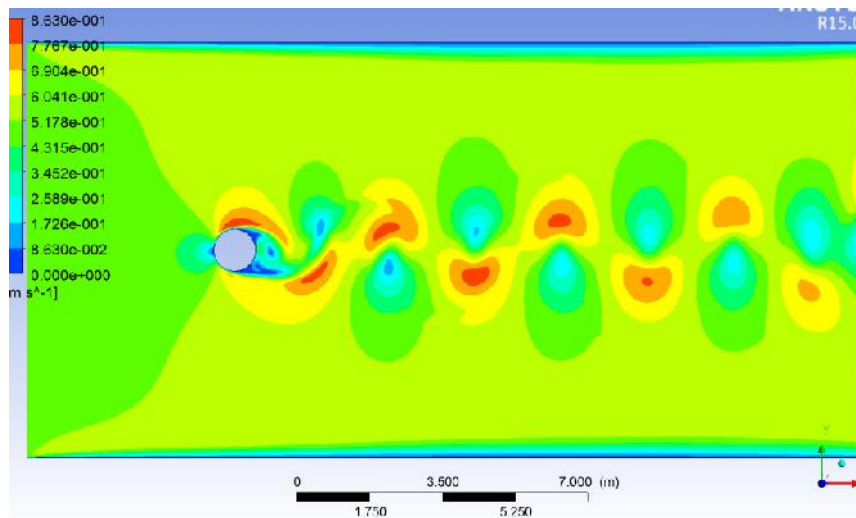
Afin d'avoir une idée sur la topologie du champ d'écoulement d'un fluide autour d'un cylindre à section circulaire, nous avons choisi de représenter les contours de magnitude de vitesses pour deux nombres de Reynolds à différents instants. Sur les figures III.3 et III.4, on peut observer qu'en aval de l'obstacle et selon le régime et le nombre de Reynolds apparaisse un écoulement particulier entraînant à chaque fois un nouveau point de décollement de la couche limite avec l'évidence du changement de la zone de sillage. Nous remarquons que les lâchers tourbillonnaires continuent à avoir lieu de manière perpétuelle et infinie dans le temps.



(a) $t=60s$

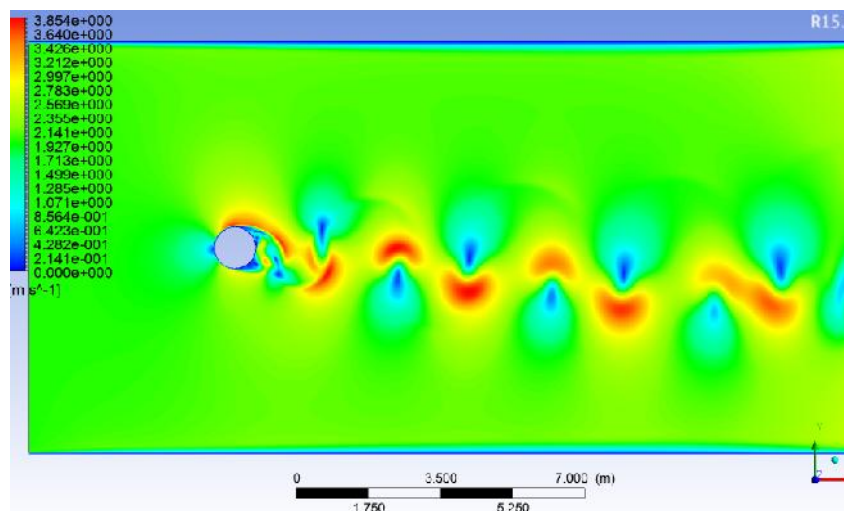


(b) $t=120s$

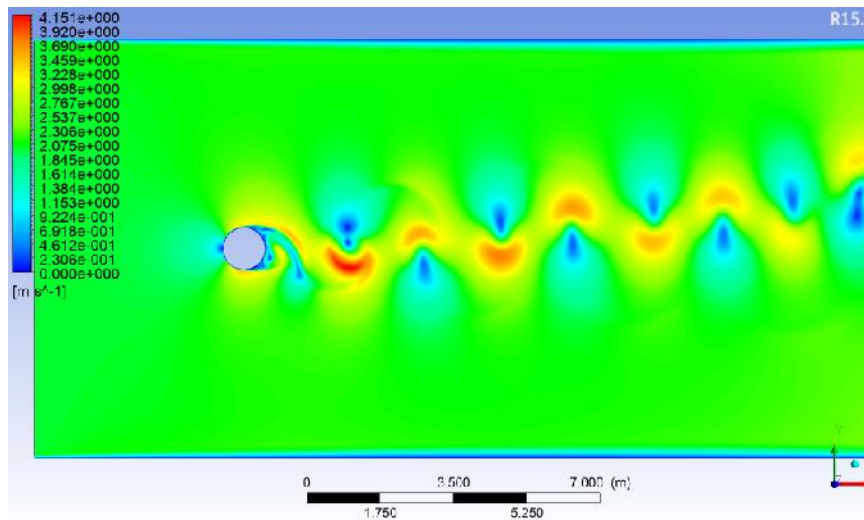
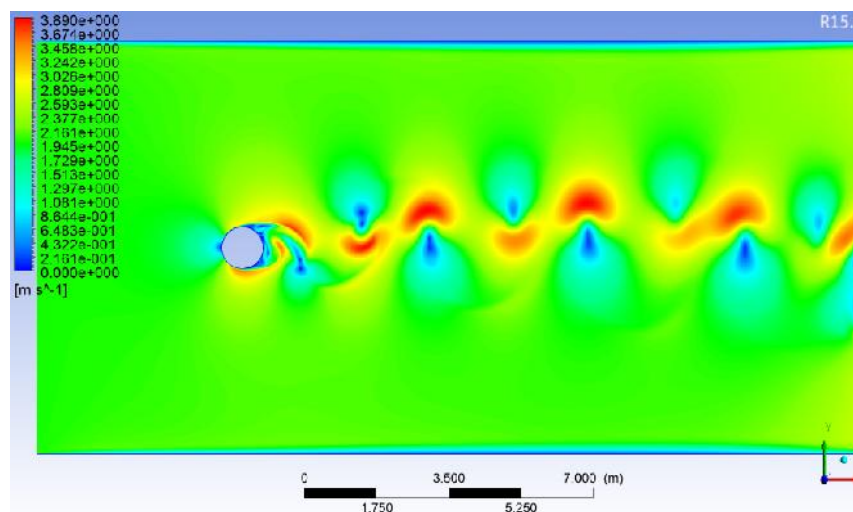


(c) $t=180s$

Figure. III.3. Champ de magnitude des vitesses à $Re=500$.



