



UNIVERSITE KASDI MERBAH
OUARGLA
Faculté des Mathématiques et des Sciences de la
Matière



DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

MASTER

Spécialité : Mathématiques

Option : Probabilités et Statistiques

Par : MESSAOUDI HASSIBA

Thème

Estimation dans le krigeage (l'étude sur hydrogéologie).

Soutenu publiquement le : 28/05/2017

Devant le jury composé de :

Mr. MEFLAH Mabrouk	M.C Université KASDI Merbah- Ouargla	Président
Mr. AGOUN Rachid	M.C. Universié KASDI Merbah- Ouargla	Examineur
Mr. BAHEDDI Aissa	prof. Université KASDI Merbah- Ouargla	Rapporteur

DÉDICACES

Nous avons commencé plus d'une main et Qasena plupart d'entre eux et nous avons beaucoup souffert de difficultés et maintenant nous sommes aujourd'hui et heureusement implique des nuits blanches et des jours pénibles et récapitulation Emczuarna entre les couvertures de ce modeste travail.

Dans un phare de la science et de l'imam Mustafa à un analphabète qui a enseigné Altalim au maître de la création de notre noble Prophète Muhammad paix soit sur lui.

Pour la fontaine, qui ne se lasse pas de donner à mon bonheur imité tissé avec des fils de son coeur à ma chère mère.

Pour le méchant et cherché à alléger le plus doux et le contentement qu'il a donné quelque chose à la charge dans la voie du succès qui a élevé lui m'a appris que la vie avec sagesse et patience à mon père.

Pour leur amour d'être dans mes veines et mon coeur médite leur mémoire à mes frères et soeurs.

De marchaient ensemble pour et nous faisons notre chemin ensemble vers le succès et la créativité de la main dans la main et nous en prenons la fleur et appris à mes amis et collègues.

REMERCIEMENT

Avant toute considération, je remercie le Grand Dieu le tout puissant qui, m'a aidé pour achever ce travail.

Je tiens tout a remercier premier lieu mon encadreur Monsieur BAHEDDI AISSA de m'avoir proposé un des plus importants thèmes et pour sa continuité à me soutenir et à m'encourager. Je voudrai aussi le remercier pour sa gentillesse, sa disponibilité et du temps consacré à mon travail.

Je remercie également les membres du département de Mathématique de m'avoir permis de travailler dans de bonnes conditions pendant la réalisation de mon travail.

Merci également a tous les enseignants qui m'ont aidé pendant mon cursus, sans oublier leurs conseils précieux.

Je remercie aussi toute personne de prés ou de loin a contribué à la finalisation de ce travail.

TABLE DES MATIÈRES

Dédication	i
Remerciement	ii
Notations et Préliminaires	v
Introduction	1
1 Revue de littérature.	4
2 Aperçu théorique.	8
2.0.1 Géo-statistique	8
2.0.2 Le Variogramme	9
2.0.3 Etude de la corrélation spatiale :	17
2.1 le krigeage	18
2.1.1 Définition	18
2.1.2 Approche théorique	19
2.1.3 Une propriété probabiliste du krigeage	19
2.1.4 Construction de l'estimateur	20
2.2 les modèles de krigeage	21

2.2.1	Le krigeage simple	21
2.2.2	Le krigeage ordinaire	22
2.2.3	Le krigeage universile	26
2.2.4	Le krigeage d'indicatrices	27
2.3	Exemple pratique	28
2.3.1	Situation geographique	29
2.4	le krigeage d'indicatrices	32

NOTATIONS

- σ^2 : la variance d'estimation.
- $C(h)$: covariance.
- x_n : point de bloc v .
- $Z(x)$ $Z(x + h)$: des mesures .
- $N(h)$: est le nombre de couples des mesures $Z(x)$ et $Z(x + h)$.
- λ_i : le poids affecté par le krigeage à la valeur en x_i .
- μ : le paramètre de Lagrange utilisé dans le krigeage.
- $\gamma_{i,j}$: la valeur du variogramme γ pour une distance $|x_i - x_j|$.
- $C_{i,j}$: la valeur de la covariance C pour une distance $|x_i - x_j|$.
- m : est le espérance.

INTRODUCTION

La Géo-statistique est la statistique appliquée aux sciences géologiques et aux sciences de la terre, on utilise le krigeage, pour donner l'estimation de $Z(x_0)$ de point x_0 , il y a deux étapes principales dans l'étude de krigeage : le variogramme, et le krigeage.

Ce mémoire est divisé en trois chapitres le premier chapitre traite de la donnée, le résumé de la revue de littérature et le second chapitre est l'aperçu théorique du krigeage et chaque méthode de krigeage sur laquelle est basée pour donner la bonne prévision et le troisième chapitre on choisit la méthode avancée non paramétrique du krigeage d'indicateurs.

Aperçu historique

Le néologisme "géostatistique" a été inventé par Georges Matheron en 1962. Le préfixe "géo" fait référence au domaine des sciences de la terre, qui est historiquement celui où la géostatistique s'est développée. Les champs d'application actuels concernent des domaines très variés (géologie minière, hydrogéologie, climatologie, sciences sociales, ... etc.). La désinence "statistique" se réfère à l'utilisation de méthodes probabilistes. L'originalité de la géostatistique par rapport à la statistique classique est la prise en compte de la dépendance entre les observations lorsque celles-ci sont situées dans l'espace. Toutefois, les méthodes géostatistiques ne sont pas exclusivement probabilistes : il existe une branche, connue sous le nom de "géostatistique transitive", qui ne fait pas appel au concept des processus aléatoires (Xavier Emery, 2001). La géostatistique est connue depuis près de 40 ans dans les mines d'or du Witwatersrand où Daniel Krige proposa une correction statistique à la manière traditionnelle d'estimer la teneur d'un bloc de minerai à partir d'un nombre limité d'échantillons pris autour du bloc à exploiter. La théorie était formulée 10 ans plus tard par Georges Matheron (1971), qui introduisit un outil pour analyser la continuité spatiale des teneurs appelé " le variogramme " et une méthode d'estimation basée sur le variogramme appelée " le krigeage ". L'avenir de la géostatistique semble brillant. Avec toutes les expériences et les développements des trente dernières années .

La problématique

Un problème qui se pose très souvent dans les questions environnementales et celui de l'estimation d'une valeur non mesurée : à partir d'un l'échantillon Z_1, \dots, Z_n , comment évaluer la valeur qu'on aurait trouvé de site x_0 , pour répondre a cette question on trouve plusieurs méthodes de de recherche

Quelle est la méthode géostatistique adéquate à l'estimation de $Z(x_0)$ et sur quelle base ?

Les sous problèmes :

1. Quel sont les méthodes d'estimation de krigeage ?
2. Quelle est le base d'estimation dans le krigeage ?

Les hypothèses :

1

- a)le Krigeage ordinaire.
- b)le Krigeage simple.
- c)le krigeage universile.
- d)le krigeage d'indicatrices.

2

- a) la variance minimale.
- b)le krigeage d'indicatrice.

REVUE DE LITTÉRATURE.

1- le thème est STATISTIQUE SPATIALE.

-l'auteur est : Xavier Guyon.

-le Résumé : La statistique spatiale étudie des phénomènes observés sur un ensemble spatial S , l'auteur présentait dans le document les bases théoriques sur les modèles spatiaux et les méthodes statistiques associées.

-la problématique est :quel est les méthodes statistiques associées pour les modèles argumentent spatiaux ?

- les résultats sont :

estimation la variance par la statistique spatiale.

théorie des modèles .

2- le thème est :COURS DE GÉOSTATISTIQUE MULTIVARIABLE

- l'auteur est : Jacques RIVOIRARD

- le Résumé est : l'auteur base sur la géostatistique multivariante (essentiellement la géostatistique linéaire, dans les cas stationnaire et intrinsèque.

- la problématique est : Pourquoi la géostatistique multivariante ?

les résultats sont :

la simplification de cokrigage dans des milieux fracturés principalement pour la modélisation.

3-le thème est : Géostatistique appliquée Analyse et modélisation de structures spatiales

-l'auteur est : J.S Baily

-le Résumé : dans ce document l'auteur explique une loi spatiale Analyse et modélisation de structures spatiales.

-la problématique est : comment Analyser et modéliser les structures spatiales ?

- les résultats sont :

les lois spatiales ou fonction spatiale aléatoire.

continuité spatiale et la quantifier.

4-le thème est : La modélisation géostatistique de la variabilité spatiale et ses applications .

- l'auteur est : Jean-Paul Chilès .

- le Résumé est :La synthèse comporte trois parties. La première partie présente les modèles probabilistes développés en géostatistique pour décrire la variabilité des variables naturelles réparties dans l'espace, La seconde partie présente les développements réalisés pour la modélisation stochastique des milieux fracturés, La dernière partie est consacrée à l'identification de lois marginales non stationnaires, statistiques multipoints et choix de modèles,

-la problématique est : Comment développer des méthodes originales de modélisation stochastique des milieux fracturés ?

les résultats sont :

modélisation géologique.

