



UNIVERSITÉ KASDI MERBAH
OUARGLA



Faculté des mathématiques et sciences de la
matière

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

MASTER

Spécialité : Mathématiques

Option : probabilité et statistique

Par : ZIARA RAYANE TASNIME

Thème

Estimation des paramètres autorégressif moyenne mobile intégré
(Application sur la série des résultats du baccalauréat en Algérie
1985-2018)

Version de : 25 /06/2019

Devant le jury composé de :

Mr.Kaliche Kaltoum	UKMO université-Ouargla	Président
Mr. Arbia Hanane	UKMO université-Ouargla	Rapporteur
M.Bousaaid abdelmalek	UKMO université-Ouargla	Examineur

Table des matières

Table des matières	i
Dédicace	iv
Remerciements	v
Liste des tableaux	vi
Table des figures	vii
Notations et abreviations	viii
Introduction	1
1 Introduction à la théorie des séries chronologiques	2
1.1 Série Chronologique	2
1.2 Les composantes d'une série chronologique	2
1.3 Schémas de décomposition d'une série chronologique	3
1.3.1 Schéma additif	3
1.3.2 Schéma multiplicatif	4
1.3.3 Schéma mixte :	5
1.4 Procédure de choix d'un schéma de décomposition	5
1.4.1 La méthode de la bande	5
1.4.2 Le test de Buys-Ballot	5
1.5 Coefficients saisonniers	5
1.5.1 Méthode de calcul des coefficients saisonniers	6
1.6 Série désaisonnalisée	7
1.7 Bruit blanc	7
1.7.1 Notions de bruit blanc	7
1.8 Stationnarité	8
1.9 Opérateurs définis sur une série chronologique	8
1.9.1 Opérateur de retard	8

1.9.2	Opérateur de différence d'ordre d	8
1.10	Désaisonnalisation par moyenne mobile	9
1.11	Théorème de représentation de Wold	9
1.12	Autocorrélations simple et partielle	10
1.12.1	La fonction d'autocovariance et d'autocorrélation	10
1.12.2	La fonction d'autocorrélation partielle	11
2	Modèles des séries temporelles : AR, MA, ARMA et ARIMA	13
2.1	Processus auto-régressif (AR)	13
2.1.1	La stationnarité	14
2.1.2	L'inversibilité	14
2.1.3	Fonction d'autocorrélation d'un AR(p)	14
2.1.4	Fonction d'autocorrélation partielle d'un AR(p)	15
2.2	Processus moyennes mobiles (MA)	16
2.2.1	La stationnarité	16
2.2.2	L'inversibilité	16
2.2.3	Fonction d'autocorrélation d'un MA(q)	16
2.2.4	Fonction d'autocorrélation partielle d'un MA(q)	17
2.3	Processus autorégressifs moyennes mobiles (ARMA)	17
2.3.1	La stationnarité	18
2.3.2	L'inversibilité	18
2.3.3	Autocovariance d'un ARMA(p,q)	18
2.4	Processus Autorégressif moyenne mobile intégré $ARIMA(p, d, q)$.	19
2.5	Identification, estimation, validation, prévision	20
2.5.1	Identification du processus ARMA	20
2.5.2	Estimation	20
2.5.3	Validation	23
2.5.4	Choix d'un modèle parmi plusieurs	24
2.5.5	Prévision	25
3	Application	26
3.1	Etude de la stationnarité	27
3.1.1	Analyse des Corrélogrammes de la série résultat	28
3.2	Stationnarisation de la série résultat	32
3.2.1	Graphe de la série résultat	32
3.3	Modélisation ARMA par la méthode de BOX-JENKINS	36
3.3.1	Identification des ordres p et q du modèle ARMA	36
3.3.2	Estimation de modèles ARMA	37
3.3.3	Validation du modèle	45
3.4	prévision	47

Conclusion générale	48
Bibliographie	49

Dédicace

Louange à Allah qui dans sa grâce est bon

Je dédie ce modeste travail

A mes très chers ma Mère khadidja et mon Père lamine

A ceux qui m'ont toujours encouragé pour que je réussisse dans mes études

A tout ce qui est m'encouragé dans la réalisation de ce modeste travail

A ma chers soeur Outrodja

A tous mes frères :Nour elislam , Anes et Abd elwadoud

A mes grand mères et mon grand père

A toutes mes familles Ziara et Bougrinat

A tout mes amies sans exception :Safa , Nour el houda, Noura, Dounia zad,

Sara , Karima

Tous mes camarades surtout la promotion 2018/2019

Option Sciences Proba-Stat

Tous qui m'on aider de proche ou de loin.

Remerciements

Tout d'abord, je remercie ALLAH Le Tout Puissant qui m'a accordée la volonté et le courage pour réaliser ce mémoire.

Mes plus vifs remerciements et ma profonde gratitude vont à Pr.ARBIA HANNANE notre promoteur de mémoire pour sa grande patience, pour sa disponibilité, pour ses nombreux conseils, pour ses corrections et son appréciation au cours de l'élaboration de ce travail, notamment quand à la portée de la problématique. Elle a toujours été présente dans les moments où j'en avais besoin ; elle je voudrais la remercier.

J'adresse aussi mes sincères remerciements à M^{elle} .Kaliche Keltoum et Mr.Boussaad Abdelmalek qui ont accepté de faire partie de mon jury.

Je remercie tous mes enseignantes et enseignants.

Et enfin à tous nos collègues de la promotion 2018/2019 et à tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce travail.

Liste des tableaux

3.1	Le nombre des étudiants succès en baccalauréat (Algérie depuis 1985 jusqu'à 2018).	26
3.2	Tableau de comparaison des critères d'information.	45
3.3	Prévision du nombre des étudiants succès en baccalauréat	47

Table des figures

1.1	schéma additif	4
1.2	schéma multiplicatif	4
3.1	Graphe de la série résultat.	27
3.2	Corrélogrammes de la série résultat.	28
3.3	Graphe de la série drésultat.	32
3.4	Corrélogramme de série drésultat.	36
3.5	Normalité des résidus du modèle ARIMA(1,1,8)	46

Notations et abriviations

ADF	Test de Dickey Fuller Augmenté
AIC	Critère d'information d'Akaike.
AR	Autorégressifs, (Autoregressive)
ARIMA	Autorégressif moyenne mobile intégré
ARMA	Autorégressif moyenne mobile
BB	Bruit blanc
BIC	critère de Schwarz
E	Espérance
FAC	Fonction d'autocorrélation
FACP	Fonction d'autocorrélation partielle
JB	Statistique de Jarque-Bera
MA	Moyenne mobile
MAE	Erreur absolue moyenne
RMSE	Racine carrée de l'erreur quadratique moyenne

Introduction

L'analyse des séries temporelles, ou séries chronologiques, se réfère à la branche de statistique où les observations sont régulièrement espacées dans le temps. Leur domaine d'application est très vaste et s'étend de l'astronomie à l'économie et finance en passant par la biologie, psychologie, géophysique ou la théorie du signal...etc.

L'étude d'un processus aléatoire à partir d'une série chronologique peut avoir généralement les objectifs suivants :

- Comprendre le passé : expliquer les variations observées.
- Prédire les valeurs futures (proches).
- Etudier le lien avec d'autres séries.

Notre travail est structuré de la façon suivante : Nous introduisons dans le premier chapitre la théorie des séries chronologiques (les composantes, Coefficients saisonniers, bruit blanc, stationnarité, Opérateurs, autocorrélations simple et partielle...ect), et dans le deuxième chapitre, nous présentons différentes classes de modèles : *AR*, *MA*, *ARMA* et *ARIMA*, nous donnons leurs propriétés (définition, la stationnarité, les fonctions d'autocorrélation simples et partielles,...), et la méthodologie de Box-Jenkins. Cette méthode suggère une procédure à quatre étapes (identification, validation, estimation et prévision).

Le troisième chapitre présente l'estimation et la prévision de la série chronologique **le nombre des étudiants succès en baccalauréat 1985-2018**.

Chapitre 1

Introduction à la théorie des séries chronologiques

L'analyse des séries temporelles, ou séries chronologiques, se réfère à la branche de statistique où les observations sont régulièrement espacées dans le temps. Leur domaine d'application est très vaste et s'étend de l'astronomie à l'économie et finance en passant par la biologie, psychologie, géophysique ou la théorie du signal...etc. Elles ont donc suscité un très vif intérêt, ce qui a eu par conséquence le développement de nombreux modèles : AR, MA, ARMA, ARCH et GARCH...etc.

1.1 Série Chronologique

Définition 1.1.1 Une série statistique est désignée comme étant chronologique quand les données qui la constituent sont les valeurs d'une variable enregistrée en fonction de la date pendant une certaine période suite d'observations indicées par le temps, Y_t , $t = 1, \dots, T$. En général, dates d'observation régulières t : heure, jour, mois, année...etc. [2], [4], [9], [13].

1.2 Les composantes d'une série chronologique

Dans un premier temps, l'examen graphique de la série étudiée permet de dégager, un certain nombre de composantes fondamentales de l'évolution de la grandeur étudiée.

Il faut alors analyser ces composantes, en les dissociant les unes des autres, c'est-à-dire en considérant une série comme résultant de la combinaison de différentes composantes

1. **La tendance ou « trend » notée f_t** : censée décrire le mouvement

de long terme, de fond ou encore structurel du phénomène. Ce mouvement est traditionnellement représenté par des formes analytiques simples.

2. **La composante cyclique notée C_t** : qui regroupe des variations à période moins précise autour de la tendance. Ces phases durent généralement plusieurs années, mais n'ont pas de durée fixe. Sans informations spécifiques, il est généralement très difficile de dissocier la tendance du cycle. Dans la plupart des travaux sur les séries temporelles la tendance regroupe aussi la composante cyclique.

3. **La composante saisonnière ou variations saisonnières S_t** : sont des variations qui se reproduisent périodiquement à des moments bien déterminés et qui sont liées au rythme imposé par les variations météorologiques des saisons (production agricole, consommation de gaz,...etc), ou encore par des activités économiques et sociales (fêtes, vacances, solde, le ramadhan,...etc).

