

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE OUARGLA



**Faculté des Hydrocarbures, des Energies Renouvelables, des Sciences
de la Terre et de l'Univers**



DÉPARTEMENT DE SCIENCES DE LA TERRE ET DE L'UNIVERS

Laboratoire de Géologie du Sahara

THESE

PRÉSENTÉE POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME DE DOCTORAT ES SCIENCES

Option : **Sciences de la Terre**

Par :

GHOUGALI Mammar

THÈME

***Détermination précise d'un modèle local du géoïde en Algérie
à partir des données satellitaires GRACE et SRTM***

Soutenu publiquement le : 11/07/2019

Devant le jury d'examen :

ZEDDOURI Aziz	Professeur	Président	Univ.Ouargla
HACINI Messaoud	Professeur	Examineur	Univ. Ouargla
GOUAIDIA Layachi	Professeur	Examineur	Univ.Tebessa
BELEKSIER Mohammed Saleh	M.C.A	Examineur	Univ. Ouargla
DJEDDI Mohammed	Professeur	Examineur	USTHB-Alger
BENAHMED DAHO S.A	Directeur de Recherche	Directeur de Thèse	CTS (ARZEW- ORAN)

Année Universitaire : 2018/2019

Dédicaces

je dédie ce modeste travail

A la mémoire de mon défunt père.

A ma très chère Mère

A mes enfants : Chaker , Abdelhak, Zaki, Islam

A mes frères et Sœurs

A ma femme

Remerciements

Tout d'abord louange en dieu favorisé la réalisation de ce travail

En suite, je tiens à remercier mon promoteur le Docteur **Ben Ahmed Dahou** Sid Ahmed Directeur de Recherche au Centre des Techniques Spatiales d'ARZEW -ORAN qui acceptée de me soutenir fidèlement, et a encouragé ma volonté pour pouvoir établir cette thèse dont les conseils, les orientations m'ont guidé au bon chemin de réalisation des recherches appropriées au besoin de ma thèse.

J'en profite de saluer toutes les qualités de générosités, de sincérité qui qualifient sa personnalité, ainsi la disponibilité malgré ses préoccupations.

Je remercier infiniment le Professeur HACINI Messaoud , responsable du laboratoire de Géologie du Sahara d'avoir accepter au sein du Laboratoire , ainsi pour leurs conseils et encouragements .et pour avoir accepté de participer au jury de soutenance.

A Monsieur Zeddouri Aziz professeur à l'Université de OUARGLA , je tiens aussi à lui exprimer ma profonde gratitude d'avoir bien voulu me faire l'honneur de présider le jury d'examen.

Je tiens également à adresser ma gratitude aux membres de jury messieurs Gouaidia Ali et Djeddi Mohamed, Beleksier Mohamed Salah, d'avoir accepté de participer au jury.

Mes Remerciements particulières aux personnels du Bureau D'études BETEX et à tout ceux qui m'ont aidé réaliser ce travail.

Je voudrai remercier chaleureusement mon ami le Professeur SETTOU Noureddine pour leur aide et encouragement ,

Résumé

La détermination des altitudes orthométriques par le nivellement de précision est une tâche difficile et coûteuse spécialement dans les régions de relief accidenté comme l'Algérie où l'établissement du réseau de nivellement de haute résolution est impraticable de point de vue financier. L'apport des techniques spatiales comme le Global Positioning System (GPS) peut permettre de s'affranchir de ces contraintes à condition de disposer d'un modèle de géoïde de précision compatible à celle dérivée du GPS (1ppm).

Ainsi, l'objectif principal de cette thèse porte sur le calcul par voie gravimétrique d'un modèle du géoïde pour l'Algérie destiné principalement à supporter les opérations du nivellement par GPS. La technique utilisée pour le calcul des ondulations du géoïde est celle de retrait-restauration dont le principe est basé sur la décomposition de la hauteur du géoïde en différentes longueurs d'ondes : les grandes, les moyennes et les courtes et qui peuvent être représentées respectivement par le modèle géopotential global, les informations gravimétriques et topographiques.

Dans cette recherche, différents types de données ont été utilisées : Modèles géopotentiels, un Modèle numérique de terrain global (ETOPO5), les données GPS/nivellement, des mesures gravimétriques ponctuelles fournies par le Bureau Gravimétrique International (BGI), une grille des anomalies de gravité à l'air libre déjà prétraitée acquise auprès du département de Géophysique de l'université de Leeds United (GETECH) et un modèle (2D) de variation latérale de densité topographique. La technique de validation croisée a été utilisée conjointement avec la méthode de collocation par les moindres carrés pour détecter les mesures aberrantes présentes dans les mesures de gravité ponctuelles acquises auprès du B.G.I. En addition, plusieurs modèles globaux ont été évalués par l'utilisation des mesures gravimétriques et un ensemble de données GPS/nivellement pour en déduire le modèle approprié représentatif des données du champ de gravité en Algérie.

L'étape de prétraitement et de validation de données a été suivie par la détermination d'un nouveau modèle local de géoïde par l'intégration de ces nouvelles données. Ce modèle de géoïde de résolution 5'x5'a été calculé par la méthode de Transformée de Fourier Rapide sur le territoire national entre les limites [18°, 39°] en Latitudes et [-9.5°, 12.5°] en Longitude en utilisant la technique de retrait-restauration et corrigé de l'effet des variations latérale de la densité. Les résultats montrent que l'effet induit par l'utilisation d'un modèle réel de densité sur le géoïde varie entre 1cm jusqu'au 13cm, qui demeure non négligeable pour une détermination centimétrique du géoïde en Algérie. Il est certain, que l'emploi de modèle de variation de densité latérale dans le processus de détermination du géoïde par l'approche de Stokes améliorera, sans doute, la précision du modèle du géoïde, particulièrement, dans les zones montagneuses. Les solutions gravimétriques disponibles sur le territoire national ainsi que ce nouveau modèle ont été comparés avec 51 points GPS nivelés ; tous situés dans la partie nord de l'Algérie. L'analyse des résultats obtenus montre que le nouveau modèle du géoïde ajuste d'une façon optimale les données GPS nivelées comparativement aux autres solutions utilisées dans cette recherche. Ses déviations standards des différences, avant et après ajustement en utilisant le modèle de transformation à sept paramètres comme surface de correction, sont de l'ordre de 17 cm et de 8.1 cm, respectivement.

Enfin et afin de se prononcer sur la qualité des données intégrées dans cette détermination, un ajustement combiné des données GPS nivelées et du nouveau modèle du géoïde a été effectué en utilisant la méthode de collocation et le modèle de transformation à sept paramètres comme surface de correction. L'analyse des résultats issus des différents tests, montre que les valeurs des signaux estimés sont dominées par les erreurs sur le géoïde dues, principalement, à la qualité et à la densité des données gravimétriques fournies par le BGI, tandis que celles des bruits rendent compte des erreurs locales dans le réseau du nivellement NGA, dont on peut prendre une mesure de sa qualité.

Mots clés : Collocation par les moindres carrés, FFT, modèle paramétrique, modèle géopotential, retrait-restauration, Datum vertical, Nivellement par GPS.

summary

The determination of orthometric heights by precision leveling is a difficult and costly task especially in rugged terrain such as Algeria where the establishment of the high resolution leveling network is impractical from a financial point of view. The contribution of space techniques such as the Global Positioning System (GPS) can make it possible to overcome these constraints provided you have a precision geoid model compatible with that derived from GPS (1ppm).

Thus, the main objective of this thesis concerns the gravimetric computation of a geoid model for Algeria intended primarily to support GPS leveling operations. The technique used for calculating the geoid ripples is that of shrinkage-recovery, the principle of which is based on the decomposition of the height of the geoid in different wavelengths: large, medium and short and which can be respectively represented. by the global geopotential model, the gravimetric and topographic information.

In this research, different types of data were used: Geopotential models, a global terrain digital model (ETOPO5), GPS / leveling data, point-specific gravimetric measurements provided by the International Gravimetric Bureau (BGI), an anomaly grid of previously pretreated open air gravity acquired from the Department of Geophysics at Leeds United University (GETECH) and a 2D model of lateral variation in topographic density. The cross validation technique was used in conjunction with the least squares collocation method to detect the outliers present in point-of-gravity measurements acquired from the B.G.I. In addition, several global models were evaluated using gravimetric measurements and a GPS / leveling data set to derive the appropriate model representative of the gravity field data in Algeria.

The preprocessing and data validation step was followed by the determination of a new local geoid model by integrating these new data. This 5'x5 'geoid model was computed by the Fast Fourier Transform method on the national territory between the [18 °, 39 °] Latitudes and [-9.5 °, 12.5 °] Longitude boundaries using the removal-restoration technique and corrected for the effect of lateral variations in density. The results show that the effect induced by the use of a real model of density on the geoid varies between 1cm up to 13cm, which remains non negligible for a centimetric determination of the geoid in Algeria. It is certain that the use of a lateral density variation model in the geoid determination process by the Stokes approach will undoubtedly improve the accuracy of the geoid model, particularly in mountainous areas. The gravimetric solutions available on the national territory as well as this new model were compared with 51 leveled GPS points; all located in the northern part of Algeria. The analysis of the results obtained shows that the new geoid model optimally adjusts the leveled GPS data compared to the other solutions used in this research. Its standard deviations of the differences, before and after adjustment, using the sevenfold transformation model parameters as correction surface, are of the order of 17 cm and 8.1 cm, respectively.

Finally, in order to decide on the quality of the data included in this determination, a combined adjustment of the leveled GPS data and the new geoid model was performed using the collocation method and the seven-parameter transformation model as the correction surface. . The analysis of the results from the various tests shows that the values of the estimated signals are dominated by the errors on the geoid due, mainly, to the quality and the density of the gravimetric data provided by the BGI, while those of the noises account for local errors in the NGA leveling network, from which a measure of its quality can be taken.

Key Words: Least Squares Collocation, FFT, Parametric Model, Geopotential Model, Retrieval-Restore, Vertical Datum, GPS Leveling.

ملخص

يعد تحديد الإرتفاعات عن مستوى سطح البحر والمقاسة بواسطة التسوية الدقيقة مهمة صعبة ومكلفة خاصة في المناطق ذات التضاريس الوعرة مثل الجزائر حيث أن إنشاء شبكة التسوية عالية الدقة بهذه الطريقة غير مجد من الناحية المالية. لكن التقنيات الفضائية مثل النظام العالمي لتحديد المواقع (GPS) يمكن أن تسهم في التغلب على هذه الصعوبات شريطة أن يكون لدينا نموذج جويد دقيق متوافق من حيث الدقة مع (GPS 1ppm)

وبالتالي ، فإن الهدف الرئيسي من هذه الأطروحة يتعلق بحساب نموذج جيويد للإقليم الجزائري باستعمال قيم الجاذبية لدعم عمليات التسوية بواسطة GPS . ومن أجل حساب تموجات الجيويد فقد استعملنا طريقة تسمى السحب والارجاع يعتمد مبدؤها على تقسيم ارتفاع الجيويد إلى أطوال موجية مختلفة: كبيرة، متوسطة وقصيرة ويمكن تمثيلها على التوالي. بواسطة نموذج جيوكوموني علمي ، قياسات الجاذبية ومعطيات طبوغرافية.

في هذا البحث ، تم استخدام أنواع مختلفة من المعطيات: نماذج جيوكومونية عالمية ، نماذج رقمية للتضاريس العالمية (ETOPO5)، معطيات (تسوية/ GPS) ، قياسات جاذبية نقطية مقدمة من المكتب الدولي لقياس الجاذبية (BGI) ، شبكة شذوذ من جاذبية الهواء الخارجي التي سبق معالجتها والتي تم الحصول عليها من قسم الجيوفيزياء في جامعة ليدز المتحدة (GETECH) ونموذج ثنائي الأبعاد للكثافة الطبوغرافية.

في مرحلة التحقيق والتصديق على المعطيات تم تقييم عديد النماذج الجيوكومونية العالمية باستخدام قياسات الجاذبية ومجموعة من معطيات (تسوية/ GPS) من أجل حساب النموذج الجيوكوموني الأنسب لمعطيات حقل الجاذبية في الجزائر. كما تم تقييم المعطيات المتعلقة بقياسات الجاذبية باستخدام تقنية التصديق المتبادل بالتزامن مع طريقة الإرتصاف بالأقل مربعات للكشف عن القيم المتطرفة الموجودة في قياسات نقاط الجاذبية المقدمة من (B.G.I.).

بعد المعالجة المسبقة لصحة المعطيات تم دمج هذه البيانات الجديدة من أجل حساب نموذج جيويد جديد بدرجة وضوح مكاني 5 دقائق × 5 دقائق باستخدام طريقة تحويل فورييه السريع على جميع أراضي الإقليم الجزائري بين خطوط الطول [18° ، 39°] و [-9.5° ، 12.5°] باستخدام تقنية السحب والارجاع بعد تصحيح تأثير الاختلاف السطحي للكثافة الأرضية . أظهرت النتائج أن التأثير على الجيويد الناتج عن استخدام نموذج حقيقي للكثافة الأرضية يتراوح ما بين 1 سم إلى 13 سم ، وهو مقدار مهم لتحديد الجيويد في الجزائر بدقة السنتيمتر. ومن المؤكد كذلك أن استخدام نموذج التباين في الكثافة السطحية في عملية تحديد الجيويد من خلال نهج ستوكس سوف يحسن بلا شك دقة نموذج الجيويد خاصة في المناطق الجبلية.

تمت كذلك مقارنة النموذج الجديد وكذا النماذج المتوفرة سلفا في الجزائر من خلال مجموعة مكونة من 51 نقطة (تسوية / GPS) كلها موجودة في شمال الجزائر حيث أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها أن نموذج الجيويد الجديد يطابق على النحو الأمثل بيانات (تسوية/ GPS) مقارنة بالنماذج الأخرى المستخدمة في هذا البحث ، كما أن الانحرافات المعيارية للاختلافات بالنسبة للنموذج الجديد باستخدام نموذج التحويل ذي السبعة عناصر كسطح تصحيح هي في حدود 17 سم ، قبل المطابقة و 8.1 سم بعد المطابقة . أخيراً ، ومن أجل اتخاذ قرار بشأن جودة البيانات المضمنة في تحديد نموذج الجيويد ، تم إجراء مطابقة مشتركة لبيانات (تسوية / GPS) ونموذج الجيويد الجديد باستخدام طريقة الإرتصاف ونموذج التحويل ذو السبع عناصر كسطح تصحيح فأظهرت نتائج الاختبارات المختلفة أن الأخطاء الموجودة على الجيويد تهيمن على قيم الإشارات المقدره بسبب جودة وكثافة بيانات الجاذبية المقدمة من BGI ، في حين أن قيم الضوضاء تحيلنا إلى الأخطاء المحلية في شبكة التسوية NGA ، والتي يمكن من خلالها اتخاذ قرار بشأن جودتها.

الكلمات المفتاحية: Least Squares Collocation, FFT, Parametric Model, Geopotential Model, Retrieval-Restore, Vertical Datum, GPS Leveling

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACES	I
REMERCIEMENTS.....	II
RESUME	III
Table Des Matières	VI
Liste Des Figures.....	VIII
liste des tables.....	X
Acronymes.....	XI
INTRODUCTION GENERALE	1

CHAPITRE 1 :PESANTEUR, SYSTEMES DES ALTITUDES ET GEOÏDE

1.1- RELATION ENTRE LES ALTITUDES ELLIPSOÏDALES ET LES ALTITUDES ORTHOMETRIQUES	5
1.2- ETAT DES LIEUX (RESEAU NATIONAL DE NIVELLEMENT)	6
1.3- POTENTIEL DE PESANTEUR	8
1.4- PESANTEUR TERRESTRE	11
1.5- POTENTIEL NORMAL	12
1.6- PESANTEUR NORMALE	14
1.7- SYSTEMES DES ALTITUDES	15
1.7.1- ALTITUDE ORTHOMETRIQUE.....	15
1.7.2-ALTITUDE NORMALE	17
1.7.3)-ALTITUDE DYNAMIQUE	18
1.8- GEOIDE GRAVIMETRIQUE	19
1.8.1- CONCEPT DU GEOIDE GRAVIMETRIQUE.....	19
1.8.2- DETERMINATION DU GEOIDE GRAVIMETRIQUE	20
1.9- EFFET DU TERRAIN SUR LE GEOIDE.....	25
1.10- TECHNIQUE DE RETRAIT- RESTAURATION (REMOVE-RESTORE).....	27
1.11- GEOÏDE GRAVIMETRIQUE PAR FFT	30
1.11.1- APPROXIMATION PLANE DE L'INTEGRALE DE STOKES	30
1.11.2- APPROXIMATION SPHERIQUE DE L'INTEGRALE DE STOKES.....	31
1.12- SOURCES D'ERREURS SUR LES ONDULATIONS DU GEOÏDE.....	32
1.12.1- ERREURS DUES A N_{GM}	33
1.12.2- ERREURS DUES A N_{Ag}	34
1.12.3- ERREURS DUES A N_H	34

CHAPITRE 2:EFFET DES VARIATIONS DE LA DENSITE LATERALE SUR LE GEOÏDE

2.1- EFFETS GRAVITATIONNELS	35
2.2)- REDUCTIONS GRAVIMETRIQUES	36
2.3)-EFFETS TOPOGRAPHIQUES SUR LES DETERMINATIONS DE GEOÏDE ET DU QUASI-GEOÏDE.....	38
2.3.1)-POTENTIEL TOPOGRAPHIQUE ET CONDENSATION DES MASSES	40
2.3.2)-EFFETS INDIRECTS	41
2.3.3- EFFET DIRECT DE LA TOPOGRAPHIE SUR LA PESANTEUR.....	42
2.3.4- EFFET TOPOGRAPHIQUE DIRECT SUR L'ANOMALIE DE GRAVITE ET SUR LE GEOÏDE (APPROCHE CLASSIQUE)	44
2.3.5- EFFETS TOPOGRAPHIQUES SUR L'ANOMALIE DE HAUTEUR ET SUR LE GEOÏDE (APPROCHE MODERNE)	45
2.3.6- EFFET DE PROLONGEMENT DESCENDANT SUR L'ANOMALIE DE GRAVITE DANS LA FORMULE DE STOKES	46

2.4- DETERMINATION DU GEOÏDE PAR DES CORRECTIONS ADDITIVES	48
--	----

CHAPITRE 3 : DESCRIPTION ET VALIDATION DES DONNEES

3.1- DESCRIPTION DES DONNEES	50
3.1.1- DONNEES GRAVIMETRIQUES	50
3.1.1.1- DONNEES GRAVIMETRIQUES TERRESTRES	50
3.1.1.2- DONNEES GRAVIMETRIQUES MARINES	50
3.1.2- DONNEES GPS NIVELEES	51
3.1.3- MODELE GEOPOTENTIEL	53
3.1.3.2- COMPARAISON AVEC LES DONNEES GPS NIVELEES	62
3.1.4- MODELE NUMERIQUE DE TERRAIN (MNT)	64
3.2- VALIDATION DES DONNEES GRAVIMETRIQUES DU BGI	67
3.2.1- PRINCIPE DE LA COLLOCATION PAR LES MOINDRES CARRES	68
3.2.2- PROCEDURE DE VALIDATION	70

CHAPITRE 4: CALCUL DU MODELE DU GEOÏDE ET SA VALIDATION (PHASE : MODELISATION)

4.1- MODELE DU GEOÏDE	75
4.2- CALCUL DU GEOÏDE GRAVIMETRIQUE.....	75
4.2.1- CORRECTION DE TERRAIN	75
4.2.2- MODELE GEOPOTENTIEL	78
4.2.3- PROCEDURE DE CALCUL	78
4.3- EVALUATION DE L'EFFET DE VARIATION DE LA DENSITE LATERALE SUR LE MODELE DU GEOÏDE.....	81
4.3.1- EFFET DE VARIATION DE LA DENSITE LATERALE	81
4.3.2- CONSTRUCTION DU MODELE REEL DE DENSITE TOPOGRAPHIQUE A PARTIR DE LA CARTE GEOLOGIQUE	82
4.3.2.1- ACQUISITION ET PRETRAITEMENTS DES DONNEES	85
A)-ANALYSE SPATIALE DANS LES SIG	85
1-LOCALISATIONS SPATIALES	85
2-RELATIONS SPATIALES	85
3-STRUCTURES SPATIALES	85
B)-FONCTIONS POPULAIRES D'ANALYSE SPATIALE	85
C)-STRATIGRAPHIE DU NORD DE L'ALGERIE	88
D)- DENSITES DE ROCHES	92
4.3.2.2- REALISATION DE LA CARTE DE DENSITE	93
4.3.3)- EFFET DE LA VARIATION DE LA DENSITE SUR LE GEOÏDE.....	97
4.4- COMPARAISON DES MODELES DE GEOÏDE AVEC LES DONNEES GPS/NIVELLEMENT .	99
4.5-ESTIMATION DE LA PRECISION RELATIVE DU MODELE DU GEOÏDE	102

CHAPITRE 5 : DEFINITION D'UN NOUVEAU DATUM VERTICAL POUR L'ALGERIE

5.1- AJUSTEMENT COMBINE GPS, NIVELLEMENT ET GEOÏDE (ETUDE DE LA QUALITE DES DONNEES INTEGREES DANS L'AJUSTEMENT)	105
5.1.1)-MODELE MATHEMATIQUE D'AJUSTEMENT COMBINE DES DONNEES GPS/NIVELLEMENT ET GEOÏDE	105
5.1.2- DESCRIPTION DU PROGRAMME.....	107
5.1.3)-RESULTATS D'AJUSTEMENT	111
5.2-DEFINITION D'UN NOUVEAU DATUM VERTICAL POUR LA PARTIE NORD DE L'ALGERIE	112
5.3- AUSCULTATION ALTIMETRIQUE PAR GPS D'UN BAC DE STOCKAGE	114
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS	117
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	120
AN N E X E	123

LISTE DES FIGURES

Figure I- 1: Altitude, hauteur ellipsoïdale et géoïde	6
Figure I- 2: Réseau de nivellement Algérien (NGA)Source: INCT.....	8
Figure I- 3: Système de coordonnées sphériques.....	9
Figure I- 4: Représentation schématique de la ligne de force et des surfaces équipotentielles	12
Figure I- 5: Système de coordonnées ellipsoïdiques	14
Figure I- 6 : Altitude orthométrique	16
Figure I- 7: Altitude normale	18
Figure I- 8: Géométrie associée aux problèmes de Stokes et de Molodensky (Relation entre Ondulation du géoïde (N), altitude orthométrique (H), Anomalie de hauteur et l'altitude Normale H')	24
Figure I- 9: Modèle résiduel de terrain (RTM); différence entre la surface topographique et la surface de référence.	27
Figure I- 10: Contribution des différentes données sur la détermination régionale du géoïde	28
Figure II- 1: Réduction de Bouguer	36
Figure II- 2: Modèle de Terrain Résiduel	37
Figure II- 3: Seconde Méthode de Condensation d'Helmert	38
Figure III- 1: Répartition géographique des mesures de gravité utilisées	52
Figure III- 2: Répartition géographique des points GPS nivelés	52
Figure III- 3: Schéma de récurrence pour le calcul des fonctions associées normalisées de Legendre	55
Figure III- 4: Distribution géographique des données GETECH	57
Figure III- 5: Carte des différences, en mGals, des anomalies de gravité à l'air libre (BGI moins EGM2008).....	60
Figure III- 6: Les histogrammes des différences entre les anomalies de gravité à l'air libre fournies par le BGI et celles obtenues à partir des modèles géopotentiels (Le degré de développement en harmonique sphérique pour chaque modèle est utilisé).....	61
Figure III- 7: Zone de couverture SRTM [NASA/JPL].....	65
Figure III- 8: Modèle d'élévation de terrain issu des données SRTM	66
Figure III- 9: Carte des différences, en m, entre les altitudes BGI et celles interpolées à partir du les MNE dérivé à partir de la mission SRTM.	67
Figure III- 10: Distribution géographique des deux ensembles A et B ; A (en Bleu), B (en Rouge)	71
Figure III- 11: Organisation et structuration des données du programme	72
Figure III- 12: Distribution géographique des données validées Acceptée (.), Suspecte (Δ).....	74
Figure IV- 1: Processus de calcul des corrections de terrain selon la réduction RTM.....	76
Figure IV- 2: Répartition géographique des stations test.....	78
Figure IV- 3: Carte des différences, en mètres, entre des altitudes des stations du réseau test et celles interpolées à partir du modèle SRTM.....	78
Figure IV- 4: Fonction de covariance empirique des anomalies résiduelles.	79
Figure IV- 5: Géoïde résiduel (m).....	80
Figure IV- 6: Effet indirect sur le géoïde (m)	80

Figure IV- 7: Carte du géoïde gravimétrique Algérien (Intervalle des contours 2 m).....	81
Figure IV- 8: Carte géologique nationale de l'Algérie à l'échelle 1 :2 000 000.....	83
Figure IV- 9: Extraction de la carte géologique sur la partie nord de l'Algérie.....	88
Figure IV- 10: Stratigraphie du nord de l'Algérie.....	91
Figure IV- 11: Représentation des unités géologiques en fonction de leurs densités.....	95
Figure IV- 12: Extraction de la grille finale par application des fonctions d'analyse spatiale.....	96
Figure IV- 13: Effet sur l'ondulation du géoïde résultant de l'utilisation du modèle de densité réelle (en cm)	98
Figure IV- 14: Carte du modèle du géoïde gravimétrique corrigé (Intervalle contours 2m)	98
Figure IV- 15: Précision relative en fonction de la longueur de base (en ppm)	104
Figure V- 1: Organigramme général du programme (Ajustement Combiné)	110
Figure V- 2: Fonctions de covariance empirique et analytique des différences, aux points d'appui, ntre les hauteurs du géoïde gravimétrique et celles déterminées par GPS/nivellement.....	111
Figure V- 3: Composantes individuelles des signaux et des bruits sur les points d'appui	112
Figure V- 4: Résidus, aux points d'appui, obtenus par krigeage et après adaptation en utilisant le modèle de similitude spatiale à sept paramètres.	113
Figure V- 5: Surface de correction sur la partie nord de l'Algérie (Contours tous les 5cm)	114
Figure V- 6: Bac de stockage souterrain du complexe SONATRACH GL4/Z d'Arzew ...	115

LISTE DES TABLES

Tableau I- 1: Erreurs omises sur les différents paramètres du champ de gravité calculées à partir du modèle de Tscherning & Rapp (Wenzel, 1999).	33
Tableau III- 1: Statistiques, en mGals, des différences entre les anomalies de gravité à l'air libre fournies par le BGI et celles obtenues à partir des modèles géopotentiels.....	58
Tableau III- 2: Statistiques, en mGals, des différences entre la grille des anomalies de gravité à l'air libre fournie par GETECH et celle obtenue à partir des modèles géopotentiels testés. .	59
Tableau III- 3: Résultats de comparaison, avant et après adaptation, entre les hauteurs du géoïde prédites à partir des modèles globaux et celles obtenues par GPS/Nivellement (m). Le degré de développement en harmonique sphérique pour chaque modèle a été utilisé (Cas sans filtrage).....	63
Tableau III- 4: Comparaison, avant et après adaptation, des hauteurs du géoïde prédites à partir des modèles globaux avec celles obtenues par GPS/Nivellement (m). Un filtrage a été appliqué aux ondulations du géoïde dérivées à partir du GPS et du Nivellement.....	63
Tableau III- 5: Statistiques des données validées.....	66
Tableau III- 6: Distribution géographique des données validées Acceptée (.), Suspecte (Δ)	74
Tableau IV- 1: Statistiques des anomalies à l'air libre résiduelles (Processus de retrait).	78
Tableau IV- 2: Statistiques des différentes composantes fréquentielles du géoïde.....	79
Tableau IV- 3: Quelques fonctions d'analyse spatiale (pour format vecteur) sous ArcGIS	86
Tableau IV- 4: Quelques fonctions d'analyse spatiale (pour format raster) sous ArcGIS	86
Tableau IV- 5: Densité des roches	92
Tableau IV- 6: Composition rocheuse des unités géologiques.....	93
Tableau IV- 7: Résultats de comparaison, avant adaptation, entre les modèles du géoïde et les hauteurs du géoïde déterminées par GPS/nivellement (en mètres).....	100
Tableau IV- 8: Résultats de comparaison, après adaptation, entre les modèles du géoïde et les hauteurs du géoïde déterminées par GPS/nivellement (en mètres).....	102
Tableau IV- 9: Statistiques des précisions relatives (en ppm).....	103
Tableau V- 1: Différences entre les nouvelles surface du géoïde et les hauteurs du géoïde des 51 points d'appui dérivées à partir du GPS et du nivellement données en m.	113
Tableau V- 2: Ecart entre les altitudes observées et celles calculées aux points d'appui (Unité: [m])	116
Tableau V- 3: Statistiques, en mètre, des différences aux points d'appui	116
Tableau A.1 : Corrections de terrain sur les anomalies de gravité suivant la réduction RTM.....	123

