



UNIVERSITÉ KASDI MERBAH
OUARGLA
Faculté des Mathématiques et sciences de la Math

N° d'ordre :
N° de série :

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

MASTER

Spécialiste : MATHÉMATIQUES

Option : probabilité et statistique

Par : MILI SABRINA

Thème

Étude de défaillances d'un matériel (Modélisation de panne)

Soutenu publiquement le : .. / 06 / 2019

Devant le jury :

Baheddi Aissa	Université KASDI Merbah- Ouargla	Encadreur.
Mr. BOUSSAAD Abdelmalek	Universié KASDI Merbah -Ouargla	Président
Akti Mouhammed	Université KASDI Merbah- Ouargla	Examineur

Dedication

Avec l'aide de DIEU le tout-puissant et les personnes qui m'ont aidé, j'ai pu achever ce modeste travail, que je dédie à mes très chers parents et en particulier à ma mère.

Tous les mots du monde ne sauraient exprimer l'immense amour que je vous porte, ni la profonde gratitude que je vous témoigne pour tous les efforts et les sacrifices que vous n'avez jamais cessé de consentir pour mon instruction et mon bien être.

Que Dieu tout puissant vous garde et vous procure santé, bonheur et longue vie pour que vous demeuriez .à mes très chère grands parents

à mes frères salma(Son fils Anas et son mari Abd Jalil),Nasrin Abobakr,sami,inas,ikram.

À mes amis et amies Achouak.Gouni, et Kouloude.A, Najat. M,Roumassa.

Toute ma famille MILI

,À tous mes amis et aux étudiants Mes collègues de l'Université de Kasdi Merbah Ouargla

Je remercie monsieur Baheddi Aissa mon professeur Pour encadrer cette thèse, ses conseils Toujours pertinent et attentif, Et soutien pendant la mémaire.

À mon fiancé Abdelhak Kadri qui m'a aidé dans ses efforts avec moi.

Je voudrais rendre hommage à tous ceux qui, plus ou moins récemment, de près ou de loin, à leur manière m'ont aidé à mener à bien cette mémoire.

Remerciement

Ce travail est dédié à :

À mes chers parents.

remercie monsieur Baheddi Aissa mon professeur Pour encadrer cette mémoire.

J'adresse aussi mes sincères remerciements aux membres de jury qui ont bien voulu examiner et juger ce travail. Qu'il me soit permis ici de présenter mes vifs remerciements et profond respect à BOUSSAAD Abdelmalek . À la famille Mili.

A mes meilleures amies.

Mes collègues en Probabilités et Statistiques.

Université de Kasdi Marbah Ouargla A toute personne ayant contribué de près ou de loin à ce mémoire Un grand Merci.

M.SABRINA

Notations

- ▷ $R(t)$:Fonction de fiabilité.
- ▷ $F(t)$:Fonction de défaillance.
- ▷ $f(t)$:Densité de probabilité.
- ▷ $\lambda(t)$: Taux de défaillance.
- ▷ μ : Taux de réparation
- ▷ MTTP :(Mean Time To Failure).
- ▷ MTBF : (Mean time between failure).
- ▷ D : Disponibilité.
- ▷ $M(t)$: Maintenance.
- ▷ $g(t)$: densité de probabilité du temps du réparation.
- ▷ \tilde{F} : Fonction décroissante.

Table des matières

Dedication	1
Remerciement	2
Notations	3
Introduction	6
1 Fiabilité et maintenance :	9
1.1 Théorie de la fiabilité :	9
1.1.1 Fiabilité en temps discret :	9
1.1.2 Défaillances :	10
1.1.3 Indices de fiabilité :	10
1.1.3.1 Fonction de Fiabilité en temps continu :	10
1.1.3.2 Fonction de Défaillance en temps continu :	11
1.1.3.3 Taux de défaillance :	12
1.1.4 Le taus de défaillance en temps discret :	14
1.1.4.1 MTTF	15
1.1.4.2 MTBF :	15
1.1.4.3 Fiabilité des systèmes :	17
1.1.5 les lois de probabilité utilisées en fiabilité :	21
1.1.6 La disponibilité :	24
1.1.7 La maintenabilité :	24
1.1.8 Maintenance :	25

TABLE DES MATIÈRES

1.1.8.1	Temps de défaillance :	27
1.1.8.2	Types des défaillances :	27
1.1.8.3	Classer les défaillances :	28
1.1.8.4	Opérations de la maintenance	28
1.2	La relation entre la fiabilité et la maintenance :	29
1.3	Relation entre fiabilité et maintenabilité et disponibilité	30
2	Modèles de défaillance	31
2.1	Fiabilité des systèmes non réparables :	31
2.2	Fiabilité des système réparables :	32
2.3	Le processus de comptage	32
2.4	processus de naissance :	32
2.5	Processus de morts	32
2.6	Processus de naissances et de morts	33
2.7	Processus de renouvellement	34
2.7.1	Chaînes de Markov :	35
2.8	Modèle VirMaLab :	36
2.9	Exemple étude de cas :	39
	Conclusion	42
	Bibliography	43

Introduction

Après l'expansion de l'industrie et les complexités de la mécanique et de la mécatronique, l'intérêt pour la fiabilité s'est accru. Pour maintenir l'équipement en bon état de fonctionnement dans un établissement industriel, il est nécessaire d'améliorer un ensemble de normes telles que la fiabilité, la maintenabilité et la disponibilité. et la maintenance. Nous sommes uniquement intéressés à étudier l'élément jusqu'à la défaillance. la notion de maintenance (correctives, préventives) son importance Une maintenance est effectuée pour prévenir les défaillances du système et restaurer la fonction du système en cas de défaillance.

Problématique :

Comment étudier la défaillances d'un matériel ?

Quels sont les moyens utilisés pour entretenir l'équipement ?

Des hypothèses :

La fiabilité et la maintenance jouent un rôle dans la réduction de la défaillance.

Le choix d'un modèle reflète la relation entre fiabilité et maintenance.

Objectifs de l'étude nous avons tenté dans ce travail de trouver des réponses aux problèmes posés. Notre travail se divise en :

État l'art :

1-Fiabilité Maintenabilité Disponibilité :

Auteur : Pr-Ahmed Belleouar ou M.A Salima Beleulmi.

Au titre : Fiabilité Maintenabilité Disponibilité.

Source : Université Constantine 1 . Année : 2013/2014

Résumé :

Ce livre traite de la maintenabilité et de la disponibilité de la théorie pure et de la fia-

bilité ,La maintenabilité par analogie au maintien des équipements en état de service et par conséquence assuré leur disponibilité.

2-Modélisation de la fiabilité et de la maintenance par modèles graphiques probabilistes : application à la prévention des ruptures de rail :

Auteur :Roland Donat.

Au titre :Modélisation de la fiabilité et de la maintenance par modèles graphiques probabilistes : application à la prévention des ruptures de rail.

Source :Docteur de l'Institut National des sciences Appliquées de Rouen.

Résumé : Cette étude s'intéresse en particulier à la dynamique,d'évolution des défauts de l'usure des rails.Divisé en trois étapes .Modélisation de la dynamique de la dégradation du rail.

Formaliser les processus de maintenance associés au traitement des défauts de Fatigue.

Intégration d'un modèle économique pour évaluer une politique de maintenance particulière (coûts de réparation, de surveillance de la voie, d'indisponibilité).

4-Modélisation et évaluation de la fiabilité des systèmes mécatroniques : application sur système embarqué

Auteur : Alin Gabriel Mihalache

Au titre :Modélisation et évaluation de la fiabilité des systèmes mécatroniques : application sur système embarqué

Source :Université d'Angers, Français.Année :17/12/2007.

Résumé : Dans ce mémoire,l'auteur a presulé une méthodologie d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle,expérimentale et opérationnelle pour permettre aux industriels de mieux.appréhender les principes d'estimation de la fiabilité tout au long du cycle de vie des système mécatroniques.

5-Fiabilité des Systèmes Mécaniques

Auteur :REGHIS Kenza.

Au titre :Fiabilité des Systèmes Mécaniques.

Source :UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA. Année :mai 2016.

Résumé : Dans ce mémoire l'auteur deux méthodes pour estimer la fiabilité du système

parmi ses composantes, La première méthode concerne l'estimation des données. La seconde est le rapport entre les paramètres estimés des lois en vignenr.

-L'étude théorique de la fiabilité des systèmes mécanique, car l'étude de la fiabilité d'un équipement permet de connaître sa période de fonctionnement et d'optimiser son exploitation afin d'augmenter la production.

6-Étude de la fiabilité et de la disponibilité des équipements au niveau de l'entreprise MAC-SOUM

Auteur :CHAHBOUNE Sofiane ou HAMMOU Rahima.

Au titre :Université Abderahmane MIRA -Béjaia. Année :Jnin2016.

Résumé : l'auteur nous a expliqué la relation entre fiabilité maintenance et disponibilité, C'est la fiabilité ou le temps de réparation de l'équipement doit être augmenté en fonction de la taille du système et du coût associé à l'augmentation de la fiabilité ou à la réduction du temps de réparation on les lieux à la fois.

L'objectif principal de cette étude est d'identifier l'impact des défaillances sur les équipements.

