

Université Kasdi Merbah-Ouargla
Faculté de sciences appliquées
Département de Mécanique



Mémoire

MASTER ACADIMIE

Domaine : Sciences techniques

Filière : Génie mécanique

Spécialité : Maintenance industriel

Présenté par : kherraze Med Fares/Mehda Med islam

Thème

Reformulation et implantation d'un élément finis quadrilatérale

Soutenu publiquement

Le: 06/2018

Devant le jury:

Mr. Guebailia. M
Mr. Bennouna. M
Mr. Hacini. A

Président
Examineur
Encadreur/ rapporteur

UKM Ouargla
UKM Ouargla
UKM Ouargla

Année Universitaire 2017/2018

Dédicaces :

*On dédie cette travaille pour tout de la
famille kherraze et mehda*

Et tous les amis

Hanna

Taieb

Tamer

Abed Rezek

Yahiya

Yacine

Amumar

Remerciement :

Nous remercions, en premier lieu dieu qui nous a données la force et le pouvoir pour effectuer ce travaille.

Nous remercions notre encadreur HACINI.ADEL sur les effort et les conseils de données.

Je remercie également le Pr. M .Guebailia d' avoir accepté de présider le jury

ainsi que le membres :M. Bennouna pour leurs réponse favorable à ma demande, ils m'ont fait l'honneur d'examiner ce travail, je leurs en suis profondément reconnaissant.

Nous tenons par cette occasion a présenter no vifs remerciement a tous ceux qui ont collaboré de prés ou de loin a la réalisation de ce modeste travaille .

nous remercions tous les amis qui nous ont soutenus tout au longe universitaire, aussi bien de loin que de prés.

Table des matières

Chapitre I : Généralité

1	Introduction	4
2	DÉMARCHE ÉLÉMENTS FINIS	4
2.1	Définition d'un élément fini.....	5
2.1.1	Les nœuds géométriques	5
2.1.2	Attributs d'un élément fini	5
3	Représentation des éléments finis	6
3.1.1	Discretisation de domaine	7
4	Importance de la modélisation	9
5	Étapes logiques du calcul par éléments finis.....	10
6	Domaines d'application de la MEF	11
6.1	UTILISATION D'UN LOGICIEL ÉLÉMENTS FINIS	11
7	Élément quadrilatérale Q4 (2D)	12
7.1.1	Élément quadratique	13
8	Caractéristiques de matériaux	13
9	Utilisations	13
10	Relations	14
2	Introduction	17
2.1	Caractéristiques du logiciel RE_FLEX	20
2.2	Description du logiciel RE_FLEX	21
2.3	Organisation générale.....	21
2.4	Description des tables et variables des ‘COMMON’ On distingue	22
2.5	Paramètres de dimensionnement des tables	22
2.6	Allocation des tables.....	22
2.7	Normes de programmation	23
2.8	Quantités associées aux éléments.....	24
3	Paramètres pour le choix d'une opération de calcul élémentaire.....	25
3.1	Quantité associées aux opérations de calcul élémentaire	26
3.2	Quantités associées aux opérations de calcul global	26
4	Description des différentes commandes.....	27
4.1	Commande d'IMAG.....	27
4.2	Command COMT	27

4.3	Commande DATA.....	27
4.4	Commande SOLR	28
4.5	Commande LINR	28
4.6	Commande VALP	29
4.7	Commande DYNA	30
4.8	Commande STOP	30
5	Description des données associées aux commandes de calcul (SOLR, LINR, VALP, DYNA, STOP)	30
6	Elément d'élasticité à 2 dimensions : ELEM04	30
3	Introduction	33
3.1	Modélisation de la déformation par la méthode des élément finis	33
3.2	Elément quadrilatère 4 nœuds.....	33
4	Calcul de la matrice [B] et de la matrice [Ke]	34
4.1	Approximation bi - linéaire.....	34
4.2	Transformation des dérivées	36
4.3	Transformation des intégrales.....	38
5	Evaluation numérique des matrice et vecteurs élémentaires	39
	La formule de la matrice de rigidité [K]	39
6	Calcul de la matrice de rigidité de l'élément Q4	39
4	Introduction	42
4.1	Flexion plane d'une poutre encastree	42
	calcul analytique	42
4.2	Cas maillage régulier	43
	Application numérique	43
4.3	Cas d'un maillage distordu	47
	Application numérique	47

Notation

1D :	unidimensionnelle
2D :	bidimensionnelle
3D :	tridimensionnelle
E.F :	élément finis
DDL :	Degré de liberté
[] :	Matrice
[] ^T :	Matrice transposée
[] ⁻¹ :	Matrice inverse
ξ, η :	Coordonnées paramétriques
N_i :	Fonctions d'interpolations
[N] :	Matrice des fonctions de formes
[J], J :	Matrice jacobéenne des transformations ,déterminant de[J]
[j] :	Matrice jacobéenne inverse
i, j :	Base orthonormée cartésienne
x, y :	Coordonnées cartésiennes locales
e :	Epaisseur
V :	Volume
dV, dA :	Élément
MEF :	méthode des élément finis
Q4 :	quadrilatère 4 nœuds
E :	module d' Young
ν :	coefficient de poisson
[B] :	Matrice de déformation
[D] :	Matrice d'élasticité
[Ke] :	Matrice de rigidité élémentaire
{F} :	Vecteur des forces
{u} :	Vecteur de déplacement

Liste de Tableau

Chapitre 01

Tableau 1.1 : les applications l'analyse du méthode des élément finis

Tableau 1.2 : les types d'éléments finis [8].

Tableau 1.3 : Les fonction de forme d'un élément quadratique a4 nœuds [5]

Tableau 1.4 : quelque matériaux (purs , alliages , naturels) [7]

Chapitre 02

Tableau 2.1 : tables globales (réparties , totales , résidus) [2]

Tableau 2.2 : table élémentaire dans logiciel [2]

Tableau 2.3 : la première tache a la méthode d'élément finis [2]

Tableau 2.4 : la deuxièmes tache sur la méthode [2]

Tableau 2.5 : troisième tache sur la méthode [2]

Tableau 2.6 : les différentes commande de RE_FLEX [2]

Tableau 2.7 : Sélectionnez un élément fini(degrés d' liberté ,les type d'élément) [2]

Tableau 2.8 : les opération de calcule a REFLEX

Chapitre 03

Tableau 3.1 : Les fonction d'interpolation [N] et les dérivées par rapport ξ, η [2]

Tableau 3.2: Composantes de la matrice [B] de l'élément Q4 [3]

Chapitre 04

Tableau 4.1 : l'influence de nombre des élément pour le déplacement transversal

Tableau 4.2 : l'influence le nombre des élément (cas d'un élément distordu)

Tableau 4.3 : l'influence du module d'Young sur le déplacement Transversal

Tableau 4.4 : l'influence de coefficient de poisson sur le déplacement transversal

Liste de Figure

Chapitre 01

Figure 1.1 : Discrétisation d'une structure en nœuds et éléments (dent d'une roue dentée)

Figure 1.2 : élément poutre a unidimensionnels [1]

Figure 1.3 : exemple a élément on 2D et 3D (rectangle a 4 nœuds , triangle a 6 nœuds ,etc....)

Figure 1.4 : Domaine plan discrétisé en 12 élément (8 triangles , 4 quadrangle) reliés entre eux par 15 nœuds [3]

Figure 1.5 : principe d'analyse par la MEF [2]

Figure 1.6 : élément quadratique a 4 nœuds [5]

Figure 1.7 : Numérotation de référence élément quadratique (8 nœuds ,ou 9 nœuds) [5]

Chapitre 02

Figure 2.1 : : la base de donnée dans le code (RE_FLEX)

Figure 2.2 : exemple sur le calcule dans logiciel [2]

Chapitre 03

Figure 3.1 : Transformation géométrique linéaire d'un élément quadrilatère [2]

Figure 3.2 : Transformation des surfaces

Figure 3.3: (4 déplacement et 8 degré d' liberté) d'un élément quadrilatère [8]

Chapitre 04

Figure 4.1 : Poutre en flexion plane

Figure 4.2: maillage régulier (1 élément) M1

Figure 4.3 : type de maillage régulier (2élément) M2

Figure 4.4 : présentation un modale de maillage régulier M3

Figure 4.5: maillage régulier a 4 élément M4

Figure 4.6: maillage régulier (5 élément) M5

Figure 4.7 : mode maillage distordus a 2 élément

Figure 4.8: maillage distordu (3élément)

Figure 4.9: maillage distordu (4élément)

Figure 4.10: maillage distordu (5 élément)

Introduction générale :

Depuis les dernières décennies, la méthode des éléments finis est largement utilisée pour réaliser de véritables études d'ingénierie dans tous les domaines, non seulement parce qu'elle peut réduire considérablement le coût de la conception, mais aussi parce qu'elle peut établir les phénomènes physiques complexes. Elle aide les ingénieurs à mieux comprendre les processus de déformation et de contrôler la qualité de produits. L'application de cette méthode dans une classe importante de problèmes exige des outils numériques appropriés et robustes pour une mise en œuvre souple et efficace. Dans ce cadre et afin de répondre à ces exigences, il est essentiel de choisir et de développer des éléments finis appropriés pour accélérer les processus de conception et de réduire les coûts de calcul pour ces problèmes.

Dans cette méthode est utilisée le résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques, etc.) .

Le principe de base de la MEF consiste à remplacer le domaine réel par un ensemble d'éléments discrets, qui peuvent être réunis de plusieurs manières, et employer pour représenter les formes les plus complexes.

C'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique , problèmes linéaires ou non linéaires, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. De plus elle s'adapte très bien aux milieux hétérogènes souvent rencontrés dans la pratique par l'ingénieur.

Parmi certaines applications de la méthode des éléments finis, on retrouve la modélisation des plaques; sa géométrie, les conditions aux limites (appuyées ou encastées), l'épaisseur (mince ou épaisse), le matériau utilisé (homogène ou isotrope), tous ces paramètres devraient être bien connus au préalable et leurs prise en considération dans la conception du programme d'éléments finis est indispensable.

le mémoire se devise en quatre chapitre .

la premier chapitre nous avons identifié à la fois les généralités de la méthode des éléments finis et le champ utilisé, comme nous avons pris l'exemple représentation d'un élément (1D ,2D,3D) en générale est avec un aperçu sur les caractéristique des matériaux (le module d'Young , la coefficient de poisson).

Dans le deuxième chapitre, nous présenter une conception en détaille d'un logiciel de calcul pour éléments finis (le code RE_FLEXE).

Le troisième chapitre présente la formulation d'un élément quadrilatère (**Q4**), avec la présentation des étapes utilisées pour le calcul(les fonction de forme , la matrice de jacobine, la matrice [**B**] , la matrice de rigidité élémentaire [**Ke**] de l'élément rectangulaire) , formulé à base du champ de déplacement , la déformation et l'intégration numérique de gauss.

Le quatrième chapitre est consacré aux différents tests de validations, et leur applications, dans ce cas flexion plane d'une poutre encastéré, est étudié deux cas sur le maillage (régulier , distordu) pour l'élément Q4, ainsi qu'une comparaison entre le résultats analytique et les résultats numérique.par le langage de programmation **FORTRAN 77** et le code de calcule RE_FLEX .

