جامعة قاصدي مرباح ورقلة

كلية الرياضيات و علوم المادة

قسم الفيزياء

رقم الترتيب:.........

رقم التسلسلي:.......

مذكرة تخرج لنيل شهادة

ماستر أكاديمي

المجال: علوم المادة

فرع: فيزيـــاء

تخصص: فيزياء إشعاعات، كاشف وبصريات الكترونية

من إعداد الطالبتين: رزيقة حاجي – هاجر جلاخ

بعنوان:

دراسة محرك كارنو في ميكانيك الكم

نوقشت يوم:2017/05/24

أمام لجنة المناقشة المكونة من:

محمد الطيب مفتاح	أستاذ تعليم عالي	جامعة ورقلة	رئيسا
عمر بن طويلة	أستاذ محاضر (ب)	جامعة ورقلة	مناقشا
محمد عبد الوهاب بن بيتور	أستاذ محاضر (أ)	جامعة ورقلة	مشرفا

الموسم الجامعي:2017/2016

شكر وعرفان

قبل كل شيء نحمد الله عز وجل و نشكره الذي أنعم علينا بنعمة العلم، و أنار طريقنا نحو سبل النور و المعرفة.

و من باب الاعتراف بالجميل لا يسعنا إلا أن نتقدم ببالغ عبارات الشكر و التقدير لأستاذنا "**محمد عبد الوهاب بن بيتور**"، على قبوله مؤطراً لنا، و على المجهودات الكبيرة، و نصائحه العلمية القيمة.

و نشكر ايضا الأستاذ "**مفتاح محمد الطيب**" لقبوله ترؤس لجنة المناقشة، كما نشكر الأستاذ "**عمر بن طويلة**" لقبوله مناقشة هذه المذكرة و نتمنى أن يفيدونا بآرائهم القيمة و البناءة.

كما نشكر الأستاذ "**تخة محمد**" و الأستاذ "**خوجة أمين**" على مساعدتهم لنا و تشجيعهم المتواصل لإكمال هذه المذكرة

و كل من ساهم ومدّ لنا يد العون في إنجاز هذا العمل المتواضع..

رزيقة, هاجر

فهرس المحتويات

الفصل الأول: المبادئ الأساسية لميكانيك الكم

الفصل الثاني: محرك كارنو في الديناميكا الحرارية

الفصل الثالث:جسيم في بئر كمون لانهائي والتشابك الكمي:

فهرس الأشكال:

الفصل الأول:

الفصل الثاني:

الفصل الثالث:

المقدمة العامة

المقدمة العامة:

أهم المبادئ في الديناميك الحراري يتمثل في مبدأ العمل و كمية الحرارة. عندما نعتبر هذه الكميتين في السلم الكمومي يجب علينا الحذر و تعريفات أكثر تجريدية. هنا في هذه المذكرة نسلط بعض الضوء على هذه المسألة باعتبار جملة ميكانيكية معروفة جدا في مجال الديناميك الحراري ألا و هي محرك كارنو.

علاقة Gibbs التي تربط بين تغير الطاقة الداخلية لجملة حرارية بفعل تغير انتروبيا الجملة و العمل الخارجي هي أساس تعريف الطاقة الداخلية. هذه العلاقة لها مفهوم إحصائي كذلك و فيها تعرف الطاقة الداخلية على أنها متوسط الطاقة على كل الحالات المجهرية مكيفة باحتمالات معينة و من خلال هذا تعرف كذلك الانتروبيا.

أجمل مثال لهذه الجمل هو محرك كارنو.

محرك كارنو هو عبارة عن غاز داخل حاوية لها مكبس متحرك يغير في حجم الحاوية, المراحل الأربعة للمحرك يتحكم فيها المكبس. في مرحلة التمدد الأولى يتحرك المكبس بفعل تمدد الغاز و حينها الغاز ينتج عمل وفي المرحلة الثانية يستمر الغاز في التمدد بدون إنتاج عمل, المرحلة الثالثة يتعلق الغاز بفعل انضغاط المكبس وفي المرحلة الاخيرة يستمر الانضغاط بدون عمل. هذه الجملة بمراحلها الأربعة تندمج بجسيم كمومي واحد داخل بئر ذو عرض متغر, الفكرة الأساسية إن في ميكانيك الكم يمكن للجسيم أن يكون في حالة مزج خطي للحالات الأساسية مما يسمح لنا بتمثيل الغاز بجسيم واحد لكن في حالة مزج .

الجملة الكمومية التي تطابق هذه الجملة الكلاسيكية هي جسيم في بئر كمون لا نهائي لكن ذو عرض متغير(moving wall) .

نحاكي جملة الغاز و الحاوية و المكبس بجملة كمومية كما يلي :

حاوية الغاز و المكبس — بئر كمون لا نهائي ذو عرض متغير

غاز — جسيم كمومي في حالة مزج خطي للحالات الأساسية لبئر الكمون

الطاقة الداخلية للغاز — القيمة الوسطية للطاقة.

تهدف مذكرتنا إلى دراسة محرك كارنو الكمومي وتأثير هندسة بئر كمون على مردود المحرك بالمطابقة بين محرك كلاسيكي مع محرك كموني من خلال الفصول القادمة التالية:

الفصل الأول:

تطرقنا في هذا الفصل إلى دراسة الدالة الموجبة ψ (مبدأ التراكيب) وتعرفنا على مبدأ القياس واحتمالاته وحالته من خلال المؤثرات الهرميتية $\vec{A}$ ،كما درسنا معادلة شرودنغر ودرسنا حلول لها.

الفصل الثاني:

في هذا الفصل قمنا بدراسة محرك كارنو الكلاسيكي بداية بنبذة تاريخية وتطرقنا إلى مفاهيم عامة حوله كما وصفنا دورا ته الأربعة وفي الأخير رأينا كفاءة هذه الآلة.

الفصل الثالث:

درسنا جسيم في بئر كمون لانهائي ومكوناته وشروطه بإيجاد معادلة الحالة والطاقة الممكنة في عرض ثابت L وقمنا بنفس الدراسة فيتغير عرض البئر.

الفصل الأول
مبادئ الفيزياء الكمومية

مقدمة:

تطورت الفيزياء الكمومية عبر مراحل متعددة، بدايتاً تم وضع فرضية Planck لتفسير تفاعل المادة مع الطاقة في السلم المهجري وصولا إلى فكرة الدالة الموجبة لتفسير تشكل التداخل بالنسبة للجسيمات. في العهد الأول كانت الفيزياء الكمومية تصاغ بالطريقة الموجية فسميت ميكانيك الكم الموجي ثم طور Heisenberg الميكانيك الكم المصفوفي، لكن بعد أعمال Max Born وحَدَ هذا الأخير الشكلين و وضعت المبادئ الأساسية لفيزياء الكم نذكرها فيما يلي:

I-1المبادئ الأساسية لميكانيك الكم:

I -1-1 الحالة الكمومية:

أ-مبدأ التراكب:

في ميكانيك الكم عند تعرض الجسيمات الدقيقة للحيود على سطح بلورة او عند اختراقها لحاجز ذي شقين, فان الحالة الناشئة عن هذا الحيود تصبح تراكبا لحالات الحركة الحرة لهذه الجسيمات الدقيقة الموصوفة بموجات دي برولي. في العموم تكون الحالة الكمومية هي تركيب لحالات أساسية لمقدار فيزيائي معين كالطاقة او كمية الحركة او المكان أو أي مقدار فيزيائي قابل للقياس.

حالة التراكب تعتبر الاكثر اصالة وعمقا في ميكانيك الكم, وهي تعبير خاص للمبدأ العام لتراكب الحالات, المصاغ بالشكل التالي:

إذا كانت الجملة الفيزيائية معرفة بالدالة ψ_1 وفي حالة اخرى بالدالة ψ_2 ....الخ, فأن تركيب الحالات هي حالة كمومية ممكنة التحضير يعني أننا نستطيع تحضير الجسيم في الحالة:

$$\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2 + \cdots + c_n\psi_n = \sum c_n\psi_n$$

حيث c_1, c_2, $\cdots$, c_n سعات عقدية حرة.

ولتقريب مفهوم أوضح لمبدأ التراكب نطلع أولا على نظيره الكلاسيكي. فالميكانيك الكلاسيكي ينطلق من العمليات الموجية. وعلى هذا الأساس يصبح مبدا التطابق من وجهة النظر الكلاسيكية مايلي:

إذا مرت موجتان مسببان من الاثارتين $U_1(x,t)$ و $U_2(x,t)$ في نقطة ما من وسط مرن او مجال كهرومغناطيسيا, فان الاثارة المحصلة توجد بطريقة الجمع البسيط

$$U_{12}(x,t) \;= U_1(x,t) + U_2(x,t) \;\rightarrow (1)$$

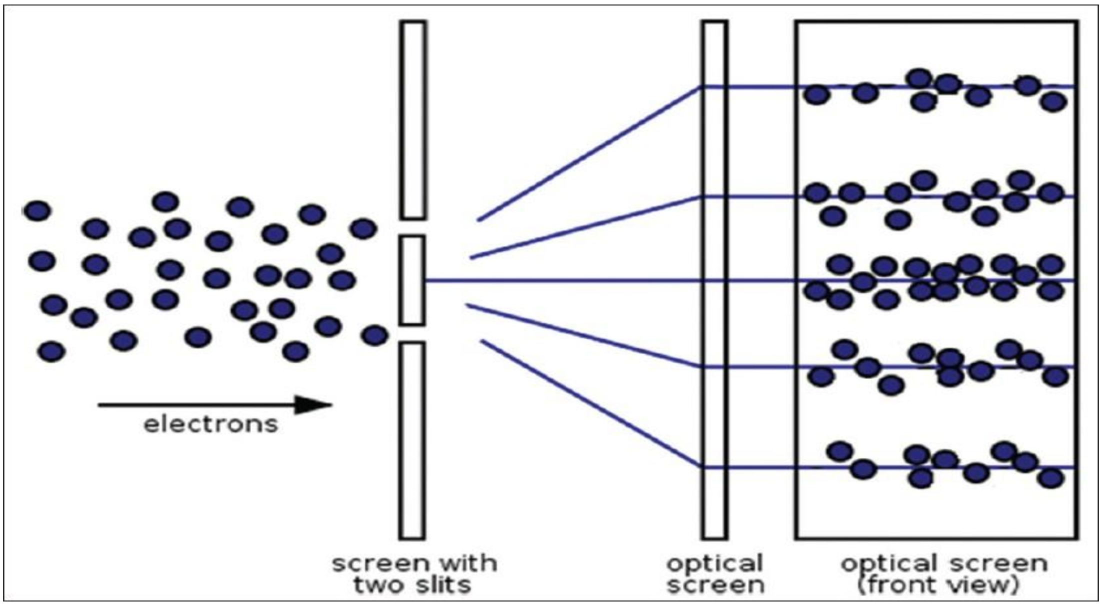
عند تربيع طرفي هذه المعادلة, معتبرين إن ذبذبتان متوافقتان زمنيا أي فرق الطور بينهما ثابت. و من ثم نأخذ متوسط النتيجة بالقسمة على دور الذبذبةU_1 اوU_2 وبالتالي نحصل على قانون السعات, أي قانون الكثافات.