4. **La composante résiduelle notée ε_t** : elle rassemble tout ce que les autres composantes n'ont pu expliquer du phénomène observé. Elle contient donc de nombreuses fluctuations, en particuliers accidentelles, dont le caractère est exceptionnel et imprévisible, (catastrophes naturelles, grèves, guerres,...etc). Comme par hypothèse ce type d'événement est censé être corrigé, le résidu présente en général une allure aléatoire plus ou moins stable autour de sa moyenne.

1.3 Schémas de décomposition d'une série chronologique

La technique de décomposition d'une série chronologique, repose sur un modèle qui l'autorise. Ce modèle porte le nom de schéma de décomposition. Il en existe essentiellement deux grands types :[9]

1.3.1 Schéma additif

Dans un modèle additif, on utilise les 4 composantes : tendance, variations saisonnières, composante cyclique et composante résiduelle sont indépendantes les unes des autres. On considère que la série X_t s'écrit comme la somme de ces 4 composantes :

$$X_t = f_t + C_t + S_t + \varepsilon_t.$$

Exemple 1.3.1 *Schéma additif*

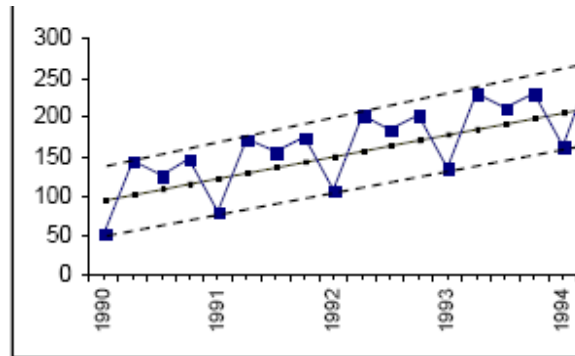


FIG. 1.1 – schéma additif

1.3.2 Schéma multiplicatif

Dans un modèle multiplicatif on utilise aussi les 4 composantes : tendance, variations saisonnières, composante cyclique et composante résiduelle sont indépendantes les unes des autres. On considère que la série X_t s'écrit comme la produit de ces 4 composantes :

$$X_t = f_t \times C_t \times S_t \times \varepsilon_t.$$

Exemple 1.3.2 *Schéma multiplicatif :*

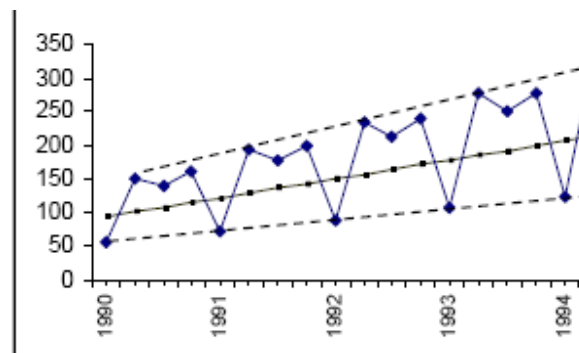


FIG. 1.2 – schéma multiplicatif

1.3.3 Schéma mixte :

Dans un modèle mixte on utilise les deux schéma multiplicatif et additif avec les 4 composantes : tendance, variations saisonnières, composante cyclique et composante résiduelle sont indépendantes les unes des autres considère que la série X_t s'écrit comme la produit et la somme de ces 4 composantes :

$$X_t = (f_t + c_t).s_t + \varepsilon_t$$

$$X_t = f_t + (c_t.s_t) + \varepsilon_t$$

.

.

.

1.4 Procédure de choix d'un schéma de décomposition

On cite ici deux procédure.[2]

1.4.1 La méthode de la bande

La procédure de la bande consiste à partir de l'examen visuel du graphique de l'évolution de la série brute à relier, par une ligne brisée, toutes les valeurs "hautes" et toutes les valeurs "basses" de la chronique. Si les deux lignes sont parallèles, la décomposition de la chronique peut se faire selon un schéma additif, dans le cas contraire le schéma multiplicatif semble plus adapté.

1.4.2 Le test de Buys-Ballot

Nous calculons, pour chacune des années, la moyenne et l'écart type, puis nous estimons par MCO les paramètres α_1 et α_2 de l'équation si $\sigma_i = \alpha_1 Y_i + \alpha_2 + \varepsilon_i$. Dans le cas, ou le paramètre α_1 n'est pas significativement différent de 0 (test de Student) alors nous acceptons l'hypothèse d'un schéma additif; dans le cas contraire, nous retenons un schéma multiplicatif.

1.5 Coefficients saisonniers

On sait que l'influence des variations saisonnières doit être neutre sur l'année et que ces variations (S_t) se répètent théoriquement à l'identique de période en

période. Dans toute série chronologique observée sur un cas réel, les variations saisonnières ne sont jamais identiques. Donc, pour satisfaire aux exigences du modèle théorique, et pour pouvoir étudier la série réelle, il faut estimer, à la place des (S_t) observées, des variations périodiques identiques chaque année (mois par mois, ou trimestre par trimestre) qu'on appelle coefficients saisonniers. On les note S_j , $j = 1$ à 12 pour des données mensuelles. $j = 1$ à 4 pour des données trimestrielles.

1.5.1 Méthode de calcul des coefficients saisonniers

La série Y_t est observée sur n années par période p . $p = 12$ mois ($j = 1, 2, \dots, 12$) ou 4 trimestres ($j = 1, 2, 3$ ou 4). Les variations saisonnières S_t sont égales, par hypothèse du modèle **additif** à :

$$S_t = Y_t - f_t,$$

nous obtenons donc $n \times j$ valeurs de S_t , que nous pouvons écrire S_{ij} . On retiendra 12 valeurs de S_j (mois) ou 4 valeurs de S_j (trimestres) comme coefficients saisonniers, en calculant, mois par mois, ou trimestre par trimestre, la moyenne arithmétique des S_t , sur l'ensemble des n années, on obtient :

$$S_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_{ij}.$$

La somme sur l'année de ces coefficients saisonniers S_j devrait en toute logique être égale à 0. En fait, bien souvent, les approximations des calculs conduisent à un résultat légèrement différent. Dès lors, dans le cas où la somme des S_j est différente de 0, on calcule un coefficient correcteur ρ qui est la moyenne des S_j sur l'année

$$S_j = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{12} S_j.$$

Et l'on retient en définitive, comme coefficient saisonnier corrigé la valeur :

$$S_j^* = S_j - \rho.$$

Le principe théorique selon lequel la moyenne (ou la somme) des coefficients saisonniers est égale à zéro est respectée par les S_j^* (coefficients saisonniers corrigés).

1.6 Série désaisonnalisée

Nous appelons série désaisonnalisée ou série corrigée des variations saisonnières notée série CVS, la série chronologique Y_t à laquelle on a enlevé les variations saisonnières.

Dans le cas du modèle additif : La série désaisonnalisée est :

$$Y_t^* = Y_t - S_t.$$

Dans le cas du modèle multiplicatif : La série désaisonnalisée est :

$$Y_t^* = \frac{Y_t}{S_t}.$$

La particularité de la série CVS est que les données de Y_t^* sont directement comparables : on a enlevé l'effet des saisons et donc le caractère propre de chaque mois on peut par exemple comparer les données d'un mois de janvier et celle d'un mois de juillet.

1.7 Bruit blanc

Définition 1.7.1 En désigne par bruit blanc noté $B.B(0, \sigma_\varepsilon^2)$, une suite de variable aléatoire centré et de variance σ_ε^2 , et non autocorrélées.[2], [9]

- i) $E |\varepsilon_t^2| < \infty$
- ii) $E(\varepsilon_t) = 0$
- iii) $var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$
- iv) $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0, t \neq s$

1.7.1 Notions de bruit blanc

Il existe deux façon de définir le bruit blanc :

Définition 1.7.2 On appellera bruit blanc faible toute suite $(\varepsilon_t; t \in \mathbb{Z})$ telle que $E(\varepsilon_t) = 0$ et $V(\varepsilon_t) = \sigma^2$ pour tout $t \in \mathbb{Z}$ et tel que :

$$\gamma(h) = cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-h}) = 0 \text{ pour } h \neq 0.$$

Définition 1.7.3 On appellera bruit blanc fort toute suite $(\varepsilon_t; t \in \mathbb{Z})$ telle que (ε_t) soit i.i.d.

Remarque 1.7.1 On notera par la suite $(\varepsilon_t) \sim BB(0; \sigma^2)$ pour bruit blanc faible.

1.8 Stationnarité

Une propriété importante des séries chronologiques est la stationnarité. La définition suivante présente le type de stationnarité le plus utilisé

Définition 1.8.1 Une suite $\{X_t : t \geq 0\}$ de variables aléatoires est dite stationnaire du second ordre si elle vérifie les propriétés suivantes :

1. $E[X_t] = \mu$ ne dépend pas de t
2. $E[X_t^2] < \infty$
3. $\gamma_x(h)$ ne dépend pas de t

Exemple 1.8.1 La série

$$X_t = -1 + 2t + \varepsilon_t \quad (\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)),$$

n'est pas stationnaire car $E[X_t]$ dépend de t .

1.9 Opérateurs définis sur une série chronologique

1.9.1 Opérateur de retard

Définition 1.9.1 L'opérateur de retard L se définit de la manière suivante :[9]

$$L(X_t) = X_{t-1}.$$

Remarque 1.9.1 $L^n(X_t) = X_{t-n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1.9.2 Opérateur de différence d'ordre d

On définit l'opérateur Δ^d de différence d'ordre d comme l'opérateur linéaire tel que :

$$\Delta^d X_t = (1 - L)^d X_t.$$

On peut aussi prendre l'opérateur d'ordre un et l'appliquer plusieurs fois :

$$\Delta^2(X_t) = \Delta(\Delta(X_t)) = \Delta(X_t - X_{t-1}) = (1 - L)(X_t - X_{t-1}) = X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2}.$$

Ces opérateurs peuvent être utilisés afin de transformer un processus de moyenne non nulle en un processus de moyenne nulle. Dans la prochaine section, on les utilise pour mieux représenter les modèles.