étude krigage et loi marginale.

5 -le thème est Géostatistique .

la source est : Master fondamentale en géologie(Tunis).

-le Résumé est :Fournir des informations sur la nature. et la structure de dépendance

spatiale dans un espace aléatoire.

-la problématique est : Comment estime le spatiale à partir des donne ?

-les résultats sont :

la simplification de cokrigeage.

variables régionalisées typiques.

6 - le thème est : la statistique des phénomènes spatiaux .

-l'auteur est Jean-Sébastien Pierre

-le Résumé est :lorsque on mesure une caractéristique en un point, on peut considérer la valeur obtenue comme la réalisation d'une variable aléatoire en ce point. il en est de même pour tous les points d'un site donné. l'auteur dans ce document explique la géostatistique adopte ce point de vue et considère la distribution conjointe de toutes ces variable aléatoire.

calculer la variance d'estimation minimale par la méthode krigeage

-la problématique est : Comment estime la variance par le krigeage ?

-les résultats sont : les lois spatiales.

la concentration d'un polluant dans le sol.

7 - le thème est Géostatistique

- la source est : www.groupe.polymtl

-le Résumé : lorsque on mesure une caractéristique en un point, on peut considérer la valeur obtenue comme la réalisation d'une variable aléatoire en ce point. Il en est de même pour tous les points d'un site donné.

-la problématique :comment mesure une caractéristique lorsque on a grand nombre ?

-les résultats sont :

estimation de la variance minimale par le krigeage

la variabilité de variable naturelles dans l'espace et la modélisation stochastique.

représentant conjointement un site.

8- le thème est : KRIGEAGE

-la source est : www.groupe.polymtl

-le Résumé :dans ce doucement utilise la variance minimale pour l'estimation -la probléma-

tique est Comment calculer la variance d'estimation minimale par la méthode krigage ?

-les résultats sont :

estimation de la variance minimale par le krigage.

un modèle trop optimiste par rapport à la réalité de la simulation.

9-le thème est ECONOMETRIE SPATIALE et Autocorrélation spatiale

- l'auteur est :Julie Le Gallo.

-le Résumé :Les méthodes de l'économétrie spatiale visent à traiter les deux grandes particularités des l'auteur présente les diverses façons permettant de modéliser l'autocorrélation et l'hétérogénéité spatiales ainsi que les procédures d'estimation et d'inférence adaptées aux modèles incorporant ces deux effets.

-la problématique est : quel sont les diverses façons permettant de modéliser l'auto- corrélation et l'hétérogénéité spatiales ?

-les résultats sont :

continuité spatiale et la quantifier.

l' hétérogénéité spatiale

10 - Le thème est Analyse Multivariée et Géostatistiques .

- L'auteur est : Benoit De Hertogh et Grégoire Vincke .

-le Résumé : L'auteur dans cet doucement utilisée les testes pour analyse les variance . est comment le problématique Multivariée dans .

- les résultats sont :

les diverses façons permettant la modélisation l' autocorrelation spatiale.

Analyse multivariée

le bon angle et la bonne coloration ne sont pas découverts du premier coup.

Analyse des documents : Après la lecture qui ils sont on générale concentré sur la statistique classique et la statistique spatial et la géostatistique multivariable,

APERÇU THÉORIQUE.

2.0.1 Géo-statistique

définition :

La géostatistique en tant que «théorie des variables Régionalisés et des Fonctions Aléatoires ». C'est la définition donnée durant les années 50 par Matheron ENSMP Centre de Fontainebleau. Paris. Notons cependant que tout l'arsenal mathématique était connu bien avant déjà (à partir des années 20). Les principaux résultats obtenus tant théoriques que pratiques l'ont été durant les années 70, cela était devenu possible grâce à l'évolution des moyens de calculs c'est à dire informatique et la micro-informatique. Rappelons aussi que le premier congrès mondial de la géostratégie a eu lieu à Rome en Octobre 1975.

2.0.2 Le Variogramme

Variogramme théorique et variogramme expérimental :

D'après Marcotte (cours de «géostatistique minière »), la nature n'est pas entièrement imprévisible. Deux observations situées l'une près de l'autre devraient en moyenne se ressembler davantage que deux observations éloignées. La différence entre les valeurs prises par deux variables aléatoires est $Z(x)$ et $Z(x + h)$. C'est également une variable aléatoire dont on peut calculer la variance. Cette variance devrait être plus petite lorsque les points sont rapprochés (les valeurs se ressemblent plus en moyenne) et plus grande lorsque les points sont éloignés. On appelle variogramme la demi-variance de cette différence. par $\gamma(h)$; Elle est par définition, égale à la moitié de l'espérance mathématique des écarts quadratiques des valeurs $Z(x)$ et $Z(x + h)$ observées aux points x et $x + h$. **Le**

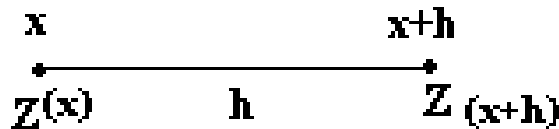


FIGURE 2.1 – Représentation des points de mesure de la variable.

variogramme théorique est défini comme :

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= \frac{1}{2}E([(Z(x) - Z(x + h))^2]) \\ \gamma(h) &= \frac{1}{2}var((Z(x) - Z(x + h))) \\ &= \frac{1}{2}[var((Z(x) + Z(x + h))) - 2cov(Z(x), Z(x + h))] \\ &= \sigma^2 - C(h). \\ \gamma(h) &= \sigma^2 - C(h) \end{aligned}$$

$C(h)$ est appelé la fonction de covariance de Z . Cette relation est importante et elle est continuellement utilisée en géostatistique ¹.

variogramme expérimental Le variogramme réel d'une fonction aléatoire est généralement inconnu, mais il peut être évalué à partir des données d'échantillonnage. On obtient ainsi le variogramme expérimental proposé par Matheron (1962). l'aide de la formule suivante :

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x) - Z(x+h)]^2$$

où $N(h)$ est le nombre de couples des mesures $Z(x)$ et $Z(x+h)$.

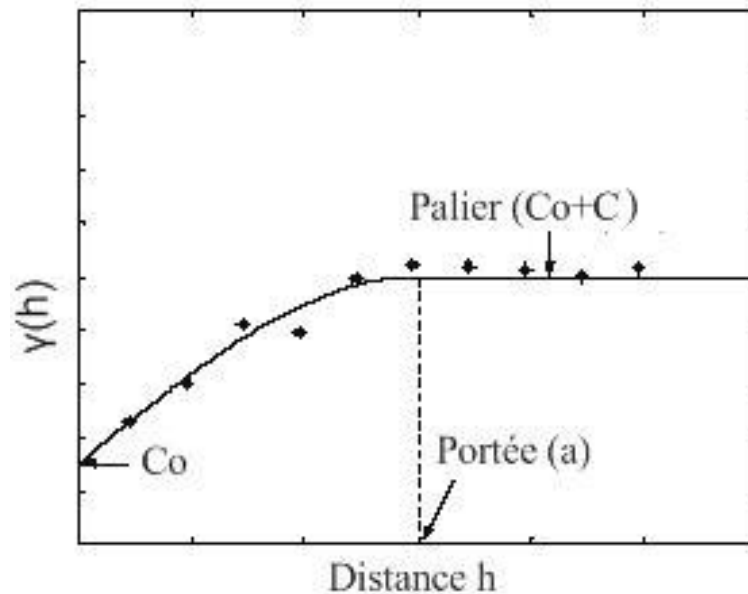


FIGURE 2.2 – Représentation graphique du variogramme

Portée a : Distance où deux observations ne se ressemblent plus du tout en moyenne, elles ne sont plus liées (covariance nulle) linéairement

Palier $\sigma_s^2 = C_0 + C$: Variance de la v.a ($var(Z(x))$)

Écart les plus grands, en moyenne entre deux v.a.