(a) $t=60s$

(b) $t=120s$ (c) $t=180s$ Figure. III.4. Champ de magnitude des vitesses à $Re=2000$.

III.1.3. Evolutions temporelles des coefficients de traînée et de portance

Les figures III.5 et 6 représentent la variation des coefficients de portance et de traînée en fonction du temps pour $Re=500$ et $Re=2000$. Nous pouvons observer qu'après une période de transition, la traînée et la portance varient de manière périodique voire même harmonique. Les signaux périodiques observés sont dus aux lâchers tourbillonnaires observés en aval du cylindre.

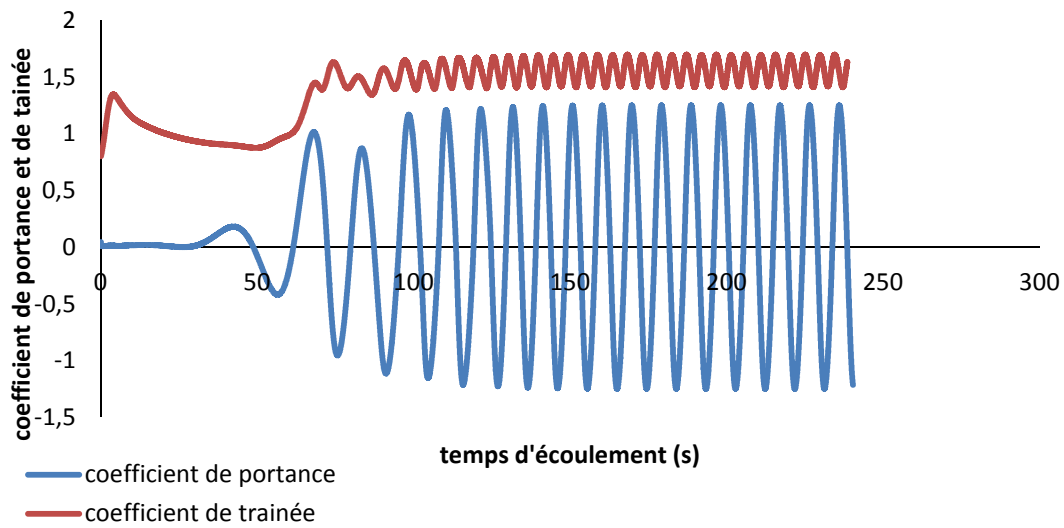


Figure III.5. Coefficients de portance et de trainée en fonction de temps ($Re=500$).

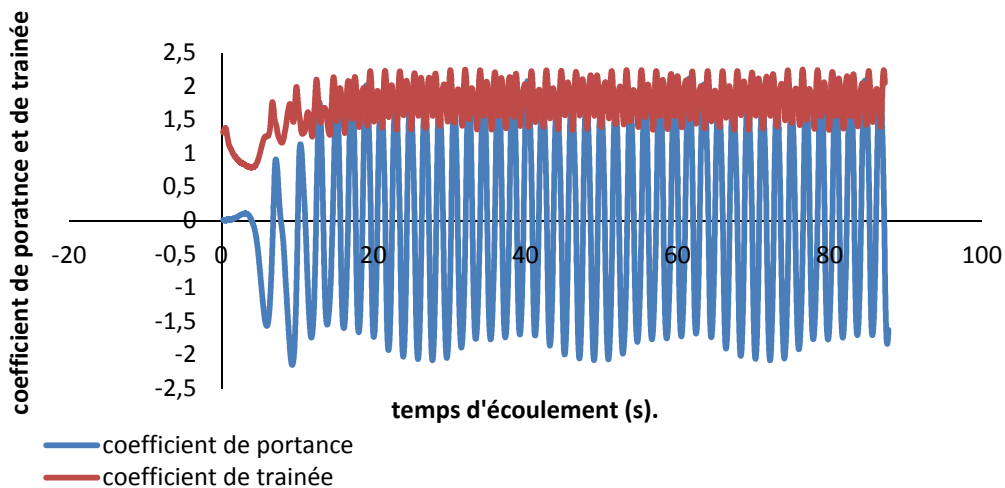


Figure III.6. Coefficients de portance et de trainée en fonction de temps ($Re=2000$).

III.1.4. Analyse fréquentielle des coefficients aérodynamiques

Les spectres de fréquences représentés sur la figure III.7 et 8, révèle un comportement pratiquement purement harmonique. Les deux signaux de la portance et de la traînée sont dominés par une seule harmonique principale. On remarque aussi que la fréquence fondamentale de la traînée est le double de celle de la portance. Il est aussi clair que l'amplitude de l'harmonique principale augmente en fonction du nombre de Reynolds.

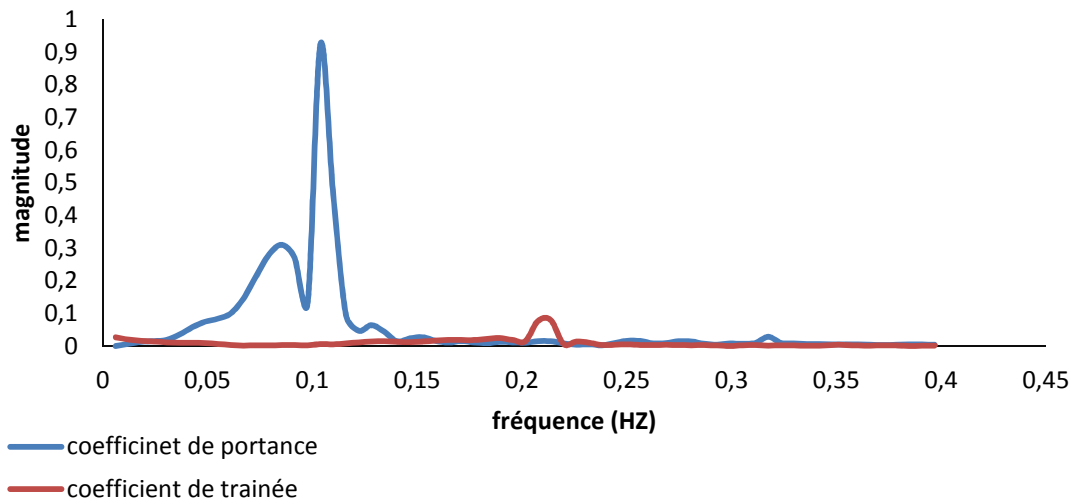


Figure.III.7.Spectre de fréquences (Re=500).