Après avoir examiné les références ci-dessus, on peut conclure que : Les références se réfèrent aux cas du système en particulier et étendent leur fiabilité et leur maintenance et il existe des applications dans les entreprises et le rail et diversifiées en termes de mécanique et de mécatronique.

Le plan de travail : La mémoire comporte deux chapitres :

- Dans le premier chapitre nous limitons à un rappel sur des notions et définitions de base de la théorie de la fiabilité et certains concepts associés tels que qualité, disponibilité, la maintenance, La maintenabilité. Tous ces concepts sont plus ou moins interconnecter, nous introduisons un certain nombre de lois de probabilité qui peuvent être utilisées pour modéliser la durée de vie d'un élément . Le distributions de durée de vie (loi exponentielle, loi Weibull,...).

-On présente au deuxième chapitre la théorie du processus de Markov ou le processus de comptage des naissances et morts nous adapterons ce processus au cas de la défaillance qu se produit.

Chapitre 1

Fiabilité et maintenance :

La fiabilité est une caractéristique d'un dispositif exprimée par la probabilité qu'il accomplit une fonction dans des conditions données pendant un temps donné, par la probabilité $R(t)$.

1.1 Théorie de la fiabilité :

La théorie de la fiabilité a pour objectif d'étudier l'aptitude des dispositifs techniques à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, durant un temps donné. La maintenance, de son côté a pour objectif essentiel d'assurer continuellement le bon état de marche des installations dans les meilleures conditions de qualité et de prix de revient. Soit X l'ensemble des états du système dont X est composé se X_U et X_D , $X = X_D \cup X_U$, Les ensembles X_U contiennent des états d'exécution et X_D contiennent les échecs. ¹

1.1.1 Fiabilité en temps discret :²

Définition : Soit $(X_t)_{t \geq 1}$ une suite de variables aléatoires à valeurs dans un ensemble d'état du système $\mathcal{X} = \mathcal{X}_U + \mathcal{X}_D$ (*) au cours du temps .

La fiabilité ou fonction de survie d'un système en temps discret est définie par la fonction

¹Chahboune Sofian ou HAMMOU Rahima ,Étude de la fiabilité et de la disponibilité des équipements au niveau de l'entreprise MAC-SOUM, Université Abderahmane MIRA-Béjaïa. Jnin 2016[page12]

²Modélisation de la fiabilité et de la maintenance par modèles graphiques probabilistes :application à la prévention des ruptures de rail,20 Jan 2011[page77].

(*) $\mathcal{X} = \mathcal{X}_U + \mathcal{X}_D$ dont \mathcal{X}_U représente l'ensemble des états de fonctionnement et \mathcal{X}_D représente l'ensemble des états de panne

$$R : \begin{cases} N^* \longrightarrow [0, 1] \\ t \longrightarrow R(t) = P(\mathcal{X}_1 \in \mathcal{X}_U, \dots, \mathcal{X}_t \in \mathcal{X}_U). \end{cases}$$

D'un $R(t)$ représente la probabilité que le système reste dans un état de fonctionnement jusqu'à l'instant t . On a par convention $R(0) = 1, R(+\infty) = 0$.

1.1.2 Défaillances :

la cessation de l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise (l'état de panne). représente l'état de défaillance.

1.1.3 Indices de fiabilité :³

Pour dépasser le concept de fiabilité mathématique, il faut prendre soin de l'appareil et de sa durée, afin que la défaillance du système de fiabilité théorique puisse se produire à tout moment, nous conduit à considérer qu'une variable aléatoire X n'est pas négative associée à la fonction d'intensité.

1.1.3.1 Fonction de Fiabilité en temps continu :⁴

La fiabilité $R(t)$ représente la probabilité de fonctionner pendant une durée donnée $[0 ; t]$, la probabilité que l'équipement fonctionne sans défaillance.

$$\begin{aligned} R(t) &= P(X \geq t) = 1 - F(t) \\ &= \int_t^{+\infty} f(u) du = \bar{F}(t) \end{aligned}$$

une variable aléatoire X caractérisant l'instant de défaillance.

Il en résulte que :

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$$

³Etude de la fiabilité et de la disponibilité des équipements au niveau de l'entreprise MAC-SOUM, Université Abderahmane MIRA - Béjaïa. Jnin 2016.

⁴Modélisation de la fiabilité et de la maintenance par modèles graphiques probabilistes : application à la prévention des ruptures de rail, 20 Jan 2011.

Avec : \bar{F} est une fonction décroissante.

$$\begin{cases} \bar{F}(0) = 1 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{F}(t) = 0 \end{cases}$$

La probabilité du bon fonctionnement à l'instant t est notée par $R(t)$

La fonction de défaillance $F(t)$ et la fonction de fiabilité $R(t)$ sont exprimées à partir de la fonction de densité $f(t)$ par la relations suivante.

$$F(t) = \int_0^t f(u)du \quad (\text{fonction de défaillance})$$

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(u)du = \int_t^{\infty} f(u)du \quad (\text{fonction de fiabilité})$$

1.1.3.2 Fonction de Défaillance en temps continu :⁵

Ou définit la fonction de défaillance par un taux appelé taux de panne.

$$F(t) = P(X < t) = \int_0^t f(u)du$$

Cette fonction est représenté par $F(t)$ est la probabilité que le composant tombe en panne avant t .

* F est une fonction croissante

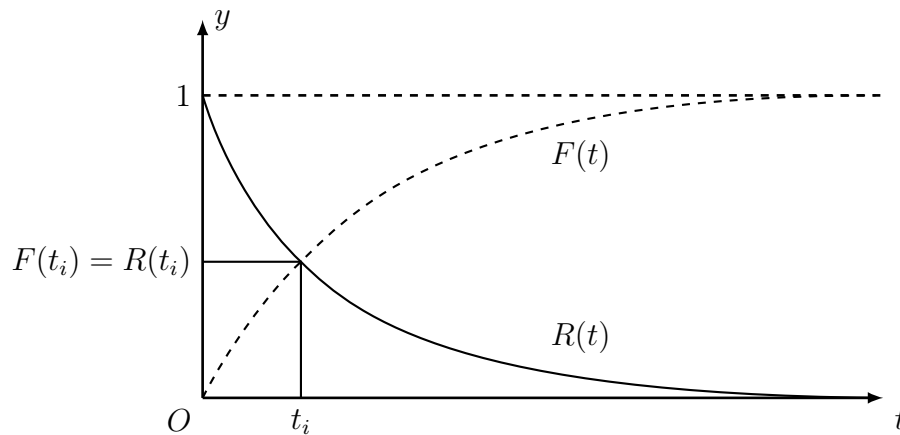
* $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$

Remarque :La fonction de fiabilité et la fonction de défaillance.

complètent. $R(t) + F(t) = 1$, en effet

$$R(t) + F(t) = 1 - F(t) + F(t) = 1$$

⁵Modélisation de la fiabilité et de la maintenance par modèles graphiques probabilistes : application à la prévention des ruptures de rail,20 Jan 2011.



Fonction associée(Fiabilité ou Défaillance)⁶

Remarque :

$R(t_i) = F(t_i)$ L'appareil a atteint le stade où la fonction de fiabilité est égale la fonction de défaillance .

1.1.3.3 Taux de défaillance :⁷

Le taux de panne est défini par r représente la probabilité "infinitésimale" de panne à l'instant t , sachant que le composant a survécu jusqu'à la date t le périphérique s'effondre entre $(t + \Delta t)$ Il est donné par

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

⁶Pr.Ahmed Belleouar and M.A. Salima Beleulmi ,Fiabilite Maintenabelite Disponibilite,Universits Constantine 1,(2013-2014).

⁷Pr. Ahmed Belleouar end M.A. Salima Beleulmi .Fiabilité Maintenabelite Disponibilité,Universits Constantine 1,(2013-2014)

Proof :

$$\begin{aligned}
 \lambda(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t P(T < t)} \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{(P(t < T < t + \Delta t))}{1 - F(t)} \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t (R(t))} \quad \text{on a } F(t) = 1 - R(t) \\
 &= \frac{1}{R(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \quad \text{et } f(t) = -R'(t) \\
 &= \frac{1}{R(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1 - R(t + \Delta t) + R(t) - 1}{\Delta t} \\
 &= \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + dt)}{dt (R(t))} \\
 &= - \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{R(t + dt) - R(t)}{dt (R(t))} \\
 &= \frac{F'(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad \blacksquare
 \end{aligned}$$

Donc

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{\bar{F}(t)} = \frac{-d \log R(t)}{dt} = \frac{-dR(t)/dt}{R(t)}$$

où \bar{F} :représente la fonction de survie.

En intégrant le deux nombres de 0 à t sachant que $R(t) = 1$

$$\bar{F}(t) = R(t) = \exp\left(\int_0^t \lambda(s) ds\right)$$

\bar{F} :s'exprime en fonction du taux de panne.