L'opérateur Δ^2 permet d'éliminer les tendance quadratique :

$$\begin{aligned}
 X_t &= a + bt + ct^2 + \varepsilon_t, \text{ alors} \\
 \Delta^2 X_t &= (1 - L)^2 X_t \\
 &= (1 - 2L + L^2) X_t \\
 &= X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2} \\
 &= (a + bt + ct^2 + \varepsilon_t) - 2[a + b(t-1) + c(t-1)^2 + \varepsilon_{t-1}] + [a + b(t-2) + c(t-2)^2 + \varepsilon_{t-2}] \\
 &= 2c + \varepsilon_t - 2\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}
 \end{aligned}$$

donc $\Delta^2 X_t$ est stationnaire, alors Δ^2 éliminer les tendance quadratique.

1.10 Désaisonnalisation par moyenne mobile

une moyenne mobile est un outil intéressant pour enlever une composante saisonnière, on utilise des moyenne mobile d'ordre egale à la période. par exemple d'ordre 7 pour des données journalières, d'ordre 12 pour des données mensuelles.

Définition 1.10.1 L'opérateur moyenne mobile μ est définie par :

$$\mu = \sum_{j=-k_1}^{k_2} \Theta_j L^{-j}.$$

Définition 1.10.2 La série $\mu(X_t) = Y_t = \sum_{j=-k_1}^{k_2} \Theta_j L^{-j} X_t$ est une moyenne mobile d'ordre $k = k_1 + k_2 + 1$.

Définition 1.10.3 On dit que μ est moyenne mobile centrée si $k_1 = k_2$.

1.11 Théorème de représentation de Wold

Si $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ est un processus centré et stationnaire au second ordre, alors on a la décomposition : [2]

$$X_t = \sum_{j=0}^{+\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j} + V_t, \quad t \in \mathbb{Z}.$$

Où :

1. $\psi_0 = 1$ et $\sum_{j=0}^{+\infty} \psi_j^2 < +\infty$.

2. $(\varepsilon_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ est le bruit blanc de $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$.
3. $(V_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ est un processus déterministe.
4. $cov(\varepsilon_t, V_s) = 0, \forall s, t \in \mathbb{Z}$.

Ce résultat informatif est peu utile en pratique car les coefficients ψ_j sont inconnus, nous verrons que certaines modélisations font intervenir une infinité de terme.

Enfin, le processus X_t peut être réécrit en utilisant l'opérateur de retard L , on aura dans le cas réel ($V_t = 0$) :

$$\begin{aligned} X_t &= \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots \\ X_t &= \varepsilon_t + \psi_1 L \varepsilon_t + \psi_2 L^2 \varepsilon_t + \dots \\ X_t &= (1 + \psi_1 L + \psi_2 L^2 + \dots) \varepsilon_t \end{aligned}$$

alors

$$X_t = \psi(L) \varepsilon_t.$$

1.12 Autocorrélations simple et partielle

Les principales caractéristiques temporelles d'un processus sont données par l'autocorrélation (simple) et l'autocorrélation partielle.

1.12.1 La fonction d'autocovariance et d'autocorrélation

La fonction d'autocovariance $\{\gamma(h)\}_{h \in \mathbb{Z}}$ mesure la covariance entre une variable et cette même variable à des dates différentes, pour un délai h :

$$\gamma(h) = cov(Y_t, Y_{t-h}) = E[(Y_t - E(Y_t))(Y_{t-h} - E(Y_{t-h}))],$$

ainsi

$$\gamma(0) = var(Y_t) = E[(Y_t - E(Y_t))^2] = \sigma_Y^2.$$

Elle fournit une information sur la variabilité de la série et sur les liaisons temporelles qui existent entre les diverses composantes de la série Y_t .

La fonction d'autocovariance d'un processus stationnaire est une fonction paire :

$$\gamma(-h) = \gamma(h), \quad \forall h.$$

La fonction d'autocorrélation est définie par :

$$\rho(h) = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)}, \quad h \in \mathbb{Z},$$

avec $\rho(0) = 1$ et $|\rho(h)| < 1$ (donc $|\gamma(h)| \leq \gamma(0)$).

On appelle coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 (resp d'ordre k) le coefficient de corrélation linéaire $\rho(1)$ (resp. $\rho(k)$) calculé entre la série et cette série décalée d'une période (resp k périodes).

On définit la matrice de corrélation (de dimension m) de la manière suivante :

$$R(m) = \begin{pmatrix} 1 & \rho(1) & \rho(2) & \dots & \rho(m-1) \\ \rho(1) & 1 & \dots & \dots & \rho(m-2) \\ \vdots & & \ddots & \dots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \rho(m-1) & \dots & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Puisque la fonction $\rho(h)$, $h \in Z$ est de type positif, on a la propriété suivante : $\det(R(m)) \geq 0$, $\forall m \in N^*$.

Ainsi, on a les contraintes suivantes :

1. $\det(R(1)) \geq 0$.
2. $\det(R(2)) \geq 0 \iff \rho(1)^2 \leq 1$.
3. $\det(R(3)) \geq 0 \iff [1 - \rho(2)][1 + \rho(2) - 2\rho(1)^2] \geq 0$.

L'équivalent empirique de la fonction d'autocorrélation, noté $\hat{\rho}(h)$, est obtenu à partir de l'estimateur suivant pour l'autocovariance $\hat{\gamma}(h)$ à l'ordre h :

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{t-h-1} \sum_{t=h+1}^T (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-h} - \bar{Y}),$$

où

$$\bar{Y} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Y_t.$$

1.12.2 La fonction d'autocorrélation partielle

Elle mesure la liaison (linéaire) entre Y_t et Y_{t-h} une fois retirés les liens transitant par les variables intermédiaires $Y_{t-1}, \dots, Y_{t-h+1}$.

Le coefficient d'autocorrélation partielle d'ordre h , noté $r(h)$, est le coefficient de corrélation entre :

$$Y_t - E(Y_t/Y_{t-1}, \dots, Y_{t-h+1}),$$

et

$$Y_{t-h} - E(Y_{t-h}/Y_{t-1}, \dots, Y_{t-h+1}).$$

On a donc :

$$r(h) = \text{cov}(Y_t, Y_{t-h}/Y_{t-1}, \dots, Y_{t-h+1}).$$

C'est donc le coefficient de Y_{t-h} dans la régression de Y_t sur $Y_{t-1}, \dots, Y_{t-h+1}, Y_{t-h}$.

Le coefficient d'autocorrélation partielle d'ordre h d'un processus stationnaire est se calcule de la manière suivante :

$$r(h) = \frac{|R(h)^*|}{|R(h)|},$$

avec

$$R(h) = \begin{pmatrix} 1 & & & \rho_{h-1} \\ \rho_1 & & & \\ & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \\ \rho_{h-1} & & & 1 \end{pmatrix}$$

et $R(h)^*$ la matrice $R(h)$ dans laquelle on a remplacé la colonne h par $\begin{pmatrix} \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_h \end{pmatrix}$.

Ainsi,

$$r(1) = \rho(1), \quad r(2) = \frac{\rho(2) - \rho(1)^2}{1 - \rho(1)^2}, \dots$$

De manière empirique, les autocorrélations partielles s'estiment à partir les autocorrélations simples.

Chapitre 2

Modèles des séries temporelles : AR, MA, ARMA et ARIMA

La théorie des séries temporelles est une combinaison de deux concepts, probabiliste et statistique, le probabiliste dont on étudie les caractéristiques des variables aléatoires X_t . Le problème statistique est de donner les caractéristiques des distributions de la série temporelle X_t , pour les observations X_1, X_2, \dots, X_n . Le modèle statistique résultant sert à la compréhension du système stochastique d'une part et la prédiction du future.[2], [12], [13], [15].

2.1 Processus auto-régressif (AR)

Définition 2.1.1 *On appelle processus autorégressif d'ordre p , usuellement noté $AR(p)$, un processus stationnaire, $X_t, t \in \mathbb{Z}$ vérifiant une relation du type [2]*

$$X_t + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} = \varepsilon_t, \forall t \in \mathbb{Z},$$

avec $\phi_i \in \mathbb{R}$ et ε_t un bruit blanc de variance σ^2 .

Cette relation s'écrit également :

$$\Phi(L)X_t = \varepsilon_t,$$

où

$$\Phi(L) = 1 + \phi_1 L + \dots + \phi_p L^p.$$

2.1.1 La stationnarité

Pour qu'un modèle $AR(p)$ soit **stationnaire** il faut que tous les racines du polynôme $\Phi(z)$ ont module $> 1 \forall j, |z_j| > 1$,

où

$$\Phi(z) = 1 + \alpha_1 z + \alpha_2 z^2 + \dots + \alpha_p z^p.$$

2.1.2 L'inversibilité

Le modèle $AR(p)$ est toujours **inversibilité** par sa définition

$$\Phi(L)X_t = \varepsilon_t.$$

2.1.3 Fonction d'autocorrélation d'un AR(p)

Soit un processus stationnaire $AR(p)$ défini par :

$$\Phi(L)X_t = X_t + \sum_{j=1}^p \phi_j X_{t-j} = \varepsilon_t,$$

dont les racines sont de modules > 1 .

Alors la fonction d'autocorrélation :

$$\rho(h) + \sum_{j=1}^p \phi_j \rho(h-j) = 0, \quad h = 1, 2, \dots$$

est donc définie comme la solution d'une suite récurrente d'ordre p , donc racines non-nulles de l'équation :

$$\lambda^p + \sum_{j=1}^p \phi_j \lambda^{p-j},$$

soit :

$$1 + \sum_{j=1}^p \phi_j \lambda^{-j} = 0,$$

c'est à dire que $\frac{1}{\lambda}$ est racine de Φ donc $|\lambda| < 1$. On sait donc que $\rho(h)$ est une combinaison de différentes composantes : exponentielles décroissantes pour les racines réelles, sinusoides amorties pour les racines complexes, exponentielles décroissantes et termes polynomiaux pour les racines multiples. Par conséquent, $\rho(h)$ tend exponentiellement vers 0 avec h . Remarquons également qu'on a la relation matricielle (équation de Yule-Walker) :

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho(1) & \dots & \rho(p-1) \\ \rho(1) & 1 & \dots & \rho(p-2) \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \rho(p-1) & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \phi_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \rho(p) \end{pmatrix}$$

Ce qui donne un algorithme d'estimation des coefficients d'un processus $AR(p)$ en remplaçant $\rho(h)$ par leur autocorrélation empirique. Remarquons également que la variance de ce processus vaut :

$$\gamma(0) = -\sum_{j=1}^p \phi_j \gamma(j) + \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{1 + \sum_{j=1}^p \phi_j \rho(j)}.$$

2.1.4 Fonction d'autocorrélation partielle d'un $AR(p)$

Soit un processus stationnaire $AR(p)$ défini par :

$$\Phi(L)X_t = X_t + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} = \varepsilon_t,$$

dont les racines sont à l'extérieur du disque unité.