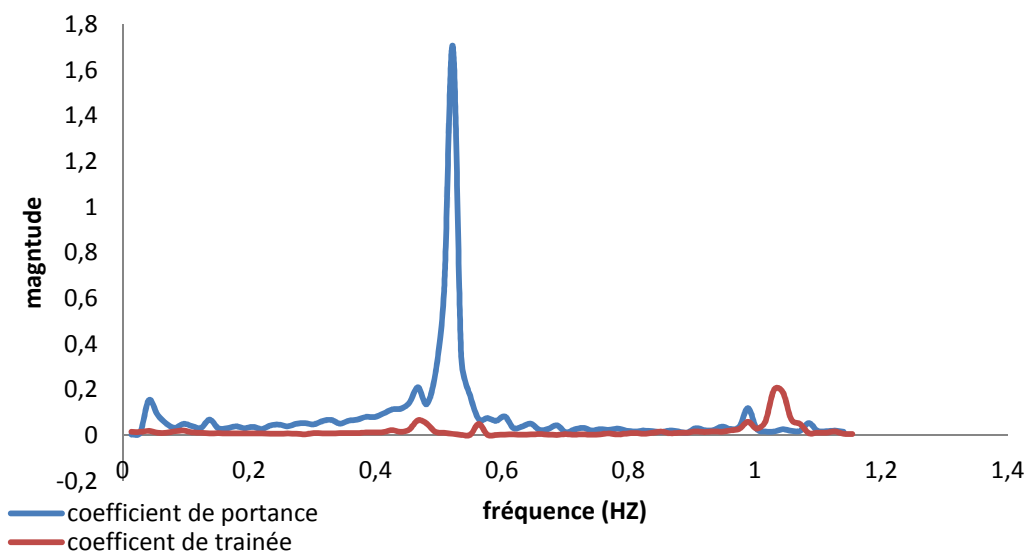


Figure.III.8. Spectre de fréquences (Re=2000).

La figure III.9 traduit clairement une variation linéaire des fréquences des lâchers tourbillonnaires en fonction des vitesses d'écoulements. Ce comportement a été observé par plusieurs chercheurs lors de travaux empiriques ou même numérique et fait preuve de la véracité des résultats obtenus. Sur la figure III.10, représentant la variation de la fréquence adimensionnelle dite aussi nombre de Strouhal en fonction de la vitesse d'écoulement on

observe que pour des vitesses supérieures à environ 0.5m/s le nombre de Strouhal est relativement constant. Le nombre de Strouhal va tendre vers une valeur asymptotique de $St=0.25$.

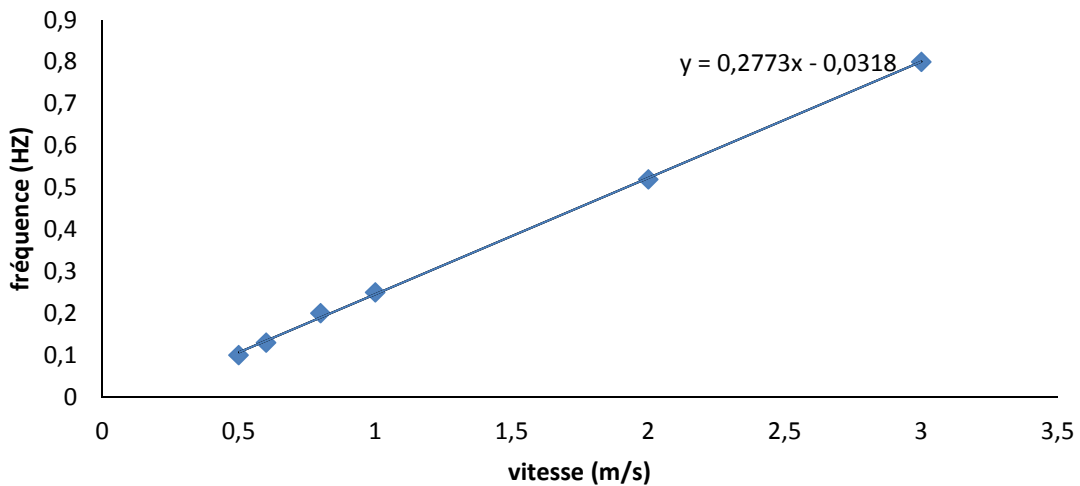


Figure III.9. Fréquences des lâchers tourbillonnaires en fonction de vitesse.

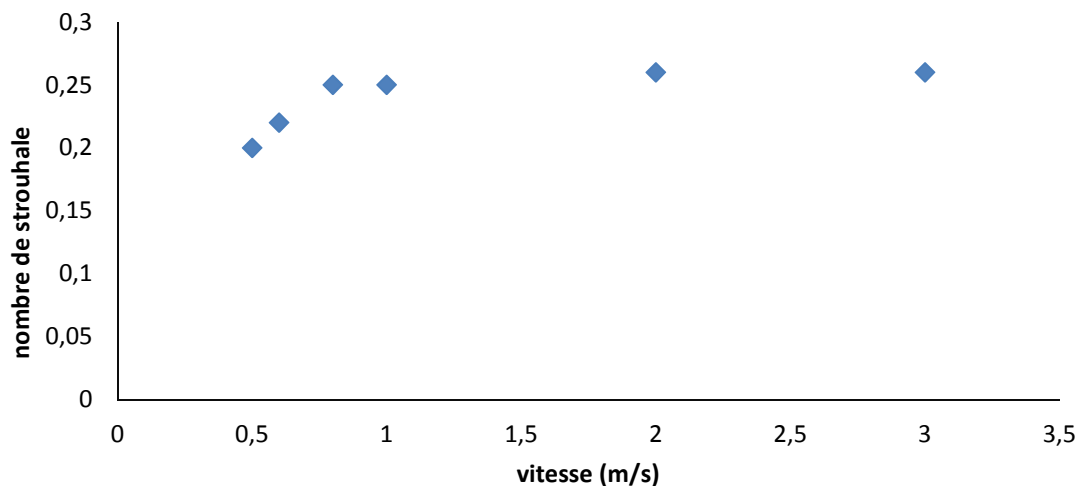


Figure III.10. Variation du nombre de Strouhal en fonction de vitesse.