Le taux de défaillance en temps discret $\lambda(t)$ s'exprime en fonction de la fiabilité :

$$\lambda(t) = \begin{cases} 1 - \frac{R(t)}{R(t-1)} & \text{si } R(t-1) \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Taux de réparation :

$$\mu = \frac{1}{MTTF}$$

1.1.4 Le taux de défaillance en temps discret :

Le taux de défaillance d'un système en temps discret est défini par en fonction :

$$h : \begin{cases} N^* \longrightarrow [0, 1] \\ t \longrightarrow h(t) = P(\mathcal{X}_t \in \mathcal{X}_D / \mathcal{X}_1 \in \mathcal{X}_U, \dots, \mathcal{X}_t \in \mathcal{X}_U) \end{cases}$$

Les mécanismes de défaillance : Il est important de connaître les mécanismes de la défaillance pour déterminer la structure optimale du système et l'évaluation de sa fiabilité. La fiabilité des systèmes, des sous-ensembles et des composants est souvent décrite par la courbe caractéristique dite en "baignoire". Elle décrit l'évolution du taux de défaillance $\lambda(t)$ en fonction du temps t .

Les étapes de la vie d'un système sont :

la période de jeunesse :

Le taux de défaillance est élevé au début de la vie du système. Ensuite, il diminue assez rapidement avec le temps (taux de défaillance décroissant).

période utile :

il se stabilise à une valeur qu'on souhaite aussi basse que possible pendant une période appelée période de vie utile (taux de défaillance constant).

La période de vieillissement :

il remonte lorsque l'usure et le vieillissement font sentir leurs effets (taux de défaillance croissant).

La période de jeunesse concerne les défaillances précoces dues à des problèmes de conception (mauvais dimensionnement d'un composant, ...) ou de production (dérive d'un processus de fabrication,...), La période utile, plus ou moins importante selon le type de matériel (plus pour l'électronique et moins pour la mécanique), est caractéristique des défaillances aléatoires. La période d'usure ou de vieillissement correspond aux défaillances dues à des phénomènes d'usure, de vieillissement, ..

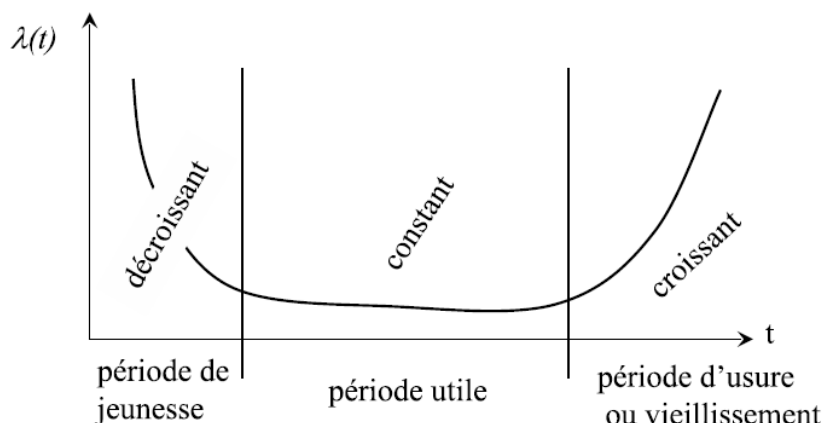


FIGURE 1.1 : La courbe en baignoire

Cette courbe représente les trois étapes de vie d'un système.

1.1.4.1 MTTF

MTTF (Mean Time To Failure) : le temps moyen des fonctionnements avant la première panne est défini par l'espérance de la variable aléatoire T .

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(T) &= \int_0^{\infty} R(t) dt \\ &= \int_0^{\infty} t f(t) dt \\ &= \int_0^{\infty} \bar{F}(t) dt \end{aligned}$$

Où f représente la densité de probabilité.

1.1.4.2 MTBF :⁸

MTBF (Mean time between failure) : le temps moyen entre les pannes ou moyenne des temps de bon fonctionnement.

$$MTBF = \frac{\text{temps total de fonctionnement pour l'ensemble des produits}}{\text{Nombre total de défaillances}}$$

MTBF est l'espérance mathématique des défaillances :⁹.

⁸Alin Gabriel Mihalache, Modélisation et évaluation de la fiabilité des systèmes mécatroniques : application sur système embarqué, UNIVERSITÉ D'ANGERS, 29 Mar 2010.

⁹Benkhelifa A, Fiabilité des équipements de D T M Analyse fonctionnelle et implications organisationnelles de la fonction maintenance de transport, Mémoire, Université Kasdi Merbah-Ouargla, (2011)

$$MTBF = \int_{-\infty}^{+\infty} t f(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} R(t) dt$$

10

$$\lambda = \frac{1}{MTBF}$$

On a :

$$MTBF = MDT + MUT$$

où $M(t)$ représente la fonction de maintenabilité.

- MTTR :(Mean Time To Repair) temps moyen pour réparer

Exprime la moyenne des temps de tâches de réparation. Il est calculé en additionnant les temps actifs de maintenance.

$$MTTR = \frac{\text{Temps d'arrêt Total}}{\text{nombre d'arrêts}}$$

- MUT :(Mean Up Time) temps de moyen de fonctionnement

Le temps moyen jusqu'à défaillance est :

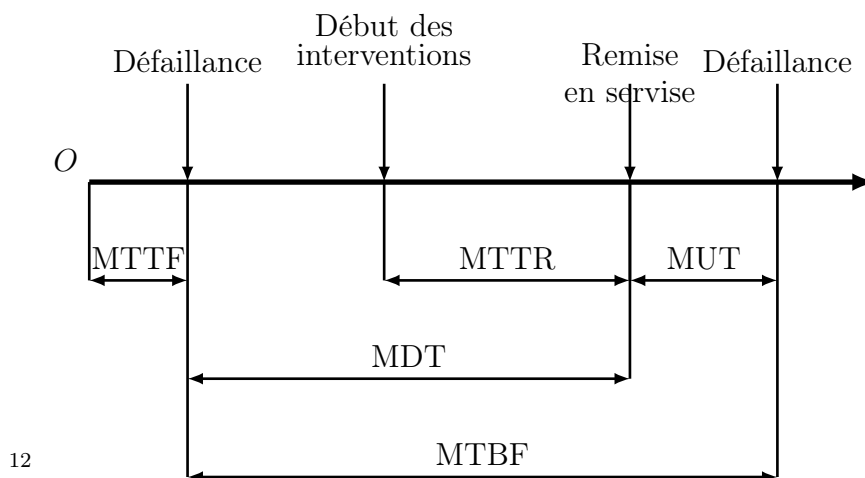
$$MUT = \frac{\sum \text{temps de bon fonctionnement}}{\text{nombre d'intervalles temps de bon fonctionnement}}$$

$$MUT = \int_0^{+\infty} R(t) dt$$

- MDT :(Mean Down Time) temps moyen de panne¹¹

¹⁰Benkhelifa A, Fiabilité des équipements de D T M Analyse fonctionnelle et implications organisationnelles de la fonction maintenance de transport, Mémoire, Université Kasdi Merbah-Ouargla, (2011) [page 31]

¹¹Modélisation de la fiabilité et de la maintenance par modèles graphiques probabilistes : application à la prévention des ruptures de rail, 20 Jan 2011.



12

La présentation des différentes grandeurs en fonction du temps.

Résultat : Pour déterminer le MTBF prévisionnel d'un équipement et surtout son taux de défaillances, la fiabilité de chaque branche étant calculée par multiplication des fiabilités (assemblage en série) ou des probabilités de défaillance.

1.1.4.3 Fiabilité des systèmes :

La fiabilité de système est constituée de plusieurs composants

1. En série :

le système en série est un système qui ne fonctionne que si tous ses composants fonctionnent. R_s La fiabilité des composants. On suppose que les n composants du système sont indépendants de durée de vie T_i ($i = 1, \dots, n$) et de caractéristiques $R_i(t)$;

$\lambda_i(t)$ et $m_i(t)$. Un système en série tombe en panne dès qu'un de ses composants tombe en panne, on a donc :

$$T = \min\{T_1, \dots, T_n\}$$

¹²Benkhelifa A. Fiabilité des équipements de D T M Analyse fonctionnelle et implications organisationnelles de la fonction maintenance de transport, Mémoire. Université Kasdi Merbah-Ouargla. (2011)

* La fiabilité du système est alors :

$$\begin{aligned}
 R(t) &= P(T > t) \\
 &= P(\min \{T_1, \dots, T_n\} > t) \\
 &= P((T_1) \cap (T_2) \cap \dots \cap (T_n) > t) \\
 &= P(T_1 > t) \times P(T_2 > t) \times \dots \times P(T_n > t) \\
 &= \prod_{i=1}^n P(T_i > t) \\
 &= \prod_{i=1}^n R(t)
 \end{aligned}$$

* Taux de défaillance .

on a

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t)$$

Preuve.

$$\begin{aligned}
 R(t) &= \prod_{i=1}^n R_i(t) \\
 &= \prod_{i=1}^n \left[\exp\left(-\int_0^t \lambda_i(u) du\right) \right] \\
 &= \exp\left(-\sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(u) du\right) \\
 &= \exp\left(-\int_0^t \sum_{i=1}^n \lambda_i(u) du\right)
 \end{aligned}$$

on a

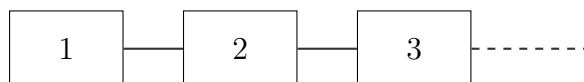
$$R(t) = \prod_{i=1}^n \exp\left(-\int_0^t \lambda_i(u) du\right) = \exp\left(-\int_0^t \sum_{i=1}^n \lambda_i(u) du\right)$$

Donc :

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t)$$

le taux de défaillance d'un système en série à composants est égal à la somme des taux de défaillance des ces composantes. ■

$$MTTF = \int_0^{+\infty} R(t) dt = \int_0^{+\infty} \prod_{i=1}^n R_i(t) dt = \int_0^{+\infty} \exp\left(-\int_0^{+\infty} \sum_{i=1}^n \lambda_i(u) du\right) dt$$



Systeme en serie.¹³

2.En parallèle : Le système parallèle fonctionne si au moins un composant est en bon état, le système est désactivé en cas de défaillance simultanée de tous les composants.