Chapitre I:
Généralité Sur La Méthode Des
Elément Finis

1 Introduction :

La Modélisation de la méthode des éléments finis dans des simulations de systèmes d'ingénierie avancés dans différents domaines tels que l'état du véhicule en cours de construction pour des systèmes avancés, ingénieurs et concepteurs passe par la modélisation avancée (simulation, visualisation, analyse, conception, modélisation, test et enfin fabrication). En analyse numérique, la méthode des éléments finis sont utilisées pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques...)[8]

Dans toutes les applications l'analyste recherche à calculer une quantité de champ, comme par exemple :

Application	Quantité de champ
• Analyse des contraintes	Champ des contraintes ou champ des déplacements
• Analyse thermique	Champ de température ou flux de chaleur
• Ecoulement des fluides	Fonction de courant ou fonction du potentiel de vitesse

Tableau 1.1 : les applications l'analyste du méthode des élément finis

2 DÉMARCHE ÉLÉMENTS FINIS :

Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis sont les suivantes:

- ✓ Discrétisation du milieu continu en sous domaines.
- ✓ Construction de l'approximation nodale par sous domaine.
- ✓ Calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème.
- ✓ Assemblage des matrices élémentaires .
- ✓ Prise en compte des conditions aux limite
- ✓ Résolution du système d'équations.

2.1 Définition d'un élément fini

2.1.1 Les nœuds géométriques

Nous choisissons un ensemble de n points (voir figure 1.4), sur le domaine V , qui servira à définir la géométrie des éléments. Ces points, appelés nœuds géométriques, peuvent éventuellement coïncider avec les nœuds d'interpolation. Puis nous remplaçons le domaine V par sous ensemble d'éléments Ve de formes relativement simples. Chaque élément Ve doit être défini analytiquement de manière unique en fonction des coordonnées des nœuds géométriques qui appartiennent à cet élément, c'est -à-dire qui sont situés sur Ve et sur sa frontière[2].

2.1.2 Attributs d'un élément fini

éléments finis permet d'isoler un de ces éléments pour l'étudier et établir les caractéristiques. L'identification d'un élément fini comprend les points suivants [2]:

Géométrie :

un élément fini peut être un segment de droite ou de courbe, triangulaire ou quadrilatère (plan ou courbe), tétraèdre, prismes ou hexaèdre (brique). Les frontières entre les éléments peuvent être respectivement des points, des segments de droite ou de courbe, des faces planes ou courbes[2].

Nœuds : les nœuds définissent la géométrie et assurent la connectivité des éléments les uns aux autres , ils occupent les sommets, les milieux des arêtes et faces, selon le type de l'élément et la théorie adaptée [2].

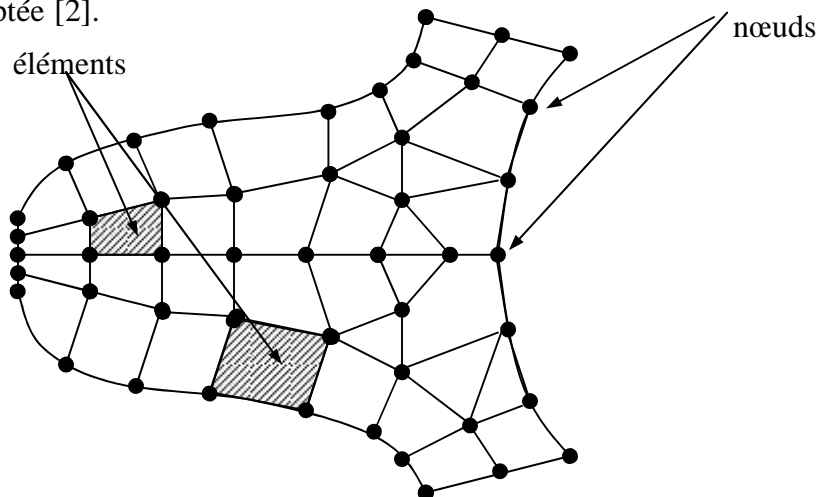


Figure1.1 : Discrétisation d'une structure en nœuds et éléments (dent d'une roue dentée)

Degrés de liberté : la fonction d'approximation (ex : le champ de déplacements) est exprimée en fonction des valeurs particulières qu'elles prennent aux nœuds, valeurs qui deviennent les inconnues nodales. L'union, par leurs degrés de nodaux communs des différents éléments adjacents, permet de reconstituer la solution complète (assemblage) tout en veillant à respecter certaines règles, dites critères de convergence[2].

Forces nodales : à travers les nœuds transitent des forces associées aux degrés de liberté. Elles sont dues aux charges appliquées à l'élément (poids propre, charge uniforme, température....etc.) [2].

3 Représentation des éléments finis [3]

Nous distinguons trois familles correspondantes à des différents types d'éléments finis à une, deux, trois dimensions, chaque élément est identifier par sa forme géométrique, le type de courbe ou de surface qui forme sa frontière, ainsi que le nombre des nœuds géométriques.

a) **Les éléments unidimensionnels :** barres, poutres rectilignes ou courbes utilisées de façon individuelle ou associées à des plaques pour modéliser les raidisseurs dans un voile.



Figure 1.2 : élément poutre a unidimensionnels [1]

b) **Les éléments bidimensionnels :** élasticité plane, plaque en flexion, coques , de forme triangulaire ou quadrangulaire.

c) **Les éléments tridimensionnels :** éléments de volume ou coques épaisses

d) **Les éléments axisymétriques :** qui constituent une classe bien particulière : toutes à section triangulaire ou quadrangulaire, coques conique ou méridienne courbe.

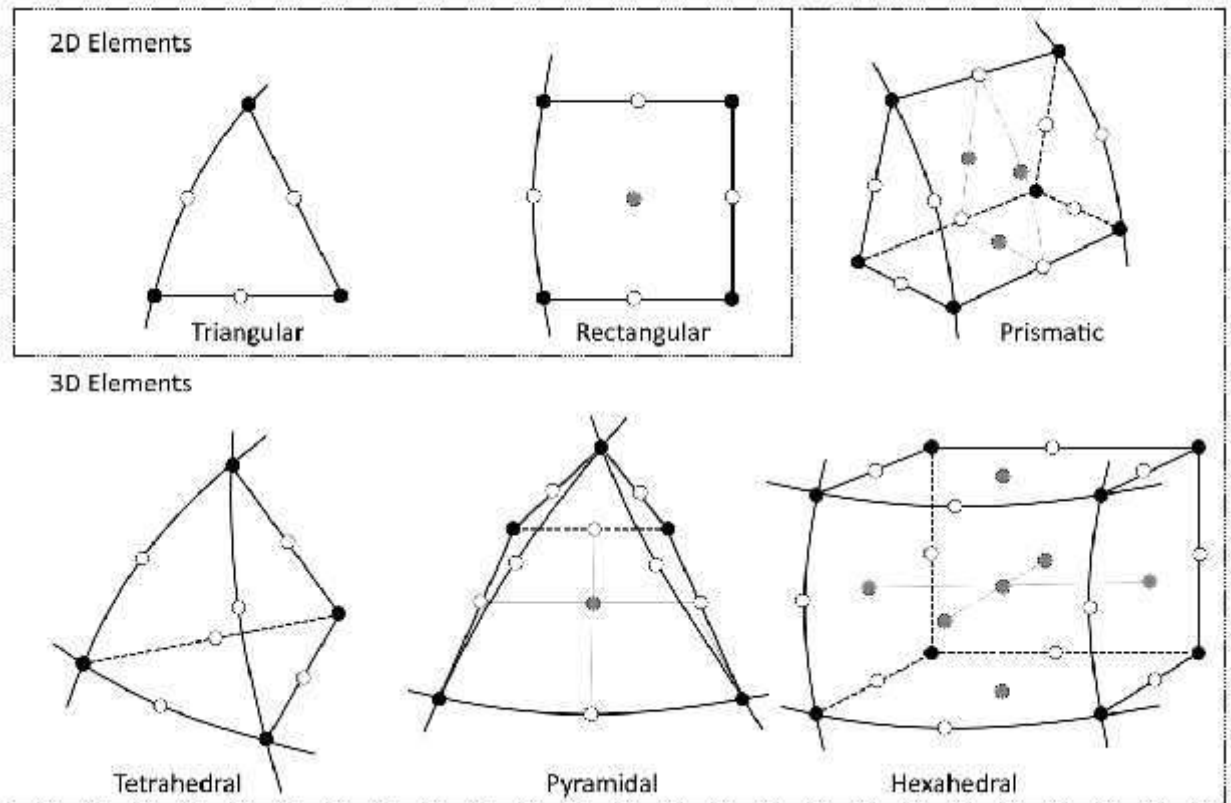


Figure 1.3 : exemple a élément on 2D et 3D (rectangle a 4 nœuds , triangle a 6 nœuds ,etc....)





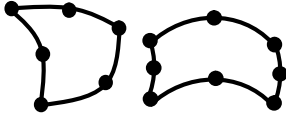
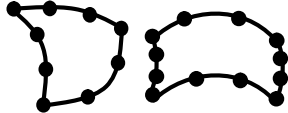
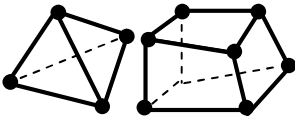
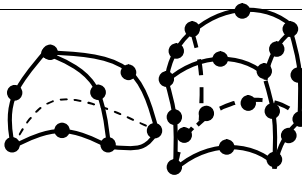




[3]

3.1.1 Discrétisation de domaine

Le corps solide est divisé en éléments , La procédure est souvent appelée maillage, ce qui est généralement réalisée en utilisant ce qu'on appelle des préprocesseurs. Cela est particulièrement vrai pour les complexes géométries. Le préprocesseur génère un numéro unique pour l'ensemble des éléments et des nœuds du solide ou de la structure d'une manière appropriée. Un élément de liaison est formé par les nœuds d'une manière prédéfinie conforme afin de créer la connexion de l'élément. Tous les éléments forment ensemble la totalité du domaine du problème, sans aucun espace ou chevauchement. Il est possible que le domaine se compose de différents types d'éléments avec différents nombres de nœuds, aussi longtemps qu'ils sont compatibles (pas de trous et chevauchement la condition admissible (a) exigé par le principe de Hamilton) sur les frontières entre les différents élément.

La Méthode des Eléments Finis a développé une série de types d'éléments finis qui, pour le début, peuvent être classifiés en :

- éléments finis unidimensionnels (généralement des barres) .
- éléments finis bidimensionnels (plaques et mêmes volumes).
- éléments finis tridimensionnels (blocs massifs).

Eléments	linéaires	paraboliques (quadratiques)	cubiques
unidimensionnels			
bidimensionnels			
tridimensionnels			
autres types	 Masse	 Ressort	 Contact

1. **Tableau 1.4** : les types d'éléments finis [8].

4 Importance de la modélisation

La modélisation est l'étape clé de toute analyse, elle consiste à rattacher la structure réelle à un modèle connu de la mécanique des solides, structures et matériaux qui est capable d'en décrire le fonctionnement avec une précision convenable. Pratiquement la modélisation consiste : En ce qui concerne la structure, à ramener cette dernière à une géométrie en choisissant des axes (barre, poutre câble), des plans (parois, plaques coques), des volumes (solides) après avoir éliminé certains détails (gousset, petites excentricités), à choisir la théorie la plus appropriée à cette géométrie pour définir les conditions d'appuis et les charges. Choisir de façon réaliste les lois constitutives des matériaux décrivant aussi bien les réponses mécaniques classiques, (linéaires anisotropes discontinuité) que les phénomènes physiques (teneur en eau, discontinuité, perméabilité), à déterminer les propriétés qui définissent ces lois et à connaître l'état initial des matériaux (contraintes initiales)[4].