III.1.5. Influence du rapport H/D sur l'évolution des coefficients aérodynamiques:

Le rapport H/D est le rapport de la moitié de la hauteur du domaine d'écoulement au diamètre du cylindre. L'effet de la variation de ce rapport est mis en évidence sur la figure III.11. Diminuer H/D ce traduit pas un rapprochement des parois supérieur et inférieur du cylindre et par conséquent de la zone ou se produit les lâchers tourbillonnaires. Il claire que d'après les résultats de nos simulations que la diminution de H/D se traduit par une augmentation des fréquences des lâchers tourbillonnaires.

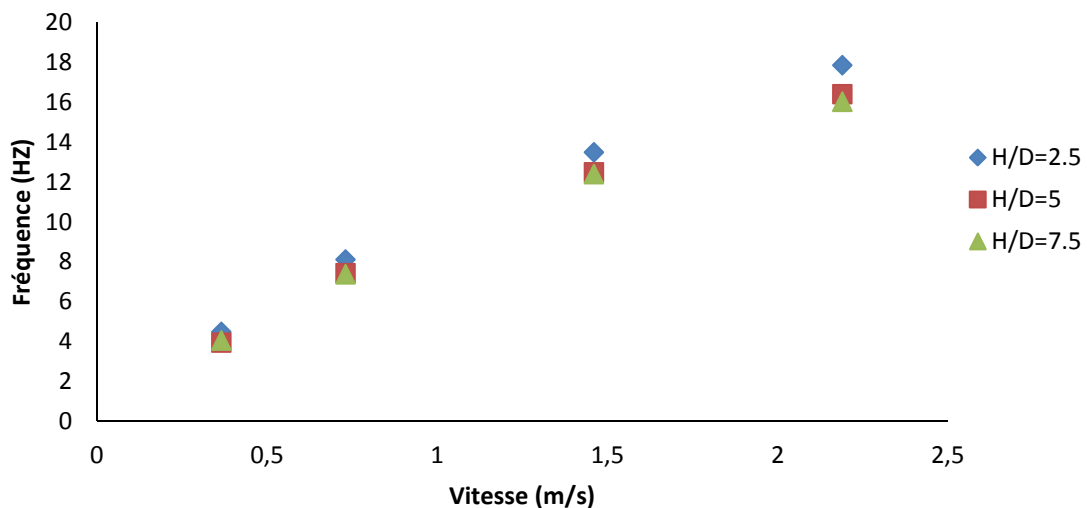


Figure III.11. Nombre de la fréquence en fonction de vitesse.

III.2. Vibration d'un cylindre à section circulaire sous l'effet d'un écoulement de fluide

La détermination du comportement vibratoire d'un obstacle dû à un écoulement de fluide est d'une très grande importance. Dans ce qui suit, nous allons présenter l'essentielle des résultats obtenus pour la configuration étudiée. On s'intéresse à la réponse vibratoire d'un cylindre à section circulaire sous l'effet d'un écoulement instationnaire d'un fluide Newtonien et incompressible. La configuration étudiée ainsi que les conditions aux limites sont représentées sur la figure III.12.

Les conditions aux limites :

U_e : la vitesse entrée de l'air.

U_s : la vitesse sortie de l'air.

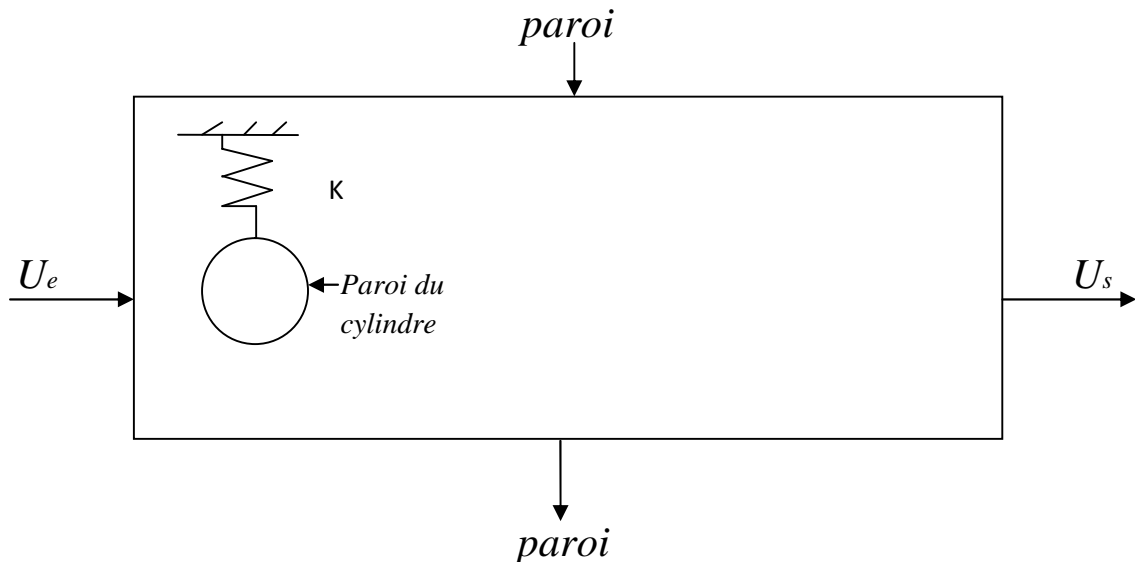


Figure III.12. Géométrie et conditions aux limites.