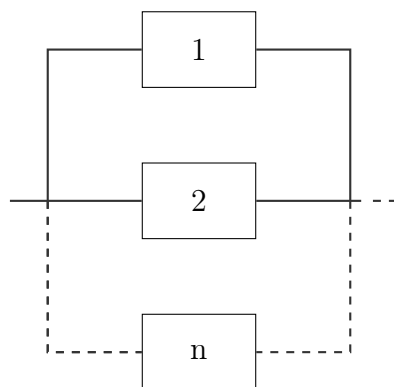
la défaillance du système en parallèle survient quand tous ses composants sont en panne.

on a donc :

$$T = \max \{T_1, \dots, T_n\}$$

* Fiabilité du système en parallèle :

$$\begin{aligned} R(t) &= P(T > t) = 1 - P(T \leq t) \\ &= 1 - P((\max \{T_1, \dots, T_n\}) \leq t) \\ &= 1 - P((T_1 \leq t) \cap (T_2 \leq t) \cap \dots \cap (T_n \leq t)) \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n P(T_i \leq t) \quad [T_i \text{ independantes}] \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P(T_i > t)] \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n [1 - R_i(t)] \end{aligned}$$



Systeme en parallèle.¹⁴

¹³Pr. Ahmed Belleouar end M.A. Salima Beleulmi .Fiabilité Maintenabelite Disponibilité,Universits Constantine 1,(2013-2014)

¹⁴Pr. Ahmed Belleouar end M.A. Salima Beleulmi. Fiabilité Maintenabelite Disponibilité,Universits Constantine 1,(2013-2014)

* Taux de défaillance :

on a :

$$\lambda(t) = -\frac{R'(t)}{R(t)}$$

et

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - \exp(-\int_0^t \lambda_i(u) du)]$$

Fiabilité du système K/n

C'est un système qui ne fonctionne que si au moins K composants parmi n.

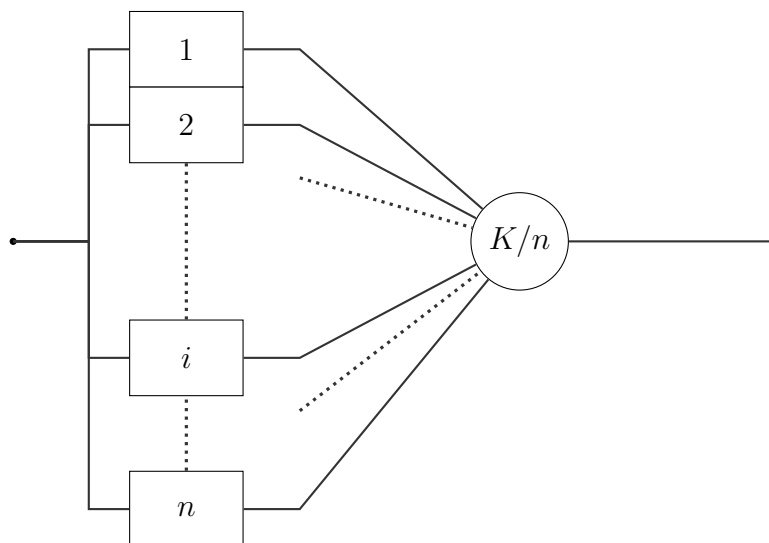
N_t : le nombre de composants qui fonctionnent à l'instant t, $R(t) = (P(N_t \geq K))$

En général : Si on suppose que tous les composants sont identiques et indépendants, de même fiabilité $r_i(t) = r(t)$, $N(t)$ la variable aléatoire est de loi binomiale $B(n, r(t))$, ce qui donne que :

$$R(t) = \sum_{j=K}^n C_{j=K}^n r(t)^j (1 - r(t))^{n-j}$$

- Pour $k = n$, on obtient $R(t) = [r(t)]^n$ [la fiabilité d'un système en série].
- Si $k = 1$; on obtient

$$\begin{aligned} R(t) &= \sum_{j=1}^n C_n^j r(t)^j [1 - r(t)]^{n-j} \\ &= \sum_{j=0}^n C_n^j r(t)^j [1 - r(t)]^{n-j} - C_n^0 (r(t))^0 (1 - r(t))^n \\ &= [r(t) + (1 - r(t))^n] - (1 - r(t))^n \\ &= 1 - [1 - r(t)]^n \end{aligned}$$



Systeme en k/n.

1.1.5 les lois de probabilité utilisées en fiabilité :¹⁵

Il existe de nombreuses lois, nous étudierons uniquement les lois que nous utilisons pour calculer la fiabilité du système. On distingue deux types :

- Lois discrètes

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - \text{La loi binomiale} \\ 2 - \text{La loi de poisson} \end{array} \right.$$

- Lois continues

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - \text{La loi log normale} \\ 2 - \text{La loi exponentielle} \\ 3 - \text{La loi Weibull} \end{array} \right.$$

la loi binomiale :

La loi à double tranchant des enseignants n et p est la loi de probabilité qui correspond à un essai de randomisation avec deux résultats possibles (succès, échec). Si la probabilité d'échec est (p) , la probabilité de k apparaissant dans les tests n est :

¹⁵Pr. Ahmed Belleouar end M.A. Salima Beleulmi Fiabilité Maintenabelite Disponibilité, Universits Constantine 1, (2013-2014)

$$P(k) = P(X = k) = C_k^n p^k (1 - p)^{n-k}$$

$P(X = k)$ Probabilité pour que la défaillance se produise (k) fois.

P : probabilité pour que la défaillance se produise au cours d'un seul essai

$C_k^n p^k$ nombre de combinaisons de (k) défaillances pris parmi (n) essais

1. Un dispositif a une probabilité (P) d'être défaillant donc (1-P) d'être au bon fonctionnement

2. L'espérance est $E(X) = n.p$

3. La variance est $Var(X) = n.p.(1 - p)$

Loi de Poisson

La loi de Poisson s'applique aux phénomènes accessoires où la probabilité p est très faible ($p < 0,05$). La probabilité de constater un certain nombre de pannes (n) dans le temps (t) et seulement (n) pannes est :

$$P(X = n) = \exp^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}$$

- L'espérance est : $E(X) = \lambda t$
- La variance : $Var(X) = \lambda t$
- λ : paramètre de la loi (le nombre moyen d'événement par unité de temps constante positive).

La loi normale :¹⁶

La loi normale est la loi statistique la plus utilisée et la plus utile. Elle est utilisée pour estimer les probabilités associées aux variables aléatoires avec un très grand paramètre 'n'. Représente de nombreux phénomènes aléatoires. La fonction de fiabilité est

$$N(t) = \frac{n}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t - \mu}{\sigma}\right)^2}$$

¹⁶Pr. Ahmed Belleouar end M.A. Salima Beleulmi. Fiabilité Maintenabilité Disponibilité, Universités Constantine 1, (2013-2014)

- μ : est la moyenne
- σ l'écart type

La loi exponentielle

La loi exponentielle contient de nombreuses applications dans le domaine de l'ingénierie, notamment dans l'étude de la fiabilité des équipements. Il offre également divers applications à l'étude des phénomènes d'attentes. La distribution exponentielle est donnée dans l'expression suivante

- $T \sim \exp(\lambda), \lambda > 0$
- La Fiabilité est : $R(t) = \exp(-\lambda t)$
- fonction de répartition est : $F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$
- La densité est : $f(t) = F'(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$
- $MTTF = E[T] = \int_0^{+\infty} R(t) dt = \int_0^{+\infty} \exp(-\lambda t) dt = [-\frac{1}{\lambda} \exp(-\lambda t)]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$

Le taux de défaillance : $h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda \exp(-\lambda t)}{\exp(-\lambda t)} = \lambda$

La loi de Weibull :

L'expression de loi de Weibull recouvre en fait toute une famille de lois hypothèses. C'est en particulier, le cas de la loi exponentielle ($\beta = 1$) et de la loi normale ($\beta = 3$). Le modèle Weibull couvre tous les phénomènes de défaillance (corrosion, fatigue) Sa fonction de fiabilité est :

$$R(t) = \exp - \frac{(t - \gamma)^\beta}{\eta}$$

Avec les paramètres de signification :

β, γ, η définissent la distribution de Weibull.

