Modélisation de l'équation de la chaleur gouvernée par un terme Thermoélastique

ASMA GOUAMID

Département des Mathématiques
Université Kasdi Merbah Ouargla Algerie
asmagouamid95@gmail.com

Résumé

Dans ce travail, nous allons modéliser l'équation de la chaleur selon Fourier puis selon cattaneo.
Ensuite, nous allons insérer un terme thermoélastique sur l'équation de chaleur ce qui permet d'étre un systéme de Lamé, d'aprés nous étudierons l'éxistence et l'unicité de cette probléme.
Cette recherche supervisée par: **Meflah Mabrouk**
mot-clé: *équation de chaleur, parabolique, hyperbolique, thermoélastique.*

1. Introduction

En mathématique et en physique théorique, l'équation de chaleur est une équation aux dérivées partiélles parabolique selon Fourier et une hyperbolique selon cattaneo.
D'aprés cela nous entrerons un terme thermoélastique sur l'équation de chaleur puis on nous étudierons.

2. Modélisation de l'équation de la chaleur

1. **l'équation aux dérivées partielles :**
   - parabolique
   - hyperbolique
   - élliptique
2. **la loi de fourier** :s'écrit sous la forme :

$$q = -k(\theta)\theta_x$$

3. **la loi de cattaneo** : s'écrit se la forme:

$$\tau(\theta)q_t + q = -k(\theta)\theta_x$$

   θ : la température absolue.
   q : le flux de chaleur.
   τ, k : sont des fonctions strictement positives dépendant de la température absolue.

4. l'équation de chaleur en générale :

$$\tau\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial u}{\partial t} = D\Delta u \qquad avec \qquad D = \frac{\lambda}{c\rho}$$

   si τ = 0 alors l'équation de chaleur en générale retourner l'équation de chaleur selon fourier.

5. l'équation de chaleur selon fourier :

$$\frac{du}{dt} = D\Delta u$$

   ρ : la masse volumique.
   λ : la conductivité thermique .
   c : le coefficient de chaleur massique.

3. Génération de probléme

Dans ce chapitre, on étudiera le probléme du le systéme thermoélastique suivant :

$$\begin{cases} u_t - D\Delta u + \beta\nabla\theta = 0, \\ c\theta_t - k\theta + \beta divu_t = 0, \\ u(.,0) = u_0, u_t(.,0) = u_1, \theta(.,0) = \theta_0, x \in \Omega, \\ u(x,t) = \theta(x,t) = 0, x \in \partial\Omega, t \geq 0. \end{cases} \tag{3.1}$$

le systéme est un modéle pour un corps thermoélastique linéaire Ω , le corps Ω est un domaine borné dans le R^n avec une frontiére réguliére $\partial\Omega$.
$\theta(x,t)$ représentent des dérivation de déplacement et de température,
D,λ > 0 sont des constants de lamé,
c, k,β sont des constants strictement positives,
u$_0, u_1$,θ_1 sont donnés initiale.

4. Travaux pratiques

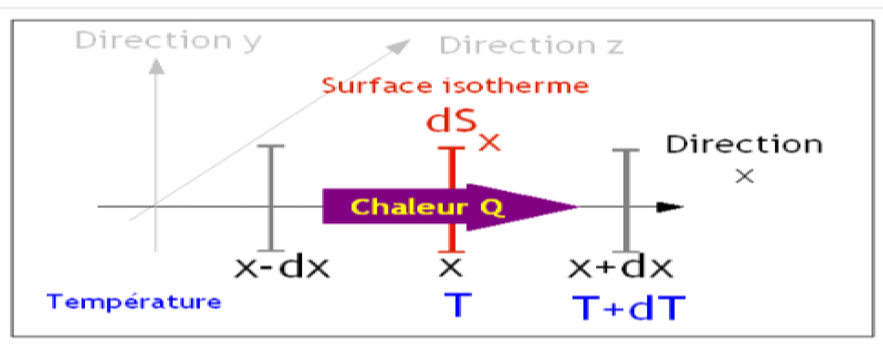

Figure 1: *1*

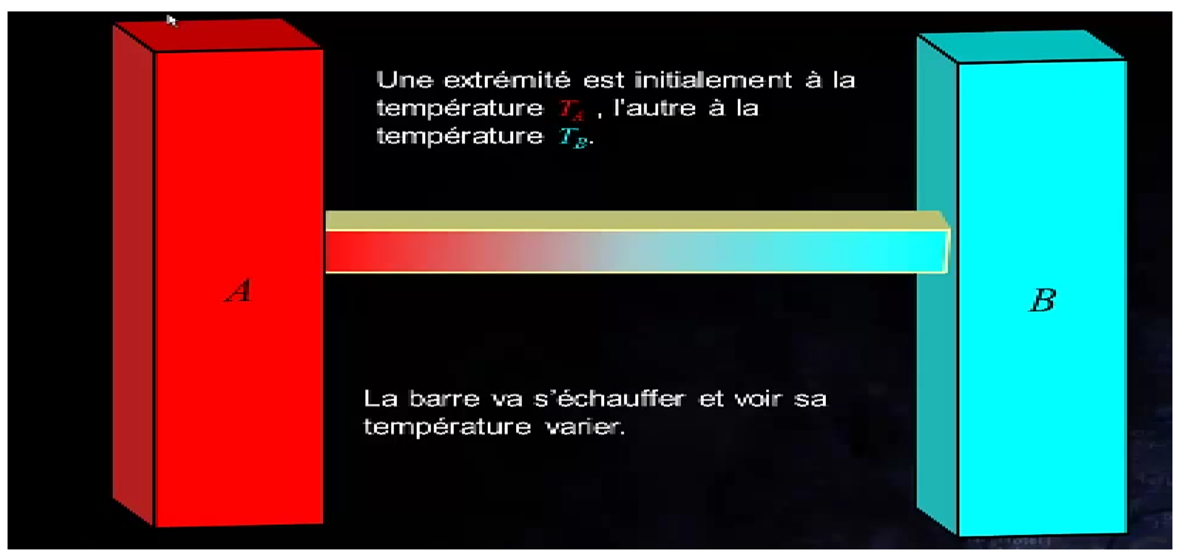

Figure 2: *2*

Ref

[1] M. MEFLAH, F. MESSELMI et B.MEROUANI , Nolineair thermoelasticity problem, Fasc. Matematica, Tom XV (2008).
[2] A. KEDDI, Compretement asymptotique de quelques systéme thermoélastique. [3] M.Aassila, Nolineair boundary stabilization of an inhomogeneous and anisptropic thermoelasyicity systeme, Appeled Math letters 13 1 (2000), 71-76.