UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA

Faculté des Sciences Appliquées Département de Génie Electrique



Mémoire MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et technologies Filière : Electrotechnique Spécialité : Machines électriques Présenté par : Belhabib Zineb **Thème:**

Conception optimale d'une pompe magnétohydrodynamique à conduction par la méthode du Recuit Simulé

Soutenu publiquement Le : 11/06/2018 Devant le jury :

M ^r Benyoussef elakhdar	MCB	Président	UKM Ouargla
M ^{me} Bouali Khadidja M ^{me} Naceur Sonia	MCB MCA	Encadreur Co-Encadreur	UKM Ouargla UKM Ouargla
M ^r Bourek yacine	MCA	Examinateur	UKM Ouargla

Année universitaire 2017/2018

Remerciements

Remerciements

Tout d'abord, nous tenons à remercier Allah, le tout puissant pour de nous avoir donné la force et la volonté d'accomplir ce modeste travail. Nous remercions également nos familles pour les sacrifices qu'elles ont faites pour que nous terminions nos études J'adresse mes sincères remerciements à M^{me} vertueuse BOUALI KHADIDJA maître de conférences et M^{me} NACEUR SONIA maître de conférences à l'université d'Ouargla, pour leur encadrement, pour leur contribution, leur patience et leur aide tout au long de ce travail. Nous tenons à exprimer notre gratitude envers l'ensemble des membres de jury qui ont accepté de lire et juger notre travail : Mr. BENYOUSSEF ELAKHDAR, maître de conférences à l'université Kasdi Merbah Ouargla, pour avoir accepté de présider le jury. Mr. BOUREK YACINE, maitre de conférences à l'université Kasdi Merbah Ouargla, ma avoir honoré par sa présence. Nous exprimons toutes mes profondes reconnaissances à tous ceux et celles qui de près ou de loin pour l'aide et l'encouragement qu'il ma ont apporté. Qu'ils trouvent ici l'expression de notre profonde gratitude.

Merci à tous et à touts.



Védicace

Avant tout l'éloge a dieu tout puissant pour tout ce qu'il ma donné et Accorder la force, le courage et la santé à fin de pouvoir accomplir ce travail. J'ai le grand plaisir de dédier ce modeste travail :

A ma très chère mère qui a donné le véritable sens à ma vie et qui n'a jamais cessé de prier pour moi. A mon très cher père, pour ses encouragements, son soutien, surtout pour son amour et son sacrifice afin que rien n'entrave le déroulement de mes études. A mes grands parents

A mes soeurs et mes frères. A toute ma famille A tous mes amis qui m'ont tant aidé et soutenu, A Tous ceux que j'aime et je respecte

Belhabib Zineb

Sommaire

Sommaire

Listes des figures	VI
Nomenclature	VII
Introduction générale	1
Chapitre I:Généralites sur les pompes Magnétohydrodynamiqu	ie MHD
I.1 Introduction	4
I.2 Principe physique	4
I.3 Pompe MHD à conduction	5
I.4 Classification de la MHD à conduction	7
I.4.1 Pompes MHD à conduction à courant continu	7
I.4.2 Les pompes MHD à conduction à courant alternatif	9
I.5 Pompe MHD à induction	9
I.5.1 Principe physique	9
I.5.2 Classification de la MHD à induction	10
I.5.2.1 Pompes plates	10
I.5.2.2 Pompes annulaires	11
I.5.2.3 Pompes hélicoïdales	12
I.6 Comparaison entre les pompes à conduction et à induction	
I.7 Applications des pompes magnétohydrodynamiques	13
I.7.1Génération d'électricité	14
I.7.2 Propulseurs MHD	14
I.7.3 Générateurs à conduction	14
I.8 Avantages et inconvénients des pompes MHD	
I.9 Conclusion	15
Chapitre II: Modélisation numérique des phénomènes électroma	gnétiques
d'une pompe MHD à conduction	
II.1 Introduction	
II.2 Équations générales de maxwell	17
II.3 Interprétation physique des équations électromagnétique	

II-3-2 Les équations de conservation
II .3.3 Loi de comportement des matériaux (Milieux Physiques)19
II.4 Formulation des équations électromagnétiques
II.4.1 Modèle électrostatique21
II.4.2 Modèle électrocinétique21
II.4.3 Modèle Magnétostatique22
II.4.4 Modèle Magnétostatique Scalaire
II.4.5 Modèle Magnétostatique Vectoriel
II.4.6 Modèle magnétodynamique23
II .5 Formulation électromagnétique du problème
II.5.1 Formulation en potentiel vecteur magnétique
II.5.2 Formulation de l'équation électromagnétique (MHD) par la méthode des volumes
finis26
II.6 Application et résultats de la modélisation numérique (volumes finis) 29
II.6.1 Lignes équipotentielles dans la pompe MHD30
II.6.2 Distribution du potentiel vecteur magnétique dans la pompe MHD30
II.6.3 L'induction magnétique dans la pompe MHD
II.6.4 Densité du courant d'induit dans le canal
II.6.5 Force électromagnétique dans le canal
II.7 Conclusion
Chapitre III: Etat de l'art des méthodes d'optimisation
III.1Introduction
III.2 Formulation mathématique d'un problème d'optimisation
III.3 Problèmes d'optimisation sans contraintes
III.4 Problèmes d'optimisation contraints
III.5 Traitement des contraintes
III.5.1 Méthodes de transformation
III.5.1.1 Méthodes de pénalités
III.6 Classification des méthodes d'optimisation
III.6.1 Méthodes d'optimisation déterministes
III.6.2 Méthodes d'optimisation stochastiques
III.6.2.1 Définition

III.6.2.2 Principe d'un algorithme stochastique	39
III.6.2.3 Méthode de recuit simulé	40
III.7 Optimisation de la pompe MHD par la méthode du recuit simule	41
III.7.1 Recuit simule et analogie avec un système physique	42
III.7.2 Description de l'algorithme	42
III.7.3 détermination de la température initiale	42
III.7.4 La fonction objectif avec contrainte	43
III.8 Conclusion	44
Charitus IV. Conception de la nomne MIID à conduction nan la méth	a da

Chapitre IV: Conception de la pompe MHD à conduction par la méthode du Recuit Simulé

IV.1Introduction	46
IV.2 Méthode du recuit simulé	46
IV.3 Démarche de conception par optimisation	46
IV.4 Description du dispositif à optimiser	47
IV.5 Formulation d'un problème d'optimisation d'une pompe MHD	47
IV.6 Conception par optimisation de la pompe MHD à conduction	51
IV.6.1 Méthode de recuit simulé	51
IV.6.2 Méthode déterministe fminsearch	51
IV.7Application et résultats	51
IV.8.Conclusion	53
Conclusion générale	55
Références bibliographiques	57
Résumé	

Listes des figures

Listes des figures

Figure I.1 : Principe du pompage MHD dans les liquides	4
Figure I.2 : Schéma d'une pompe MHD à conduction	5
Figure I.3: pompe MHD à conduction à courant continu	7
Figure I.4: Schéma d'une machine MHD à conduction à courant alternatif.	9
Figure I.5 : Lignes de courant dans une pompe MHD à induction	10
Figure I.6 : Pompe MHD à induction plate	11
Figure I.7 : Pompe MHD à induction annulaire	12
Figure I.8 : Schéma d'une pompe MHD hélicoïdale	12
Figure I.9 : Générateur MHD à gaz ionisé.	13
Figure I.10: Générateur MHD à Conduction (tuyère linéaire)	15
Figure II.1 : Discrétisation en volume fini en 2D	27
Figure II.2 : Schéma de la géométrie de la pompe MHD	29
Figure II.3 : Les lignes équipotentielles dans la pompe MHD	30
Figure II.4: Potentiel vecteur magnétique dans la pompe MHD	30
Figure II. 5: Induction magnétique dans la pompe MHD	31
Figure II.6: Densité du courant induit dans le canal	31
Figure II.7 : Force électromagnétique dans la pompe MHD	32
Figure III.1 : Méthodes déterministes multidimensionnelles	38
Figure III.2 : Principales méthodes stochastiques	39
Figure III.3 : Processus de recherche de l'optimum global par la méthode de recuit simulé	41
Figure IV.1: Le schéma de la pompe MHD utilisée dans l'optimisation	48
Figure IV.2: Résultats d'optimisation par la méthode de recuit simulé	52
Figure IV.3: Résultats de l'optimisation par la méthode déterministe fminsearch	52
Figure IV.4: Résultats de l'optimisation par la méthode hybride	52

Nomenclature

Liste des symboles et des abréviations

I. Symbole

Symbole	Description	Unité
Ē	Champ électrique	[V/m]
E`	F.C.E.M d'inducteur	[V/m]
E_{ind}	Champ électrique induit	[V/m]
U	Potentiel électrique scalaire	[V]
Ä	Potentiel vecteur magnétique	[T/m]
Ħ	Champ magnétique	[A/m]
\vec{B}	Induction magnétique	Tesla
D	Induction électrique	[C/m2]
\vec{J}_{c}	La densité du courant de conduction	[A/m²]
μ	Perméabilité magnétique	[H/m]
ρ	Densité volumique de charge électrique	[C/m3]
ε	Permittivité électrique	[F/m]
V	Réluctivité magnétique	[m/H]
$\vec{\vartheta}$	Vecteur vitesse des pièces conductrices susceptibles de ce déplacé	[m/s]
σ	Conductivité électrique	[S/m]
\vec{J}_{ex}	Densité de courant d'excitation	[A/m²]
, Ĵ _a	Densité de courant injectée par l'électrode	[A/m²]
<i>ε</i> 0	Permittivité absolue du vide	[F/m]
Ĵ	Densité de courant total	[A/m²]
\mathcal{E}_r	Permittivité relative du milieu	[USI]
μ _r	Perméabilité relative	[USI]
\vec{B}_{re}	Vecteur induction magnétique rémanente	[T]
μ_0	Perméabilité magnétique à vide	[H/m]
V	Vitesse d'écoulement du fluide	[m/s]
Ψ	Fonction de courant	
Т	Température	[K°]

II. Abréviations

Symbole	Définition
MHD	Magnétohydrodynamique
DC	Courant continu
AC	Courant Alternatif
MEF	Méthode des éléments finis
MIF	Méthode des intégrales de frontière
MDF	Méthode des différences finies
MVF	Méthode des volumes finis
2D	Bidimensionnel
MATLAB	(matrixlaboratory): langage de programmation
SA	Recuit Simulé (Simulated Annealing)

Introduction générale

Introduction générale

Les machines électriques rotatives ont occupé une grande place dans l'industrie depuis bien longtemps, comme ceux du transport ou du pompage des métaux liquides, les chercheurs ont recours à d'autres technologies pour répondre à ces besoins telles que la magnétohydrodynamique [1]. La magnétohydrodynamique (MHD) est à la frontière de deux sciences, la mécanique des fluides et l'électromagnétisme. Elle consiste en l'étude de l'interaction entre un écoulement de fluide conducteur et des champs magnétiques et électriques. Sa naissance remontre au 19^{éme} siècle, lorsque Faraday écrivit les lois de l'induction magnétique (1831). Elles montrent l'existence d'une force électromotrice induite dans un écoulement soumis à un champ magnétique. Cette force est susceptible de créer des courants qui peuvent agir avec le champ magnétique pour donner naissance à des forces de Laplace[2].

La (MHD) décrit le comportement d'un fluide conducteur du courant électrique (ce fluide peut être un liquide, un gaz ionisé où un plasma)[3]. Le convertisseur MHD concerne la conversion de l'énergie mécanique du mouvement d'un fluide conducteur en énergie électrique. Ce mécanisme permet de transformer directement le mouvement de fluide en électricité sans passer par des turbines comme dans le cas des centrales classiques. Elle peut également s'effectuer en sens inverse, c'est à dire qu'il est possible d'utiliser l'énergie électrique pour mettre un fluide conducteur en mouvement. On obtient ainsi des pompes magnétohydrodynamiques [4].