وبسبب وجود الضرب الثنائي عند تربيع المعادلة (1) تضهر جملة من التداخل معقدة بسلسلة من النهايات الصغرى و العظمى ولذلك يتجلى مبدأ التراكب في الميكانيك التقليدي بهيئة موجات واقفة مثل تلك التي في الحبل أو الوتر, أو عند تداخل الضوء المار عبر شاشة بشقين...الخ.

ولكن ليست الأمواج الكلاسيكية وحدها التي تستطيع أن تتداخل, بل و الدقائق المايكروية مثل الالكترونات, البروتونات و النيوترونات هي أيضا قادرة على التداخل, بسبب طبيعتها الازدواجية الجسيمية والموجية, اعتمادا على مبدأ التراكب.

ولإظهار هذا التناقض بين مبدأ التراكب الكوانتي ونظيره الكلاسيكي نجري تجربة تداخل الالكترونات عبر شقين. ليكن لدينا مصدر للالكترونات المتجانسة, التي تسقط على شاشة غير شفافة أي لا تستطيع الالكترونات اختراقها ذات شقين A وB, بعد

ذلك تسقط هذه الالكترونات على لوحة أو جدار ماص للالكترونات يقع على يمين الحاجز و بموازات الخط الذي يربط الشقين. على هذه اللوحة ركب كاشف للالكترونات يمكن أن ينزاح عليها بسهولة, حيث نستطيع بواسطته تسجيل الالكترونات الساقطة على نقاط اللوح أو الجدار كما مبين في الشكل (I−1):



الشكل (I−1):يبين تداخل الالكترونات

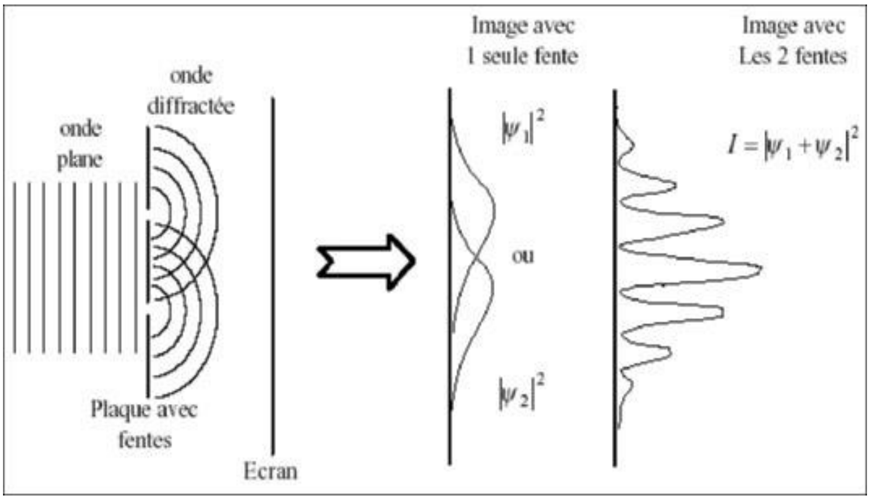
نفرض في البداية وجود شق واحد مفتوح. فإذا رمزنا للدالة الموجية للإلكترون المار عبر الشق الأول A حيث الشق B مغلقا با ψ_1, فان كثافة احتمال كشف الالكترون في اية نقطة من نقاط اللوح x وباهمال البعد الافقي للوح ستكون بلاشك تابعا في x :

$$p_1(x) = |\psi_1(x)|^2 \rightarrow (2)$$

وبشكل مماثل تماما يحصل بالنسبة للشق B عندما يكون A مغلقا :

$$p_2(x) = |\psi_1(x)|^2 \rightarrow (3)$$

والآن نفتح كلا الشقين معا ونحاول فهم وتفسير التداخل المحصل على أساس مبدأ التراكب. إن كثافتي الاحتمال $p_1(x)$ و $p_2(x)$ يمكن تمثيلهما بمنحنين يمثلان الشدة النسبية ومربع القيم المطلقة للدوال الواصفة لحركة الالكترونات العابرة من احد الشقين عندما كان الشقB مغلقا كما يبدو ذلك من الشكل (I−2):



الشكل (I−2): يبين منحنيات الشدتين p_1 وp_2 كتابعين في x عندما يكون في كل مرة احد الشقين مفتوح

من المنحنين $p_1(x)$ و $p_2(x)$ يمكن الاستنتاج ان الالكترون يقود نفسه الى حد يصعب متابعة سلوكه او التنبؤ به بعدعبوره الشق المفتوح, حيث يمكن ان يسقط على اي نقطة من نقاط اللوح .

يمكن القول أن كل إلكترون معين يمر إما من الشق A أو من الشق B لكن هذا يتناقض مع الحقائق التجريبية, لأنه لو كان الأمر هكذا لاستطعنا إغلاق الشق B بداية, ونسمح لجميع الالكترونات أن تمر من الشق A و العكس, ومحصلة التوزيع تجمع جمعا عاديا :

$$p_{12}(x) = p_1(x) + p_2(x) = |\psi_1(x)|^2 + |\psi_2(x)|^2$$

وهذه النتيجة تتعارض مع التداخل الملاحظ في التجربة, لأنه لايجوز القول حسب ميكانيك الكم أن الإلكترون مر من الشق A او من الشق B ولكن ذالك ممكن في الميكانيك الكلاسيكي الذي يفترض ان الالكترون يسلك مسار معين من المصدر الى الجدار. لكن الواقع و تصرف الطبيعة أكثر تعقيدا من ذالك.

وبهذا نكون قد وصلنا إلى استنتاج هام في ميكانيك الكم: إن الإلكترون الذي يظهر نفسه بوصفه دقيقة أو جسيم, له القدرة على التداخل نفسه بنفسه, أي انه يتمتع بالصفات الموجة, وهذا ما نسميه الازدواجية (جسيم ,موجة) للالكترونات. ومن خلال هذا يمكن صياغة عبارة للتداخل على أساس مبدأ التراكب, حيث نفترض أن الذي يتراكب بالنسبة للالكترونات الدوال الموجيةψ نفسها هي التي تتراكب:

$$p_{12}(x) = p_1(x) + p_2(x)$$

وبالتالي محصلة الكثافات الاحتمالية تكون:

$$p_{12}(x) = |\psi_{12}(x)|^2 = |\psi_1(x) + \psi_2(x)|^2$$

وإذا ربعنا مجموع الأعداد العقدية نحصل على:

$$p_{12}(x) = |\psi_1(x)|^2 + |\psi_2(x)|^2 + 2|\psi_1(x)||\psi_2(x)|\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$= p_1 + \ p_2 + \sqrt{p_1 p_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

حيث $_1$ و φ_2 طورا الدالتين العقديتين ψ_1 و $\psi_2(x)$.

يمكن وصف حالة الالكتروني عندما يكون كلا الشقين مفتوحين, والمثال الذي يمكن أن نصوغه لهذا النوع من التراكب هو أن نتصور الدالة الحرة ψ بهيئة تراكب لموجات دي برولي:[5]

$$\psi_p(\mathrm{x,y,z,t}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}} \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar(\mathrm{E-P.r})}}$$

I−1−2 مبدأ القياس (المؤثرات الهرمية):

أ- **المؤثر:** هو مؤثر يعطي الطاقة الكلية لنظام كمومي. يرمز له بالرمز H, أو $\widehat{H}$ وهو أساسي في دراسة ميكانيكا الكم وكذلك في الميكانيكا الكلاسيكية.

✓ **قواعد العمل في المؤثرات:**

❖ **مؤثر الضرب :** وهو ابسط مؤثر يؤثر على الدالة الموجية $\psi(x)$, مثل مؤثر الاحداثي $\hat{\chi}$:

$$\hat{\chi}\psi = \chi\psi$$

❖ **مؤثر الاشتقاق** :مثل المؤثر $\hat{p}x\psi = \psi'$

ان هذين المؤثرين البسيطين يمكن ان تجرى عليهما بعض العمليات الجبرية الغير معقدة, كعملية الجمع او الضرب حيث يمكن الحصول منها على مؤثرات اخرى اكثر تعقيدا. هذا يعني انه اذا كان لدينا عددا من المؤثرات البسيطة مثل $\hat{A}$ و $\widehat{B}$, المعرفين بالكميتين الفيزيائيتين A و B فاننا نستطيع بناء مؤثرات اخرى مثل المؤثر $\hat{A} + \widehat{B}$ او المؤثر $\hat{A}\widehat{B}$ تكون اكثر تعقيدا من $\widehat{B}$ و $\hat{A}$.