ACRONYMES

AGP	African Geoid Preliminary
AIG	Association Internationale de Géodésie
ALGEONET	ALGerian GEODynamical NETwork
BGI	Bureau Gravimétrique international
CFT	Continue fourrier Transform
CHAMP	Challenging Minisatellite Poyload
CTS	Centre des Techniques Spatiales (Arzew-Algérie)
DEM	Digital Elevation Model
1D FFT	One Dimension Fast Fourier Transform
DFT	Discret Fourier Transform
2D FFT	Two Dimension Fast Fourier Transform
EANG	Europe – Afrique du nord Géoïde
EGM2008	Earth Geopotential Model 2008
EIGEN	European Improved Gravity model of the Earth by New techniques
ERS1	European Remote Sensing Satellite System
ETOPO2	2 Arc Minute Earth Topography/Bathymetry
FFT	Fast Fourier Transform
GETECH	Geophysical Exploration Technology Ltd
GGMs	Global Geopotential Models
GLOBE 30	30 Arc second Global Relief Model
GNSS	Global Navigation Satellite System
GOCE	Gravity Field and Steady- State Ocean Circultion Earth Explorer
GPM2	Global Potentiel Model 2
GPS	Global Positioning System
GRACE	Gravity Recovery and Climate Experiment
GRS	Geodetic Reference System
GTOPO	Global Topography
IGeS	International Geoid Service
IGFS	International Gravity Field Service

IGN	Institut Géographique National (France)
IGS	International GPS Service
INCT	Institut National de Cartographie et de Télédétection (Algérie)
ING	Instituto Nazionale di Geofisica (Italy)
JPL	Jet Propulsion Laboratory (U.S.A)
KMS	Kort-of Matrikel Stryrelsen
LAGEOS	Laser Geodynamics Satellites
LSC	Least Squares Collocation
MNE	Modèle Numérique d'Élévation
MNT	Modèle Numérique de Terrain
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NGA	Nivellement Général Algérien
NGA	National Geospatial-Intelligence Agency (U.S.A)
NGF	Nivellement Général de France
NIMA	National Imagery and Mapping Agency (U.S.A)
OSU91A	Ohio State Univrsity,1991
PGM2007B	Potentiel Global Model 2007
1ppm	1mm pour un million
RMS	ROOT MEAN SQUARE
RTM	Residual Terrain Model
SEASAT	Sea Satellite
SGA	Service Géographique de l'Armée (France)
SLR	Satellite Laser Ranging
SRTM	Shuttle Radar Topography Mission
Topex/Poseidon	Ocean Topography Experiment
TYRGEONET	TYRhenian GEOdynamical NETwork
VLBI	Very Long Baseline Interferometry
WGS84	World Geodetic System

INTRODUCTION GENERALE

La géodésie est une science qui s'occupe de la détermination de la forme et des dimensions de la terre, ainsi que de son champ de pesanteur. Elle se retrouve en voisinage immédiat de trois grands domaines scientifiques, l'astronomie, la géophysique et l'océanographie, domaines auxquels elle est de plus en plus étroitement liée compte tenu des innombrables missions spatiales. La géodésie a complètement changé depuis l'avènement de première spatiale, et ses techniques participent actuellement à une vaste entreprise pluridisciplinaire consistant à déterminer et cartographier les surfaces d'autres corps planétaires.

La connaissance du champ de pesanteur et ses variations temporelles dans l'espace est capitale en géodésie, en océanographie pour la détermination de la topographie de la surface océanique, en navigation, et dans d'autres domaines des sciences de la terre. Sa modélisation nécessite une large répartition spatiotemporelle de mesures issues à partir des différentes techniques d'observation (gravimétrie terrestre et marines, gradiométrie spatiale, mesures satellitaires).

Un système de référence altimétrique moderne représentant le niveau moyen de la mer comme étalon de référence nationale pour l'altitude permet de soutenir l'activité économique et représente un élément essentiel de l'infrastructure de base favorisant une bonne gouvernance de nos ressources naturelles. Il constitue les fondements d'un large éventail d'activités en sciences de la terre. Ces activités englobent la cartographie, les travaux de génie, les études environnementales et des risques naturels, les transports, la navigation ainsi que l'exploration à la recherche de ressources minérales.

En Algérie, le présent système de référence altimétrique dénommé NGA (Nivellement Général Algérien) a été adopté en 1889. Il fut établi par des techniques classiques de nivellement de précision. Jusqu'à présent, l'Institut National de Cartographie et de Télédétection (INCT) en sa qualité d'organisme national en charge de l'information géographique, continue de s'appuyer sur le nivellement de précision pour matérialiser le canevas altimétrique, c'est-à-dire l'ensemble des points de référence altimétrique. Ces repères de nivellement, mis à la disposition des utilisateurs à la grandeur du pays, leurs servent d'accès à la référence et permettent de contrôler la qualité des levés. Cependant et compte tenu de son principe, la technique de nivellement direct est très précise mais ne répond pas aux besoins de travaux de grandes envergures à cause de la propagation des erreurs et des délais impartis à la mise en place de longs cheminements. Elle reste, en pratique, une procédure laborieuse et coûteuse spécialement dans les régions de relief accidenté comme l'Algérie où l'établissement du réseau de nivellement de haute résolution est impraticable de point de vue financier. Le réseau de nivellement Algérien comporte quelques 6500 km de nivellement de précision de 1^{er} ordre essentiellement dans la partie nord du pays et quelques 18000 km de différents ordres, lié à la référence altimétrique de la Goulette en Tunisie. Cette couverture reste insuffisante pour la majorité des régions du pays particulièrement dans la partie sud où des nouvelles mesures seront nécessaires pour accomplir une couverture homogène.

En outre, les limites du présent système de référence altimétrique (NGA) (instabilité, déformation, couverture limitée, etc.) conjuguées aux coûts d'entretien élevés, à l'étendue du territoire national, de même des possibilités offertes par les nouvelles technologies de positionnement par satellite, ont rendu nécessaire voire indispensable de proposer une autre alternative afin de répondre aux besoins immédiats de plusieurs utilisateurs potentiels de cette information capitale en leurs procurant l'accès au cadre de référence altimétrique nationale. De ce

fait et afin de mieux servir la majorité des utilisateurs et faciliter l'accès au référentiel altimétrique pour qu'ils puissent bénéficier des avantages substantiels du GPS et des technologies modernes connexes, il va falloir songer à moderniser le cadre de référence altimétrique nationale.

La modernisation a pour objectif l'élaboration, la mise en œuvre du système de référence altimétrique basé sur un géoïde gravimétrique pour l'Algérie. Elle vise à établir une nouvelle surface de référence altimétrique déterminée par un modèle du géoïde plutôt que par nivellement géométrique. Elle permettra de mesurer les altitudes par rapport à une surface de référence continue et uniforme à travers le pays, à l'aide du GPS et des technologies émergentes GNSS. Cette nouvelle approche permettra de réduire la dépendance des utilisateurs sur des réseaux de repères de nivellement pour l'accès à la référence altimétrique, ainsi que les coûts d'entretien de repères de nivellement.

Au cours des dernières années et avec l'apport des nouvelles missions spatiales (GRACE, CHAMP et GOCE), dédiées principalement à la cartographie des variations temporelles du champ de gravité Terrestre, des progrès notables ont été réalisés dans la modélisation globale du champ de gravité Terrestre donnant naissance à des modèles géopotentiels globaux de haute résolution et de meilleure qualité. Ces missions ont considérablement révolutionné notre connaissance du champ de pesanteur terrestre à l'échelle globale et amélioré notre capacité de définir la surface équipotentielle du champ de pesanteur terrestre qui représente le mieux le niveau moyen des mers; désignée sous le nom géoïde. Cette surface représente une solution possible de remplacement à la réalisation d'un référentiel altimétrique autre que par l'entremise de repères de nivellement. En outre, la nouvelle mission SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) a amélioré considérablement notre connaissance de la topographie de la surface de la terre. Ces données devront être utilisées, notamment, pour des régions non encore couvertes par des modèles digitalisés de terrain de haute résolution, voire l'Algérie, dans le calcul des effets de terrain sur les différentes quantités gravimétriques. En principe, ces nouvelles données devront permettre d'améliorer la qualité et la précision des modèles locaux du géoïde.

A présent, les demandes sur un géoïde précis ont augmenté particulièrement avec les performances des technologies des systèmes mondiaux de géolocalisation et de navigation par satellites (GNSS) qui continuent à se développer et à s'améliorer en termes d'exactitude et de facilité d'utilisation, devenant des outils de choix pour le positionnement auprès des utilisateurs œuvrant dans le domaine des sciences de la terre, et qui donnent un positionnement relatif de 1 à 2 ppm (1 mm pour un million) dans la définition de lignes altimétriques exigeant, en revanche, un géoïde de même qualité (précision). En d'autres termes, pour pouvoir transformer une hauteur ellipsoïdique purement géométrique, issue d'observation et de traitement de données GPS, en altitude orthométrique, il suffit de disposer d'un modèle de géoïde. De ce fait, l'Algérie a récemment orienté une partie de ses programmes de recherche vers les déterminations précises du géoïde en utilisant différentes méthodes. Malheureusement, les modèles du géoïde globaux utilisés et locaux calculés sur uniquement des zones de dimensions réduites n'ont pas la précision requise pour supporter les opérations du nivellement par GPS. Ceci est dû à plusieurs facteurs dont les principaux sont liés à la qualité, la densité et la nature des données gravimétriques dont les mesures marines ont été omises, au modèle numérique de terrain utilisé pour le calcul des corrections de terrain nécessaires à la résolution du problème géodésique des valeurs aux limites relatif à la détermination de la forme réelle de la terre, à la densité et la répartition non uniforme des points GPS nivelés destinés à évaluer la qualité du modèle du géoïde calculé, et enfin aux approximations faites sur les plans théorique et pratique.

L'objectif de cette thèse porte sur le calcul, par voie gravimétrique, d'un modèle précis du géoïde pour l'Algérie en intégrant les nouveaux modèles dérivés à partir des nouvelles missions spatiales (**CHAMP**, **GRACE** et **GOCE**) dédiées, principalement, à la cartographie des variations temporelles du champ de pesanteur Terrestre. Ce modèle sera destiné, principalement, à supporter les opérations du nivellement par GPS au moins pour espérer de densifier les réseaux de nivellement d'ordres inférieurs, et servira, en conséquence, dans la définition d'un nouveau Datum vertical pour l'Algérie visant la modernisation du cadre de référence altimétrique national.

A travers cette recherche, différents aspects théorique et pratique dans le domaine de la géodésie seront abordés et étudiés dont les principaux sont :

- ◆ Développement et utilisation de la technique de validation croisée pour la détection des observations aberrantes dans les mesures gravimétriques,
- ◆ Choix optimal d'un modèle géopotential global pour l'Algérie,
- ◆ Etude qualitative de la précision des Modèles d'Élévation de Terrain dérivés à partir des données **STRM**.
- ◆ Calcul par voie gravimétrique d'un nouveau modèle local de géoïde par intégration de ces nouvelles données,
- ◆ Mise en œuvre d'une procédure optimale pour le choix d'un modèle paramétrique représentatif de la correction totale qui devrait être appliquée au géoïde gravimétrique,
- ◆ Etablissement d'un nouveau datum vertical pour l'Algérie basé sur le concept de la surface de correction,
- ◆ Etablissement d'un modèle de variation de la densité latérale et étude de son effet sur la modélisation du géoïde, et enfin,
- ◆ Etude de l'impact de ce nouveau modèle du géoïde sur l'activité tectonique en Algérie.

La présentation de cette thèse comportera cinq chapitres :

Dans le premier chapitre, seront rappelées les notions théoriques portant sur le potentiel réel de la terre et le potentiel normal, les différents systèmes d'altitude, la détermination du géoïde par voie gravimétrique, ainsi que les principes de la méthode de Terrain Résiduel et celle de retrait-restauration.

Dans le deuxième chapitre, seront décrites une manière détaillée, la formulation mathématique de l'effet causé par les variations de la densité latérale sur le géoïde, l'approche méthodologique adoptée pour créer le modèle de variation de la densité latérale à partir de la carte géologique. Des notions géologiques font, également, parties de ce chapitre.

Dans le troisième chapitre, seront décrites les données utilisées dans cette détermination, la procédure adoptée pour le choix du modèle géopotential global qui ajuste d'une façon optimale les données du champ de gravité en Algérie, l'application de la technique de validation croisée basée sur la méthode de collocation par les moindres carrés pour la détection des observations aberrantes dans les mesures gravimétriques (validation des mesures gravimétriques). Une description sommaire des modèles géopotentials globaux dérivés à partir des nouvelles missions spatiales est également présentée dans ce chapitre.

Le quatrième chapitre sera consacré au calcul par la Transformée de Fourier Rapide (FFT) du modèle du géoïde gravimétrique, à l'évaluation de l'effet dû aux variations de la densité latérale sur le géoïde, sa validation, ainsi que sa comparaison avec d'autres solutions locales et régionales disponibles sur le territoire national.

Enfin, dans le cinquième chapitre sera étudiée la qualité de chaque donnée d'altitude introduite dans l'ajustement combiné des données GPS, nivellement et du géoïde moyennant l'approche de collocation. Une étude de faisabilité de définition d'un nouveau cadre de référence altimétrique nationale basé sur le concept du géoïde développé dans le cadre de cette thèse en remplacement du nivellement par l'approche classique sera, également, présentée dans ce chapitre.

Chapitre 1 :
Pesanteur, Systèmes des altitudes et géoïde

1.1- Relation entre les altitudes ellipsoïdales et les altitudes orthométriques

On utilise un ellipsoïde au lieu du géoïde pour le calcul des coordonnées géodésiques parce qu'il est extrêmement difficile d'effectuer les calculs mathématiques nécessaires sur une surface irrégulière telle que le géoïde. Ce concept inventé par les mathématiciens et géodésiens allemands C.F. Gauss et J.B. Listing, est longtemps resté un objet d'études scientifiques. Il est défini comme l'équipotentielle du champ de pesanteur ($W=W_0$) correspondant au mieux au niveau moyen des mers. Il était principalement utilisé pour des recherches sur les références verticales et le niveau moyen de la mer. Depuis l'apparition des techniques spatiales de positionnement, et plus particulièrement avec le développement rapide du système GPS, la situation a radicalement changé ; le géoïde est devenu un outil indispensable pour convertir les hauteurs ou les différences de hauteurs au dessus de l'ellipsoïde issues du GPS en altitudes ou en différences d'altitudes au sens du nivellement.

Le positionnement spatial tel que le GPS fournit des coordonnées tridimensionnelles dans le système géodésique mondial WGS 84. L'exploitation de cette information nécessite deux transformations distinctes dans le référentiel local. La première est la transformation horizontale des coordonnées géographiques (λ, φ) dans le datum local en utilisant les modèles de transformations existants. Cependant et avec l'existence des systèmes globaux, ces transformations deviendront inutiles car plusieurs pays passeront à l'utilisation d'un datum géocentrique.

La deuxième transformation concerne la composante verticale où il est nécessaire de déterminer la position du géoïde par rapport à l'ellipsoïde WGS84 pour transformer les altitudes ellipsoïdales en altitudes orthométriques. Cette combinaison est très souhaitable dans plusieurs applications, car les méthodes classiques pour l'établissement d'un réseau de nivellement sont laborieuses, coûteuses et impraticables dans les terrains rocheux et dans des conditions météorologiques variables. D'autre part, les altitudes ellipsoïdales peuvent être déterminées d'une façon économique et efficace avec une couverture dense sur les continents (en utilisant les systèmes de navigation par satellite) ou sur les océans (en utilisant l'altimétrie sur satellite). Le problème principal de ces techniques est que les altitudes ont pour surface de référence l'ellipsoïde, et donc ne représentent aucune signification physique. La relation entre les altitudes ellipsoïdales et les altitudes orthométriques (ou par rapport à un système d'altitudes) est fonction des ondulations du géoïde. Théoriquement, et avec une bonne approximation, l'ondulation du géoïde (N) est liée aux altitudes ellipsoïdale et orthométrique par la relation (Voir Figure 1.1) :

$$h_e - H - N = 0 \quad (1.1)$$

Où h_e désigne l'altitude ellipsoïdique obtenue par GPS et exprimée dans le système de référence géodésique géocentrique WGS84, H est l'altitude orthométrique et N désigne la hauteur du géoïde obtenue à partir d'un modèle local ou d'un modèle géopotential global.

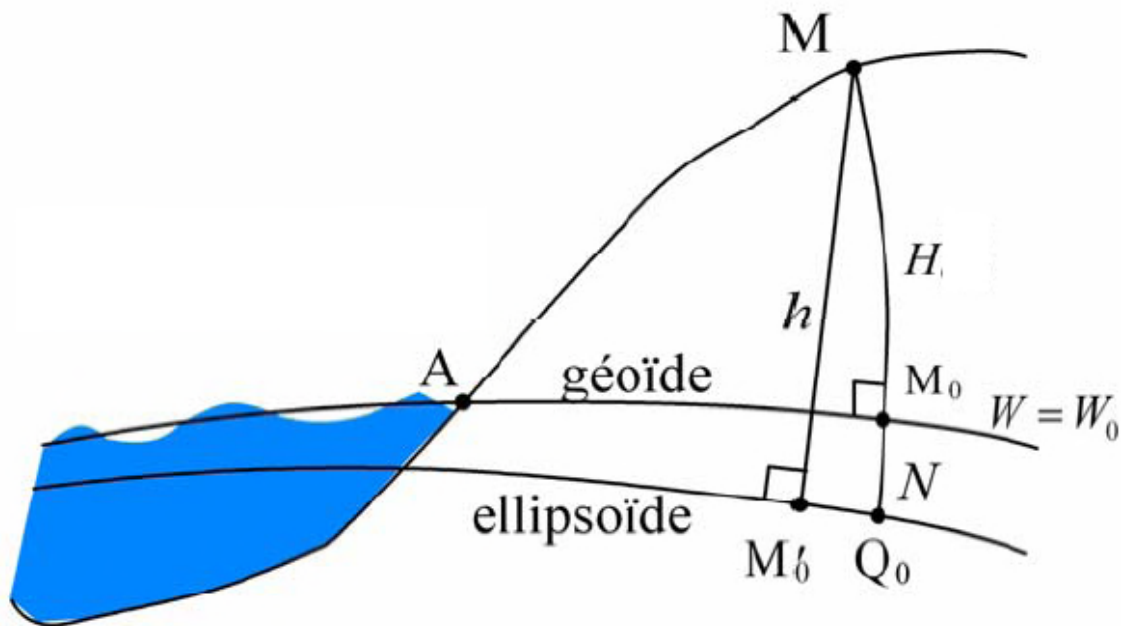


Figure I.1 : Altitude, hauteur ellipsoïdale et géoïde

Reconnaissant les avantages et les inconvénients de chaque système d'altitudes, il est clair que la combinaison des altitudes hétérogènes est très utile pour des applications innombrables, non nécessairement dans le domaine de la géodésie, mais dans d'autres domaines tels que l'océanographie, la cartographie et la géophysique, parmi lesquelles, nous citons :

- La modernisation des systèmes régionaux des altitudes.
- Unification des systèmes nationaux/régionaux des altitudes.
- Transformation entre les différents types d'altitudes (Nivellement par GPS),
- Validation des modèles de géoïdes gravimétriques.

1.2- Etat des lieux (Réseau national de nivellement)

L'origine du nivellement en Algérie remonte à l'époque coloniale Française (1889). Il fut confié au Service Géographique de l'Armée (SGA) puis pris en charge par l'IGN. Munis d'un matériel semblable à celui du Service du Nivellement Général de France (NGF), ses opérateurs élaborèrent à partir de 1887 un réseau de nivellement géométrique de précision limité aux premier et second ordres, basé sur le Médimarémètre de la Goulette (Tunisie).

Entre 1953 et 1954, les travaux de nivellement furent menés en parallèle avec la réobservation du parallèle Nord et du 1^{er} ordre complémentaire du littoral. Vers 1968, les travaux de géodésie, de cartographie et de nivellement ont été pris en charge par l'Institut National de Cartographie et de Télédétection (INCT). Les lignes de nivellement de précision exécutées depuis 1975 ont suivi en parallèle les travaux de la géodésie par la densification du parallèle Nord.

Le Nivellement Général Algérien (NGA), assise de l'actuel système de mesure des altitudes orthométriques en Algérie, a été implanté par des méthodes de levés classiques de nivellement de précision. Ce système de référence est matérialisé par des bornes dont l'altitude est fournie par

l'INCT. Actuellement, le réseau altimétrique Algérien comporte quelques 6500 km de nivellement de 1^{er} ordre essentiellement dans la partie nord du pays et quelques 18000 km de différents ordres lié à la référence altimétrique de la Goulette en Tunisie. De plus, si on se réfère à la distribution des repères de nivellement à l'échelle nationale, on constate que la couverture est bonne dans la partie nord du pays et devienne quasi-inexistante au sud et au centre du pays (Figure I.2). De ce fait et compte tenu des contraintes de l'approche classique, il est quasiment impossible d'espérer d'établir un réseau de nivellement de haute résolution pour un pays aussi vaste et de topographie accidentée comme l'Algérie.

Même si l'actuel système de référence altimétrique (NGA) demeure précis sur de courtes distances, il comporte d'importantes déformations à l'échelle nationale. Il n'est accessible qu'à l'emplacement des repères de nivellement qui sont pour la plupart situés au nord de l'Algérie. En outre, l'entretien d'un réseau de nivellement est très coûteux. La poursuite de l'utilisation du (NGA) pose un certain nombre de problèmes notamment :

- L'entretien des bornes et des lignes de nivellement qui leurs sont associées est exigeant en main-d'œuvre et très coûteux.
- Plusieurs lignes de nivellement n'ont pas fait l'objet de nouvelles observations, ce qui accroît la possibilité d'importants déplacements suivant la verticale de certains repères de nivellement suite aux phénomènes locaux et régionaux (glissement de Terrain, Séisme, ...etc.).
- Le réseau matérialisé au moyen de repères ne couvre par la totalité du territoire (couverture limitée).
- Les altitudes déterminées ne sont pas compatibles avec celles dérivées à partir des mesures GPS.
- Le réseau n'utilise pas les mesures observées de la pesanteur (seulement des valeurs théoriques) pour les corrections d'altitude.
- Le réseau néglige toujours plusieurs erreurs systématiques (l'élévation du niveau de la mer, soulèvement postglaciaire, corrections systématiques aux mesures de nivellement).

Par conséquent, Il va falloir songer à moderniser le système de référence altimétrique national afin de mieux servir la majorité des utilisateurs et faciliter l'accès au canevas altimétrique pour qu'ils puissent bénéficier des avantages notables du GPS. L'approche préconisée est basée sur le concept du géoïde qui constitue la meilleure solution de remplacement du nivellement. Un cadre de référence altimétrique basé sur le géoïde comporte de nombreux avantages par rapport à celui établi par nivellement géométrique (Approche classique). Il constitue une surface continue, uniforme et en principe sa matérialisation n'exige aucun repère altimétrique. L'utilisation d'un modèle du géoïde représente pour l'Algérie une solution future de remplacement viable pour la réalisation d'un cadre de référence durable. Ceci permettra la définition d'une surface de référence par rapport à l'ellipsoïde de référence, ce qui le rendra compatible avec les technologies spatiales de positionnement. Il simplifiera, en conséquence, l'accès aux altitudes orthométriques sur la totalité du territoire national.

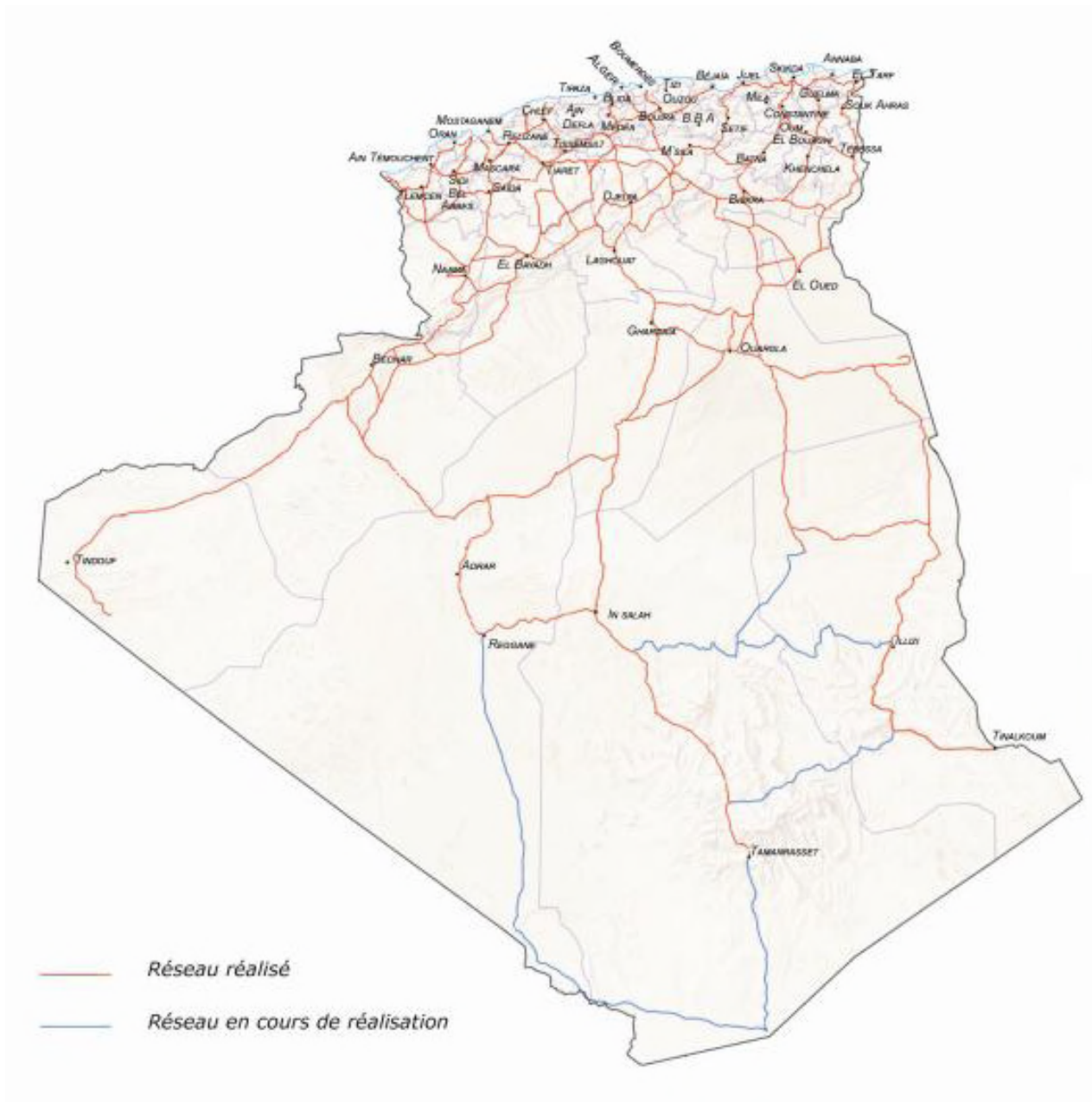


Figure I.2 : Réseau de nivellement Algérien (NGA)

Source: INCT

1.3- Potentiel de pesanteur

Le potentiel de pesanteur W de la terre est, par définition, égal à la somme du potentiel gravitationnel V et du potentiel centrifuge ϕ . Les progrès technologiques accomplis ces dernières années dans le domaine de la géodésie spatiale et des moyens de mesures, ont permis d'améliorer considérablement la connaissance du champ de pesanteur, dont est déduit, par ailleurs, la forme du géoïde.