Les applications de la magnétohydrodynamique sont très larges et dans des domaines très variées, tels que l'industrie métallurgique, le transport ou le pompage des métaux liquides en fusion par des pompes électromagnétiques. Il existe aussi des vannes et des débitmètres électromagnétiques [3],[5]. Dès les années 1970, ces pompes ont été utilisées pour le pompage des métaux liquides à haute température comme le zinc et l'aluminium. Aujourd'hui elles sont utilisées dans d'autres domaines comme le domaine médical ou la microélectronique (électrolytes, plasmas) (Baker et Tessier 1987)[4],[2].

Généralement les dispositifs électromécaniques sont dimensionnés à partir d'équations analytiques classiques avec des hypothèses simplificatrices. Ces équations ont été améliorées dans le temps par retour d'expériences sur les différents dispositifs construits. Depuis quelques années, les recherches dans le domaine de conception des dispositifs

1

électromagnétiques s'orientent vers l'optimisation par le biais de différentes approches. Ces dernières sont plus ou moins contraignantes et précises.

En effet, les paramètres à optimiser sont souvent interdépendants et il est difficile de trouver la solution optimale prenant en compte les différentes interactions.

Objectif

L'objectif de ce mémoire est la conception optimale d'une pompe à conduction, on utilisant la méthode du recuit simulé.

Pour se faire, le présent mémoire a été réparti en quatre chapitres :

- ✓ Le premier chapitre, consiste en une présentation générale des convertisseurs magnétohydrodynamiques (MHD) et leurs différentes applications.
- ✓ Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation des phénomènes électromagnétiques .Il s'agit de développer un modèle en 2D par la méthode des volumes finis.
- ✓ Le troisième chapitre, présente un état de l'art des méthodes d'optimisation.
- Le dernier chapitre est dédié à l'optimisation de pompe MHD par la méthode du recuit simulé.

Le mémoire est clôturé par une conclusion générale et des perspectives.

Chapitre I

Généralités sur les pompes

Magnétohydrodynamiques MHD

I.1 Introduction

La magnétohydrodynamique (MHD) est un domaine vaste de la physique lié à l'interaction entre un champ magnétique et un fluide conducteur d'électricité. La notion de la conversion MHD remonte à l'époque de FARADAY qui en plaçant des électrodes dans une rivière d'eau, convenablement orientées par rapport au champ magnétique terrestre, recueillit un faible courant électrique induit [3].

La MHD a étendu son domaine à la métallurgie et d'autres dispositifs industriels (pompes électromagnétiques, propulsion); Les applications de la MHD sont très larges et dans des domaines très variées, ces pompes ont l'avantage par rapport aux pompes mécaniques de n'avoir aucune pièce mobile et aucun contact avec le fluide puisque ce dernier est simplement connecté par un champ magnétique [6],[7].

Dans ce premier chapitre nous présenterons un bref rappel sur les pompes magnétohydrodynamiques MHD.

I.2 Principe physique

Le principe général de fonctionnement des pompes électromagnétiques réside dans l'application d'une induction magnétique \vec{B} non colinéaire à un courant I traversant le fluide. Ceci donne naissance à une force de Laplace F_L qui entraîne la circulation du fluide conducteur dans le canal. La figure (I.1) présente le schéma classique et simplifié du principe de fonctionnement d'une pompe magnétohydrodynamique [2].



Figure I.1 : Principe de fonctionnement d'une pompe MHD [2]

Les pompes électromagnétiques peuvent différer par la nature du courant qui les alimente (continu ou alternatif), par la manière dont est créé le champ magnétique continu ou alternatif (aimant ou électro-aimant) et dont est produit le courant (induction ou conduction) [4]. Nous trouvons aujourd'hui deux catégories principales de pompes électromagnétiques, les pompes à conduction et les pompes à induction [8],

Nous parlons de pompes à conduction lorsque le courant est injecté dans le canal de pompage par l'intermédiaire d'électrodes. Dans le cas des pompes à induction, le courant est induit à l'intérieur du canal de pompage par la présence d'un champ magnétique glissant [5].

I.3 Pompe MHD à conduction

Dans ce type de pompe, le courant électrique est fourni par une source extérieure et le champ magnétique est imposé. Une limitation essentielle est le manque d'adhérence du métal liquide sur les parois, ce qui augmente les pertes [10].

Les pompes magnétohydrodynamiques à conduction sont constituées d'un canal dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur à la vitesse V. La figure (I.2) représente le schéma d'une telle pompe. L'interaction entre l'induction magnétique \vec{B} suivant l'axe y et le courant I injecté par les électrodes suivant l'axe z donne naissance à une force de Laplace $\vec{F_L}$ suivant l'axe x.



Figure I.2 : Schéma d'une machine MHD à Conduction [10].

Les différentes parties qui constituent la pompe magnétohydrodynamique à conduction sont :

4 le circuit magnétique: il est destiné à créer et canaliser les lignes de champ magnétique dans le canal [11].

Pour qu'un circuit magnétique soit de bonne qualité il doit :

Avoir une faible réluctance magnétique afin de réduire les pertes et de minimiser les fuites.

b Etre constitué de matériaux possédant de bonnes qualités magnétiques à savoir:

- Un bon perméabilité ;
- Un cycle d'hystérésis étroit ;
- Une bonne résistivité.

Ces qualités permettent de limiter les pertes par hystérésis et par courant de Foucault qui sont fonction de l'induction magnétique [2],[9]

- **4 Canal** : dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur a la vitesse \vec{V} .
- **Fluide** conducteur: c'est un métal liquide de très bonne conductivité électrique.

Parmi les fluides les plus utilisés dans ces pompes on trouve [3] :

Elément	Conductivité électrique σ [S/m]	
Le mercure	$1.66 * 10^6$	
Mélange de sodium et potassium (NaK (22 %Na,78%K)	$2.7 * 10^{6}$	
Eau mer	4 à10	
Gallium	$3.3 * 10^{6}$	

Tableau I.1 : Les fluides les plus utilisés [5]

- L'électrode : une électrode peut être définie comme une partie de circuit électrique en contact avec un milieu à conduction non métallique et qui participe souvent a l'effet désire, comme dans notre cas l'électrode en contact avec le fluide conducteur [8].
 l'alimentation électrique généralement avec un fort courant et une basse tension
 Il existe deux grandes familles de pompes à conduction :
- les pompes à conduction à courant continu (MHD DC)
- ✤ les pompes à conduction à courant alternatif (MHD AC).

La différence entre ces deux types de pompes se situe au niveau de l'alimentation du bobinage qui peut être soit en courant continu soit en courant alternatif [12].

I.4 Classification de la MHD à conduction

I.4.1 Pompes MHD à conduction à courant continu

La pompe magnétohydrodynamique à conduction à courant continu (MHD DC) est le modèle le plus simple. Les courants dans le canal et dans le bobinage inducteur sont continus. Pour créer le champ magnétique, on peut aussi utiliser un aimant permanent [3],[4].

Le circuit magnétique peut être refermé par un barreau de fer pour éviter les fuites magnétiques vers l'extérieur et obtenir une induction élevée [13].

La figure (I.3) représente le schéma d'une pompe (MHD DC) avec un canal rectangulaire et dont l'induction magnétique est créée par des aimants [2].

Nous noterons H_p la Hauteur du canal, L_p sa Longueur et l_p sa largeur (espace comprise entre les deux électrodes)



Figure I.3:pompe MHD à conduction à courant continu [14].

Un des principaux avantages des pompes DC MHD est la simplicité de leur géométrie, leur coût de fabrication est relativement faible devant les autres types de pompes MHD [11].

En effet, les électrodes peuvent subir une érosion à cause du frottement avec le fluide, et les pertes ohmiques peuvent provoquer un échauffement, il peut également exister une résistance de contact non négligeable entre le fluide et les électrodes. Ceci provoque donc des pertes thermiques supplémentaires. Par le passé, de nombreuses pompes MHD à conduction DC ont étés fabriquées avec différents types de fluides conducteurs (plasmas, électrolytes, sels fondus et métaux liquides) [13],[3].

Dans ce type des pompes, le courant électrique est fourni par une source extérieure [5].

\$L'analogie entre un moteur a courant continu et une pompe MHD a courant continu peut se résumer comme suit.

Moteur à Courant Continu	Pompe à Courant Continu	
Schéma	Schéma	
Inducteur induit	Inducteur Fluide	
	Eind Eind E	
Balais collecteurs	Electrodes	
Loid'Ohm		
U=E'+RI	$E=E_{ind}+1/\sigma\vec{J}$	
F.C.E.M		
E'=k'ωΦ	$E_{ind} = \vec{V}\vec{B}$	
Puissance		
P=E'I	$P=E_{ind}\vec{J}v0$	
Couple mécanique : $C_m = k'I\Phi$	Force MHD : $F^t = \vec{J} Bv0$	
Couple résistant : $C_r = a\omega^2$	Force résistante : $F_t = k_t V^2$	

Tableau I.2: Comparaison entre un MCC et une pompe MHD à conduction[5]

Avec:

- U: la tension aux bornes de l'induit [V]
- E': Fore électromotrice d'inducteur [V]
- R : la résistance électrique (Ohm)
- I : le courant l'induit (A)
- K' : la constante de couple
- $\omega\,$: est vitesse de rotation [rd/s]
- P : la puissance électrique [w]
- C_m: couple mécanique
- C_r: couple résistant
- Φ: flux magnétique
- E_{ind} : Champ électrique induit [V/m]
- $\sigma: Conductivité \, \acute{e}lectrique \, [S/m]$
- \vec{J} : Densité de courant total [A/m²]
- \vec{V} : Vitesse d'écoulement du fluide
- \vec{B} : Vecteur induction magnétique [T]

I.4.2 Les pompes MHD à conduction à courant alternatif

Dans le cas des pompes magnétohydrodynamiques à courant alternatif (MHD AC), les courants dans le fluide et dans le bobinage sont sinusoïdaux. Le courant I traversant le canal de pompage peut donc être fourni en sortie d'un transformateur, et le champ magnétique par un électro-aimant figure (I.4)[11].

L'utilisation d'un transformateur permet d'avoir une alimentation des électrodes très simple car il est assez complexe d'obtenir des alimentations DC à fort courant et faible tension ayant un bon rendement [15],[3]. Par contre, pour des courants élevés un refroidissement des transformateurs est nécessaire [7]. Le champ magnétique et le courant dans le fluide doivent avoir la même fréquence [9]. La force de pompage est maximale si le champ magnétique et le courant sont en phase d'où l'idée d'avoir la même alimentation pour le courant I et l'induction magnétique \vec{B} .



Figure I.4: Schéma d'une machine MHD à conduction à courant alternatif.[2]

La circulation du fluide est toujours basée sur la force de Laplace où nous avons une variation temporelle du courant et du champ [11].

I.5 Pompe MHD à induction

I.5.1 Principe physique

Le principe général d'une pompe a induction consiste à créer un champ magnétique glissant avec des enroulements polyphasés (en général triphasés). Ce dernier induit des courants dans le fluide conducteur qui créent à leur tour une force de Laplace tendant à le mettre en mouvement. Ce fonctionnement est très proche de celui de la machine asynchrone ; cependant, dans ce cas le champ créé est glissant, et l'induit est constitue par le fluide conducteur. La figure (I.5) montre les courants induits dans les pompes à induction.



Figure I.5: Lignes de courant dans une pompe MHD à induction [3]

Les différentes parties d'une pompe à induction sont :

- l'inducteur : il est constitué d'un circuit magnétique créant un champ glissant à un bobinage polyphasé.
- **4** l'induit : il est constitué par le fluide conducteur.
- 4 l'entrefer[2]

Il existe plusieurs types des pompes à induction. Les plus utilisées dans l'industrie sont les pompes plates et les pompes annulaires. La différence entre ces deux types de pompes est leur géométrie [9].

I.5.2 Classification de la MHD à induction

I.5.2.1 Pompes plates

Le principe du fonctionnement des pompes plates est la même que précédemment.

Elles ressemblent beaucoup au moteur linéaire ; le rail est remplacé par le fluide. Le canal a une section rectangulaire. Des enroulements inducteurs alimentés par des courants alternatifs triphasés génèrent une induction magnétique sinusoïdale glissante,[16]

La figure (I.6) montre le schéma d'une pompe MHD à induction plate. Le liquide circule dans un canal rectangulaire .Le refroidissement se fait par circulation forcée d'air dans les inducteurs [2], [11].