On a que l'autocorrélation partielle $r(h) = 0$ si $h \geq p + 1$ car la projection de X_t sur $M(X_{t-1}, \dots, X_{t-h})$ est $\sum_{j=1}^p \phi_j X_{t-j}$ et le coefficient associé à X_{t-h} est nul.

Cette propriété est très utile en pratique lorsque l'on cherche à identifier l'ordre d'un processus AR . On peut ainsi calculer les autocorrélation partielles empiriques et regarder quand celles-ci sont négligeables (non-significativement différentes de 0).

Exemple 2.1.1

$$X_t = 0.06X_{t-1} + \varepsilon_t \sim AR(1)$$

$$X_t = -0.2X_{t-1} + 0.01X_{t-2} + \varepsilon_t \sim AR(2)$$

2.2 Processus moyennes mobiles (MA)

On appelle processus moyenne mobile d'ordre q , usuellement noté $MA(q)$ (moving average), un processus $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ défini par : [2]

$$X_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad \forall t \in \mathbb{Z},$$

où les θ_i sont des réels et ε_t est un bruit blanc de variance σ^2 .

De même que pour les processus autorégressifs cette relation s'écrit :

$$X_t = (1 + \theta_1 L + \dots + \theta_q L^q) \varepsilon_t = \Theta(L) \varepsilon_t.$$

2.2.1 La stationnarité

Contrairement au modèle $AR(p)$, le modèle $MA(q)$ est toujours **stationnaire**.

2.2.2 L'inversibilité

Le modèle $MA(q)$ est **inversible** si les racines du polynôme $\Theta(z)$ sont de module $> 1 \forall j, |z_j| > 1$.

2.2.3 Fonction d'autocorrélation d'un MA(q)

La fonction d'autocovariance est :

$$\gamma(h) = E(X_t X_{t-h}).$$

Alors

$$\gamma(h) = E[(\varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q})(\varepsilon_{t-h} + \theta_1 \varepsilon_{t-h-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-h-q})],$$

et donc

$$\gamma(h) = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2) & h = 0, \\ \sigma_\varepsilon^2 (-\theta_h + \theta_1 \theta_{h+1} + \dots + \theta_q \theta_{q-h}) & 1 \leq h \leq q, \\ 0 & h > q. \end{cases}$$

La fonction d'autocorrélation est :

$$\rho(h) = \begin{cases} 1 & h = 0, \\ \frac{-\theta_h + \theta_1\theta_{h+1} + \dots + \theta_{q-h}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2} & 1 \leq h \leq q, \\ 0 & h > q. \end{cases}$$

Ce résultat est important en pratique car $\rho(h)$ s'annule pour $h \geq q$ et $\rho(q) = \theta_q / (1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2)$ est non nul si θ_q est non nul i.e que X_t est un $MA(q)$. Pour déterminer l'ordre d'un $MA(q)$ en pratique, on calcule donc ses autocorrélations empiriques et on regarde quand celles-ci sont négligeables. L'autocorrélation pour les $MA(q)$ est donc l'analogie de l'autocorrélation partielle pour les $AR(p)$.

2.2.4 Fonction d'autocorrélation partielle d'un MA(q)

La fonction d'autocorrélation partielle peut se calculer par l'algorithme de durbin-watson mais son expression est compliquée. D'autre part, contrairement aux processus $AR(p)$, $r(h)$ ne s'annule pas à partir d'une certaine valeur de h .

Exemple 2.2.1

$$X_t = 0.02\varepsilon_{t-2} + 0.04\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \sim MA(2)$$

$$X_t = 0.01\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \sim MA(1)$$

2.3 Processus autorégressifs moyennes mobiles (ARMA)

Les processus $ARMA(p, q)$ généralise les modèles autorégressifs et moyennes mobiles. Ces modèles sont très utiles en pratique pour modéliser des séries réelles. [2][15]

Un processus stationnaire X_t admet une représentation $ARMA(p, q)$ minimale s'il satisfait :

$$X_t + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} = \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}, \quad \forall t \in \mathbb{Z},$$

soit, avec les notations précédentes

$$\Phi(L) X_t = \Theta(L) \varepsilon_t, \quad \forall t \in \mathbb{Z},$$

avec les conditions suivantes :

1. $\phi_p \neq 0$ et $\theta_q \neq 0$.
2. Φ et Θ n'ont pas de racines communes et leurs racines sont de modules > 1 .
3. ε_t est un *BB* de variance σ^2 .

2.3.1 La stationnairé

Pour que le modèle $ARMA(p, q)$ soit stationnaire il faut que toutes les racines de $\Phi(z)$ ont module > 1 .

2.3.2 L'inversibilité

Le modèle $ARMA(p, q)$ est inversible si toutes les racines de $\Theta(z)$ ont module > 1 .

Propriété 2.3.1 *si X_t est un processus stationnaire de représentation $ARMA(p, q)$ minimale :*

$$\Phi(L) X_t = \Theta(L) \varepsilon_t, \forall t \in \mathbb{Z}.$$

Propriété 2.3.2 *alors*

1. X_t admet la représentation $MA(\infty)$

$$X_t = \frac{\Theta(L)}{\Phi(L)} \varepsilon_t = \sum_{j=0}^{+\infty} h_j \varepsilon_{t-j}, \quad h_0 = 1.$$

2. X_t admet la représentation $AR(\infty)$

$$\frac{\Phi(L)}{\Theta(L)} X_t = \sum_{j=0}^{+\infty} \pi_j X_{t-j} = \varepsilon_t, \quad \pi_0 = 1.$$

2.3.3 Autocovariance d'un ARMA(p,q)

Si X_t est un processus stationnaire de représentation $ARMA(p, q)$ minimale :

$$\Phi(L) X_t = \Theta(L) \varepsilon_t, \forall t \in \mathbb{Z},$$

sa fonction d'autocovariance vérifie :

$$\gamma(h) = \sum_{j=1}^p \phi_j \gamma(h-j) - \sum_{i=1}^q \theta_i \gamma_{X_\varepsilon}(h-i) + \gamma_{X_\varepsilon}(h), h \geq 0,$$

avec

$$\begin{cases} \gamma_{X_\varepsilon}(h) = 0 & h > 0, \\ \gamma_{X_\varepsilon}(0) = \sigma_\varepsilon^2, \\ \gamma_{X_\varepsilon}(h) \neq 0 & h < 0. \end{cases}$$

$\gamma_{X_\varepsilon}(h)$ n'est pas paire.

Si $h \geq q + 1$, $\gamma_{X_\varepsilon}(h) = 0$, alors

$$\begin{cases} \gamma(h) = \sum_{j=1}^p \phi_j \gamma(h-j), \\ \rho(h) = \sum_{j=1}^p \phi_j \rho(h-j). \end{cases}$$

Ce qui est un système d'équation de type Yule-Walker.

2.4 Processus Autorégressif moyenne mobile intégré $ARIMA(p, d, q)$

Lorsque l'on a une série X_t non stationnaire, il convient de la modéliser à l'aide d'un modèle $ARIMA(p, d, q)$ où d désigne l'ordre de différenciation (ou d'intégration).[5], [15].

Définition 2.4.1 X_t est un processus autorégressif moyenne mobile intégré stationnaire noté $ARIMA(p, d, q)$ s'il admet la représentation

$$\Phi(L) \Delta^d X_t = \Theta(L) \varepsilon_t.$$

où

$$\begin{cases} \Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p, & \phi_p \neq 0 \\ \Theta(L) = 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q, & \theta_q \neq 0 \end{cases}$$

La série X_t est une série non stationnaire alors que la série $Y_t = \Delta^d X_t$ est une série stationnaire. L'estimation des paramètres du processus $ARIMA(p, d, q)$ pour la série X_t non stationnaire revient à estimer les coefficients du processus $ARMA(p, q)$ pour la série Y_t stationnaire.

2.5 Identification, estimation, validation, prévision

2.5.1 Identification du processus ARMA

La méthode d'identification d'un processus *ARMA* (choix entre *AR*, *MA* et *ARMA*, et choix de p et q) de Box et Jenkins est basée sur la comparaison de caractéristiques théoriques des processus *ARMA* à leurs équivalents empiriques (c'est-à-dire calculées sur la série observée). Les caractéristiques utilisées sont les autocorrélations simple et partielle, étudiées dans la partie précédente.

On peut aussi utiliser des critères de choix de modèle, couramment appelé critères d'information. Les plus couramment utilisés sont le critère de Akaike :

$$AIC = -2 \log L + 2(p + q),$$

et le critère de Schwarz :

$$BIC = -2 \log L + (p + q) \log T,$$

où $\log L$ est la log-vraisemblance du modèle *ARMA*(p, q) estimé et T est le nombre d'observations.

On choisit alors le modèle et p, q qui minimisent ces critères.

2.5.2 Estimation

Etant donné le processus $Y_t, t \in \mathbb{Z}$ admettant une représentation *ARMA*(p, q) :

$$Y_t - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} = \varepsilon_t - \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} \quad \varepsilon_t \sim BB(0, \sigma^2),$$

le problème est d'estimer les paramètres ϕ_i ($i = 1, \dots, p$), θ_i ($j = 1, \dots, q$) et σ^2 à partir d'observations Y_1, \dots, Y_T .

Maximum de vraisemblance

Si le processus ε_t est gaussien $N(0, \sigma^2)$, alors $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$ et $Y \sim N(0, \sigma^2 \Omega)$. Ainsi, la vraisemblance (densité du vecteur $Y = (Y_1, \dots, Y_T)'$) est donnée par :

$$L(Y_1, \dots, Y_T, \phi, \theta, \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{T}{2}}} \frac{1}{(\det(\Omega))^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} Y' \Omega^{-1} Y\right).$$

La log-vraisemblance est alors donnée par :

$$\ln L(Y_1, \dots, Y_T, \phi, \theta, \sigma^2) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2} \ln(\det(\Omega)) - \frac{1}{2\sigma^2} Y' \Omega^{-1} Y.$$

Le problème est que cette log-vraisemblance est difficile à calculer et donc à maximiser à cause de $(\det(\Omega))$ et de Ω^{-1} (matrice $T \times T$). De plus, il faut se donner des valeurs préliminaires pour les paramètres, puisque la maximisation de la log-vraisemblance utilise des algorithmes de maximisation itératifs.