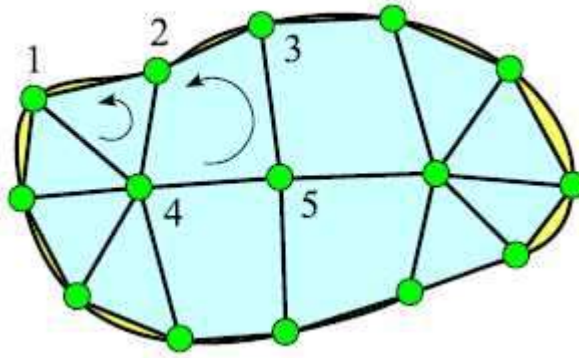


Figure 1.5 : Domaine plan discrétisé en 12 élément (8 triangles , 4 quadrangle) reliés entre eux par 15 nœuds [3]

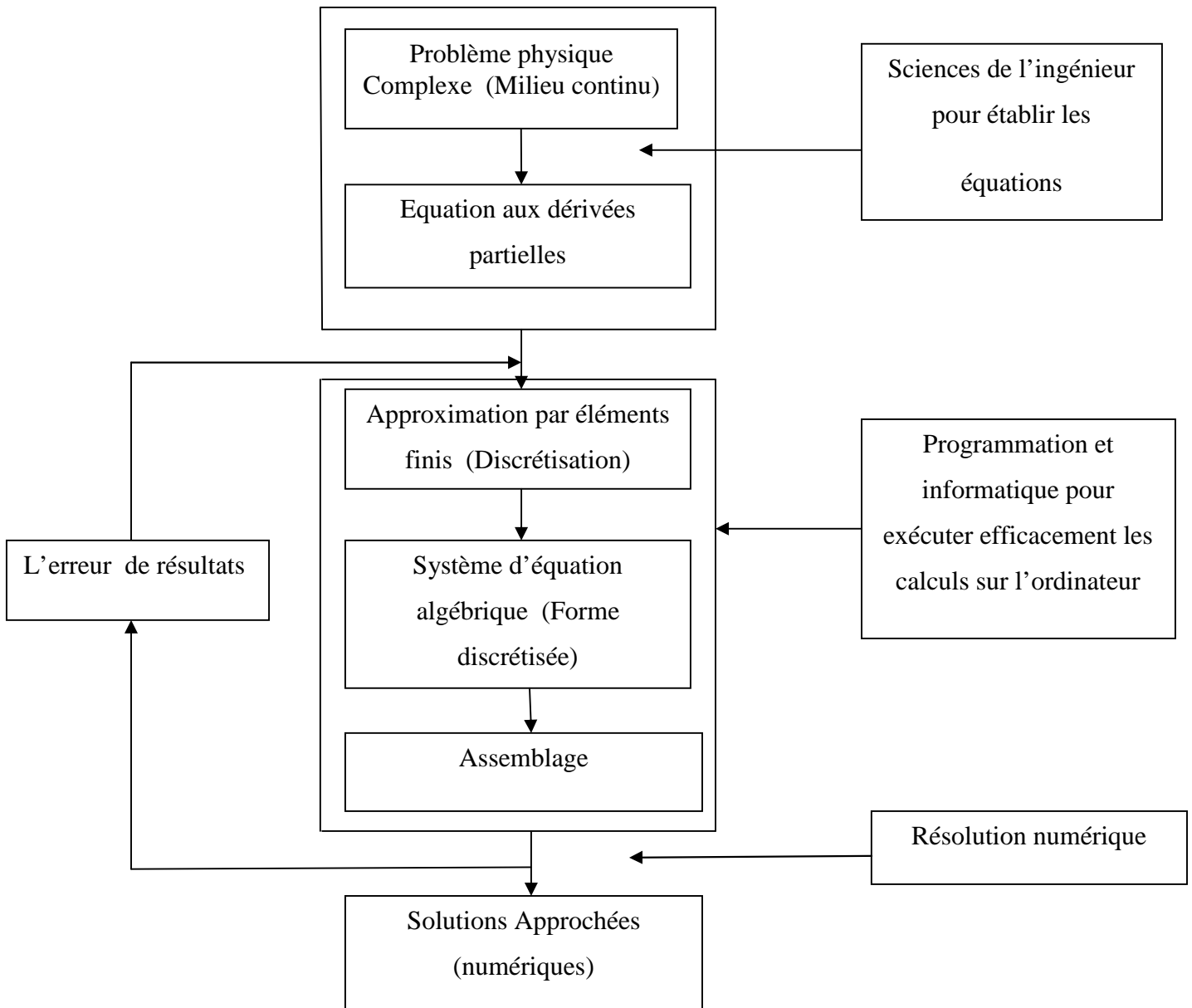


Figure 1.4 : principe d'analyse par la MEF [2]

5 Étapes logiques du calcul par éléments finis [5]:

- Définir les nœuds et les propriétés des élément (Créer le maillage).
- Pour chaque élément, établir la matrice de rigidité élémentaire $[K_e]$.
- reliant les degrés de libertés (déplacements) nodaux $\{U\}$ et les forces

$\{Fe\}$ appliquées aux nœuds : $[Ke] \{Ue\} = \{Fe\}$

- Assembler les matrices et les vecteurs élémentaires en un système global $[K] \{U\} = \{F\}$ de manière à satisfaire les conditions d'équilibre aux nœuds.
- Modifier le système global en tenant compte des conditions aux Limites.
- Résoudre le système $[K] \{U\} = \{F\}$ et obtenir les déplacements $\{U\}$ aux nœuds.
- Calculer les gradients (flux de chaleur, déformations et contraintes) dans les éléments et les réactions aux nœuds sur lesquels les conditions aux limites sont Imposées.

6 Domaines d'application de la MEF [5] :

- ❖ analyse linéaire (statique et dynamique).
- ❖ analyse non linéaire (grands déplacements et rotations, grandes déformations, contact et frottement, flambage, ...).
- ❖ mise en forme des matériaux thermique (en régime permanent et transitoire,...).
- ❖ mécanique des fluides.
- ❖ Electromagnétisme.
- ❖ dynamique rapide (choc, impact, crash).
- ❖ optimisation des structures.

6.1 UTILISATION D'UN LOGICIEL ÉLÉMENTS FINIS [8] :

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels: NASTRAN, ANSYS, ADINA, ABAQUS, CASTEM 2000, CESAR, SAMCEF, FORTRAN , etc. ... Les possibilités offertes par de tels programmes sont nombreuses:

- ❖ Analyse linéaire ou non d'un système physique continu.
- ❖ Analyse statique ou dynamique .
- ❖ Prise en compte de lois de comportement complexes.
- ❖ Prise en compte de phénomènes divers (élasticité, thermiques, électromagnétiques, de plasticité, d'écoulement, etc. ...) pouvant être couplés .

- ❖ Problèmes d'optimisation .
- ❖ ils ne cessent de se développer ! L'utilisation de tels programmes nécessite une formation de base minimum, suivie d'applications pratiques sur des problèmes simples.

Voyons tout d'abord comment se déroule une étude basée sur l'utilisation d'un logiciel éléments finis.

7 Elément quadrilatérale Q4 (2D)

Le domaine de référence est le carré $-1 \leq \xi \leq +1, -1 \leq \eta \leq +1$. Soit Élément bilinéaire : Élément à quatre nœuds (les sommets du carré). Avec quatre points il n'est pas possible d'avoir un polynôme complet ,On extrait une sous base des polynômes de degré 2 (base bilinéaire): $1, \xi, \eta, \xi\eta$. Les fonctions de forme sont obtenues en faisant le produit des fonctions de forme du segment linéaire dans les deux directions [5]:

Nœuds	Ni	$\partial_x Ni$	$\partial_y Ni$
1	$1/4(1-\xi)(1-\eta)$	$1/4(\eta-1)$	$1/4(\xi-1)$
2	$1/4(1+\xi)(1-\eta)$	$1/4(-\eta+1)$	$1/4(-\xi+1)$
3	$1/4(1+\xi)(1+\eta)$	$1/4(1+\eta)$	$1/4(1+\xi)$
4	$1/4(1-\xi)(1+\eta)$	$1/4(-\eta-1)$	$1/4(-\xi-1)$

Tableau 1.2 : Les fonction de forme d'un élément quadratique a4 nœuds [5]

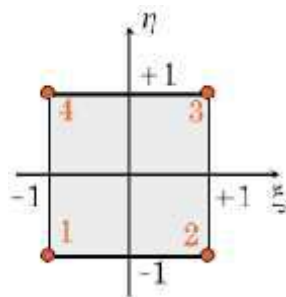


Figure1.6 : élément quadratique a 4 nœuds [5]

7.1.1 Élément quadratique (huit ou neuf nœuds) :

Élément à neuf nœuds (les sommets, les milieux des côtés et le centre). On utilise une approximation quadratique dans les deux directions. La base est donc $1, \xi, \eta, \xi\eta, \xi^2, \eta^2, \xi^2\eta, \xi\eta^2, \xi^2\eta^2$ [5].

Les fonctions de forme sont obtenues en faisant le produit des fonctions de forme de l'élément quadratique 1D [1].

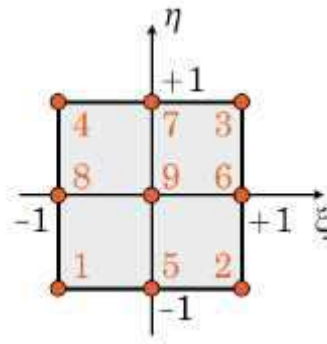


Figure 1.7 : Numérotation de référence élément quadratique (8 nœuds ,ou 9 nœuds) [5]

8 Caractéristiques de matériaux

8.1 Définition module d' Young :

Le module de Young ou module d'élasticité (longitudinale) ou encore module de traction est la constante qui relie la contrainte de traction (ou de compression) et le début de la déformation d'un matériau élastique isotrope. Dans les ouvrages scientifiques utilisés dans les écoles d'ingénieurs, il a été longtemps appelé module d'Young [6].

9 Utilisations :

Le module de Young est bien évidemment extrêmement utilisé en mécanique des structures ou en résistance des matériaux.[6].

10 Relations :

L'expression de E en fonction du module de cisaillement (G) et du coefficient de Poisson (ν) s'écrit $E=2G(1+\nu)$. alors que l'expression de E en fonction de λ et μ , appelés coefficients de Lamé, est [4] :

$$E = \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \mu$$

Si :

E : Module d'Young

λ et μ : Coefficient De Lamé sont des paramètres caractérisant les propriétés élastiques du matériau mais ne sont pas directement accessibles par mesure expérimental.

Chapitre II :
Introduction Le Code `_RE_FLEX`

2 Introduction :

Nous présentons dans cette chapitre un logiciel simple et modulaire destiné à l'enseignement de la méthode des éléments finis . il peut également servir de base aux chercheurs qui pourront l'utiliser et le modifier facilement pour tester de nouveaux éléments ou de nouvelles méthodes de résolution . ce logiciel appelé RE_FLEX (recherche et enseignement en modélisation des structures flexibles) est écrit en fortran [2] .

les quantités associées à la description d'un problème et qui sont lues par un module d'interface. Soit :

Table des coordonnées globales	VCOR
Table des dd nodaux	KDLNC
Table des propriétés nodales	VPRN
Table des connectivités des éléments	KONEC

Figure 2.1 : la base de donnée dans le code (RE_FLEX)

Table des types d'éléments	KTPEL
Table des propriétés élémentaires	VPREL
Table d'indice du groupe de propriétés	KPREL
Table des conditions aux limites	VCLIM
Table d'indice de conditions aux limites sur chaque nœud	KCLIM
Table des sollicitations concentrées	VFCG

Figure 2.2 : Table Globale A La Base De Données RE_FLEX

les quantités générées par les modules de calcul d'éléments finis sur les deux tableau suivante :

Table (globale , élémentaire)

Tables globales	
Table des sollicitations réparties	VFRG
Table des sollicitations totales	VFG
Table des résidus (et réactions)	VRESG
Table de la solution	VSLOG, VDLG
Table de la matrice rigidité assemblée	VKG

Tableau 2.1 : tables globales (réparties , totales , résidus) [2]

Table élémentaires	
Table des coordonnées	VCORE
Table des dd de chaque nœud	KDLE
Table de localisation des ddl dans la matrice globale	KLOCE
Table des propriétés	VPREE
Table des propriétés modales	VPRNE
Table de la solution	VDLE

Tableau 2.2 : table élémentaire dans logiciel [2]

Trios tâches associées à la mise en œuvre de méthode d'éléments finis peuvent être distinguées :

Tâche : acquisition des données	
<p>Programme :</p> <ul style="list-style-type: none"> -représentation géométrique (interface avec les outils de CAO/DAO) -maillage automatique -manipulation et modification des Données du problème. 	<p>Organisation des données :</p> <ul style="list-style-type: none"> - table, objets -base de données

Tableau2.3 : acquisition des données sur la méthode d'élément finis [2]

Tâche : Calculs par éléments finis	
<p>Programme :</p> <ul style="list-style-type: none"> -opérations au niveau des éléments -assemblage -résolution (linéaire, non linéaire, In stationnaire.) 	<p>Organisation des données :</p> <ul style="list-style-type: none"> - scalaires - tables à une dimension - tables à deux dimensions

Tableau2.4 : 1 étape de calcul sur la méthode [2]

Tâche : Visualisation	
<p>Programme :</p> <ul style="list-style-type: none"> -outils graphiques -animation -visualisation 	<p>Organisation des données :</p> <ul style="list-style-type: none"> - tables, objets - base de données

Tableau 2.5 : visualisation sur la méthode [2]

2.1 Caractéristiques du logiciel RE_FLEX [2]:

Nous nous sommes plus particulièrement intéressés à la tâche de calcul associée à la méthode des éléments finis. Notre expérience dans l'élaboration et l'utilisation des codes MEF et BBMEF [D1] a constitué le point de départ pour définir l'architecture du logiciel RE_FLFX.