Figure I.6: pompe MHD à induction plate [2]

Les problèmes technologiques portent surtout sur la réalisation de conduits en tôle d'acier inox mince (pour diminuer les pertes) résistant à la corrosion et d'une étanchéité absolue [3].[17]

I.5.2.2 Pompes annulaires

La conception de ces pompes remonte à 1929 (Einstein et Szilard). Le conduit est annulaire entre deux tubes coaxiaux dont l'intérieur contient un noyau de fer doux, et l'extérieur est couvert de bobines triphasées [12].

La figure (I.7) montre le schéma d'une pompe MHD à induction annulaire. Le type annulaire est plus performant que le type rectangulaire car les courants induits sont toujours perpendiculaires à la direction de l'écoulement. Ainsi, la force de Laplace a partout la même direction que celle de l'écoulement. Par contre, dans le cas d'une machine de section rectangulaire, les courants induits se bouclent d'une façon moins favorable aux échanges d'énergie mécanique en énergie électrique et provoquent d'avantage des pertes par effet Joule, Les avantages de ces pompes sont les suivants [7],[9] :

- Les courants électriques se referment dans la masse du fluide, ce qui rend inutile l'adhérence de celui- ci sur la paroi ;
- ✤ La forme est simple et l'encombrement économique ;
- ✤ Le démontage est facile.
- Le courant des enroulements primaires produit un champ magnétique de déplacement qui produit à son tour un courant induit dans le métal liquide.



Figure I.7: Pompe magnétohydrodynamique annulaire[3]

I.5.2.3 Pompes hélicoïdales

Dans ce type de pompes, le conduit annulaire est hélicoïdal au lieu d'être rectiligne, (figure (I.8)). Les pertes supplémentaires dues à la composante azimutale de la vitesse et les difficultés de fabrication sont prohibitive[9].[18]



Figure I.8: Schéma d'une pompe MHD hélicoïdale [9]

I.6 Comparaison entre les pompes à conduction et à induction

Les pompes linéaires à induction sont plus simples et moins coûteuses que celles à conduction et ceci est dû à l'absence d'électrodes et la facilité de travailler à des niveaux de tensions conventionnelles [5].

- Par contre, elles possèdent un rendement de conversion d'énergie moins important à cause de l'appel de courant réactif pour la magnétisation du circuit en présence d'un entrefer important [3].
- La présence des électrodes dans les machines à conduction est un inconvénient par rapport aux machines à induction, elles subissent une érosion au contact avec le fluide dont la température est généralement élevée [9].
- la fabrication des pompes MHD DC a un coût relativement faible par rapport aux autres. De plus, elles fonctionnent avec des aimants permanents ce qui simplifie leur réalisation. Les principaux inconvénients sont l'alimentation électrique qui est complexe
- 4 la pompe MHD à conduction à courant alternatif peut être plus facilement alimentée mais demande la présence d'un électro-aimant. De plus, le courant alternatif entraine la présence de courants de Foucault [7],[9].

I.7 Applications des pompes magnétohydrodynamiques

Le principe de la MHD trouve un large secteur d'applications en commençant par les propulseurs des véhicules marins, le freinage électromagnétique, le refroidissement des réacteurs atomiques et jusqu'au domaine des pompes liées aux applications médicales.

Ce même principe peut être exploité dans le cas des fluides gazeux ionisés, (figure (I.9)), Les gaz dégagés par les moteurs à réaction peuvent être exploités pour augmenter la force de propulsion de ces derniers et ainsi améliorer leur rendement [16]. La MHD offre un potentiel d'applications industrielles et de recherches considérables.



Figure I.9: Générateur MHD à gaz ionisé.[3]

I.7.1 Génération d'électricité

Dans ce processus, l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique, on peut considérer que le système le plus simple est celui du convertisseur à conduction .Il est constitué d'un organe essentiel qui est le canal placé dans l'entrefer, d'un aimant dans lequel s'écoule un métal liquide qui traverse une induction magnétique \vec{B} qui induit un courant \vec{J} collecté par des électrodes en contact avec le fluide.

• Machines circulaires à plasma

Les générateurs linéaires ont une tuyère rectiligne, par opposition aux machines circulaires. On distingue quatre types de tuyères :

- Tuyères à électrodes continues.
- Tuyères à électrodes segmentées.
- Tuyères à effet Hall.
- Tuyères à effet Hall et champ oblique,

I.7.2 Propulseurs MHD

Propulseurs à plasma Propulsion MHD navale

I.7.3 Générateurs à conduction

Un générateur MHD (magnétohydrodynamique) est un convertisseur MHD qui transforme l'énergie cinétique d'un fluide conducteur directement en électricité. Le principe de base est fondamentalement le même que pour n'importe quel générateur électrique. Les deux types de générateurs utilisent un inducteur (électroaimant ou aimant permanent) générant un champ magnétique dans un induit ou canal [12].

- Dans le cas d'un générateur conventionnel, cet induit est solide : c'est une pièce métallique portant des bobines en cuivre.
- Dans le cas d'un générateur MHD, cet induit est fluide : liquide conducteur (eau salée, métal liquide) ou gaz ionisé (plasma) [9].
- Les générateurs MHD n'utilisent donc pas de pièce mécanique mobile, contrairement aux générateurs traditionnels. Le fluide est mis en mouvement dans le champ

magnétique, ce qui génère un courant électrique, recueilli aux bornes d'électrodes immergées et connectées à une charge .



Figure I.10: Générateur MHD à Conduction (tuyère linéaire) [12].

I.8 Avantages et inconvénients des pompes MHD

Les pompes MHD gagnent de l'intérêt car elles rassemblent des critères attractifs tels que:

- ✓ Absence totale de pièces mobiles;
- ✓ Processus de fabrication simple;
- ✓ Problèmes mécaniques nulles;
- ✓ Débit continue de fluide;
- ✓ Durée de vie prolongée.

Malgré ces avantages, les pompes MHD trouvent quelques difficultés à s'intégrer dans des secteurs spécifiques tels que le médical, le pharmaceutique.

- ✓ La formation du phénomène d'électrolyse ;
- ✓ L'échauffement dû à la circulation des courants électriques ;
- ✓ La présence des courants électriques n'est pas toujours commode ;
- ✓ Le pompage MHD n'est possible qu'en présence d'un liquide et qui doit être conducteur [3],[16].

I.9 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté des généralités sur les pompes MHD. Aussi nous avons décrit les type familles des pompes MHD à conduction et à induction, dont l'objectif d'étudier une pompe MHD à conduction.

Dans le suivant chapitre, nous présenterons la modélisation des phénomènes électromagnétique dans les pompes magnétodynamique à conduction.

Chapitre II

Modélisation numérique des phénomènes électromagnétiques d'une pompe MHD à Conduction

II.1 Introduction

La magnétohydrodynamique est l'étude de l'interaction entre les champs magnétiques et les écoulements de tous les fluides conducteurs, donc les phénomènes relevant de la magnétohydrodynamique sont décrit par un système d'équations constitué de la réunion des équations de l'hydrodynamique et des équations de Maxwell [7].

La résolution de ces équations par les méthodes analytiques est impossible dans le cas général où la géométrie des dispositifs étudiés est complexe, et où les matériaux ont des propriétés magnétiques linéaires. Seules des méthodes numériques sont possible. Parmi ces méthodes on peut citer : La méthode des différences finies MDF, la méthode des éléments finis MEF et la méthode des volumes finis MVF [3]. Dans ce cas, au lieu de résoudre l'équation de façon continue, on discrétise le potentiel vecteur en un nombre fini de points dans le domaine d'étude.

Le présent chapitre donne un aperçu global sur la présentation mathématique des phénomènes électromagnétiques qui interviennent dans le fonctionnement d'une pompe MHD.

II.2 Équations générales de maxwell

Les phénomènes électromagnétiques qui apparaissent dans les dispositifs électrotechniques sont régis par les équations de MAXWELL, des lois constitutives des matériaux. Nous les résumons comme suit :

• Équations de MAXWELL.

 $\overrightarrow{\text{RotH}} = \overrightarrow{J}_{\text{C}} + \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$ (II.1)

$$Div\vec{B} = 0 \tag{II.2}$$

$$\overrightarrow{Rot}\overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$$
(II.3)

$$Div\vec{D} = \rho$$
 (II.4)

• Lois constitutives des milieux.

 $\vec{B} = \mu(H).\vec{H} \ O\dot{u} \ \vec{H} = v(B)\vec{B}$ (II.5)

$$\vec{D} = \epsilon. \vec{E}$$
 (II.6)

Avec:

 $\vec{J}_{C} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Densité des courants de déplacement négligeable à basse fréquence [A/m²],

H: Vecteur champ magnétique [A/m],

 \vec{E} : Vecteur champ électrique [V/m],

 \vec{B} : Vecteur induction magnétique [T],

 \vec{D} : Vecteur induction électrique (vecteur déplacement électrique) [C/m²],

 \vec{J}_{C} : Vecteur densité du courant électrique de conduction [A/m²],

 μ : Perméabilité magnétique [H /m],

 ρ : Densité volumique de charges électriques [C/m³],

- ε: Permittivité diélectrique [F/m],
- v: Réluctivité magnétique [m/H].

A ces équations, doit être associée la loi d'OHM généralisée

$$\vec{J}_{C} = \vec{J}_{ex} + \sigma. \vec{E} + \sigma(\vec{\vartheta} \wedge \vec{B})$$
(II.7)

Où :

 $\vec{\vartheta}$: Vecteur vitesse des pièces conductrices susceptibles de ce déplacé [m/s],

σ: Conductivité électrique [S/m],

 \vec{J}_{ex} : Densité du courant d'excitation (source) [A/m²],

 σ . \vec{E} : Densité des courants induits par variation du champ électrique E [A/m²],

 $\sigma(\vec{\vartheta} \wedge \vec{B})$: Densité des courants induits par mouvement [A/m²],[3].

II.3 Interprétation physique des équations électromagnétique

II.3.1 Équation de couplage électromagnétique

• Loi d'induction de FARADAY.

$$\overrightarrow{Rot}\overrightarrow{E} = -\frac{\partial\overrightarrow{B}}{\partial t}$$
(II.8)

•

Cette équation exprime le couplage électrique- magnétique en régime dynamique et où la variation temporelle de \vec{B} détermine le $\vec{rot}\vec{E}$, mais ceci ne suffit pas pour déterminer complètement \vec{E} .

• Théorème d'AMPERE.

$$\overrightarrow{\text{RotH}} = \overrightarrow{\text{J}}_{\text{C}} + \frac{\partial \overrightarrow{\text{D}}}{\partial t}$$
(II.9)

Cette équation exprime la dépendance du champ magnétique de la densité du courant total (conduction + déplacement).

Cette relation peut être interprétée comme étant le taux de variation spatiale du champ en fonction du taux de mouvement des charges.

II-3-2 Les équations de conservation.

• Divergence de l'induction magnétique.

$$Div\vec{B} = 0 \tag{II.10}$$

Cette relation traduit mathématiquement le fait que les seules sources de champ magnétique sont les courants électriques, et il n'existe pas de charge magnétique; c'est pourquoi les lignes du champ sont toujours fermées sur elles-mêmes.

Elles forment des boucles. Ces boucles n'ont ni point de départ, ni point d'arrivée, ni point de convergence, d'où la nomination d'induction conservative (champ conservatif).

Théorème de GAUSS.
Div
$$\vec{D} = \rho$$
 (II.11)

Une charge électrique est source d'un champ électrique; autrement dit, les lignes de champs électriques commencent et se terminent autour des charges électriques [19],[7]

II .3.3 Loi de comportement des matériaux (Milieux Physiques).

• Induction et champ électriques.

Pour tout champ électrique, dans un milieu isotrope, de permittivité ɛ, nous avons :

$$\vec{D} = \epsilon. \vec{E}$$
 (II.12)

Où

 $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r;$

 ϵ_0 : Permittivité absolue du vide [F/m],

 ε_r : Permittivité relative du milieu [USI].

Cette équation d'écrit la relation entre la vectrice induction électrique \vec{D} et le vecteur champ électrique \vec{E} . Elle est linéaire si cest constante.