Estimation de Yule-Walker

Dans le cas d'un $AR(p)$, on utilise les équations de Yule-Walker :

$$\begin{pmatrix} \gamma(1) \\ \vdots \\ \gamma(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(0) & \gamma(1) & \cdots & \gamma(p-1) \\ \gamma(1) & & & \\ & & \ddots & \\ & \vdots & & \\ \gamma(p-1) & \cdots & & \gamma(0) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_p \end{pmatrix}$$

Pour déterminer $\hat{\phi}_i, i = 1, \dots, p$ en fonction de $\hat{\gamma}(i)$ estimés. On utilise la formule $\sigma^2 = \gamma(0) - \sum_{i=1}^p \phi_i \gamma(i)$ pour déterminer une estimation de σ^2 .

Cette méthode est appelée estimation de Yule-Walker.

Estimation par l'algorithme de Durbin-Levinson

Dans le cas général d'un $ARMA(p, q)$, on utilise la représentation $MA(\infty)$. Prenons l'exemple d'un $ARMA(1, 1)$:

$$(1 - \phi L)Y_t = (1 - \theta L)\varepsilon_t \quad |\phi| < 1, |\theta| < 1.$$

Alors la forme $MA(\infty)$ est donnée par :

$$\begin{aligned}
 Y_t &= (1 - \phi L)^{-1}(1 - \theta L)\varepsilon_t \\
 &= \sum_{i=0}^{\infty} \phi^i L^i (1 - \theta L)\varepsilon_t \\
 &= \sum_{i=0}^{\infty} \phi^i \varepsilon_{t-i} - \theta \sum_{i=0}^{\infty} \phi^i \varepsilon_{t-1-i} \\
 &= \sum_{i=0}^{\infty} \phi^i \varepsilon_{t-i} - \theta \sum_{i=1}^{\infty} \phi^{i-1} \varepsilon_{t-i} \\
 &= \sum_{i=0}^{\infty} h_i \varepsilon_{t-i}
 \end{aligned}$$

Par identification, on obtient :

$$\begin{aligned}
 h_0 &= 1 \\
 h_1 &= \phi - \theta \\
 h_2 &= \phi^2 - \theta\phi \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 h_j &= \phi^j - \theta\phi^{j-1}
 \end{aligned}$$

Ainsi, $\phi = \frac{h_2}{h_1}$, $\theta = \phi - h_1$.

Les h_j sont estimés à partir d'un algorithme récursif appelé algorithme de Durbin-Levinson. À partir de ces estimations, on peut alors obtenir des estimations de ϕ et de θ .

Ceci se généralise au cas de p et q quelconques.

Moindres carrés conditionnels

Cette estimation (estimation par défaut sous le logiciel SAS) est conditionnelle à l'hypothèse que les erreurs non observées passées sont égales à 0. L'estimation repose sur la forme $AR(\infty)$:

$$Y_t = \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i Y_{t-i} + \varepsilon_t,$$

où les π_i dépendent des paramètres ϕ et θ .

Cette estimation consiste à minimiser la somme des carrés suivante :

$$\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 = \sum_{t=1}^T \left(Y_t - \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i Y_{t-i} \right)^2,$$

où les valeurs passées de Y_T inconnues sont posées à 0 et les valeurs de π sont calculées à chaque étape à partir des estimations de ϕ et de θ .

2.5.3 Validation

Il s'agit de vérifier notamment que les résidus du modèle *ARMA* estimé, résidus notés $\hat{\varepsilon}_t$, vérifient les propriétés requises pour que l'estimation soit valide, à savoir qu'ils suivent un processus *BB*, non autocorrélé et de même variance, et qu'ils suivent une loi normale.

Si ces hypothèses ne sont pas rejetées, on peut alors mener des tests sur les paramètres.

Tests sur les résidus

1. Regarder le graphique des résidus estimés pour voir s'il apparaît des points aberrants, une tendance, une rupture, de l'autocorrélation, etc. Ceci n'est évidemment qu'indicatif.
2. Regarder les autocorrélations simples et partielles. Elles doivent être significativement nulles si les résidus sont un bruit blanc.

Test de normalité

Il s'agit de tester que les résidus estimés $\hat{\varepsilon}_t$ suivent une loi normale, c'est-à-dire ne présentent pas d'asymétrie (Skewness) ni d'aplatissement (kurtosis).

Le coefficient de Skewness est donné par :

$$\beta_1^{\frac{1}{2}} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{\frac{3}{2}}},$$

et le coefficient de kurtosis est donné par :

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2},$$

où

$$\mu_k = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t - \widehat{\bar{\varepsilon}})^k,$$

est le moment centré d'ordre k de la variable $\hat{\varepsilon}_t$.

Si la distribution est normale et le nombre d'observations grand, alors :

$$\beta_1^{\frac{1}{2}} \sim N\left(0, \sqrt{\frac{6}{T}}\right), \quad \beta_2 \sim N\left(3, \sqrt{\frac{24}{T}}\right).$$

On construit alors les statistiques :

$$V_1 = \frac{\beta_1^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\frac{6}{T}}}, \quad V_2 = \frac{\beta_2 - 3}{\sqrt{\frac{24}{T}}},$$

qui suivent chacune une $N(0, 1)$.

Le test de Jarque Bera permet de tester simultanément l'absence d'asymétrie et l'absence d'aplatissement. La statistique de test est donnée par :

$$JB = \frac{T}{6}\beta_1 + \frac{T}{24}(\beta_2 - 3)^2.$$

Cette statistique suit, sous l'hypothèse nulle de normalité, une loi du χ_2^2 .

Tests sur les paramètres

On vérifie tout d'abord que les racines des polynômes AR et MA ne sont pas égales à 1. Si les hypothèses testées sur les résidus ne sont pas rejetées, on teste la significativité des retards du modèle $ARMA$ par des tests de Student.

2.5.4 Choix d'un modèle parmi plusieurs

Si, à la suite de ces étapes, il reste plusieurs modèles valides, on peut choisir parmi ces modèles, soit celui qui donne les meilleurs critères d'ajustement, soit celui qui donne les meilleures performances en prévision.

Concernant les critères d'ajustement, on retient le modèle qui minimise les critères d'information AIC et BIC .

Concernant les performances en prévision des modèles, on utilise couramment les critères suivants (que l'on cherche bien entendu à minimiser) :

$$RMSE(h) = \sqrt{\frac{1}{T - K + 1} \sum_{t=K}^T (Y_t - \hat{Y}_t(h))^2},$$

et

$$MAE(h) = \frac{1}{T - K + 1} \sum_{t=K}^T |Y_t - \hat{Y}_t(h)|,$$

où K est le nombre d'observations minimales pour mener une estimation du modèle.

2.5.5 Prévision

Il s'agit de calculer les prévisions optimales du modèle *ARMA* estimé, à savoir $\hat{Y}_t(k)$ la prévision de Y_{T+k} sachant l'ensemble d'information disponible en t , noté

$$I_t = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_t, Z_{-1}\},$$

où $Z_{-1} = \{Y_{-1}, \dots, Y_{-p}, \varepsilon_{-1}, \dots, \varepsilon_{-q}\}$.

$$\hat{Y}_t(k) = E(Y_{T+k}/I_t).$$

Chapitre 3

Application

Le tableau suivant présente le nombre des étudiants succès en baccalauréat (Algérie depuis 1985 jusqu'à 2018).

Année	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991
N des étudiants	31268	39654	39991	35315	50659	52522	65079
Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
N des étudiants	72191	41117	54053	60136	82585	97249	85780
Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
N des étudiants	91373	119298	154944	130803	129197	202615	149806
Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
N des étudiants	220511	270541	306302	134719	240162	240954	230989
Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	
N des étudiants	257190	257195	140363	267014	340338	103567	

TAB. 3.1 – Le nombre des étudiants succès en baccalauréat (Algérie depuis 1985 jusqu'à 2018).

3.1 Etude de la stationnarité

Le graphe de la série résultat montre que la série est non stationnaire :

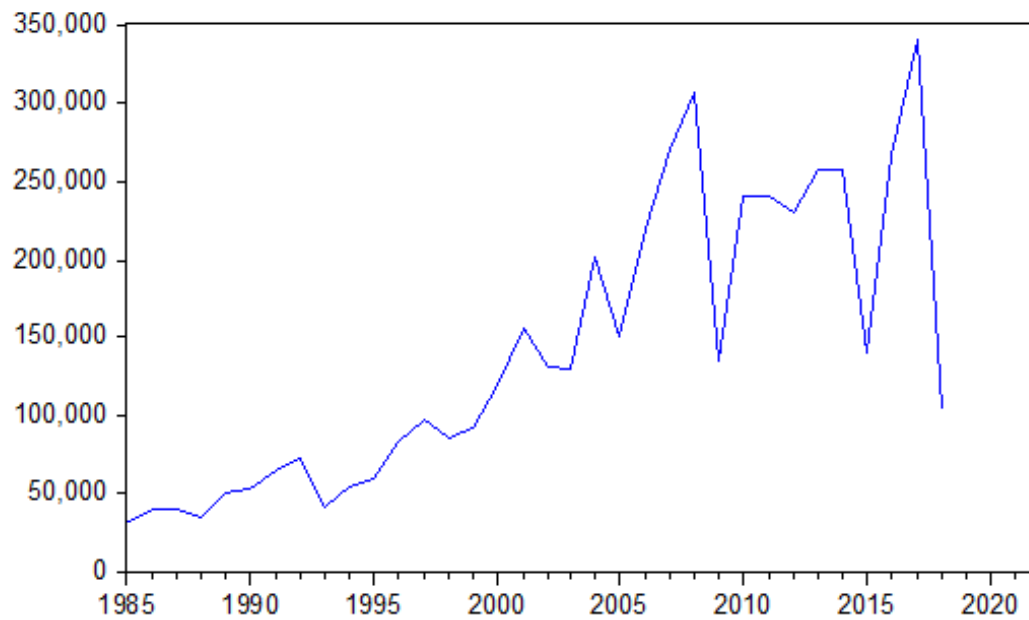


FIG. 3.1 – Graphe de la série résultat.