Dans ce domaine, les principaux résultats acquis en géodésie physique sont basés sur une représentation du potentiel terrestre en harmoniques sphériques et sur des méthodes d'analyse traitant globalement l'ensemble des mesures faites en différentes stations d'observation.

L'emploi des fonctions harmoniques sphériques dans la décomposition du potentiel gravitationnel au voisinage de la terre est lié principalement à une propriété de ces fonctions. Elles apparaissent comme une base adaptée à la structure topologique particulière de la sphère. De plus, ces fonctions des deux variables λ (Longitude) et θ (Colatitude) forment une base orthogonale mais non normée.

L'expression générale du potentiel gravitationnel en un point P dans un repère d'axes rectangulaires (OXYZ) fixe par rapport à la terre dont l'origine O est située au centre de gravité de la terre, l'axe OZ est dirigé vers le nord géographique parallèlement à l'axe moyen de rotation de la terre, et le plan XOY est parallèle au plan équatorial terrestre moyen, est de la forme (Moritz, 1980) :

$$V(r, \theta, \lambda) = G \iiint_{\text{Terre}} \frac{dm}{l} \tag{1.2}$$

où G est la constante gravitationnelle :

$$G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1}$$

et

$$l = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\psi)} \tag{1.3}$$

où l est la distance séparant le point de calcul $P(r, \theta, \lambda)$ du point courant d'intégration $M(r', \theta', \lambda')$ d'élément de masse dm, et ψ est l'angle entre r et r' (Figure I.3).

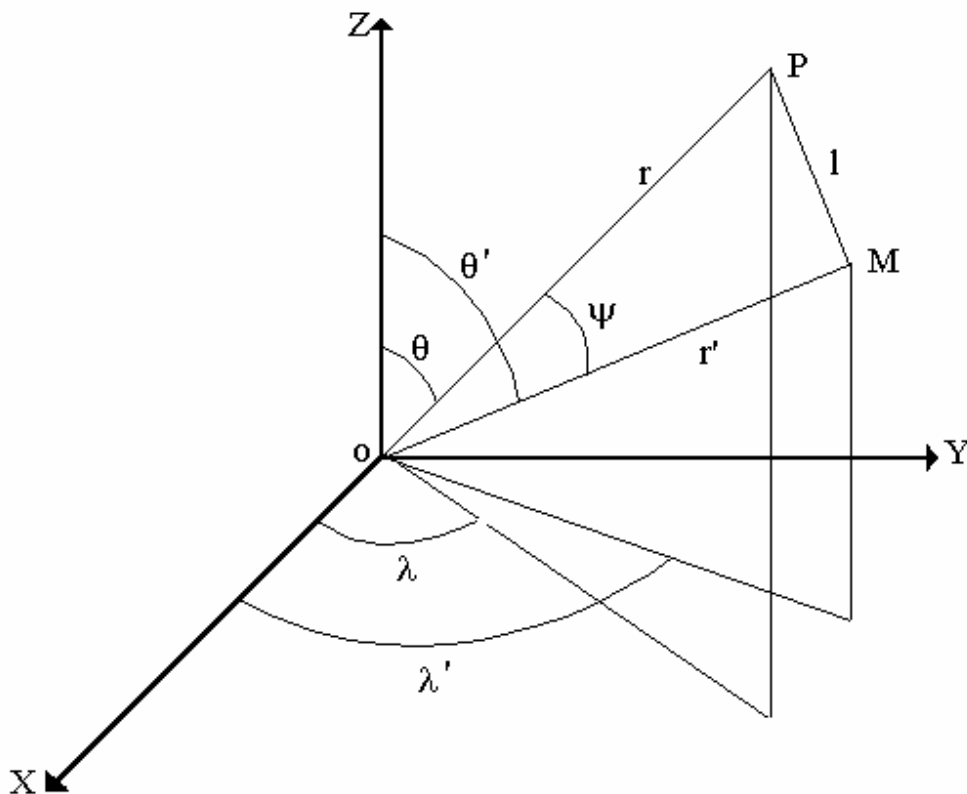


Figure I.3 : Système de coordonnées sphériques

Le développement de $\frac{1}{l}$ fait intervenir les polynômes de Legendre et indirectement, les fonctions de Legendre associées :

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r'}{r} \right)^n \cdot P_n(\cos \Psi)$$

Ce potentiel s'annule à l'infini, il vérifie l'équation de Laplace $\Delta V = 0$, et on peut montrer que (Moritz, 1980) :

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{G}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\iiint_{\text{Terre}} \left(\frac{r'}{r} \right)^n \cdot P_n(\cos(\psi)) \cdot dm \right] \tag{1.4}$$

A l'aide du théorème d'addition des fonctions sphériques et en introduisant les deux constantes **M** (masse de la terre) et **a_e** (rayon équatorial moyen), on écrit l'équation (1.4) sous la forme :

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r} \right)^m [C_{nm} \cdot \cos(m\lambda) + S_{nm} \cdot \sin(m\lambda)] \cdot P_{nm}(\cos(\psi)) \tag{1.5}$$

où les **P_{nm}** sont les fonctions associées de Legendre de 1^{ère} espèce de degré n et d'ordre m définies par:

$$P_{nm}(t) = (-1)^m (1-t^2)^{m/2} \frac{\partial^m P_n(t)}{\partial t^m}$$

avec P_n sont les polynômes de Legendre de degré n.

(**C_{nm}**, **S_{nm}**) sont des coefficients harmoniques définis par :

$$\begin{cases} C_{nm} = \frac{\delta}{a_e^n} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{1}{M} \iiint_{\text{Terre}} r'^m \cdot P_{nm}(\cos \theta') \cdot \cos(m\lambda') \, dm \\ S_{nm} = \frac{\delta}{a_e^n} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{1}{M} \iiint_{\text{Terre}} r'^m \cdot P_{nm}(\cos \theta') \cdot \sin(m\lambda') \, dm \end{cases} \tag{1.6}$$

avec

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{si } m=0 \\ 2 & \text{si } m \neq 0 \end{cases}$$

Les premiers coefficients **C_{n,m}** et **S_{n,m}** de cette décomposition sont liés à la masse et au centre de gravité de la terre.

En effet, pour $n = 1$ on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{10} = \frac{1}{Ma_e} \iiint_T r' \cos \theta' \, dm = \frac{Z_G}{a_e} \\ C_{11} = \frac{1}{Ma_e} \iiint_T r' \sin \theta' \cos \lambda' \, dm = \frac{X_G}{a_e} \\ S_{11} = \frac{1}{Ma_e} \iiint_T r' \sin \theta' \sin \lambda' \, dm = \frac{Y_G}{a_e} \\ S_{10} = 0 \end{array} \right.$$

où (X_G, Y_G, Z_G) représentent les coordonnées cartésiennes du centre des masses de la terre dans le repère de décomposition. Par ailleurs, les coefficients d'ordre et degrés supérieurs apparaissent comme les moments d'ordre supérieurs de la répartition des masses terrestres. A ce sujet, il est intéressant de remarquer qu'un développement, connu jusqu'au degré N , fournit la connaissance des paramètres du champ de pesanteur terrestre de demi-longueur d'onde $\frac{\pi}{N}$. La représentation de détails plus fins nécessite donc le calcul d'un très grand nombre de coefficients C_{nm} et S_{nm} par la méthode dynamique globale reposant sur l'analyse des trajectoires. Cette méthode s'avère plus ou moins adaptée à ce stade, car tout détail supplémentaire (par exemple un creux du géoïde) implique un nouveau calcul de l'ensemble du modèle.

La décomposition en harmoniques sphériques du potentiel gravitationnel dû à la Terre est effectuée dans un repère terrestre. Comme la Terre n'est pas un corps rigide, il faudra distinguer, dans le développement, une partie fixe et une partie variable. Cependant, le fait de placer l'origine du repère au centre des masses de la Terre permet de poser : $C_{10} = C_{11} = S_{11} = 0$. Dans le même système de coordonnées, l'expression du potentiel centrifuge est donnée par :

$$\phi = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 \theta \tag{1.7}$$

L'expression du potentiel de pesanteur W de la terre est comme suit :

$$W(r, \theta, \lambda) = V(r, \theta, \lambda) + \phi \tag{1.8}$$

1.4- Pesanteur terrestre

La pesanteur dérive d'un potentiel scalaire, c'est à dire qu'il existe en tout point M une fonction scalaire $W(M)$ dont \vec{g} est le gradient :

$$\vec{g} = \overline{\text{grad } W} \tag{1.9}$$

La direction de \vec{g} est la verticale, son module noté g , diminue lorsque l'altitude augmente. Au niveau moyen des mers, g varie en fonction de la latitude, de 9.78 ms^{-2} à l'équateur à 9.83 ms^{-2} aux pôles. Pour une latitude et une altitude données, g varie en raison des irrégularités de la masse volumique de la Terre.

Les composantes de \vec{g} sont donc les dérivées partielles de W :

$$g_i = \begin{cases} \frac{\partial W}{\partial x} \\ \frac{\partial W}{\partial y} \\ \frac{\partial W}{\partial z} \end{cases} \quad (1.10)$$

L'ensemble des points tels que le potentiel prenne une valeur donnée est une surface équipotentielle. La Terre n'étant pas une sphère homogène immobile, les surfaces équipotentielles ne sont pas parallèles par conséquent la verticale physique perpendiculaire à toutes ces surfaces se présente sous forme de courbe appelée ligne de force qu'on approxime, dans la pratique, à sa tangente et matérialisée par la direction d'un fil à plomb (Figure I.4).

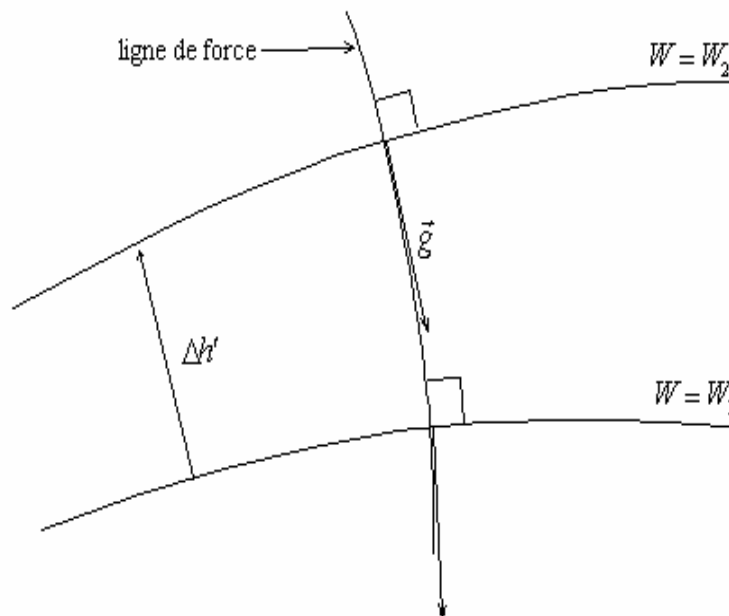


Figure I.4: Représentation schématique de la ligne de force et des surfaces équipotentielles

1.5- Potentiel normal

Lorsqu'il faut considérer certaines quantités physiques telles que le géoïde, il devient nécessaire d'établir un lien avec la géométrie. L'anomalie de pesanteur, l'ondulation du géoïde et la déviation de la verticale créent un lien entre certaines quantités physiques de pesanteur terrestre et les éléments géométriques correspondants d'une figure géométrique. La terre étant aplatie aux pôles, l'ellipsoïde de révolution représente généralement bien cette forme géométrique; de plus les calculs y sont généralement simples.

A cette forme géométrique sont associées certaines quantités physiques communes, c'est à dire, la même masse et la même vitesse angulaire moyenne que celle de la terre.

La surface de l'ellipsoïde est ainsi une surface équipotentielle pouvant être de même potentiel que le potentiel réel de référence sur le géoïde.

En considérant un système de coordonnées ellipsoïdiques (μ, β, λ) telles que μ soit le demi petit axe de l'ellipsoïde passant par le point P, β la latitude réduite et λ la longitude (Figure I.5), on peut dériver l'expression finie du potentiel normal généré par cet ellipsoïde $U(\mu, \beta, \lambda)$ (Moritz, 1980) :

$$U(\mu, \beta) = \frac{GM}{E} \text{Arctg}(E/\mu) + \frac{\omega^2 a^2}{3} \frac{q}{q_0} P_2(\text{Sin}\beta) + \phi(\mu, \beta) \quad (I.11)$$

avec $E^2 = a^2 - b^2$ est l'excentricité linéaire,

$$q = \frac{1}{2} \left[\left[3 \frac{\mu^2}{E^2} + 1 \right] \cdot \text{Arc tan} \frac{E}{\mu} - \frac{3}{E} \mu \right]$$

$$q_0 = q_{(\mu=b)}$$

$$\phi(\mu, \beta) = \frac{1}{3} \omega^2 (\mu^2 + E^2) [1 - P_2(\text{Sin}\beta)] = \frac{\omega^2}{2} (\mu^2 + E^2) \text{Cos}^2 \beta$$

Du fait de la symétrie rotationnelle de l'ellipsoïde de référence, la fonction U ne dépend pas de la longitude λ . En outre, l'expression du potentiel normal en termes d'harmoniques sphériques est donnée par:

$$U = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=0}^{+\infty} J_{2n} \left[\frac{a}{r} \right]^{2n} P_{2n}(\text{Sin}\beta) \right] + \phi \quad (I.12)$$

avec $J_{2n} = (-1)^{n+1} \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \left[1 - n + \frac{5nJ_2}{e^2} \right]$

P_{2n} : sont les polynômes de Legendre de degré pair

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} : 1^{\text{ère}} \text{ excentricité de l'ellipsoïde de révolution}$$

J_2 : Premier harmonique zonal

M : désigne la masse de l'ellipsoïde prise égale à celle de la Terre

Il faut noter que les quantités a, GM et J_2 sont accessibles à partir d'observations.

Les dernières constantes recommandées sont celles du Système Géodésique de Référence 1980, adopté par l'Association Internationale de Géodésie lors de la dix-septième Assemblée Générale de l'Union Géodésique et Géophysique Internationale à Canberra en décembre 1979.

$$a = 6378137.0 \text{ m}$$

$$GM = 3986005 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

$$J_2 = 108263 \cdot 10^{-8}$$

$$\omega = 7292115 \cdot 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$$

Le petit axe de l'ellipsoïde équipotentiel sous-jacent doit être parallèle à la direction définie par l'origine Conventionnelle pour le mouvement du pôle, et le méridien origine doit être parallèle au méridien zéro des longitudes adoptées par le B.I.H.

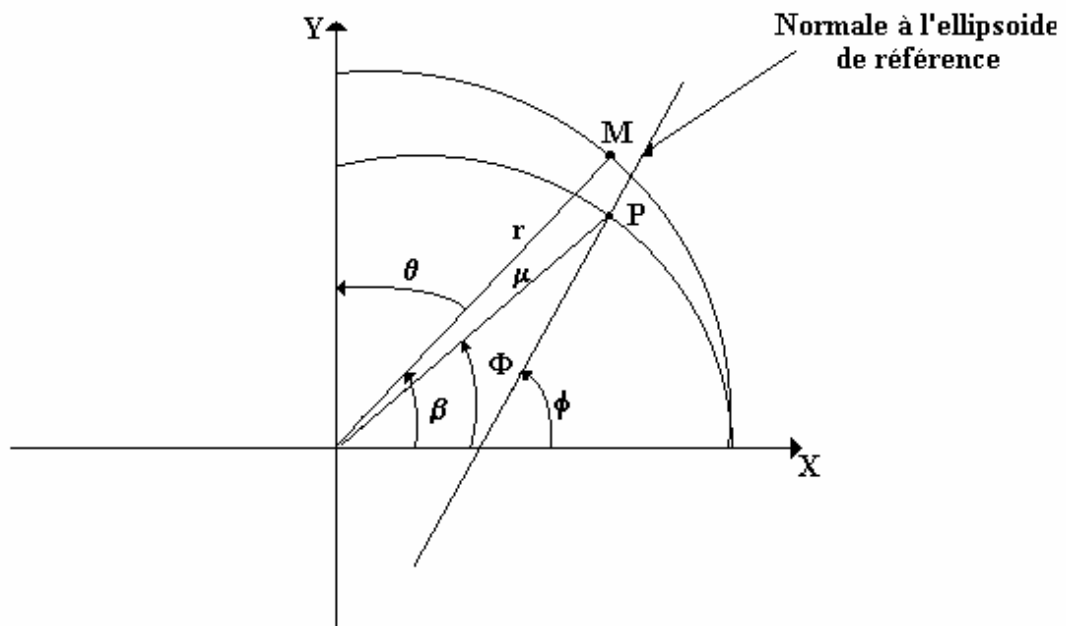


Figure I.5 : Système de coordonnées ellipsoïdiques

1.6- Pesanteur normale

La pesanteur normale $\vec{\gamma}$ est une force qui dérive du potentiel normal; elle s'écrit donc sous la forme de gradient de U :

$$\vec{\gamma} = g \text{rad } U \tag{I.13}$$

Cette gravité normale est une fonction de l'aplatissement de l'ellipsoïde f, du demi grand axe a et de la latitude géographique ϕ . Son expression est donnée à la surface de l'ellipsoïde de référence par la formule :

$$\gamma = \gamma_e (1 + \beta \cdot \text{Sin}^2 \phi - \beta_1 \cdot \text{Sin}^2 (2\phi)) \tag{I.14}$$

avec

$$\beta = -f + \frac{5}{2} m - \frac{17}{14} f m + \frac{15}{4} m^2$$

$$\beta_1 = -\frac{1}{8} f^2 + \frac{5}{8} f m$$

$$f = \frac{a - b}{a}$$

$$m = \frac{\omega^2 a}{\gamma_e}$$

où ω : la vitesse angulaire moyenne de rotation de la terre.

γ_e : la pesanteur normale à l'équateur.

a et b : demi -axes de l'ellipsoïde.

A la hauteur h au-dessus de l'ellipsoïde, le module de l'accélération normale se calcule à partir de γ_0 par la formule :

$$\gamma = \gamma_0 \left(1 - \frac{2}{a} \left(1 + f + m - 2f \sin^2(\varphi) \right) h + \frac{3}{a^2} h^2 \right) \quad (1.15)$$

où $f = \frac{a-b}{a}$ est l'aplatissement de l'ellipsoïde et $m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$.

1.7- Systèmes des altitudes

Les mesures d'altitudes ou des différences d'altitudes entre les points de la surface terrestre sont traditionnellement obtenues par nivellement de précision et/ou ses variantes (trigonométrique ou barométrique, ...etc). Cependant, et compte tenu de son principe, la technique de nivellement direct est très précise mais ne répond pas aux besoins de travaux de grandes envergures à cause de la propagation des erreurs (systématiques, instrumentales, environnementales,etc) et des délais impartis à la mise en place de longs cheminements.

La technique du nivellement utilisée seule fournit une dénivelée entre deux points qui dépend du chemin suivi. Les altitudes des points pourraient être formées par une simple addition des dénivelées observées et ne peuvent pas constituer un système altimétrique physique unique. Afin de pallier à cet inconvénient, on a doté l'altitude d'une dimension physique en introduisant la notion de travail effectué par l'unité de masse contre la pesanteur, soit :

$$C_P = W_0 - W_P = \int_{P_0}^P g \cdot dH \quad (1.16)$$

avec C_P est la côte géopotentielle. Ce type particulier d'altitude, dont le traitement s'avère parfois pratique, présente toutefois l'inconvénient de fournir des résultats dans une dimension autre que celle de la longueur. Ainsi, les côtes géopotentielles sont transformées en des altitudes métriques moyennant un facteur d'échelle qui a la dimension d'une accélération.

Divers systèmes d'altitude peuvent être définis selon le choix de la valeur du facteur d'échelle. Il faut noter que pour établir un réseau de nivellement de grande étendue ou couvrant des zones montagneuses, il faut tenir compte des variations de la pesanteur g et déterminer des différences de potentiel, et pas seulement des dénivelées mesurées par le nivellement.

D'une manière générale, l'altitude d'un point P est son éloignement d'une surface de référence proche du géoïde.

$$H_{(P)}^{(*)} = \frac{W(A) - W(P)}{\gamma^{(*)}(P)} \quad (1.17)$$

A est un point de référence dont l'altitude est conventionnellement nulle, par exemple le niveau moyen enregistré par un marégraphe. Le symbole (*) distingue les différents types d'altitude et $\gamma^{(*)}(P)$ est une fonction du seul point P qui a la dimension d'une accélération.

1.7.1- Altitude orthométrique

On symbolise l'altitude orthométrique par H_p . Idéalement, l'altitude orthométrique du point P est son abscisse curviligne au-dessus du géoïde, comptée le long de la ligne de force du champ de

pesanteur (P_0P sur la figure 1.6). Ce type d'altitude est donc très proche de l'altitude commune, la "hauteur au-dessus du niveau de la mer". La valeur moyenne de g sur l'arc de ligne de force P_0P est:

$$\bar{g}_p = \frac{1}{H_p} \int_{P_0}^P g \cdot ds \tag{1.18}$$

ds est la différentielle de l'abscisse curviligne le long de la ligne de force. L'altitude orthométrique de P est donc :

$$H_p = \frac{W(A) - W(P)}{\bar{g}_p} \tag{1.19}$$

Le calcul de la valeur de \bar{g} dans les équations (1.18) et (1.19) nécessite la connaissance de la répartition des masses à l'intérieur de la terre comme une fonction continue ; ce qui s'avère en pratique impossible. Ainsi, des approximations devront être formulées afin de dériver les valeurs des altitudes orthométriques correspondantes.

Une formule pratique est obtenue en remplaçant \bar{g}_p par la valeur de g au point milieu entre P_0 et P , à l'altitude $\frac{H_p}{2}$, obtenue par un développement limité :

$$H_p = \frac{W(A) - W(P)}{g(P) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial H} \right)_{\text{Moy}} \cdot H_p} \tag{1.20}$$

$\left(\frac{\partial g}{\partial H} \right)_{\text{moy}}$ est le gradient moyen de la pesanteur entre P et P_0 , $g(P)$ est la pesanteur réelle en P sur

la surface topographique. Le calcul de H_p à partir de $W(A) - W(P)$ est itératif mais peut être remplacé par :

$$H_p = \frac{W(A) - W(P)}{g(P)} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial H} \right)_{\text{moy}} \frac{W(A) - W(P)}{(g(P))^2} \right] \tag{1.21}$$

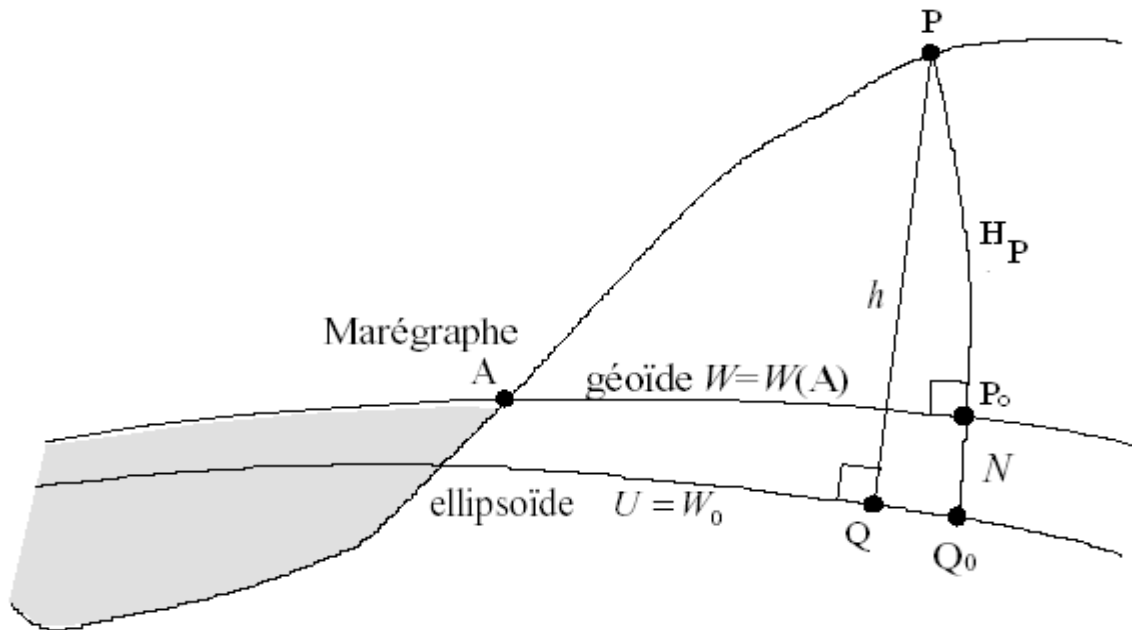


Figure I.6 : Altitude orthométrique

La modélisation de $\frac{\partial g}{\partial H}$ est délicate, il existe plusieurs choix possibles et donc plusieurs sous-types d'altitudes orthométriques. Pour les altitudes orthométriques de Helmert, qui sont la meilleure réalisation des altitudes orthométriques,

$$\bar{g}_P = g_P + 0.0424 H_P \tag{I.22}$$

En remplaçant la valeur de \bar{g} donnée par l'équation (I.22) dans (I.19), on obtient l'altitude d'Helmert utilisée, en pratique, dans le calcul numérique de l'altitude au-dessus du géoïde comme suit :

$$H_P = \frac{W(A) - W(P)}{g_P + 0.0424 H_P} \tag{I.23}$$

1.7.2-Altitude normale

Si la valeur de la gravité dans l'équation (I.17) est remplacée par la gravité moyenne le long de ligne de force du champ normal de pesanteur $\bar{\gamma}_P$, alors on obtient la définition de l'altitude normale notée H_P^* et calculée par la formule suivante :

$$H_P^N = \frac{W(A) - W(P)}{\bar{\gamma}_P} \tag{I.24}$$

L'altitude normale de P est la hauteur Q_0Q du Telluroïde au-dessus de l'ellipsoïde, prise le long de la ligne de force du champ normal (Figure I.7). L'arc de ligne de force compris entre Q et P est l'anomalie de hauteur ζ . Le telluroïde est défini comme étant le lieu des points Q obtenus par projection le long de la normale à un ellipsoïde de référence (surface équipotentielle du potentiel normal U) des points P situés à la surface de la terre et tel que $U(Q) = W(P)$. Le telluroïde, tout comme la surface de la terre, n'est pas une surface équipotentielle. A chaque point P à la surface de la terre, ainsi qu'au point correspondant sur le telluroïde correspond une surface équipotentielle du potentiel de pesanteur W et une surface équipotentielle du potentiel normal U, respectivement.

Contrairement aux altitudes orthométriques, les altitudes normales sont tributaires d'une formule de pesanteur normale donc, dans une certaine mesure, du choix d'un ellipsoïde de référence. Par contre, elle ne dépend pas de la répartition des masses dans la croûte terrestre.