Dans le cas des conducteurs non-polarisés, nous avons :

$$\overrightarrow{D} = \varepsilon_0. \, \overrightarrow{E}; \tag{II.13}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36.\pi \cdot 10^9} \ [F/m]$$

La détermination de \overrightarrow{D} de l'équation de l'équation $\overrightarrow{rot}\vec{E}$ de l'équation (II.3) détermine complètement \vec{E} .

• Induction et champ magnétiques. $\vec{B} = \mu.\vec{H}$ (II.14)

 $\boldsymbol{\mu}=\boldsymbol{\mu}_{0}.\,\boldsymbol{\mu}_{r}\;;$

 μ_0 : Perméabilité magnétique absolue du vide,

- μ_0 : 4. π . × 10⁻⁷ [H/m],
- μ_r : Perméabilité relative du milieu [USI].

Dans le cas d'un aimant permanent, nous avons :

$$\vec{B} = \mu.\vec{H} + \vec{B}_{re}$$
(II.15)

 \vec{B}_{re} : Vecteur induction magnétique rémanente [T]. L'équation (II.5) détermine la relation entre le champ magnétique et l'induction magnétique. Cette relation donne la courbe d'aimantation

 $\mathbf{B} = f(\mathbf{H}).$

Une variation de \vec{H} conduit à une variation de l'induction \vec{B} , on trouve par la suite le cycle d'hystérésis dont la forme se diffère d'un matériau à un autre; donc d'un dispositif électrotechnique à un autre.

II.4 Formulation des équations électromagnétiques

Les Modèles de J.C. MAXWELL décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques, mais, suivant les dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes deviennent négligeables.

Les équations se découplent donnant alors des modèles plus simples. Par ailleurs, dans le cadre de notre travail, seul le modèle magnétodynamique sera considéré et détaillé, de fait de son adaptation à la modélisation des systèmes de chauffage par induction.

II.4.1 Modèle électrostatique.

Dans ce modèle, le champ \overline{E} est produit par des charges stationnaires qui ne varient pas en termes de répartition, et de valeur avec le temps. Ce modèle est régit par les équations suivantes [20] :

$$\overrightarrow{\text{Rot}} = \overrightarrow{0} \tag{II.16}$$

$$Div\vec{D} = \rho \tag{II.17}$$

$$\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon. \vec{E} \tag{II.18}$$

$$Cas \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \tag{II.19}$$

La relation : \overrightarrow{RotE} permet de définir une fonction auxiliaire U appelée potentiel scalaire électrique, tel que : $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{gradU}$

Ce modèle se ramène alors à l'équation suivante :

$$\operatorname{div}(\operatorname{\epsilon \overline{grad}} U) + \rho = 0 \tag{II.20}$$

II.4.2 Modèle électrocinétique.

Ce modèle est utilisé dans l'étude de la répartition du courant électrique de conduction dans des conducteurs isolés soumis à des différences de potentiel continues [19].
Il est régit par les équations :

$$\overrightarrow{\text{Rot}\vec{E}} = \vec{0} \tag{II.21}$$

$$Div\vec{J} = 0 \tag{II.22}$$

$$\vec{I} = \sigma \vec{E}$$
 II.23)

la relation : $\overrightarrow{RotE} = \overrightarrow{0}$ implique qu'il existe encore un potentiel électrique scalaire U tension électrique), tel que : $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}U$

le modèle se ramène alors a :

$$Div(\sigma \overline{\text{grad }} U) = 0 \tag{II.24}$$

II.4.3 Modèle Magnétostatique.

Dans ce modèle, le terme $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ de l'équation (II.3) est nul. Ceci s'explique par le fait que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps [19].

Dans le cas de ce modèle, deux sortes de formes, peuvent l'exprimer. Il s'agit de :

II.4.4 Modèle Magnétostatique Scalaire.

Dans ce cas, les courants électriques sont nuls nul, il vient alors que les champs ne dépendent pas du temps. D'après les équations (II.1) et (II.2), on obtient :

 $\overrightarrow{\text{RotH}} = \overrightarrow{0}$ Courants nuls Div $\overrightarrow{B} = 0$ Induction conservative

Loi du milieu,

$$\vec{B} = \mu . \vec{H} + \vec{B}_{re}$$

 \vec{H} Dérive d'un potentiel scalaire magnétique Φ , d'où la nomination du modèlemagnétostatique scalaire, tel que :

Le modèle se ramène alors à l'équation :

$$\operatorname{Div}(\operatorname{U}\overline{\operatorname{grad}}\Phi) = \operatorname{Div}\overline{\operatorname{B}}_{\operatorname{re}}$$
(II.25)

II.4.5 Modèle Magnétostatique Vectoriel.

Dans le modèle magnétostatique vectoriel, les courants électriques ne sont pas nuls. Il vient alors que :

$$\overrightarrow{RotH} = \overrightarrow{J}$$
(II.26)

$$Div\vec{B} = 0 \tag{II.27}$$

Avec la loi du milieu : $\vec{B} = \mu . \vec{H} + \vec{B}_{re}$

La relation div $\vec{B} = 0$ permet de définir une fonction vectoriel \vec{A} appelée potentiel vecteur magnétique [16], tel que :

$$\vec{B} = rot\vec{A}$$
 (II.28)

D'où le système d'équations :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{Rot}}\overrightarrow{A}\right) = \overrightarrow{J} + \overrightarrow{\text{Rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{B}_{\text{re}}\right)$$
(II.29)

II.4.6 Modèle magnétodynamique.

Dans ce cas, les sources du courant sont dépendantes du temps, ainsi, les champs électrique et magnétique seront alors couplés par la présence des courants induits (ou courants de Foucault).

Le potentiel vecteur \vec{A} joue un rôle primordial, où la connaissance de \vec{A} implique la connaissance de tous les autres grandeurs physiques où :

$$\vec{B} = \overrightarrow{RotA}$$

En termes d'équations, nous avons :

$$\overrightarrow{\text{Rot}\vec{E}} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
(II.30)

$$\overrightarrow{\text{RotH}} = \overrightarrow{\text{J}} \tag{II.31}$$

$$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{\text{Rot}}\overrightarrow{A}$$
(II.32)

A ces équations, nous ajoutons les lois caractéristiques au milieu

$$\vec{D} = \varepsilon. \vec{E} \tag{II.33}$$

$$\mathbf{B} = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H} \tag{II.34}$$

C'est à partir de ces équations de base de ce modèle que nous pouvons déterminer l'équation décrivant l'évolution des phénomènes électromagnétiques dans un dispositif où l'ensemble des champs présents sont en fonction explicite ou implicite de l'espace et du temps.

L'utilisation de ce modèle est très répondue dans l'étude des machines es, des transformateurs, pompe électromagnétiques ... etc.

A partir de l'équation du flux magnétique, on définit le potentiel vecteur magnétique \vec{A} par l'équation suivante :

$$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{\text{RotA}}$$

Dans le cas général, il existe une infinité de vecteur \vec{A} pouvant satisfaire la relation $\vec{B} = \vec{Rot}\vec{A}$ En effet, puisque le rotationnel du gradient de toute fonction scalaire U est nul, donc tout vecteur $(\vec{A} + \vec{gradU})$ satisfait la relation $\vec{B} = \vec{Rot}\vec{A}$, d'où la nécessité d'imposer une condition de Jauge afin d'assurer l'unicité de la solution. On propose d'utiliser la Jauge de Coulomb Div $\vec{A} = 0$

L'équation qu'on va établir s'applique aux dispositifs électromagnétiques dans lesquels il y a présence de courants induits provenant de la variation des champs dans le temps, En remplaçant \vec{B} par \vec{RotA} , l'équation $\vec{Rot E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ devient :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = \vec{0}$$
(II.35)

A partir de cette relation, on peut définir un potentiel scalaire électrique U tel que :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{\text{grad}}U$$
(II.36)

$$\vec{j} = \vec{j}_{ex} + \sigma \vec{E}$$
(II.37)

La combinaison des équations $(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0})$ et $(\vec{E} = -\vec{\text{grad}U})$ donne :

$$\sigma \vec{E} = \vec{j} - \vec{j}_{ex} = -\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial x} + \overline{\text{grad}} U \right)$$
(II.38)

D'où

$$\vec{j} = -\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} U \right) + \operatorname{Rot} \left(\frac{1}{\mu} = \vec{B} \right) = \vec{j}$$
(II.40)

De ces équations on aboutit :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{RotA}}\right) = \vec{J}_{\text{ex}} - \sigma\vec{E} + \sigma\left(\vec{V}\wedge\overrightarrow{\text{RotA}}\right)$$
(II.41)

$$\overrightarrow{\text{Rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{Rot}}\right) = \vec{J}_{\text{ex}} - \sigma\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial x} + \overrightarrow{\text{grad}}U\right) + \sigma\left(\vec{V}\wedge\overrightarrow{\text{Rot}}\right)$$
(II.42)

$$\overrightarrow{\text{Rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{Rot}}\right) + \sigma\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial x} + \overrightarrow{\text{grad}}U\right) + \sigma\left(\vec{V}\wedge\overrightarrow{\text{Rot}}\right) = \vec{J}_{\text{ex}}$$
(II.43)

Le potentiel vecteur \vec{A} ne peut pas être défini par la seule condition $\vec{B} = \vec{RotA}$, on doit fixer sa divergence pour assurer l'unicité de la solution de l'équation aux dérivées partielles (E. D. P)

On ajoute alors la Jauge de Coulomb. On obtient ainsi :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{Rot}}\overrightarrow{A} + \sigma\frac{\partial\overrightarrow{A}}{\partial x} + \sigma\overrightarrow{\text{grad}}U - \sigma(\overrightarrow{V}\wedge\overrightarrow{\text{Rot}}\overrightarrow{A})\right) = \overrightarrow{J}_{\text{ex}}$$
(II.44)

$$Div\vec{A} = 0 \tag{II.45}$$

Les termes $\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial x}$ et $\sigma(\vec{V} \wedge \vec{RotA})$ représentent les densités des courants induits. Ils traduisent le caractère dynamique dans le temps et dans l'espace des phénomènes électromagnétiques, tandis que le terme $(-\sigma \vec{gradU})$ décrit la densité du courant dépendante des conditions électriques imposées aux extrémités des conducteurs, [9].

Dans le cas où le régime est statique, et U est considéré uniformément nulle, l'équation (II.9) devient :

$$\overrightarrow{Rot}(\overrightarrow{VRot} \overrightarrow{A}) + \sigma \frac{\partial \overrightarrow{A}}{\partial t} = \overrightarrow{J}_{ex}$$
(II.46)
Div $\overrightarrow{A} = 0$

Où V = $\frac{1}{\mu}$ désigne la réluctivité magnétique.

L'équation $\overrightarrow{rotE} = \overrightarrow{0}$ prend différentes formes selon la région d'étude et les caractéristiques des différents milieux [14].

II .5 Formulation électromagnétique du problème

II.5.1 Formulation en potentiel vecteur magnétique

A partir de l'équation du flux magnétique, on définit le potentiel vecteur magnétique \vec{A} par l'équation suivante: $\vec{B} = \overrightarrow{RotA}$

Les équations précédentes peuvent être combinées de façon à obtenir l'équation vectorielle suivante:

$$\overrightarrow{Rot}\left(\frac{1}{\mu} = \overrightarrow{Rot}\vec{A}\right) + \sigma\left(\frac{d\vec{A}}{dt} - V\wedge\overrightarrow{rot}\vec{A}\right) = \vec{J}_{ex} + \vec{J}_{a}$$
(II.47)

Après développement en cordonnées cartésiennes, dans le cas bidimensionnel (2D) où la densité de courant et le potentiel vecteur magnétique sont perpendiculaire à la section longitudinale de la pompe MHD à conduction, l'équation devient

$$-\frac{1}{\mu}\left(\frac{d^2A}{dx^2} + \frac{d^2A}{dy^2}\right) + \sigma\left(\frac{dA}{dt} + V\frac{dA}{dx}\right) = J_{ex} + J_a \tag{II.48}$$

Avec A et \vec{J}_{ex} sont les composantes suivant (OZ) des vecteurs \vec{A} et \vec{J}_{ex} . La pompe est alimentée en courant continu, les champs varient également de façon continue ; dans ces conditions, on travaille en régime stationnaire où $\frac{dA}{dt} = 0$

Cette hypothèse est naturellement vérifiée dans la configuration bidimensionnelle (2D) [9].