Citons quelques caractéristiques importantes du code :

- ✓ sa structure permet d'enlever ou ajouter des modules : on peut ne retenir que quelques modules pour l'initiation à la méthode des éléments finis ou, au contraire, en ajouter pour une application industrielle .
- ✓ chaque quantité est représentée d'une manière dans la base des données.

Les commandes représentent deux types d'opération :

- ✓ lecture et manipulation des données :IMAG, COMT, DATA
- ✓ opération de calcul :SOLR, LINR,VALP, DYNA

La structure d'enchaînement des différents sous-programmes de la commande LINR est très caractéristique d'une commande de calcul.

LINR :

résolution d'un problème statique linéaire

Matrice [K] plein, non symétrique

Triangulation par Gauss $[K] = [L]*[D]*[S]$

(Tous les ddl sont conservés NEQ=NDLT)

Condition aux limites imposées par pénalisation diagonale. résolution De $[K] * [U] = [F]$.
calcul des contraintes et des réactions globales.

L'allocation d'espace pour les différentes tables peut être statique ou dynamique, Dans cette version nous utilisons une allocation statique. Toutes les quantités importantes (scalaires et tables) sont groupées dans différents COMMON'. Il est facile de créer un fichier groupant la déclaration des tables et d'utiliser une instruction du type INCLUDE FICHIER dans le

programme principal et dans les sous programmes (en notant que toute modification d'allocation nécessite une recompilation du logiciel) [2].

2.2 Description du logiciel RE_FLEX

Le logiciel RE_FLEX, écrit en FORTRAN 77. Est constitué d'un ensemble de modules. Chaque module, exécutable par une commande, représente un enchainement des sous programmes pour effectuer différentes opérations [2].

2.3 Organisation générale

Le programme principal enchaîne l'exécution de l'ensemble des commandes sous le contrôle de l'utilisateur via la lecture des noms des commandes et des données associées[1].

Programme principal

LECTURE : lecture du nom d'une commande XXX Exécution des opération associées à cette commande par :

CALL BLxxxx

Enchainement automatique de plusieurs sous-programmes

RETURN

Retour à LECTURE

La liste nono exhaustive des différentes commandes est :

IMAG impression des données	COMT lecture des commentaires
DATA lecture données éléments finis (coordonnées, connectivités, ...)	SOLR calcul des sollicitations réparties
LINR résolution d'un problème statique linéaire	VALP calcul de valeurs et vecteurs propres par itération inverse avec orthogonalisation par Gram-Schmidt
DYNA résolution d'un problème de	STOP arrêt du programme dyna structurés
IMAG impression des données	COMT lecture des commentaires

Tableau 2.6 : les différentes commande de RE_FLEX [2]

2.4 Description des tables et variables des ‘COMMON’ On distingue [2] :

- les tables pour le stockage d’information après lecture des données : VCOR, KONEC, VCLIM, etc.
- les tables de travail pour effectuer les calculs par éléments finis : VFRG, VFG, VKG, VKE, VFE, etc.

2.5 Paramètres de dimensionnement des tables [2]:

PARAMATER (NDIMX= 2, nombre de dimensions géométriques du problème

NNTX=50) , nombre maximum de nœuds

PARAMATER (NNELX = 4, nombre maximum de nœuds par élément

NELTX = 100) , nombre maximum d’éléments

PARAMATER (NDLNX = 2) , nombre maximum de ddl par nœud

PARAMATER (NDELX=NNELX*NDLNX) , nombre maximum de ddl par élément

PARAMATER (NPRNX=0) , nombre maximum de propriétés par nœud

PARAMATER (NPRELX =15) , nombre maximum de propriétés élémentaires

par groupe

PARAMATER (NGPELXX =1), nombre maximum de groupes de

propriétés élémentaires

2.6 Allocation des tables [2]

L’allocation d’espace est effectuée en choisissant des dimensions fixes pour toutes les tables. Différents paramètres globaux et tables sont définis dans les fichiers PARAM.INC, COMMON.INC qui sont communs à l’ensemble des sous-programmes.

Nous utilisons les instructions INCLUDE ‘PARAM.INC’ et INCLUDE ‘COMMON.INC’ Dans les sous-programmes concernés.

On peut changer la taille des tables selon la classe des différents problèmes par l'édition des fichiers PARAM.INC et COMMON.INC. Il suffit ensuite de recompiler tous sous-programmes du logiciel.

2.7 Normes de programmation [2] :

Chaque commande xxx est définie par un maximum de 4 caractères. On associe à chaque commande (de calcul)

- Un sous-programme BLxxxx
- Un sous-programme ELxxxx
- Un sous programme ASxxxx

Les sous-programme ayant l'appellation BExxxx, EXxxxx, ASxxxx sont sans argument. Toute la base de donnée est disponible via les 'COMMON INC' et 'PARAM.INC' pour l'ensemble de ces sous-programme.

Le nom de chaque sous-programme associé aux calculs des matrices et vecteurs élémentaires pour un type d'élément commence toujours par ELEM.

Les sous-programmes utilitaires effectuant différentes opération de la méthode des éléments finis, regroupés dans SP_UTIL, n'ont pas de COMMON et les informations sont transmises par les arguments. Les sous-programme ELMLIB et ELE Mxx

2-Dim :<x1 y1 x2 y2 x3 y3.....>

3-Dim :<x1 z1 x2 y2 x3 z3 >

2.8 Quantités associées aux éléments [2]

COMMON/PRELEM/NELT, NNEL, NDLE, NKE, NGPREL, NPREL, NTYPEL

Nome	Description
NELT	nombre total d'éléments du problème
NNEL	nombre maximum de nœuds d'un élément
NDLE	nombre maximum de ddl d'un élément (maximum)
NGPREL	nombre de groupes de propriétés élémentaires
NPREL	nombre de propriétés dans chaque groupe
NTYPEL	numéro du type d'élément (utile si tous les éléments sont du même type)

Tableau 2.7 : Sélectionnez un élément fini(degrés d' liberté ,les type d'élément) [2]

COMMON/PTELEM/KONEC (NNELX * NELTX), KTPEL(NELTX).

KPREL (NELTX), VPREL(NPRELX * NGPELX)

Nom	dimension	commande créant la table	Description
KONEC	NNELX*NELTX	DAT	connectivités des éléments. Numéros des nœuds par élément <N1..N-NNEL, N1..N-NNEL..> élém1 élém2
KTPEL	NELTX	DATA	numéro du type de chaque élément <ntyp1,ntyp1,...>
KPREL	NELTX	DATA	numéro du groupe de propriétés de Chaque élément <ngpre11, ngpre11,...>
VPREL	NPREL*NGPELX	DATA	propriétés élémentaires par groupe <P1...PNPREL,P1.....PNPREL,...>

3 Paramètres pour le choix d'une opération de calcul élémentaire [2]

- PARAMETER (ICAPAR =1) initialisation des paramètres
- PARAMETER (ICVEK=2) calcul de la matrice de rigidité
- PARAMETER (ICVME=3) calcul de la matrice masse
- PARAMETER (ICVKT =4) calcul de la matrice tangente
- PARAMETER (ICVFE = 5) calcul du vecteur de sollicitations réparties
- PARAMETER (ICVRE = 6) calcul des résidus (réactions)
- PARAMETER (ICGRAD =7) calcul des contraintes élémentaires

Ils associées aux nœuds

NEUD/NDIM.NNT.NDLN.NDLT.NPRN

- ✓ ombre de dimensions du problème (1.2 ou 3)
- ✓ ombre total de nœuds du problème
- ✓ ombre de ddl par nœud (maximum)
- ✓ ombre de propriétés par nœud

NEUD/VCOR(NDIMX*NNTX).KDLNC(NNTX+1)-(NPRNX+1)

Commande	description
Créant la table	
.. DATA	coordonnées globales des nœuds
	1-dim<x1 x2 x3.....

COMMON /PTVECG /VFG (NDLTX)

VRESG(NDLTX)VSOLG(NDLTX)VDLG(NDLTX)

COMMON/PTASKG (NDLTX*NDLTX)

COMMON/PTASMG/VMG(NDLTX*NDLTX)

Nom	dimension	commande	description
VKG	NDLTX	Créant la table LINR	matrice globale de
rigidité	*NDLTX		(pleine)
VMG	NDLTX	VALP	matrice globale de
masse	*NDLTX	DYNA	(pleine)

3.1 Quantité associées aux opérations de calcul élémentaire [2]

On présenter les opération de calcule a logiciel :

ENERGT	énergie total
IEL	numéro de l'élément actif
ITYPE	numéro du type de l'élément actif
INNEL	nombre de nœuds de l'élément actif
IPREE	nombre de propriété élémentaire de l'élément actif
IPRNE	nombre de propriétés nodales de l'élément actif
IDLE	nombre de DDL de l'élément actif
IKE	aille de la matrice VKE
IGRAD	indice de calcul des gradients (contraintes)
IREAC	indice de calcule des réactions
IEGRAD	indice particulier pour gradients
IEREAC	indice particulier pour réactions
IH	nombre de dimension de VH (matrice de comportement)
IPG	nombre de points d'intégration numérique .

3.2 Quantités associées aux opérations de calcul global [2]

Common /PRVECG/NONSYL,NKG ,NEQ NONSYM indice de non symétrie de VKG
(=0systeme)

- NKG taille maximum de VKG
- NEQ Nombre d'équations à résoudre .

COMMON/PTASEL/VCORE (NDIMX*NNELX), KONE (NNELX)

KLOCE(NDLEX), KDLE (NDLEX), VPREE (NPRELX), VPRNE(NPRNX+1)

COMMON/PTASKE/VKE(NDLEX*NDLEX), VME(NDLEX*NDLEX),

Nom	Dimension	Commande	Description
Créant la table			
VCORE	NDIMX	DATA	coordonnées des nœuds
KONE	NNELX	DATA	numéros des nœuds
VPREE	NPRELX	DATA	propriétés élémentaires
VPRNE	NPRNX +1	DATA	propriétés nodales
VKE	NDLEX*NDLE	DATA	matrice élémentaires
VME	NDLEX*NDLE	DATA	matrice élémentaires
VFE	NDLEX	DATA	Vecteur élémentaires
VDLE	NDLEX	DATA	V. solution élémentaires

Tableau 2.8 : les opération de calcule a REFLEX

* : toute commande de calcule (SOLR,LINR,DYNA,VALP)

4 Description des différentes commandes [2]

Nous présentons l'enchaînement des différents sous-programmes des commandes du logiciel.