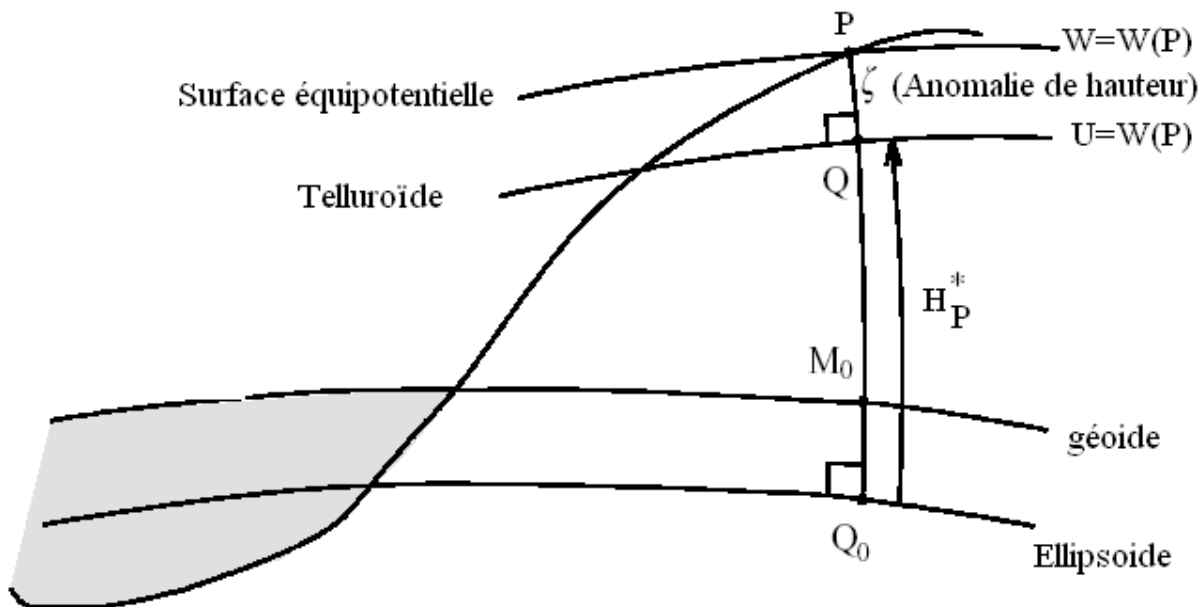


Figure I.7 : Altitude normale

1.7.3)-Altitude dynamique

Les altitudes dynamiques H_P^{Dyn} sont définies en choisissant pour $\gamma^{(*)}(\mathbf{P})$ une constante notée γ_0 égale à la pesanteur normale sur l'ellipsoïde, à la latitude de 45° . Les altitudes dynamiques ont un intérêt scientifique évident : elles sont directement proportionnelles aux différences de potentiel et leur interprétation physique est très simple. Elles peuvent cependant s'écarter des hauteurs au-dessus du géoïde de 0,25 %, ce qui n'est pas tolérable pour de nombreuses applications où l'aspect géométrique prime sur la physique. Il est commode d'ajuster les réseaux de nivellement de grande étendue (nationaux ou continentaux) en altitude dynamique, quitte à les transformer ensuite en altitudes usuelles. La référence théorique des altitudes dynamiques est le géoïde.

Commentaires

Un référentiel altimétrique (ou système d'altitude) est défini par les paramètres suivants :

- ◆ Un type d'altitude,
- ◆ les constantes relatives au type d'altitude,
- ◆ une surface de référence idéale fixée par une constante W_0 ,
- ◆ une unité.

Pour les altitudes dynamiques et orthométriques, la surface de référence idéale est un géoïde, tandis que pour les altitudes normales, la surface de référence idéale est un quasi-géoïde. Un système d'altitude est réalisé par un réseau formé d'un ensemble de repères matérialisés auxquels on a attribué une altitude. La surface de référence altimétrique réalisée diffère de la surface de référence idéale en raison des erreurs de mesure et, pour les altitudes orthométriques, en raison des défauts de modélisation du gradient de la pesanteur. Une réalisation d'un système d'altitude

comprend donc l'ensemble des constantes et algorithmes qui influent sur le système de référence, à savoir :

- ◆ un type d'altitude et les constantes associées,
- ◆ un point fondamental et son altitude conventionnelle. En pratique, le point fondamental est proche d'un marégraphe et son altitude est déduite des observations marégraphiques durant une période limitée. Il apparaît donc que la surface de référence est fixée non par la valeur de $W(A)$, mais par le fait qu'elle passe par le point fondamental,
- ◆ un réseau de repères de nivellement et un ensemble d'observations de nivellement de précision et de gravimétrie,
- ◆ un processus de calcul des altitudes des repères.

La qualité d'une référence d'altitude est directement fonction de la qualité du réseau qui la réalise. Les facteurs de qualité sont :

- ◆ L'extension géographique,
- ◆ l'exactitude des observations (systématismes éventuels),
- ◆ la précision des observations (erreurs accidentelles),
- ◆ la fiabilité du réseau (fautes d'observation et de calcul)
- ◆ la stabilité des repères ou la connaissance de leur vitesse verticale.

1.8- Géoïde gravimétrique

Le champ de pesanteur terrestre s'exprime avantageusement sous la forme d'un gradient de potentiel. Il est alors possible de définir des surfaces abstraites d'égale valeur du potentiel de pesanteur.

1.8.1- Concept du géoïde gravimétrique

Le géoïde est la surface équipotentielle du champ de pesanteur terrestre qui coïncide au mieux avec le niveau moyen des mers si les conditions d'homogénéité et de repos de l'océan et de l'atmosphère étaient parfaites, d'une part, et si aucun effet d'origine astronomique ne venait perturber son équilibre, d'autre part. Le géoïde est par conséquent une surface de niveau particulière, définie d'un point de vue statique, où tous les points appartenant à celle-ci ont un potentiel constant théorique W_0 . En outre, tout point de cette surface est orthogonal aux lignes de force engendrées par le champ de pesanteur terrestre. Jusque vers la fin des années 80, le géoïde est resté un objet d'étude scientifique. Il était principalement utilisé pour des recherches sur les références verticales et le niveau moyen de la mer. Depuis l'apparition des techniques spatiales de positionnement, et plus particulièrement avec le développement rapide du système GPS, la situation a radicalement changé : le géoïde est devenu un outil incontournable pour convertir les hauteurs ellipsoïdales en altitudes. En outre, l'intérêt du géoïde est incontestable, aussi bien pour des applications géodésiques que dans certains domaines de la géophysique et de l'océanographie. L'étude des écarts entre le niveau moyen de la mer et le géoïde, autrement dit la topographie dynamique de la mer, apporte des indices précieux sur les phénomènes responsables de ces écarts. Par ailleurs, la référence physique idéale des équations hydrostatiques et hydrodynamiques développées par les océanographes est le géoïde. Aussi, une bonne connaissance du géoïde permet d'étudier la circulation océanique générale de surface avec des données précises d'altimétrie spatiale.

La première approche du géoïde a longtemps été réalisée à travers l'observation de la surface océanique. Le niveau moyen de la mer diffère peu du géoïde. Les écarts sont typiquement décimétriques, parfois métriques. Ils sont dus aux effets de nature systématique qui sont produits par un monde réel où les conditions idéales évoquées auparavant ne s'appliquent pas. Les effets systématiques ne sont pas identiques d'un lieu à l'autre, ni d'une époque à l'autre en un même site. Dès lors, de nombreuses réalisations du géoïde ont vu le jour, s'appuyant sur les mesures de marégraphie. Notons au passage que la grandeur séparant la surface moyenne de la mer du géoïde porte le nom de topographie dynamique de l'océan.

Outre la marégraphie, de nombreux autres moyens techniques permettent aujourd'hui d'accéder au géoïde. Ils offrent chacun leur variété de réalisations possibles. L'altimétrie spatiale représente par exemple une source moderne de données qui contribue à élaborer des géoïdes marins et, par suite, à réaliser un géoïde mondial. Sur les terres émergées, il est possible de réaliser des modèles locaux de géoïde en déterminant par GPS la hauteur ellipsoïdale de quelques repères de nivellement ou par le nivellement, l'altitude de quelques points GPS. Pour les autres points, qui sont connus uniquement en GPS, on interpole la hauteur du géoïde en s'appuyant sur les points GPS nivelés environnants et on déduit l'altitude. On peut prétendre à une précision de quelques centimètres pour peu que les points GPS nivelés soient suffisamment nombreux et bien répartis dans et autour de la zone de travail, les observations et traitements GPS soient de bonne qualité, des dénivelées ne soient pas trop fortes pour éviter des erreurs de troposphère sur les hauteurs ellipsoïdales, et enfin le géoïde présente peu de courbure. Avec cette technique, on maîtrise parfaitement et automatiquement les problèmes de systèmes de références géodésique et altimétrique. Par contre, le rattachement au réseau de nivellement est souvent peu pratique, car les repères de nivellement ne sont pas stationnables et sont implantés sur des bâtiments qui constituent des masques. De toute façon, ces rattachements prennent du temps. De plus, cette méthode est d'un emploi délicat en montagnes. Par ailleurs, une deuxième solution dite gravimétrique consiste à réaliser, à partir des mesures gravimétriques et de nivellement, un géoïde précis et de l'adapter aux références nationales de géodésie et de nivellement. Si les données utilisées sont denses et de bonne qualité, la précision du modèle du géoïde est de même ordre de grandeur que celle que permet le GPS en altimétrie.

1.8.2- Détermination du géoïde gravimétrique

La définition du géoïde en tant que surface de niveau de la pesanteur est parfaitement précise, mais elle n'est pas féconde parce qu'elle est inaccessible à l'expérience dès que le géoïde doit être prolongé sous les continents. Sa forme étant très voisine de celle d'un ellipsoïde, la méthode habituellement adoptée, pour le décrire, consiste à comparer sa position à celle d'un ellipsoïde de référence, de révolution autour d'un axe parallèle à l'axe des pôles.

Dans le problème de la géodésie physique relatif à la détermination du géoïde, les mesures gravimétriques constituent l'une des données les plus importantes dans la formulation des solutions de problème posé. Ces solutions nécessitent des mesures faites sur toute la surface de la terre qui représente la surface limite de référence et, par conséquent, le problème devient un problème de valeurs aux limites. En pratique, il est impossible de réaliser des mesures gravimétriques sur tous les points de la surface terrestre. Cependant, les mesures sont effectuées sur des points discrets et l'information est prédite sur les zones dépourvues de mesures.

Il existe deux méthodes de résolution de ce problème. La méthode classique de Stokes et la méthode moderne de Molodensky. Dans l'approche de Stokes, les mesures gravimétriques utilisées sont réduites au géoïde en utilisant des réductions gravimétriques appropriées, et par conséquent,

des hypothèses sur les densités des masses topographiques devront être formulées lesquelles s'avèrent théoriquement insuffisantes et ceci malgré que leur influence, en pratique, est considérée comme négligeable (Heiskanen & Moritz, 1967).

Molodensky a introduit une nouvelle approche appelée " détermination gravimétrique directe de la surface de la Terre " dans laquelle les réductions gravimétriques sont évitées. La détermination du géoïde est basée sur la formule de Stokes étendue sur toute la surface terrestre telle que : (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{T}}{\gamma} = \frac{\mathbf{R}}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \mathbf{S}(\psi) \Delta \mathbf{g} d\sigma \quad (1.25)$$

où ψ : Distance sphérique entre le point courant et le point de calcul,

\mathbf{R} : rayon moyen de la Terre supposée sphérique (géoïde),

$d\sigma$: surface élémentaire d'intégration,

\mathbf{T} : potentiel perturbateur,

$\Delta \mathbf{g}$: désigne l'anomalie de gravité sur le géoïde, et

\mathbf{S} : désigne le noyau de Stokes, donné par

$$\mathbf{S}(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} - 6 \sin \frac{\psi}{2} + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \cdot \ln \left(\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right), \quad (1.26)$$

ou sous forme polynomiale : $\mathbf{S}(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} \mathbf{P}_n(\cos \psi)$ dans laquelle $\mathbf{P}_n(\cos \psi)$ désignent les polynômes de Legendre de degré n (Harmoniques zonaux).

Les conditions d'applicabilité de la formule de Stokes sont malheureusement peu réalistes. Ainsi, l'harmonicité du potentiel perturbateur \mathbf{T} impose que :

- 1- son développement en harmoniques sphériques commence au deuxième ordre,
- 2- il n'y ait pas de masse à l'extérieur du géoïde.
- 3- les anomalies devraient être connues sur la Terre entière.

La première condition est vérifiée lorsqu'on considère que : **a)** l'origine du repère de développement (OXYZ) est confondue avec le centre de gravité de la terre, et par conséquent l'ellipsoïde de référence doit être géocentrique, **b)** les masses de l'ellipsoïde et de la terre sont égales et **c)** les potentiels de référence sont égaux.

La deuxième condition implique que l'anomalie de gravité $\Delta \mathbf{g}$ doit se référer au géoïde sans aucune masse à l'extérieur. Ceci constitue un obstacle théorique et pratique dans la détermination du géoïde par voie gravimétrique en utilisant l'approche de Stokes. La présence des masses topographiques viole l'hypothèse de base relative à cette solution, à savoir, l'harmonicité du potentiel perturbateur à l'extérieur du géoïde. Ainsi, les masses topographiques au-dessus du géoïde devront être déplacées ou retirées par des procédés de réduction gravimétrique appropriés et se placer dans les conditions de résolution de l'équation fondamentale de la gravimétrie. En principe, la réduction des anomalies au géoïde ne peut être exactement calculée que si on dispose d'un bon modèle de répartition des masses dans la croûte terrestre. Les réductions, par les modifications de masses qui les accompagnent, impliquent une modification des potentiels calculés, et par suite du

géoïde calculé. Cette altération est appelée "effet indirect" de la réduction. Théoriquement, dans la mesure où l'effet indirect est correctement compensé, le choix de telle ou telle réduction n'a pas d'incidence sur le géoïde calculé. Nous présenterons, dans ce qui suit, la réduction RTM (Modèle de Terrain Résiduel) qui suppose que les irrégularités du champ de gravité terrestre sont causées par les variations de la topographie relativement à une surface de référence lissée (Forsberg, 1994). L'avantage de cette réduction est que les anomalies réduites résultantes sont lissées et que l'effet indirect est, en général, très petit. Cependant, et face au problème principal dans l'approche de Stokes relative à la détermination du géoïde qui requiert que les données de gravité doivent être réduites au niveau du géoïde, un certain nombre d'aménagements à la théorie de Stokes ont été proposés pour remédier à ses inconvénients. Dans la théorie de Molodensky, les mesures gravimétriques effectuées sur la surface de la terre sont directement utilisées dans les calculs. La surface limite est donc la surface de la terre et le problème est appelé de Molodensky et il se formule comme suit :

Etant données en tous points de la surface physique inconnue (S) de la terre le potentiel de pesanteur réel W et le vecteur pesanteur g. Le but est de déterminer la forme de la surface (S) ainsi que le potentiel de pesanteur W à l'extérieur de (S), tel qu'il satisfasse des conditions aux limites. W se présente sous forme de somme d'un potentiel gravitationnel V harmonique et régulier à l'infini et d'un potentiel centrifuge φ .

Ceci s'écrira de la manière suivante (Moritz, 1980) :

$$S = (W, g)$$

$$\text{Ou } g = F(S, W)$$

Où F est un opérateur non linéaire.

Un tel problème est non linéaire ; on le linéarise par l'introduction d'une surface approchée (Σ), proche géométriquement de (S), et d'un modèle de potentiel, appelé potentiel de pesanteur normale que l'on calcule. Après linéarisation, le problème consistera à déterminer la différence ($T = W - U$) telle que T soit harmonique à l'extérieur de (Σ), i.e. $\Delta T = 0$, et qu'il satisfasse des conditions aux limites. La solution ainsi trouvée mènera à chercher l'écart géométrique entre (Σ) et (S) et, par conséquent, le potentiel de pesanteur externe, $W = T + U$, et la forme de (S) pourront être déterminés.

Dans cette approche, la surface (Σ) est appelée telluroïde défini comme étant le lieu des points Q obtenus par projection le long de la normale à un ellipsoïde de référence (surface équipotentielle du potentiel normal U) des points P situés à la surface de la terre. Cette projection est univoque et la valeur de toute fonction donnée sur (S) peut être obtenue à partir de sa valeur correspondante sur (Σ) par application linéaire.

Le telluroïde, tout comme la surface de la terre, n'est pas une surface équipotentielle. A chaque point P à la surface de la terre, ainsi qu'au point correspondant sur le telluroïde correspond une surface équipotentielle du potentiel de pesanteur W et une surface équipotentielle du potentiel normal U, respectivement.

La géométrie associée au problème de Molodensky est illustrée par la Figure I.8. L'altitude géométrique, h, est donnée par : $h = H' + \zeta$. L'anomalie de hauteur, ζ remplace l'ondulation du géoïde et l'altitude normale, H', remplace l'altitude orthométrique.

En effet, on considère une surface dont le potentiel de pesanteur normal U en tout point Q égal au potentiel de pesanteur réel W au point P correspondant tel que $U_Q = W_P$, les points P et Q se

trouvant sur la même normale à l'ellipsoïde. Cette surface est appelée telluroïde. La distance de l'ellipsoïde au telluroïde est l'altitude normale H' . L'altitude géométrique h est la distance verticale de l'ellipsoïde à la surface du sol. La différence entre ces deux altitudes est ainsi l'anomalie de hauteur : $\zeta = h - H'$. Cette quantité est très proche de l'ondulation du géoïde : $N = h - H$ qui représente la différence entre les altitudes géométrique et orthométrique.

L'altitude normale H' , et par conséquent, le telluroïde (Σ), peuvent être déterminés par nivellement combiné avec des mesures gravimétriques.

On calcule en premier lieu la côte géopotentielle, $C = W_0 - W_p$, du point P telle que :

$$C = \int_0^P g \, dn \tag{I.27}$$

Où g est une mesure de la pesanteur et dn est une dénivelée.

L'altitude normale H' est exprimée en fonction de C telle que (Heiskanen & Moritz, 1967) :

$$H' = \frac{C}{\gamma_0} \left[1 + (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{C}{a\gamma_0} + \left(\frac{C}{a\gamma_0} \right)^2 \right] \tag{I.28}$$

Où φ est la latitude géographique et γ_0 est la pesanteur normale au point Q_0 donnée par la formule de Somigliana telle que :

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_a \cos^2 \varphi + b\gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \tag{I.29}$$

$$m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$$

$$f = \frac{a - b}{a}$$

L'altitude normale H' d'un point P sur le sol correspond à l'altitude ellipsoïdique, h , du point Q sur le telluroïde. Si le potentiel terrestre réel, W , est égal au potentiel normal, U , en chaque point, alors Q coïncidera avec P, le telluroïde coïncidera avec la surface physique de la terre et l'altitude normale de chaque point sera égale à son altitude géométrique. Cependant $W_P \neq U_P$, et par conséquent :

$$\zeta_P = h_p - H'_P = h_p - h_Q \neq 0$$

Ce qui explique le terme anomalie de hauteur ζ . L'anomalie de pesanteur est définie par :

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \tag{I.30}$$

C'est la différence entre la pesanteur réelle mesurée en un point, P, sur le sol et la pesanteur normale calculée au point correspondant, Q, sur le telluroïde. L'expression de la pesanteur normale calculée sur le telluroïde est donnée par :

$$\gamma \equiv \gamma_Q = \gamma_0 + \frac{\partial \gamma}{\partial h} H' + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} H'^2 + \dots \tag{I.31}$$

Où γ_0 est la pesanteur normale calculée sur l'ellipsoïde de référence.

Une formule pour le calcul direct de γ au point Q est donnée par (Heiskanen & Moritz, 1967) :

$$\gamma = \gamma_0 \left[1 - 2 \left(1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi \right) \frac{H'}{a} + 3 \left(\frac{H'}{a} \right)^2 \right] \quad (1.32)$$

L'anomalie de hauteur, ζ , est donnée par la formule de Bruns telle que $\zeta = \frac{\mathbf{T}}{\gamma}$ où $\mathbf{T} = \mathbf{W}_p - U_p$ est le potentiel perturbateur au niveau du sol et γ est la pesanteur normale calculée au point Q.

L'anomalie de hauteur, ζ , est donc liée aux anomalies de pesanteur à l'air libre par une formule analogue à celle de Stokes pour les ondulations du géoïde N. Cependant, le telluroïde n'est pas une surface de niveau et pour tout point P sur la surface terrestre correspondant une surface géopotentielle $W = W_p$ et par conséquent, la relation entre Δg et ζ est une nouvelle théorie plus compliquée que celle du géoïde. Le problème fait intervenir une équation intégrale et d'un développement en série qu'on peut résoudre par itération dont le premier terme est donnée par la formule de Stokes. Finalement, la surface obtenue par projection des anomalies de hauteur ζ sur l'ellipsoïde a été appelée quasi-géoïde par Molodensky (Figure 1.8).

Le quasi- géoïde est identique au géoïde sur les océans, $\zeta=N$, et ils sont très proches l'un de l'autre sous les continents. Le quasi-géoïde n'est pas une surface de niveau et n'a aucune signification physique. De ce point de vue, les altitudes normale et orthométrique d'un point P sont respectivement ses élévations géométriques sur le quasi-géoïde et le géoïde.

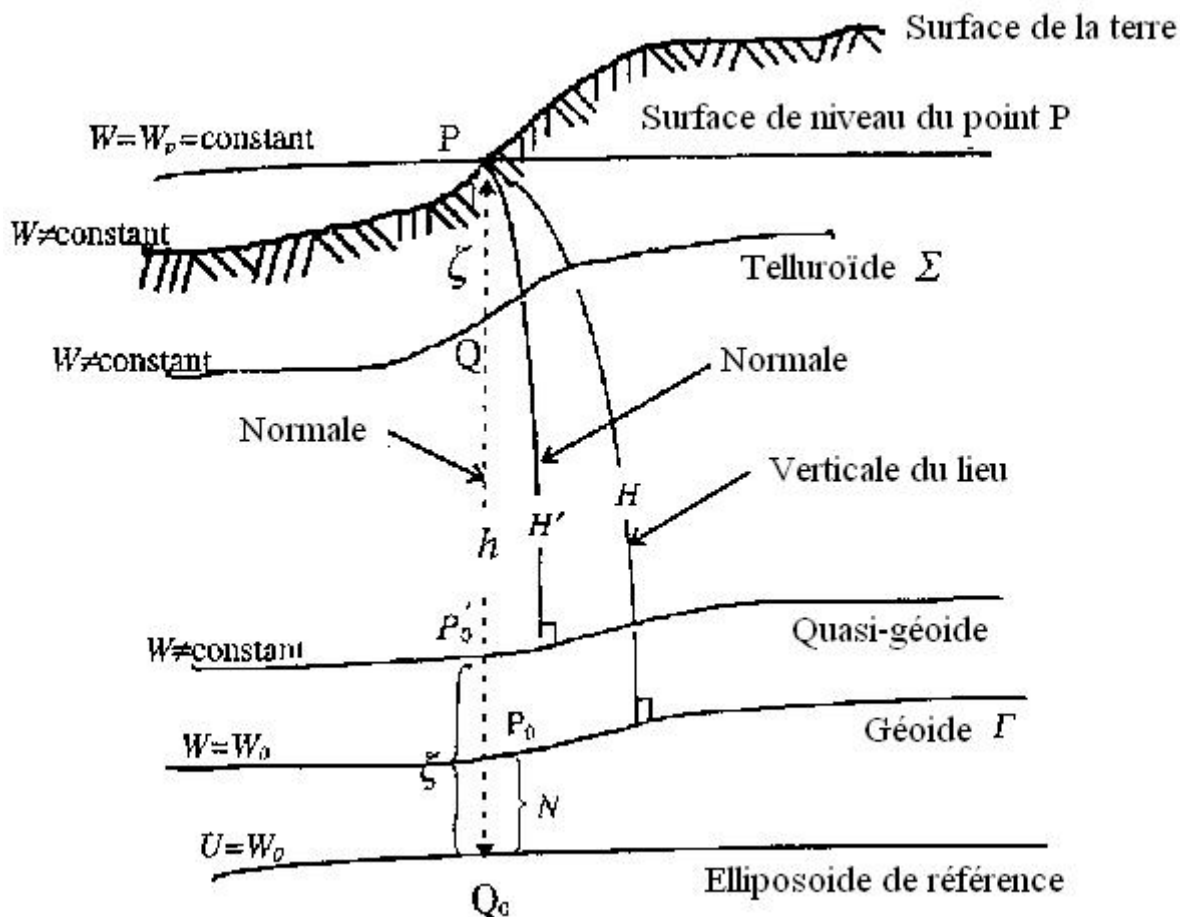


Figure 1.8 : Géométrie associée aux problèmes de Stokes et de Molodensky

(Relation entre Ondulation du géoïde (N), altitude orthométrique (H), Anomalie de hauteur ζ et l'altitude Normale H')

1.9- Effet du terrain sur le géoïde

Dans la détermination du géoïde par la formule de Stokes, il ne doit pas y avoir de masse à l'extérieur du géoïde. Cette condition implique que l'anomalie de pesanteur Δg doit se référer au géoïde sans aucune masse à l'extérieur. Le procédé de déplacement ou de retrait des masses est appelé "réduction gravimétrique". Il s'agit d'une correction appliquée aux mesures de pesanteur effectuées à la surface topographique, pour pouvoir les comparer avec une pesanteur normale calculée sur l'ellipsoïde et se placer ainsi dans les conditions de résolution de l'équation fondamentale de la gravimétrie.

Les effets gravitationnels de la topographie sont les sources dominantes des variations du champ de gravité local dans plusieurs régions de la terre. En retirant par calcul ces effets, ainsi que la compensation isostatique associée, on peut constater que le champ résiduel résultant est lissé, et par conséquent, il est plus approprié pour la modélisation du champ de gravité.

Dans ce contexte, le terme "effet de terrain" est utilisé pour exprimer les effets gravitationnels sur les quantités gravimétriques. Parmi ces effets, on cite : "Effets topographiques"; qui expriment l'influence directe de la topographie visible dans les régions montagneuses, "Effets isostatiques", et "Modèle résiduel de terrain (RTM)"; dans ce cas uniquement les hautes irrégularités locales sont

prises en compte par rapport à une surface lissée, d'élévation moyenne, définie implicitement par un certain degré et ordre du développement des hauteurs topographiques en harmoniques sphériques.

La réduction RTM a été introduite par Forsberg et Tscherning en 1981 comme une technique de retrait-restauration pour améliorer la modélisation du champ de pesanteur dans les régions montagneuses. La plupart des variations de courtes longueurs d'onde du champ de pesanteur dans ces régions sont liées directement à la topographie. Le lissage du champ par application de la réduction **RTM** améliore la précision d'interpolation et celle d'intégration numérique.

La méthode emploie une surface de référence lissée, qui peut être dérivée soit à partir d'un développement en harmoniques sphériques de la topographie globale ou soit à partir de la moyenne locale des élévations des données (Rapp & Sanso, 1995).

L'attraction de la topographie résiduelle est, par définition, la masse entre la surface topographique et la surface de référence. Supposons qu'on dispose d'un modèle global de potentiel gravitationnel W_0 à un ordre N_0 , qui pourrait être utilisé comme première approximation du potentiel perturbateur T_0 , et d'un modèle topographique (**MNT**) de résolution suffisante, alors la technique de "retrait-restauration" s'adapte bien dans les zones très accidentées, où les variations de courtes longueurs d'onde du potentiel gravitationnel sont dues en grande partie aux variations de la topographie.

Par ailleurs, et puisque le développement en harmoniques sphériques du potentiel perturbateur T_0 correspond aux longues longueurs d'onde, alors les corrections de terrain serviront à approximer la partie du spectre correspondant aux courtes longueurs d'onde. Finalement, le résidu résultant de l'application de la technique de retrait-restauration, qui servira comme observation dans la méthode de la collocation, correspond principalement aux moyennes longueurs d'onde.