ندرس المؤثران الخطيان $\hat{A}$ و $\widehat{B}$ ونتعرف على العمليات الجارية فيها:

❖ **تساوي مؤثران:** المؤثران $\hat{A}$ و $\widehat{B}$ إذا تكافئ أثرهما على الدالة ψ كل على انفراد فان:

$$\hat{A} = \widehat{B} \text{ في حالة } \hat{A}\,\psi = \widehat{B}\psi$$

❖ **ضرب المؤثر بعدد ثابت:**

ضرب المؤثر $\hat{A}$ بعدد ثابت c, يعني ضرب اثر او فعل $\hat{A}$ على اية دالة ψ بالعدد الثابت $\boldsymbol{c}$:

$$(c\hat{A})\psi = (\hat{A}\psi).c$$

❖ **مجموع مؤثرين:**

اذا كان $\hat{A}$ و $\hat{B}$ مؤثران يعرفان الكميتين A و B على التوالي فان المؤثر $\hat{A} + \hat{B}$ وأثره على أية دالة ψ يكافئ أثر $\hat{A}$ و $\hat{B}$

على نفس الدالة ψ بصورة انفرادية $\hat{c}\,\psi = \hat{A}\psi + \hat{B}\psi$

وباالتالي: $\hat{c} = \hat{A} + \hat{B}$

❖ **-جداء مؤثرين:**

جداء مؤثرين $\hat{A}$ و $\hat{B}$ يعرف بأنه ذالك المؤثر $\hat{c}$ الذي أثره على أية دالة ψ يساوي أثر المؤثرين $\hat{A}$ و $\hat{B}$

على نفس الدالة بصورة تتابعيه:[5]

$$\hat{c}\,\psi = (\hat{A}\,\hat{B})\psi + \hat{A}\,(\hat{B}\psi)$$

ب-القيم الخاصة و الدوال الخاصة للمؤثرات الخطية:

عند إدخال المؤثر $\hat{A}$على الدالة ψ نحصل على الدالة ψ نفسها مضروبة بعدد ما مثل λ, أي ان أثر $\hat{A}$ في هذه الدالة يكافئ

ضربها باالعدد λ :

$$\hat{A}\psi = \lambda\,\psi$$

تسمى λ في هذه الحالة قيمة خاصة للمؤثر $\hat{A}$ والدالة ψ التي تعود للقيمة الخاصة و المقابلة لها تسمى دالة خاصة لمؤثر $\hat{A}$

فمثلا, لو كان لدينا المؤثر $\hat{A} = -\frac{d^2}{dx^2}$ يؤثر على الدالة $\psi = cos\,4x$ *فان اثر* $\hat{A}$في ψ *يساوي*:

$$\hat{A}\psi = -\frac{d^2}{dx^2}\psi = -\frac{\hat{d}}{dx}\left(\frac{d\psi}{dx}\right)$$

$$= -\frac{d}{dx}(-4\,sin\,4x) = 16\,cos\,4x$$

فالعدد16 هنا هو القيمة الخاصة$\hat{A}$ والدالة $\psi = cos\,4x$ هي الدالة الخاصة العائدة للقيمة الخاصة $\lambda = 16$, اي الدالة الخاصة التي تقابل القيمة الخاصة16. وعادة توجد عدة دوال تحقق هذا الفهم للمؤثر نرمز لها بψn تعود للقيم الخاصة $\lambda\, n$ بحيث تكون:$\hat{A}\psi n = \lambda n$ تسمى هذه العلاقة بالمعادلة الخاصة للمؤثر.

✓ المؤثر الهرميتي:

كل مؤثر خطي$\hat{A}$ يمكن ان يعوض بمؤثر اخر$\hat{A}^{+}$, هو مرافقه الذي يحقق الشرط التالي:

$$\int \psi^{*}\ \hat{A}\,\varphi\, dx = \int (\hat{A}^{+}\psi)^{*}\varphi dx$$

حيث $dx = dx_1 dx_2 \ldots$, اما التكامل فيمتد بكامل منطقة تغيير المتغيرات المستقلة, والنجمة دليل الكميات العقدية الداخلة في التكامل. فإذا كانت هذه المتغيرات هي الإحداثيات الكارتيزية x, y, z فاءن التكامل سيكون من $-\infty$ الى $+\infty$ في كل متغير, حينذاك يلزم بالدالتين ψ و φ أن تكونا متكاملتين تربيعيا, أي إنهما يجب أن يتناقصا بسرعة عالية و يؤول إلى الصفر عن حدود التكامل. ومثالا عن المؤثر الهرميتي يمكن القول انه إذا كان المؤثر $\hat{A}$ مرافقا بمؤثر معين اخر يتطابق معه $\hat{A}^{+}$, اي انه اذا كان $\hat{A}^{+} = \hat{A}$

ففي هذه الحالة يسمى المؤثر $\hat{A}^{+}$ مؤثرا مرافقا, و المؤثر $\hat{A}$ مؤثر مرافق ذاتيا او هرميتيا.

وبالتالي, فاءن المؤثر يسمى هرميتيا او مرافقا ذاتيا إذا حقق الشرط التالي: [10]

$$\int \psi^{*}\ \hat{A}\,\varphi\, dx = \int (\hat{A}\,\psi)^{*}\varphi dx$$

I−1−3مبدأ شرودنغر:

تعرف معادلة شرودنغر باعتبارها تعميما للعلاقة الميكانيكية التقليدية التي تربط هاملتون

Hمع طاقتها الكاملة E .

أي إظهار الصفات الموجية للدقيقة المجهرية من خلال تعميم الهاملتوني الكلاسيكي, الذي يصف السلوك الطاقي للجملة الميكانيكية, بكتابة المعادلة الموجية لشرودنغر, التي بمساعدتها نجد الدالة الموجية, التي تصف حالة الجملة المدروسة إحصائيا, أي إننا نبحث في الحالة التقليدية و الكوانتية عن تعبير $\psi(x, y, z)$

للطاقة الكاملة بدالة هاملتون, في حين في الثانية تقابل هذه الدالة بمؤثر هاملتون.

توصف الجملة في الميكانيك الكمي إحصائيا بالدالة الموجية $\psi(x,y,z)$, و لايجاد تلك الدالة الموجية التي تصف حالة الجملة ليس في لحظة معينة $t=t_0$ فحسب ,بل وفي اي لحظة من الزمن ,مثل$\psi(x,y,z,t)$,وبالتالي علينا ايجاد قانون يصف التطور الذي يحصل للجملة الفيزيائية مع مرور الزمن ويربط حالة الجملة مع متغيراتها الديناميكية .وهذا القانون يصاغ من خلال معادلة شرودنغر بوصفها المعادلة الاساسية العامة في الميكانيك الكمي.

فهاملتوني الجملة الميكانيكية ,عندما لاتعتمد طاقتها الكامنة على الزمن ,يعني مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة , معبرا عن الأولى بوصفها دالة للدفوع و الثانية دالة للإحداثيات,

- ✓ **دالة هاملتون:**

في حالة الدقيقة الواحدة يعبر عنها من خلال متغيرات الديناميكية وتكتب بالعلاقة التالية:

$$\mathrm{H}=\frac{1}{2m}\left(\mathrm{p^2}_\mathrm{x}+\mathrm{p^2}_\mathrm{y}+\mathrm{p^2}_\mathrm{z}\right)+U(x,y,z),$$

في حالة غياب القوى التي تعتمد على الزمن, وبالتالي تصبح هذه العلاقة تساوي الطاقة الكاملة. E اي ان

$$H=E$$

يمكن تعميم هذه المعادلة لتعبر عن الصفات الموجية كالإلكترون مثلا. ويتحقق بانتقالنا من دالة هاملتون إلى مؤثر هاملتون وذالك بتبديل p_x,p_y,p_z بمؤثرات:

$$p_x\rightarrow-\frac{\hbar}{i}\frac{\hat{\partial}}{\partial x}\;;p_y\rightarrow-\frac{\hbar}{i}\frac{\hat{\partial}}{\partial y};p_z\rightarrow-\frac{\hbar}{i}\frac{\hat{\partial}}{\partial z}$$

وكذالك تبديل الطاقة الكامنة $U(x,y,z)$ للجملة بمؤثر الضرب ,حينذاك نحصل على مؤثر هاملتون:[10]

$$\widehat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\hat{\partial}^2}{\partial\mathrm{x}^2}+\frac{\hat{\partial}^2}{\partial\mathrm{y}^2}+\frac{\hat{\partial}^2}{\partial\mathrm{z}^2}\right)+U(x,y,z)$$

أ- **معادلة شرودنغر المستقلة عن الزمن :**

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\hat{\partial}^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\hat{\partial}^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\hat{\partial}^2\psi}{\partial z^2}\right)+U\psi=E$$

وتسمى أيضا المعادلة المستقرة لشرودنغر

أما المرافق العقدي لمعادلة شرودنغر هذه هو:[10]

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi^*}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi^*}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi^*}{\partial z^2}\right)+U\psi^*=E\psi^*$$

ب-المعادلة العامة لشرودنغر:

وهي تعميم للمعادلة المستقلة عن الزمن, إن تغير الحالة الفيزيائية للجملة مع مرور الزمن يجب ان يوصف بدالة لاتعتمد على الإحداثيات فحسب بل على الزمن أيضا, تبدل الدالة المستقرة للزمن إلى دالة للإحداثيات و الزمن: $\psi(x,y,z)\rightarrow$ $\psi(x,y,z,t)$

ولتعميم معادلة شرودنغر المستقلة عن الزمن, اي الانتقال بها الى معادلة معتمدة على الزمن يجب عمل ما يلي:

- نقابل مؤثرات $\hat{p},\hat{p}_y,\hat{p}_z,$ بالمؤثرات التالية:

$$\hat{p}_x\rightarrow-\frac{\hbar}{i}\frac{\hat{\partial}}{\partial x};\ \hat{p}_y\rightarrow-\frac{\hbar}{i}\frac{\hat{\partial}}{\partial y};\ \hat{p}_z\rightarrow-\frac{\hbar}{i}\frac{\hat{\partial}}{\partial z}$$

- انطلاقا من وجهة نظر الميكانيك الكلاسيكي القاضية باعتبار الزمن t الاحداثي المعمم ذا الرقم $(f+1)$, حيث f تعني عدد درجات حرية الجملة الميكانيكية, بينما الطاقة الكاملة للجملة E,كمتغير ماخوذ باشارة سالبة, تعامل بوصفها مرافقا قانونيا للزمن t. وعلى هذا الاساس عندما نبحث اعتماد حالة الجملة الميكانيكية على الزمن يجب ان نقارن هذه الطاقة بالمؤثر الزمني التالي:

$$E\rightarrow-\frac{\hbar}{i}\frac{\hat{\partial}}{\partial t}=i\hbar\frac{\hat{\partial}}{\partial t}$$