Effet de pépite : C_0 : Variation à très courte échelle,

¹9- Géostatistique 1

L'hypothèse de stationnarité

Dans la théorie des fonctions aléatoires, la stationnarité, c'est-à-dire l'invariance de la loi après translation, est une hypothèse usuelle. Cette hypothèse stipule que les deux premiers moments de la loi sont invariants par translation :

- L'espérance de Z ne dépend pas du point x

$$E[Z(x)] = E[Z(x+h)] = m \quad (2.1)$$

La covariance entre les variables aléatoires $Z(x)$ et $Z(x+h)$ ne dépend pas des points x et $x+h$, mais seulement de h :

$$Cov[Z(x), Z(x+h)] = E[(Z(x+h) - m)(Z(x) - m)] = C(h)$$

Cette hypothèse de stationnarité est parfois trop simpliste. suivante :

$$E[Z(x+h) - Z(x)] = 0 \quad (2.2)$$

$$var[Z(x+h) - Z(x)] = E[Z(x+h) - Z(x)]^2 = 2\gamma(h) \quad (2.3)$$

les modèles de variogramme :

Les schémas théoriques d'usage courant sont classés en schémas à palier, schémas sans palier et schémas à effet de trous

Un comportement linéaire à l'origine² :

Schéma à palier

- Effet de pépite

$$\begin{cases} \gamma(h) = 0 & \text{si } h = 0 \\ \gamma(h) = C_0 & \text{si } h > 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

²M. LEKHOVA Alla-eddine et M. REKABI El Moatez Bellah Caractérisation géologique, statistique et géostatistique (Algérie Orientale)2011-2012 page 56

- Sphérique.

$$\begin{cases} \gamma(h) = C[1,5(h \setminus a)] - 0,5(h \setminus a)^2 \text{ si } 0 < h < a \\ \gamma(h) = C \text{ si } 0 h \geq a \end{cases} \quad (2.5)$$

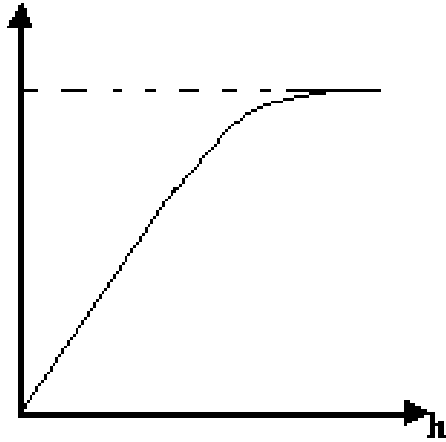


FIGURE 2.3 – Schéma d'un modèle sphérique

- Exponentiel.

$$\gamma(h) = C[1 - \exp(-3h/a)] \quad (2.6)$$

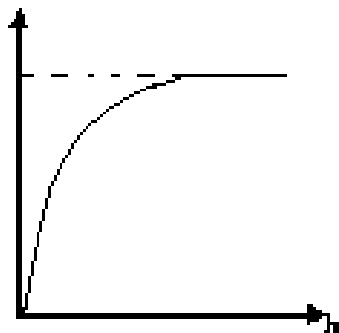


FIGURE 2.4 – Schéma d'un modèle exponentiel

Un comportement parabolique à l'origine :

- Gaussien.

$$\gamma(h) = C[1 - \exp(-3(h/a)^2)] \text{ si } h = 0 \quad \gamma(h) = 0 \quad (2.7)$$

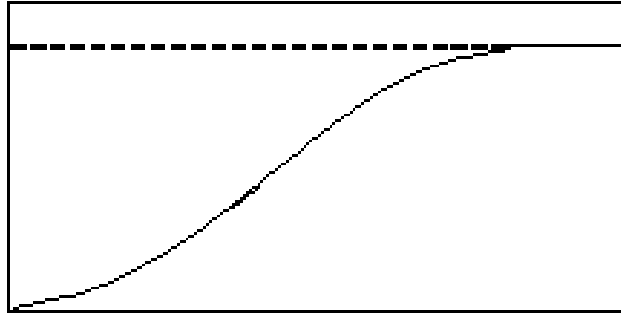


FIGURE 2.5 – Schéma d'un modèle Gaussien

Schéma sans palier

Schéma en puissance : - Puissance (cas particulier : linéaire).

$$\gamma(h) = Ch^\lambda \text{ si } h = 0 \quad (2.8)$$

($0 < \lambda < 2$ et (*linéaire* : $\lambda = 1$))

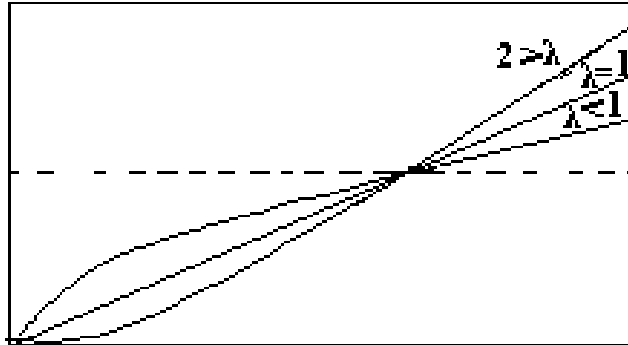


FIGURE 2.6 – Schéma d'un modèle h^λ .

Schéma logarithmique ³

$$\gamma(h) = a \log(h) \dots \forall h > 0. \quad (2.9)$$

à effet de trou :

$$\gamma(h) = 1 - \frac{\sin(h)}{h} \dots \forall h > 0.$$

Anisotropies La continuité spatiale n'est pas nécessairement la même dans toutes les directions.

Anisotropie géométrique (Elliptique) :

la figure présente un cas typique de deux variogramme directionnels qui ont les mêmes paliers et des portées différentes. Dans ce cas on dit qu'il y a anisotropie géométrique. Pour déterminer la présence d'une éventuelle anisotropie géométrique, on trace l'ellipse des portées.

Caractéristiques : ⁴

- Les portées maximales (a_g) et minimales (a_p) s'observent selon deux directions orthogonales.

³M. LEKHOVA Alla-eddine et M. REKABI El Moatez Bellah Caractérisation géologique, statistique et géostatistique des paramètres pétrophysiques du réservoir Cambrien (R1) : - Cas de la zone -17 Champ de Hassi Messaoud (Algérie Orientale) 2011-2012 page 56

⁴Mme L. Sahri Cours Géostatistique 2ème LMD Géologie Pétrolière 2013-2014 page 15

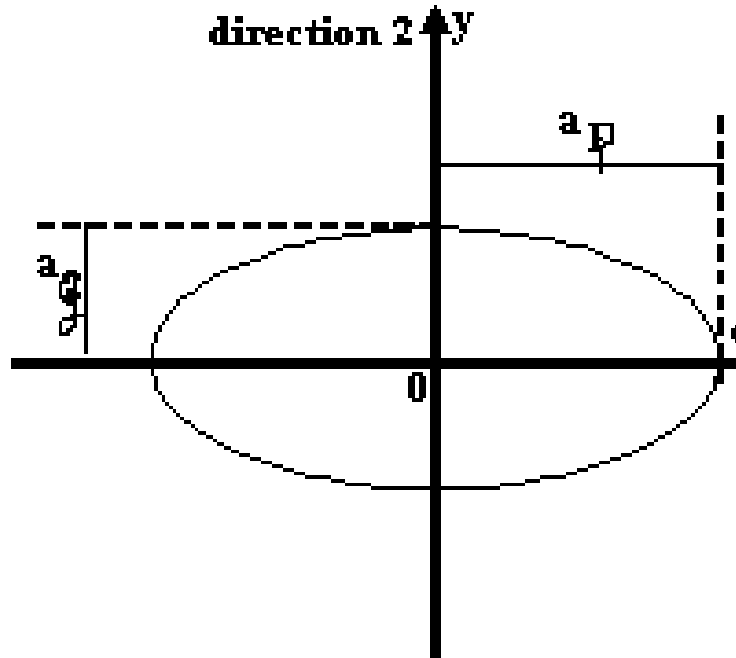


FIGURE 2.7 – Ellipse des portées - anisotropie géométrique

- On peut rendre les portées identiques et égales à a_g suivant toutes les directions en multipliant.

la composante de la portée parallèle à a_p par le facteur (a_g, a_p) .

les portées décrivent une ellipse dont l'axe majeur est orienté parallèlement à a_g .⁵ La continuité spatiale n'est pas nécessairement la même dans toutes les directions.

$$\frac{(a \cos \theta)^2}{a_g^2} + \frac{(b \sin \theta)^2}{a_p^2} = 1 \quad (2.10)$$

Connaissant a_g et a_p , on peut trouver a_θ , où θ désigne l'angle mesuré par rapport à la direction où est rencontré a_g .

$$a_\theta = \frac{a_p a_g}{(a_p^2 \cos^2 \theta + a_g^2 \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.11)$$

Exemple : Un gisement 2D est modélisé par un modèle avec anisotropie géométrique. Le modèle est sphérique avec $C = 17\%^2$ et effet de pépite $C_0 = 13\%^2$ et les portées sont de 100

⁵IMP imp variogramme chapitre 2 page 11

m dans la direction (convention trigonométrique) de plus grande continuité (30°) et 60 m dans la direction de plus petite continuité (120°). Quelle est la valeur du variogramme entre deux observations situées aux coordonnées $(x_1, y_1)=(10,30)$ et $(x_2, y_2)=(40,20)$ on calcule la distance séparant les deux points et la direction qu'ils définissent :

$$h = \left(\sqrt{(40 - 10)^2 + (30 - 20)^2} \right) = 31,62m$$

$\theta = \arctan\left(\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}\right) = (-18,4^\circ)$ Cette direction forme un angle de (18.4) avec la direction de plus grande continuité.

$$a_\theta = \frac{100 \times 60}{\sqrt{(60^2 \cos^2 48,8^\circ + 100^2 \sin^2 48,8^\circ)}} = 70,81m$$