A partir d'un modèle résiduel de terrain (**RTM**), on calcule le potentiel T_m créé par les masses qui se situent sur la surface de référence et par les masses qui manquent pour se déplacer à cette surface (densité des masses négative) (Figure I.9). En conséquence, le potentiel résiduel T_r est donné par :

$$T_r = T - T_0 - T_m \quad .$$

Les avantages d'utilisation d'un RTM sont divers, parmi eux, on citera que les valeurs des corrections de terrain résultant de ce modèle oscillent autour du niveau zéro, et qu'à partir d'une certaine distance, ces effets s'annulent pratiquement, ceci nous offre la possibilité de travailler avec des zones réduites comme si le modèle était global. On peut vérifier également que dans la pratique, les anisotropies possibles du champ de gravité se réduisent sensiblement. En outre, la variance des données résiduelles résultant de l'application de la technique de retrait-restauration est minimale, et par conséquent, les erreurs de prédiction obtenues par la méthode de la collocation seront minimales.

Pour calculer les effets de terrain selon le modèle résiduel de terrain (**RTM**) en un point, on utilise, généralement, deux grilles de **MNT** de résolution différentes : une grille fine (**MNT0**) pour les zones proches du point de calcul, et une grille de dimensions plus larges (**MNT1**) pour les zones lointaines. La seconde grille est obtenue à partir du **MNT0** par une simple moyenne. Par exemple, le **MNT0** peut avoir une résolution de 500 m ou 1 km, et le **MNT1** peut avoir un point tout les 10 Km (moyenne de 10 x 10 blocs de 1km x 1km). Les effets du RTM se calculent par intégration numérique des prismes rectangulaires à base plate utilisant le **MNT0** jusqu'à une certaine distance R_0 , et le **MNT1** à partir de R_0 à R_1 . En outre, si le **MNT0** n'est pas suffisamment fin, on densifie le canevas au voisinage de la station au moyen d'interpolation par les splines. Cependant, on peut constater une certaine différence entre l'altitude de la station et celle interpolée. Cette dispersion peut être de l'ordre de

centaines de mètres dans les régions montagneuses. Devant ce problème, il va falloir changer le modèle du terrain, dans le cas des anomalies de gravité, car il doit passer forcément par la station, par contre, on modifiera l'altitude de la station, dans le cas des autres quantités gravimétriques (Andreu & Simo, 1992).

Enfin, l'effet du RTM sur l'anomalie de gravité Δg est donné par la formule (Andreu & Simo, 1992) :

$$\delta\Delta g_m = -2\pi G\rho \cdot (h_p - h_{ref}) + C_p \tag{I.33}$$

où C_p est la correction topographique classique donnée dans l'approximation plane par la formule:

$$C_p = \frac{1}{2} G\rho \iint_{\tau} \frac{(h - h_p)^2}{r^3} dx dy \tag{I.34}$$

avec G est la constante gravitationnelle, τ est le plan XY, ρ est la densité de la topographie supposée constante, r est la distance entre le point de calcul et le point courant.

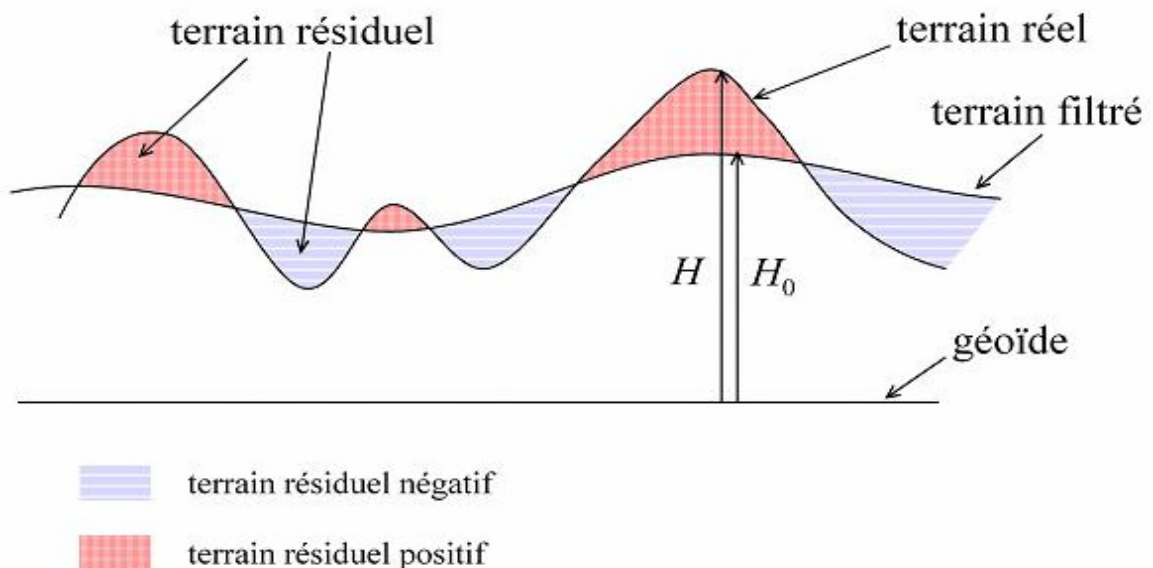


Figure I.9 : Modèle résiduel de terrain (RTM); différence entre la surface topographique et celle de référence.

1.10- Technique de retrait- restauration (Remove-Restore)

L'utilisation de la formule de Stokes donnant le géoïde exige que les anomalies de gravité soient disponibles sur toute la surface de la terre et elle nécessite, en pratique, la confection de grilles régulières d'anomalies de pesanteur, impliquant une interpolation à partir des mesures ponctuelles. Pour améliorer l'exactitude de l'interpolation et de l'intégration, on peut diminuer la variabilité des anomalies gravimétriques en retranchant des anomalies de pesanteur la composante verticale de l'attraction gravitationnelle du terrain. Enfin, on peut modéliser les anomalies des zones lointaines et réduire le domaine d'intégration à une calotte de quelques centaines de kilomètres de rayon en utilisant un modèle global de champ. Les contributions des grandes longueurs d'onde du champ de gravité ne seront pas présentes dans le résultat puisqu'elles seront calculées d'une autre manière. Elles sont données grâce à un modèle géopotential d'harmoniques sphériques de degré et ordre élevé. L'intégrale est ensuite discrétisée et est évaluée en utilisant des données discrètes.

La meilleure résolution obtenue, à présent, est de 5' x 5', les petites longueurs d'onde ne seront pas donc présentes. Elles sont donc calculées grâce aux altitudes orthométriques qui sont, généralement, données sous forme de grille de 1km x 1km. Les contributions des différentes fréquences sont illustrées sur la Figure I.10.

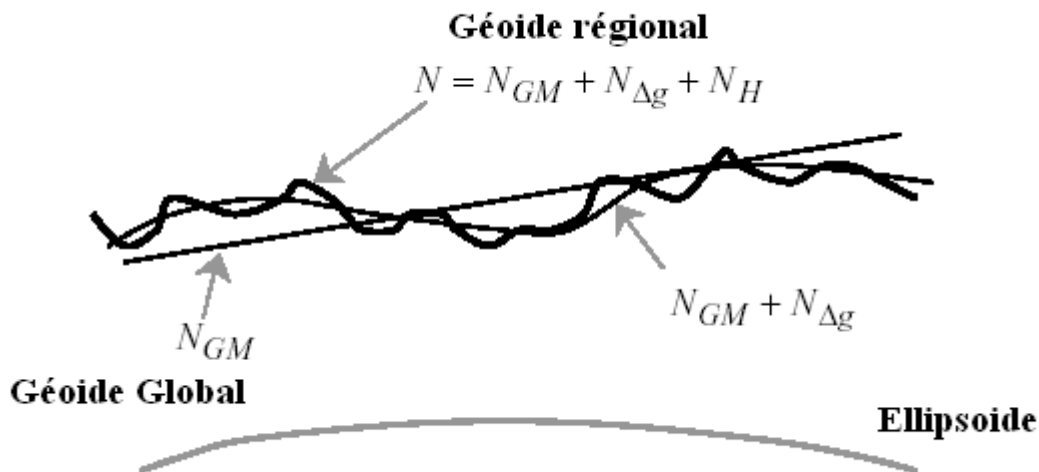


Figure I.10 : Contribution des différentes données sur la détermination régionale du géoïde

La méthode utilisée pour le calcul des ondulations du géoïde en combinant le modèle de potentiel (GM), les anomalies à l'air libre Δg_{FA} et l'altitude d'un MNT est celle retrait- restauration (Remove–Restore). Son principe est basé sur l'analyse spectrale suivante : La hauteur du géoïde est décomposée en différentes longueurs d'ondes : les grandes, les moyennes et les courtes et elles peuvent être représentées respectivement par le modèle géopotential, les informations gravimétriques et les informations topographiques. Les grandes longueurs d'ondes du champ de référence du modèle géopotential ainsi que les effets du terrain qui représentent les courtes longueurs d'ondes sont retirées mathématiquement à partir des anomalies de gravité à l'air libre observées. Les anomalies résiduelles sont ensuite interpolées aux nœuds d'une grille, puis converties en ondulations résiduelles de géoïde par la formule de Stokes. Enfin, on restaure au géoïde résiduel obtenu, les contributions du modèle géopotential et l'effet indirect de la topographie.

En d'autres termes, on calcule d'abord des anomalies de pesanteur ponctuelles résiduelles en retranchant des anomalies à l'air libre les anomalies du modèle global Δg_{GM} et les effets du terrain Δg_{RTM} (étape de retrait) :

$$\Delta g_{Res} = \Delta g - \Delta g_{GM} - \Delta g_{RTM} \tag{I.35}$$

Ainsi, les anomalies de gravité utilisées dans la formule de Stokes sont dépourvues des effets du modèle géopotential et de la topographie. Des valeurs d'anomalies résiduelles sont ensuite interpolées aux nœuds d'une grille, puis intégrées par la formule de Stokes :

$$N_{Res} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} S(\psi) \cdot \Delta g_{Res} \cdot d\sigma \tag{I.36}$$

On obtient des anomalies d'altitudes résiduelles, auxquelles il faut rajouter l'effet du terrain et l'anomalie d'altitude du modèle de champ (étape de restauration):

$$N = N_{Res} + N_{GM} + N_{RTM} \quad (1.37)$$

Notons que le champ résiduel résultant de l'application de la technique de retrait-restauration est homogène et plus approprié pour la modélisation du champ de gravité. On obtient ainsi un quasi-géoïde par combinaison des anomalies gravimétriques et des anomalies du modèle de champ.

A l'intérieur de la calotte d'intégration de Stokes, les anomalies gravimétriques sont prises en compte. A l'extérieur, le modèle de champ est seul utilisé. Les corrections de terrain sont particulièrement coûteuses en temps de calcul. En contrepartie, la précision du géoïde obtenu est de l'ordre du centimètre en pays de plaine avec des données de qualité et de quelques décimètres en terrain accidenté avec des données de qualité moyenne.

Plusieurs méthodes ont été développées pour le calcul de l'intégral de Stokes. Parmi lesquelles, nous citons : l'intégration numérique, la Transformée de Fourier Rapide (FFT) et la méthode de Collocation par les moindres carrés. La Transformée de Fourier a été introduite, en premier lieu, dans le calcul du géoïde et les corrections du Terrain tout en se basant sur l'approximation plane. Ensuite, Stang Van Hees a présenté l'idée de la FFT sphérique dans laquelle l'intégrale de Stokes est évaluée directement sur la sphère avec uniquement peu d'approximations (Stang Van Hees, 1990). La précision de la méthode a été considérablement améliorée par l'introduction du concept "Multi Bandes" proposé par Forsberg (Forsberg & Sideris, 1993). En 1993, Haagmans et al. ont développé d'avantage cette méthode en évitant toutes les approximations imposées précédemment, ce qui a permis, d'une part, d'obtenir des résultats similaires à ceux dérivés par l'intégration numérique rigoureuse, et d'autre part, d'économiser plus d'espace mémoire (Haagmans et al., 1993). Malheureusement, les erreurs de fenêtrage et de périodicité liées à la méthode FFT dans le domaine fréquentiel demeurent et ceci malgré l'utilisation de la technique "Zero padding" qui permet uniquement de réduire ces erreurs jusqu'à une certaine limite (Sideris et Li, 1993 ; Tziavos, 1993, 1996). En outre, dans cette méthode, le problème de l'intégration singulière reste posé. Il résulte du fait que les noyaux de Stokes et l'effet de terrain sont infinis au point de calcul. Plusieurs solutions ont été proposées pour y remédier dont celle formulée par Kearsley et qui restent toujours insuffisantes face à la précision escomptée.

Dans le cadre de cette recherche, nous avons utilisé la technique FFT dans le calcul par voie gravimétrique du modèle du géoïde local. Le choix de cette méthode est conditionné par les considérations suivantes. L'évaluation de l'intégrale de stokes nécessite un temps de calcul énorme, on pense donc, toujours à réduire la zone d'intégration en modifiant la fonction noyau de Stokes. L'idée principale, proposée par Molodensky en 1962, est que l'erreur de troncature commise en limitant la zone d'intégration des anomalies de gravité à un cap sphérique peut être réduite par une modification adéquate du noyau de Stokes. Dans une approche différente, l'augmentation de la zone d'intégration a pour but d'améliorer les résultats (Schwartz, 1984). Ce genre de méthodes augmente les exigences du calcul et il n'a pas montré sa supériorité sur la technique simple du retrait-restauration. L'intégrale de Stokes se présente sous forme de produit de convolution et elle est, cependant, évaluée par les transformées de Fourier rapides (FFT), pourvu que les données soient sous forme de grilles régulières. Il est de même pour la correction de terrain.

De plus, la FFT donne le résultat sur la même grille des anomalies de pesanteur Δg . Ainsi, les techniques spectrales basées sur la FFT éliminent le problème de la vitesse lente de calcul et permettent d'avoir une couverture homogène des résultats pour des fins d'interpolation et d'impression. Par conséquent, il n'est pas nécessaire de modifier le noyau de stockes particulièrement en utilisant la technique du retrait-restauration. En utilisant les propriétés de la transformée de Fourier, les intégrales de convolution sont remplacées par des multiplications.

En outre, l'utilisation des techniques spectrales est recommandée pour le calcul régional et continental du géoïde puisque les données gravimétriques et d'élévations sont disponibles, en général, sous forme de grilles régulières.

1.11- Géoïde gravimétrique par FFT

1.11.1- Approximation plane de l'intégrale de Stokes

Pour une surface limitée E, la surface sphérique peut être approximée par son plan tangent et par conséquent, la hauteur du géoïde N calculée à partir des anomalies de gravité (Equation 1.25) peut se mettre dans l'approximation plane sous forme d'un produit de convolution. En effet et en utilisant une grille des anomalies de gravité de dimension M x N avec des espacements Δx et Δy, l'ondulation du géoïde au point (x_k, y_l) peut se mettre sous forme d'un produit de convolution comme suit :

$$\begin{aligned} N(x_k, y_l) &= \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \Delta g(x_i, y_j) I_N(x_k - x_i, y_l - y_j) \Delta x \Delta y \\ &= \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} \Delta g(x_k, y_l) * I_N(x_k, y_l) \end{aligned} \quad (1.38)$$

avec

$$I_N(x_k - x_i, y_l - y_j) = \begin{cases} \left[(x_k - x_i)^2 + (y_l - y_j)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}, & x_k \neq x_i \text{ ou } y_l \neq y_j \\ 0, & x_k = x_i \text{ et } y_l = y_j \end{cases} \quad (1.39)$$

Cependant, et afin de tenir en compte de la singularité de I_N, le noyau est pris égale à zéro (Equation 1.39), et par conséquent, la hauteur du géoïde au point de calcul, due à la contribution des anomalies de gravité est évaluée séparément. Approximativement, cette contribution est donnée par :

$$dN(x_k, y_l) \approx \frac{\sqrt{\Delta x \Delta y}}{\gamma \sqrt{\pi}} \Delta g(x_k, y_l) \quad (1.40)$$

Sachant que la transformée de Fourier du produit de convolution dans le domaine spatial est un produit simple dans le domaine spectral, on peut écrire :

$$\begin{aligned} N(x_k, y_l) &= \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} F^{-1} \{ F \{ \Delta g(x_k, y_l) \} F \{ I_N(x_k, y_l) \} \} \\ &= \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} F^{-1} \{ \Delta G(u_m, v_n) L_N(u_m, v_n) \} \end{aligned} \quad (1.41)$$

F et F⁻¹ sont les transformées de Fourier directe et inverse respectivement. u et v sont les fréquences correspondantes à x et y.

$$\Delta G(u_m, v_n) = F \{ \Delta g(x_k, y_l) \}$$

$$L_N(u_m, v_n) = F \{ I_N(x_k, y_l) \} = \frac{1}{(u_m^2 + v_n^2)^{1/2}} = \frac{1}{q} \quad (1.42)$$

où q est appelée fréquence radiale. ΔG est évalué par la transformée de Fourier discrète (DFT) tandis que L_N peut être calculée soit par la DFT ou soit par la Transformée de Fourier Continue (CFT).

1.11.2- Approximation sphérique de l'intégrale de Stokes

Les approximations précédentes introduites dans l'évaluation de l'intégrale de Stokes peuvent être réduites ou évitées en utilisant l'intégrale de Stokes sphérique. Dans ce cas, l'intégrale de Stokes prend la forme suivante :

$$N(\varphi_1, \lambda_k) = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} \Delta g(\varphi_j, \lambda_i) \cos \varphi_j S(\varphi_1, \lambda_k, \varphi_j, \lambda_i) \Delta \varphi \Delta \lambda \quad (I.43)$$

Ces ondulations du géoïde peuvent être évaluées simultanément aux nœuds d'une grille en utilisant différentes approximations de la fonction noyau de Stokes sur la sphère et ceci dans l'ordre de transformer l'équation (I.43) en produit de convolution. Dans ce contexte, Strang Van Hees suggère d'approximer $\cos \varphi_p \cdot \cos \varphi$ dans l'équation (I.26) par $\cos^2 \bar{\varphi}$ ou plus exactement par $\cos^2 \bar{\varphi} - \sin^2(\varphi_p - \varphi)/2$ avec $\bar{\varphi}$ est la latitude moyenne de la zone de calcul. Dans ce cas, l'équation (I.26) peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} \sin^2 \frac{\Psi}{2} &\approx \sin^2 \frac{\varphi_p - \varphi}{2} + \sin^2 \frac{\lambda_p - \lambda}{2} \cos^2 \bar{\varphi} \\ &\approx \sin^2 \frac{\varphi_p - \varphi}{2} + \sin^2 \frac{\lambda_p - \lambda}{2} \left(\cos^2 \bar{\varphi} - \sin^2 \left(\frac{\varphi_p - \varphi}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (I.44)$$

et l'équation (I.36) prend la forme de convolution suivante :

$$\begin{aligned} N(\varphi_1, \lambda_k) &= \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} \Delta g(\varphi_j, \lambda_i) \cos \varphi_j S(\varphi_1 - \varphi_j, \lambda_k - \lambda_i, \bar{\varphi}) \Delta \varphi \Delta \lambda \\ &= \frac{R \Delta \varphi \Delta \lambda}{4\pi\gamma} [\Delta g(\varphi_1, \lambda_k) \cos \varphi_1] * S(\varphi_1, \lambda_k, \bar{\varphi}) \end{aligned} \quad (I.45)$$

et par conséquent, l'approximation de l'équation (I.43) par l'équation (I.45) rend possible le calcul des ondulations du géoïde sur la sphère aux nœuds d'une grille de dimensions larges par le moyen de la transformée de Fourier à deux dimensions (2D FFT). En revanche, son inconvénient réside dans la quantité de données à stocker et qui nécessite, en conséquence, un espace de mémoire important puisque le procédé de 100 % de zéro est appliqué à chaque ligne et à chaque colonne dans les directions des latitudes et des longitudes et que d'autres erreurs additionnelles sont introduites dues principalement à l'approximation opérée sur la fonction noyau. Cette erreur qui augmente lorsqu'on s'éloigne du centre de la zone d'intérêt dans les directions du nord et du sud, peut être réduite par l'utilisation de la méthode FFT multi-bande sphérique formulée par Forsberg et Sedaris en 1993. Ils proposent de diviser la zone en r bandes de recouvrement étroit le long des longitudes et dans chaque section, la Latitude φ_p est considérée comme constante et, de plus, elle est prise égale à la latitude moyenne $\bar{\varphi}_r$. Dans ce cas, l'équation (I.26) est approximée par :

$$\sin^2 \frac{\Psi}{2} \approx \sin^2 \frac{\varphi_p - \varphi}{2} + \sin^2 \frac{\lambda_p - \lambda}{2} \cos \bar{\varphi}_r \cos [\bar{\varphi}_r - (\bar{\varphi}_r - \varphi)] \quad (I.46)$$

et les ondulations du géoïde sont évaluées pour chaque bande par l'équation (I.45) en remplaçant $\bar{\varphi}$ par $\bar{\varphi}_r$. On notera qu'une solution exacte de l'intégrale de Stokes est obtenue pour l'ensemble des points le long du parallèle de latitude moyenne.

Enfin une dernière alternative est préconisée afin de contourner les limitations de la méthode précédente. En 1993, Haargmans et al. et partant du principe que la 2D FFT fournit des ondulations exactes pour l'ensemble de points le long du parallèle de latitude moyenne, ils ont proposé une nouvelle approche permettant d'évaluer l'intégrale sphérique de Stokes sans approximations pour chaque parallèle moyennant la FFT à une dimension(1D FFT). En effet, les ondulations du géoïde le long d'un parallèle de latitude φ_1 dérivées à partir des données du parallèle de latitude φ_j , la distance sphérique ψ ainsi que les anomalies de gravité Δg varient seulement en fonction de $\lambda_k - \lambda_i$ et λ_j respectivement et par conséquent, l'intégrale de Stokes donnée par l'équation (I.43) prend la forme :

$$N(\varphi_1, \lambda_k) = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{j=0}^{N-1} \left[\sum_{i=0}^{M-1} \Delta g(\varphi_j, \lambda_i) \cos \varphi_j S(\varphi_1, \varphi_j, \lambda_k - \lambda_i) \Delta \lambda \right] \Delta \varphi, \quad \varphi_1 = \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N \quad (I.47)$$

Les parenthèses dans l'équation précédente contiennent un produit de convolution à une dimension relatif à la variable λ , c'est-à-dire le long d'un parallèle et qui peut être évalué par 1D FFT comme suit (Haargmans et al., 1993) :

$$N(\varphi_1, \lambda_k) = \frac{R\Delta\varphi\Delta\lambda}{4\pi\gamma} F_1^{-1} \left\{ \sum_{j=0}^{M-1} F_1 \{ \Delta g(\varphi_j, \lambda_k) \cos \varphi_j \} F_1 \{ S(\varphi_1, \varphi_j, \lambda_k) \} \right\}, \quad \varphi_1 = \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N \quad (I.48)$$

avec F_1 et F_1^{-1} sont les transformées de Fourier directe et inverse à une dimension. L'équation (I.48) fournit les hauteurs du géoïde pour tous les points le long du parallèle et qui sont identiques à celles obtenues par l'intégration numérique (somme directe point par point en utilisant l'équation (I.36)) à condition d'appliquer 100% de zéro aux données pour compenser les défauts de bords. De plus, elle permet un gain d'espace mémoire considérable comparativement à la technique 2D FFT.

1.12- Sources d'erreurs sur les ondulations du géoïde

En pratique, la détermination du géoïde est basée sur la technique de retrait-restauration dans laquelle le contenu spectral du champ de gravité terrestre est décomposé en trois gammes de longueurs d'onde, et par conséquent, il est évident que la précision du géoïde calculé reste tributaire des précisions de ces trois composantes N_{GM} , $N_{\Delta g}$ et N_H .

1.12.1- Erreurs dues à N_{GM}

Le modèle géopotential global permet de déterminer la contribution des grandes longueurs d'onde sur le géoïde, mais, il introduit, en outre, des erreurs des grandes longueurs d'ondes qui proviennent de l'insuffisance des données satellitaires, aux lacunes dans la couverture des données gravimétriques terrestres et aux erreurs systématiques liées aux données altimétriques. Ces erreurs peuvent être regroupées en erreurs omises et erreurs commises.

- Les erreurs commises sont produites par le bruit sur les coefficients C_{nm} et S_{nm} . Leur estimation requiert la connaissance de la matrice de covariance des erreurs sur les coefficients de taille égale au nombre de coefficients à déterminer et qui dépendra du degré du modèle géopotential. Cependant, il existe une deuxième alternative pour l'estimation de ces erreurs laquelle est basée sur les variances par degré des erreurs du modèle géopotential et qui devrait fournir, en conséquence, une estimation homogène des erreurs.
- Les erreurs omises sont le résultat de la troncature du développement en série en harmoniques sphériques lequel est disponible, en pratique, jusqu'à $(N_{max} < \infty)$. Leur estimation exige la connaissance des variances du signal par degré jusqu'à N_{max} qui sont dérivées à partir du modèle de variance par degré des anomalies de gravité proposé par Tscherning et Rapp en 1974. Ce modèle est lié aux erreurs sur les coefficients du modèle géopotential par :

$$\sigma_{n,n}^2 (\Delta g, \Delta g) = \frac{(n-1)^2 GM^2}{R^4} \left(\frac{a}{R}\right)^{2n} \sum_{m=0}^n (\Delta C_{n,m}^2 + \Delta S_{n,m}^2) \quad (I.49)$$

avec R : rayon moyen de la Terre,

G : Constante gravitationnelle,

M : Masse de la Terre,

$\Delta C_{n,m}$ et $\Delta S_{n,m}$ sont les erreurs statistiques sur les coefficients $C_{n,m}$ et $S_{n,m}$ respectivement.

Le tableau (I.1) regroupe les erreurs omises des différentes quantités gravimétriques en fonction du degré maximum du modèle géopotential. On peut constater que les erreurs omises sur les ondulations du géoïde décroissent à partir de 23cm à 3cm lorsque le degré du modèle géopotential croît de 360 à 1800. Tandis que pour les anomalies de gravité et les composantes de la déviation de la verticale qui sont liées à la première dérivée du potentiel perturbateur, les erreurs omises se réduisent de la moitié. En plus, on notera que pour l'ensemble des quantités gravimétriques, les erreurs commises croient, et par conséquent, il est important de trouver un équilibre entre ces diverses erreurs. En général, les modèles des erreurs doivent contenir les deux types d'erreurs omises et commises afin de fournir une mesure réelle de la précision des paramètres du champ de pesanteur, principalement celle des ondulations du géoïde, calculés à partir d'un modèle global de potentiel.

Tableau I.1 : Erreurs omises sur les différents paramètres du champ de gravité calculées à partir du modèle de Tscherning & Rapp (Wenzel, 1999).

Degré maximum	Résolution [km]	Ondulation du géoïde [m]	Anomalies de gravité [mgal]	Déviations de la verticale [arc sec]
360	55.0	0.228	25.27	3.76
720	27.5	0.103	20.12	3.00
1440	13.8	0.042	14.54	2.16
1800	11.0	0.030	12.68	1.89
3600	5.5	0.010	7.12	1.06
5400	3.7	0.004	4.34	0.65
7200	2.8	0.002	2.74	0.41

1.12.2- Erreurs dues à $N_{\Delta g}$

Les erreurs sur la composante $N_{\Delta g}$ sont dues à la qualité et la densité des données gravimétriques. L'effet des erreurs des anomalies de gravité (supposées être disponibles sur une grille rectangulaire de dimension M x N et exprimée en coordonnées géographiques) sur les ondulations du géoïde obtenues, est donnée par la formule suivante (She, 1993) :

$$\sigma_{N_{\Delta g}}^2 = \left(\frac{R\Delta\phi\Delta\lambda}{4\pi\gamma} \right) \sum_{\phi_Q=\phi_1}^{\phi_M} \sum_{\lambda_Q=\lambda_1}^{\lambda_N} \left(S(\psi_{PQ}) \cos \phi_Q \right)^2 \sigma_{\Delta g(\gamma_Q, \lambda_Q)}^2 \tag{I.50}$$

dans laquelle, on suppose que les erreurs sur les anomalies de gravité sont non corrélées et que les variances associées a priori notées $\sigma_{\Delta g(\phi_Q, \lambda_Q)}^2$ sont connues. $\Delta\phi$ et $\Delta\lambda$ désignent les espacements de la grille dans les directions des Latitudes et des Longitudes. M et N sont les dimensions de la grille. Cette formule peut être évaluée efficacement par la FFT à une dimension (1D FFT).