4.1 Commande d'IMAG

Impression de l'ensemble des donnés du problème fournies par l'utilisateur

Programme principal

CALL BLIMAC → SBROUTINE BLIMAG

4.2 Command COMT

Les commentaires décrivant le problème sont lus et imprimés

Programme principal

CALL BLCOMT → SUBROUTINE BLCOMT

4.3 Commande DATA

Cette macro-commande permet de lire toutes les données d'un problème d'éléments

Finis plusieurs sous programme sont appelés pour créer différentes tables associées

À la description du problème

4.4 Commande SOLR

Cette commande de calcul permet de construire, par assemblage, le vecteur des charges équivalentes dues aux sollicitations réparties pour les types d'éléments utilisé

4.5 Commande LINR

Cette commande contrôle les opérations pour résoudre un problème linéaires

$$(VKG) * (U) = (VFG) \text{ SOIT : } (L) * (D) * [S] * [U] = \{VFG\}$$

VFG résulte de la superposition de VFCG (sollicitation concentrées) et de (sollicitation réparties après appel de SOLR) La matrice VKG est supposée pleine.

Les opérations sont relatives aux calculs de matrices de rigidité élémentaire assemblage .introduction des conditions aux limites par pénalisation et résolu la méthode directe de type Gauss. Après résolution on peut également calcul réaction et les contraintes dans chaque élément.

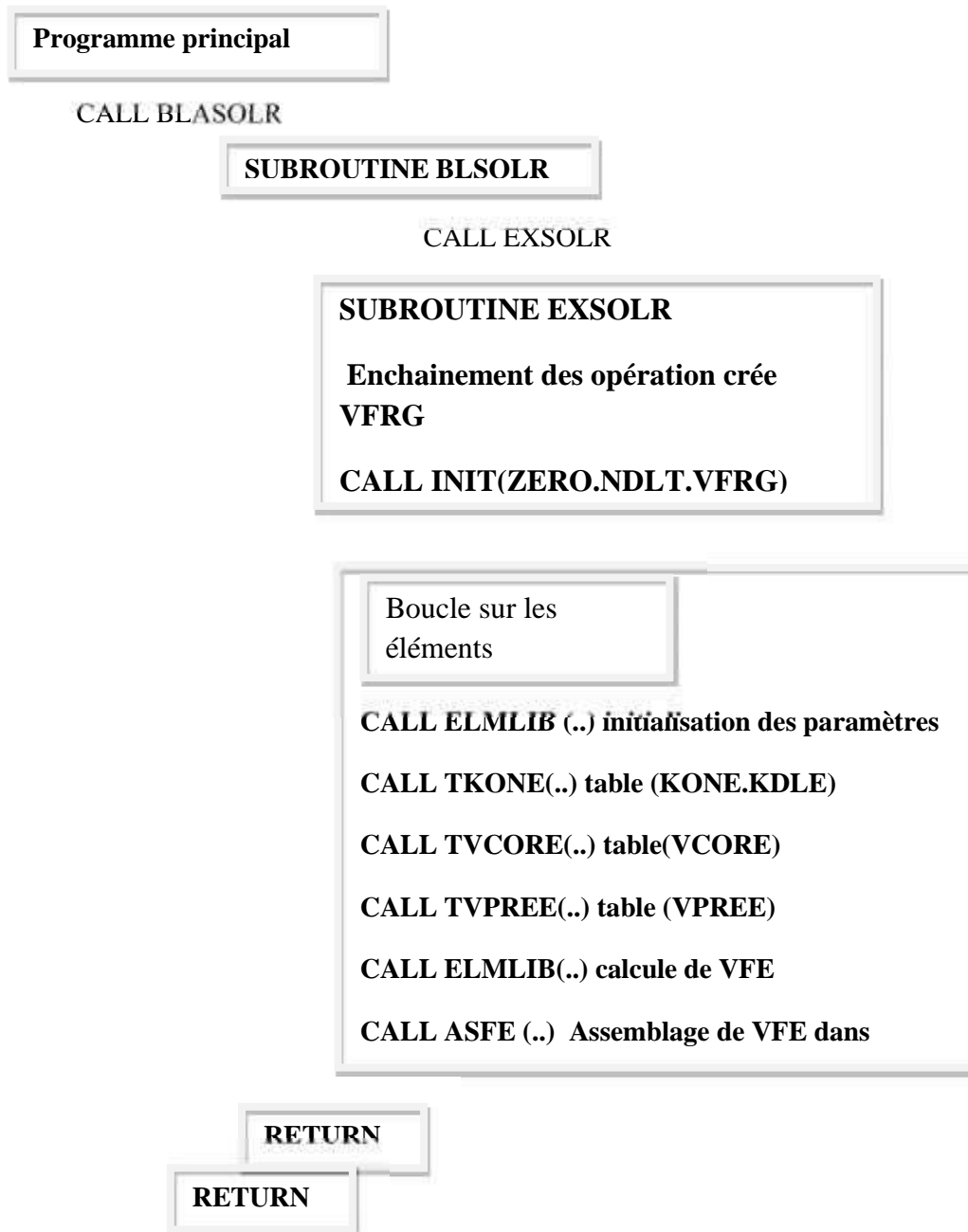


Figure 2.2 : exemple sur le calcul dans logiciel [2]

4.6 Commande VALP

Cette commande contrôle les opérations pour obtenir IVALP valeurs propre :

$(VKG)*(U)=(VMG)*(U)*LAMBDA$. Les matrices VKG et VMG sont pleines et symétriques. De plus L'inverse de VKG doit exister.les valeurs propres sont calculés successivement par la méthode de l'itération inverse (S2.4.4)avec orthogonalisation par

Gram-Schmidt si l'inverse de matrice n'existe pas .on peut utiliser un décalage pour la rendre non singulière.

4.7 Commande DYNA

Cette commande contrôle les opérations pour obtenir la solution temporelle problème de dynamique $(K)*(U)+ (M)*(U)= (F)$.la méthode implicite New mark est utilise pour la discrétisation dans le temps ,si l'on ne pas compte de l'amortissement .

4.8 Commande STOP

Cette commande permet de terminer l'exécution du logiciel.

5 Description des données associées aux commandes de calcul (SOLR, LINR, VALP, DYNA, STOP) [2]

Ligne 13 commande SOLR : sollicitation réparties

Cette commande contrôle le calcul du vecteur VFRG par assemblage des charges équivalentes dues aux sollicitations réparties, contraintes initiales,...

RAED(,'(A4,6X,215)') CMD,MGLOB,MELM

Colonnes	Format	Variable lue	Description
1 à 4	A4	CMD	SOLR

6 Élément d'élasticité à 2 dimensions : ELEM04 [2]

Quadrilatère à 4 nœuds, 2 ddl par nœuds .

Nombre de propriété NPREL =9 ; ITYPE=4

Vecteur des propriété : VPREE

VPREE(1)= IC indice de contrôle :

0 : matériau orthotrope (axes x et y)

1 : matériau isotrope, contraintes planes

2 : matériau isotrope, déformations planes

VPREE(2)= H1 module d'élasticité (E si IC=1 ou 2)

VPREE(3)= H2 module d'élasticité si IC= 0 (NU coefficient poisson si IC=1 ou 2)

VPREE(4)= H3 module d'élasticité si IC= 0 (pas utilisé si IC=1 ou 2)

VPREE(5)= H12 module d'élasticité si IC= 0 (pas utilisé si IC=1 ou 2)

VPREE(6)= épaisseur (défaut =1.)

VPREE(7)= masse volumique du matériau

VPREE(8)= sollicitation surfacique suivant x

VPREE(9)= sollicitation surfacique suivant y

$$\text{Orthotrope : } [H] = \begin{bmatrix} H_1 & H_1 & 0 \\ & H_2 & 0 \\ s\lambda & & H_3 \end{bmatrix}; \quad \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_x \end{Bmatrix}; \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_x \end{Bmatrix}$$

Chapitre III : Représentation d'un élément Q4

3 Introduction

Dans ce chapitre, on étudie en détail un élément quadrilatère à quatre nœuds. Les calculs de (fonction de forme par rapport les dérivées des coordonnées élémentaire (ξ, η) est en déterminer les matrice $[J]$, $[B]$, $[Ke]$)

3.1 Modélisation de la déformation par la méthode des éléments finis

Un problème d'ingénierie est généralement représenté par des équations aux dérivées partielles (EDP) avec des conditions aux limites. De plus, étant un problème continu, il possède une infinité de degrés de liberté. Pour pouvoir solutionner ce problème on utilise très souvent la méthode des éléments finis (MEF). Cette dernière consiste donc à remplacer un problème continu par un problème discret équivalent en subdivisant le domaine géométrique en éléments, sur lesquels l'étude du problème peut se faire en une seule opération, et en considérant les équations algébriques au lieu des EDP à l'aide du calcul ou des méthodes de minimisation de l'erreur comme les méthodes des résidus pondérés. La solution finale s'obtient en résolvant un système d'équations global formé en assemblant les équations algébriques obtenues sur tous les éléments constituant le domaine [3].

3.2 Élément quadrilatère 4 nœuds

L'élément de référence est un quadrilatère à quatre nœuds de type Q4 qui utilise la base polynomiale $(1, \xi, \eta, \xi\eta)$. Dès lors nous savons que le champ des déformations donc celui des contraintes varieront linéairement sur les éléments. L'approximation se présente sous la forme[3] :

$$U(\xi, \eta) = [1 \ \xi \ \eta \ \xi\eta] \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Par identification aux nœuds de l'approximation et du déplacement nodal, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 1/4(u_1 + u_2 + u_3 + u_4) & \alpha_2 &= 1/4(-u_1 + u_2 + u_3 - u_4) \\ \alpha_3 &= 1/4(-u_1 - u_2 + u_3 + u_4) & \alpha_4 &= 1/4(u_1 - u_2 + u_3 - u_4) \end{aligned} \quad (2)$$

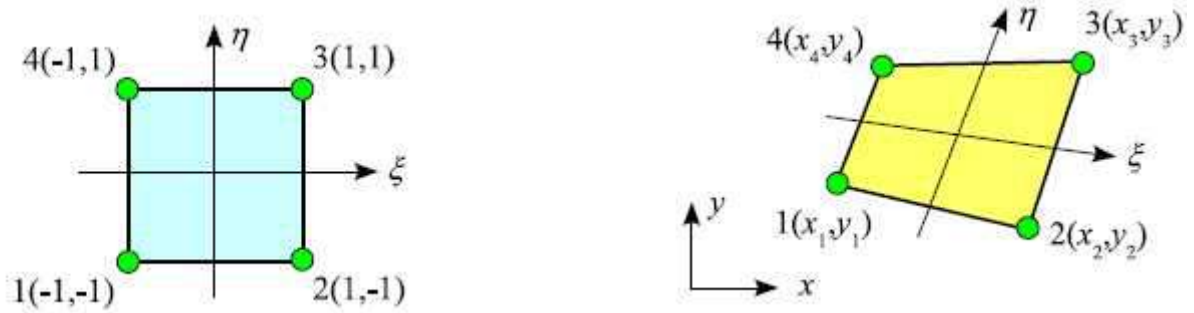


Figure 3.1 : Transformation géométrique linéaire d'un élément quadrilatère [2]

4 Calcul de la matrice [B] et de la matrice [Ke]

Le calcul de la matrice [B] sera utilisé dans le calcul de la matrice [Ke]. Ces calculs sont au sein d'une boucle sur les éléments, car nous calculons ces matrices pour chaque élément. De plus, la matrice [B] contient des termes qui, en états plans (de contraintes ou de déformations) sont des dérivées des fonctions de forme par rapport aux coordonnées x ou y. Or, les fonctions de forme sont maintenant exprimées en fonction des coordonnées locales ξ et η de l'élément parent. On devra donc passer par le Jacobine de la transformation. Pour calculer la matrice [B], nous avons donc dû calculer les fonctions de forme ainsi que leurs dérivées des fonctions de forme [3].