3.1.1 Analyse des Corrélogrammes de la série résultat

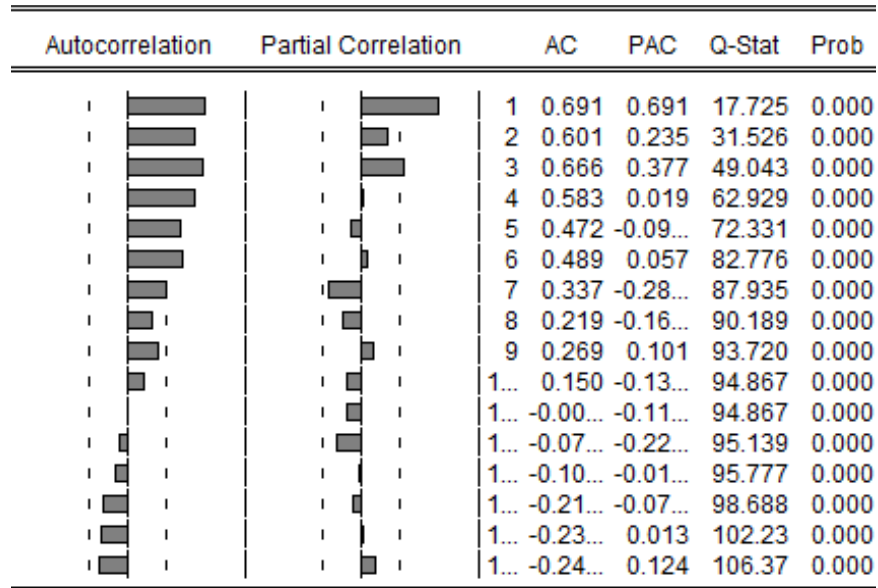


FIG. 3.2 – Corrélogrammes de la série résultat.

On remarque que les coefficients d'autocorrélation simples décroissent lentement, de manière linéaire, ce qui appuie notre affirmation sur la non stationnarité de la série.

On utilise aussi le test de racine unitaire (test ADF) pour confirmer la non stationnarité de notre série.

Modèle sans tendance et avec constante

Exogenous: Constant
Lag Length: 2 (Automatic - based on SIC, maxlag=8)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.886691	0.7790
Test critical values:		
1% level	-3.661661	
5% level	-2.960411	
10% level	-2.619160	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(NAJAH)
Method: Least Squares
Date: 04/09/19 Time: 19:36
Sample (adjusted): 1988 2018
Included observations: 31 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
NAJAH(-1)	-0.106795	0.120442	-0.886691	0.3831
D(NAJAH(-1))	-0.730267	0.207156	-3.525206	0.0015
D(NAJAH(-2))	-0.758331	0.194958	-3.889718	0.0006
C	30820.25	19256.34	1.600525	0.1211

R-squared	0.518434	Mean dependent var	2050.839
Adjusted R-squared	0.464927	S.D. dependent var	71753.91
S.E. of regression	52487.03	Akaike info criterion	24.69443
Sum squared resid	7.44E+10	Schwarz criterion	24.87946
Log likelihood	-378.7637	Hannan-Quinn criter.	24.75475
F-statistic	9.689046	Durbin-Watson stat	2.156736
Prob(F-statistic)	0.000164		

La série a une racine unitaire car la $p - value > 0.05$, la constante est non significative (la probabilité critique affectées à la constante est supérieurs à 0.05).

Modèle avec tendance et avec constante

Unit roots: none found
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=8)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-5.040836	0.0014
Test critical values:		
1% level	-4.262735	
5% level	-3.552973	
10% level	-3.209642	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(NAJAH)
 Method: Least Squares
 Date: 04/09/19 Time: 19:41
 Sample (adjusted): 1986 2018
 Included observations: 33 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
NAJAH(-1)	-1.137847	0.225726	-5.040836	0.0000
C	13516.88	18691.05	0.723174	0.4752
@TREND("1985")	8850.128	2147.576	4.120985	0.0003

R-squared	0.465921	Mean dependent var	2190.879
Adjusted R-squared	0.430316	S.D. dependent var	69484.97
S.E. of regression	52445.46	Akaike info criterion	24.65944
Sum squared resid	8.25E+10	Schwarz criterion	24.79549
Log likelihood	-403.8808	Hannan-Quinn criter.	24.70522
F-statistic	13.08574	Durbin-Watson stat	1.737969
Prob(F-statistic)	0.000082		

La série n'a pas de racine unitaire (p -value < 0.05), la tendance et la constante sont significative (*la probabilité critique* < 0.05).

Modèle sans tendance et sans constante

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	0.940598	0.9036
Test critical values: 1% level	-2.641672	
5% level	-1.952066	
10% level	-1.610400	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(NAJAH)

Method: Least Squares

Date: 04/09/19 Time: 19:49

Sample (adjusted): 1988 2018

Included observations: 31 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
NAJAH(-1)	0.059192	0.062930	0.940598	0.3550
D(NAJAH(-1))	-0.830098	0.202976	-4.089630	0.0003
D(NAJAH(-2))	-0.803111	0.198247	-4.051052	0.0004
R-squared	0.472745	Mean dependent var		2050.839
Adjusted R-squared	0.435084	S.D. dependent var		71753.91
S.E. of regression	53930.89	Akaike info criterion		24.72056
Sum squared resid	8.14E+10	Schwarz criterion		24.85933
Log likelihood	-380.1687	Hannan-Quinn criter.		24.76580
Durbin-Watson stat	2.095621			

La série a une racine unitaire ($p - value > 0.05$).

D'après ce qu'on a vu précédemment, la série résultat est non stationnaire.

3.2 Stationnarisation de la serie resultat

Il faut appliquer le filtre de différence pour stationnariser la série resultat :

$$\text{drésultat} = \text{d}(\text{résultat})$$

3.2.1 Graphe de la série drésultat

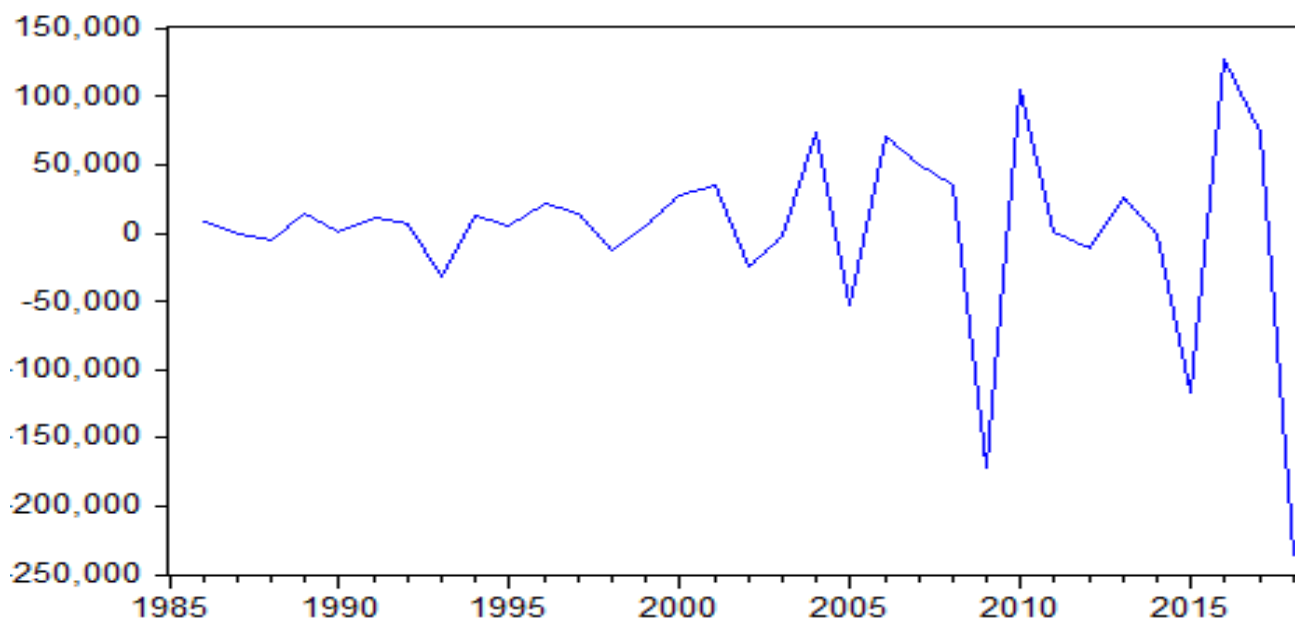


FIG. 3.3 – Graphe de la série drésultat.

On peut conclure que la série drésultat est stationnaire mais on doit confirmer par un test ADF.