Cependant, la qualité des anomalies de gravité est affectée par des erreurs systématiques, parmi lesquelles, nous citons :

- Inconsistances dans les datums horizontal, vertical, et gravimétrique,
- inconsistances dans le système adopté des altitudes,
- erreurs d'approximation due à l'utilisation des formules simplifiées dans le calcul du gradient vertical (réduction à l'air libre).

1.12.3-)- Erreurs dues à N_H

Les erreurs des courtes longueurs d'ondes dans les ondulations du géoïde sont dues à la qualité et à la résolution du modèle numérique du terrain utilisé dans le calcul de la composante N_H . Une mauvaise modélisation du terrain est spécialement signifiante dans les régions accidentées. A cet effet, il est recommandé d'utiliser des MNT de haute résolution obtenus de préférence à partir des cartes digitalisées pour une meilleure modélisation de l'effet des masses topographiques et de se conformer, ainsi, avec les conditions d'application du problème géodésique des valeurs aux limites relatif à la détermination par voie gravimétrique de la forme réel de la Terre.

Chapitre 2

Effet des variations de la densité latérale sur le géoïde

2.1- Effets gravitationnels

Les effets gravitationnels de la topographie sont les sources dominantes des variations locales du champ de gravité dans plusieurs régions de la Terre. En retirant par calcul ces effets, ainsi que la compensation isostatique associée, on peut constater que le champ résiduel résultant est lissé, et par conséquent, il est plus approprié pour la modélisation locale du champ de gravité. En outre, ils constituent une composante essentielle dans la solution du problème des valeurs aux limites géodésique, et ils doivent être pris en charge d'une manière rigoureuse dans la détermination précise du géoïde. La solution du problème classique de Stokes qui est considéré comme un cas particulier de la formulation simplifiée du problème des valeurs aux limites fondamental de la géodésie physique ; problème moderne de Molodensky, suppose que les anomalies de gravité doivent se référer au géoïde sans aucune masse à l'extérieur. Cette condition importante nécessite une régulation de la Terre telle que toutes les masses à l'extérieur du géoïde soient complètement enlevées ou déplacées à l'intérieur du géoïde. Il existe plusieurs méthodes de réduction, lesquelles diffèrent dans la manière dont les masses topographiques (masses comprises entre le géoïde et la surface de la Terre) sont traitées. Les réductions, par les modifications de masses qui les accompagnent, impliquent une modification des potentiels calculés, et par suite du géoïde calculé. Cette altération est appelée "effet indirect" de la réduction. Théoriquement, dans la mesure où l'effet indirect est correctement compensé, le choix de telle ou telle réduction n'a pas d'incidence sur le géoïde calculé.

Le choix approprié de la méthode de réduction de la pesanteur reste tributaire de la magnitude de son effet indirect, du lissage et de la magnitude des anomalies gravimétriques résultantes, ainsi que leur interprétation géophysique associée. Par exemple, la réduction complète de Bouguer retire toutes les masses topographiques au-dessus du géoïde produisant ainsi des anomalies gravimétriques lissées et adéquates pour des opérations d'interpolation sur le terrain avec des possibilités d'interprétation intéressantes en géophysique. Cependant, dans la réduction isostatique, les masses extérieures ne sont pas supprimées comme dans le cas du calcul de l'anomalie de Bouguer, mais transférées à l'intérieur du géoïde afin de compenser le défaut de masse sous les continents. Ce déplacement est calculé en faisant une hypothèse (modèles de Pratt, Airy.....) sur la répartition des masses topographiques réelles. Elle introduit un effet indirect de l'ordre du mètre qui reste inférieur à celui de la réduction de Bouguer, mais plus important que celui de la seconde méthode de condensation d'Helmert, et par conséquent, elle n'est pas recommandée pour une détermination locale du géoïde. Dans la seconde méthode d'Helmert, les masses topographiques au-dessus du géoïde sont déplacées et condensées sur le géoïde en une couche surfacique. Enfin, dans le Modèle Résiduel (RTM) uniquement les hautes irrégularités locales sont prises en compte par rapport à une surface lissée, d'élévation moyenne, définie implicitement par un certain degré et ordre du développement des hauteurs topographiques en harmoniques sphériques. La plupart des variations de courtes longueurs d'onde du champ de pesanteur dans ces régions sont liées directement à la topographie. Le lissage du champ par application de la réduction RTM améliore la précision d'interpolation et celle d'intégration numérique.

Cependant, la connaissance de la densité réelle de la croûte terrestre est nécessaire pour l'ensemble de ces méthodes (correction de terrain incluse) afin de retirer d'une manière rigoureuse et effective toutes les masses au-dessus du géoïde. En d'autres termes, la réduction des anomalies au géoïde ne peut être exactement calculée que si on dispose d'un bon modèle de répartition des masses dans la croûte terrestre. En pratique, une densité constante moyenne de 2.67g/cm^3 est utilisée dans la détermination locale d'un modèle de géoïde. Cette manière de procéder affecte et altère la précision du géoïde calculé, particulièrement, dans les régions montagneuses. L'utilisation des modèles de

variation des densités topographiques latérales a fait l'objet de plusieurs études (Martinec et al. 1995; Kuhnreiter 1998; Pagiatakis et al. 1999; Tziavos & Featherstone 2000; Huang et al. 2001; Hunegnaw 2001). Ces investigations ont montré que ces variations peuvent introduire des erreurs sur le géoïde de l'ordre du décimètre, voire plus, spécialement dans les régions montagneuses.

2.2)- Réductions gravimétriques

Il existe plusieurs techniques de réduction gravimétrique pour retirer les masses topographiques au-dessus du géoïde dans la solution classique du problème de valeurs aux limites géodésique en utilisant la formule de Stokes, parmi lesquelles, nous citons celles les plus utilisées en géodésie : Les réductions de Bouguer, Modèle de Terrain Résiduel (RTM), et première et seconde méthodes de condensation d'Helmert.

La réduction de Bouguer est l'un des schémas de réduction gravimétrique le plus utilisé dans les domaines de géodésie et de géophysique. En géodésie, elle est employée dans les opérations d'interpolation des données gravimétrique, mais pas pour la détermination du géoïde. Cette réduction retire toutes les masses au-dessus du géoïde en utilisant le plateau de Bouguer. La correction de terrain, qui représente l'effet de la topographie par rapport au plateau de Bouguer devrait être considérée pour retirer rigoureusement toutes les masses topographiques au-dessus de la surface du géoïde. La réduction de Bouguer qui intègre la correction du Terrain est appelée réduction de Bouguer complète. La Figure II.1 montre la réduction de Bouguer. Le plateau de Bouguer de hauteur h_p retire toutes les masses topographiques au-dessus du géoïde à l'exception de la correction du Terrain.

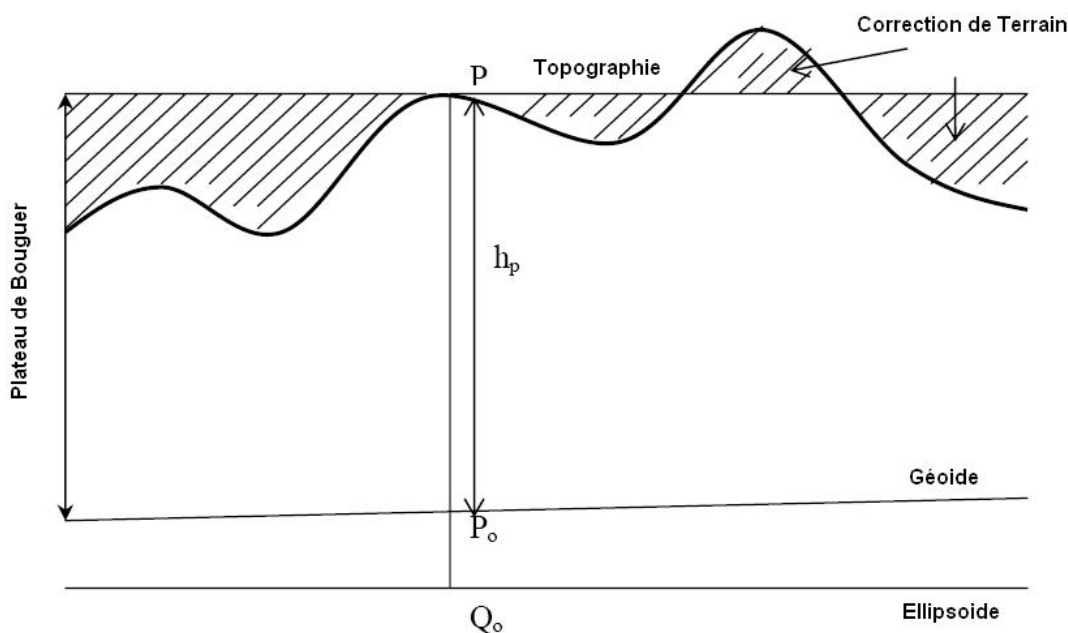


Figure II- 1: Réduction de Bouguer

La réduction RTM a été introduite par Forsberg et Tscherning en 1981 comme une technique de retrait-restauration pour améliorer la modélisation du champ de pesanteur dans les régions montagneuses. La méthode emploie une surface de référence lissée, qui peut être dérivée soit à

partir d'un développement en harmoniques sphériques de la topographie globale ou soit à partir de la moyenne locale des élévations des données (Rapp & Sanso, 1995). L'attraction de la topographie résiduelle est, par définition, la masse entre la surface topographique et la surface de référence. La réduction RTM est illustrée par la Figure II.2. En utilisant cette réduction, un quasi-géoïde est obtenu.

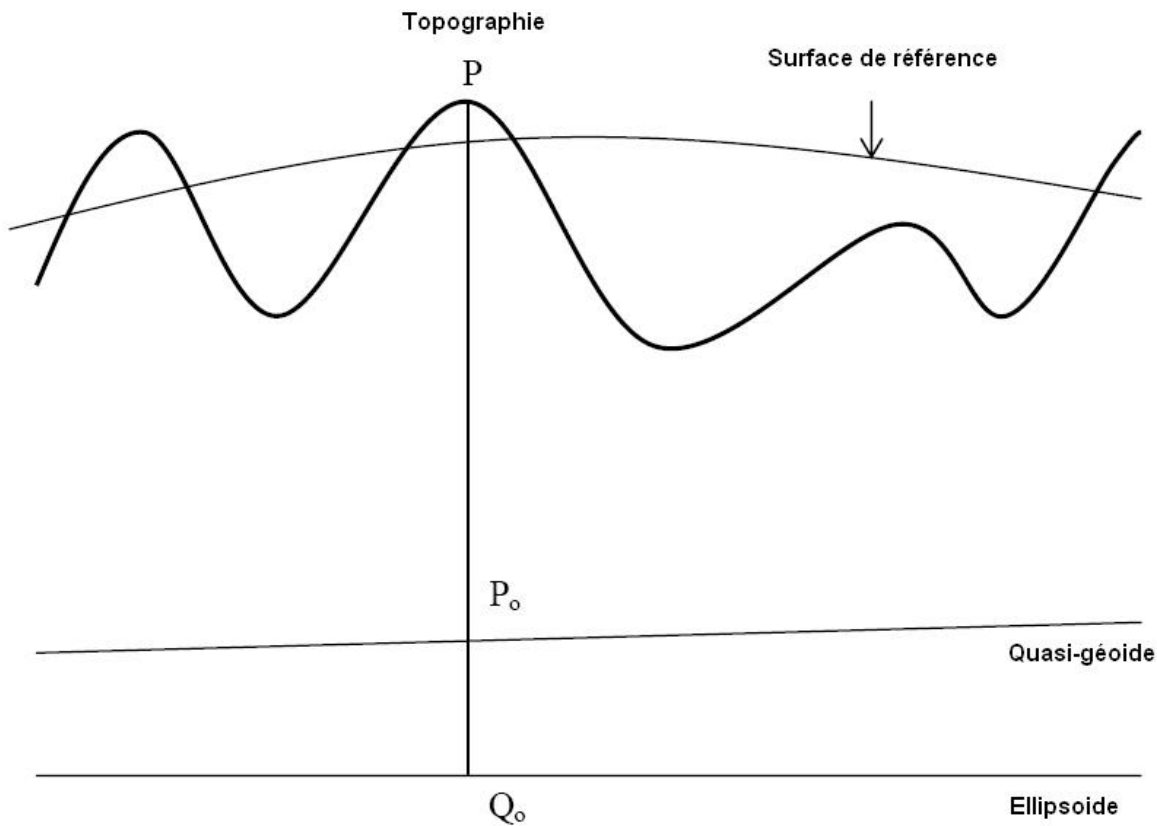


Figure II- 2:Modèle de Terrain Résiduel

Les avantages d'utilisation de la **réduction RTM** sont divers, parmi eux, on citera que les valeurs des corrections de terrain résultant de ce modèle oscillent autour du niveau zéro, et qu'à partir d'une certaine distance, ces effets s'annulent pratiquement, ceci nous offre la possibilité de travailler avec des zones réduites comme si le modèle était global. On peut vérifier également que dans la pratique, les anisotropies possibles du champ de gravité se réduisent sensiblement. En outre, la variance des données résiduelles résultant de l'application de la technique de retrait-restauration est minimale, et par conséquent, les erreurs de prédiction obtenues seront minimales.

Dans la seconde méthode de condensation d'Helmert, utilisée actuellement, en pratique, dans la détermination du géoïde, les masses topographiques au-dessus du géoïde sont déplacées et condensées sur le géoïde en une couche surfacique. Helmert a introduit deux méthodes de condensation. Dans la première méthode, la topographie est condensée en une surface parallèle située à 21 km au-dessus du géoïde. La valeur des 21 km, qui correspond à la différence entre les demi-axes de l'ellipsoïde représentant la Terre, a été adoptée en vue d'éviter les problèmes de convergence du développement en séries d'harmoniques sphériques du potentiel à l'extérieur de la Terre.

Cette méthode n'est pas utilisée par les géodésiens. Le principe de cette réduction est illustré par la figure II.3.

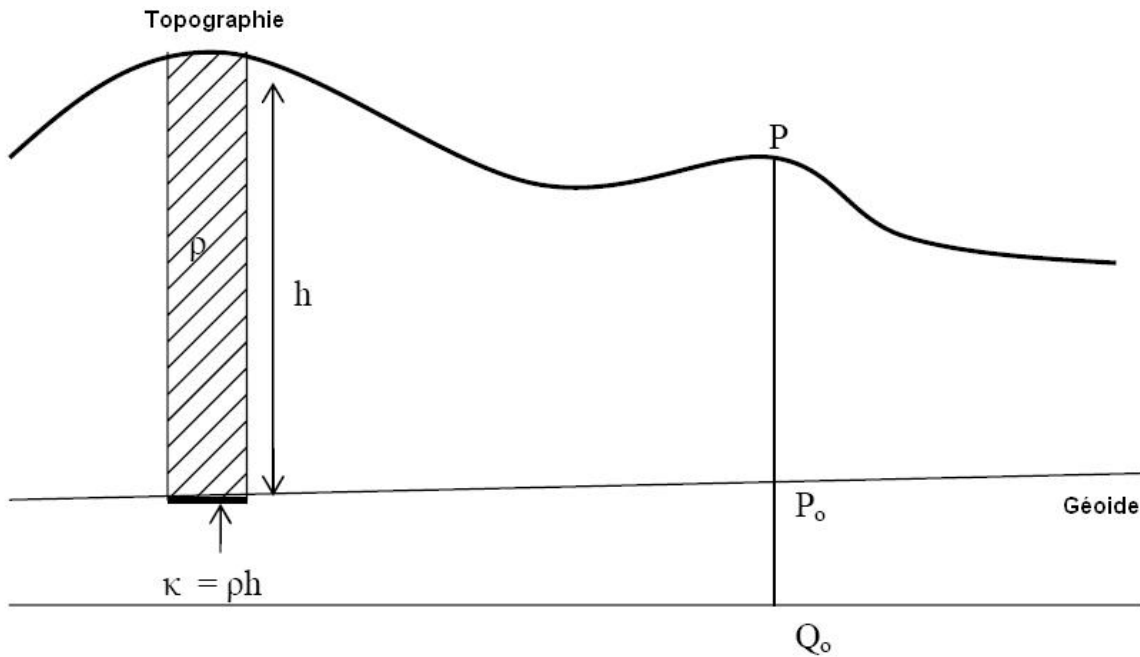


Figure II- 3:Seconde Méthode de Condensation d’Helmert

2.3)-Effets topographiques sur les déterminations de géoïde et du quasi-géoïde

La détermination du géoïde par la formule de Stokes exige que les masses topographiques (et atmosphériques) soient retirées ou réduites avant l’intégration. Ceci correspond à l’effet direct (L’effet direct sur l’anomalie de gravité égale à la somme des effets direct et indirect sur la pesanteur). En outre, l’anomalie de pesanteur corrigée de surface doit être analytiquement prolongée vers le bas au niveau du géoïde avant l’intégration. Ceci correspond à l’effet de la continuation descendante. Enfin, après l’utilisation la formule de Stokes, l’effet de restauration de la topographie devrait être pris en compte, donnant l’effet indirect (sur la hauteur du géoïde). Toutes ces corrections et l’intégration de Stokes-Helmert sont contenues dans la formule (Heiskanen & Moritz 1967)

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} S(\psi) \Delta g^{H*} d\sigma + \delta N_I \quad (II.1)$$

Avec :

N : Ondulation du géoïde

R : Rayon moyen de la terre (géoïde)

γ_0 : Pesanteur normale sur l’ellipsoïde de référence

σ : Sphère unité

$S(\psi)$: Noyau de Stokes, et l’argument ψ est l’angle géocentrique entre le point de calcul et le point d’intégration

Δg^{H*} : Anomalie de gravité corrigée de l’effet topographique et réduite au niveau du géoïde

δN_I : Effet indirect sur le géoïde

Notons par Δg^H la somme de l’anomalie de gravité de surface Δg (différence entre la gravité mesurée et la gravité normale correspondante) et de l’effet direct de la topographie $\delta \Delta g_{dir}$.

$$\Delta g^H = \Delta g + \delta \Delta g_{dir} \quad (II.2)$$

Chaque terme de cette équation se réfère à la surface de la terre (Problème moderne de Molodensky). La continuation analytique descendante Δg^{H*} de Δg^H de la surface physique au géoïde est donnée par :

$$\Delta g^{H*} = \Delta g^H + d\Delta g_{dwc}^H \quad (II.3)$$

Cet effet ($d\Delta g_{dwc}^H$) peut être déterminé, par exemple, par un développement de Taylor :

$$d\Delta g_{dwc}^H = -H \frac{\partial \Delta g^H}{\partial H} - \frac{H^2}{2} \frac{\partial^2 \Delta g^H}{\partial H^2} - \dots \quad (II.4)$$

$d\Delta g_{dwc}^H$ est l'effet de la continuation descendante de Δg^H et H est la hauteur orthométrique.

Avec ces notations, l'équation (II.1) peut se mettre sous la forme :

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} S(\psi) (\Delta g + \delta \Delta g_{dir}^* + \delta \Delta g_{dwc}^H) d\sigma + \delta N_I \quad (II.5)$$

Avec : $\delta \Delta g_{dir}^*$: l'effet direct du prolongement descendant de l'anomalie de gravité,

$\delta \Delta g_{dwc}^H$: L'effet du prolongement descendant de l'anomalie de surface.

Posons $c = \delta \Delta g_{dir}^* + \delta \Delta g_{dwc}^H$, l'équation (II.5) devient :

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} S(\psi) (\Delta g + c) d\sigma + \delta N_I \quad (II.6)$$

D'une façon similaire, l'anomalie de hauteur est donnée par (Heiskanen & Moritz, 1967) :

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} S(r_P, \psi) (\Delta g + c) d\sigma + \delta \zeta_I \quad (II.7)$$

Où γ : gravité normale au Telluroïde en faisant intervenir l'altitude normale,

$S(r_P, \psi)$: Fonction de Stokes étendue,

$\delta \zeta_I$: Effet indirect sur l'anomalie de hauteur.

A noter que l'effet © sur l'anomalie de gravité est le même pour l'ondulation du géoïde et l'anomalie de hauteur. De plus, la détermination de l'anomalie de hauteur est considérée comme solution du problème moderne de la géodésie physique (problème de Molodensky). Dans une approximation linéaire, cette solution est explicitée par (Moritz, 1980)

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} S(\psi) (\Delta g + C) d\sigma + \frac{\pi\mu H^2}{\gamma} \quad (II.8)$$

Avec C est la correction terrain donnée :

$$C_P = \frac{\mu}{2} R^2 \iint_{\sigma} \frac{(H-H_P)^2}{l_0^3} d\sigma \quad (II.9)$$

Où, dans l'approximation plane de la terre par :

$$C_P = \frac{\mu}{2} \iint_E \frac{(H-H_P)^2}{s^3} dE \quad (II.10)$$

Dans laquelle $l_0 = 2R \sin \frac{\psi}{2}$

$dE = s ds d\alpha$

(s, α) : Coordonnées polaires (rayon, azimuth)

$\mu = G \cdot \rho$ (produit de la constante gravitationnelle et de la densité topographique)

En général, le dernier terme de l'équation (II.8) est négligé, mais il peut atteindre environ 4.5 m pour les monts d'Everest.

Une fois l'anomalie de hauteur est déterminée par la méthode de Molodensky, l'ondulation du géoïde peut être estimée par (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$N = \zeta + \frac{\Delta g_B H}{\gamma} \quad (II.11)$$

Avec Δg_B est l'anomalie de Bouguer donnée par :

$$\Delta g_B = \Delta g - 2\pi\mu H \quad (II.12)$$

Les équations (II.8) et (II.9) sont limitées à la deuxième puissance de l'altitude (H). Les études récentes ont montré que ceci reste insuffisant pour une détermination précise de géoïde dans des régions montagneuses. En outre, elles ont été basées sur l'hypothèse de l'existence d'une corrélation linéaire simple entre l'anomalie de gravité et la topographie, et sous la condition que la pente de la topographie est d'environ 45°, une supposition qui n'est pas toujours valable dans des régions montagneuses.

2.3.1)-Potentiel topographique et condensation des masses

Pour une densité topographique constante ρ , le potentiel topographique en un point quelconque P peut être explicité par l'intégrale de surface suivante :

$$V^t(P) = \mu \iint_{\sigma} f(r_p, H, t) d\sigma \quad (II.13)$$

Avec : σ : est la sphère de calcul de rayon unité

$\mu = G \cdot \rho$; G : constante gravitationnelle

$$f(r_p, H, t) = \int_R^{R+H} \frac{x^2 dx}{l_{px}} \quad (II.14)$$

r_p : Rayon géocentrique de P

H : Hauteur orthométrique du point d'intégration

$t = \cos\psi$; ψ : Distance sphérique

R : Rayon du géoïde (approximation sphérique)

$$l_{px} = \sqrt{r_p^2 + x^2 - 2r_p \cdot t}$$

L'intégration de l'équation (I.27) donne :

$$f(r_p, H, t) = \frac{R+H+3r_p t}{2} l_p - \frac{R+3r_p t}{2} l_{p0} + r_p^2 p_2(t) \ln \left| \frac{R+H-r_p t+l_p}{R-r_p t+l_{p0}} \right| \quad (II.15)$$

Où

$$p_2(t) = \frac{3t^2-1}{2}$$

$$l_{p0} = \sqrt{r_p^2 + R^2 - 2Rr_p \cdot t}$$

$$l_p = \sqrt{r_p^2 + r_s^2 - 2r_s r_p \cdot t}$$

$$r_s = R + H$$

En insérant l'équation (II.15) dans l'équation (II.13), nous obtenons l'expression de l'intégrale stricte de surface pour le potentiel topographique. Le potentiel correspondant de la topographie représenté par une couche surfacique de densité μH sur la sphère de rayon R selon la deuxième méthode de condensation d'Helmert est donné par (Heiskanen & Moritz, 1967) :

$$V^c(P) = \mu R^2 \iint_{\sigma} \frac{H}{l_{P_0}} d\sigma \quad (II.16)$$

2.3.2)-Effets indirects

Par définition, le potentiel topographique résiduel, qui représente la différence entre le potentiel réel et le potentiel condensé, est donné par :

$$\begin{aligned} \delta V^t(P) &= V^t(P) - V^c(P) \\ &= \mu \iint_{\sigma} \left\{ f(r_p, H, t) - \frac{R^2 H}{l_{P_0}} \right\} d\sigma \end{aligned} \quad (II.17)$$

En utilisant la formule de Bruns, on obtient l'effet indirect sur l'anomalie de hauteur comme suit :

$$\delta \zeta_I(P) = \delta V^t(P) / \gamma \quad (II.18)$$

De la même façon, pour un point P situé sur le géoïde avec $r_p = R$, la formule de Bruns fournit l'effet indirect sur l'ondulation du géoïde comme une intégrale rigoureuse de surface :

$$\delta N_I(P) = \delta V^t(P) / \gamma_0 \quad (II.19)$$

A noter que les équations (II.17, II.18 et II.19) qui fournissent les intégrales rigoureuses de surface des effets indirects, ne sont pas, nécessairement, les plus utilisées en pratique, du fait qu'elles ont besoin d'une zone d'intégration globale pour intégrer tous les effets significatifs des grandes longueurs d'onde. Le développement en série de l'équation (II.19) au second ordre en H est donné par (Martinec & Vanicek, 1994a, Sjöberg & Nahavandchi, 1999) :

$$\delta N_I(P) = -\frac{\mu\pi}{\gamma_0} H_P^2 + \frac{3R\mu}{4\gamma_0} \iint_{\sigma} \frac{H^2}{l_0} d\sigma \quad (II.20)$$

Ou

$$\delta N_I(P) = \frac{2\mu\pi}{\gamma_0} H_P^2 + \frac{3R\mu}{4\gamma_0} \iint_{\sigma} \frac{H^2 - H_P^2}{l_0} d\sigma \quad (II.21)$$

Dans le domaine spectral, cette formule peut, également, être exprimée par (Sjöberg, 1995) :

$$\delta N_I(P) = \frac{\mu\pi}{\gamma_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-1 + \frac{3}{2n+1} \right) H_n^2(P) \quad (II.22)$$

H_n^2 est l'harmonique sphérique de Laplace (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$H_n^2(P) = \frac{2n+1}{4\pi} \iint_{\sigma} H^2 P_n(t) d\sigma \quad (II.23)$$

De même pour dériver l'expression de l'effet indirect sur l'anomalie de la hauteur, nous effectuerons un développement de Taylor de la fonction f explicitée par l'équation (II.15) au voisinage de $H = 0$:

$$f(r_p, H, t) = \sum_{k=0}^{\infty} f^{(k)}(r_p, 0, t) \frac{H^k}{k!} \quad (II.24)$$

Dans laquelle $f^{(k)}$ est la $k^{\text{ème}}$ dérivée de f par rapport à H . D'après l'équation (I.27), on obtient :

$$f^{(0)}(r_p, 0, t) = 0 \quad (II.25a)$$

$$f^{(1)}(r_p, H, t) = \frac{r_p^2}{l_p} \quad (II.26b)$$

$$f^{(1)}(r_p, 0, t) = \frac{R^2}{l_{p0}} \quad (II.26c)$$

$$f^{(2)}(r_p, H, t) = \frac{3r_s}{2l_p} + \frac{r_s(r_p^2 - r_s^2)}{2l_p^3} \quad (II.26d)$$

$$f^{(2)}(r_p, 0, t) = \frac{3R}{2l_{p0}} + \frac{R(r_p^2 - R^2)}{2l_{p0}^3} \quad (II.26e)$$

Avec $r_s = R + H$

Si nous limitons le développement en série de l'équation (I.24) à la deuxième puissance en H, nous obtenons :

$$\delta V^t(P) = \frac{\mu}{2} \iint_{\sigma} f^2(r_p, 0, t) H^2 d\sigma \quad (II.27)$$

et par conséquent, l'équation (II.18) devient :

$$\delta \zeta_I(P) = \frac{\mu R}{4\gamma} \iint_{\sigma} \left(\frac{3}{l_{p0}} + \frac{r_p^2 - R^2}{l_{p0}^3} \right) H^2 d\sigma \quad (II.28)$$

A partir du développement en polynômes de Legendre :

$$\frac{1}{l_{p0}} = \frac{1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r_p} \right)^{n+1} P_n(t) \quad (II.29a)$$

et sachant que,

$$\frac{r_p^2 - R^2}{l_{p0}^3} = \frac{1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} (2n + 1) \left(\frac{R}{r_p} \right)^{n+1} P_n(t) \quad (II.29b)$$

nous obtenons, également, la forme spectrale suivante de l'équation (II.28) :

$$\delta \zeta_I(P) = \frac{2\pi\mu}{\gamma} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+2}{2n+1} \left(\frac{R}{r_p} \right)^{n+1} H_n^2(P) \quad (II.30)$$

Ou approximativement en posant $r_p = R$

$$\delta \zeta_I(P) \approx \frac{\pi\mu}{\gamma} H^2(p) + \frac{3\pi\mu}{\gamma} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} H_n^2(P) \quad (II.31)$$

$$\delta \zeta_I(P) - \delta N_I(P) = \frac{2\pi\mu}{\gamma} H_p^2 \quad (II.32)$$

Les formules classiques des effets indirects sur le géoïde et l'anomalie de hauteur

$$\delta N_I = - \frac{\pi\mu H_p^2}{\gamma} \quad (II.33a)$$

$$\text{et } \delta \zeta_I = \frac{\pi\mu H_p^2}{\gamma} \quad (II.33b)$$

sont données dans l'approximation plane. Ceci cause une erreur de l'ordre :

$$- \frac{3R\mu}{4\gamma} \iint_{\sigma} \frac{H^2}{l_0} d\sigma \quad (II.34)$$

qui peut atteindre -0.5 m pour les hautes montagnes (Martinec & Vanicek, 1994a, Sjöberg & Nahavandchi, 1999).