وعليه يمكن التعبير عن تغير حالة الجملة مع الزمن. نحصل على المعادلة الاساسية لميكانيك الكم:[5]

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\hat{H}\psi=-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right)+U\psi$$

المسماة بالمعادلة العامة لشرودنغر. حيث $U=U(x,y,z,t),\psi=\psi(x,y,z,t)$

إما المعادلة المرافقة لمعادلة شرودنغر العامة بالنسبة ل ψ^*

$$i\hbar\frac{\partial\psi^*}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi^*}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi^*}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi^*}{\partial z^2}\right)+U\psi^*$$

الفصل الثاني
محرك كارنو

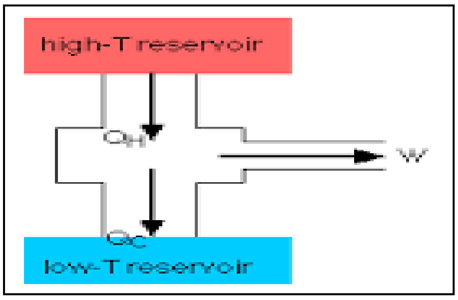
مقدمة

قام العالم الفيزيائي الفرنسي سادي كارنو عام 1824 بدراسة كمية الحرارة التي تعمل بها آلة بخارية. وتبين له أن البخار الساخن يمكن أن يسخن ماء بارد وأن يقوم بإنتاج عمل ميكانيكي في نفس الوقت. واعتقد كارنو أنه خلال تلك العملية لا يحدث فقدا في الطاقة. كما وصف "كارنو" العمليات الجارية في الآلة البخارية بأنها عملية دورية، أي أنها دورة تتكرر مرارا. واستطاع العالم كلابيرون بعد ذلك بصياغة تلك الدورة في صياغة رياضية وسميت تلك الطريقة : دورة كارنو

II-2 محرك كارنو:

II-2-1 مفاهيم عامة :

دورة كارنو : هي آلة مثالية ومادة تشغيلها غاز مثالي تعمل بين مستودعي حرارة, وتشكل الحد الاعلى لفعالية الالات الحرارية كلها وتقوم بتحويل الطاقة الحرارية الى طاقة ميكانيكية. من خلال القيام بدورة كاملة تمتص فيها الحرارة من المستودع الساخن وتفقد الحرارة الى المستودع البارد. حيث آلة كارنو الحرارية ليست وصفا لتركيب آلة حرارية محددة، بل وصفا لعمليات دورة حرارية.



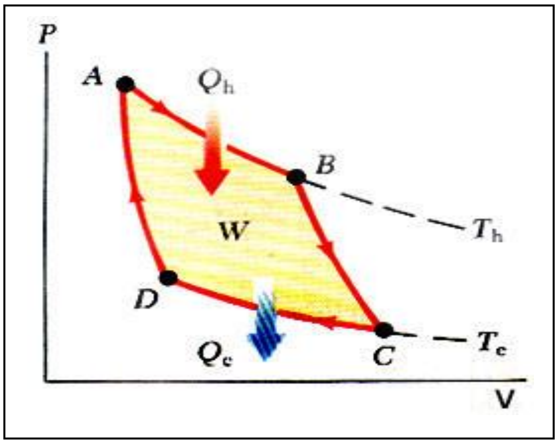
الشكل (II-1): يبين آلة كارنو

لشرح فكرة عمل ماكنة كارنو سنفترض أن غاز مثالي في مكبس متحرك يعمل بين مستودعين حراريين هما T_c و T_h. نفرض أن كلاً من المكبس وجدار غير موصلتين للحرارة. تتكون دورة الة كارنو من أربعة مراحل منها مرحلتين تتمان عند ثبوت درجة الحرارة isothermal والآخرتين عند ثبوت كمية الحرارة adiabatic. [7]

II-2-2مراحل آلة كارنو:موضحة في الشكل(II-2):

المرحلة الأولى:(يتمدد فيها الغاز عند درجة حرارة عالية وثابتة)

حيث يكون المكبس متصل حرارياً مع المستودع الحار وهنا يمتص الغاز كمية حرارة Q_h من المستودع الحار ويقوم الغاز ببذل شغل مقداره W_{AB} لرفع المكبس. [11]



الشكل(II-2): يبين مراحل دورة كارنو

المرحلة الثانية :(يستمر تمدد الغاز ولكن وهو معزولا)

حيث يتم في هذه المرحلة انتقال المكبس إلى جدار عازل وتكون عملية تمدد الغاز في هذه المرحلة تحت كمية حرارة ثابتة وتنخفض درجة الحرارة من T_h إلى T_c ويبذل الغاز شغل مقداره W_{BC} لرفع المكبس إلى أعلى.

المرحلة الثالثة: (ينضغط فيها الغاز عند درجة حرارة منخفضة وثابتة)

ينتقل المكبس إلى الجدار المتصل بالمستودع البارد عند درجة حرارة T_c والغاز ينضغط تحت درجة حرارة ثابتة T_c حيث يفقد الغاز كمية حرارة Q_c إلى المستودع البارد. وهنا يكون الشغل مبذول على الغاز ومقداره W_{CD}.

المرحلة الرابعة: (يستمر انضغاط الغاز و لكن وهو معزولا)

وهنا ينتقل المكبس إلى الجدار العازل ليتم ضغط الغاز وترتفع درجة حرارته إلى T_h ويكون الشغل المبذول على الغاز W_{DA}.

الفصل الثالث

بئر كمون لانهائي و التشابك الكمي

مقدمة

في ميكانيك الكم مسألة جسيم محصور في مجال معين من الفضاء (أو: particle in a box infinite potential well) هي مسألة تصف جسيم يتحرك في حيز ضيق يحيطه حائط غير نفاذ. ويستخدم هذا النموذج لبيان الفرق بين الميكانيك الكلاسيكية وميكانيك الكم التي تنطبق على الأنظمة الكمومية. تنجح ميكانيك الكم في وصف الأنظمة الكمومية، أي الأنظمة الصغيرة جدا في حجم الذرات والجسيمات الأولية حيث تبدأ الظواهر الكمومية في الظهور، في حين تفشل الميكانيك التقليدية في وصفها حيث تنطبق الميكانيك الكلاسيكية على الأجسام الكبيرة.

في الأنظمة التقليدية مثل جسيم منحصر في بئر فيمكن للجسيم التحرك داخل البئر بأي سرعة ويكون احتمال وجوده في أي نقطة داخل البئر متساوي. ولكن عندما يصغر البئر في حيز عدة نانومترات تصبح التأثيرات الكمومية مهمة. ويبدأ الجسيم لاتخاذ مستويات طاقات موجبة معينه في البئر و في نفس الوقت فإنه من المستحيل أن تكون طاقة الجسيم صفرا، بمعنى أن الجسيم لا يمكن أن يوجد في حالة سكون تام. وعلاوة على ذلك فإن الجسيم يمكنه التواجد في أماكن في البئر ولا يتواجد في نقط أخرى ويعتمد ذلك على مستوى طاقته (أو سرعته). أي تكون بعض المواضع داخل البئر لا يمكن وجود الجسيم بها.

III-3 جسيم في بئر كموني لا نهائي:

III-3-1 جسيم في بئر كمون لانهائي في بعد واحد:

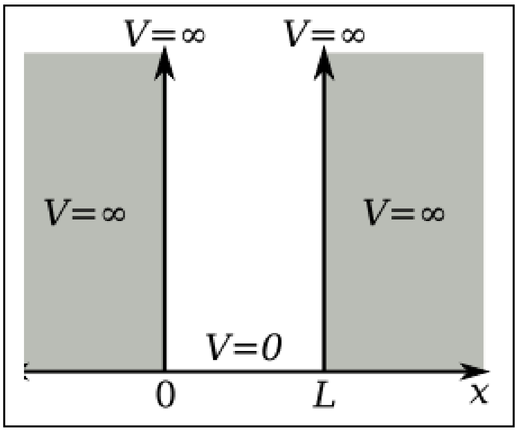
يتكون النظام من نموذج بئر أحادي الأبعاد ويوجد به جسيم حر الحركة محصور بين جهدين كبيرين يمكنه التحرك بينهما. وفي الشكل يمثل الكمونان الكبيران بحائطين، أحدهما على مسافة $x = 0$ والآخر عند المسافة $x = L$

والحائطان متوازيان. ويمثل هذا التمثيل نموذج مبسط

ونفترض عدم وجود قوى داخل النظام تؤثر على الجسيم

عرضه L وبما أن الكمون خارج البئر كبير لا نهائي فإن

الجسيم لايغادر البئر. [5]



الشكل (III−1): يبين جسيم في بئر كمون لانهائي

وفي هذه الحالة يجب أن يحقق كمون المجال الشرطين التاليين :

$$V(\mathrm{x}) = \begin{cases} 0 \ ; & 0 \leq \mathrm{x} \leq \ L \\ \infty; & \mathrm{x} < 0; x \ > L \end{cases}$$

ولتحقيق هذين الشرطين يجب أن تؤول الدالة الموجية $\psi(\mathrm{x})$ الى الصفر عند جدران البئر, لان عدم اختراق الجسيم للجدران الكمونية يعني انعدام الدالة التي تصف حركتها, ولصياغة الشروط الحدودية للمسالة المطروحة نكتب معادلة شرودنغر التفاضلية المعبرة عن حركة الجسيم داخل البئر كالتالي:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mathrm{m}}\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{dx}^2} + \mathrm{V}(\mathrm{x})\psi(\mathrm{x}) = \mathrm{E}\psi \ \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

وبتطبيق الشرطين على المعادلة (1) نجد:

$$\psi(\mathrm{x}) = \begin{cases} \psi(\mathrm{x}) = 0; & \mathrm{x} < 0 \\ -\frac{\hbar^2}{2\mathrm{m}}\psi'' = \mathrm{E}\psi & ; \quad 0 \leq \mathrm{x} \leq \mathrm{L} \ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2) \\ \psi(\mathrm{x}) = 0; & \mathrm{x} > \mathrm{L} \end{cases}$$

