

Systemes Quadratiques discrets: Analyse et Contrôle

Medjouri kaouther

Département de Mathématiques
Université Kasdi Merbah Ouargla 30000, Algerie
kaouthermed@gmail.com

Abstract

Notre mémoire a pour but de contrôler le chaos des systèmes dynamiques quadratiques discrets en utilisant le critère de Jury.

Mots Clés: Système dynamique quadratique, valeurs propres, stabilité, point fixe, critère de jury, route vers le chaos.

1. Introduction

Les systèmes discrets en $n - D(n > 2)$ n'ont pas été aussi largement étudiés comme les systèmes en $2 - D$, ces dernières années il y a une augmentation considérable dans leur étude.

L'une des raisons importantes pour cet état est le fait que les dynamiques de dimension 3 (comme exemple), peuvent présenter des dynamiques complexes qui est décidément distincte du cas de dimensions 2.

2. RESULTATS

Nous utilisons le critère de Jury pour déterminer le comportement des systèmes quadratiques discrets pour $n = 2, n = 3, n = 4, n = 5$. Les systèmes sont :

$$\begin{cases} x_{n+1} = a - x_n^2 - by_n \\ y_{n+1} = x_n \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} x_{n+1} = a - y_n^2 - bz_n \\ y_{n+1} = x_n \\ z_{n+1} = y_n \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} x_{n+1} = a - z_n^2 - bw_n \\ y_{n+1} = x_n \\ z_{n+1} = y_n \\ w_{n+1} = z_n \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} x_{n+1} = a - w_n^2 - bz_n \\ y_{n+1} = x_n \\ z_{n+1} = y_n \\ w_{n+1} = z_n \\ t_{n+1} = w_n \end{cases} \quad (2.4)$$

Théorème 2.1 Le point fixe s_1 du système (2.1) est asymptotiquement stable si: $a \in]0, \frac{3}{4}(1+b)^2[$ et le point fixe s_2 est instable si: $a \in]0, +\infty[$.

Théorème 2.2 Le point fixe s_1 du système (2.2) est asymptotiquement stable si: $a \in]0, \frac{1}{4}(1-b^2)(1+b)(3-b)[$ et le point fixe s_2 est instable si $a \in]0, +\infty[$.

Simulations numériques

- a- Diagramme de bifurcations.
- b- Variation de l'exposant de l'ypunove.
- c- Nouveaux attracteurs chaotiques.