2.3.3- Effet direct de la topographie sur la pesanteur

Les effets directs sont les effets résultants du déplacement des masses topographiques. L'effet direct sur la gravité est le gradient vertical, au point de calcul, de l'effet indirect sur le potentiel topographique

$$\delta A(P) = \frac{\partial}{\partial r_P} \delta V^t(P) \quad (II.35)$$

Par différenciation de l'équation (II.17), nous dérivons l'intégrale de surface suivante :

$$\delta A(P) = \mu \iint_{\sigma} \left\{ J(r_P, H, t) + \frac{R^2 H}{2r_P} \left(\frac{1}{l_{P0}} + \frac{r_P^2 - R^2}{l_{P0}^3} \right) \right\} d\sigma \quad (II.36a)$$

Avec :

$$\begin{aligned} J(r_P, H, t) &= \frac{\partial}{\partial r_P} f(r_P, H, t) \\ &= \frac{3t}{2} (l_P - l_{P0}) + \frac{r_s + 3r_P t}{2l_P} (r_P - r_s t) - \frac{R + 3r_P t}{2l_{P0}} (r_P - R t) + r_P^2 P_2(t) \times \\ &\quad \left\{ \frac{1}{l_P} \frac{r_P - l_P t - r_s t}{r_s + l_P - r_P t} - \frac{1}{l_{P0}} \frac{r_P - R t - t l_{P0}}{R + l_{P0} - r_P t} \right\} + 2r_P P_2(t) \ln \left| \frac{r_s - r_P t + l_P}{R - r_P t + l_{P0}} \right| \end{aligned} \quad (II.36b)$$

Si $P = P_0$ avec $H_P = 0$ (c.-à-d. au niveau de la mer), nous obtenons :

$$\begin{aligned} J(R, H, t) &= \frac{3t}{2} (l - l_0) + \frac{r_s + 3Rt}{2l} (R - r_s t) - \frac{R + 3Rt}{2l_0} (R - R t) + R^2 P_2(t) \times \\ &\quad \left\{ \frac{1}{l} \frac{R - l t - r_s t}{r_s + l - R t} - \frac{1}{l_0} \frac{R - R t - t l_0}{R + l_0 - R t} \right\} + 2R P_2(t) \ln \left| \frac{r_s - R t + l}{R - R t + l_0} \right| \end{aligned} \quad (II.36c)$$

Les équations (II.36) fournissent une intégrale rigoureuse de surface pour l'effet topographique direct sur la gravité dans le cas d'une densité topographique constante qui peuvent être généralisées pour une densité latérale variable.

Le développement la fonction J en série de Taylor en H au voisinage de $H=0$ est donné par :

$$J(r_P, H, t) = J(r_P, 0, t) + \sum_{n=1}^{\infty} G^k(r_P, t) \frac{H^k}{k!} \quad (II.37)$$

$$\text{Où} \quad J(r_P, 0, t) = 0$$

$$G^k(r_P, t) = \left(\frac{\partial^k}{\partial H^k} J(r_P, H, t) \right)_{r=R} = \frac{\partial}{\partial r_P} f^{(k)}(r_P, 0, t) \quad (II.38)$$

Le point P est situé sur la surface terrestre (avec $r_P \geq R$). Alors, en combinant les équations (II.38), (II.25c) et (II.25e), nous aurons :

$$\begin{aligned} G^{(1)}(r_P, t) &= -\frac{R^2}{2r_P} \left(\frac{1}{l_{P0}} + \frac{r_P^2 - R^2}{l_{P0}^3} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial r_P} R \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r_P} \right)^{n+1} P_n(t) \\ &= -\sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \left(\frac{R}{r_P} \right)^{n+1} P_n(t) \end{aligned} \quad (II.39)$$

$$G^{(2)}(r_P, t) = -\frac{R}{2r_P l_{P0}^3} \left(3R^2 - r_P^3 - \frac{3}{2} \frac{(r_P^2 - R^2)}{l_{P0}^2} \right) - \frac{3R}{4r_P l_{P0}} \quad (II.40a)$$

En série de polynômes de Legendre

$$\begin{aligned} G^{(2)}(r_P, t) &= \frac{\partial}{\partial r_P} \sum_{n=0}^{\infty} (n+2) \left(\frac{R}{r_P} \right)^{n+1} P_n(t) \\ &= -\frac{1}{r_P} \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) \left(\frac{R}{r_P} \right)^{n+2} P_n(t) \end{aligned} \quad (II.40b)$$

A partir des équations (II.36) et (II.38), l'effet direct sur la gravité au deuxième ordre H^2 sera alors :

$$\delta A(P) = \frac{\mu}{2} \iint_{\sigma} G^{(2)}(r_p, t) H^2 dt + O(H^3) \quad (II.41)$$

Le noyau $G^{(2)}(r_p, t)$ peut être approximé par :

$$G^{(2)}(r_p, t) \approx \frac{R^2}{l_{P0}^3} \left(1 - 3 \frac{H_P^2}{l_{P0}^2} \right) - \frac{3}{4 l_{P0}} \quad (II.42)$$

$$\text{Donnant } \delta A(P) = -\frac{3\mu}{8} \iint_{\sigma} \frac{H^2}{l_{P0}} d\sigma + \frac{R^2 \mu}{2} \iint_{\sigma} \frac{H^2}{l_{P0}^3} \left(1 - 3 \frac{H_P^2}{l_{P0}^2} \right) d\sigma \quad (II.43)$$

A partir de l'équation (II.40b) et du fait que

$$\iint_{\sigma} G^{(2)}(r_p, t) d\sigma = -4\pi \frac{R^2}{r_p^3} \approx -4\pi R^{-1} \quad (II.44)$$

alors l'équation (II.43) peut se mettre sous la forme:

$$\delta A(P) = -4\pi \frac{H_P^2}{R} - \frac{3\mu}{8} \iint_{\sigma} \frac{H^2 - H_P^2}{l_{P0}} d\sigma + \frac{R^2 \mu}{2} \iint_{\sigma} \frac{H^2 - H_P^2}{l_{P0}^3} \left(1 - 3 \frac{H_P^2}{l_{P0}^2} \right) d\sigma \quad (II.45)$$

La représentation en harmonique sphérique du δA en insérant l'équation (II.40b) dans l'équation (II.41) est donnée par :

$$\delta A(P) = -\frac{2\pi\mu}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+2)(n+1)}{2n+1} \left(\frac{R}{r_p} \right)^{n+2} H_n^2(P) \quad (II.46)$$

2.3.4- Effet topographique direct sur l'anomalie de gravité et sur le géoïde (Approche classique)

Dans l'approche classique, l'anomalie de gravité à l'air libre est définie sur le géoïde. Elle est liée au point de surface P par la formule (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$\Delta g(P) = g_P - \frac{\partial \gamma}{\partial h} H_P - \gamma_0 \quad (II.47)$$

Où le deuxième terme (correction à l'air libre) réduit g_P au géoïde suivant la normale à l'ellipsoïde de référence, γ_0 est la gravité normale calculée sur l'ellipsoïde. Dans l'approximation sphérique,

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} \approx -\frac{2\gamma}{R} \quad (II.48)$$

et l'altitude orthométrique H_P est la différence entre la hauteur ellipsoïdique (h_p) et l'ondulation du géoïde (N_p).

$$H_P = h_p - N_p \quad (II.49)$$

Le remplacement de la topographie par une couche condensée sur le géoïde cause un changement sur l'altitude orthométrique d'une quantité δN_i , qui représente l'effet indirect sur le géoïde. En conséquence, l'effet topographique direct sur Δg (c.-à-d. l'effet de réduction de la topographie) devient :

$$\delta \Delta g_{dir}^*(P) = \delta A^*(P) \mid \frac{2\gamma_0}{R} \delta N_i \quad (II.50)$$

Le dernier terme dans cette équation est appelé ; effet indirect de la topographie sur la gravité, et son effet sur la hauteur du géoïde dans la théorie de Stokes dénote l'effet indirect secondaire.

Par l'insertion les développements harmoniques donnés par les équations (II.22) et (II.46) (avec $r_p=R$), dans l'équation (II.50), on obtient l'effet direct sur l'anomalie de gravité sur le géoïde.

$$\delta \Delta g_{dir}^*(P) = -\frac{2\pi\mu}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(n+5)}{2n+1} \Pi_n^2(P) \quad (II.51)$$

En substituant l'équation (II.51) dans la formule de Stokes, nous obtenons l'effet direct sur l'ondulation du géoïde δN_{dir} :

$$\delta N_{dir} = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} S(\psi) \delta \Delta g_{dir}^* d\sigma \quad (II.52)$$

Sa forme spectrale devient :

$$\delta N_{dir}(P) = -\frac{2\pi\mu}{\gamma_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(n+5)}{(n-1)(2n+1)} H_n^2(P) \quad (II.53)$$

En additionnant l'équation (II.53) et l'effet indirect (équation (II.22)), nous obtenons l'effet topographique total sur le géoïde par la technique de retrait-restauration dans le sens classique

$$\begin{aligned} \delta N_{total}(P) &= \delta N_{dir}(P) + \delta N_I(P) \\ &= -\frac{2\pi\mu}{\gamma_0} \sum_{n=2}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n-1}\right) H_n^2(P) \end{aligned} \quad (II.54)$$

Dans laquelle, nous avons omis les termes de degré zéro et de degré un de δN_I (ou bien, nous avons supposé que ces termes sont exactement les mêmes mais avec des signes opposés comme pour l'effet direct dans la formule de Stokes étendue). Sous forme intégrale, la dernière formule devient :

$$\delta N_{total}(P) = -\frac{2\pi\mu}{\gamma_0} \check{H}^2(P) - \frac{\mu}{\gamma_0} \iint_{\sigma} S(\psi) H^2 d\sigma \quad (II.55)$$

$$\text{Avec } \check{H}^2(P) = \sum_{n=2}^{\infty} H_n^2(P) \quad (II.56)$$

2.3.5- Effets topographiques sur l'anomalie de hauteur et sur le géoïde (Approche Moderne)

Dans l'approche moderne (Heiskanen & Moritz, 1967), l'anomalie de gravité est définie au point P sur la surface topographique par la formule :

$$\Delta g(P) = g_P - \gamma_Q \quad (II.57)$$

Le point Q est situé à altitude normale le long de la normale au point P à l'ellipsoïde de référence. L'effet topographique direct sur l'anomalie de pesanteur est lié à l'effet topographique indirect par le potentiel δV^t par la formule :

$$\delta \Delta g_{dir}(P) = \left(\frac{\partial}{\partial r_P} + \frac{2}{r_P} \right) \delta V^t(P) \quad (II.58)$$

$$\text{Ou } \delta \Delta g_{dir}(P) = \delta A(P) + \frac{2\gamma}{r_P} \delta \zeta_I(P) \quad (II.59)$$

Par comparaison avec l'équation (II.50), nous notons que δN_I dans l'approche classique est remplacé par $\delta \zeta_I$. Nous aurons besoin de prolonger vers le bas de $\delta \Delta g_{dir}$ au géoïde. Ainsi, le développement en harmonique de $\delta \Delta g_{dir}^*$ sera donné par :

$$\delta \Delta g_{dir}^*(P) = -\frac{2\pi\mu}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(n+2)(n+1)}{2n+1} - 1 - \frac{3}{2n+1} \right) H_n^2(P) \quad (II.60)$$

Ou (Sjöberg, 1994a, b) :

$$\delta \Delta g_{dir}^*(P) = -\frac{2\pi\mu}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+2)(n-1)}{2n+1} H_n^2(P) \quad (II.61)$$

En insérant cette équation dans la formule de Stokes, nous obtenons l'effet direct sur le géoïde ou l'anomalie de hauteur (qui sont les mêmes à l'ordre H^2)

$$\begin{aligned} \delta N_{dir}(P) &= \delta \zeta_{dir}(P) \\ &= \frac{R}{\gamma_0} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n-1} (\delta \Delta g_{dir}^*)_n(P) \end{aligned}$$

$$= -\frac{2\pi\mu}{\gamma_0} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{2n+1} H_P^2(P) \quad (II.62)$$

En ajoutant l'effet direct (équation (II.50)) et l'effet indirect, nous aurons l'effet combiné sur le géoïde et l'anomalie de hauteur, respectivement (Sjöberg 1994a, b)

$$\delta N_{comb}(P) = -\frac{2\pi\mu}{\gamma_0} \tilde{H}^2(P) \quad (II.63)$$

$$\text{et } \delta \zeta_{comb}(P) = 0 \quad (II.64)$$

Notons que, comme le développement en harmoniques sphériques de la formule de Stokes commence au deuxième degré, l'effet direct devrait être augmenté par la soustraction de l'effet indirect de ces degrés. (Ceci implique que nous négligeons l'effet topographique sur ces harmoniques). Les équations (II.63) et (II.64) indiquent que l'effet combiné sur le géoïde est facilement déterminé à l'ordre H^2 , alors que l'effet sur l'anomalie de hauteur disparaît à cet ordre. Cependant, ces formules n'incluent pas l'effet de la continuation descendante de l'anomalie de gravité au géoïde.

2.3.6- Effet de prolongement descendant sur l'anomalie de gravité dans la formule de Stokes

La continuation analytique descendante de l'anomalie de gravité de la surface de la terre au géoïde, est une correction nécessaire dans la détermination du géoïde par la formule de Stokes. Ceci signifie que les anomalies de gravité observées et réduites des effets topographiques doivent être prolongées vers le bas à la surface du géoïde. Différentes techniques ont été proposées dans la littérature pour l'estimation de cette correction dont celle de l'inversion de l'intégrale de Poisson qui demeure la méthode la plus utilisée, en raison de sa convergence. Son inconvénient réside dans le temps de calcul. Martinec et Sjöberg ont proposé une nouvelle alternative pour l'estimation de cette correction, dans laquelle, l'effet de la continuation descendante est calculé directement pour la hauteur du géoïde au lieu des anomalies de gravité.

L'effet de la continuation descendante des anomalies de gravité à partir de la surface terrestre jusqu'au géoïde est donné par :

$$\delta \Delta g_{awc}(P) = \Delta g^*(P) - \Delta g(P) \quad (II.65)$$

Si on suppose que l'anomalie de gravité est composée de sa propre contribution topographique, de sa compensation d'Helmert et de la différence entre la gravité normale au point P et celle à sa hauteur normale point Q.

$$\begin{aligned} \Delta g(P) &= -\delta \Delta g_{dir}(P) + \gamma(P) - \gamma(PQ) \\ &\approx -\delta \Delta g_{dir}(P) - 2\gamma \frac{\zeta_P}{R} \end{aligned} \quad (II.66)$$

En insérant l'équation (II.66) dans l'équation (II.65), on obtient :

$$\delta \Delta g_{awc} = -\delta \Delta g_{dir}^* + \delta \Delta g_{dir} + 2\gamma \frac{\zeta - \zeta^*}{R} \quad (II.67)$$

$$\text{Ou } \delta \Delta g_{awc} = \delta \Delta g_{awc}^{(1)} + \delta \Delta g_{awc}^{(2)} \quad (II.68a)$$

$$\text{Avec : } \delta \Delta g_{awc}^{(1)} = \delta \Delta g_{dir} - \delta \Delta g_{dir}^* \quad (II.68b)$$

$$\delta \Delta g_{awc}^{(2)} = 2\gamma \frac{\zeta - \zeta^*}{R} = -2\frac{H}{R} \left(\Delta g + 2\frac{\gamma \zeta}{R} \right) \quad (II.68c)$$

$$\delta \Delta g_{dir} = \delta A(P) + 2\gamma \frac{\delta \zeta_I(P)}{r_P}$$

$$= \frac{4\pi\mu}{R} H_P^2 + \frac{13\mu}{8} \iint_{\sigma} \frac{H^2 - H_P^2}{l_{P0}} d\sigma + \frac{\mu R^2}{2} \iint_{\sigma} \frac{H^2 - H_P^2}{l_{P0}^3} \left(1 - 3 \frac{H_P^2}{l_{P0}^2}\right) d\sigma \quad (II.69)$$

Le développement en Harmoniques sphériques de $\delta\Delta g_{dir}^*$ est donné par équation (II.61)

$$\delta\Delta g_{dir}^*(P) = -\frac{2\pi\mu}{R} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+2)(n-1)}{2n+1} H_n^2 \quad (II.70)$$

En conséquence, $\delta\Delta g_{dwc}^{(1)}$ peut, également, être explicité en harmoniques sphériques comme suit :

$$\delta\Delta g_{dwc}^{(1)}(P) = \frac{2\pi\mu}{R} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+2)(n-1)}{2n+1} \left\{1 - \left(\frac{R}{r_P}\right)^{n+2}\right\} H_n^2 \quad (II.71)$$

En insérant $\delta\Delta g_{dwc}$ dans la formule de Stokes, il résulte l'effet de la continuation descendante sur le géoïde :

$$\delta N_{dwc} = \delta N_{dwc}^{(1)} + \delta N_{dwc}^{(2)} \quad (II.72a)$$

où

$$\delta N_{dwc}^{(i)} = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} S(\psi) \delta\Delta g_{dwc}^{(i)} d\sigma; \quad i=1, 2 \quad (II.72b)$$

Sjöberg (1998) a montré que $\delta N_{dwc}^{(2)}$ peut atteindre 1 dm en hautes montagnes. L'effet $\delta N_{dwc}^{(1)}$ peut être mis sous la forme :

$$\delta N_{dwc}^{(1)} = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} S(\psi) (\delta\Delta g_{dir} - \delta\Delta g_{dwc}^{(*)}) d\sigma \quad (II.73)$$

Où à partir de l'équation (II.62) :

$$\begin{aligned} \delta N_{dir} &= \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} S(\psi) \delta\Delta g_{dir}^{(*)} d\sigma \\ &= -\frac{2\pi\mu}{\gamma_0} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{2n+1} H_n^2 = -\frac{\pi\mu}{\gamma_0} \left\{ \bar{H}^2 + 3\bar{H}^2 \right\} \end{aligned} \quad (II.74)$$

Cet effet peut atteindre d'environ -4.5 m pour les plus hautes montagnes. La première partie d'équation (II.73) est toujours négative et sa magnitude est inférieure à celle du δN_{dir} .

En additionnant δN_{comb} et δN_{dwc} , nous obtenons la correction topographique totale sur le géoïde, qui est égale approximativement à δN_{comb} :

$$\delta N_{total} = \delta N_{comb} + N_{dwc} \quad (II.75)$$

$$\text{Ou } \delta N_{total} = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} S(\psi) \delta\Delta g_{dir} d\sigma + \delta N_I + \delta N_{dwc}^{(2)} \quad (II.76)$$

De la même manière, nous dérivons l'effet de la continuation descendante de l'anomalie de hauteur, comme suit :

$$\delta\zeta_{dwc} = \delta\zeta_{dwc}^{(1)} + \delta\zeta_{dwc}^{(2)} \quad (II.77a)$$

$$\text{Où } \delta\zeta_{dwc}^{(i)} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} S(r_P, \psi) \delta\Delta g_{dwc}^{(i)} d\sigma; \quad i=1, 2 \quad (II.77b)$$

et Comme $\delta\zeta_{comb} = 0$, nous obtenons :

$$\delta\zeta_{total} = \delta\zeta_{dwc} \quad (II.78)$$

$$\text{où } \delta\zeta_{total} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} S(r_P, \psi) \delta\Delta g_{dir} d\sigma + \delta\zeta_I + \delta\zeta_{dwc}^{(2)} \quad (II.79)$$

2.4- Détermination du géoïde par des corrections additives

Le principe de la détermination du géoïde par la méthode classique repose sur le retrait ou la réduction des masses topographiques avant l'application de la formule de Stokes. Cette réduction correspond au remplacement de la topographie par une certaine distribution de masses sur ou à l'intérieur du géoïde. Ainsi, l'anomalie de gravité corrigée de l'effet topographique (ou compensée)

$$\Delta g^c = \Delta g + \delta \Delta g_{air} \quad (II.80)$$

devrait être prolongée analytiquement au géoïde par la correction

$$\delta \Delta g_{DWC} = (\Delta g^c)^* - \Delta g^c \quad (II.81)$$

Où Δg est l'anomalie de gravité de surface, $\delta \Delta g_{air}$ est l'effet direct sur l'anomalie de gravité (somme de l'effet direct sur la gravité et du second effet indirect sur l'anomalie de gravité), $(\Delta g^c)^*$ dénote le prolongement analytique descendant de l'anomalie de gravité Δg^c . L'intégration de Stokes des anomalies de gravité fournit la hauteur du co-géoïde. Finalement, l'effet indirect sur le géoïde, δN_I , qui correspond à la restauration des masses topographique est ajouté pour calculer la hauteur du géoïde. Les différentes étapes citées précédemment peuvent être synthétisées comme suit :

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \Delta g^{c*} S(\psi) d\sigma + \delta N_I \quad (II.82)$$

Où

$$\delta N_I = \frac{(\delta V^t)_{r=R}}{\gamma_0} \quad (II.83)$$

δV^t étant le potentiel topographique résiduel (le potentiel topographique moins sa réduction).

Ainsi, le calcul du géoïde par la méthode de Co-géoïde exige que l'effet direct sur l'anomalie de pesanteur et l'effet de DWC soient appliqués, avant l'intégration de stokes. Le résultat est le Co-géoïde, qui doit être corrigé de l'effet indirect pour obtenir la hauteur de géoïde. En conséquence, la variation de la densité latérale affectera chacune de ces trois corrections.

En opposition de la méthode classique décrite précédemment, une autre approche pour la détermination du géoïde a été formulée par Sjoberg dénommée méthode KTH, dans laquelle, les anomalies de gravité de surface sont utilisées conjointement avec un modèle géopotential global pour déterminer une hauteur du géoïde approximative (N^0). Ensuite, toutes les corrections nécessaires sont additionnées directement et séparément au N^0 . En d'autres termes,

$$N = N^0 + \delta N_{comb}^t + \delta N_{DWC} \quad (II.84)$$

avec

$$N^0 = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} S(\psi) \Delta g d \quad (II.85)$$

qui représente la hauteur du géoïde non corrigée (calculé sans corrections topographiques).

$$\delta N_{comb}^t = \frac{c}{2\pi} \iint_{\sigma} S(\psi) \delta \Delta g_{air}^* d\sigma + \delta N_I \quad (II.86)$$

est l'effet topographique combiné avec $\delta \Delta g_{air}^*$.

$$\delta N_{DWC} = \frac{c}{2\pi} \iint_{\sigma} S(\psi) (\Delta g^* - \delta g) d\sigma \quad (II.87)$$

est l'effet direct du prolongement vers le bas.

L'effet topographique combiné (équation (II.86)) peut être réécrit [Sjoberg (1996, 2000, 2001, 2003)] comme suit :

$$\delta N_{comb}^t = -\frac{2\pi}{\gamma_0} \left[\mu H^2 + \frac{2\mu H^3}{3R} + \frac{\theta(\mu H^2)_1}{3\mu} + \frac{(\mu H^4)_1}{\mu R^2} \right] + \frac{1}{\gamma_0} \sum_{n=2}^{\infty} \iint_{\sigma} \mu [I_n(R, r_s) + (2n+1) \left(\frac{H^2}{2} + \frac{H^3}{3R} \right)] P_n(\cos \psi) d\sigma \quad (II.88)$$

Où

$$I_n(R, r_s) = \int_R^{r_s} \left\{ \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} - \left(\frac{r}{R} \right)^n \right\} r^2 dr \quad (II.89)$$

ou approximativement

$$I_n(R, r_s) \approx -(2n+1) \left(\frac{H^2}{2} + \frac{H^3}{3R} \right) \quad (II.90)$$

avec

$$(\mu H^v)_n = \frac{2n+1}{4\pi} \iint_{\sigma} \mu H^v P_n(\cos \psi) d\sigma ; v = 2,3,4 \quad (II.91)$$

$$r_s = R + H \text{ et } \mu = G\rho$$

G est la constante gravitationnelle, et $\rho = \rho(\theta, \lambda)$ est la densité latérale topographique au point de Co-latitude θ et de longitude λ .

L'équation (II.90) comporte les deux premiers termes du développement en série en H, dans laquelle, la contribution sur la hauteur du géoïde à partir du deuxième terme est inférieure à 1 cm pour n'importe quel point sur terre. Ainsi et à l'exception des régions montagneuses, l'équation (II.88) est approximée par :

$$\delta N_{comb}^t \approx -\frac{2\pi\mu}{\gamma_0} H^2 \quad (II.92)$$

Cependant, si la densité topographique au point du calcul est :

$$\rho = \rho_0 + \Delta\rho \quad (II.93)$$

Où ρ_0 est la densité standard (II.67 g/cm³) et $\Delta\rho = \Delta\rho(\theta, \lambda)$ est l'anomalie de la densité latérale relative à la densité standard, l'effet total de $\Delta\rho$ sur la hauteur du géoïde devient :

$$\delta N_{\Delta\rho} \approx -\frac{2\pi G \Delta\rho}{\gamma_0} H^2 \quad (II.94)$$

Chapitre 3 :

Description et validation des données

Le problème de détermination du géoïde peut être vu comme étant un filtre à plusieurs entrées et une seule sortie (Sideris, 1994). Cependant, pour le calcul précis par voie gravimétrique d'un modèle local de géoïde, les données utilisées doivent être analysées et validées avant leur exploitation. Ce chapitre décrit toutes les données disponibles et utilisées dans cette recherche et discute leurs validations.