On utilise trois paramètres :

β : paramètre de forme ($\beta > 0$)

η : paramètre d'échelle ($\eta > 0$)

γ : paramètre de position ($-\infty > \gamma > +\infty$)

1.1.6 La disponibilité :

Définition :¹⁷ la capacité d'une entité d'être dans un état, et d'exécuter les fonctions requises dans certaines circonstances et à un moment donné. mesurée par la probabilité que le système fonctionne correctement à un instant quelconque, lorsqu'il est utilisé et entretenu dans les conditions spécifiées : voir page 17

$$D = \frac{\sum \text{temps de bon fonctionnement}}{\sum \text{temps entre défaillance}}$$

$$D = \frac{MUT}{MUT + MTTR}$$

La disponibilité en temps discret :

Soit $(X_t)_{t \geq 1}$ une suite de v.a. à valeurs représentant l'état d'un système dans $\mathcal{X} = \mathcal{X}_U \cup \mathcal{X}_D$ au cours du temps. La disponibilité d'un système en temps discret est définie par la fonction

$$D : \begin{cases} \mathbb{N}^* & \longrightarrow [0, 1] \\ t & \longrightarrow D(t) = P(X_t \in \mathcal{X}_U) \end{cases}$$

Le $D(t)$ est la probabilité que le système fonctionne dans le temps t .

1.1.7 La maintenabilité :¹⁸

La maintenabilité est l'aptitude d'un bien à être maintenu ou rétabli dans un état où il peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, en utilisant des procédures et des moyens prescrits. (être rapidement dépanné).

Elle est caractérisée par la probabilité $M(t)$ que l'entité E soit en état, à l'instant t , d'accomplir ses fonctions, sachant qu'il était en panne à l'instant 0.

$$M(t) = P[E \text{ est réparée sur } [0, t]]$$

¹⁷Benkhelifa, A. Fiabilité des équipements de D.T.M, Analyse fonctionnelle et implications organisationnelles de la fonction maintenance de transport. Mémoire de n d'étude. Université Kasdi Merbah - Ouargla. (2011)[page 22]

¹⁸Pr. Ahmed Belleouar end M.A. Salima Beleulmi Fiabilité Maintenabilité Disponibilité, Universits Constantine 1, (2013-2014)

$$M(t) = P(T < t) = \int_0^t g(t)dt = 1 - \exp\left(-\int_0^t \mu(t)dt\right)$$

- $g(t)$: densité de probabilité du temps de réparation .
- $\mu(t)$: taux de réparation $\mu(t)$.

$$\mu(t) = \frac{g(t)}{1 - M(t)} = \frac{1}{1 - M(t)} \cdot \frac{dM(t)}{dt} \text{ avec } g(t) = \frac{dM(t)}{dt}$$

.

1.1.8 Maintenance :

Définition de maintenance :¹⁹

La maintenance est un ensemble de procédures techniques et administratives au cours du cycle de vie de la propriété, destinées à maintenir à rétablir les performances du travail requis.

Objectif de la maintenance

Le but de la maintenance est de réduire les effets de ces troubles pour atteindre les performances requises, notamment :

- Assurance qualité des produits fabriqués.
- Développement de procédures de maintenance (réduction de la fréquence des pannes).
- Améliorer la compétitivité de l'entreprise.

Classification des méthodes de maintenance :²⁰

La maintenance est une mesure préventive. La disponibilité pour la maintenance se réfère au côté correctif

1-Maintenance corrective

¹⁹Mme Benaïcha Halima, Analyse des stratégies de maintenance des systèmes de production industrielle, Thèse Doctorat En-sciences, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohammed Boudiaf, 2015 .

²⁰Analyse des stratégies de maintenance des systèmes de production industrielle, Thèse Doctorat En-sciences, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohammed Boudiaf, 2015.

La maintenance corrective est la maintenance après défaillance, caractérisée par son caractère aléatoire et nécessitant des ressources humaines spécialisées sur site.

Maintenance curative

Ils restaurent le système après l'apparition de l'échec. Réparation du système Ceci est une réparation permanente. L'équipement réparé doit remplir les fonctions pour lesquelles il a été conçu.

Maintenance palliative

La ponctuation est un dépannage temporaire qui vise à restaurer le système dans un état de fonctionnement temporaire afin qu'il puisse exécuter certaines des fonctions requises. aux délais de non-livraison, entraînant une perte de clients à la recherche de concurrents

- Utilisation des heures supplémentaires
- qualité inférieure des produits.
- manque de sécurité sur le lieu de travail.

Pour le traitement, nous utilisons :

- un équipement de secours pouvant être utilisé à la place d'un équipement défectueux.
- Besoin d'une équipe de maintenance à haut rendement. Ces solutions sont chères.

2-Maintenance préventive

Le processus de maintenance est effectué avant la détection de toute défaillance d'entité, à des intervalles prédéterminés, et elle est conçu pour réduire la probabilité de défaillance de toute entité ou de dégradation du service en cours d'exécution. Améliorer la protection pour :

- réduire les coûts d'échec.
- augmenter la fiabilité de la machine.
- améliorer la disponibilité de l'atelier de production.
- augmenter la durée de vie effective de la machine.
- assurer la sécurité, etc

Maintenance préventive systématique

Lorsque la maintenance préventive est effectuée à des intervalles prédéterminés, appelés maintenance régulière, la maintenance est effectuée selon un calendrier, aucune interven-

tion ne peut avoir lieu avant la date limite prédéterminée.

Maintenance préventive prévisionnelle

Lorsque la maintenance préventive est effectuée sur la base de l'estimation de la durée de fonctionnement correcte restante avant que l'événement alarmant ne soit observé.

Maintenance préventive conditionnelle

Cette maintenance est définie comme étant celles qui ne sont exécutées que lorsque cet état requiert. Les interventions de maintenance préventive ne peuvent être améliorées que par une intervention si nécessaire. Le système n'est arrêté que lorsqu'il existe une certaine probabilité d'échec. Cette méthode présente l'avantage d'éviter les vacances surprises.

1.1.8.1 Temps de défaillance :²¹

Par temps de défaillance d'un élément, nous entendons le temps qui s'écoule entre le moment où l'élément est mis en service et son premier échec. Nous définissons $t = 0$ comme point de départ. Au moins dans une certaine mesure, le temps de défaillance est soumis. Il est donc naturel d'interpréter le délai d'échec comme une variable aléatoire T . Notez que le temps jusqu'à la défaillance T n'est pas toujours mesuré en temps calendaire. Il peut également être mesuré par des concepts de temps plus indirects, tels que : (Nombre de fois qu'un commutateur est actionné, Nombre de kilomètres parcourus par une voiture) nous remarquons que le temps jusqu'à l'échec peut souvent être une variable discrète. Une variable discrète peut toutefois être approchée par une variable continue.

1.1.8.2 Types des défaillances :²²

Classification des défaillances par impact sur les performances du système.

Les défaillances graduelles : Elles se caractérisent par une variation progressive des paramètres déterminant de la fiabilité du système (se manifeste l'usure des composants

²¹Marvin Rausand, Arnjot Heyland .SYSTEM RELIABILITY THEORY, Département Productique et Automatique Nantes Cedex 3 France, Professor Arnjot Hoyland (1924-2002).

²²Chahboune Sofian ou HAMMOU Rahima Etude de la fiabilité et de la disponibilité des équipements au niveau de l'entreprise MAC-SOUM, Université Abderahmane MIRA - Béjaïa. Jnin 2016.

après une certaine durée de fonctionnement).

Les défaillances subites : les défaillances subites sont dues à une perte totale des propriétés du système entraînant son incapacité de fonctionnement. (Contrairement aux défaillances graduelles).

1.1.8.3 Classer les défaillances :

classer les défaillances selon la période de vie de l'équipement durant laquelle elles apparaissent. On distingue trois classes :

Les défaillances précoces : Il se produit pendant le fonctionnement de l'équipement (immédiatement après le fonctionnement). Le problème peut être dû à la conception, à la fabrication ou à une mauvaise utilisation de l'équipement. La pré-mise en service est effectuée pour détecter les éléments présentant ce type de défaillance.

Les défaillances aléatoires : Elles apparaissent durant la période de vie utile du matériel.(des défaillances accidentelles).

Les défaillances par usure : Ce sont des pannes progressives et elles apparaissent suite à la fatigue,l'usure et la dégradation du matériel après une longue période de fonctionnement.

1.1.8.4 Opérations de la maintenance

Opérations de la maintenance corrective Après la défaillance, ces processus sont exécutés par étapes dans l'ordre :

- Test : Cela signifie comparer les mesures avec le signal.
- Détecter un échec.
- une procédure conduisant à un examen approfondi des éléments dans lesquels la défaillance se manifeste en soi.

- Identifier et analyser les causes d'échec.
- dépannage, réparation ou remise en état (avec ou sans modification).
- Vérifier les performances correctes après intervention.
- Amélioration potentielle (éviter la réapparition de l'effondrement).
- Intervention de stockage pour une exploitation ultérieure.

Opérations de la maintenance préventive :

Inspection : le contrôle de la conformité consiste à mesurer ou à calibrer les propriétés.

importantes du produit : il est possible d'enregistrer des anomalies, d'effectuer des réglages mineurs ne nécessitant pas d'outils spécifiques ou d'arrêter la production ou les équipements (sans démontage).

Contrôle : vérifier le respect des données prédéfinies, suivi d'un jugement. Entraîner une maintenance corrective ou une décision de rejeter, d'accepter ou de différer.