4.1 Approximation bi - linéaire

Base polynomiale : $[P(\xi, \eta)] = [1 \ \xi \ \eta \ \xi\eta]$

Pour élément quadrilatère à quatre nœuds il y a représenté les fonction d'interpolation dans cette élément sur le tableau :

Nœuds	N_i	$\partial_{\xi} N_i$	$\partial_{\eta} N_i$
1	$1/4(1-\xi)(1-\eta)$	$-1/4(1-\eta)$	$-1/4(1-\xi)$
2	$1/4(1+\xi)(1-\eta)$	$1/4(1-\eta)$	$-1/4(1+\xi)$
3	$1/4(1+\xi)(1+\eta)$	$1/4(1+\eta)$	$1/4(1+\xi)$
4	$1/4(1-\xi)(1+\eta)$	$-1/4(1+\eta)$	$1/4(1-\xi)$

Tableau 3.1 : Les fonction d'interpolation [N] et les dérivées par rapport ξ, η [2]

De la même façon on peut construire, à partir d'une base polynomiale complète les fonctions d'interpolation des éléments rectangulaires à 9 nœuds (approximation quadratique), et à 16 nœuds (approximation cubique). Ces éléments ont respectivement 1 et 4 nœuds internes.

, : étant les coordonnées nodales locales de l'élément.

Si le matériau est isotrope, il obéit à la loi de Hooke qui s'écrit :

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} \tag{3}$$

$$\{U\} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}, \{\sigma\} = \begin{bmatrix} \sigma \\ \sigma \\ \tau \end{bmatrix}, \{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma \end{bmatrix} \tag{4}$$

Avec u et v sont les composantes du déplacement dans le sens x et y. Le vecteur des déformations {ε} s'écrit:

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \frac{u}{a} \\ \frac{v}{a} \\ \frac{u}{a} + \frac{v}{a} \end{bmatrix} = [B] \cdot \{U\} \tag{4.1}$$

$$\{\varepsilon\} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial u_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial u_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial u_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial v_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial v_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial v_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial v_4}{\partial y} \\ \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} & \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} & \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} & \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial x} & \frac{\partial u_3}{\partial x} + \frac{\partial v_3}{\partial y} & \frac{\partial u_3}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial x} & \frac{\partial u_4}{\partial x} + \frac{\partial v_4}{\partial y} & \frac{\partial u_4}{\partial y} + \frac{\partial v_4}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix}$$

Où [B] est un opérateur différentiel, tel que :

$$[B] = [B_1, B_2, \dots, B_i] \tag{4.2}$$

Alors la matrice [B] est :

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{d}{dx} & 0 \\ 0 & \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dx} & \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dy} & \frac{d}{dx} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

d'où l'expression de la matrice **B** écrite en fonction de ξ et η :

$$\mathbf{B}(x, y) = \begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & N_{2,x} & 0 & N_{3,x} & 0 & N_{4,x} & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & N_{2,y} & 0 & N_{3,y} & 0 & N_{4,y} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & N_{2,y} & N_{2,x} & N_{3,y} & N_{3,x} & N_{4,y} & N_{4,x} \end{bmatrix}$$

Les composants de la matrice [B] sur le tableau :

$B_{11} = N_{1,x}^u$	0	$B_{31} = N_{1,y}^u + N_{1,x}^v$
0	$B_{22} = N_{2,y}^u$	$B_{32} = N_{2,y}^u + N_{2,x}^v$
$B_{13} = N_{3,x}^u$	0	$B_{33} = N_{3,y}^u + N_{3,x}^v$
0	$B_{24} = N_{4,y}^u$	$B_{34} = N_{4,y}^u + N_{4,x}^v$
$B_{15} = N_{5,y}^u$	0	$B_{35} = N_{5,y}^u + N_{5,x}^v$
0	$B_{26} = N_{6,y}^v$	$B_{36} = N_{6,y}^u + N_{6,x}^v$
$B_{17} = N_{7,x}^u$	0	$B_{37} = N_{7,y}^u + N_{7,x}^v$
0	$B_{28} = N_{8,y}^v$	$B_{38} = N_{8,y}^u + N_{8,x}^v$

Tableau3.2: Composantes de la matrice [B] de l'élément Q4 [3]

[D] est la matrice d'élasticité du matériau, telle que :

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Où E est le module de Young et ν est le coefficient de Poisson.

Pour chaque élément il a calculé des matrices et des vecteurs élémentaires :

4.2 Transformation des dérivées :

Les dérivées d'une fonction N [x, y] par rapport à ξ et η sont :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{pmatrix} = [J] * \begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (6)$$

On en déduit l'expression des dérivées de N par rapport à x et y :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{pmatrix} = [J]^T \begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} \end{pmatrix} \tag{6.1}$$

Ces fonctions d'interpolation sont linéaires sur les cotés de l'élément, mais elles contiennent des termes quadratiques en ξ sur le domaine. Pour l'élément Q4 iso-paramétrique, nous utilisons les fonctions d'interpolation pour définir la transformation géométrique. Calculons la matrice jacobine de cette transformation géométrique :

$$J = \begin{bmatrix} -1+\xi & 1-\xi & 1+\xi & -1+\xi \\ -1+\eta & -1-\eta & 1+\eta & 1-\eta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y1 \\ y2 \\ y3 \\ y4 \end{pmatrix} \tag{6.2}$$

Il n'est pas utile de pousser plus loin les calculs analytiques. Les coefficients de la matrice jacobine sont des fonctions linéaires de ξ et η , son déterminant est un polynôme en ξ et η . Nous ne pourrions pas intégrer analytiquement les termes de la matrice raideur. L'expression de J et de son déterminant sont données la suite. Dans le cas général, pour cet élément nous aurons recours à l'intégration numérique pour effectuer les calculs. Dans le cas particulier où l'élément réel est un rectangle nous pouvons envisager le calcul analytique. La matrice jacobine est alors [3] :

$$J = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2a & 0 \\ 0 & 2b \end{bmatrix} \tag{6.3}$$

d'où $\det J = \frac{ab}{4}$ et :

$$J^{-1} = \frac{1}{a} \begin{bmatrix} 2b & 0 \\ 0 & 2a \end{bmatrix} \tag{6.4}$$

$$\iint_{\Omega} d \, d = \iint_{-1}^{+1} d \, J \, d \tag{6.5}$$

L'équation (6.5) est évaluée dans l'application numérique, utilisée la quadrature de Gauss.

Remarque : Les matrices B et J ne sont plus constantes, l'intégrale est difficile à calculer analytiquement.

[D] Est la matrice constitutive élastique du matériau, elle symétrique à cause de la symétrie de et , pour un matériau homogène et isotrope caractérisé par le module de Young E et le coefficient de poisson ν , on a [D] est la matrice d'élasticité du matériau, telle que :

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

On constate que les conditions de l'influence mutuelle et du mouvement de corps rigide sont Satisfaisantes ($\sum N(\xi_j, \eta_j) = 1$) le calcul des caractéristiques élémentaires de l'élément Q4 est effectué avec intégration numérique de la forme suivante [2]:

$$\iint_{-1}^{+1} \mathbf{F}(x, y) \mathbf{d}x \mathbf{d}y$$

4.3 Transformation des intégrales :

La surface infinitésimale $d\xi d\eta$ au point (ξ, η) de l'élément de référence se transforme la surface dA au point $(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta))$ de élément réel [8].

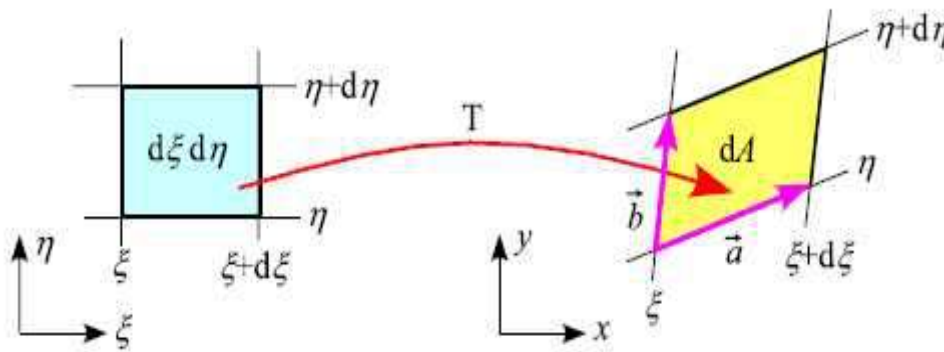


Figure 3.2 : Transformation des surfaces

5 Evaluation numérique des matrices et vecteurs élémentaires :

Les termes des vecteurs et matrices élémentaire sont calculés par intégration sur la géométrie d'un élément . dans certaines cas les expression a intégrer se présentant forme polynomiale Simple, on utilise des technique d'intégration numérique. [B] La matrice [J] est fonction ξ, η .Un milieu élastique linéaire peut être modélisé d'une manière directe en utilisant la méthode des déplacements des éléments finis. La condition d'équilibre du déplacement pour une approximation par les éléments finis est donnée par [2] :

$$[K] \cdot \{U\} = \{F\}$$

Où:

- ✓ [K] est la matrice de rigidité globale.
- ✓ {U} est le vecteur des déplacements des nœuds pour toute la structure, dans un système global de coordonnées.
- ✓ [F] est le vecteur des chargements sur la structure. Généralement, les chargements externes sont connus et la matrice de rigidité peut être formée une fois la géométrie et les propriétés élastiques de la structure sont spécifiées.

La formule de la matrice de rigidité [K] :

$$[k] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T \cdot [H] \cdot [B] dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T \cdot [H] \cdot [B] \cdot t \cdot |J| dx dy$$

6 Calcul de la matrice de rigidité de l'élément Q4 :

Pour élaborer la matrice de rigidité on doit passer par des étapes : a) On choisit un système de coordonnées convenable et numéroter les nœuds, on suppose que l'élément rectangulaire a des côtés de longueur a et b et une épaisseur (t) et le système de numérotation des nœuds comme il est montré dans la Figure 24. Pour un problème d'élasticité plane, l'élément a deux degrés de liberté en chaque nœud, chaque élément à huit degrés de liberté [3].