II.5.2 Formulation de l'équation électromagnétique (MHD) par la méthode des volumes finis.

Toutes les méthodes numériques partent d'une formulation de champ électromagnétique issue des équations de Maxwell. Celles-ci régissent tous les phénomènes électromagnétiques au sein des dispositifs électromagnétiques de façon générale. Rappelons que l'équation magnétodynamique dans le cas de la pompe magnétohydrodynamique à conduction est donnée sous la forme :

$$\overrightarrow{Rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{Rot}\overrightarrow{A}\right) + \sigma\left(\frac{d\overrightarrow{A}}{dt} + \overrightarrow{Grad}U - V \wedge \overrightarrow{Rot}\overrightarrow{A}\right) = \overrightarrow{J}_{ex} + \overrightarrow{J}_{a}$$
(II.49)

Lorsque la densité volumique de charge ρ est nulle, et que le potentiel U peut être considéré comme nul, dans ce cas l'équation devient :

$$\overrightarrow{Rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{Rot}\overrightarrow{A}\right) + \sigma\left(\frac{\partial\overrightarrow{A}}{\partial t} - V \wedge \overrightarrow{Rot}\overrightarrow{A}\right) = \overrightarrow{J}_{ex} + \overrightarrow{J}_{a}$$
(II.50)

Après développement en cordonnées cartésiennes, dans le cas bidimensionnel (2D) où la densité de courant et le potentiel vecteur magnétique sont perpendiculaire à la section longitudinale de la pompe MHD à conduction, l'équation devient:

$$-\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) + \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial x} + V_x \frac{\partial A}{\partial x} \right) = J_{ex} + J_a$$
(II.51)

Avec A et \vec{J}_{ex} sont les composantes suivant (OZ) des vecteurs \vec{A} et \vec{J}_{ex} . La pompe est alimentée en courant continu, les champs varient également de façon continue. dans ces conditions, on travaille en régime stationnaire où: $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$, alors l'équation devient :

$$-\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) + \sigma \left(V_x \frac{\partial A}{\partial x} \right) = J_{ex} + J_a \tag{II.52}$$

Si on considère que la vitesse est presque nulle, l'équation devient :

$$-\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = J_{ex} + J_a \tag{II.53}$$

L'intégrale de la partie gauche de l'équation sur le volume fini qui délimité par les frontières (e,w,s,n) est :



Figure II.1: Discrétisation en volume fini en 2D[7]

$$\int_{s}^{n} \int_{w}^{e} \frac{\partial A}{\partial y} \left(v \frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy + \int_{s}^{n} \int_{w}^{e} \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A}{\partial x} \right) dx dy$$
(II.54)

Âpres intégration on trouve :

$$\left[\left(v\frac{\partial A}{\partial y}\right)_{n} - \left(v\frac{\partial A}{\partial y}\right)_{s}\right]\Delta x + \left[\left(v\frac{\partial A}{\partial x}\right)_{e} - \left(v\frac{\partial A}{\partial x}\right)_{w}\right]\Delta y \tag{II. 55}$$

Avec :

Pour exprimer la variation de A entre les nœuds voisins, on choisit un profil linéaire.

$$\left[\frac{1}{\mu_{n}}\frac{A_{N}-A_{P}}{(\delta y)_{n}}-\frac{1}{\mu_{s}}\frac{A_{P}-A_{s}}{(\delta y)_{s}}\right]\Delta x + \left[\frac{1}{\mu_{e}}\frac{A_{E}-A_{P}}{(\delta x)_{e}}-\frac{1}{\mu_{w}}\frac{A_{P}-A_{W}}{(\delta x)_{w}}\right]\Delta y - A_{P}\left(\frac{\Delta x}{\mu_{n}(\delta y)_{n}}+\frac{\Delta x}{\mu_{s}(\delta y)_{s}}+\frac{\Delta y}{\mu_{e}(\delta x)_{e}}+\frac{\Delta y}{\mu_{e}(\delta x)_{e}}\right) + \frac{\Delta y}{\mu_{w}(\delta x)_{w}}\right] + \cdots \left(\frac{A_{N}\Delta x}{\mu_{n}(\delta y)_{n}}+\frac{A_{S}\Delta x}{\mu_{s}(\delta y)_{s}}+\frac{A_{E}\Delta y}{\mu_{e}(\delta x)_{e}}+\frac{A_{W}\Delta y}{\mu_{w}(\delta x)_{w}}\right) \qquad (II.56)$$

L'intégration de la partie droite de l'égalité donne :

$$-\int_{x}\int_{y}[J_{ex}+J_{a}]dxdy = -[J_{ex}+J_{a}]\Delta x\Delta y$$
(II.57)

Ainsi :

$$\int_{s}^{n} \int_{w}^{e} \left[-(J_{ex} + J_{a}) \right] dx dy = -[J_{ex} + J_{a}] \Delta x \Delta y$$
(II.58)

L'équation algébrique finale s'écrit sous la forme :

$$a_P A_P = a_N A_N + a_E A_E + a_S A_S + a_W A_W + d_p$$
(II.59)

Tels que :

$$a_E = \frac{\Delta y}{\mu_e(\delta x)_e}$$
$$a_N = \frac{\Delta x}{\mu_n(\delta y)_n}$$
$$a_S = \frac{\Delta x}{\mu_s(\delta y)_s}$$
$$a_W = \frac{\Delta y}{\mu_w(\delta x)_w}$$

 $a_p = a_N + a_E + a_S + a_W$ $d_p = (J_{ex} + J_a)\Delta x \Delta y.$

La résolution obtenue représente une équation algébrique reliant l'inconnue au nœud principal « P» aux inconnues aux nœuds voisins «W », « E », « S » et « N » [7]

II.6 Application et résultats de la modélisation numérique (volumes finis)

Les figures ci - dessous résultent de l'exploitation numérique des relations précédentes avec les caractéristiques électriques et magnétique des différentes régions de la machine MHD à conduction choisie. On considère le dispositif de la figure suivante qui représente la coupe transversale de la pompe MHD avec les caractéristiques suivantes :

- > La densité de courant injectée par les électrodes est de $J_a = 1.5 * 10^6 [A/m^2]$;
- > La densité de courant d'excitation est de $J_{EX} = 1.5 * 10^6 [A/m^2];$
- Liquide utilisé dans le canal est du Eau de mer de conductivité :

 $\sigma_{Eau\ de\ mer}\ =\ 1.06 * 10^6 [S/M];$

> La perméabilité relative de mercure est de $\mu_r = 1$;

La résolution de l'équation électromagnétique permet de déterminer :

- Les lignes équipotentielles ;
- l'induction magnétique \vec{B} ;
- le courant induit dans le canal \vec{J}_i ;
- la force électromagnétique \vec{F} .[9]

La figure (II.2) représente la coupe transversale de la pompe MHD à conduction avec les conditions aux limites



Figure II.2: Schéma de la géométrie de la pompe MHD.

II.6.1 Lignes équipotentielles dans la pompe MHD

La figure (II.3) représente respectivement les lignes équipotentielles et la distribution du potentiel vecteur dans la pompe MHD.

On voit clairement que les valeurs maximales se trouvent aux voisinages des bobines (sources d'excitations) et les lignes de champs créées par l'électrode.



Figure II.3: Les lignes équipotentielles dans la pompe MHD.

II.6.2 Distribution du potentiel vecteur magnétique dans la pompe MHD

La figure (II.4) représente la distribution du potentiel vecteur magnétique \vec{A} dans la pompe MHD. On remarque que la distribution du potentiel vecteur magnétique atteint son maximum dans la pompe MHD à conduction au point de 0.1m



Figure II.4 : Potentiel vecteur magnétique dans la pompe MHD .

II.6.3 L'induction magnétique dans la pompe MHD

La figure (II.5) illustre l'induction magnétique dans la pompe. On remarque que l'induction magnétique \vec{B} atteint sa valeur maximale au milieu de l'inducteur, et en dessous de l'électrode.



Figure II.5 : Induction magnétique dans la pompe MHD.

II.6.4 Densité du courant d'induit dans le canal

La figure (III.6) représente la densité du courant induit dans le canal de la pompe MHD, que la densité du courant atteint son maximum au milieu du canal au point de 0.1m.



Figure III.6: Densité du courant induit dans le canal.

II.6.5 Force électromagnétique dans le canal

La figure (III.7) illustre la force électromagnétique dans le canal de la pompe. Le maximum de la force est atteint au milieu du canal



Figure II.7: Force électromagnétique dans la pompe MHD.

II.7 Conclusion.

Les résultats numériques présentés dans ce chapitre concernent la modélisation des phénomènes électromagnétiques par la méthode des volumes finis d'une pompe MHD à conduction. Des résultats de la modélisation des phénomènes électromagnétiques tel que : le potentiel vecteur, induction magnétique, densité de courant et force électromagnétique sont présentés.

Puisque note étude s'intéresse à l'optimisation du poids d'une pompe MHD, alors nous consacrons le prochain chapitre pour la présentation des différentes méthodes d'optimisation convenables à notre application envisagée.

Chapitre III Etat de l'Art des Méthodes d'Optimisation

III.1Introduction

Depuis quelques années, les recherches dans le domaine de la conception de dispositifs électromagnétiques s'orientent vers l'optimisation par le biais de différentes méthodes.

Pour trouver la solution optimale, il est nécessaire de réaliser un compromis entre deux objectifs l'exploration robuste de l'espace de recherche et l'exploitation des meilleures solutions. Selon la nature de la solution recherchée, on peut distinguer deux types de problèmes: l'optimisation locale et l'optimisation globale [9], [3].

Dans ce présent chapitre, nous aborderons l'état de l'art des méthodes utilisées dans la résolution d'un problème d'optimisation.

III.2 Formulation mathématique d'un problème d'optimisation

Un problème d'optimisation de dimension n peut être écrit de façon générale sous la forme:

$$(p) \begin{cases} Min \quad f(X) \quad X \in \mathbb{R}^{n} \\ g_{i}(X) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p \\ h_{i}(X) = 0 \quad j = 1, \dots, q \\ X_{kmin} \leq X_{k} \leq X_{kmax} \quad k = 1, \dots, n \end{cases}$$
(III.1)

f(X): est le critère à minimiser appelé fonction objectif;

X: est un vecteur à n variables X_k qui représentent les paramètres du problème à optimiser;

 $g_i(X)$ et $h_j(X)$ représentent respectivement les contraintes d'égalités et d'inégalités ;

 X_{kmin} et X_{kmax} désignent les contraintes du domaine;

Rⁿ: est l'espace de recherche borné par les contraintes du domaine.

La solution d'un problème d'optimisation est alors donnée par un ensemble de paramètres X^* pour lesquels la fonction objectif présente une valeur minimale en respectant les contraintes d'égalités, d'inégalités et du domaine [23].

III.3 Problèmes d'optimisation sans contraintes

Un problème d'optimisation est dit non contraint, s'il ne contient pas de fonction contrainte, c'est-à-dire, si les fonctions gi(X) et $h_j(X)$ du problème (P) ne sont pas définies, comme dans le cas du problème (P') [24], [25] :

$$(p') \begin{cases} Min \ f(X) \ X \in \mathbb{R}^n \\ X_{kmin} \le X_k \le X_{kmax} \ k = 1, \dots, n \end{cases}$$
(III.2)

Une condition suffisante pour que * *X* soit minimum local d'un problème non contraint est donnée par (III.3)

$$\begin{cases} \nabla f(X^*) = 0\\ H(X^*) \quad non \ négative \end{cases}$$
(III.3)

Où

 ∇ : L'opérateur nabla;

 ∇f :est le gradient de la fonction objectif;

 $H = \nabla^2 f$ est la matrice des dérivées secondes partielles de f, appelée matrice Hessienne.