Modèle sans tendance et avec constante

Exogenous: Constant

Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=8)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-8.619502	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.661661	
5% level	-2.960411	
10% level	-2.619160	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(DNAJAH)

Method: Least Squares

Date: 04/09/19 Time: 20:04

Sample (adjusted): 1988 2018

Included observations: 31 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DNAJAH(-1)	-2.624790	0.304518	-8.619502	0.0000
D(DNAJAH(-1))	0.807864	0.186069	4.341754	0.0002
C	16118.17	9754.487	1.652385	0.1096
R-squared	0.781607	Mean dependent var		-7648.645
Adjusted R-squared	0.766008	S.D. dependent var		108090.4
S.E. of regression	52286.28	Akaike info criterion		24.65862
Sum squared resid	7.65E+10	Schwarz criterion		24.79739
Log likelihood	-379.2086	Hannan-Quinn criter.		24.70386
F-statistic	50.10474	Durbin-Watson stat		2.160621
Prob(F-statistic)	0.000000			

Modèle avec tendance et avec constante

Exogenous: Constant, Linear Trend
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=8)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-8.397554	0.0000
Test critical values:		
1% level	-4.284580	
5% level	-3.562882	
10% level	-3.215267	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(DNAJAH)
Method: Least Squares
Date: 04/09/19 Time: 23:26
Sample (adjusted): 1988 2018
Included observations: 31 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DNAJAH(-1)	-2.613061	0.311169	-8.397554	0.0000
D(DNAJAH(-1))	0.803382	0.189472	4.240100	0.0002
C	22838.83	21457.13	1.064393	0.2966
@TREND("1985")	-379.1688	1073.711	-0.353139	0.7267

R-squared	0.782611	Mean dependent var	-7648.645
Adjusted R-squared	0.758457	S.D. dependent var	108090.4
S.E. of regression	53123.20	Akaike info criterion	24.71853
Sum squared resid	7.62E+10	Schwarz criterion	24.90356
Log likelihood	-379.1372	Hannan-Quinn criter.	24.77884
F-statistic	32.40053	Durbin-Watson stat	2.177156
Prob(F-statistic)	0.000000		

Modèle sans tendance et sans constante

Exogenous: none
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=8)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-8.245855	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.641672	
5% level	-1.952066	
10% level	-1.610400	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(DNAJAH)
Method: Least Squares
Date: 04/09/19 Time: 23:29
Sample (adjusted): 1988 2018
Included observations: 31 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DNAJAH(-1)	-2.489148	0.301867	-8.245855	0.0000
D(DNAJAH(-1))	0.742724	0.187191	3.967731	0.0004

R-squared	0.760311	Mean dependent var	-7648.645
Adjusted R-squared	0.752046	S.D. dependent var	108090.4
S.E. of regression	53823.59	Akaike info criterion	24.68715
Sum squared resid	8.40E+10	Schwarz criterion	24.77967
Log likelihood	-380.6509	Hannan-Quinn criter.	24.71731
Durbin-Watson stat	2.034172		

D'après le test ADF, la tendance, la constante et la racine unitaire sont non significative, ce qui affirme que la série obtenue est une série stationnaire.

3.3 Modélisation ARMA par la méthode de BOX-JENKINS

La série drésultat est stationnaire. On va lui chercher un modèle de type ARMA(p,q).

3.3.1 Identification des ordres p et q du modèle ARMA

Pour connaître les ordres du modèle ARMA(p,q), nous allons nous servir de corrélogrammes de la série stationnaire drésultat. En effet, le corrélogramme simple permet d'identifier un modèle $MA(q)$, alors que le corrélogramme partiel permet d'identifier un modèle $AR(p)$.

corrélogramme de la série stationnaire

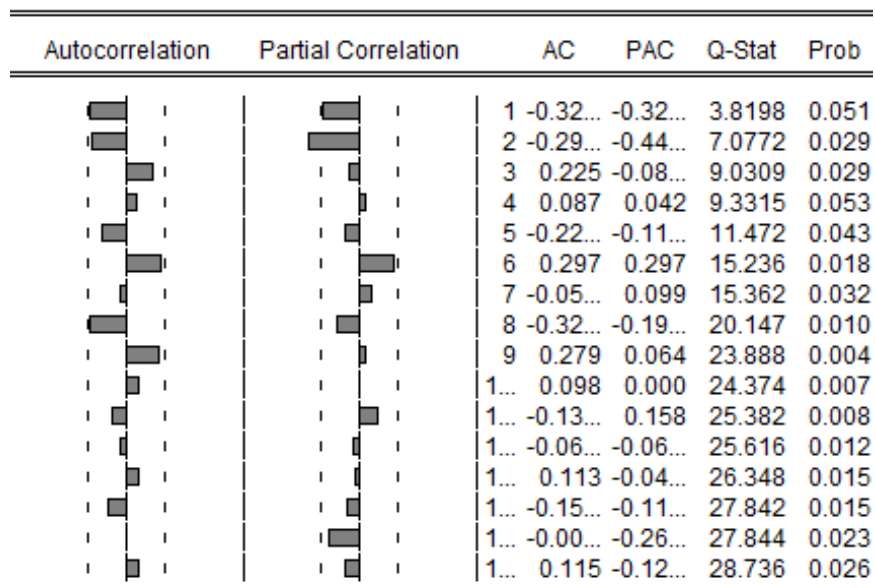


FIG. 3.4 – Corrélogramme de série drésultat.

Il ressort de ces corrélogrammes que la première autocorrélation (simple et partielle), la deuxième autocorrélation (partielle) et la huitième autocorrélation (simple) de la série *drésultat* est significativement différente de zéro. Nous trouvons les modèles pour les estimations : $AR(2)$, $MA(1)$, $AR(1)$, $MA(8)$, $ARMA(1,1)$, $ARMA(1,8)$, $ARMA(2,1)$, $ARMA(2,8)$.

3.3.2 Estimation de modèles ARMA

Après l'estimation des différents modèles, l'analyse de la significativité des coefficients nous conduisons à conserver les trois modèles ci après. Seuls les modèles dont les résidus sont de bruit blancs seront validés.

AR(1) :

$$drésultat_t = -0.503028drésultat_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Dependent Variable: DRESULTAT
Method: Least Squares
Date: 05/28/19 Time: 10:26
Sample (adjusted): 1987 2018
Included observations: 32 after adjustments
Convergence achieved after 3 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.503028	0.205945	-2.442531	0.0205
R-squared	0.160698	Mean dependent var		1997.281
Adjusted R-squared	0.160698	S.D. dependent var		70587.76
S.E. of regression	64667.88	Akaike info criterion		25.02267
Sum squared resid	1.30E+11	Schwarz criterion		25.06847
Log likelihood	-399.3627	Hannan-Quinn criter.		25.03785
Durbin-Watson stat	2.168659			
Inverted AR Roots	-0.50			

AR(2) :

$$drésultat_t = -0.484605drésultat_{t-2} + \varepsilon_t.$$

Dependent Variable: DRESULTAT
 Method: Least Squares
 Date: 05/28/19 Time: 10:34
 Sample (adjusted): 1988 2018
 Included observations: 31 after adjustments
 Convergence achieved after 3 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(2)	-0.484605	0.217825	-2.224739	0.0338
R-squared	0.140893	Mean dependent var	2050.839	
Adjusted R-squared	0.140893	S.D. dependent var	71753.91	
S.E. of regression	66507.28	Akaike info criterion	25.07974	
Sum squared resid	1.33E+11	Schwarz criterion	25.12599	
Log likelihood	-387.7359	Hannan-Quinn criter.	25.09482	
Durbin-Watson stat	2.642181			

MA(1) :

$$drésultat_t = 0.646653\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Dependent Variable: DRÉSULTAT

Method: Least Squares

Date: 04/10/19 Time: 00:13

Sample (adjusted): 1986 2018

Included observations: 33 after adjustments

Convergence achieved after 31 iterations

MA Backcast: 1985

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MA(1)	-0.646653	0.139248	-4.643886	0.0001
R-squared	0.310773	Mean dependent var		2190.879
Adjusted R-squared	0.310773	S.D. dependent var		69484.97
S.E. of regression	57686.19	Akaike info criterion		24.79326
Sum squared resid	1.06E+11	Schwarz criterion		24.83861
Log likelihood	-408.0888	Hannan-Quinn criter.		24.80852
Durbin-Watson stat	1.962014			
Inverted MA Roots	.65			

MA(8) :

$$drésultat_t = 0.819366\varepsilon_{t-8} + \varepsilon_t.$$

Date: 04/10/19 Time: 00:15
 Sample (adjusted): 1986 2018
 Included observations: 33 after adjustments
 Convergence achieved after 5 iterations
 MA Backcast: 1978 1985

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MA(8)	-0.819366	0.049347	-16.60432	0.0000
R-squared	0.310079	Mean dependent var		2190.879
Adjusted R-squared	0.310079	S.D. dependent var		69484.97
S.E. of regression	57715.24	Akaike info criterion		24.79426
Sum squared resid	1.07E+11	Schwarz criterion		24.83961
Log likelihood	-408.1054	Hannan-Quinn criter.		24.80952
Durbin-Watson stat	2.408894			
Inverted MA Roots	.98	.69-.69i	.69-.69i	.00-.98i
	-.00+.98i	-.69+.69i	-.69-.69i	-.98

ARMA(1,1) :

$$drésultat_t = -0.242254 drésultat_{t-1} + 0.568007\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Sample (adjusted): 1987 2018
 Included observations: 32 after adjustments
 Convergence achieved after 10 iterations
 MA Backcast: 1986

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.242254	0.315999	-0.766629	0.4493
MA(1)	-0.568007	0.232044	-2.447841	0.0204
R-squared	0.330057	Mean dependent var		1997.281
Adjusted R-squared	0.307725	S.D. dependent var		70587.76
S.E. of regression	58731.17	Akaike info criterion		24.85979
Sum squared resid	1.03E+11	Schwarz criterion		24.95140
Log likelihood	-395.7566	Hannan-Quinn criter.		24.89016
Durbin-Watson stat	1.900440			
Inverted AR Roots	-.24			
Inverted MA Roots	.57			

ARMA(1,8) :

$$drésultat_t = -0.428658 drésultat_{t-1} + 0.819092\varepsilon_{t-8} + \varepsilon_t.$$

Included observations: 32 after adjustments
 Convergence achieved after 7 iterations
 MA Backcast: 1979 1986

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.428658	0.203518	-2.106234	0.0437
MA(8)	-0.819092	0.049395	-16.58249	0.0000
R-squared	0.400980	Mean dependent var		1997.281
Adjusted R-squared	0.381013	S.D. dependent var		70587.76
S.E. of regression	55535.43	Akaike info criterion		24.74789
Sum squared resid	9.25E+10	Schwarz criterion		24.83950
Log likelihood	-393.9663	Hannan-Quinn criter.		24.77826
Durbin-Watson stat	2.011868			
Inverted AR Roots	-.43			
Inverted MA Roots	.98	.69-.69i	.69+.69i	-.00-.98i
	-.00+.98i	-.69+.69i	-.69+.69i	-.98

ARMA(2,1) :

$$drésultat_t = -0.405737 drésultat_{t-2} + 0.522227\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Date: 04/10/19 Time: 00:24
 Sample (adjusted): 1988 2018
 Included observations: 31 after adjustments
 Convergence achieved after 103 iterations
 MA Backcast: 1987