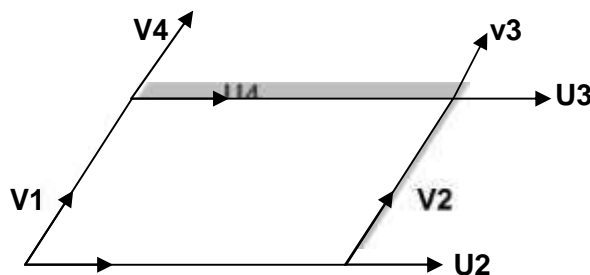


Figure 3.3: (4 déplacement et 8 degré d' liberté) d'un élément quadrilatère [8]

En utilisant la notation matricielle, on peut écrire les faces au nœud I de la façon suivante :

$$\{\mathbf{F}\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{F} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Et de même pour les forces au nœud I on a :

Les équations (1) et (2) donnent les vecteurs des déplacements et des forces complets pour l'élément :

$$\{\mathbf{U}\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{V} \\ \mathbf{U} \\ \mathbf{V} \\ \mathbf{U} \\ \mathbf{V} \\ \mathbf{U} \\ \mathbf{V} \end{Bmatrix} \quad \{\mathbf{F}^e\} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{F}\} \\ \{\mathbf{F}\} \\ \{\mathbf{F}\} \\ \{\mathbf{F}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{F} \\ \mathbf{F} \\ \mathbf{F} \\ \mathbf{F} \\ \mathbf{F} \\ \mathbf{F} \\ \mathbf{F} \end{Bmatrix}$$

Alors les deux matrices contiennent huit termes de telle sorte que la matrice de rigidité de l'élément

$$[\mathbf{K}_e] \text{ est carrée l'ordre } 8 : [\mathbf{F}^e] = [\mathbf{U}] \cdot [\mathbf{K}]$$

Cette matrice de rigidité est alors calculée en utilisant la formule suivante :

$$[\mathbf{K}_e] = \sum_{i,j} W_{ij} \mathbf{e}_{ij} [\mathbf{B}_{ij}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}_{ij}] (\det[\mathbf{J}])_{ij}$$

avec :

$$[\mathbf{B}_{ij}] = [\mathbf{B}(\xi_i, \eta_i)]$$

$$\mathbf{e}_{ij} = \mathbf{e}(\xi_i, \eta_i)$$

W_{ij} : Le coefficient de pondération au point d'interpolations

\mathbf{e}_{ij} : L'épaisseur de l'élément à étudier

Chapitre VI : Validation Numérique

4 Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons effectuer des applications numériques d'un élément quadrilatère Q4 .pour cette étude est présenté Une poutre est une pièce mécanique de forme ou d'enveloppe convexe parallélépipédique, conçue pour résister à la flexion.

4.1 Flexion plane d'une poutre encastrée

Considérons la poutre cantilever d'élancement $L/B=100$, encastrée a une extrémité et soumise a une Charge distribuée uniformément suivant y à l'autre extrémité, exemple [livre] .

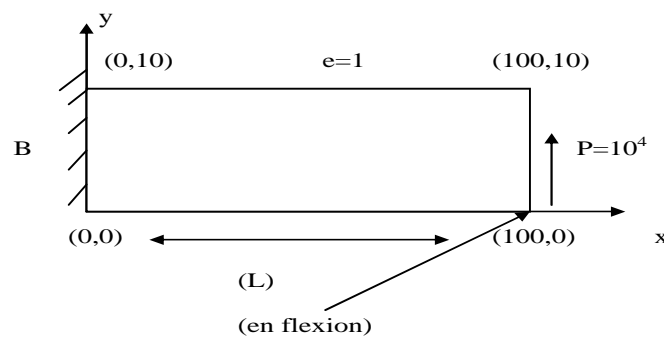


Figure 4.1 : Poutre en flexion plane

calcul analytique :

$$v = \frac{PL^3}{3E} + \frac{6P}{5G} = 4 + 0.03 = 4.03 \text{ mm} \quad (11)$$

L: longueur de l'élément.

E :le module d' Young .

G : module d'élasticité de cisaillement.

A : la section de l'élément.

P : la charge appliquée

I_{GY} : le moment quadratique de la section par rapport à l'axe (G, y). $\frac{h.b^3}{12}$

4.2 Cas maillage régulier

Dans cet exemple, nous faisons le travail suivant :

- Calculer la relation théorique et donner des résultats analytiques.
- Calculer le même exemple via le programme.
- Comparaison des résultats enregistrés (analytiquement et numériquement).

Application numérique :

Nous allons à l'étape numérique et dériver les résultats par application dans le programme REFLEXE .

1 élément :

-----SOLUTION -----

NOEUDS X Y Z DEGRES DE LIBERTE (* = COND.LIM.)

1	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*
2	.100E+03	.000E+00	.000E+00	<u>.75833E-02</u>	<u>.10183E+00</u>
3	.100E+03	.100E+02	.000E+00	<u>-.75833E-02</u>	<u>.10183E+00</u>
4	.000E+00	.100E+02	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*

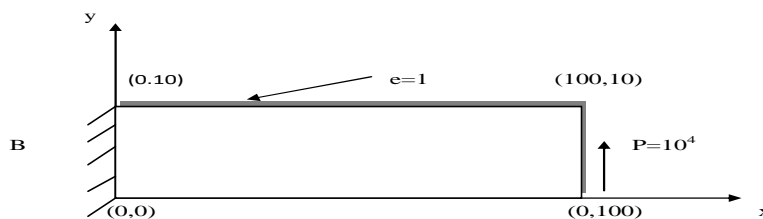


Figure 4.2: maillage régulier (1 élément) M1

2 élément :

NOEUDS	X	Y	Z	DEGRES DE LIBERTE (* = COND.LIM.)	
1	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*
2	.500E+02	.000E+00	.000E+00	.21000E-01	.11800E+00
3	.100E+03	.000E+00	.000E+00	<u>.28000E-01</u>	<u>.37600E+00</u>
4	.100E+03	.100E+02	.000E+00	<u>-.28000E-01</u>	<u>.37600E+00</u>
5	.500E+02	.100E+02	.000E+00	-.21000E-01	.11800E+00
6	.000E+00	.100E+02	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*

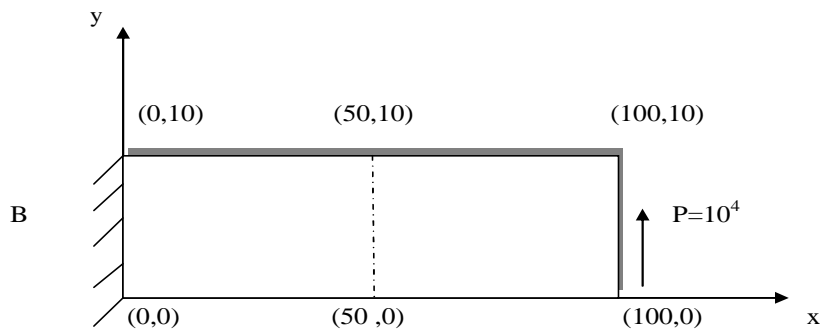


Figure 4.3 : type de maillage régulier (2élément) M2

3 élément :

-----SOLUTION -----

NOEUDS	X	Y	Z	DEGRES DE LIBERTE (* = COND.LIM.)	
1	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*
2	.333E+02	.000E+00	.000E+00	.31025E-01	.11207E+00
3	.667E+02	.000E+00	.000E+00	.49642E-01	.38960E+00
4	.100E+03	.000E+00	.000E+00	<u>.55847E-01</u>	<u>.74997E+00</u>

5	.100E+03	.100E+02	.000E+00	<u>-.55847E-01</u>	<u>.74997E+00</u>
6	.667E+02	.100E+02	.000E+00	-.49642E-01	.38960E+00
7	.333E+02	.100E+02	.000E+00	-.31025E-01	.11207E+00
8	.000E+00	.100E+02	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*

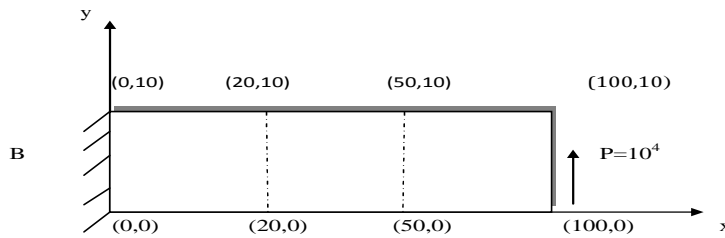


Figure 4.4 : présentation un modale de maillage régulier M3

4 élément :

-----SOLUTION-----

NOEUDS X Y Z DEGRES DE LIBERTE (* = COND.LIM.)

1	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*
2	.250E+02	.000E+00	.000E+00	.37471E-01	.10018E+00
3	.500E+02	.000E+00	.000E+00	.64235E-01	.36094E+00
4	.750E+02	.000E+00	.000E+00	.80294E-01	.72876E+00
5	.100E+03	.000E+00	.000E+00	<u>.85647E-01</u>	<u>.11501E+01</u>
6	.100E+03	.100E+02	.000E+00	<u>-.85647E-01</u>	<u>.11501E+01</u>
7	.750E+02	.100E+02	.000E+00	-.80294E-01	.72876E+00
8	.500E+02	.100E+02	.000E+00	-.64235E-01	.36094E+00
9	.250E+02	.100E+02	.000E+00	-.37471E-01	.10018E+00
10	.000E+00	.100E+02	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*

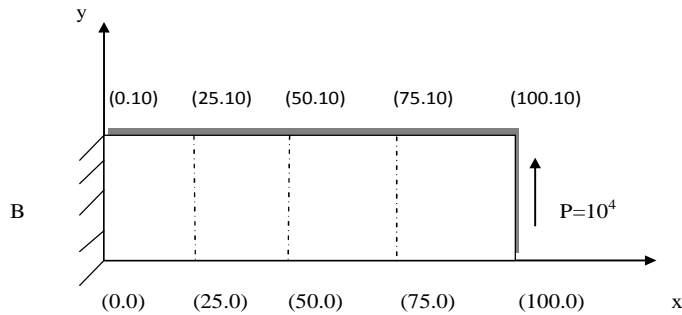


Figure 4.5: maillage régulier a 4 élément M4

5 élément :

-----SOLUTION -----

NOEUDS	X	Y	Z	DEGRES DE LIBERTE (* = COND.LIM.)	
1	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*
2	.200E+02	.000E+00	.000E+00	.40950E-01	.87100E-01
3	.400E+02	.000E+00	.000E+00	.72800E-01	.31980E+00
4	.600E+02	.000E+00	.000E+00	.95550E-01	.66170E+00
5	.800E+02	.000E+00	.000E+00	.10920E+00	.10764E+01
6	.100E+03	.000E+00	.000E+00	<u>.11375E+00</u>	<u>.15275E+01</u>
7	.100E+03	.100E+02	.000E+00	<u>-.11375E+00</u>	<u>.15275E+01</u>
8	.800E+02	.100E+02	.000E+00	-.10920E+00	.10764E+01
9	.600E+02	.100E+02	.000E+00	-.95550E-01	.66170E+00
10	.400E+02	.100E+02	.000E+00	-.72800E-01	.31980E+00
11	.200E+02	.100E+02	.000E+00	-.40950E-01	.87100E-01
12	.000E+00	.100E+02	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*

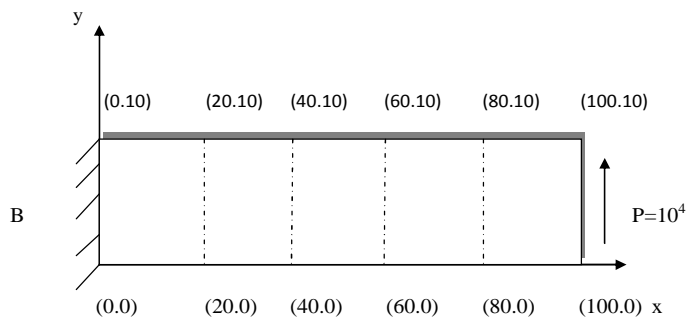


Figure 4.6: maillage régulier (5 élément) M5

N . élément	Résultats numérique ($E=10^7$, $\nu=0.3$)
M1	0.10183
M2	0.37600
M3	0.74997
M4	1.11501
M5	1.15275

Tableau 4.1 : l'influence de nombre des élément pour le déplacement transversal.

A partir du tableau 4.1 nous avons l'influence du nombre d'éléments sur le déplacement , où plus le nombre d'éléments est grand, les résultats numériques étaient proches le résultat analytique.