نضرب المعادلة (2) في $\frac{-2\mathrm{m}}{\hbar^2}$ نحصل على:

$$\psi'' + \frac{2\mathrm{m}}{\hbar^2}\mathrm{E}\psi = 0$$

نضع : $\mathrm{k}^2 = \frac{2\mathrm{m}}{\hbar^2}\mathrm{E}$

$$\psi'' + k^2\psi = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

أ-إيجاد الحالة الكمومية العامة للجسيم داخل بئر كمون لانهائي:

المعادلة(3) هي معادلة شرودنغر لها حل من الشكل الآسي التالي:

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

بتطبيق الشرطين الحديين التاليين على المعادلة (4) :

$$\begin{cases} \psi(0) = 0 \\ \psi(L) = 0 \end{cases}$$

نحصل على:

$$\Rightarrow \begin{cases} A + B = 0 \quad \Longrightarrow A = -B \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (5) \\ Ae^{ikL} + Be^{-ikL} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6) \end{cases}$$

من المعادلة (5) نجد الحلول $\psi(x) = 2iAsinkx$

بتعويض (5) في (6) نجد:

$$2iA\sin(kL) = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

هذه المعادلة محققة عندما

$$kL = n\pi \rightarrow k = \frac{n\pi}{L} \ , \ n = 1,2,3, \dots\dots$$

و منه عائلة الحلول الغير منظمة :

$$\left\{\varphi_n(x) = 2iA\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right), n = 1,2,3, \dots..\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

التنظيم:

$$\int_0^L \varphi_n^*(x)\varphi_n(x)dx = 1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

نضع:

$$\varphi_n(x) = Asinkx$$

نعوضه في المعادلة(9):

$$\int_0^L A^* \sin\frac{n\pi x}{L} x\, A \sin\frac{n\pi x}{L} dx = 1 \to |A|^2 \int_0^L \sin^2\frac{n\pi x}{L} dx = 1 \cdots\cdots\cdots (10)$$

لدينا:

$$\sin^2\frac{n}{L} = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{2n\pi x}{L}\right)$$

نعوض في المعادلة(10):

$$\frac{|A|^2}{2}\int_0^L \left(1 - \cos\frac{2n\pi x}{L}\right) dx = 1 \to \frac{|A|^2}{2}\int_0^L dx - \frac{|A|^2}{2}\int_0^L \cos\frac{2n\pi x}{L} dx = 1$$

$$\frac{|A|^2}{2} L - 0 = 1 \to |A|^2 = \frac{2}{L} \to\equiv A = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

ومنه

$$\varphi_{n(x)} = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\frac{n\pi}{L} x \quad n = 1,2,3 \cdots\cdots$$

وفي العموم الحالة الكمومية العامة هي مزج خطي للحالات الأساسية وفق المبدأ الأول:[9]

$$\boxed{\psi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \varphi_{n(x)}}$$

$$\psi(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) \cdots\cdots$$

حيث: a_n سعات احتمال

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 = 1$$

ب-إيجاد عبارة الطاقة:

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E = \frac{n^2\pi^2}{L^2} \rightarrow E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$$

ومنه نستنتج الطاقات الممكنة لجسيم:

$$E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$$

وهي عبارة مستويات الطاقة التي يمكن للجسيم المحصور داخل البئران يأخذها [5]

نتيجة:

$$\boxed{\begin{gathered}\varphi_n(x) = \sum a_n \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \\ E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}\end{gathered}}$$

III-3-2 المطابقة بين الجملة الكمومية والجملة الكلاسيكية:

محرك كارنو هو عبارة عن غاز داخل حاوية لها مكبس متحرك يغير في حجم الحاوية, المراحل الأربعة للمحرك يتحكم فيها المكبس. في مرحلة التمدد الأولى يتحرك المكبس بفعل تمدد الغاز و حينها الغاز ينتج عمل وفي المرحلة الثانية يستمر الغاز في التمدد بدون انتاج عمل, المرحلة الثالثة يتعلق الغاز بفعل انضغاط المكبس وفي المرحلة الاخيرة يستمر الانضغاط بدون عمل. هذه الجملة بمراحلها الأربعة تندمج بجسيم كمومي واحد داخل بئر ذو عرض متغر, الفكرة الأساسية ان في ميكانيك الكم يمكن للجسيم أن يكون في حالة مزج خطي للحالات الأساسية مما يسمح لنا بتمثيل الغاز بجسيم واحد لكن في حالة مزج .

الجملة الكمومية التي تطابق هذه الجملة الكلاسيكية هي جسيم في بئر كمون لا نهائي لكن ذو عرض متغير(moving wall)

نحاكي جملة الغاز و الحاوية و المكبس بجملة كمومية كما يلي :

- حاوية الغاز و المكبس — بئر كمون لا نهائي ذو عرض متغير

- غاز – جسيم كمومي في حالة مزج خطي للحالات الأساسية لبئر الكمون
- الطاقة الداخلية للغاز – القيمة الوسطية للطاقة.

فتصبح المراحل كما يلي:

A–مرحلة ثبوت الحرارة : يطابقها في الجملة تغير العرض حيث سعات الاحتمال قد تتغير لكن القيمة الوسطية للطاقة تبقى ثابتة أي:

$$|a_n|(\mathrm{L}) \quad \text{و} \quad \langle E \rangle = \text{ثابتة}$$

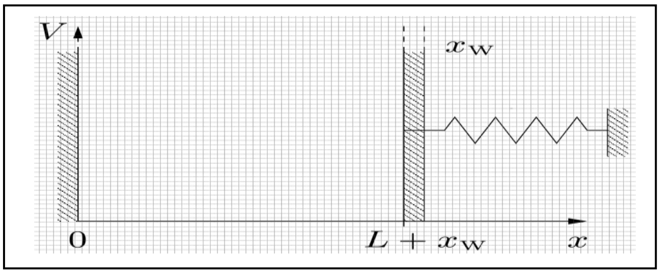
B– المرحلة الكظومية : يتمدد الغاز ويدفع المكبس تحت درجة حرارة ثابتة حيث سعات احتمال تبقى ثابتة لا تتغير مع العرض لكن القيمة الوسطية للطاقة تتغير بالتناقص وهذا ما يعني أن الجسيم ينتج عمل على الجدار أي:[8]

$$|a_n| = \text{ثابتة} \quad \text{و} \quad \langle E \rangle = \sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} |\mathrm{a_n}|^2 \ \mathrm{E(L)}$$

III-3-2-1دراسة جسيم في بئر ذو عرض متغير:

بالمطابقة بين غاز في مكبس وجسيم كموني في بئر كمون لانهائي وباعتبار احد الجدران يتحرك: [8]

$$L \rightarrow \alpha L$$



الشكل (III−2):بئر كمون لا نهائي متغير العرض

فنحصل على:

$$\begin{cases} \chi_m(x) = \sum a_n \sqrt{\frac{2}{(\alpha L)}} \sin\left(\frac{n\pi}{(\alpha L)} x\right) \\ \breve{E}_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2m(\alpha L)^2} \end{cases}$$

أ−إيجاد عبارة القوة:

التعريف العام للقوة كلاسيكيا:

$$F = -\frac{d}{dL} E$$

اعتمادا على التعريف:

$$F = -\frac{d}{dL} \langle E \rangle_\psi$$

$$\langle E \rangle_\psi = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 E_n = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

ومنه القوة التي يؤثر بها الجسيم على المكبس:[8]

$$F = |a_n|^2 \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{mL^3}$$

ب–إيجاد الشرط على الحالة الكمومية:

عندما نغير عرض البئر من l الى αl تتغير الحالات الاساسية من φ_n إلى حالات أساسية جديدة $\{\chi_m\}$ نستطيع نشر الحالات الأساسية القديمة على الحالات الأساسية الجديدة لوضع شروط على الحالة الكمومية للجسيم الذي يمثل الغاز.

ننشر الحالات الأساسية القديمة على الحالات الجديدة :

$$L \rightarrow \varphi_{\mathrm{n}}$$

$$\alpha L \rightarrow \chi_m$$

حيث:

$$\varphi_{\mathrm{n}}\,(\mathrm{x}) = \sum_{m=1}^{\infty} C_{n,m}\, \chi_m(x)$$

$\{C\}$ مركبات φ_{n} في الأساس $\{\chi_m\}$

حساب n,m :

$$C_{n,m} = \langle \chi_m | \varphi_n \rangle = \int_0^L \chi_m{}^*(x)\psi_n(x)\,dx =$$

$$\frac{2}{L\sqrt{\alpha}} \int_0^L \sin m\frac{\pi}{\alpha L}x \ \sin n\frac{\pi}{L}x\,dx \cdots\cdots\cdots (12)$$

لدينا:

$$\sin(X)\sin(Y) = \cos(X - Y) - \cos(X + Y)$$

بالتعويض في المعادلة(12):

$$C_{n,m} = \frac{2}{L\sqrt{\alpha}} \int_0^L \left[\cos(m - n)\frac{\pi}{\alpha L}x - \cos(m + n)\frac{\pi}{L}x\right] dx \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

بإجراء التكامل نجد:

$$C_{n,m} = \frac{2n\alpha^{\frac{3}{2}}(-1)^n}{\pi(m^2 - \alpha^2 n^2)} \sin\left(\frac{m\pi}{\alpha}\right)$$

عندما نغير في العرض:

$$\varphi_n \to \chi_m$$

$$\{E_n\} \to \{E_n(x)\}$$

شرط انحفاظ القيمة الوسطية للطاقة عند تغير العرض:

$$\langle E\rangle_\psi = \sum |C_n|^2 E_n$$

نعتبر الحالة خاصة:

$$\psi = \varphi_n$$

$$\langle E\rangle_\psi = E_n(L)$$

بعد تغير العرض

$$\psi(x) = \sum C_n \chi_m(x)$$

ومنه:

$$\langle E\rangle_\psi = \sum |C|_n{}^2 E_n(\alpha L)$$

C_n :مركبات الحالة في الأساس $\{\chi_m\}$

$$\psi(x) = \varphi_n(x) = \sum C_{n\,m}\chi_m(x)$$

$$\to \langle E\rangle_\psi = \sum_m |C_{n\,m}|^2 E_m(\alpha L) \cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