III.4 Problèmes d'optimisation contraints

Un problème d'optimisation (*P*) est dit problème contraint, s'il contient au moins une fonction contrainte $g_i(X)$ où $h_i(X)$, [27], [28].

$$(p) \begin{cases} Min \ f(X) \ X \in \mathbb{R}^{n} \\ g_{i}(X) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p \\ h_{i}(X) = 0 \quad j = 1, \dots, q \\ X_{kmin} \leq X_{k} \leq X_{kmax} \quad k = 1, \dots, n \end{cases}$$
(III.4)

Si nous considérons qu'une contrainte d'égalité h_j (X) = 0 peut être décrite par deux contraintes d'inégalité h_j (X) ≤ 0 et $-h_j$ (X) ≤ 0 , le problème (III.4) devient alors égal à celui donné par (III.5), [15].

$$(p) \begin{cases} Min \ f(X) \ X \in \mathbb{R}^{n} \\ g_{i}(X) \leq 0 \ i = 1, \dots, m = p + 2q \\ X_{kmin} \leq X_{k} \leq X_{kmax} \ k = 1, \dots, n \\ X \in \mathbb{R}^{n} \end{cases}$$
(III.5)

L'existence de fonctions contraintes dans un problème d'optimisation demande une attention spéciale à la résolution du problème, car une solution qui minimise la fonction objective ne sera valable que dans le cas où elle respecte aussi les contraintes existantes.

L'ensemble de régions de l'espace de recherche où les contraintes sont vérifiées est dénommé espace réalisable ou domaine admissible. Inversement, l'espace irréalisable ou domaine interdit désigne l'ensemble de régions de l'espace où les contraintes sont violées [25],[11].

III.5 Traitement des contraintes

Les contraintes imposées par le cahier des charges comme les contraintes ajoutées par le concepteur doivent être prises en compte dans le problème. Il y a plusieurs choix pour le traitement des problèmes avec contraintes. On peut, pour des raisons de robustesse et de facilité de mise en œuvre transformée un problème contraint en une suite de problème sans contraintes. Cette transformation s'effectue en ajoutant des pénalités à la fonction objectif [26].

III.5.1 Méthodes de transformation

Les méthodes de transformation ou indirectes [Saldanha 1992], [Vasconcelos 1994] représentent une famille de méthodes qui transforment le problème original avec contraintes en un sous-problème équivalent sans contraintes, en introduisant les contraintes de conception dans la fonction objectif que nous cherchons à optimiser.

Parmi les méthodes de transformation les plus utilisées, nous avons les méthodes de pénalités, la méthode du Lagrangien augmenté, la méthode de variables mixtes et la méthode des asymptotes mobiles, [25].

III.5.1.1 Méthodes de pénalités

Les méthodes de pénalités sont souvent utilisées dans l'optimisation de problèmes contraints, car elles sont assez simples d'un point de vue théorique et d'une grande efficacité d'un point de vue pratique.

L'idée de ces méthodes est de remplacer la résolution du problème avec contraintes (3. 5) par une suite de résolutions de problèmes sans contraintes, en introduisant dans la fonction objectif une pénalisation concernant chacune des fonctions contraintes violées, comme nous le montre l'équation (III.6), [27].

$$Min\phi(X,r) = f(X) + r^k \sum_{i=1}^m W(g_i(X))$$
(III.6)

Où

 $r^k \ge 0$ est un coefficient de pénalité.

W est une fonction de pénalisation définie en $R \rightarrow R$ telle que selon la nature de la fonction de pénalité *W* utilisée [11].

Les méthodes de pénalités peuvent être divisées en deux classes : les méthodes de pénalités intérieures et les méthodes de pénalités extérieures.

a) Méthodes de pénalités intérieures

Les méthodes de pénalités intérieures développées par Carroll en 1961 sont aussi appelées méthodes à barrière, car la fonction de pénalité forme une barrière infinie tout au long de la frontière du domaine réalisable Ψ . Les fonctions de pénalités les plus utilisées par ces méthodes sont la fonction inverse (III.7) et la fonction logarithmique (III.8), [25].

La fonction inverse

$$W(gi(X)) = -\frac{1}{g_i(X)}$$
(III.7)

La fonction logarithmique

$$W(g_i(X)) = -\log[-g_i(X)]$$
(III.8)

Ces méthodes présentent l'inconvénient d'avoir besoin d'un point initial à l'intérieur du domaine réalisable, ce qui n'est pas toujours facile à obtenir, [25].

En utilisant ces fonctions, lorsque *X* appartient à Ψ , W(X) > 0 et lorsque *X* tend vers sa frontière, $W(X) \rightarrow +\infty$. Par conséquent, nous ne pouvons jamais franchir la frontière de Ψ et les solutions générées par l'algorithme seront donc admissibles pendant tout le processus d'optimisation.

b) Méthodes de pénalités extérieures

Les méthodes de pénalités extérieures développées par Fiacco en 1968 ne présentent pas le même inconvénient que les méthodes de pénalités intérieures, car l'approximation de la solution est faite par l'extérieur du domaine réalisable Ψ , ce qui nous permet d'avoir un point initial dans cette région de l'espace,

La fonction de pénalité utilisée par ces méthodes est donnée par (III.9). Cette fonction nous donne une augmentation de la pénalisation à mesure que nous éloignons de Ψ ,[25]

$$W(g_i(X)) = \max\left[0, g_i(X)\right]^2 \tag{III.9}$$

Contrairement aux méthodes de pénalités intérieures, les solutions générées par ces méthodes ne sont pas toujours admissibles pendant tout le processus d'optimisation. Ceci peut représenter un inconvénient, surtout lorsque l'algorithme ne converge pas et nous nous retrouvons alors avec une solution irréalisable [11].

III.6 Classification des méthodes d'optimisation

Les méthodes d'optimisation sont subdivisées en deux types : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques.

III.6.1 Méthodes d'optimisation déterministes

Une méthode d'optimisation est dite déterministe lorsque son évolution vers la solution du problème est toujours la même pour un même point initial donné, ne laissant aucune place au hasard. Ces méthodes nécessitent des hypothèses sur la fonction f à optimiser, telles que la continuité et la dérivabilité en tout point du domaine admissible. Ce sont en général des méthodes efficaces, peu coûteuses, mais qui nécessitent une configuration initiale (point de départ) pour résoudre le problème. Ce sont souvent des méthodes locales, c'est-à-dire qu'elles convergent vers l'optimum le plus proche du point de départ, qu'il soit local ou global [9].

Nous pouvons diviser les méthodes déterministes qu'elles soient directes ou indirectes en deux groupes : les méthodes analytiques ou de descente comme la méthode de la Plus Grande Pente, le Gradient Conjugué, la méthode de Powell et la méthode de Quasi-Newton et les méthodes géométriques, telles que la méthode du Simplex et la méthode de Rosenbrock figure(III .1).



Figure III.1 : Méthodes déterministes multidimensionnelles [3]

III.6.2 Méthodes d'optimisation stochastiques

III.6.2.1 Définition

Parmi les différentes méthodes stochastiques d'optimisation globale, nous allons uniquement nous intéresser aux heuristiques "modernes". Le mot "heuristique" vient du grec heure in(découvrir) et qualifie tout ce qui sert à la découverte, à l'invention et à la recherche. Les heuristiques sont des méthodes qui cherchent à approcher une solution optimale; on les appelle parfois méthodes approchées [27].

III.6.2.2 Principe d'un algorithme stochastique

Se sont des méthodes où l'approche de l'optimum est entièrement guidée par un processus probabiliste et aléatoire (stochastique). Ces méthodes ont une grande capacité de trouver l'optimum global du problème. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni de point de départ, ni la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale. Cependant, elles demandent un nombre important d'évaluations de la fonction objectif avant d'arriver à la solution du problème [11]. Parmi les méthodes stochastiques les plus employées, nous distinguons le recuit simulé développé par Kirkpatrick en 1983, la recherche tabou développée par Glover en 1989 et 1990et par Hu en 1992 et les méthodes évolutionnistes comme les Algorithmes Génétiques développés par Holland en 1975 [9].



Figure III.2 : Principales méthodes stochastiques [3]

La plupart des algorithmes stochastiques sont itératifs et leurs processus comportent trois éléments principaux : un mécanisme de perturbation, un critère d'acceptation et un critère d'arrêt.[3]

III.6.2.3 Méthode de recuit simulé

Le Recuit Simulé (Simulated Annealing) est basé sur le processus de recuit utilisé en métallurgie, dans lequel on cherche à obtenir un matériau sans impureté, représenté par son état d'énergie minimale, [28].

Dans le processus de recuit réel, on élève la température du matériau jusqu'à ce qu'il se trouve dans un état d'énergie élevée. Ensuite, on le refroidit très lentement de façon à obtenir, à la fin du processus, un matériau constitué par des atomes bien ordonnés, correspondant à une valeur d'énergie stable et minimale[23].

En partant d'un point aléatoire appartenant au domaine admissible et pour une température initiale, on évalue la fonction au point initial puisons effectues des déplacements aléatoires au voisinage de ce point. Si un déplacement mène à une valeur plus faible de la fonction f, il est accepté. Sinon, il est accepté avec une probabilité P donnée par (III.10), ce qui provoque un changement de l'énergie d'une quantité ΔE , [29],[25].

$$p = e^{\frac{-\Delta E}{T}}$$
(III.10)

Ou

T:est la température du système.

Donc, le fait d'accepter une augmentation de la fonction objectif, va permettre à l'algorithme de sortir d'un creux contenant un optimum local; ce qui qualifie cette méthode comme étant une méthode d'exploration globale.

Si la température est abaissée de façon suffisamment lente et bien contrôlée (recuit simulé), la fonction objective va évoluer vers une solution globalement optimale. Cette dernière va évoluer vers un minimum local si elle est abaissée brutalement (la trempe).

Le processus se poursuit tant que l'énergie du système diminue. Lorsque la valeur de la fonction objectif ne change plus (l'énergie reste stationnaire), le processus passe à un autre palier de température (diminution de T suivant une loi de décroissance) jusqu'à l'arrivée à la température finale ou le système devient figé, [11].



Figure III.3 : Processus de recherche de l'optimum global par la méthode de recuit simulé [7]

III.7 Optimisation de la pompe MHD par la méthode du recuit simule

La méthode de recuit simulé a été proposée en 1983 par Kirkpatrick, Gelatt et Vecchi et provient de la thermodynamique [27]. Cette méthode est basée sur le refroidissement lent d'un matériau à la fusion de l'état, ce qui le conduit à un état solide avec batterie faible .Le même principe de base peut être utilisé dans un algorithme d'optimisation. Le fonction objective à minimiser peut être considérée comme l'énergie du système, tandis que différentes combinaisons de l'optimisation sont les configurations de la système donné ses degrés de liberté [11].

III.7.1 Recuit simule et analogie avec un système physique

L'analogie entre un système physique constitué de plusieurs particules et un problème d'optimisation est basée sur les équivalences suivantes :

Les configurations d'un problème d'optimisation sont équivalentes aux états d'un système physique. La fonction objectif est équivalente à l'énergie interne du système physique.[22]

III.7.2 Description de l'algorithme

Le recuit simulé est une technique bien établie stochastique développée à l'origine pour modéliser le processus Aurel de cristallisation et adopte plus tard pour résoudre des problèmes d'optimisation, [31]. (La figure (III.4)) illustre le processus développé par la méthode. L'un des traits les plus caractéristiques de l'algorithme est le critère de l'acceptation qui est généralement le critère de la métropolie et qui stipule que la configuration a une chance probabiliste pour être acceptée, même si elle est pire que la précédente.

Le recuit simulé, en effet, choisit son chemin à travers l'espace des paramètres à l'aide des facteurs aléatoires. Une caractéristique importante est qu'ils acceptent la détérioration de la fonction objective au cours du processus d'itération. Cet état de fait leur permet de trouver dans la région l'optimum global avec une forte probabilité [22], L'avantage majeur de SA par rapport à d'autres méthodes est sa capacité à éviter de devenir pris au piège dans le minimum local [8].