On calcule la valeur du variogramme en utilisant l'équation du modèle sphérique pour la distance plus haut et avec la portée $70.81m$:

$$\gamma_\theta(31,62m) = 13^2 + 17^2 \left(1,5 \frac{31,62}{70,81} - 0,5 \frac{31,62}{70,1} \right) = 23\%.$$

Anisotropie zonale Par exemple en trois dimensions la direction verticale joue souvent un rôle particulier parce qu'il y a plus de variations entre les strates qu'à l'intérieur des celles ici

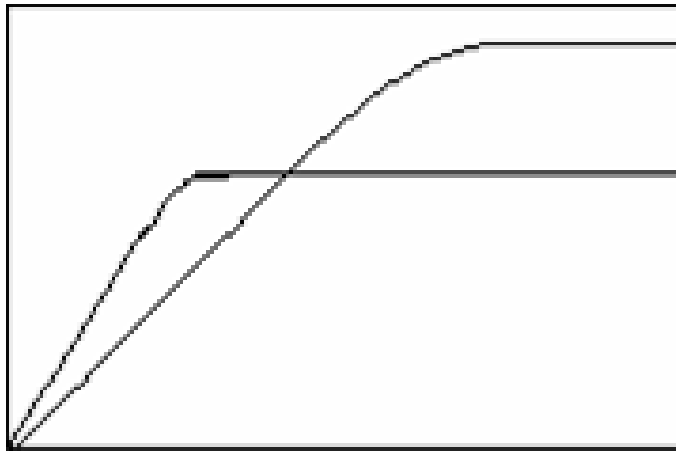


FIGURE 2.8 – Anisotropie zonale

Dans ces cas de figure, la pratique courante est de séparer le variogramme en deux termes, le premier étant isotrope et le second ne dépendant que de la composante verticale

$\gamma_1(h)$ = variogramme isotrope + composante verticle ⁶

$$\gamma(h) = \gamma_1 \left(\sqrt{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2} \right) + \gamma_2(h_3). \quad (2.12)$$

2.0.3 Etude de la corrélation spatiale :

Covariogramme

$$C(h) = E[(Z(x) - m)(Z(x+h) - m)] \quad (2.13)$$

$$C(h) = E[(Z(x)Z(x+h))] - m^2 \quad (2.14)$$

Corrélogramme.

$$\rho(h) = \frac{C(h)}{C(0)} \quad (2.15)$$

⁷ Relation avec le covariogramme

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (2.16)$$

Preuve. On montre aisément que si $C(h)$ existe, alors $\gamma(h)$ existe également et

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

En effet :

Or $\forall h$, et on a $var(Z(x+h)) = var(Z(x))$

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= E[(Z(x+h) - m)(Z(x) - m)] \\ &= E[Z(x+h) - m]^2 + E[Z(x) - m]^2 - 2E[(Z(x+h) - m)(Z(x) - m)] \\ &= var(Z(x+h)) + var(Z(x)) - 2C(h) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} var(Z(x+h)) &= E[Z(x+h)]^2 - 2mE[Z(x+h)] + m^2 \\ &= E[Z(x+h)]^2 - m^2 \\ &= E[Z(x)]^2 - m^2 \end{aligned}$$

⁶Mme L. Sahri Cours Géostatistique 2ème LMD Géologie Pétrôlière
2013-2014 page 15

⁷Jean-Sébastien Pierre-La statistique des phénomènes spatiaux.

■

par hypothèse On obtient donc bien la relation⁸

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

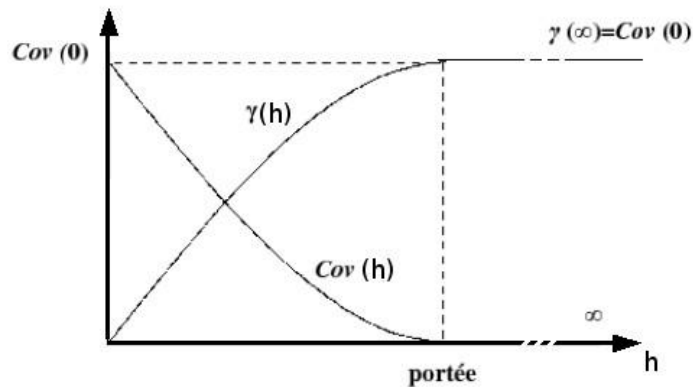


FIGURE 2.9 – Représentation graphique du variogramme et covariance

La définition même de $\gamma(h)$ montre que le demi-variogramme est une fonction croissante commençant à 0. L'allure de $\gamma(h)$ déduit simplement de celle de C . Par exemple, si $Z(x)$ et $Z(x+h)$ tendent à devenir indépendantes ($C(h) = 0$) quand h tend vers l'infini,

2.1 LE KRIGEAGE

2.1.1 Définition

Le krigeage est la méthode d'estimation linéaire, sans biais, minimisant la variance d'estimation telle que calculée à l'aide du variogramme pour des données spatialisées dont la covariance spatiale est connue (ou peut être estimée). La variance d'estimation Si Z est la valeur vraie inconnue que l'on cherche à estimer par \hat{Z} , l'erreur commise est $(Z - \hat{Z})$.

⁸Alain MUZELLEC, APPORT DES VENTS ALTIMÉTRIQUES GEOSAT A LA DÉTERMINATION DES CHAMPS DE VENT DANS L'ATLANTIQUE TROPICAL page 14.

2.1.2 Approche théorique

Il peut sembler naturel de chercher un estimateur de $Z(x_0)$ de la forme :

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i).$$

Un tel estimateur est statistiquement satisfaisant s'il est sans biais et si la variance de l'erreur commise est faible.

On va donc chercher des poids λ_i qui assurent un biais nul et qui minimisent la variance. Ceci s'écrit.

$$E[\hat{Z}(x_0) - Z(x)] = 0 \quad (2.17)$$

2.1.3 Une propriété probabiliste du krigeage

¹¹ L'erreur de krigeage est non corrélée avec les données :

$$Cov[Z(x_0) - \hat{Z}(x_0); Z(x_i)] = 0 \quad (2.18)$$

Par conséquent, le krigeage et l'erreur de krigeage sont non corrélés :

$$Cov[Z(x_0) - \hat{Z}(x_0); \hat{Z}(x_0)] = 0 \quad (2.19)$$

On peut donc écrire tout champ aléatoire comme la somme de son krigeage et d'une erreur non corrélée :

$$Z(x_0) = \hat{Z}(x_0) + \sigma_{KM}; \quad (2.20)$$

⁹Mme L. Sahri Cours Géostatistique 2ème LMD Géologie Pétrolière 2013-2014 page

¹⁰Introduction à la géostatistique Gilles Guillot janvier 2004

¹¹Gilles Guillot Introduction à la géostatistique janvier 2004 page 26

2.1.4 Construction de l'estimateur

Contrainte de linéarité La manière la plus naturelle de construire un estimateur est de prendre l'ensemble des valeurs de mesure $Z(x_i)$ et de leur affecter une pondération. Tout le problème revient donc à estimer les bons pondérateurs. Par construction, l'estimateur est une combinaison linéaire des mesures :

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$$

Pour chaque position x , on cherche donc la suite des pondérateurs λ_i

Contrainte d'autorisation nous devons ensuite nous assurer que l'estimateur puisse être contrôlé par son erreur d'estimation. Il est donc nécessaire de manipuler l'espérance et la variance de l'erreur. En supposant implicitement que cette erreur d'estimation soit une forme linéaire à support borné, le caractère d'autorisation dépend du modèle de stationnarité adopté.

Contrainte d'universalité la condition de non biais aux points de mesures. elle consiste donc à exprimer que l'erreur d'estimation est d'espérance nulle, soit :

$$E[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = 0.$$

Nous ne disposons généralement que d'un nombre limité de points de mesure. Nous faisons donc le pari que les erreurs d'estimation sont en moyenne proches de 0. Cela ne garantit nullement l'absence de fortes erreurs locales ($\mathbb{E}[Z(x_0)]$ reste inconnu).