ومنه اذا حضرنا الجسيم في الحالة $\varphi_n(x)$ نستنتج:

$$\boxed{\leftrightarrow E_n(L) = \sum_m |C_{n\,m}|^2 E_m(\alpha L)}$$

نعوض قيمة $C_{n\,m}$ في المعادلة (14) نجد الشرط على الحالة الكمومية

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{4\alpha m^2}{\pi^2(m^2-\alpha^2 n^2)^2} sin^2\left(\frac{m\pi}{\alpha}\right) = 1$$

هذا الشرط الأخير هو شرط على المعامل α من خلال معادلة على شكل سلسلة . حلول هذه المعادلة موجودة و هي تكون مجموعة لا نهائية غير مستمرة من الحلول $\{\alpha_n\}$ وفق المستوى الطاقوي للجسيم. هذا يعني أن تمدد البئر أو

انكماشه خاضع لشروط تحدد هذه المعادلة و منه نستخلص أن تكميم محرك كارنو هو في الحقيقة محركات ذات اهتزازات معينة كما هو الحال بالنسبة للهزاز التوافقي المكمم.[4]

ج-المراحل الأربعة للجسيم:

نعتبر أن الجسيم في حالة مزج خطي للحالة الأساسية الأولى و الثانية و في هده الحالة تصبح دالة الحالة من الشكل:

$$\psi(x) = a_1(L)\varphi_1(x) + a_2(L)\varphi_2(x)$$

1) مرحلة تمدد الغاز تمثل بتغيير عرض البئر $L \rightarrow L_1$

أثناء هده المرحلة تكون الطاقة الوسطية هي $\langle \mathrm{E} \rangle = \frac{\pi^2\hbar^2}{2\mathrm{mL^2}_1} = E_1$ و تكون القوة التي يطبقها الجسيم على المكبس هي:

$$F = \frac{{}^2\hbar^2}{\mathrm{mL^3}_1}$$

و في هده الحالة تصبح دالة الحالة من الشكل:

$$\psi(x) = a_1(L)\varphi_1(x) + a_2(L)\varphi_2(x)$$

حيث:

$$|a_1(\mathrm{L})|^2 + |\mathrm{a}_2(\mathrm{L})|^2 = 1$$

$$\rightarrow |\mathrm{a}_2(\mathrm{L})|^2 = 1 - |a_1(\mathrm{L})|^2$$

نعوض في المعادلة (14) :

$$\langle E\rangle_{\mathrm{L}} = |a_1|^2 \frac{\pi^2\hbar^2}{2\mathrm{mL}^2} + 4|a_2|^2 \frac{\pi^2\hbar^2}{2\mathrm{mL}^2} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2\mathrm{mL}^2}[|\mathrm{a}_1|^2 + 4|\mathrm{a}_2|^2] =$$

$$\frac{\pi^2\hbar^2}{2\mathrm{mL}^2}(4 - 3|\mathrm{a}_1|^2) \cdots\cdots\cdots (15)$$

و بما أن القيمة الوسطية للطاقة ثابتة يكون لدينا

$$\langle E\rangle_{\mathrm{L}} = \langle E\rangle_{L_1}$$

$$\leftrightarrow \frac{\pi^2\hbar^2}{2\mathrm{mL}^2}(4 - 3|\mathrm{a}_1|^2) = \frac{\pi^2\hbar^2}{2\mathrm{mL^2}_1} \qquad \rightarrow \mathrm{L}^2 = \mathrm{L^2}_1(4 - 3|\mathrm{a}_1|^2)$$

باشتقاق المعادلة(15) نجد القوة:

$$F = \frac{\pi^2\hbar^2}{\mathrm{mL}^3}(4 - 3|\mathrm{a}_1|^2) = \frac{1}{\mathrm{L}}\, \frac{\pi^2\hbar^2}{\mathrm{mL^2}_1(4-3|\mathrm{a}_1|^2)}\, (4 - 3|\mathrm{a}_1|^2)$$

$$\rightarrow \mathrm{F} = \frac{\pi^2\hbar^2}{\mathrm{mL^2}_1}$$

و هذا يطابق:

$$PV = \mathrm{C}$$

2) **المرحلة الثانية هي استمرار التمدد بدون عمل للغاز و تمثل بتغير العرض :**

$$\boldsymbol{L = L_2 \rightarrow L = L_3}$$

تصبح القيمة الوسطية للطاقة:

$$\langle \mathrm{E} \rangle = \frac{2\pi^2\hbar^2}{\mathrm{mL}^2}$$

والقوة:

$$\mathrm{F} = \frac{4\pi^2\hbar^2}{\mathrm{mL}^3} \quad \rightarrow \quad F\mathrm{L}^3 = \frac{4\pi^2\hbar^2}{\mathrm{m}} = \mathrm{C}$$

3) **هذه المرحلة هي مرحلة التقلص و تمثل بانكماش البئر:**

$$\boldsymbol{L_4 = \frac{1}{2} L_3} \quad \text{و} \quad \boldsymbol{L = L_3 \rightarrow L = L_4}$$

تصبح القيمة الوسطية للطاقة:

$$\langle \mathrm{E} \rangle = \frac{2\pi^2\hbar^2}{\mathrm{mL^2}_3}$$

حساب القوة:

$$F = \frac{4\pi^2\hbar^2}{\mathrm{mL^3}_3}$$

بما أن : $L = L_3$

$$F = \frac{4\pi^2\hbar^2}{mL^2{}_3 L}$$

$$\rightarrow FL = \frac{4\pi^2\hbar^2}{mL^2{}_3} = \mathrm{C}$$

4)و أخيرا مرحلة التقلص حتى الرجوع إلى الحالة الأولى و تمثل كما يلي $L = L_4 \rightarrow L = L_1$

القيمة الوسطية للطاقة:

$$\langle E \rangle = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mathrm{mL}^2}$$

بالاشتقاق:[8]

$$F = \frac{\pi^2 \hbar^2}{\mathrm{mL}^3} \quad \rightarrow \ \mathrm{FL}^3 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{\mathrm{m}}$$

III-3-4 دراسة جسيم في بئر كمون لانهائي دائري:

معظم المراجع التي تدرس محرك كارنو الكمومي ومبدأ الضغط الكمومي (quantum pressure) تعتبر هندسة بسيطة لبئر الكمون ألا نهائي حيث تدرس جسيم كمومي في بعد واحد.

في مذكرتنا هذه سنحاول دراسة محرك كارنو الكمومي لكن نأخذ هندسة غير بديهية حيث نعتبر إن الجسيم مقيد داخل قرص عرضه R قابل للتغيير. إذا سنعتبر جملة كمومية في بعدين(ρ, φ) ومنه سيبرز لنا توالد راجع لدرجة حرية الزاوية.

$0 \leq \varphi \leq 2\pi$ و $0 \leq \rho \leq R$.

سنواجه اختلاف في المعادلات الرياضية حيث سنتعامل مع معادلات ***Bessel*** التي هي تعميم للمعادلات الجيبية.[3]

أ-الدالة (Bessel):

دوال بيسل ذات الدرجة n هي حلول للمعادلة:

$$x^2 y'' + x y' + (x^2 - n^2) y = 0$$

يرمز له بالرمز: $J_n(x)$

خصائصها:

التعامد و التنظيم : وذلك بتحقيق المعادلة**[2]**

$$\int_0^R \int_0^{2\pi} \chi^*_{m',i'}(\rho,\varphi)\chi_{m,i}(\rho,\varphi)\,\rho d\rho\, d\varphi = \delta_{mm'}\delta_{ii'}$$

تنعدم دوال بيسل $J_n(x)$ في مجموعة لانهائية من النقاط $\left\{\alpha_i^{(n)},\ i = 1,2,3 \ldots\ldots\infty\right\}$

ب–إيجاد الحالة الكمومية العامة والطاقة للجسيم:

بئر الكمون ألا نهائي دائري يمثل بالدالة:

$$V(\rho) = \begin{cases} 0 & \rho \le R \\ \infty & \rho \ge R \end{cases}$$

تصبح المعادلة (1) من الشكل:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + V(\rho)\psi = E\psi(\rho,\varphi) \quad \rightarrow$$

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right)\right] - \frac{\hbar^2}{2M}\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + V(\rho)\psi = E\,\psi \cdots\cdots\cdots (16)$$

بفصل المتغيرات:

$$\psi(\rho,\varphi) = \psi(\rho)f(\varphi)$$

نعوض في المعادلة(16):

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\rho^2}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right)f(\varphi) - \frac{\hbar^2}{2M}\psi(\rho)\frac{\partial^2 f}{\partial\varphi^2} + \rho^2 V(\rho)\psi f$$
$$= \rho^2 E\psi f \cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

نقسم الطرفين المعادلة (17) على ψf نحصل على:

$$-\frac{\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2 f}{\partial\varphi^2}}{f} + \rho^2 V = \rho^2 E = C \cdots\cdots\cdots (18)$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dfrac{\hbar^2}{2M}\dfrac{\partial^2 f}{\partial\varphi^2} = Cf \ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (A) \\ \dfrac{-\frac{\hbar^2}{2M}\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right)}{\psi} + \rho^2 V - \rho^2 E = C \ \cdots\cdots\cdots (B) \end{cases}$$

نقسم المعادلة(B) على $-\frac{\hbar^2}{2M}$ نحصل على :

$$\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right)+\rho^2\left[\frac{2ME}{\hbar^2}+\frac{2MC}{\hbar^2\rho^2}-\frac{2MV}{\hbar^2}\right]\psi=0\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

نضع: $\mu^2=\frac{2MC}{\hbar^2}$ و $k^2=\frac{2ME}{\hbar^2}$

نقسم المعادلة (18) على ρ^2 :

$$\begin{cases}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right)+\left[K^2-\frac{\mu^2}{\rho^2}\right]\psi=0\cdots\cdots\cdots(20) & \rho\le R\\ \psi(\rho)=0 & \rho\ge R\end{cases}$$

المعادلة (20) لها حل من الشكل: $\psi(\rho,\varphi)=\psi(\rho)e^{i\mu\varphi}$

نضرب المعادلة(20) في ρ^2 :

$$\to\rho^2\frac{\partial^2\psi}{\partial\rho^2}+\rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho}+[k^2\rho^2-\mu^2]\psi=0\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

المعادلة (21) هي معادلة بيسل و لها حل من الشكل: $\psi(\rho,\varphi)=$

$$J_m(k\rho)e^{im\varphi}$$

حيث m هي دالة (Bessel).