III.7.3 détermination de la température initiale

Pour la détermination de la température initiale, plusieurs méthodes sont proposées dans la littérature. La méthode utilisée dans ce document consiste à générer un certain nombre de configurations aléatoires X, pour lequel on évalue la fonction objectif et de calculer leur valeur moyenne. Enfin, on en déduit la température initiale à partir du critère de Métropolies donnée par,:

$$p = e^{-\frac{M}{T0}} = 0.5$$
$$log M = -\frac{M}{T0}$$

$$T0 = \frac{M}{\log p}$$

Si $T0 \approx 1.44M$ (III.11)

Pour la diminution du paramètre de la température, on peut prendre une diminution géométrique que le formulaire ci-dessous:

$$Tk + 1 = \lambda Tk \tag{III.12}$$

Avec:

 T_{k+1} : la température actuelle;

 T_k : la température précédent;

 λ :facteur de réduction($0 < \lambda < 1$).

Pour le changement de phase de la température, on peut simplement spécifier un certain nombre de transformations, acceptée ou non, à la fin de laquelle la température est abaissée. Le recuit simulé a été appliqué à des problèmes tels que le problème bien connu du voyageur de commerce et l'optimisation du câblage sur l'ordinateur, [30], et [29].[23]

III.7.4 La fonction objectif avec contrainte

Le recuit simulé, comme toutes les stratégies stochastiques est assez simple à mettre en œuvre, stable en matière de convergence, et en mesure de trouver la région désirée avec une probabilité assez bonne. Il souffre généralement d'un grand nombre d'évaluations de la fonction.

Les contraintes dans un procédé stochastique d'optimisation sont souvent obtenues à l'aide d'une fonction de pénalité associée à la fonction objectif. Classiquement, on utilise une fonction de pénalité externe [33], selon lequel la fonction à minimiser est égale à:

$$W(X) = f(X) + r \sum_{i=1}^{m} [\max[0, gi(X)]]^2$$
(III.13)

Avec :

f(X): fonction objectif sans contraintes;

g_i(X): contraintes fonctionné;

r: coefficient de pénalité.

Contrairement aux méthodes déterministes d'optimisation, la valeur de (r) reste constante au cours du processus d'optimisation stochastique [29],[23]

III.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé l'état de l'art des méthodes utilisées dans la résolution des problèmes d'optimisations. Dans le prochain chapitre nous détaillerons l'application de la méthode du recuit simulé dans notre application envisagée.

Chapitre IV Conception de la pompe MHD à conduction par la méthode du Recuit Simule

IV.1Introduction

La conception des systèmes en génie électrique devient de plus en plus complexe, en raison de la présence de plusieurs éléments de nature et de fonctionnalités différentes en interaction au sein du système à concevoir [32].

Dans ce chapitre, la méthode de recuit simulé (SA) est utilisée pour la conception optimale de la pompe à conduction. L'application de cette méthode nous permettra d'optimiser la masse de la pompe, [2]. Les performances de la pompe sont données par une modélisation par la méthode des volumes finis, une modélisation du prototype obtenu sera effectuée dans le but de valider la procédure de conception par optimisation [11].

Durant ce chapitre on fera appel à la méthode du recuit simulé et celle de fminsearch ainsi que celle hybride pour calculer le poids optimum d'une pompe MHD.

IV.2 Méthode du recuit simulé

La méthode du recuit simule est basée sur le résultat suivant de la physique statistique: l'équilibre thermique du système est atteint à une température *T*, si la probabilité d'être dans un état avec une énergie *E* est proportionnelle à $\exp(-E/k_{\rm B}.T)$, ou $k_{\rm B}$ est la constante de Boltzmann.

Pour simuler l'évolution du système physique, [14], on introduit l'algorithme suivant:

A partir d'une configuration donnée du système et faire subir à ce système une modification élémentaire,

- si l''énergie du système diminue, accepter la modification;

- si l'énergie augmente de ΔE , la modification peut être acceptée avec la probabilité $\exp(\Delta E/T)$ où *T*est la température.[28]

IV.3 Démarche de conception par optimisation

Elle utilise le modèle électromagnétique présenté au chapitre deux, définissant le fonctionnement du dispositif à concevoir. La méthode d'optimisation(recuit simulé) est utilisée pour atteindre la solution optimale.

IV.4 Description du dispositif à optimiser

Le dimensionnement d'une machine électrique repose sur deux considérations. La première est relative au dimensionnement géométrique, autrement dit, le circuit magnétique. La seconde est le dimensionnement du circuit électrique, donc la détermination des bobinages et leurs alimentations. Ces deux parties sont imbriquées.

D'une manière générale, les dimensions du circuit électrique dépendent des ampères tours nécessaires à la production du champ magnétique. Les dimensions du circuit magnétique devront tenir compte de sa capacité à canaliser le champ magnétique en limitant les chutes d.d.p magnétiques. Ce dimensionnement dépendra donc directement de l'amplitude du champ qui devra être canalisé [33].

D'une manière générale, la conception d'un dispositif quelconque est guidée par un cahier de charges.

L'objectif du dimensionnement est de trouver les valeurs des paramètres de construction géométriques, électriques et magnétiques qui satisfont les contraintes et qui minimisent la masse de la pompe. nous avons présenté la structure de la pompe à traiter.

Elle est constituée:

✓ d'un circuit magnétique en matériau ferromagnétique ;

- \checkmark de deux bobines en cuivre ;
- ✓ de deux électrodes en platine ;

✓ d'un canal où circule un fluide supposé incompressible. Dans le prototype considéré, le fluide utilisé est le mercure.

IV.5 Formulation d'un problème d'optimisation d'une pompe MHD

Pour formuler les problèmes d'optimisation, il est nécessaire de définir la fonction objective à optimiser. Dans ce cas, on a considéré le messe d'une pompe MHD à conduction. L'objectif est de minimiser la masse totale de la pompe à conduction qui inclut les masses des matériaux de chaque partie active de la pompe.

Le problème de conception est transformé en un problème d'optimisation (IV.1) :

$$\begin{cases} \min Masse_{pompe} \\ X_{kmin} \le X_k \le X_{kmax} \end{cases}$$
(IV.1)

Où M_{pompe} et X_k sont des résultats du programme de dimensionnement obtenus par la modélisation par volumes finis.

La résolution du problème de conception est équivalente à la résolution du problème d'optimisation défini comme suit:

Pour déterminer le vecteur inconnu X_k

Xk: un vecteur dont ses coordonnées représentent les dimensions géométriques de la pompe :

 $X_k = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8]$ qui minimise la fonction objectif de poids (X): Min Poids (X) Subjugué par:

$$Masse = \sum_{i=1}^{4} (Volume * Masse Volumique)$$
(IV.2)

Avec

x1: longueur du canal ;

x₂: largeur du canal ;

x₃ : largeur de l'inducteur ;

x₄ : la longueur de l'inducteur

x₅: largeur de la bobine ;

 x_6 : longueur de la bobine;

x₇ : longueur d'électrodes ;

x₈: largeur d'électrode ;

la pompe utilisée dans l'optimisation est montrée dans la figure (IV.1).



Figure IV.1 :La schéma de la pompe MHD utilisée dans l'optimisation.[10]

Dans notre étude l'objectif est de minimiser la masse totale de la pompe à conduction qui inclut les masses des matériaux de chaque partie active de la pompe [2].

	Région	Matériaux	propriété
	Canal	Mercure	$\sigma = 1.66 * 10^{6} [\frac{s}{m}] \mu_{\rm r} = 1.55$
Circ	uit magnétique	Fer	$\mu_{\rm r}=1000$
	Bobine	Cuivre	$\mu_r=1$
	Electrode	platine	$\mu_r=1$

Tableau .IV.1Les matériaux utilisés dans la pompe MHD à conduction[9]

• Calcul de la masse totale de la pompe

Chaque masse est calculée par le produit de la masse volumique de chaque matériau parle volume de chaque partie active constituant la pompe.

$$M_{total} = M_{fluide} + M_{\acute{e}lectrodes} + M_{inducteur} + M_{cuivre}$$
(IV.3)

* Masse du fluide

Le canal est un cartésien creux de largeurx₂et de longueur x_1 contenant deux électrodes. Le volume du canal est donné par :

 $Vcanal = x_1. x_2.h_1 - 2Velectrode$

Le volume d'électrode donné par :

 $Velectrode = x_8.x_7.l_{electrode}$

Avec :

Velectrod: volume d'électrode

*l*_{electrode} : hauteur de l'électrode.;

En utilise le mercure comme fluide dans le canal la densité volumique pmer

La masse du fluide est donnée par :

$$M_{fluide} = V_{mer}\rho_{mer} \tag{IV.4}$$

Avec :

 M_{fl} : masse du fluide (mercure) ;

V: volume du mercure ;

ρ: densité volumique du mercure.

✤ Masse du cuivre

La pompe est composée de deux bobines en cuivre de longueur x_6 et de largeur x_5

Le volume d'une bobine :

 $V_{cui} = x_6.x_5.h$

La masse d'une bobine

$$M_{cu} = K_{rc} V_{cu} \rho_{cu} \tag{IV.5}$$

Avec :

 K_{rc} : coefficient de remplissage;

M_{cu}: masse du cuivre;

*V*_{cu}: volume du cuivre;

 ρ_{cu} : masse volumique du cuivre.

* Masse de l'inducteur

L'inducteur est constitué d'un empilement de tôles ferromagnétiques de densité volumique

ρ.

Par suite le volume de l'inducteur est donné par :

$$V_{ind} = x_4.x_3.h$$

La masse de l'inducteur est donnée par :

$$M_{ind} = K_{rf} V_{fer} \rho_{fer} \tag{IV.6}$$

Avec :

Où :

*M*_{ind}: masse de l'inducteur;

 ρ_{fer} : masse volumique du matériau ferromagnétique;

V_{fer}: volume de l'inducteur;

 K_{rf} : coefficient de remplissage des tôles.

* Masse des électrodes

Les deux électrodes sont en platine de densité volumique *platine* p. La masse de l'électrode est donnée par :

$$M_{elec} = 2V_{elec}\rho_{plat} \tag{IV.7}$$

Avec :

Mele: masse des deux électrodes;

V_{ele}: volume de l'électrode donné par (IV.7);

 ρ_{pla} : masse volumique du platine.

Alors la masse totale de la pompe est la somme des masses.

Les masses volumiques des matériaux utilisés sont données dans le tableau (IV.2).

Tableau .IV.2 Masse volumique des matériaux de la pompe MHD [3].

Matériau	mercure	cuivre	fer	platine
Masses volumiques [kg/m ³]	13,54.10 ³	8,92.10 ³	7850	13.10 ³

IV.6 Conception par optimisation de la pompe MHD à conduction

IV.6.1 Méthode de recuit simulé

On va appliquer la conception par optimisation d'une pompe à conduction, en utilisant la méthode des algorithmes recuit simulé.

L'optimisation par la méthode recuit simulé est effectuée en utilisant la fonction "Simulated annealing" de matlab version 13 [Optimization toolbox].

Les critères de contrôle choisis pour cette méthode sont :

- ✓ La température initiale (T0) égal à 10;
- ✓ Une loi de décroissance linéaire de la température;

IV.6.2 Méthode déterministe fminsearch

L'optimisation par la méthode fminsearch (Unconstrained nonlinear minimization) est effectuée en utilisant la fonction"fminsearch" de matlab version 13 [Optimization toolbox]

IV.7Application et résultats

Les résultats de l'optimisation par la méthode de recuit simulé et la méthode hybride recuit simulé- fminsearch (Unconstrained nonlinear minimization) des différentes parties actives de la pompe et du vecteur X sont regroupés dans le tableau(IV.3) :

Performance	RS -fminsearch	fminsearch	RS
x ₁ (m)	0.197	0.2	0.199
x ₂ (m)	0.135	0.14	0.139
x ₃ (m)	0.064	0.07	0.069
x ₄ (m)	0.469	0.47	0.469
x ₅ (m)	0.0145	0.015	0.0149
$x_{6}(m)$	0.117	0.12	0.119
x ₇ (m)	0.069	0.07	0.069
x ₈ (m)	0.0793	0.08	0.079
Masse fluide (Kg)	8.7360	9.0988	9.0989
Masse électrode (Kg)	0.7280	0.7281	0.7280
Masse cuivre (Kg)	0.8028	0.8028	0.8028
Masse Fer (Kg)	12.6550	12.9133	12.6550
Masse pompe (Kg)	38.7132	39.5926	39.0761

Tableau IV.3 Résultats de l'optimisation

a) Résultats d'optimisation par la méthode du recuit simulé







Figure IV. 3 : Résultats de l'optimisation par la méthode fminsearch

c) Résultats de l'optimisation par la méthode hybride recuit simulé-fminsearch



Figure IV.4 : Résultats de l'optimisation par la méthode hybride

En tenant compte des résultats obtenus, on constate que la méthode stochastique explorent bien l'espace de recherche pour converger vers la niche de l'optimum global au détriment du temps d'écoulement, par contre la méthode déterministe exploitent bien l'espace de recherche mais la convergence est locale.