Lors de nos calculs numériques, nous avons choisi les paramètres suivant :

$$m=0.01\text{Kg}, k=60.572\text{N/m}, \rho=1.225\text{Kg/m}^3, \mu=1.7894 \times 10^{-5} \text{ Kg/m.s}, D=2\text{cm}, H/D=7.5\text{cm}$$

Les résultats obtenus des déplacements du cylindre en fonction du temps pour différentes vitesses d'écoulements sont représentés sur les figures III.13 à 19. Pour $U=1.4\text{m/s}$ on remarque l'apparition d'un phénomène de battement. Pour la vitesse $U=1.46\text{m/s}$ le phénomène de résonance apparait nettement sur la figure III.16 et qui se traduit par des amplitudes qui augmentent de manière illimitée à travers le temps. Pour des vitesses plus importantes, les amplitudes de vibrations diminuent et cela est enregistré sur la figure III.17, 18 et 19.

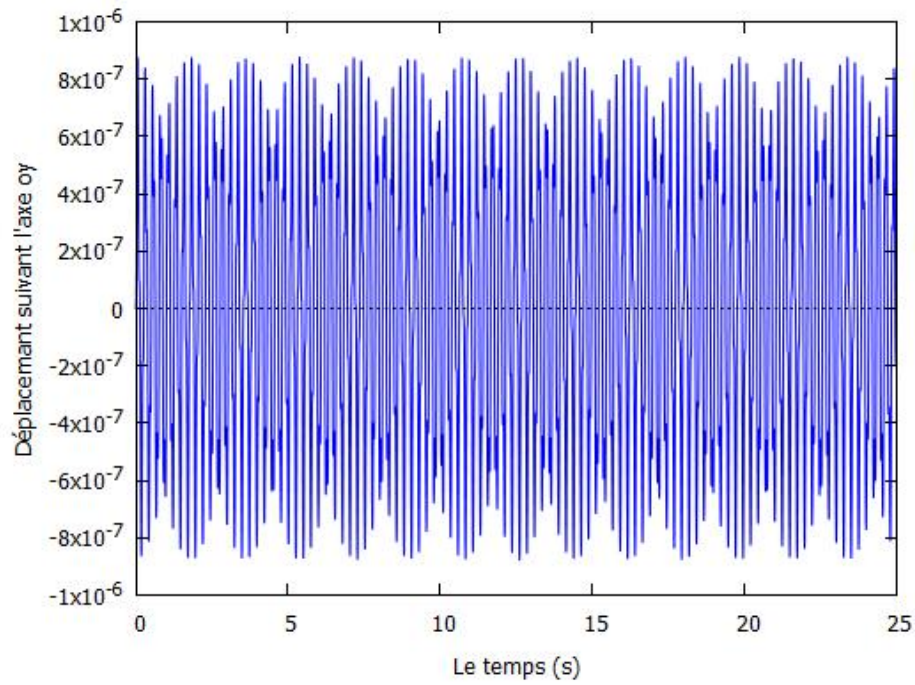


Figure III.13. Déplacement vertical pour $U=0.365$ m/s.

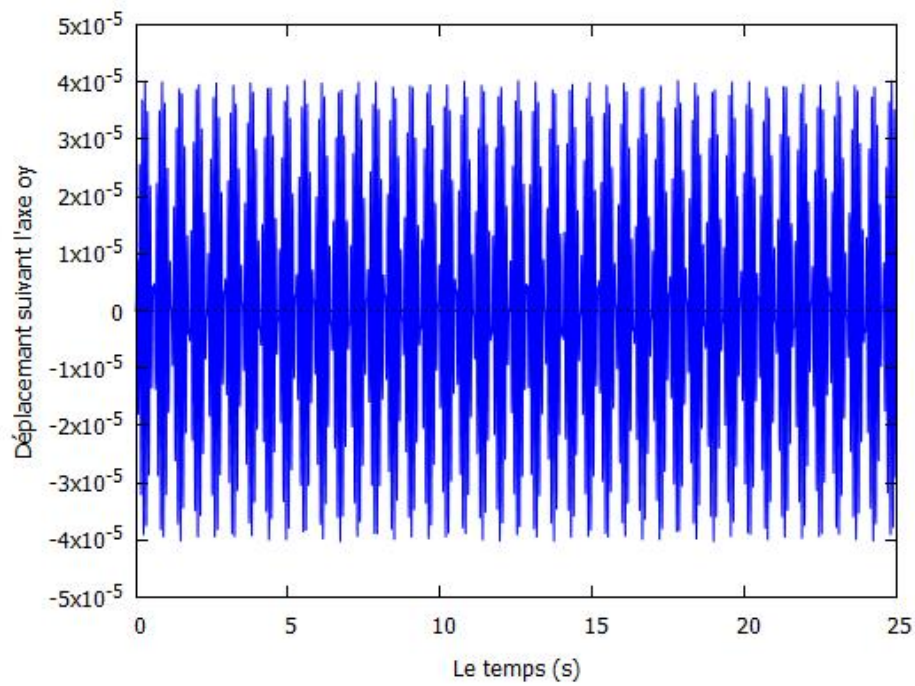


Figure III.14. Déplacement vertical pour $U=1.2$ m/s.