Contrainte d'optimalité Le critère de contrôle (ou de qualité) du Krigeage est la variance de l'erreur d'estimation. En géostatistique, le moyen d'optimiser l'estimateur est d'imposer la condition :

$$\text{var}[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] \text{ minimale.}$$

2.2 LES MODÈLES DE KRIGEAGE

2.2.1 Le krigeage simple

Développons

on remplace $Z(x_0)$ par Z_{x_0} pour simplification

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[(\hat{Z}_{x_0} - Z_{x_0})^2] &= \mathbb{E}(\hat{Z}_{x_0}^2) - 2\mathbb{E}(\hat{Z}_{x_0}Z_{x_0}) + \mathbb{E}(Z_{x_0}^2) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \mathbb{E}(Z_i Z_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbb{E}(Z_i Z_{x_0}) + C(0)\end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{ix_0} + C(0)$$

Que sont les coefficients C ? Ce sont les covariances spatiales Nous les interpréterons ultérieurement comme les valeurs du covariogramme Ainsi

C_{ij} est la covariance entre les points observés i et j

C_{ix_0} est la covariance entre le point observé i et le point d'estimation x_0

C_0 est la covariance entre un point et lui même, c'est à dire la variance locale

$$C_{ii} = C_{x_0 x_0} = C(0) = \sigma^2$$

Minimisation Nous allons dériver l'espérance de l'erreur quadratique par rapport aux différents λ

Et annuler toutes ces dérivées partielles pour trouver le minimum (système des équations normales)

$$\begin{aligned}\mathbb{E}^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{ix_0} + C(0) \\ \frac{\delta \mathbb{E}^2}{\delta \lambda_i} &= 0 \Leftrightarrow 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{ij} - 2C_{ix_0} = 0\end{aligned}$$

soit n équation de la forme

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j C_{ij} = C_{ix_0}$$

La forme matricielle

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{1x_0} \\ C_{2x_0} \\ \vdots \\ C_{nx_0} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{1x_0} \\ C_{2x_0} \\ \vdots \\ C_{nx_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{pmatrix}^{-1}$$

2.2.2 Le krigeage ordinaire

On n'estime pas la moyenne, elle n'a pas besoin d'être connue On impose une contrainte sur les λ_i ¹² :

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Le lagrangien

$$L(\lambda_1 \dots \lambda_n, v) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n C_{ix_0} \lambda_i + C(0) + v(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i)$$

Le système d'équations à résoudre

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta \lambda_i} = 0 \Leftrightarrow 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{ij} - 2C_{ix_0} - v = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta v} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases}$$

$$v = 2\mu$$

¹²D. Marcotte-École Polytechnique - GLQ3401 Krigeage

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{ij} - 1\mu = C_{ix0} \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases}$$

La forme matricielle

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} & 1 \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ -\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{1x0} \\ C_{2x0} \\ \vdots \\ C_{nx0} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ -\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{1x0} \\ C_{2x0} \\ \vdots \\ C_{nx0} \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} & 1 \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$$

13

propriétés du krigeage

. 1- krigeage simple

$$\begin{aligned} \text{var}(Z_{x0}) &= \text{var}(\hat{Z}_{x0}) + \sigma_{ks}^2 \\ \Rightarrow \text{var}(Z_{x0}) &\geq \text{var}(\hat{Z}_{x0}) \end{aligned}$$

L'estimateur KS est toujours moins variable que la réalité qu'il cherche à estimer

2- krigeage Ordinaire

$$\text{var}(Z_{x0}) = \text{var}(\hat{Z}_{x0}) + \sigma_{ko}^2 + 2\mu \quad (2.21)$$

$$\mu < 0 \text{ et } |2\mu| \quad (2.22)$$

$$\text{var}(\hat{Z}_{x0}) \leq \text{var}(Z_{x0}) \quad (2.23)$$

Presque sans biais conditionnel

Si Z_{x0} et \hat{Z}_{x0} suivent une loi binormale de moyenne «m»

$$\mathbb{E}[Z_{x0} | \hat{Z}_{x0}] = a + b\hat{Z}_{x0} \quad (2.24)$$

¹³D. Marcotte-École Polytechnique - GLQ3401 Krigeage

$$b = \frac{\text{cov}(Z_{x0}, \hat{Z}_{x0})}{\text{var}(\hat{Z}_{x0})} \quad (2.25)$$

$$a = (1 - b)m \quad (2.26)$$

krigeage simple

$$\text{var}(\hat{Z}_{x0}) = \text{cov}(Z_{x0}, \hat{Z}_{x0}) \Rightarrow b = 1 \text{ et } a = 0. \quad (2.27)$$

$$\Rightarrow E[Z_{x0}|\hat{Z}_{x0}] = 0 + 1 \times \hat{Z}_{x0} \quad (2.28)$$

L'estimateur KS est sans biais conditionnel dans le cas normal

Krigeage ordinaire

Par construction

$$a = \frac{-\mu}{\text{var}(\hat{Z}_{x0})}$$

$$E[Z_{x0}|\hat{Z}_{x0}] = \hat{Z}_{x0} + \frac{\mu}{\text{var}(\hat{Z}_{x0})}(\hat{Z}_{x0} - m)$$

Dans le cas normal, l'estimateur KO présente un biais conditionnel $\mu < 0 \Rightarrow b < 1$,

\Rightarrow le *KO* est presque sans biais conditionnel.

Lien entre lissage et biais conditionnel

$$b = \frac{\text{cov}(Z_{x0}, \hat{Z}_{x0})}{\text{var}(\hat{Z}_{x0})} \quad (2.29)$$

$$b = \frac{\rho\sigma_{x0}\hat{\sigma}_{x0}}{\text{var}(\hat{Z}_{x0})} \quad (2.30)$$

$$= \frac{\rho\sigma_{x0}}{\hat{\sigma}_{x0}} \quad (2.31)$$

Absence de biais conditionnel $\Rightarrow b = 1 \Rightarrow \hat{\sigma}_{x0} \leq \sigma_{x0}$ ¹⁴.

Quelques cas très simples de krigeage : ces quelques cas sont présentés dans le seul but d'acquérir une certaine intuition du comportement du krigeage. On suppose un variogramme sphérique de portée finie "a".

¹⁴D. Marcotte -krigeage automne 2013, École Polytechnique - GLQ3401 Krigeage

Estimation d'un point par un autre point situé à une distance "h" Krigeage ordinaire :

$$\lambda_1 = 1 \quad \sigma_{ko}^2 = 2(\sigma_{ko}^2 - C(h)) = 2\gamma(h) \quad (\text{Note si } h > a \quad \sigma_{ko}^2 = 2\sigma^2) \quad (2.32)$$

Krigeage simple :

$$\lambda_1 = \frac{C(h)}{\sigma^2} \quad (2.33)$$

$$\sigma_{ks}^2 = \sigma^2 - \frac{C(h)}{\sigma^2} \quad (\text{Note si } h > a \quad \sigma_{ks}^2 = 2\sigma^2) \quad (2.34)$$

Remarque : Il est possible d'avoir une variance de krigeage ordinaire supérieure à la variance théorique de la variable étudiée¹⁵.

Exemple numérique

Soit les points suivants :

$$x_1 = (0, 1), Z_1 = 9$$

$$x_2 = (0, 0), Z_2 = 3$$

$$x_3 = (3, 0), Z_3 = 4$$

On veut estimer le point x_0 situé à $(1, 0)$. Supposons que l'on a un modèle sphérique, avec effet de pépite 1, palier 11 et portée 3. On calcule d'abord les distances entre toutes les paires de points :

	x_0	x_1	x_1	x_3
x_0	0	1,4	1	2
x_1	1,4	0	2	3,2
x_2	1	1	0	3
x_3	2	3,2	3	0

On évalue le variogramme sphérique à chacune de ces distances avec l'équation :

$$\gamma_h = 0 \quad \text{si } h = 0$$

$$\gamma(h) = 1 + 10(1,5(\frac{h}{3}) - 0,5(\frac{h}{3})^3) \quad \text{si } 0 < h \leq 3$$

$$\gamma(h) = 11 \quad h > 3.$$

¹⁵5. KRIGEAGE page 4

	x_0	x_1	x_1	x_3
x_0	0	7,55	5,81	9,52
x_1	7,55	0	5,81	11
x_2	5,81	5,81	0	11
x_3	9,52	11	11	0

On calcule la covariance correspondante

$$C(h) = 11 - \gamma(h)$$

	x_0	x_1	x_1	x_3
x_0	11	3,45	5,19	1,48
x_1	3,45	11	5,19	0
x_2	5,19	5,19	11	0
x_3	1,48	0	0	11

Ceci permet de construire le système de krigeage $C\lambda = C(0)$

$$\begin{pmatrix} 11 & 5,19 & 0 & 1 \\ 5,19 & 5,19 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 11 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,45 \\ 5,19 \\ 1,48 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

dont la solution est :

$$\lambda_1 = 0,21, \lambda_2 = 0,51, \lambda_3 = 0,28, \mu = -1,55.$$

L'estimation est alors :

$$\hat{Z}_{x_0} = \sum \lambda_i Z_i = (0.21) \times 9 + (0.51) \times 3 + (0.28) \times 4 = 4.54$$

La variance de krigeage est donnée par :

$$\sigma^2 = 11 - \lambda' C_0 = 8.76^{16}.$$

2.2.3 Le krigeage universile

Dans le modèle de Krigeage universel, il est possible de décomposer la fonction aléatoire d'intérêt en une combinaison linéaire de fonctions déterministes (dérive). et d'une com-

¹⁶⁹- Géostatistique 1 page 30

posante aléatoire (résidus), Dans le cas général, on donne à la dérive la forme suivante :

$$m(x) = \sum_{l=0}^L a_l f_l(x) \quad (2.35)$$

où $f_0(x)$ est prise comme constante et égale à 1, et où les coefficients $a_i \forall i = 0 \dots l$ sont non nuls. Dans le cas d'une telle décomposition de la variable aléatoire à estimer.

le système obtenu après application des quatre contraintes du Krigeage s'écrit :

Sous forme matricielle, le krigeage universel s'écrit :

$$\begin{pmatrix} C_{ij} & f_{li} \\ f_{li} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_j \\ \mu_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{i0} \\ f_{i0} \end{pmatrix}$$

La variance d'estimation est : $\sigma_u^2 = C_{00} - \sum \mu_l f_{l0}$.

où $C(h)$ est la covariance des résidus, et les μ_i sont les multiplicateurs de Lagrange associés à chacune des composantes de la dérive

méthodes avancées Krigeage d'indicateurs. méthode d'interpolation géostatistique n'exigeant pas que les données soient distribuées normalement

2.2.4 Le krigeage d'indicatrices

Le krigeage d'indicatrices a été initié par Journel (1983).