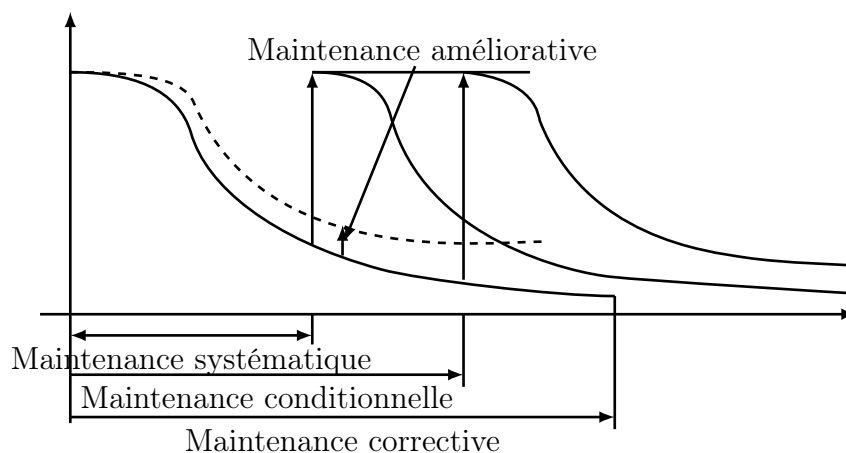
La visite : inspection détaillée et prédéterminée de tout ou partie des différents éléments de la propriété et pouvant inclure la maintenance des premier et deuxième niveaux, pouvant également entraîner une maintenance corrective.

Tests : comparer les réponses du système avec le système de référence ou un phénomène physique important pour la bonne étape.

1.2 La relation entre la fiabilité et la maintenance :²³

Les études de fiabilité et de maintenance sont réalisées en parallèle à différentes étapes (création du projet, fabrication, réception, transport, exploitation et rénovation) et sont créées d'un point de vue à la fois. Technique et économique, les opérations de maintenance sont liées aux caractéristiques de fiabilité du composant : fonction de fiabilité, MTBF, taux de défaillance en fin de cycle de vie. Moment t, ... etc La maintenance corrective réduit le taux de défaillance, améliore la fiabilité.

²³Pr. Ahmed Belleouar end M.A. Salima Beleulmi .Fiabilité Maintenabelite Disponibilité,Universits Constantine 1,(2013-2014).



l'impact de la maintenance sur la fiabilité des équipements²⁴

Commentaire sur la courbe : Cette courbe représente la relation entre maintenance et fiabilité. Lorsque le système est au début des travaux, interférence la Maintenance systématique, maintenance conditionnelle.

1.3 Relation entre fiabilité et maintenabilité et disponibilité²⁵

Lorsqu'un bon niveau de fiabilité est atteint, nous nous attendons à ce que le système tombe en panne au cours de sa durée de vie (certaines défaillances). Les défaillances peuvent réduire le coût de la fourniture de systèmes de maintenance avec un bon niveau de maintenance. Un système nécessitant une maintenance élevée est renvoyé au service dès que possible. Un compromis est fourni entre le temps moyen disponible pour que le produit exécute ces fonctions. Temps d'inactivité dû à un effondrement, à une réparation, etc. Signifie que la fiabilité du produit en fonction de la performance du service de maintenance est évaluée pour la même valeur de disponibilité dans tous les cas.

²⁴Analyse des stratégies de maintenance des systèmes de production industrielle, Thèse Doctorat Ensciences, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohammed Boudiaf, 2015.

²⁵Etude de la fiabilité et de la disponibilité des équipements au niveau de l'entreprise MAC-SOUM, Université Abderahmane MIRA - Béjaïa. Jnin 2016 [page 28].

Chapitre 2

Modèles de défaillance

Afin de maîtriser la fiabilité des pièces et systèmes, il est important de connaître les différents phénomènes de dégradation et leurs évolutions. Le choix du modèle à est un point crucial,

un modèle graphique de maintenance reposant sur la fiabilité.

2.1 Fiabilité des systèmes non réparables :

Assemblage en série :

Dans un modèle de ce type la défaillance d'un seul composant provoque la défaillance du système :

Si les événements sont supposés indépendants : défaillance primaire. Si la défaillance ou le fonctionnement d'un sous-ensemble est liée à celle d'un autre sous-ensemble – défaillance secondaire il faut essayer de se ramener à un modèle primaire en utilisant les probabilités conditionnelles. Le système MTBF est toujours inférieure au plus petit MTBF des composants. La fiabilité du système est toujours inférieure à celle du composant le moins fiable.

Assemblage en parallèle :

Il faut que tous les composants soient défaillants pour que le système tombe en panne.

2.2 Fiabilité des système réparables :

Le système dont on désire évaluer la fiabilité est constitué de n éléments réparables possédant un certain nombre d'état.

2.3 Le processus de comptage

Définition : Un processus aléatoire $(N_t; t \geq 0)$ en un entier est un calcul si $N(t)$ représente le nombre total d'événements (renouvellement ou pannes) au cours d'une période donnée de temps .

- $N(t) \in \mathbb{N}; \forall t \in \mathbb{R}_+$
- $(N(t) \geq 0)$
- $N(0) \leq N(t)$ pour $0 \leq s \leq t$ l'accroissement
- $(N(t) - N(s))$ pour $0 \leq s \leq t$ (le nombre de pannes se produisant dans l'intervalle de temps $[s; t]$)¹

2.4 processus de naissance :

Un processus de naissance (fiabilité) $\lambda_0; \lambda_1; \lambda_2; \dots$ est un processus $\{N = N_t : t \geq 0\}$ à valeurs dans $0, 1, 2, 3, \dots$ tel que :

- $N_0 = 0$ et $N_s = N_t$, si $s < t$.

conditionnellement à la valeur de N_s , le nombre $N_t - N_s$ d'événements dans l'intervalle de temps $(s; t)$ est indépendant de toutes les taux de défaillance dans l'intervalle

$$P[N_{t+\Delta t} = n + i \mid N_t = n] = \begin{cases} \lambda_n \Delta t + o(\Delta t) & i = 1 \\ 1 - \lambda t + o(\Delta t) & i = 0 \\ o(\Delta t) & i > 1 \end{cases}$$

2.5 Processus de morts

Construire un modèle pour la supposant que chaque instant t, toutes les taux de réparation ont une probabilité μ_t de mourir dans un intervalle de temps $[t; t + \mu_t]$. On obtiendra

¹E.Lebardier,S.Robin.Processus de Poisson Processus de Naissances et Morts.AgroParisTech

ainsi une décroissance aléatoire de l'effectif $N(t)$ depuis une valeur initiale n_0 jusqu'à Un processus de mort se distingue d'un processus de naissance, simplement par le fait que le taux de natalité λ_k est remplacé par un taux de mortalité μ_k ; il est donc caractérisé par les hypothèses suivantes

- 1) $P(X_{(t+\Delta t)} - X_t = -1/X_t = k) = \mu_k \Delta t + \theta(\Delta t)$
- 2) $P(X_{(t+\Delta t)} - X_t = 0/X_t = k) = 1 - \mu_k \Delta t + \theta(\Delta t)$
- 3) $X_0 = N$
- 4) $P(X_{(t+\Delta t)} - X_t > 0/X_t = k) = 0 \quad k \geq 0$

2.6 Processus de naissances et de morts

La description réaliste du développement d'une fiabilité de tenir compte ou la fois des naissances et des morts des matériel qui la compose .un modèle simple s'obtient en combinant les deux modèles précédents :

Équation de récurrence :

$$\begin{aligned}
 P_n(t + \Delta t) &= P_n(t) \times P_r\{ \text{aucune naissance ni mort durant}[t; t + \Delta t]\} \\
 &+ P_{n-1}(t)\{ \text{une naissance durant}[t; t + \Delta t]\} \\
 &+ P_{n+1}(t)\{ \text{une mort durant } [t; t + \Delta t]\} \\
 &+ o(\Delta t).
 \end{aligned}$$

et on obtient,

$$\begin{aligned}
 P_n(t + \Delta t) &= P_n(t) \times [1 - n(\lambda + \mu)\Delta t] \\
 &+ P_{n-1} \times (n - 1)\lambda\Delta t \\
 &+ P_{n+1}(t) \times (n + 1)\mu\Delta t \\
 &+ o(t).
 \end{aligned}$$

Équation différentielle : L'équation différentielle qui découle de la relation de récurrence précédente est

$$P'_n(t) = -n(\lambda + \mu).P_n(t) + (n - 1).\lambda P_{n-1}(t) + (n + 1)\mu P_{n+1}(t)$$

mais sa résolution est particulièrement complexe dans le cas général, c'est à dire pour une taille initiale n quelconque.²

2.7 Processus de renouvellement

La théorie de la rénovation est particulièrement importante dans l'analyse de fiabilité, utilisée pour renouveler ou remplacer les modèles. Cela inclut le calcul de la disponibilité exacte et du nombre moyen d'échecs à un moment donné. par exemple Le composant fonctionne et fonctionne à $t = 0$. Quand il est Le composant échoue dans T_1 le temps et est remplacé par un nouveau composant du même type, ou restaurez l'état "bon comme neuf". Lorsque ce composant échoue à l'heure $T_1 + T_2$, il est remplacé à nouveau, etc. Le temps de remplacement est supposé être négligeable. Les durées de vie T_1, T_2, \dots sont supposées être réparties de manière indépendante et équitable. Le nombre d'échecs et de renouvellements est indiqué dans l'intervalle $(0, t)$

Un processus de renouvellement est un processus de comptage $[N(t), t > 0]$ avec des temps intermédiaires. T_1, T_2, \dots qui sont indépendants et distribués de manière identique avec une fonction de distribution

$$F_T(t) = P(T_i \leq t) \text{ for } t \geq 0 \text{ et } i = 1, 2, \dots$$

Les événements observés (échecs) sont appelés renouvellements.