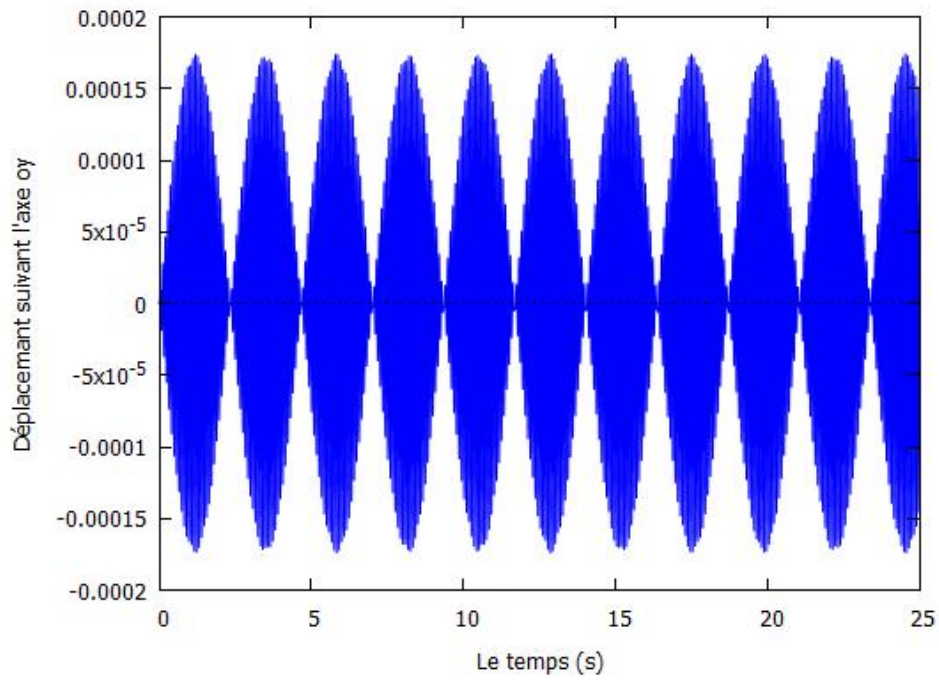


Figure III.15. Déplacement vertical pour $U=1.4$ m/s.

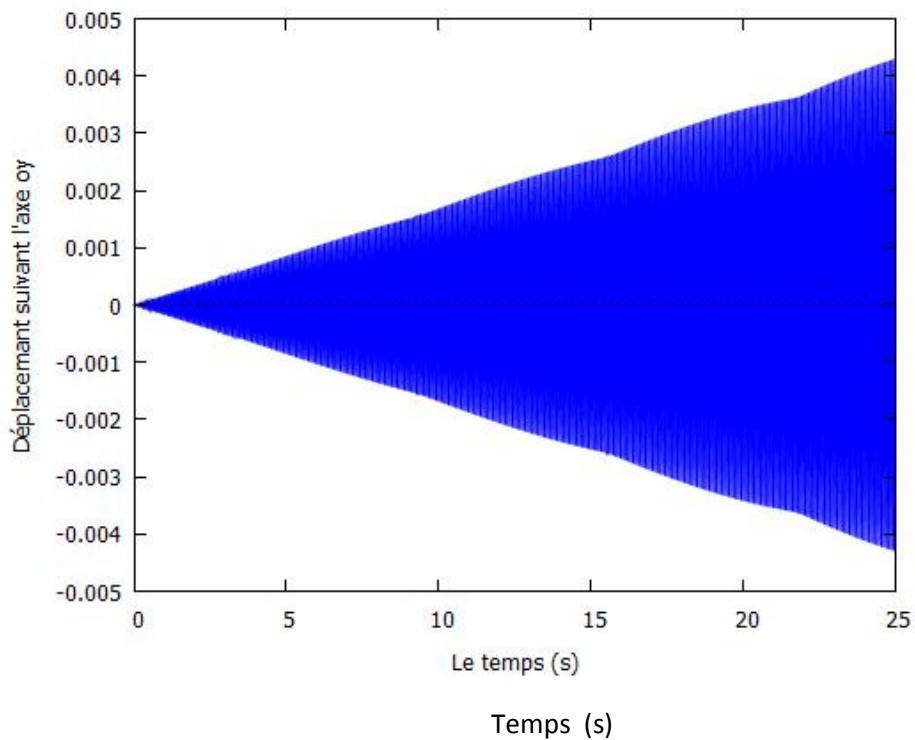


Figure III.16. Déplacement vertical pour $U=1.46$ m/s.

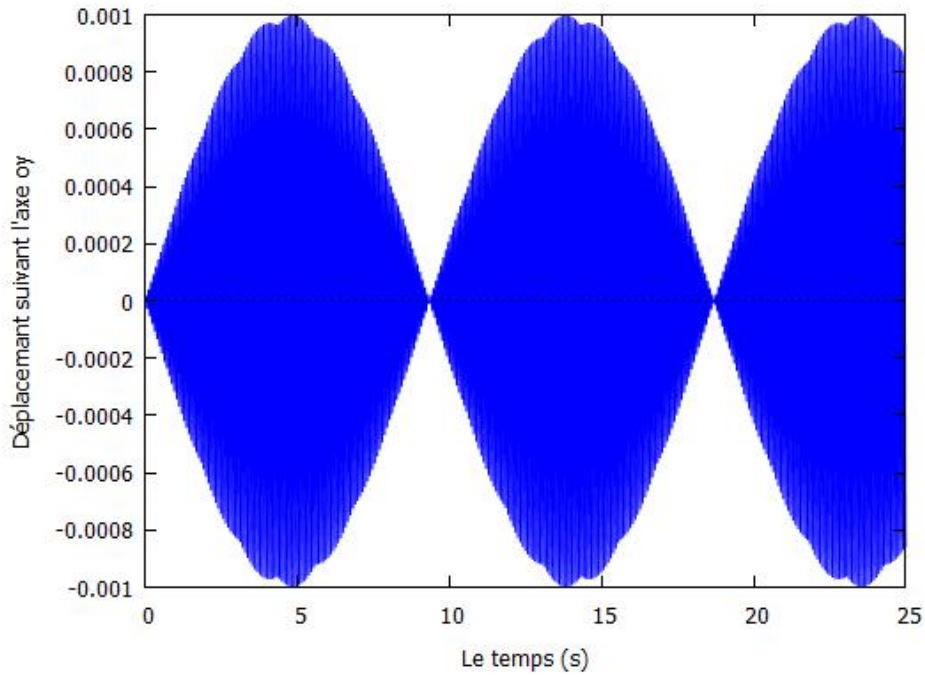


Figure III.17. Déplacement vertical pour $U=1.5$ m/s.