Le développement mathématique a été fait par plusieurs auteurs . Le krigeage d'indicatrices consiste à effectuer l'analyse spatiale non pas directement de la des différentes fonctions dites

«indicatrices» issues d'un codage binaire de cette 1,0 selon un seuil donné.

Soit $Z(x)$ une variable aléatoire.A. continue définie au point x et $F(x,C)$, la fonction de répartition de la V.A. au point x pour la valeur «C». Par définition :

$$F(x, C) = P(Z(x), C) = E[I(x, C)] \quad (2.36)$$

Où

$$I(x, C) = 1 \text{ si } Z(x) \geq C, 0 \text{ si } Z(x) < C \quad (2.37)$$

Pour estimer $I(x, C)$, il suffit de coder les $Z(x_i)$; calculer et modéliser le variogramme des indicatrices $I(x_i, C)$;
et effectuer le krigeage

2.3 EXEMPLE PRATIQUE

Cette étude à été faite par un groupe de chercher, KECHICHED Rabah, DJEGHOUBBI Rabah , FOUFOU Atif , NEZLI Imed Eddine HADDANE , intitulé : "Apport de la géostatistique non-paramétrique à la cartographie des concentrations du fluor dans les eaux de la nappe du Complexe Terminal"

ils ont utilisé la méthode avancées non paramétrique du krigeage d'indicatrices.

2.3.1 Situation géographique

Le champ de Hassi Messaoud est le plus important gisement d'hydrocarbure en Algérie.

Il contribue pour plus de 50 % des coordonnées Lambert sont :

X : 790.000 à 840.000 Est .

Y : 110.000 à 150.000 Nord.

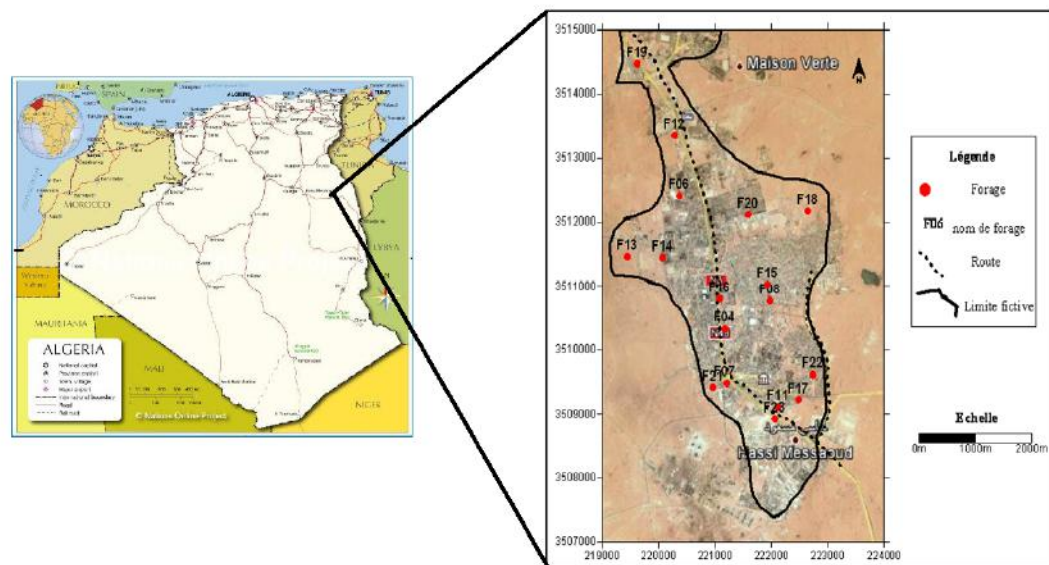


FIGURE 2.10 – Localisation de la zone d'étude : Situation géographique de la ville de Hassi Messaoud (<http://www.nationsonline.org/oneworld/map/algeria-map.htm>)(Google earth, 2012)

A. Géologie La région de Hassi Messaoud se présente sous forme d'un dôme. Elle représente le résultat d'une histoire paléotectonique assez compliquée. Il s'agit d'un prolongement de la dorsale d'Amguid El Biod à plus de 800 km de long. Sa structure fait partie d'un ensemble formant la province triasique Nord orientale. La série stratigraphique

de la région de Hassi Messaoud repose sur le socle à environ 4393 m d'épaisseur. Cette série est incomplète, elle est marquée par l'absence du Silurien, Dévonien, Carbonifère et Permien.

Hydrogéologie La région de Hassi Messaoud est, comme le Sahara algérien septentrional, caractérisée par la présence de deux principaux aquifères à savoir

1. La Nappe du Complexe Terminal (CT) contenue dans les sables du Mio-pliocène est plus ou moins en relation avec les nappes de l'Éocène, du Sénonien et du Turonien.
2. La nappe du Continental Intercalaire (C.I) : elle se présente comme un aquifère multicouche de l'Albien, Barrémien et Néocomien.

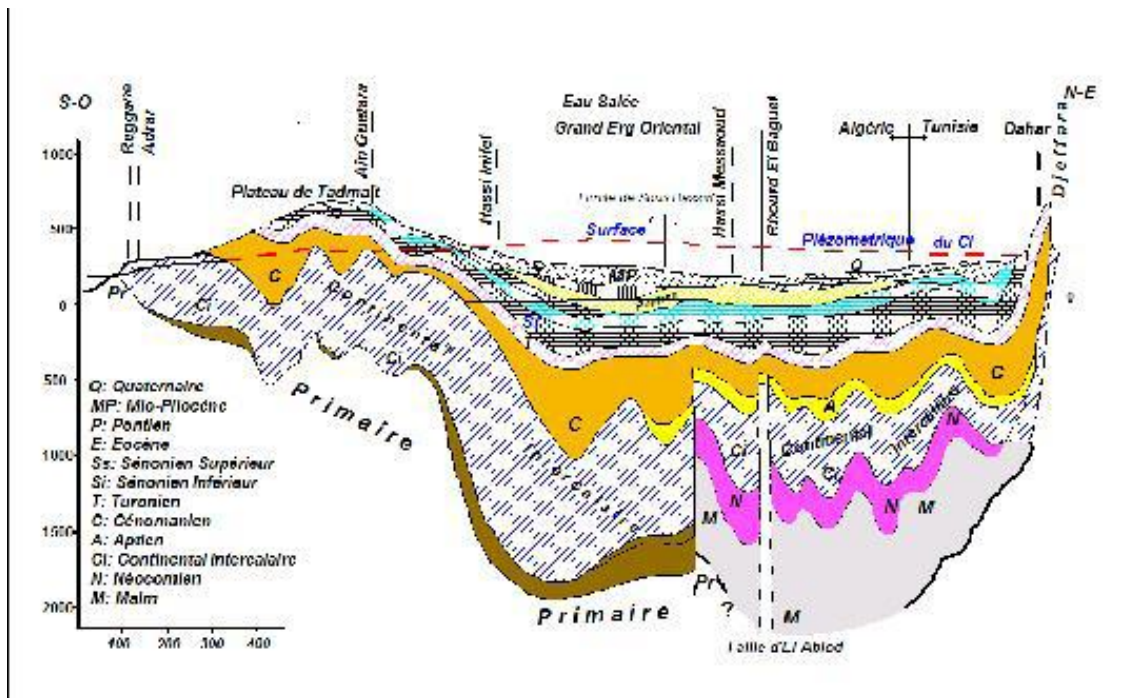


FIGURE 2.11 – Localisation de la zone d'étude

¹⁷ La nappe du Complexe Terminal de région de Hassi Messaoud se caractérise par des épaisseurs qui varient de 150 à 230 m en moyenne. La carte piézométrique montre que les courbes iso-pièzes sont légèrement serties témoignent d'un gradient hydraulique élevé. Ceci est dû à un cône de dépression liée à un excès de pompage. Un sens d'écoulement régional des eaux souterraines NE-SO. Il est a noté que cette nappe est captive dans cette région.

Échantillonnage La nappe du complexe terminal (CT) au niveau de la ville de Hassi Messaoud a été reconnue à l'aide des forages d'eau. Au total Seize (16) forages ont fait l'objet d'un échantillonnage en Mai 2013. Ces échantillons ont été analysés sur le fluor et les paramètres physicochimiques au niveau du laboratoire de l'Agence Nationale des Ressources Hydrauliques (ANRH) et l'Algérienne des eaux (ADE) d'Ouargla, selon les techniques standards .