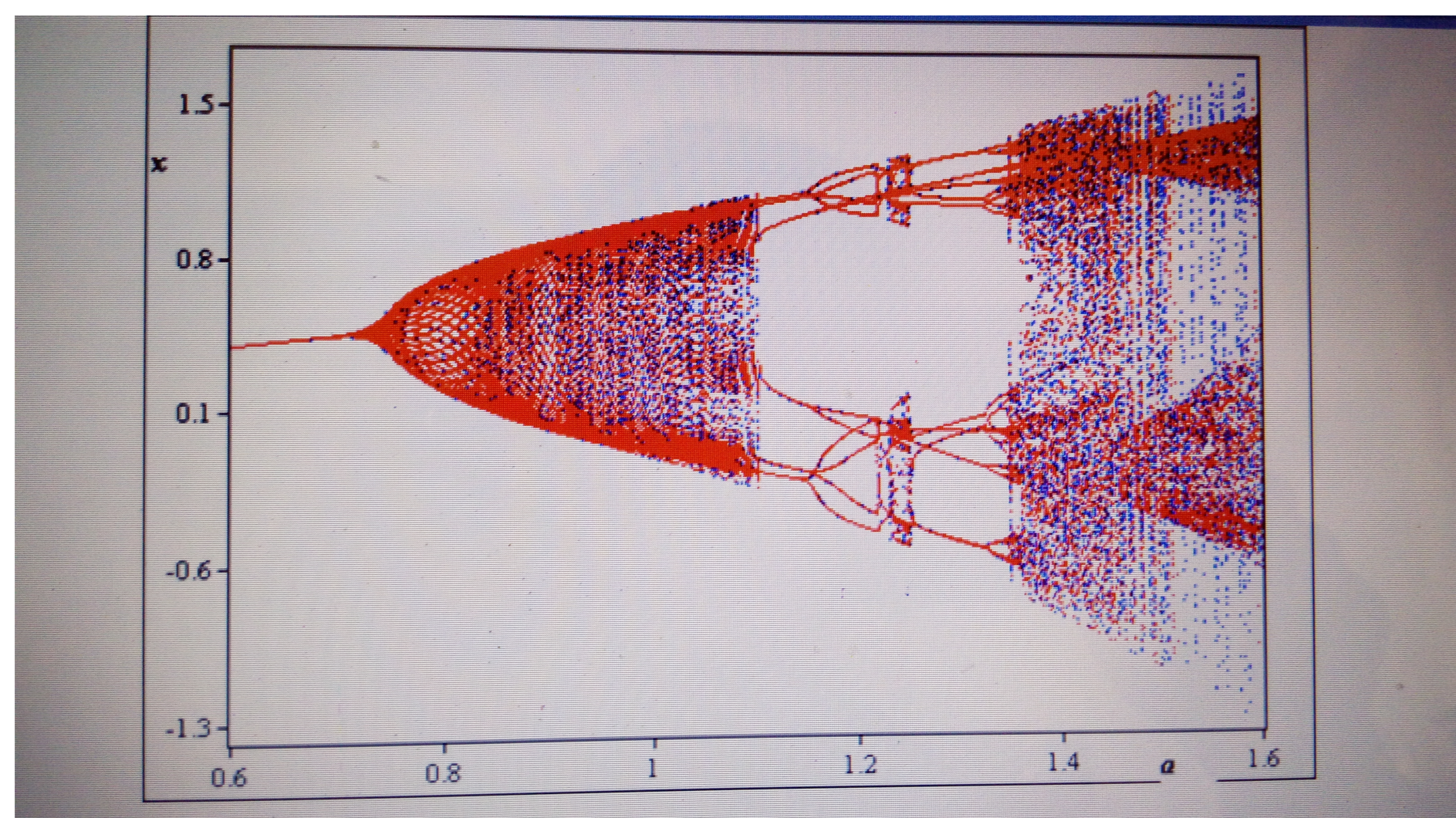


Figure 1: fig:Diagramme bifurcation de système (4) en 4D pour $b = 0.2, 0.6 \leq a \leq 1.6$.

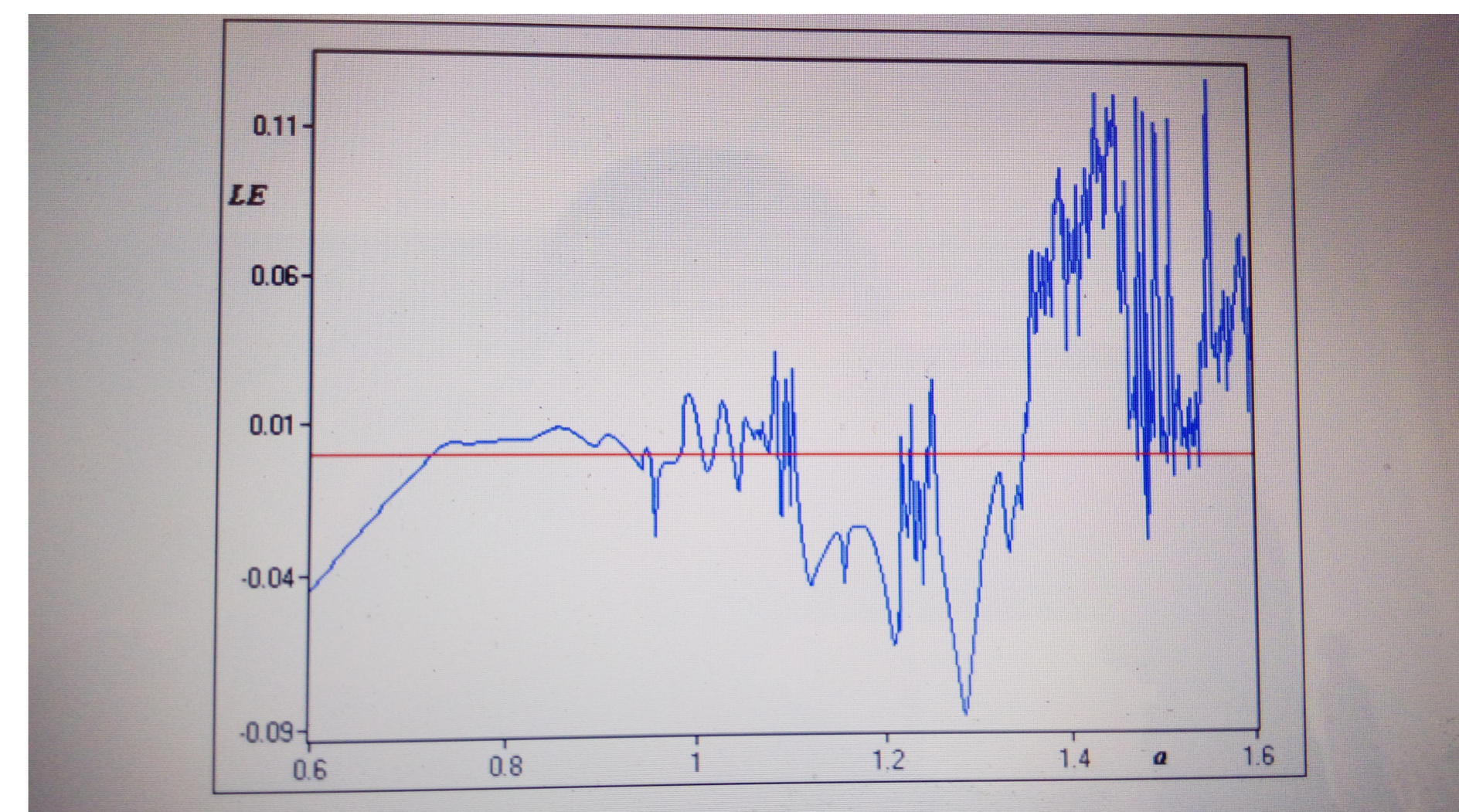


Figure 2: Variation de l'exposant de l'ypunove (4) en 4D pour $b = 0.2, 0.6 \leq a \leq 1.6$.