$$\to J_m(kR)=0\to kR=\alpha_i^{(m)}$$

$$\to k_i^{(m)} = \frac{\alpha_i^{(m)}}{R}$$

حيث $\alpha_i^{(m)}$ هي أصفار دالة بيسل

$$\leftrightarrow \begin{cases} \psi_i^{(m)}(\rho,\varphi) = N_i^{(m)} J_m\left(\frac{\alpha_i^{(m)}}{R}\rho\right) e^{im\varphi} \cdots\cdots\cdots (22) \\ E_{m,i} = \frac{\hbar^2 \alpha_i^{(m)^2}}{2MR^2} \end{cases}$$

✓ **شرط التعامد:**

$$\int_0^{2\pi}\int_0^R \psi_{m',i'}^*(\rho,\varphi)\psi_{m,i}(\rho\varphi)\,\rho d\rho d\varphi =$$

$$N_{m',i'}^* N_{m,i}^* \int_0^{2\pi} e^{-im'\varphi} e^{im\varphi} \int_0^R J_{m'}\left(\frac{\alpha_{m'}^{(m')}}{R}\rho\right) J_m\left(\frac{\alpha_i^{(m)}}{R}\rho\right)\rho d\rho$$

$$= N_{m',i'}^* N_{m,i} 2\pi \delta_{m',m}\delta_{i',i} = \begin{cases} 0 & ,i' \neq i\ ,m' \neq m \\ 1 & ,i' = i\ ,m' = m \end{cases}$$

✓ **شرط التنظيم :**

$$\int_0^{2\pi}\int_0^R \psi_{m.i}^*(\rho,\varphi)\psi_{m,i}(\rho\varphi)\,\rho d\rho d\varphi = 1$$

بالتعويض بالمعادلة(22) :

$$|N_{m.i}|^2 \int_0^{2\pi} e^{-im\varphi} e^{im\varphi}\, d\varphi \int_0^R J_m\left(\frac{\alpha_i^{(m)}}{R}\rho\right) J_m\left(\frac{\alpha_i^{(m)}}{R}\rho\right)\rho d\rho$$

$$\to |N_{m.i}|^2 2\pi \frac{R^2}{2}\left[J_{m+1}\left(\alpha_i^{(m)}\right)\right]^2 = 1 \cdots\cdots\cdots (23)$$

من المعدلة(23) نجد:

$$\leftrightarrow N_{m.i}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\sqrt{2}}{\mathrm{R}\,J_{m+1}\left(\alpha_i^{(m)}\right)}$$

نستنتج: **[9]**

$$\begin{cases} \Psi_{m,i}(\rho,\varphi)=\frac{1}{\sqrt{\pi}\mathrm{R}\,J_{m+1}\left(\alpha_i^{(m)}\right)}J_m\left(\frac{\alpha_i^{(m)}}{R}\rho\right)\mathrm{e}^{\mathrm{im}\varphi} \\ \mathrm{i}=1,2,3\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \mathrm{E}_{m,i}=\frac{\hbar^2{\alpha_i^{(m)}}^2}{2M\mathrm{R}^2} \\ m=0,\pm1,\pm2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

III–3–4–1دراسة جسيم في بئر ذو قطر متغير

$$R\rightarrow \alpha R$$

تصبح:

$$\chi_{n,j}(\rho,\varphi)=N_j^{(n)}\mathrm{J}_\mathrm{n}\left(\frac{\alpha_j^{(n)}}{R}\rho\right)\mathrm{e}^{\mathrm{in}\varphi}$$

$$\Psi_{m,i}(\rho,\varphi)=\sum\nolimits_{n,j}C_{n,j}^{(m,i)}\,\chi_{n,j}(\rho,\varphi)$$

حيث $\left\{C_{n,j}^{(m,i)}\right\}$: مركبات Ψ في الاساس $\left\{\chi_{n,j}\right\}$

$$C_{n,j}^{(m,i)}=\left\langle\chi_{n,j}\middle|\Psi_{m,i}\right\rangle$$

$$=\frac{2}{2\pi\alpha R^2\left[J_{m+1}\left(\alpha_i^{(m)}\right)\right]\left[J_{n+1}\left(\alpha_j^{(n)}\right)\right]}$$

$$\times \int_0^{2\pi} e^{-in\varphi} e^{im\varphi} d\varphi \int_0^R J_n\left(\frac{\alpha_j^{(n)}}{R}\rho\right) J_m\left(\frac{\alpha_i^{(m)}}{R}\rho\right)\rho d\rho$$

$$= \frac{2\delta_{nm} I_{m,n}\left(\alpha_j^{(n)}\alpha_i^{(m)}\right)}{\alpha R^2}$$

حيث:

$$I_{m,n} = \frac{1}{J_{m+1}\left(\alpha_i^{(m)}\right)J_{n+1}\left(\alpha_j^{(n)}\right)} \times \int_0^R J_n\left(\frac{\alpha_j^{(n)}}{R}\rho\right) J_m\left(\frac{\alpha_i^{(m)}}{R}\rho\right)\rho d\rho$$

بعد تغير القطر :

$$\Psi_{m,i}(\rho,\varphi) = \sum_{n,j} C_{n,j}^{(m,i)} \chi_{n,j}(\rho,\varphi)$$

ومنه:

$$\langle E\rangle_\psi = \sum \left|C_{n,j}^{(m,i)}\right|^2 E_n(\alpha R)$$

$$\Psi(\rho,\varphi) = \Psi_{m,i}(\rho,\varphi) = \sum_{n,j} C_{n,j}^{(m,i)} \chi_{n,j}(\rho,\varphi)$$

$$\rightarrow \langle E\rangle_\psi = \sum_{n,j} \left|C_{n,j}^{(m,i)}\right|^2 E_{n,j}(\alpha R)$$

ومنه نستنتج:

$$\boxed{\leftrightarrow E_{m,i}(R) = \sum_{n,j} \left|C_{n,j}^{(m,i)}\right|^2 E_{n,j}(\alpha R)}$$

نعوض قيمة $C_{n,j}^{(m,i)}$ في المعادلة نجد الشرط على الحالة الكمومية**[4]**

$$\sum_{j=1}^{\infty}\frac{I_{nn}^{2}\left(\alpha_j^{(n)}\right)^2}{R^4\alpha^4}=\left(\alpha_i^{(n)}\right)^2$$

أ-المراحل الأربعة للمحرك الكمومي:

ابتدائيا كان الجسيم في الحالة:

$$\psi_{0,1}(\rho,\varphi)=\frac{1}{\sqrt{\pi}RJ_1(\alpha_1^0)}J_0\left(\frac{\alpha_1^0}{R}\rho\right)$$

$$E_{0,1}=\frac{\hbar^2\left(\alpha_1^0\right)^2}{2MR^2}$$

المرحلة I: $R_1\to R$ $\quad |a_1|^2+|a_2|^2=1$

$$\psi(\rho)=a_1(R)\chi_{1,0}(\rho)+a_2(R)\chi_{2,0}(\rho)$$

$$\langle E\rangle=|a_1(R)|^2\ \frac{\hbar^2\left(\alpha_1^0\right)^2}{2MR^2}+|a_2(R)|^2\frac{\hbar^2\left(\alpha_2^0\right)^2}{2MR^2}$$

$$=\frac{\hbar^2}{2mR^2}\left[(\alpha_1^0)^2|a_1(R)|^2+(\alpha_2^0)^2\ |a_2(R)|^2\right]$$

$$\langle E\rangle_R=\frac{\hbar^2}{2mR^2}\left[(\alpha_2^0)^2+((\alpha_1^0)^2-(\alpha_2^0)^2)|a_1(R)|^2\right]$$

$$\langle E\rangle_{R_1}=\frac{\hbar^2}{2M{R_1}^2}(\alpha_1^0)^2$$

$$\Leftrightarrow\ (\alpha_1^0)^2R^2=\left[(\alpha_2^0)^2+((\alpha_1^0)^2-(\alpha_2^0)^2)|a_1(R)|^2\right]R_1^2$$

في بداية المرحلة كانت $|a_1(R)|=0$ و منه $R=\frac{R_1\alpha_2^0}{\alpha_1^0}$ و في نهايتها $|a_1(R)|=1$ عندها يصبح $R=R_1$

إيجاد القوة: $F=-\frac{\partial\langle E\rangle}{\partial}$

$$F = \frac{\hbar^2}{M{R_1}^3}(\alpha_1^0)^2$$

المرحلةII:

$R = R_2 \rightarrow R = R_3$

أثناء هذا التحول يبقى الجسيم في الحالة : $X_{2,0}(\rho)$
تصبح الطاقة:

$$E_{2,0} = \frac{\hbar^2\left(\alpha_2^{(0)}\right)^2}{2MR^2} = \langle E\rangle$$

$$F = \frac{\partial E}{\partial R} = \frac{\hbar^2}{MR^3}\left(\alpha_2^{(0)}\right)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (24)$$

من المعادلة(25) نحصل على:

$FR^3 = \frac{\hbar^2}{M}\left(\alpha_2^{(0)}\right)^2 =$ ثابت

المرحلةIII:

$$R = R_3 \rightarrow R = R_4$$

$$X_2 \rightarrow X_1 + X_2 \rightarrow R_4 = \frac{1}{2}R_3$$

للحفاظ على الطاقة الداخلية (القيمةالوسطية):

$$\langle E\rangle = \frac{\hbar^2\left(\alpha_2^{(0)}\right)^2}{2MR_4^2} = \frac{\hbar^2\left(\alpha_1^{(0)}\right)^2}{2MR_3^2}$$

فتصبح القوة:

$$F=\frac{\hbar^2\left(\alpha_2^{(0)}\right)^2}{M\mathrm{R}_4^3}=\frac{\hbar^2\left(\alpha_1^{(0)}\right)^2}{M\mathrm{R}_3^3}\ \rightarrow FR^3=\frac{\hbar^2\left(\alpha_2^{(0)}\right)^2}{M}=\frac{\hbar^2\left(\alpha_1^{(0)}\right)^2}{M}$$

$\leftrightarrow FR^3 =$ ثابت

المرحلةIV:

$$R=R_4\rightarrow R=R_1$$

$$E_{4,0}=\frac{\hbar^2\left(\alpha_4^{(0)}\right)^2}{2M\mathrm{R}^2}=\langle \mathrm{E}\rangle$$

فتصبح القوة: **[3]**

$$F=\frac{\hbar^2\left(\alpha_4^{(0)}\right)^2}{M\mathrm{R}^3}\quad\rightarrow\quad F\mathrm{R}^3=\frac{\hbar^2\left(\alpha_4^{(0)}\right)^2}{M}$$

III–4التشابك الكمي:

أن التفاعل بين الجملتين الجزئيتين "الغاز" و "المكبس" يولد في حقيقة الأمر تشابك كمومي بين هذين الجزأين بمعنى أن الجملة كاملة لا يمكن وصف حالتها بالضرب المباشر لحالتي الجسيم و مكان المكبس. في التشابك سنصف المكبس على أنه جسيم كمومي موصوف بحالة كمومية و تكون حالة الجملة هي جمع لضرب حالة الجسيم و حالة المكبس.