Définition du variable régionalisée retenue La variable régionalisée choisie est le fluor (F). Ce choix est dicté par son importance pour la caractérisation des eaux. Le fluor (F) est un élément caractérisé par une grande réactivité. Le nombre atomique est de 9 et son poids moléculaire est de 19 g/mol. Il se présente en général sous forme de fluorure inorganique et il se trouve aussi, à libre en solution, lié par des liaisons de coordination à des cations en solution .

La concentration élevée de cet élément influe négativement sur la qualité des eaux et à leur potabilité due à ses effets nocifs pour la santé. La norme algérienne maximale pour le fluor est fixée à 2 mg/l.

Objective et méthodes L'objective de cette étude se focalise sur l'utilisation de la méthode géostatistique non-paramétrique, pour la cartographie des concentrations du fluor au sein de la nappe du Complexe Terminal, au niveau de la ville de Hassi Messaoud. L'utilisation du krigeage d'indicatrices est favorisée par rapport le krigeage ordinaire ou

¹⁷Situation géographique de la ville de Hassi Messaoud (<http://www.nationsonline.org/oneworld/map/algeria-map.htm>) (Google earth)

d'autres méthodes déterministes tel que :

la méthode d'inverse des distances et la triangulation linéaire simple. Ceci est à cause la non-stationnarité des données d'une part et à l'effet hydrodynamique des eaux d'autre part. La méthode de krigeage d'indicatrices utilisée dans ce travail repose, sur le codage binaire (0,1) des concentrations du fluor des points de mesures par rapport un seuil limite (cut-off). Dans notre cas la norme algérienne maximale de $2mg/l$ a été utilisée. Les concentrations $\geq 2mg/l$ sont codées par la probabilité (1), les concentrations $< 2mg/l$ sont codées par la probabilité (0).

L'étude géostatistique non-paramétrique (variographie et krigeage d'indicatrices) est ramenée sur ce codage.

La géostatistique a été définie par Matheron (1971) en tant que l'application du formalisme des fonctions aléatoires à la reconnaissance et à l'estimation des phénomènes naturels .

Le variogramme C'est l'outil de base de la géostatistique. Soit deux variables aléatoires, $Z(x)$ et $Z(x+h)$ mesurées en 2 points "x" et " $x+h$ ", la variabilité entre ces deux points se caractérise par une fonction notée $2\gamma(x, h)$ appelée variogramme Le variogramme théorique est défini comme étant l'espérance quadratique de la variable aléatoire

$$E[\{Z(x) - Z(x+h)\}^2] = 2\gamma(h, \theta) \quad (2.38)$$

méthodes avancées

2.4 LE KRIGEAGE D'INDICATRICES

Soit $Z(x)$ une variable aléatoire.A. continue définie au point x et $F(x,C)$, la fonction de répartition de la V.A. au point x pour la valeur «C». Par définition :

$$F(x, C) = P(Z(x), C) = E[I(x, C)] \quad (2.39)$$

Où

$$I(x, C) = 1 \text{ si } Z(x) \geq C, 0 \text{ si } Z(x) < C$$

Pour estimer $I(x, C)$, il suffit de coder les $Z(x_i)$; calculer et modéliser le variogramme des indicatrices $I(x_i, C)$;

et effectuer le krigeage.

Codage des concentrations La concentration limite (cut-off) du fluor choisie est de 2 mg/l (normes algériennes), en effet, pour estimer $I(2)$;

qui la concentration maximale du fluor en eau, servant de l'information disponible il suffit d'effectuer un codage bin

$$P = 0 \text{ si } Z(F) \geq 2mg/l.$$

$$P = 1 \text{ si } Z(F) \leq 2mg/l$$

N°Forage	F (mg/l)	Codage I(2)
4	1,63	0
6	2,34	1
7	1,57	0
8	2,71	1
11	2,93	1
12	2,28	1
13	2,25	1
14	1,6	0
15	2,46	1
16	1,73	0
17	2,12	1
18	2,26	1
19	2,1	1
20	2,13	1
21	197	0
22	1,86	0

TABLE 2.1 – Codage binaire des concentrations du fluor analysées en Mai 2013

Variographie d'indicatrices Les variogrammes ont été construits et ajustés à l'aide du logiciel Variowin2. 21. Le variogramme de surface a été établi dans le plan

horizontal, il montre une anisotropie dont le grand axe est orienté NW-SE tandis que, le petit axe a une direction SW-NE. Le variogramme horizontal moyen des d'indicatrices de I (2 mg/l) a été construit et ajusté par un modèle de régionalisation exponentiel de portée $a = 2592$ (m), d'un effet de pépité $C(0) = 0.012$ (mg /l2), et d'un palier $C = 0.261$ (mg/l2).

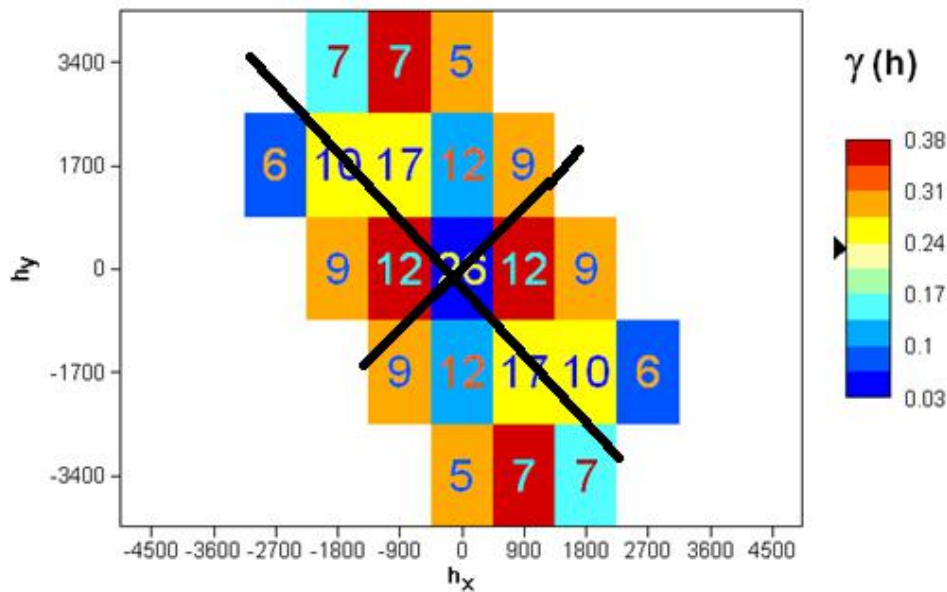


FIGURE 2.12 – Le variogramme de surface d'indicatrice

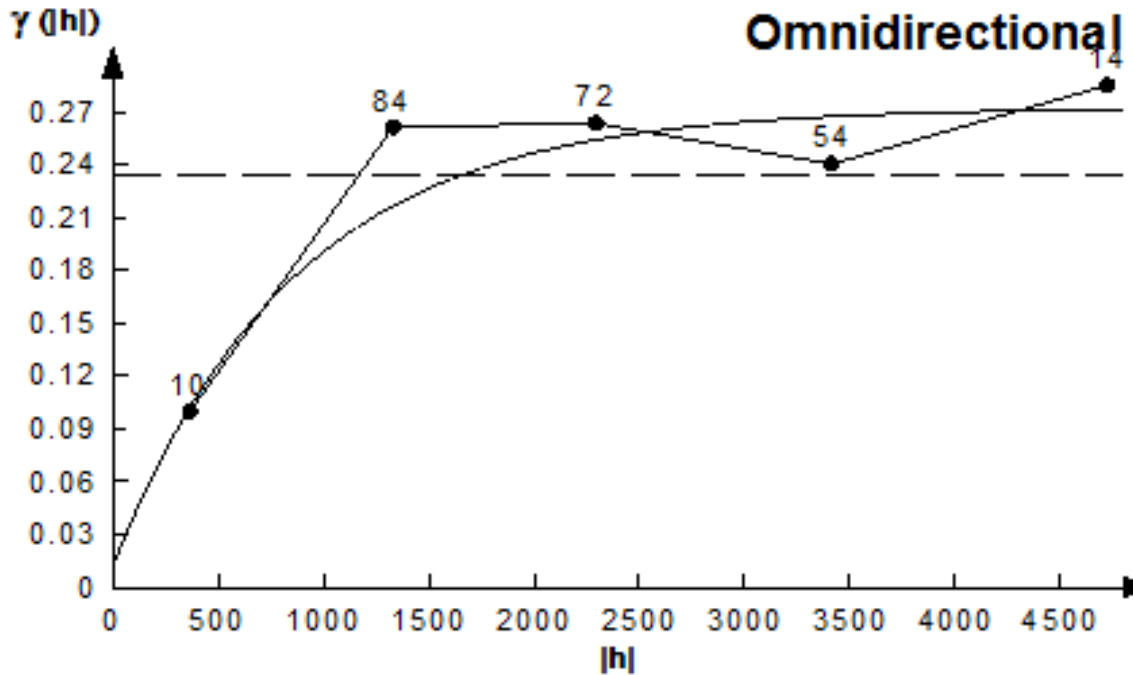


FIGURE 2.13 – Le variogramme de surface d'indicatrice

Krigeage d'indicatrices et discussions Les résultats de l'étude variographique ont été utilisés pour l'élaboration du plan de krigeage d'indicatrices. Une discrétisation de la nappe en maillage de 200*200 m a été faite. La cartographie des résultats de krigeage a été effectuée par classe à l'aide logiciel Surfer, 9 du golden software.