1. L'heure jusqu'au n^{ime} renouvellement (la n^{ime} heure d'arrivée), S_n :

$$S_n = T_1 + T_2 + \dots + T_n = \sum_{i=1}^n T_i.$$

2. Le nombre de renouvellements dans l'intervalle de temps $[0, t]$:

$$N(t) = \max\{n : S_n \leq t\}$$

3. La fonction de renouvellement :

$$W(t) = E(N(t))$$

²E. Lebarbier, S. Robin. Processus de Poisson Processus de Naissances et Morts. AgroParisTech [page 23]

Ainsi, $W(t)$ est le nombre moyen de renouvellements dans l'intervalle de temps $[0, t]$. **La fonction de renouvellement :**

L'espérance de la variable $N(t)$; notée par $E[N(t)]$; Puisque $N(t) > n$ si et seulement si $S_n < t$, on obtient que

$$W(t) = E(N(t)) = \sum_{n=1}^{\infty} Pr(N(t) \geq n) = \sum_{n=1}^{\infty} Pr(S_n < t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t)$$

Si le premier renouvellement survient à l'instant x pour $x < t$, le processus recommence à partir de ce moment. Le nombre moyen de renouvellements dans $[0, t]$ est donc 1 plus le nombre moyen de renouvellements dans $[x, t]$, qui est $W(t-x)$. $W(t)$ est le nombre attendu de renouvellements dans l'intervalle $[0, t]$, la durée moyenne μ de chaque renouvellement est d'environ $t / W(t)$. Nous devrions donc nous attendre à ce que, lorsque $t \rightarrow \infty$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{W(t)}{t} = \frac{1}{\mu}$$

Remarque : il est utilisé pour modéliser les renouvellements ou le remplacement d'équipements.

2.7.1 Chaînes de Markov :³

Définition Le processus stochastique $(X_n) \quad n \geq 0$ à valeurs dans E ensemble fini ou dénombrable est une chaîne de Markov si $\forall n \in N, \forall x_0, x_1, \dots, x_n, y \in E$

$$P(X_{n+1} = y | X_0 = x_0, \dots, X_n = x_n) = P(X_{n+1} = y | X_n = x_n)$$

Preuve

$$\begin{aligned} P(X_{n+1} = y | X_0 = x_0, \dots, X_n = x_n) &= \frac{P(X_{n+1} = y, X_0 = x_0, \dots, X_n = x_n)}{P(X_0 = x_0, \dots, X_n = x_n)} \\ &= \sum \frac{P(X_0 = x_0, \dots, X_n = x_n, Y_{n+1} = z)}{P(X_0 = x_0, \dots, X_n = x_n)} \\ &= \sum P(Y_{n+1} = z) \\ &= P(X_{n+1} = y | X_n = x_n). \end{aligned}$$

³Sébastien Loustau Chaînes de Markov et Processus markoviens de sauts. Applications aux files d'attente, Ecole Centrale de Marseille, (2008-2009)

$$4. P(X_{(t+\Delta t)} - X_t > 0 / X_t = k) = 0 \quad k \geq 0$$

Cette preuve permet de montrer rigoureusement que la marche aléatoire sur \mathbb{Z}^d est bien une chaîne de Markov.

revient à étudier les suites $(x_n)_{n \geq 0}$ définies par récurrence de la manière suivante :

$$x_{n+1} = f(x_n, n)$$

Dans ce cas la fonction $f(\cdot, n)$ permet de construire pas à pas à partir de x_n la suite $(x_n)_{n \geq 0}$. Dans le cadre des chaînes de Markov, ce rôle est joué par la matrice de transition, définie par :

$$P_{xy} = \mathbb{P}(X_{n+1} = y / X_n = x)$$

La quantité P_{xy} est la probabilité d'aller de l'état x à l'état y . Dans toute la suite, cette matrice P sera indépendante de l'instant n . On dit que la chaîne de Markov est homogène.

- Une matrice P est dite markovienne $P = (P_{xy})_{x, y \in E}$ vérifie les propriétés suivantes :
- $\forall x \in E : \sum_{y \in E} P_{xy} = 1$
- $\forall x, y \in E, P_{xy} \geq 0$.

2.8 Modèle VirMaLab :⁴

En utilisant les Modèles Graphiques Probabilistes (MGP). Ce modèle derniers reposent sur la théorie des graphes et la théorie des probabilités. Il caractérise les relations de dépendance du vecteur aléatoire $(X_t, D_t, Q_t)_{t \geq 0}$.

Le modèle VirMaLab est donc constitué de trois composantes :

- $(X_t)_{t \geq 1}$ L'évolution du système .
- $(G_t)_{t \geq 1}$ Diagnostic .
- $(M_t)_{t \geq 1}$ Maintenance.

Le vecteur aléatoire X_t représente l'état du système à l'instant t . L'état du système désigne ici toutes les variables permettant d'expliquer son évolution temporelle.

Le vecteur aléatoire G_t représente l'ensemble des moyens de diagnostic du système.

⁴Roland Donat, Modélisation de la fiabilité et de la maintenance par modèles graphiques probabilistes : application à la prévention des ruptures de rail, 20 Jan 2011.

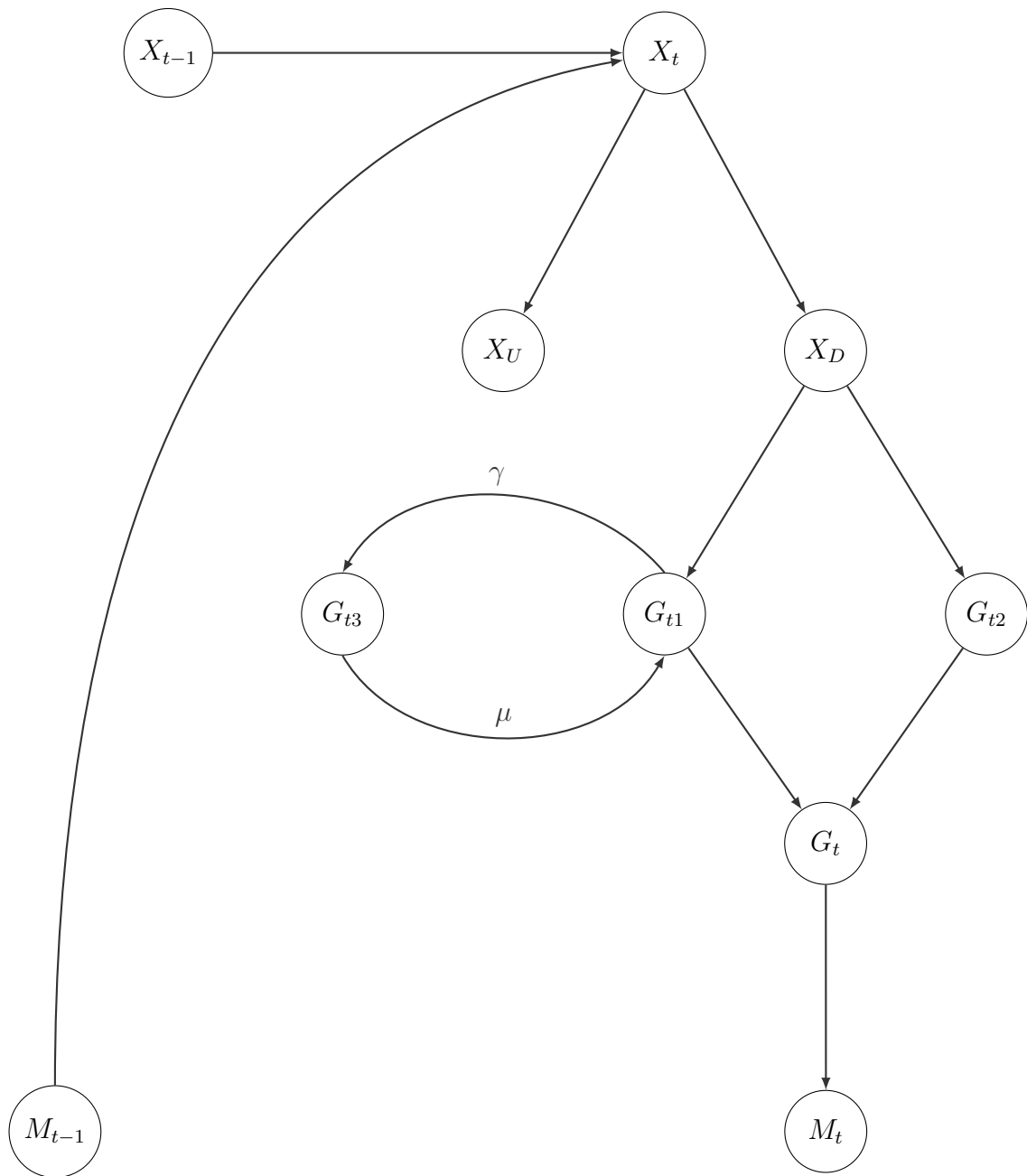
La variable M_t l'action de maintenance sélectionnée à l'instant t .