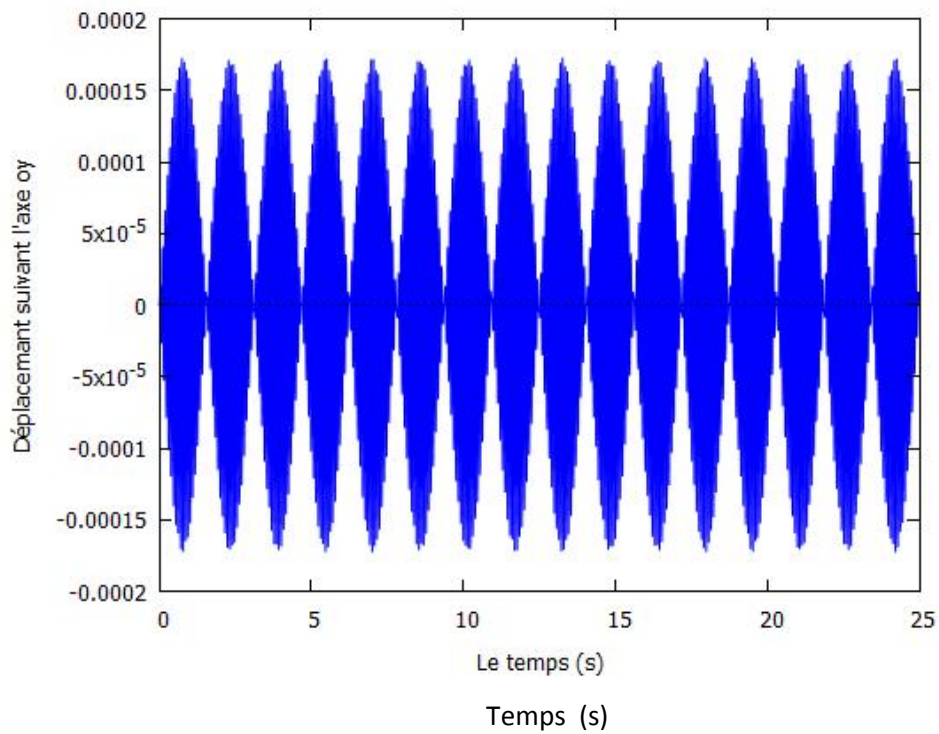


Figure III.18. Déplacement vertical pour $U=1.6$ m/s.

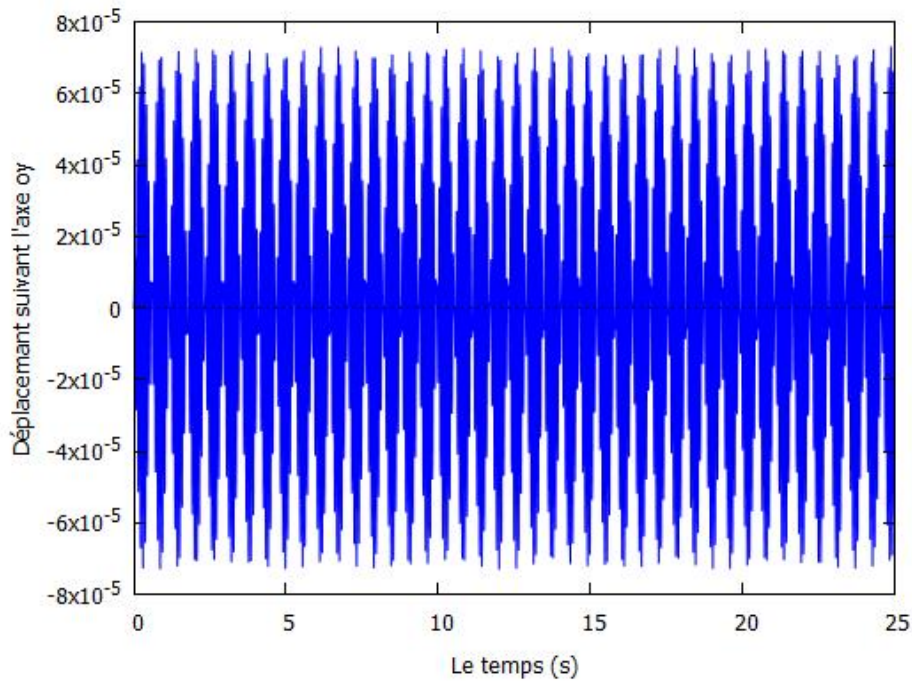


Figure III.19. Déplacement vertical pour $U=1.8$ m/s.

Tableau III.1. Déplacement maximal pour différentes vitesses d'écoulement

u	Y_{\max}	Y_{\max}/D
0.365	8.947×10^{-7}	4.473×10^{-5}
0.73	6.511×10^{-6}	3.255×10^{-4}
1.2	4.010×10^{-5}	2.005×10^{-3}
1.3	7.55×10^{-5}	3.775×10^{-3}
1.4	1.764×10^{-4}	8.83×10^{-3}
1.46		
1.6	1.742×10^{-4}	8.71×10^{-3}
1.8	7.381×10^{-5}	3.690×10^{-3}
2.19	6×10^{-5}	3×10^{-3}

Le tableau III.1. Récapitule les valeurs les amplitudes maximales des cas simulés. La figure III.20 illustre la variation de l'amplitude des vibrations en fonction de la vitesse d'écoulement.

On peut observer trois zones principales :

1. Zone subcritique pour des vitesses $0 \text{ m/s} < u < 1.2 \text{ m/s}$.
2. Zone critique pour des vitesses $1.2 \text{ m/s} < u < 1.8 \text{ m/s}$.
3. Zone supercritique pour des vitesses $u > 1.8 \text{ m/s}$.

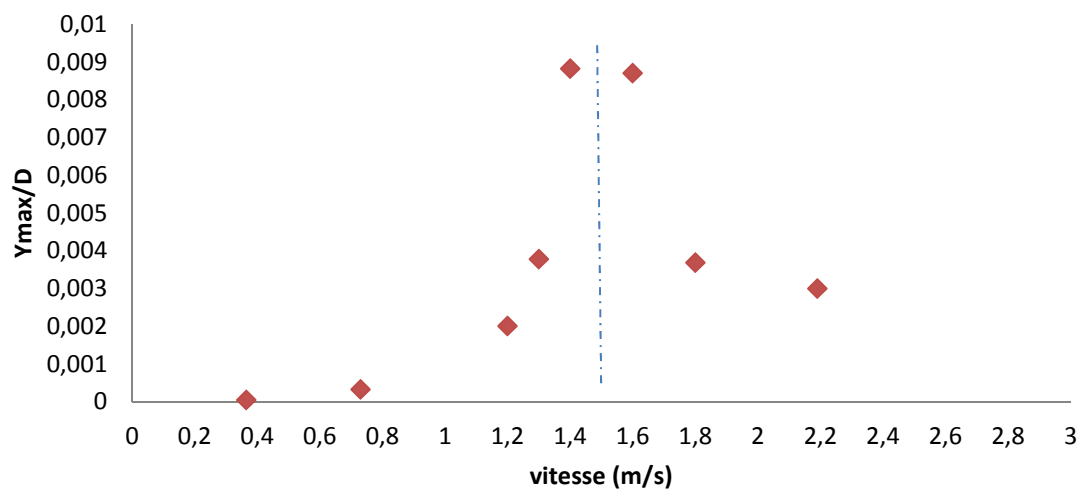


Figure III.20. Déplacement maximal adimensionnel Y_{\max}/D en fonction la vitesse d'écoulement.