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(2)	-0.405737	0.239134	-1.696693	0.1005
MA(1)	-0.522227	0.176688	-2.955654	0.0061
R-squared	0.357366	Mean dependent var		2050.839
Adjusted R-squared	0.335207	S.D. dependent var		71753.91
S.E. of regression	58504.45	Akaike info criterion		24.85393
Sum squared resid	9.93E+10	Schwarz criterion		24.94645
Log likelihood	-383.2360	Hannan-Quinn criter.		24.88409
Durbin-Watson stat	2.023795			
Inverted MA Roots	.52			

ARMA(2,8) :

$$drésultat_t = -0.160341 drésultat_{t-2} + 0.820144\varepsilon_{t-8} + \varepsilon_t.$$

Sample (adjusted): 1988 2018
 Included observations: 31 after adjustments
 Convergence achieved after 7 iterations
 MA Backcast: 1980 1987

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(2)	-0.160341	0.217943	-0.735702	0.4678
MA(8)	-0.820144	0.050522	-16.23345	0.0000
R-squared	0.321495	Mean dependent var		2050.839
Adjusted R-squared	0.298098	S.D. dependent var		71753.91
S.E. of regression	60115.13	Akaike info criterion		24.90825
Sum squared resid	1.05E+11	Schwarz criterion		25.00077
Log likelihood	-384.0779	Hannan-Quinn criter.		24.93841
Durbin-Watson stat	2.585891			
Inverted MA Roots	.98	.69-.69i	.69-.69i	.00+.98i
	-.00-.98i	-.69-.69i	-.69+.69i	-.98

Et pour pouvoir choisir un bon modèle parmi ceux présente, on construit un tableau de comparaison de leurs critères d'information et nous retenons le modèle qui minimise ces critères.

Tableau de comparaison

modèle	AKAIKE	SCHWARZ
AR(1)	25.02	25.06
AR(2)	25.07	25.12
MA(1)	24.793	24.838
MA(8)	24.794	24.8396
AR(1) MA(1)	24.859	24.95
AR(1) MA(8)	24.74	24.8395
AR(2) MA(1)	24.853	24.94
AR(2) MA(8)	24.90	25.00

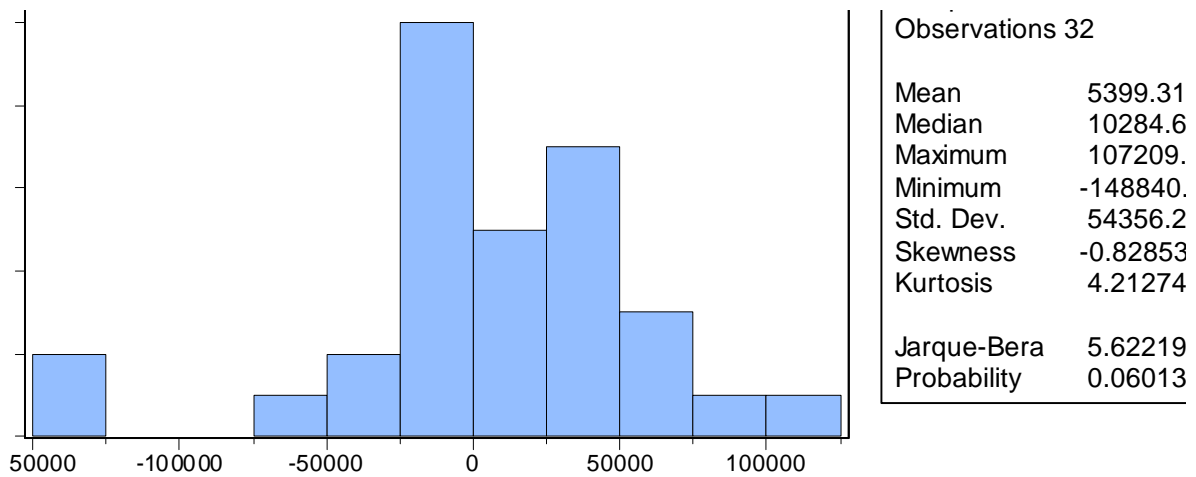
TAB. 3.2 – Tableau de comparaison des critères d’information.

D’après le tableau nous pouvons retenir le modèle $ARIMA(1,1,8)$ parce que c’est le modèle qui minimise les critères d’information de **AKAIKE** et **SCHWARZ** par rapport aux autres modèles. Alors notre modèle est :

$$drésultat_t = -0.428658 drésultat_{t-1} + 0.819092\varepsilon_{t-8} + \varepsilon_t.$$

3.3.3 Validation du modèle**Test de normalité pour les résidus du modèle $ARIMA(1,1,8)$**

On veut tester la normalité des résidus du modèle $ARIMA(1,1,8)$:

FIG. 3.5 – Normalité des résidus du modèle $ARIMA(1,1,8)$

La statistique $BJ < \chi_{1-\alpha}^2(2)$ ($5.622191 < 5.991$) avec $\alpha = 0.05$; alors on accepte l'hypothèse de normalité des résidus au seuil α du modèle $ARIMA(1, 1, 8)$.

Test de Student des paramètres (significativité statistique)

Ce test consiste à vérifier que les paramètres du modèle qui ont été estimés sont statistiquement différents de 0. Les hypothèses du test sont :

$$\begin{cases} H_0 : \phi = 0 \text{ le coefficient est non significatif} \\ H_1 : \phi \neq 0 \text{ le coefficient est significatif} \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} H_0 : \theta_1 = 0 \text{ le coefficient est non significatif} \\ H_1 : \theta_1 \neq 0 \text{ le coefficient est significatif} \end{cases}$$

Test 1 : au risque de 5%, le paramètre du modèle est statistiquement différent de Zéro car $|t - stat| = 2.442531 > 2$.

Test 2 : au risque de 5%, le paramètre du modèle est statistiquement différent de Zéro car $|t - stat| = 16.60432 > 2$.

Donc notre modèle $ARIMA(1, 1, 8)$ valide, il est le bon modèle pour modéliser notre série "nombre des étudiants succès en baccalauréat (Algérie depuis 1985 jusqu'à 2018)".

3.4 prévision

D'après le programme Eviews, les prévisions de six années sont dans le tableau suivant :

années	résultat
2019	212820
2020	230935
2021	221915
2022	192309
2023	214495
2024	214913

TAB. 3.3 – Prévision du nombre des étudiants succès en baccalauréat

Conclusion

Dans notre étude de l'approche ARIMA, les données actuelles ont été bien ajustées, ainsi que les prévisions du comportement futur. L'approche d'ARIMA a permis de concevoir une série utilisant la méthode BOX & JANKINS.

Dans le but de cet étude de modéliser la série **résultats du baccalauréat en Algérie (1985-2018)** (estimation et prévision). Les résultats de l'analyse de notre série montrent que le modèle approprié pour cette série est ARIMA(1,1,8). Finalement, nous obtenons les prévisions du nombre des étudiants pour six années.

Bibliographie

- [1] Agung, I.G.N (2009). Time Series Data Analysis Using Eviews, John Wiley & Sons. Singapore.
- [2] Arthur, C. (2011). Modèles de prévision séries temporelles, UQAM, ACT6420, Hiver.
- [3] Bourbonnais, R., Terraza, M. (2004), Analyse des séries Temporelles, Dunod, Paris.
- [4] Bernard, R. (1993). Les series chronologiques. Centre Interuniversitaire de Calcul de Grenoble.
- [5] Corinne, P. (2005). Séries chronologiques, Magistère d'Economie–Deuxième année, Université Paris I.
- [6] Dégerine, S. (2005). Cours de série chronologique. Université Joseph Fourier.
- [7] Dufour, J. (2003). Histoire de l'analyse des séries chronologiques.
- [8] Florenece, N. (2006). Généralités sur les séries chronologiques.
- [9] Florin,A., (2012). Séries temporelles : régression, et modélisation ARIMA(p,d,q).
- [10] Jean, L. (2005). Processus stationnaires et prévision, Université Pierre et Marie Curie, Master de Mathématiques.
- [11] Jonas, K., K. (2018). Prévision par l'approche méthodologique de Box et Jenkins : Cas d'une Série Non Saisonnière et Non Stationnaire du type TS (Pratique sur EViews et Stata).
- [12] John.W & Sons (1995). Applied econometric time series. New York.
- [13] Hélène, H. (2002). ECONOMETRIE DES SERIES TEMPORELLES. Licence. France.
- [14] Monbet, V. (2013). Modélisation de séries temporelles.
- [15] Roesbeck, J. D., Fichet, B. et Tassi, Ph. (1989). Séries Chronologique : Théorie et Pratique des Modèles ARIMA. Economica.
- [16] Serigne, M. (2007). Analyse et prévision des série temporelles par la méthode de Box & Jenkins.

- [17] Shumway, R.H. and Stofer, D.S. (2005). Time Series Analysis and Its Applications. SPRINGER, New York.
- [18] Tenenhaus, M. (2007). Statistique ; Méthodes pour décrire, expliquer et prévoir. Dunod, Paris.

Résumé

Dans ce mémoire, nous étudions les modèles de Box & Jenkins, c'est-à-dire ARIMA (en fonction du degré d'autorégression, du degré d'intégration et des moyennes mobiles) en étudiant et en estimant la série chronologique .le nombre des étudiants succès en baccalauréat (Algérie depuis 1985-2018). et en prédisant le comportement futur de notre série.

Mots clés: Série chronologique, estimation , ARIMA , méthode de Box & Jenkins.

Abstract

The objective of the memory is to study the models of Box & Jenkins, ie ARIMA (depending on the degree of self-regression, degree of integration, and the moving averages) by studying and estimating the time series the number of students success in baccalaureate (Algeria since 1985-2018).and predicting the future behavior of our time series.

Keywords: Time series, estimate, ARIMA , method of Box & Jenkins.

ملخص

تهدف المذكرة إلى دراسة نماذج بوكس جنكيز، أي نماذج ARIMA (يعتمد على درجة الانحدار الذاتي ودرجة التكامل ودرجة المتوسطات المتحركة) وذلك من خلال دراسة و تقدير السلسلة الزمنية عدد الناجحين في البكالوريا خلال السنوات (1985-2018) والتنبؤ بالسلوك المستقبلي للسلسلة الزمنية.

الكلمات المفتاحية : السلاسل الزمنية، تقدير، ARIMA ، منهجية بوكس وجنكيز.