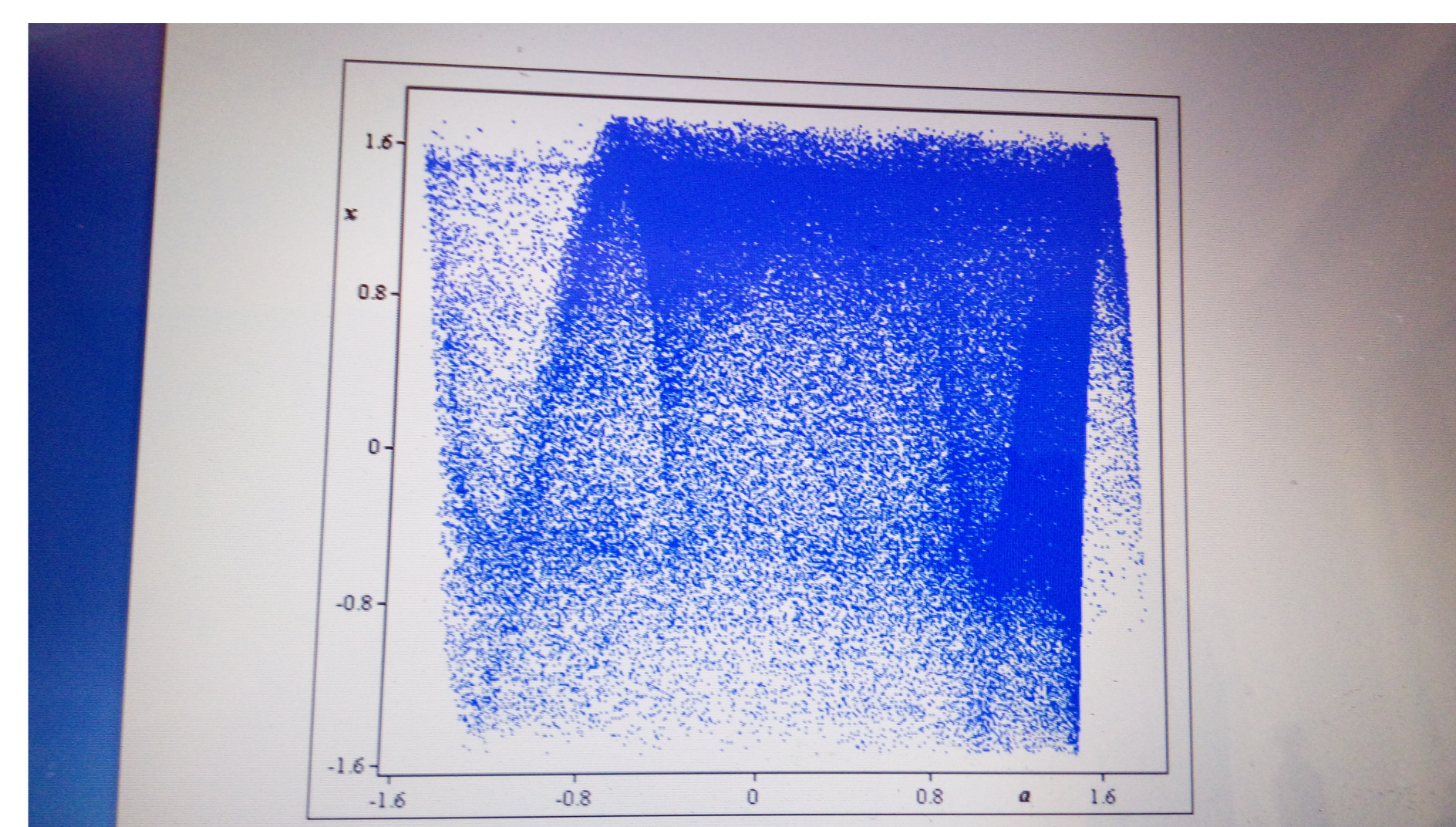


Figure 3: Attracteur chaotique de système (4) en 4D pour $b = 0.2, a = 1.66$.

3. Conclusion

Ce travail propose 4 systèmes quadratiques discrets, et la transition vers le chaos a été présentée.

References

- [1] Benedicks M. et Carleson, [1991] "The dynamics of the Henon map" *Ann. of math.* **133**, 73-169.
- [2] Henon, M. [1976] "A two-dimensional mapping with a strange attractor," *Commun. Math. Phys.* **50**, 69-77.
- [3] Ogata, K. [1995] *Discrete Time Control Systems*, 2nd (Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.)