مدى التشابك يقاس بكمية تسمى النقاء Purity "

$$P = Tr(\rho^W)$$

حيث W هو مؤثر كثافة حالات المكبس

لتبسيط المعادلات نستطيع افتراض أن المكبس يتصرف نوعا ما كهزاز توافقي كمومي حالاته هي حالات الهزاز $|N\rangle$ و لو أن في حقيقة الأمر أن المكبس هو هزاز غير توافقي ذو تواتر متغير لكن مثل هذه الجمل يصعب التعامل معها و في رأينا أن المحتوى الفيزيائي لا يتأثر كثيرا بهذا الإفتراض.

بعد هذا سيصبح مؤثر كثافة حالات المكبس

$$\rho^W = \sum_{m,n} \langle \psi_{m,n} | \hat{\rho} | \psi_{m,n} \rangle$$

و

$$\hat{\rho} = |\psi_{m,n}, N\rangle\langle\psi_{m,n}, N|$$

إذا اعتبرنا أن المكبس يؤثر على حالات الجسيم "غاز" كإضطراب فقط نحسب النقاء عندها. لكن هذا العمل سيكون موضوع بحث متكامل نأمل أن يكون قابل للنشر. **[4]**

الخلاصة العامة

الخلاصة العامة:

وفقا لنظرية الكم، تتصرف الجسيمات كأمواج بدلا من كتل نقطية في السلم الصغير جدا. من هذا تكمن العواقب الغريبة, فمن المستحيل معرفة مكان الجسيم الدقيق والسرعة في آن واحد، ومنه يكون من الممكن للجسيم نفسه أن يكون في وضعيتين متناقضة في وقت واحد. من خلال ظاهرة تعرف باسم "التشابك " يمكن أن تكون الجسيمات ثابتة و متحركة في نفس الوقت. لكن بعد تدخل التأثيرات الخارجية تختار الجسيمات على الفور واحد من اثنين من الوضعيات المتناقضة.

ولكن على الرغم من أن قواعد ميكانيكا الكم يبدو أنها تنطبق على السلم الصغير، إلا أن أحدا لم يشهد أدلة على السلم الكبير مباشرة، حيث التأثيرات الخارجية يمكنها أن تدمر بسهولة الحالات الكم المتراكبة. لم يظهر تجريبيا لأحد حتى الآن أنه إذا أخذت أجسام كبيرة، بتريليونات من الذرات، أن ميكانيكا الكم تنطبق على حركتها.

ليس هناك سبب واضح لماذا لا تنطبق قواعد ميكانيكا الكم على الأشياء الكبيرة. كان شرودنجر، أحد آباء ميكانيكا الكم، يشعر بالانزعاج الشديد من إمكانية المفارقات الكمومية على السلم الكبير، حيث اقترح تجربته الشهيرة حيث يتم وضع القط في حاوية مع قارورة من السم ومصدر مشع. إذا تهافتت العينة فإنه يؤدي إلى تشغيل جهاز من شأنه كسر القارورة، مما سيسفر عن قتل القط. خلال الوقت الذي يغلق فيه الصندوق، قال شرودنجر إن القط في تراكب حيا وموتا وهذا سيبدو سخيفا.

في هذا الموضوع خصصنا دراستنا حول محرك كارنو.

تتضمن هذه المذكرة ثلاثة فصول:

في الفصل الأول: تطرقنا إلى دراسة عامة حول المبادئ الأساسية للفيزياء الكمومية حيث تحدثنا عن مبدئي التراكب وشرودنغر.

أما في الفصل الثاني: رأينا محرك كارنو وتناولنا مراحله الأربعة.

وفي الفصل الثالث :قمنا بدراسة محرك كارنو في ميكانيك الكم وذلك بالمطابقة بين الجملة الكلاسيكية والجملة الكمومية, من خلال تاثير هندسة البئر على المحرك.كما طرحنا فكرة التشابك.

إن هذا النموذج لمحرك كارنو الكمومي قد كان في الماضي القريب مصب اهتمام عدة بحوث لكن في مبحثنا هنا كان اهتمامنا حول تأثير هندسة البئر الكموني على شروط المحرك الكمومي. و يفتح هذا البحث أفاق عديدة منها إمكانية التشابك الكمي بين الجسيم و الجدار المتحرك.

قائمة المراجع:

[1] See, e.g. R¨omer H. and Filk T., Statistische Mechanik (VCH, Weinheim) 1994.

[2]Gemmer J. and Otte A. and Mahler G., Phys.Rev.Lett., 86 (2001) 1927.

[3]Gemmer J. and Mahler G., Eur. Phys. J. B, 31 (2003) 249.

[4] Borowski P. and Gemmer J. and Mahler G., submitted to Eur.Phys.Lett., (2002)

[5] مقدمة في ميكانيك الكم .عبد الكاظم ماجود.ديوان المطبوعات الجامعية الساحة المركزية بن عكنون –الجزائر, (92/03)

[6] M. Planck, *Treatise on Thermodynamics (Longmans, Green and Co., Ltd., London 1927).*

[7] S. Carnot, Sur la Puissance Motrice du Feu (Paris, 1824).

[8] M. Born and V. Fock, Zeits. f. Physik 51, 165 (1928).

[9] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products (Academic Press,*
New York, 1980), Sec. 1.445.

[10] L. I. Schi, *Quantum Mechanics (McGraw-Hill, New York, 1949).*

[11] https://ar.wikipedia.org/wiki/

ملخص:

الطبيعة التي نراها يوميا في سلمنا تختلف كثيرا عن ما يجري في السلم الكمومي. علمنا هذا منذ فنره و تأكدت المفاهيم مع تطور التكنولوجيا فأصبح من الممكن التعامل مع التصرف الكمومي حتى أن التكنولوجيا الحديثة تستغل السلم الكمومي لصنع آليات جديدة و الأمثلة كثيرة من الترانزيستور إلى الليزر إلى ما سيكون من حواسيب كمومية. لكن لا يزال هناك بعض الغموض حول مفهوم الحرارة و العمل و التبديد في السلم الكمومي و هل من الممكن ترجمة هذه المفاهيم إلى الفيزياء الكمومية؟. إن هذه المذكرة تصب في هذا الموضوع لأننا نتطرق لدراسة محرك كارنو في السلم الكمومي. يوجد كثيرا من الدراسات حول هذه المسألة لكننا سلكنا منحى جديد لنسلط الضوء على محرك كارنو بهندسة جديدة غير معتادة من قبل. فبالفعل جميع المراجع تتخذ بئر كمون مستطيلي لا نهائي أما في مذكرتنا غيرنا هذا الشكل و اتخذنا بئر كمون دائري فتوصلنا إلى شروط جديدة و تعاملنا مع دوال هندسية. في الأخير فتحنا موضوع التشابك الكمومي الممكن بين أجزاء المحرك لكننا لم نتوغل كثيرا في هذه الفكرة الجديدة لأنها تخرج من إطار مذكرة ماستر و نأمل أن نكمل هذه المسألة في إطار الدكتوراه.

<u>الكلمات المفتاحية:</u>محرك كارنو, بئر كمون لانهائي, مكبس, جسيم, تشابك

Résumé

La nature que nous voyons tous les jours, est en fait très différente de ce qui se passe à l'échelle quantique. Nous avons appris cela depuis longtemps et les concepts quantiques se sont confirmés avec le développement de la technique et il est devenu possible d'exploiter ces phénomènes comme exemples le transistor, le Laser et prochainement les ordinateurs quantiques. Par contre, il reste à éclaircir quelques notions comme la quantité de chaleur, le travail et la notion de dissipation à l'échelle quantique. Ce mémoire verse dans ce courant d'idées, car nous considérons la machine de Carnot à l'échelle quantique. Il existe plusieurs travaux dans ce contexte, mais dans notre travail nous avons pris une nouvelle voie où nous avons considéré une géométrie non triviale pour le moteur. En effet dans toutes les références le puits de potentiel est pris être rectangulaire mais dans notre mémoire nous avons considéré un potentiel circulaire, ce qui nous menait à de nouvelles conditions et la manipulation des fonctions géométriques. Nous avons ensuite ouvert une nouvelle question à savoir l'intrication entre la particule qui représente le gaz et le piston cette fois considéré comme quantique. Nous espérons résoudre cette question dans le cadre du doctorat.

<u>Mots clefs:</u> moteur carnot, latence bien infini, piston, particule, enchevétrement.

Abstract

The nature we see every day is actually very different from what happens on a quantum scale. We have learned this for a long time and quantum concepts have been confirmed with the development of the technique and it has become possible to exploit these phenomena as examples the transistor, the Laser and soon quantum computers. On the other hand, it remains to clarify a few notions such as the quantity of heat, the work and the notion of dissipation at the quantum scale. This thesis draws on this current of ideas, because we consider the machine of Carnot on the quantum scale. There are several works in this context, but in our work we took a new path where we considered a non-trivial geometry for the engine. Indeed in all the references the well of potential is taken to be rectangular but in our memory we considered a circular potential, which led to new conditions and the manipulation of the geometric functions. We then opened a new question, namely the entanglement between the particle which represents the gas and the piston this time considered as quantum. We hope to resolve this issue in the Ph.D.

<u>Keywords:</u> the carnot engine, well infinite latency, piston **,** particle**,** tangle