4.3 Cas d'un maillage distordu

Application numérique :

Pour l'application numérique et à travers le programme REFLEX nous introduisons la valeur du module de Young et coefficient de poisson pour élément distordus :

$$(E=10^7, \nu=0.3)$$

2 élément

-----SOLUTION -----

NOEUDS	X	Y	Z	DEGRES DE LIBERTE (* = COND.LIM.)	
1	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*
2	.400E+02	.000E+00	.000E+00	.12593E-01	.68884E-01
3	.100E+03	.000E+00	.000E+00	.86310E-02	.18233E+00
4	.100E+03	.100E+02	.000E+00	-.93589E-02	.18353E+00
5	.600E+02	.100E+02	.000E+00	-.98701E-02	.10512E+00
6	.000E+00	.100E+02	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00

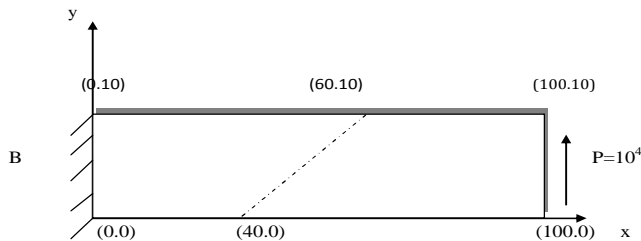


Figure 4.7 : mode maillage distordus a 2 élément

3 élément :

_____SOLUTION -----

NOEUDS	X	Y	Z	DEGRES DE LIBERTE (* = COND.LIM.)	
1	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*
2	.350E+02	.000E+00	.000E+00	.13749E-01	.76503E-01
3	.750E+02	.000E+00	.000E+00	.14944E-01	.20185E+00
4	.100E+03	.000E+00	.000E+00	.18384E-01	.29468E+00
5	.100E+03	.100E+02	.000E+00	-.19843E-01	.29512E+00
6	.850E+02	.100E+02	.000E+00	-.18915E-01	.23765E+00
7	.450E+02	.100E+02	.000E+00	-.18563E-01	.10325E+00
8	.000E+00	.100E+02	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*

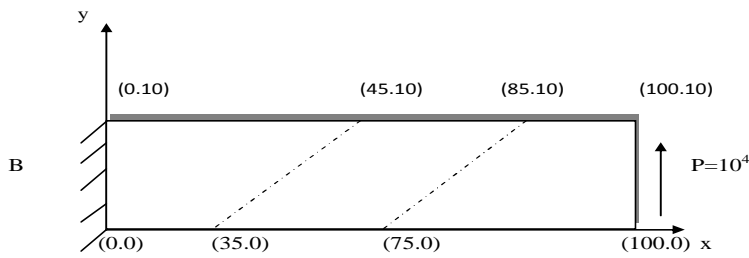


Figure 4.8 : maillage distordu (3élément)

4 élément :

-----SOLUTION-----

-----NOEUDS X Y Z DEGRES DE LIBERTE (* = COND.LIM.)

1	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*
2	.100E+02	.000E+00	.000E+00	.28880E-01	.35548E-01
3	.450E+02	.000E+00	.000E+00	.40625E-01	.31168E+00
4	.700E+02	.000E+00	.000E+00	.42464E-01	.52339E+00
5	.100E+03	.000E+00	.000E+00	.45885E-01	.79651E+00
6	.100E+03	.100E+02	.000E+00	-.46435E-01	.79723E+00
7	.800E+02	.100E+02	.000E+00	-.45803E-01	.61270E+00
8	.600E+02	.100E+02	.000E+00	-.44293E-01	.43669E+00
9	.150E+02	.100E+02	.000E+00	-.38807E-01	.69377E-01
10	.000E+00	.100E+02	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*

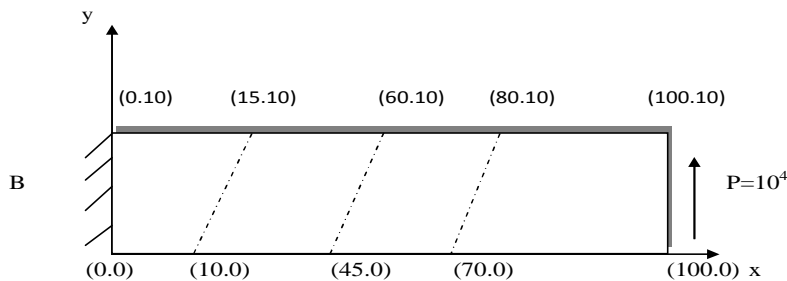


Figure 4.9: maillage distordu (4élément)

5 élément :

NOEUDS	X	Y	Z	DEGRES DE LIBERTE (* = COND.LIM.)	
1	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00*
2	.150E+02	.000E+00	.000E+00	.29615E-01	.56737E-01
3	.300E+02	.000E+00	.000E+00	.49790E-01	.17796E+00
4	.600E+02	.000E+00	.000E+00	.64499E-01	.54214E+00
5	.850E+02	.000E+00	.000E+00	.72104E-01	.89360E+00
6	.100E+03	.000E+00	.000E+00	.74679E-01	.11180E+01
7	.100E+03	.100E+02	.000E+00	-.75608E-01	.11184E+01
8	.900E+02	.100E+02	.000E+00	-.74356E-01	.96698E+00
9	.650E+02	.100E+02	.000E+00	-.69473E-01	.60876E+00
10	.350E+02	.100E+02	.000E+00	-.57868E-01	.23362E+00
11	.200E+02	.100E+02	.000E+00	-.39425E-01	.87153E-01
12	.000E+00	.100E+02	.000E+00	.00000E+00*	.00000E+00

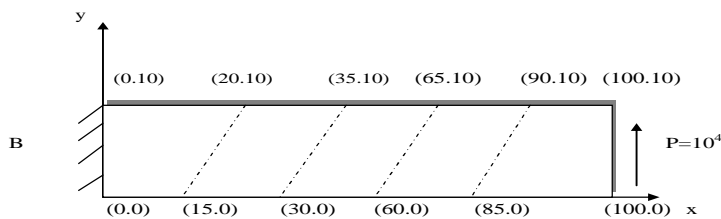


Figure 4.10: maillage distordu (5 élément)

N élément	Résultats numérique
2	0,18233
3	0,29468
4	0,796
5	1,1180

Tableau 4.2 : l'influence le nombre des élément (cas d'un élément distordu)

À partir du tableau 4.2, nous pouvons dire que les résultats numériques de l'influence du nombre d'éléments sur la déplacement étaient approximatifs pour le résultat analytique et qu'il existe une corrélation directe entre les résultats numériques et le nombre d'éléments.

On étudie l'influences des caractéristiques mécaniques (le module d'Young et coefficient de poisson) en calculant analytiquement et numériquement le déplacement transversal.

✓ Pour $\nu = 0.3$:

E(MPa)	Résultats analytique	Résultats numérique
10^5	403.12	10.1
10^6	40.312	1.01
10^7	4.03	0.10
10^8	0.403	0.0109
10^9	0.00403	0.00109

Tableau 4.3 : l'influence du module d'Young sur le déplacement Transversal

On remarque que ,la valeur d' module d'Young est inversement proportionnel avec les résultats analytique et numérique .

.

✓ Pour $E=10^7$:

€	Résultats numérique (ν)	Résultats analytique (ν)
0.2	0.094	4.02
0.25	0.098	4.06
0.3	0.10	4.03
0.4	1.09	4.032

Tableau 4.4 : l'influence de coefficient de poisson sur le déplacement transversal

Dans le tableau 4.4 on remarque l' influence de coefficient de poisson ou il ya ajustement proportionnel pour les deux résultats .

A partir de cette étude, j'ai découvert comment l'influence de l' module d' Young et le coefficient de poisson sur le déplacement transversale d'une poutre encastré (Flexion plane).

La première étape :

- on étudié (maillage régulier , maillage distordu).
- Noter les résultats analytique et numérique après le calcul ,est comparons entre les deux. (E et ν) constante .
- .Noter et comparé entre les deux résultats (analytique , numérique) et résultats de l'influence (E , ν) sur le déplacement transversale.

La deuxième étape :

- étudier un cas seul élément avec l'influence les deux caractéristique.(ν , E)
- dans ce cas chaque fois changer la valeur de (E ou ν) est noter les résultats
- Comparé entre les résultats de l'influence et les résultats (analytique , numérique).

Conclusion :

Dans ce travail nous avons abordé l'influence des caractéristique mécanique sur structures (poutre), par éléments finis de type déplacement.

Dans la premier chapitre Généralité nous avons fourni une définition complète de la méthode des éléments finis (la démarche , la discrétisation, le Principe , l'utilisation , les type des élément étudiés .. etc.) .Le début était de définir un élément quadrilatère Q4 (fonction d'interpolation, degré d'liberté , force nodal ... etc.) dans un champ déplacement bidimensionnel., en suite nous définissons les propriétés des matériaux, où les deux paramètres (le module d'Young et le coefficient de poissons) sont connus séparément et généralement parce que sont d'une grande importance dans le domaine de la résistance des matériaux solides. Après avoir défini la méthode des éléments finis en deuxième chapitre, nous avons présenté le code RE_FLEX pour les test et les application numérique par EF, en suite le troisième chapitre, en présente l'élément quadrilatéral **Q4** on a calculé (la fonction de forme ,la matrice [B], matrice rigidité)

En fin , nous avons un teste influence de quelque paramètre sur la flèche (déplacement transversal).

Référence Bibliographique

- [1] J.F. Imbert Analyse des structures par la Méthodes des éléments finis. Deuxième édition 1984
- [2] Batoz J.L. et Dhatt G., Modélisation des structures par éléments finis, vol.1 : solide élastique , Edition Hermès, Paris 1990.
- [3]Gouri . Dhatt , Gilbert Touzot., Une présentation de la méthode des éléments finis. Presse de l'université de Laval Canada Octobre 1979.
- [4] Bathe K.J. Finite Element Procedures. Prentice Hall, 1996.
- [4] G. Dhatt, G. Touzot et E. Lefrancois { Méthode des éléments Finis, Hermès, 2005.
- [5] Yves Debard Université du Mans Master Modélisation Numérique et Réalité Virtuelle
- [6] Michael F. Ashby, David R. H. Jones, Matériaux 1. Propriétés et applications, éd. Dunod, chap. 3 : Les constantes d'élasticité.
- [7] « https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Coefficient_de_Poisson&oldid=147103102 »
le 4 avril 2018 à 10:13.
- [8] La Méthode Des Eléments Finis Cours 1 Notions Introductives

تعد طريقة العناصر المحدودة واحدة من أكثر الطرق الرقمية المطبقة في الهندسة لتحليل الهياكل والتصاميم الفنية والعديد من البرامج التي تم تصميمها للعمل بهذه الطريقة. في هذا العمل ، حاولنا إعادة صياغة وتنفيذ عنصر مد Q4 RE_FLEX .FORTRAN تمت محاكاة العديد من التطبيقات والممارسات وكانت

النتائج التي تم الحصول عليها مثيرة للغاية.

الكلمات المفتاحية

طريقة العناصر المحددة , هندسة , RE_XFLE Q4

Résumé

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes numériques les plus appliquées en engineering pour l'analyse des structures et des conceptions techniques et plusieurs logiciels qui ont été conçu travaillent à base de cette méthode.

Dans ce travail nous avons essayé de reformuler et d'implémenter un élément finis quadrilatéralQ4 dans un programme écrit en code RE_FLEX qui se programme à base de FORTRAN.

Plusieurs applications et pratiques ont été simulés les résultats obtenus sont très intéressent.

Mots clés : méthode des éléments finis, engineering, logiciel, Q4, RE_FLEX.

Abstract

The finite element method is one of the most applied numerical methods in engineering for the analysis of structures and technical designs and several software that have been designed work with this method.

In this work we have tried to reformulate and implement a Q4 quadrilateral finite element in a program written in RE_FLEX code which is programmed with FORTRAN.

Several applications and practices have been simulated and the results obtained are very interesting.

Key words: finite element method, engineering, software, Q4, RE_FLEX.