Afin d'aboutir à un résultat meilleur, l'idée est de combiner deux types de méthodes : une stochastique, pour une recherche globale et la localisation de la niche de l'optimum global, et une déterministe pour bien exploité cette niche pour trouver exactement l'optimum global.

IV.8.Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthodologie de dimensionnement des systèmes électromagnétiques. Le problème de conception a été formulé comme étant un problème d'optimisation utilisant un modèle magnétique obtenu par la méthode des volumes finis.

Une méthode stochastique (RS) a été appliquée pour explorer l'espace de recherche et localiser la niche de l'optimum global. Pour trouver, exactement la solution optimale, une méthode déterministe (fminsearch) a été appliquée. Cependant, d'une manière générale, il est connu que, comme toute méthode déterministe, cette méthode ne permet qu'une recherche locale et peut être par conséquent, piégée dans un optimum local. En revanche, les méthodes qui s'avèrent efficaces et permettent d'aboutir à des meilleures solutions sont celles qui combinent une méthode stochastique et une méthode déterministe. Ces méthodes sont connues sous l'appellation: méthodes hybrides.

Conclusion générale

Conclusion générale

La magnétohydrodynamique (MHD) est une discipline scientifique qui décrit le comportement d'un fluide conducteur du courant électrique (liquide ou gaz ionisé appelé plasma) en présence de champs électromagnétiques.

Dans ce travail, La détermination des dimensions optimale d'une pompe MHD à conduction a été réalisé, le problème de conception est formulé comme étant un problème d'optimisation, pour cela une modélisation numérique a été nécessaire.

Dans le chapitre un, des généralités sur les pompes MHD ont été présenté. La modélisation numérique des phénomènes électromagnétiques en 2D utilisant la méthode des volumes finis, par un code de calcul sous environnement MATLAB est entamée dans le chapitre 2. L'exploitation du code de calcul a permis la détermination de principales performances telles que la distribution du vecteur magnétique potentiel, l'induction magnétique la densité de courant, la force électromagnétique sont donnés.

Le chapitre trois a été réservé à l'état de l'art des méthodes d'optimisation. La formulation mathématique d'un problème de conception comme étant un problème d'optimisation est traité au dernier chapitre. Pour cela, on a choisi la méthode stochastique le recuit simulé et la méthode déterministe fminsearch sous logiciel MATLAB qui ont permis de calculer la masse et les dimensions optimales de la pompe MHD à conduction. Nous avons constaté que la méthode hybride (RS-fminsearch) est la plus performante.

Perspectives : Comme perspectives, on propose l'approche de certains points tels que :

- Le couplage électromagnétique-hydrodynamique ;
- Utilisation d'autres méthodes d'optimisation.

Références Bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] Salma.Cherif, «Modélisation électromagnétique de système multicapteurspièces à défauts complexes pour le contrôle Non Destructif par courants de Foucault», mémoire de Magister, Université de tizi-ouzou.
- [2] Mounira.Dabbaz-Selmane.Younes, « étude thermique d'un pompe Magnétohydrodynamique MHD à conduction», mémoire master, université Ouargla, 2016.
- [3] Adel. kocheida, « Conception optimale d'une micro pompe par la méthode des algorithmes génétiques (ag) », mémoire master, université Ouargla, 2016.
- [4] Pompage des métaux liquides par Jean-Paul LE FRÈRE Ingénieur de l'École Nationale Supérieure d'Électricité et de Mécanique de Nancy Chef du Service Matériel Sodium à la Société Novatome.
- [5] Ilham.Chaib Meriem.Benkabouya, «Etude électromagnétique d'un pompe magnétohydrodynamique MHD», mémoire master, université Ouargla, 2015.
- [6] Sonia.Naceur, Fatima.Zohra.Kadid, Rrachid. Abdessemed, laboratoire L.E.B, Département d'Électrotechnique, Université de Batna Rue chahid Md EL – Hadi boukhlouf, 05000, Batna, Algeria.
- [7] El Mahdi .Benamor, «Étude électromagnétique d'un pompe MHD à conduction dans le cas non linéaire», Mémoire Master, université Ouargla ,2017.
- [8] A. alemany , A. krauze, «Générateur thermo acoustique MHD pour la production directe d'électricité », Société Française de Thermique et Société Française d'Acoustique, Paris 2010.
- [9] Sonia. Naceur, «Contribution à la Modélisation 2D d'un Convertisseur Magnétohydrodynamique (MHD) à Conduction», Thèse de Doctorat Université de Batna,2015, Algérie.
- [10] Mehrangiz. Ghassemi, H. Rezaeinezhad and A. Shahidian, «Analytical Analysis of Flow in a Magneto hydrodynamic Pump (MHD) », IEEE Conference, Speed am 2008- ISCHIA (ITALY).
- [11] Khedidja. Bouali, « Contribution a l'étude et l'optimisation des convertisseurs magnétohydrodynamique (MHD) » Thèse de Doctorat, Université de Batna2015, Algérie.
- [12] Manel Naima. Amoumene- Imane. Benras, «Modélisation des phénomènes électromagnétiques d'une micro pompe magnétohydrodynamique à conduction», mémoire master, université Ouargla, 2016.
- [13] Djamal Eddine.Bouakiz- Rida.Boudjemaa, «Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques d'une Pompe (MHD) A Induction», mémoire master, université Ouargla, 2017.
- [14] Ayoub. L ouafi Salaheddine. Tadjine, « Effet du choix des matériaux des électrodes sur les performances d'une pompe magnétohydrodynamique», mémoire master, université Ouargla, 2014.
- [15] Mansour.Tawk, «Etude et réalisation d'un system de refroidissement pour l'électronique de puissance base sur la mise en mouvement d'un fluide conducteur électrique», Thèse de doctorat, l'université de Grenoble, 2011.
- [16] Maddoui. Lotfi, «Etude et réalisation d'un dispositif péristaltique pour application médicale», Mémoire Magister en Electrotechnique, Université de Batna, 2010.
- [17] Fatima.Zohra.Kadid, «Contribution a l'étude des convertisseurs MHD a induction», Thèse de doctorat, Université de Batna, 2004.
- [18] Nedjoua. Bennecib «Contribution a l'étude des phénomènes d'écoulement dans les générateurs MHD ». Thèse de magistère 2001.
- [19] Andre Vander Vorst, « Électromagnétisme (Champ, Forces et Circuits) », Université Catholique de Louvain, Laboratoire de Télécommunications et d'Hyperfréquences CABAY, Librairie- Éditeur, Louvain- La-Neuve, 1985.
- [20] Sonia.Naceur, «Contribution à La Modélisation Numérique D'une Pompe MHD En Tenant Compte De La Nature Des Matériaux Des Electrodes Et Du Fluide», Mémoire Magister en Electrotechnique, Université de Batna, 2007.
- [21] Seddik.Azzaoui, «Utilisation des Méthodes de l'Intelligence Artificielle dans la Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques et Thermiques Couplés dans les Systèmes Electriques », Thèse de doctorat ,Université Biskra,2017.
- [22] Nassima.Bergoug, «contribution a la modélisation numérique d'une pompe magnétohydrodynamique (mhd) annulaire à induction», Thèse de Doctorat en Sciences en Electrotechnique, Université de Batna, 2013.
- [23] Khedidja.Bouali, «Étude et conception de structures électromagnétiques utilisant des matériaux composites fer résine, Mémoire Magister en

Electrotechnique», Université de Batna.

- [24] D. Hoang, «Détermination simultanée de la résistivité et de l'épaisseur des tôles métalliques et d'alliages non magnétiques par méthode électromagnétique sans contact», thèse de doctorat, école doctorale électronique, électrotechnique, automatique, Lyon, 2009.
- [25] Mauricio. Caldora Costa, «Optimisation de Dispositifs Electromagnétiques dans un Contexte d'Analyse par la Méthode des Eléments Finis», Thèse de Doctorat de L'INPG, en Génie Electrique, École Doctorale EEATS Grenoble, 28 Juin 2001.
- [26] Omessaad.Hajji, «Contribution au développement de méthode d'optimisation Stochastiques. Application à la conception des dispositifs électrotechniques », Ecole central de Lille université des sciences et technologies de Lille, 2003.
- [27] Gérard. Berthiau et Patrick. Siarry, «Etat de l'art des méthodes d'optimisation globales», Septembre 2001.
- [28] Javier Trejos Zelaya, «La Méthode du Recuit Simule » Mars, 1994.
- [29] N.Takahashi,K. Ebihara, K. Yoshida and T. Nakata, «Investigation of Simulated Annealing Method and Its Application to Optimal Design of Die Mold for Orientation of Ma Powder», IEEE transactions on magnetics, vol. 32, No 3, May 1996, pp. 1210-1213.
- [30] Li-Sun.Shu,Shinn-Ying.Ho and Shinn-Jang.Ho,«A Novel Orthogonal Simulated Annealing Algorithm for Optimization of Electromagnetic Problems», IEEE transactions on magnetics, vol.40, No. 4, July 2004, pp. 1791-1795.
- [31] K. Bryan, P. Cunningham and N. Bolshakova, «Application of Simulated Annealing to the Biclustering of Gene Expression Data», IEEE transactions on magnetics. On Information Technology in Biomedicine, vol.10, No.3, July 2006, pp.519-524.
- [32] Abdenour.Abdelli, «Optimisation Multicritère d'une Chaîne Eolienne Passive», Thèse de Doctorat en Génie Electrique, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007.
- [33] Soufiane. Taibi, «Contribution a l'etude, la conception, de dimensionnement et l'optimisation de machine a reluctance variable de type vernier», these de doctorat, universite des sciences et technologies de lille, 2002.



Résumé

Dans ce mémoire, une conception par optimisation utilisant la méthode du recuit simulé d'une pompe magnétohydrodynamique à conduction a été réalisée. Le problème de conception est formulé comme étant un problème d'optimisation, L'utilisation de la méthode des volumes finis a permis de faire la modélisation des phénomènes électromagnétiques de la pompe optimisée. Des résultats de simulation à l'aide logiciel de calcul sous environnement MATLAB, telles que le potentiel vecteur magnétique, l'induction magnétique, et la force électromagnétique sont obtenus.

Mots clés: magnétohydrodynamique, Optimisation ,Recuit simulé, MATLAB.

Abstract

In this thesis an optimal design using the simulated annealing method of a magneto hydrodynamic conduction pump has been realized. The design problem is formulated as a optimization problem. The use of the finite volume method made it possible to model the electromagnetic phenomena of the optimized pump. Simulation results using MATLAB computation software such as magnetic vector potential, magnetic induction, and electromagnetic forces are obtained.

Key words: Magnetohydrodynamics, Optimization, Simulated Annealing, MATLAB.

الملخص

في هذه المذكرة, تم تحقيق التصميم الأمثل باستخدام طريقة التلدين المحاكية لمضخة التوصيل الهيدروديناميكية. تصاغ مشكلة التصميم كمشكلة تحسين, استخدام طريقة حجم محدود يسمح بنمذجة الظواهر الكهرومغناطيسية من مضخة الأمثل. يتم الحصول على نتائج المحاكاة باستخدام برنامج حساب MATLAB مثل إمكانات الناقل المغناطيسي ، والتحريض المغناطيسي ، والقوى الكهرومغناطيسية.

<u>الكلمات المفتاحية:</u> الهيدرودينامكية (MHD) ,الامثل , التلدين المحاكية, الماتلاب