Dans le modèle VirMaLab, la décision de maintenance est prise à partir du diagnostic final. Cette action agit ensuite potentiellement sur l'état du système à l'instant suivant.

Les relations engendrées par la structure graphique du modèle sont :

$$P(X_t, M_t) = \begin{cases} P(X_1) \sum_{G(t)} P(G_1) P(M_1|G_1) & t = 1 \\ \sum_{X_{t-1}, M_{t-1}} P(X_{t-1}, M_{t-1}) P(X_t/X_{t-1}, M_{t-1}) \sum_{G(t)} P(G_t/X_{t-1}) P(M_t/G_t) & t \geq 2 \end{cases}$$

avec pour tout $t \geq 1$.



Modélisation de la fiabilité et de la maintenance par modèles graphiques probabilistes.
 (Modèle VirMaLa) Nous utilisons ce modèle pour représenter le processus de dégradation
 du système ainsi que le diagnostic et la maintenance.

2.9 Exemple étude de cas :

On étudie le modèle, qui donc on va supposer consiste à suivre le travail du levier .

Pour soulever les matériaux nécessaires et les transférer pour mettre en place dans un bâtiment.

Nous supposons que : $X = X_U \cup X_D$ dont :

$$X_U = \{X_{U1} : \text{Travaux}, X_{U2} : \text{dégradé}, X_{U3} : \text{panne}\}, X_D = \{ \text{Arrêté} \}$$

Le système possède deux méthodes de diagnostic modélisées par les variables

$$G_{t1} = \{g_\phi, \overline{\text{dégradé}}, \text{dégradé}\} \quad \text{et} \quad G_{t2} = \{g_\phi, \overline{\text{panne}}, \text{panne}\} \quad \text{on a } g_\phi \in G_t$$

La première méthode consiste à détecter de l'état dégradation détection.

La seconde méthode présente l'état de la panne ainsi que les valeurs numériques suivantes :

		Méthode 1	Méthode 2			
X_U	G_t	g_ϕ	$\overline{\text{dégradée}}$	dégradée	$\overline{\text{Panne}}$	Panne
	Travaux	0	0.90	0.10	1	0
dégradée	0	0.13	0.87	1	0	
Panne	0	1	0	0.05	0.95	

L'observation : la première méthode montre que :

seulement 10% représente de fausses alarmes lorsque le système est dans l'état de travail. l'état dégradé est bien détecté dans 87% et seulement 13% sont non détectés .

La deuxième méthode fournit le diagnostic correct en ce qui concerne l'état panne de 95% des leviers.

Le diagnostic final selon la valeur des deux méthodes :

$$G^{sys} = \{g_\phi\} \cup X_U = \{g_\phi, \text{Travaux}, \text{dégradé}, \text{panne}\}$$

Ce diagnostic couvre l'ensemble des états possible à diagnostique .Cela s'exprime numériquement :

G	G	g_ϕ	Travaux	dégradée	panne
g_ϕ	g_ϕ	1	0	0	0
$\overline{\text{dégradée}}$	g_ϕ	0	1	0	0
dégradée	g_ϕ	0	0	1	0
g_ϕ	$\overline{\text{Panne}}$	0	1	0	0
$\overline{\text{dégradée}}$	$\overline{\text{Panne}}$	0	1	0	0
dégradée	$\overline{\text{Panne}}$	0	0	1	0
g_ϕ	Panne	0	0	0	1
$\overline{\text{dégradée}}$	Panne	0	0	0	1
dégradée	Panne	0	0	0	1

Action de maintenance (M_t) :

-Le choix de l'action de maintenance à l'instant t.

Dans le modèle VirMaLab , l'action de maintenance sélectionnée selon le résultat du diagnostic final.

-Si l'action sélectionnée à l'instant t appartient à l'ensemble M^X du système est modifié. des action possibles :

soit néant , réparation partielle , réparation totale

- Néant : designer l'absence d'action.
- Réparation partielle : permette de réduire la dégradation du système.
- Réparation totale : ramène le système dans les travaux.

est donc constituée des deux ensembles.

$$M^X = \{\text{réparation partielle}, \text{réparation totale}\}$$

$$M^{\bar{x}} = \{\text{néant}\}$$

le résultat du diagnostic final est :

- travaux ou g_ϕ , alors aucune action n'est déclenchée .
- dégradé, alors une réparation partielle est effectuée dans 49 des cas et aucune action le reste de temps.
- panne, alors une réparation partielle est effectuée dans 26 des cas et une réparation totale le reste de temps.

Ceci se traduit numériquement

G_t^{sys}	néant	réparation partielle	réparation totale
g_ϕ	1	0	0
Travaux	1	0	0
dégradée	0.49	0.51	0
Panne	0	0.26	0.74

Utiliser des outils mathématiques pour aider les chefs des projets à déterminer la maintenance optimale du matériel.

—

Conclusion

L'objectif de cette étude de défaillances d'un matériel , en se basant sur de fiabilité et de maintenabilité de ces derniers.Ce mémoire est partagé en deux chapitres dans la première chapitre : la partie théorique présente les différents concepts de la théorie de la fiabilité et de la maintenance. Pour modéliser les concepts de la fiabilité et maintenance, on a présenté les éléments statistiques utilisés dans ce domaine. Le deuxième chapitre de ce mémoire contient des réponses à la problématique posée.

Nous décrivons la relation entre la maintenance et la fiabilité des équipements en utilisant modélisation. l'évolution de la fiabilité dans le temps permet d'optimiser les maintenance et d'améliorer les performances des systèmes, Nous avons présenté une étude de cas illustrant l'analyse possible de la grue.

Afin d'éviter la défaillance du levier ou duit assures un diagnostic permanent et une maintenance, dans des débous convenus.

Bibliographie

- [1] Ahmed Belleouar, M.A. Salima Beleulmi "*Fiabilité Maintenabilité Disponibilité*",Universités Constantine 1,(2013-2014).
- [2] Alin Gabriel Mihalache, "*Modélisation et évaluation de la fiabilité des systèmes mécaniques : application sur système embarqué*" ,UNIVERSITÉ D'ANGERS,29 Mar 2010.
- [3] Benkhelifa A, "*Fiabilité des équipements de D T M Analyse fonctionnelle et implications organisationnelles de la fonction maintenance de transport*",Mémoire,Université Kasdi Merbah-Ouargla,(2011).
- [4] Chahboune Sofian, HAMMOU Rahima "*Etude de la fiabilité et de la disponibilité des équipements au niveau de l'entreprise MAC-SOUM*",Université Abderahmane MIRA - Béjaïa. Juin 2016.
- [5] Marvin Rausand, Arnljot Heyland "*SYSTEM RELIABILITY THEORY*",Département Productique et Automatique Nantes Cedex 3 France,Professor Arnljot Hoyland (1924-2002).
- [6] Mme Benaïcha Halima, "*Analyse des stratégies de maintenance des systèmes de production industrielle*",Thèse Doctorat En-sciences,Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohammed Boudiaf,2015 .
- [7] REGHIS Kenza, "*Fiabilité des Systèmes Mécaniques*",UNIVERSITÉ KASDI MERBAH OUARGLA.mai 2016 .

BIBLIOGRAPHIE

- [8] Roland Donat, "*Modélisation de la fiabilité et de la maintenance par modèles graphiques probabilistes : application à la prévention des ruptures de rail*", 20 Jan 2011.
- [9] Sébastien Loustau, "*Chaînes de Markov et Processus markoviens de sauts. Applications aux files d'attente*", Ecole Centrale de Marseille, (2008-2009).

ملخص

الغرض من هذه الدراسة هو تحليل فشل النظام و المواد المكونة له. قمنا بأستخلاص بعض المفاهيم التي تحتاجها، قمنا بتوضيح العلاقة بين الموثوقية والصيانة ودورها في الحفاظ على المادة واخترنا نموذج طريب يعتمد على الصيانة والموثوقية وقدمنا دراسة حالة لذلك .
الكلمات المفتاحية: الموثوقية ، الفشل ، معدل الفشل ، الصيانة ،التوافير

ABSTRACT

The cin of this study is to analyze the failure of the system and material, We have summarized some notions csn carnig aur subject. The relationship of reliability, maintenance and their role in the protection of the system have been established. The VirMalab model has been proposed, consisting of maintenance and reliability with a case study. .

Key words : Reliability, Failures, Failure Rate, Maintenance, Availability.

RÉSUMÉ :

L'objectif de cette étude et d'analysés la défaillance du système et du matériel, On a résumé quelque notions nesséseires .On a la relation de fiabilité et la maintenance et leurs rôle dans la protection dn système. On a proposé le modèle VirMalab le maintenance et la fiabilité et à titre d'exemple on a étudié (un modèle proposé) .

Mots-clés : Fiabilité, Défaillances, Taux de défaillance, Maintenance, Disponibilité.