Cette cartographie d'indicatrices présente un modèle numérique qui montre la probabilité de la concentration de 2 mg/l en chaque noeud de maille à deux (2) dimensions.

Qualitativement on constate que la partie Nord de la nappe est caractérisée par une eau dont la probabilité de concentration du fluor égale ou supérieure à 2 mg/l est de 0.75 à 1, soit en pourcentage (75). Ouest, au niveau des forages F14, F04 et F21, est caractérisée par des eaux dont la probabilité d'avoir cette concentration varie de 0 à 0.25 (soit en pourcentage 0 à 25). C'est la zone dont l'eau présente une faible concentration.

La carte obtenue représente un modèle probabiliste de la répartition du fluor dans la nappe du Complexe Terminal à Hassi Messaoud. Elle aide à la prise de décision quant à

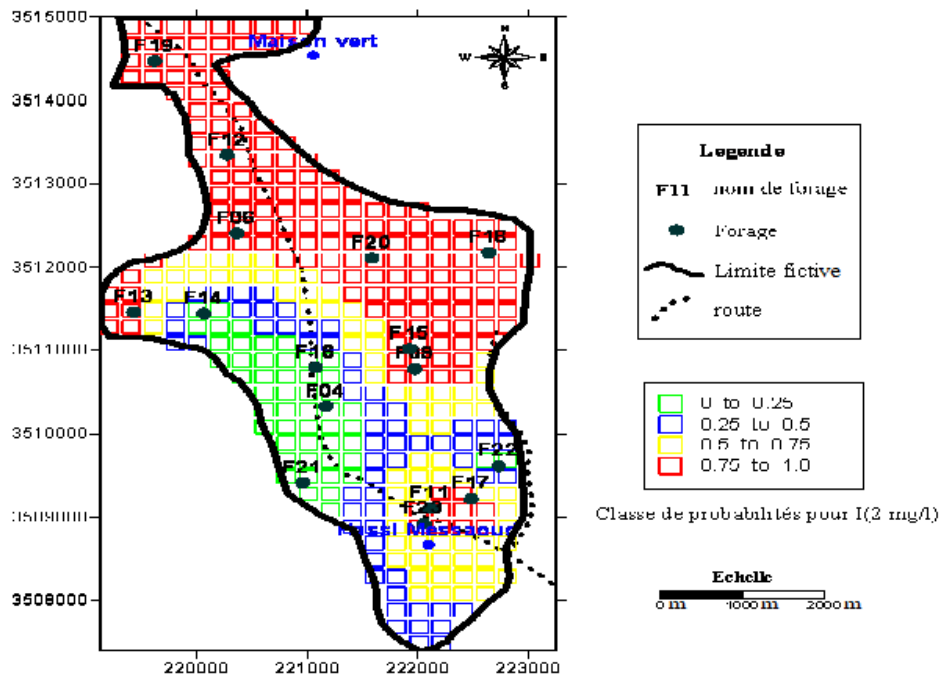


FIGURE 2.14 – Carte des d'indicatrices (probabilités) krigées pour une fluor I(2 mg/l).

l'implantation où l'exploitation des eaux en question. La variance de krigeage augmente au fur et à mesure de l'éloignement aux observations (forages) induisant une erreur qui doit être prise en considération lors l'implantation des nouveaux forages pour réduire la variance et par conséquent, la diminution de l'erreur sur l'estimation.

CONCLUSION Cette étude représente une contribution à la cartographie géostatistique d'indicatrices des éléments, en particulier le fluor, au sein de la nappe du Complexe Terminal de Hassi Messaoud. La méthode utilisée repose sur la méthode géostatistique non-paramétrique, qui consiste à choisir une concentration limite (cut-off), un

codage binaire (0,1) des observations en fonction du (cut-off), puis, la construction et l'ajustement du variogramme d'indicatrices et l'établissement du plan de krigeage d'indicatrices. La cartographie des résultats obtenus représente un modèle numérique de la probabilité d'avoir la concentration du fluor de 2 mg/l (concentration maximal de fluor à la norme algérienne). Cette cartographie a montré que la partie Nord de la nappe est caractérisée par une eau avec une forte probabilité d'avoir d'une concentration de fluor égale ou supérieur à 2 mg/l. Elle est de 0.75 à 1, soit en pourcentage (75 Cette probabilité diminue graduellement avec une direction NE-SW. Cette étude présente des perspectives pour implanter sélectivement les futurs forages

18

¹⁸tKECHICHED Rabah, DJEGHOUBBI Rabah , FOUFOU Atif , NEZLI Imed Eddine HADDANE Abdenour-Apport de la géostatistique non-paramétrique à la cartographie des concentrations du fluor dans les eaux de la nappe du Complexe Terminal (CT) Hassi Messaoud (Sud algérien). .

CONCLUSION

Dans ce mémoire, on présente le krigeage qui est la méthode d'interpolation sur la géostatistique . Il y à trois types de krigeage : ordinaire, simple ,universel qui base sur la variance minimale pour donner la bonne prevision de la mesure $Z(x_0)$ de point x_0 , à l'aide d'échantillon et dans la partie pratique on utilise la méthode krigeage d'indicatrices sur l'hydrogéologie et on a choisit comme exemple Apports de l'analyse statistique des données et la géostatistique non-paramétrique à l'étude de l'hydrogéologie-chimique de la nappe du complexe terminal (CT) –Hassi Messaoud, (sud-est algérien) qui étude la concentration du fluor dans l'eau on conclut que Le krigeage est un estimateur linéaire et sans biais.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Alain MUZELLEC - *APPORT DES VENTS ALTIMETRIQUES GEOSAT A LA DETERMINATION DES CHAMPS DE VENT DANS L'ATLANTIQUE TROPICAL* .
- [2] D. Marcotte - *krigeage automne 2013,École Polytechnique*.
- [3] Denis Allard- *Biostatistique et Processus Spatiaux (BioSP), INRA, Avignon 19 décembre 2012* .
- [4] Gilles Guillot- *Introduction à la géostatistique janvier 2004* .
- [5] KECHICHED Rabah, DJEGHOUBBI Rabah , FOUFOU Atif , NEZLI Imed Eddine HADDANE Abdenour .*Apport de la géostatistique non-paramétrique à la cartographie des concentrations du fluor dans les eaux de la nappe du Complexe Terminal (CT) Hassi Messaoud 2013,*
- [6] Mme L. Sahri *Cours Géostatistique 2ème LMD Géologie Pétrolière 2013-2014*
- [7] M. LEKHOUA Alla-eddine- M. REKABI El Moatez Bellah
Caractérisation géologique, statistique et géostatistique des paramètres pétrophysiques du réservoir Cambrien (R1) : Champ de Hassi Messaoud Algérie

الملخص.

يتمحور موضوع المذكرة حول الطريقة "krigeage" "géostatistique", وهي الطريقة المثلى لتقدير قيمة المجهول عند نقطة ويتم ذلك بتقدير أصغر تباين حيث تشمل المذكرة على ثلاث فصول الأول يتمحور حول الدراسات السابقة وتحليلها أما الفصل الثاني فتناول مبادئ ومفاهيم أساسية حول الموضوع أما الفصل الثالث تطبيق يتمثل في دراسة تركيز تواجدها غاز الفلور في الماء في محطة مائية في منطقة حاسي مسعود ورقلة.

الكلمات المفتاحية: التقدير, krigeage, أصغر تباين .

The abstract.

The subject of memory is structured on the kriging geostatistical method which anonymous estimation of the point, by Estimer the minimal variance, to greet the divided note to three chapters the first chapter centered on earlier studies and analysis or chapter other medium treated Principles and basic concepts on the subject and the third chapter the application in the study, for mapping the distribution of fluorine concentrations, in the waters of the Terminal Complex (CT) in Hassi de Messaoud Ouargla

Keywords: estimation, kriging, minimal variance.

Le résumé.

Le sujet de mémoire est structuré sur la méthode géostatistique krigeage qui estimation anonyme du point ,par Estimer la variance minimale ,de saluer la note divisée à trois chapitres le premier chapitre centrés sur des études antérieures et l'analyse ou le chapitre autre milieu traité les principes et les concepts de base sur le sujet et la troisième chapitre l'application dans l'étude ,pour la cartographie de la répartition des concentrations du fluor, dans les eaux de la nappe du Complexe Terminal (CT) à Hassi de Messaoud Ouargla.

Mots Clés: estimation, krigeage, la variance minimale.