Conclusion générale :

Conclusion générale :

Dans cette étude, nous nous sommes intéressés aux vibrations d'un cylindre à section circulaire causées par un écoulement de fluide Newtonien et incompressible. Afin d'aborder le problème couplé (fluide et solide), nous avons adopté une méthode de couplage dans un seul sens (one way coupling method). L'algorithme de couplage consiste à considérer les efforts Aéro/Hydrodynamique résultant de la simulation de l'écoulement de fluide comme étant un chargement extérieur de la structure. Par cette procédure, il nous a été possible de calculer la réponse vibratoire du cylindre dans le temps.

En premier lieu nous avons simulé le comportement du milieu fluide, c'est-à-dire à l'écoulement du fluide autour d'un cylindre à section circulaire. En utilisant le code FLUENT, nous avons pu calculer l'évolution temporelle de la portance et de la trainée. Sachant que le phénomène des lâchers de Von Karman est à caractère périodique et par l'utilisation des transformées de Fourier Rapide (Fast Fourier transformation (FFT)) ; nous avons décomposé le signal de la portance en une somme d'harmoniques. D'après les spectres de fréquences obtenus, on a déduit l'harmonique principale correspondant à la fréquence fondamentale.

Par cette procédure, l'effort extérieur que subit le cylindre n'est que l'harmonique principale de la portance. La réponse vibratoire de la structure est due à un chargement purement harmonique. Afin de résoudre l'équation différentielle ordinaire et non-homogène gouvernant les vibrations du solide, nous avons utilisé le logiciel de calcul symbolique MAXIMA. La procédure numérique adoptée, nous a donné la possibilité de prédire le comportement vibratoire d'un cylindre dans un écoulement de fluide. Nous avons pu déterminer les vibrations en fonction des vitesses d'écoulement. Nous avons aussi eu la possibilité de déduire les vitesses d'écoulements critiques correspondant à l'apparition du phénomène de résonance et par conséquent à un comportement vibratoire très dangereux pouvant causer la destruction du système.

Nous estimons que ce modeste travail pourrait servir de base solide pour des travaux ultérieurs. A titre d'exemple, l'étude du comportement dynamique d'un faisceau de tube dans un écoulement de fluide.

Référence bibliographique
Référence bibliographique

- [1] **BEDJEGHIT EL-HOUAS.** Etude expérimentale et numérique d'un écoulement autour d'obstacles carré et cylindrique. 2009/2010.
- [2] **S. BENSEDIRA^{1,3}, A. ABDELLAH EL-HADJ², D. SEMMAR³.** Etude dynamique de l'écoulement autour d'un cylindre placé proche d'une paroi. ICEMAEP2016, October 30-31, 2016, Constantine, Algeria.
- [3] **RODOLPHE PERRIN.** Analyse physique et modélisation d'écoulements incompressibles instationnaires turbulents autour d'un cylindre circulaire 'a grand nombre de Reynolds. 5 juillet 2005.
- [4] **FERREIRA PEREZ.** Simulation numérique et modélisation de l'interaction fluide-structure et étude vibratoire de deux cylindres en tandem à nombre de Reynolds élevé. 9 septembre 2013.
- [5] **FERREIRA PEREZ.** Simulation numérique et modélisation de l'interaction fluide-structure et étude vibratoire de deux cylindres en tandem à nombre de Reynolds élevé. 9 septembre 2013.
- [6] **CHRISTOPHE ANCEY.** Mécanique des fluide.CH-1015 Lausanne. 13 avril 2017
- [7] **THIERRY ALBOUSSIÈRE.** La mécanique des fluides. 20 juin 2006.
- [8] **PAUL HECHBERT.** Fourier Transforms and the Fast Fourier Transform (FFT) Algorithm. Notes 3, Computer Graphics 2, 15-463. Revised 27 Jan. 1998.
- [9] **HAMDULLAH AZOGUL.** Ecoulement de fluide à seul autour d'un cylindre en milieu confiné : Etudes expérimentale et numérique
- [10] **WILLIAM LEIGH MARIO PAZ.** Structural dynamics, Theory and Computation. Kluwer Academic Publishers, 5th edition edition, 2007.
- [11] **RAJAA EL AKOURY.** Analyse physique des effets de rotation de paroi en écoulement transitionnels et modélisation d'écoulement turbulents autour de structures portantes. 17 décembre 2007.

Résumé : Résumé :

L'objectif de ce travail est la prédiction numérique du comportement vibratoire d'un cylindre à section circulaire sous l'effet d'un écoulement laminaire, instationnaire et bidimensionnel d'un fluide Newtonien et incompressible. Pour la résolution du problème couplé d'interaction fluide-structure nous avons utilisé une procédure de couplage dans un seul sens (one way coupling). Pour la simulation du comportement du domaine fluide, nous avons utilisé le code commercial FLUENT. La détermination de la composante principale de l'effort de portance a été obtenue grâce aux transformées de Fourier rapide (Fast Fourier Transformation FFT).

Enfinement pour la résolution des équations différentielles gouvernant le domaine solide, nous avons utilisé le logiciel de calcul symbolique Maxima. La procédure numérique utilisée, nous a donné la possibilité de prédire numérique les vibrations d'un cylindres dans un écoulement de fluide et par conséquent, nous avons pu déduire les vitesses critiques correspondants à l'apparition d'un mode vibratoire catastrophique pouvant induire la destruction du système étudié.

Les mots clés : lâches tourbillonnaires, vortex, vibration dues à l'effet vortex, vibration d'obstacle cylindrique.