3.1- Description des données : Le calcul d'un modèle de géoïde nécessite différents types de données : des données GPS nivelées, un modèle géopotential optimum, un modèle numérique de terrain de haute résolution et des mesures gravimétriques de bonne qualité.

3.1.1- Données gravimétriques

Dans ce travail, nous avons utilisé deux types de données gravimétriques. Un ensemble composé de 12472 mesure de gravité ponctuelle terrestre et une grille constituée de 52714 d'anomalie de gravité à l'air libre dérivée à partir des mesures de l'altimétrie spatiale et qui couvre une partie de la méditerranée entre les limites [35° à 39°] en latitude et de [-11° à 14°] en longitude.

3.1.1.1- Données gravimétriques terrestres

Les anomalies de gravité terrestres utilisées dans le cadre de ce travail ont été fournies par le BGI. Ces mesures dont la précision a priori est de 2mgal ont été rattachées au système de Référence Géodésique GRS67 par le BGI. Toutes ces mesures ont été transformées du système GRS67 vers le système GRS80. Enfin, on a appliqué une correction atmosphérique recommandée par l'Association Internationale de Géodésie pour éliminer l'influence des masses atmosphériques. La répartition géographique des mesures fournies par le BGI est représentée sur la Figure III.1. Néanmoins, il faut signaler la présence de lacunes dans la couverture gravimétrique du pays notamment dans sa partie sud qu'il conviendrait de combler aussi bien pour satisfaire les besoins de la géodésie que ceux de la géophysique et de la géologie.

3.1.1.2- Données gravimétriques marines

Dans toutes les versions antérieures de calcul des modèles de géoïde pour l'Algérie, les mesures marines ont été omises. Ce facteur a, considérablement, affecté la qualité du modèle du géoïde au voisinage de la côte. Ceci est dû au caractère global de la formule de Stokes qui exige une couverture homogène des données gravimétriques autour de chaque point de calcul. La côte Algérienne qui s'étale sur une distance de 1200 km et qui abrite des infrastructures industrielles et portuaires importantes, requiert un modèle de géoïde fiable et de bonne qualité. Cependant, l'apport des missions altimétriques Seasat (lancé en 1978), Geosat (1985) puis ERS1 (1991) et TOPEX/Poseidon (1992) à l'étude de la Méditerranée peut être considéré une source de données supplémentaire destinée à améliorer la couverture et la qualité des données disponibles et par là celle du géoïde au voisinage de la côte. Les premières cartes du géoïde marin, avec des précisions relatives de 10 à 20 cm suivant les solutions, ont beaucoup contribué à la compréhension des phénomènes géophysiques. De plus et grâce, d'une part, aux réductions d'erreurs d'orbite sous-jacentes à l'amélioration des modèles de champ de gravité et, d'autre part, au développement de méthodes de calcul d'orbite pseudo-géométriques, la précision absolue des déterminations du niveau moyen de la surface de la mer est passée de quelques mètres à quelques centimètres.

Cependant, les levés gravimétriques marines de haute résolution nécessitent un équipement coûteux, embarqué à bord de navires océanographiques dont l'exploitation coûte très cher. C'est pourquoi, en général, on s'oriente vers les anomalies de gravité dérivées à partir des mesures de l'altimétrie spatiale. Il existe plusieurs domaines publics qui fournissent ces anomalies de gravité avec une couverture globale. Ces modèles, en format grille, ont été calculés soit directement à partir des

hauteurs de la surface de la topographie océanique, KMS02 (Andersen et al., 1998), ou soit à partir des déviations de la verticale (Sandwell and Smith, 1997). KMS02S est l'une des séries des anomalies de gravité dérivées à partir des mesures de l'altimétrie spatiale et fournie gratuitement par Kort-of-MatrikelStryrelsen. La précision de ces mesures varie entre 3 mGal et 14 mGal et reste tributaire de la position géographique du lieu (Andersen et al., 1998).

Dans le cadre de ce mémoire et pour des raisons de disponibilité, nous avons utilisé le modèle KMS02 avec une résolution de 0.033° (2 minutes). Cette grille composée de 52714 valeurs couvre une partie de la méditerranée entre les limites $[35^\circ$ à $39^\circ]$ en latitude et de $[-11^\circ$ à $14^\circ]$ en longitude. La répartition géographique des valeurs des anomalies de gravité fournies par le KMS est représentée sur la Figure III.1.

3.1.2- Données GPS nivelées

Plusieurs campagnes GPS sur des points nivelés ont été exécutées ces dernières années en Algérie, principalement, dans sa partie nord. Leur distribution est assez homogène mais leur nombre reste très réduit par rapport à la surface du territoire Algérien.

Pour cette étude, 51 stations GPS nivelées ont été utilisées parmi lesquels une dizaine de points font partie du réseau de nivellement de premier ordre. Tous ces points ; situés au nord de l'Algérie, ont été collectés à partir des projets TYRGEONET (TYRhenian GEODynamical NETWORK), ALGEONET (ALGerian GEODynamical NETWORK), et quelques réseaux locaux. Les altitudes ellipsoïdales obtenues des différents points du réseau se réfèrent au système WGS84 et leur déviation standard n'excède pas 3cm. Cependant, et afin de rendre possible l'estimation de l'ondulation du géoïde en ces points, toutes ces stations ont été connectées au réseau national de nivellement NGA à travers le nivellement traditionnel. La précision des altitudes obtenues par le nivellement est de l'ordre de 6cm en moyenne et qui reste tributaire du mode de connexion utilisé pour niveler les points GPS dont certains points sont situés en régions montagneuses où la technique de nivellement de précision reste impraticable et coûteuse de point de vue financier. La distribution géographique des stations GPS nivelées est représentée sur la Figure III.2.

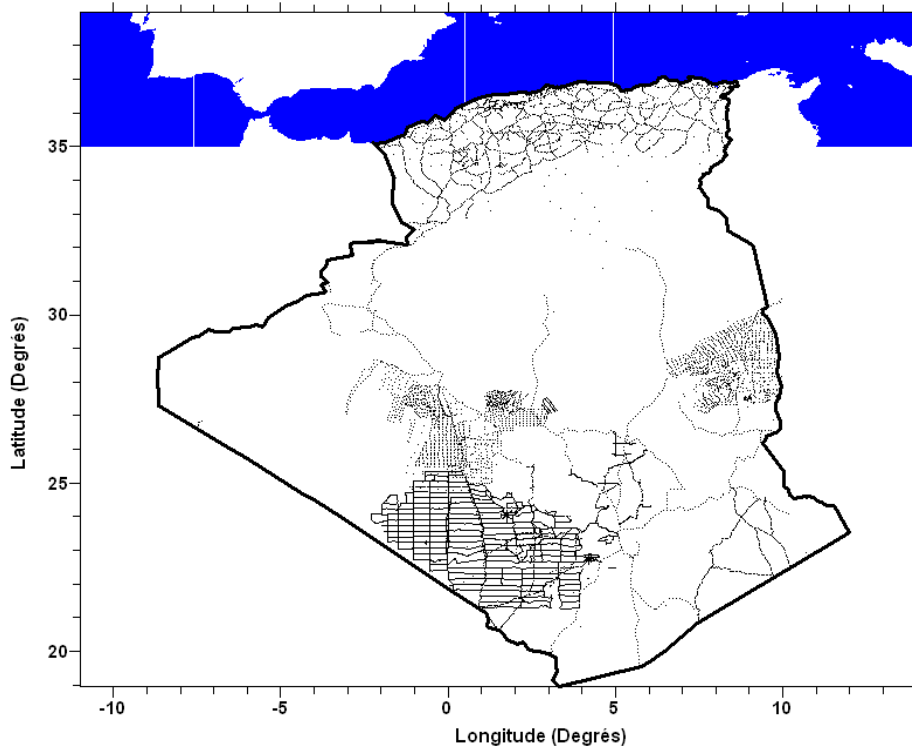


Figure III.1 : Répartition géographique des mesures de gravité utilisées à l'échelle 1 :2 000 000

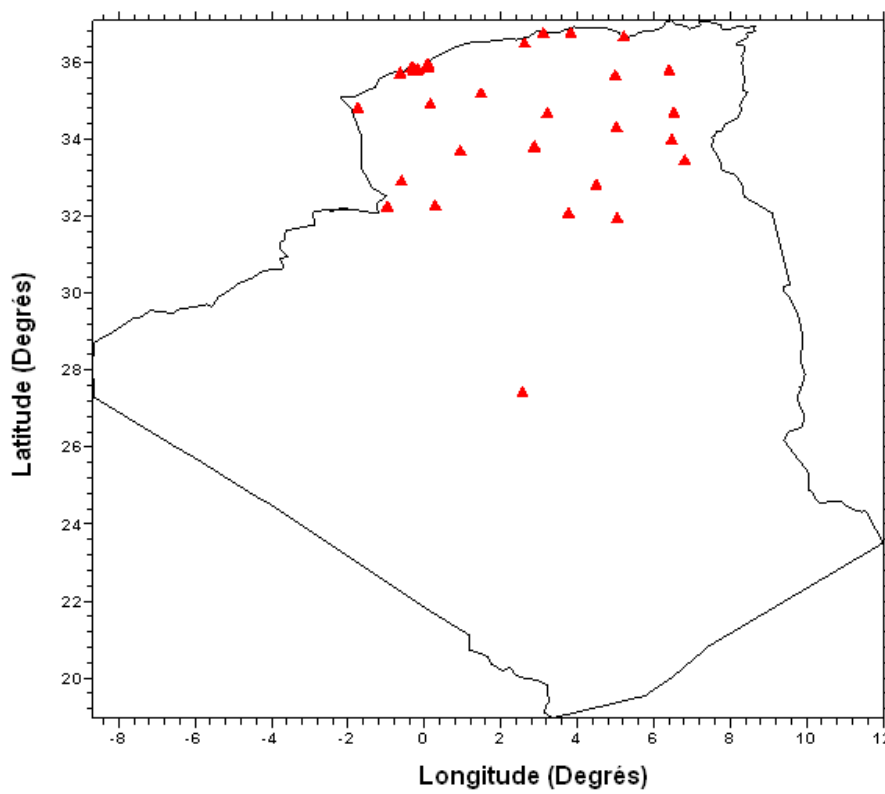


Figure III.2 : Répartition géographique des points GPS nivelés à l'échelle 1 :2 000 000

3.1.3- Modèle géopotential

L'étude des perturbations orbitales des satellites artificiels, sous l'influence de l'attraction gravitationnelle terrestre, a permis d'établir des modèles représentatifs du potentiel gravitationnel de la Terre. Ces modèles se présentent sous la forme de développements en harmoniques sphériques; une classe particulière de polynômes et fonctions qui permettent une modélisation appropriée de la forme de notre planète. La circonférence terrestre divisée par le degré (N_{max}) du développement donne approximativement la longueur d'onde de résolution d'un modèle géopotential. Ces modèles dans la limite de leur résolution et de leur précision propre, ont également l'avantage d'être globaux et de permettre de calculer, en n'importe quel point du globe, la valeur du potentiel gravitationnel et de ses quantités dérivées.

L'expression du développement en harmoniques sphériques du potentiel Terrestre W (somme du potentiel gravitationnel V et du potentiel centrifuge Φ) est donnée par (Moritz, 80) :

$$W = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r} \right)^n \left[\bar{C}_{nm} \cdot F_{nm} + \bar{S}_{nm} \cdot G_{nm} \right] + \Phi \quad (III.1)$$

$$\text{où : } F_{nm} = \bar{P}_{nm} (\text{Cos } \theta) \cos m\lambda$$

$$G_{nm} = \bar{P}_{nm} (\text{Cos } \theta) \sin m\lambda$$

(r, θ, λ) sont les coordonnées sphériques (rayon vecteur, colatitude et longitude) du point de calcul, GM est la constante gravitationnelle, a est le demi-grand axe de l'ellipsoïde de référence; \bar{P}_{nm} sont les fonctions associées de Legendre normalisées, \bar{C}_{nm} et \bar{S}_{nm} sont les coefficients normalisés du potentiel gravitationnel et Φ représente le potentiel centrifuge, $\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \text{Sin}^2(\theta)$, ω étant la vitesse angulaire de rotation de la Terre.

Le potentiel normal généré par l'ellipsoïde de référence est représenté par l'expression (Moritz, 80) :

$$U = \frac{GM'}{r} \left[1 - \sum_{n=1}^{+\infty} \bar{J}_{2n} \left[\frac{a}{r} \right]^{2n} P_{2n}(\text{Sin } \beta) \right] + \Phi \quad (III.2)$$

où M' est la masse de l'ellipsoïde de référence. De même, l'expression du potentiel perturbateur ; différence entre le potentiel terrestre et le potentiel normal, est donnée par la formule suivante (Moritz, 80) :

$$T = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n \left[\Delta \bar{C}_{nm} \cdot F_{nm} + \Delta \bar{S}_{nm} \cdot G_{nm} \right] + \frac{G\delta M}{r} \quad (III.3)$$

où $\Delta \bar{C}_{nm}$ et $\Delta \bar{S}_{nm}$ représentent les différences entre les coefficients normalisés du potentiel terrestre et les coefficients normalisés du potentiel normal, et où n'ont été considérés que les termes de degré $n \geq 2$; du fait qu'on suppose généralement que la masse de l'ellipsoïde de référence est égale à la masse de la terre, et que l'origine du repère du développement est confondue avec le centre de gravité de la terre.

Par ailleurs, si l'on considère un développement en harmoniques sphériques du potentiel perturbateur jusqu'au degré $n = N_{max}$ et en posant $\delta M = 0$, on aura :

$$\mathbf{T} = \mathbf{W} - \mathbf{U} = \frac{\mathbf{GM}}{\mathbf{r}} \sum_{n=2}^{N_{\max}} \left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{r}} \right)^n \sum_{m=0}^n \left[\Delta \bar{\mathbf{C}}_{nm} \cdot \mathbf{F}_{nm} + \Delta \bar{\mathbf{S}}_{nm} \cdot \mathbf{G}_{nm} \right] \quad (\text{III.4})$$

Cette expression permet de dériver les formules de toutes les quantités gravimétriques qui sont en relation avec le potentiel perturbateur T. Dans l'approximation sphérique, les contributions des grandes longueurs d'ondes sur les anomalies à l'aire libre et les ondulations du géoïde sont données par :

- ♦ Hauteur du géoïde (Formule de Bruns)

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{T}}{\gamma} = \frac{\mathbf{GM}}{\mathbf{r}\gamma} \sum_{n=2}^{N_{\max}} \left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{r}} \right)^n \sum_{m=0}^n \left[\Delta \bar{\mathbf{C}}_{nm} \cdot \mathbf{F}_{nm} + \Delta \bar{\mathbf{S}}_{nm} \cdot \mathbf{G}_{nm} \right] \quad (\text{III.5})$$

où γ est la pesanteur normale donnée par la formule de Somigliana.

- ♦ Anomalie de gravité à l'air libre

$$\Delta g_{GM} = \frac{\mathbf{GM}}{\mathbf{r}^2} \sum_{n=2}^{N_{\max}} (\mathbf{n}-1) \left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{r}} \right)^n \sum_{m=0}^n \left[\Delta \bar{\mathbf{C}}_{nm} \cdot \mathbf{F}_{nm} + \Delta \bar{\mathbf{S}}_{nm} \cdot \mathbf{G}_{nm} \right] \quad (\text{III.6})$$

Cependant, il faut noter que dans la cas où on introduit l'approximation ellipsoïdique au lieu de l'approximation sphérique, les différences sur les anomalies de gravité, sur la perturbation en pesanteur et les composantes de la déviation de la verticale peuvent atteindre 1 mgal et 0.2 arc sec (~ 6m) respectivement (Wenzel, 1999).

En ce qui concerne le calcul proprement dit, l'expression générale du potentiel (1.5) est relative à l'utilisation d'une base de fonctions orthogonales sur la sphère, et à des coefficients dits dénormalisés. Leur valeur numérique décrivant une plage très importante (jusqu'à 10^{-50} , si on limite le degré à 36), il est quelques fois utile, pour des raisons informatiques, de travailler avec des fonctions normalisées ainsi que des coefficients plus grands en valeur absolue (dits normalisés). Il existe plusieurs méthodes de normalisation des fonctions associées de Legendre de première espèce, parmi lesquelles, nous citons celle définie par (Wenzel, 1999) :

$$\iint_{\sigma} (\bar{\mathbf{P}}_{nm}(\mathbf{Cos} \theta) \cdot \mathbf{Cos}(m\lambda))^2 d\sigma = \iint_{\sigma} (\bar{\mathbf{P}}_{nm}(\mathbf{Cos} \theta) \cdot \mathbf{Sin}(m\lambda))^2 d\sigma = 4\pi \quad (\text{III.7})$$

avec $\bar{\mathbf{P}}_{nm}$ sont les fonctions associées de Legendre de première espèce, calculées pour différents degré et ordre de la manière suivante :

$$\bar{\mathbf{P}}_{n,0}(t) = \frac{\sqrt{2n+1}}{2^n \cdot n!} \cdot \frac{d^n (t^2 - 1)^n}{dt^n} \quad (\text{III.8})$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{n,m}(t) = \sqrt{\frac{2(n-m)!}{(n+m)!}} (1-t^2)^{m/2} \cdot \frac{d^m \bar{\mathbf{P}}_{n,0}(t)}{dt^m}$$

Cependant, et pour des degrés élevés et afin de garantir la stabilité numérique et de réduire le temps de calcul, nous présenterons, dans ce qui suit, un algorithme de calcul de l'ensemble des fonctions associées de Legendre de première espèce en utilisant des formules de récurrence établies par Paul (1978) et Wenzel (1985) selon la figure III.3.

$$\bar{P}_{n,m}(\text{Cos}\theta) = \left[\frac{(2n+1)(2n-1)}{(n+m)(n-m)} \right]^{1/2} \cdot \text{Cos}\theta \cdot \bar{P}_{n-1,m}(\text{Cos}\theta) - \left[\frac{(2n+1)(n+m-1)(n-m-1)}{(2n-3)(n+m)(n-m)} \right]^{1/2} \cdot \bar{P}_{n-2,m}(\text{Cos}\theta) ; n > m+1 \tag{III.9}$$

$$\bar{P}_{n,n-1}(\text{Cos}\theta) = \sqrt{2n+1} \cdot \text{Cos}\theta \cdot \bar{P}_{n-1,n-1}(\text{Cos}\theta) , \tag{III.10}$$

$$\bar{P}_{n,n}(\text{Cos}\theta) = \sqrt{\frac{2n+1}{2n}} \cdot \text{Sin}\theta \cdot \bar{P}_{n-1,n-1}(\text{Cos}\theta) \text{ pour } n > 1 \tag{III.11}$$

avec comme valeurs initiales, les valeurs des premières fonctions associées normalisées de Legendre de 1^{ère} espèce pour des degrés de 0, 1 et 2.

La précision numérique de calcul de ces fonctions peut être contrôlée par plusieurs méthodes, parmi lesquelles, on cite :

$$\sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}^2(\text{Cos}\theta) = 2n+1$$

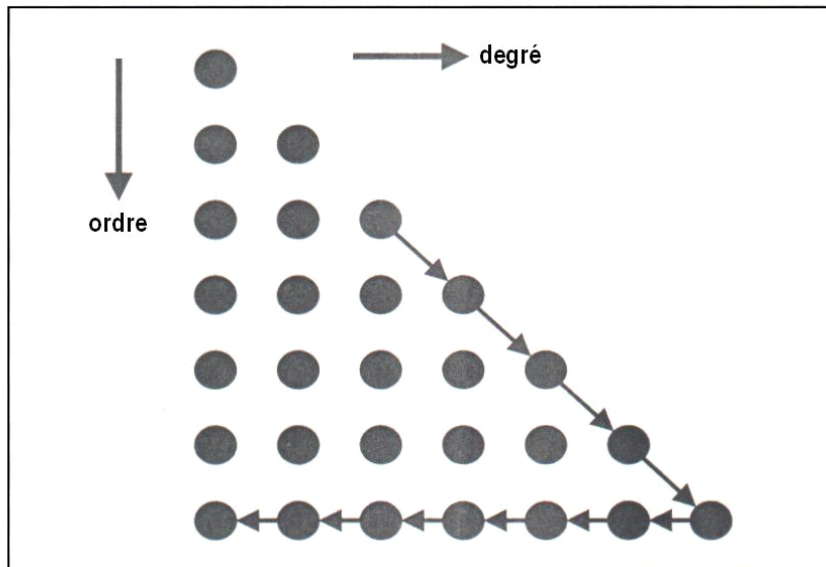


Figure III.3 : Schéma de récurrence pour le calcul des fonctions associées normalisées de Legendre.

Il existe plusieurs modèles géopotentiels suivant l'usage auquel on les destine. Certains modèles sont déterminés à partir de l'analyse d'orbites de satellites et sont appelés solution satellite et ils sont de degré et ordre relativement bas. D'autres modèles sont obtenus en combinant des mesures d'altimétrie sur satellite et des mesures gravimétriques terrestres avec les observations relatives à la solution satellite. Le nombre de coefficients est dans ce cas plus important. Le calcul d'un potentiel est une entreprise de grande envergure, tant sur le plan de la collecte des données que des moyens de calcul mis en œuvre, mais il permet de condenser en deux ensembles de coefficients C_{nm} et S_{nm} , un volume de données extrêmement important qu'on ne pourrait manier

autrement. Il y a seulement quelques groupes de recherche en Europe comme aux Etats Unis qui combinent toutes ces informations pour produire des modèles mondiaux de pesanteur ou de quelques centimètres à quelques décimètres et cette précision provient surtout de l'analyse des perturbations orbitales de satellites. En-deçà (longueurs d'onde de 20 à 2 000 km), l'apport de l'information est plus divisé, et l'imprécision, de nos jours, a pour responsable un manque d'observations gravimétriques sur les terres émergées (hautes montagnes, Antarctique, forêt équatoriale,...), dû à des difficultés d'accès sur le terrain, ou à une classification exercée par certains pays sur leur territoire pour des raisons diverses.

Le problème de choix d'un modèle géopotentiel optimal en Algérie pour la réduction des données gravimétriques et par conséquent l'application de la technique de retrait-restauration ; une étape importante dans le calcul précis d'un géoïde, a été abordé mais sans qu'il soit résolu définitivement. En 2000, une analyse, basée uniquement sur les données gravimétriques fournies du BGI décrites précédemment, a été conduite pour la définition du modèle géopotentiel le plus approprié en Algérie parmi les quatre modèles globaux GPM2, OSU81, OSU91A et EGM96. La comparaison est faite sur l'ensemble des données en calculant leurs anomalies de gravité réduites (données observées moins la contribution de chaque modèle), et en déterminant leurs paramètres statistiques correspondants. Les résultats obtenus ont montré que le modèle OSU91A ajuste d'une façon optimale les données collectées en Algérie (Benahmed Daho & Kahlouche, 2000). Ce modèle d'une résolution théorique de 56 km (30' d'arc), développé jusqu'au degré et ordre 360, a été adopté comme modèle de référence dans les diverses déterminations du géoïde gravimétrique en Algérie. Cependant, ces modèles locaux du géoïde résultants de la combinaison d'un modèle géopotentiel global et des données de gravité contiennent, généralement, des erreurs de l'ordre du décimètre sur des grandes longueurs d'onde et parfois, elles peuvent être considérablement élevées dans des régions telle que l'Algérie où seulement peu de données de gravité acquises auprès du BGI ont été intégrées dans le développement de ces modèles géopotentiels.

La modélisation du champ de gravité de la Terre a connu d'importantes évolutions en cette première moitié de décennie, avec l'arrivée des missions de gravimétrie spatiale : CHAMP (CHALLENGING Mini-satellite Payload) en 2000, puis GRACE en 2002 et GOCE en 2009. CHAMP est une mission allemande dédiée à la mesure du champ de pesanteur et du champ magnétique et qui a permis de cartographier avec une précision sans équivalent le champ de pesanteur à grande échelle, jusqu'à des résolutions de quelques centaines de kilomètres. CHAMP a aussi fourni des données dans les régions polaires auparavant quasi vierges de données "sol". Les deux suivantes, GRACE puis GOCE sont uniquement dédiées à la mesure des variations du champ pesanteur Terrestre.

En quelques années ces missions, à travers les modèles EIGEN (European Improved Gravity model of the Earth by New techniques), ont amélioré notre connaissance du champ global d'un facteur 100 à 1000 selon les longueurs d'onde. De plus, la précision micrométrique des mesures intersatellites GRACE a permis pour la première fois d'avoir accès aux variations de la gravité, à des échelles temporelles mensuelles, jusqu'à une résolution spatiale de l'ordre de 500 km. Quant à GOCE, satellite de l'Agence spatiale européenne, il devrait permettre d'ici à la fin de la décennie d'étendre notre connaissance du géoïde de façon homogène jusqu'à la résolution de 100 km. Il est espéré que de nouveaux modèles géopotentiels globaux dérivés par l'intégration des données issues des missions de ces satellites devra fournir une erreur globale (Commise et omises) de l'ordre de ± 15 cm (Pavlis & Kenyon, 2002) ; ce qui représente une amélioration d'un facteur de 10 comparativement au modèle géopotentiel le plus récent EGM96. Ces missions ont permis des progrès fulgurants. L'innovation principale apportée par la mission GRACE fut la réalisation de modèles temporels

montrant que les grandes variations de masse deviennent décelables depuis l'espace, qu'elles soient liées au cycle hydrologique, à la fonte des glaces ou à des événements tectoniques majeurs.

Ces avancées notables dans la modélisation globale du champ de pesanteur terrestre ont donné naissance à des modèles géopotentiels globaux de haute résolution et de meilleure qualité. A cet effet, et pour le calcul par voie gravimétrique d'un nouveau modèle du géoïde pour l'Algérie, une nouvelle investigation s'impose pour définir le modèle approprié qui ajuste d'une façon optimale le champ de gravité en Algérie. Sept modèles globaux de potentiel ont été utilisés, il s'agit des modèles : EIGEN-GRACE02S (solution purement satellitaire à partir du satellite GRACE) et solution combiné GGM02C, EIGEN-CG01C (modèle combiné CHAMP et GRACE), EIGEN-GL04C (solution combinée CHAMP et LAGEOS), OSU91A, EGM96 et le nouveau et révolutionnaire modèle gravitationnel EGM2008 développé jusqu'au degré 2159 et contient des coefficients en harmoniques sphériques supplémentaires jusqu'au degré 2190 et ordre 2159 pour transformer les anomalies de hauteur en ondulations du géoïde. Les deux premiers modèles sont développés, respectivement, jusqu'au degré et ordre 150 et 200, tandis que les modèles géopotentiels restants sont complétés jusqu'au degré et ordre 360.

Pour ces comparaisons, nous avons utilisé, en plus, des anomalies de gravité à l'air libre du BGI et la configuration des points GPS nivelés décrites précédemment, une grille prétraitée d'anomalies à l'air libre de résolution 5' x 5' couvrant la zone d'étude limitée par $[-10^{\circ}, 14^{\circ}]$ en Longitude et $[16^{\circ}, 40^{\circ}]$ en Latitude. Cette grille générée par GETECH (Geophysical Exploration Technology Ltd) à partir d'un ensemble de données ponctuelles et composée de 289 x 289 points, nous a été fournie par GETECH suite à un accord de coopération entre la division de Géodésie Spatiale du Centre des Techniques Spatiales (CTS) et GETECH/Université de Leeds sans aucune information sur la précision des différentes valeurs. La répartition géographique des mesures fournies par GETECH est représentée sur la figure III.4.

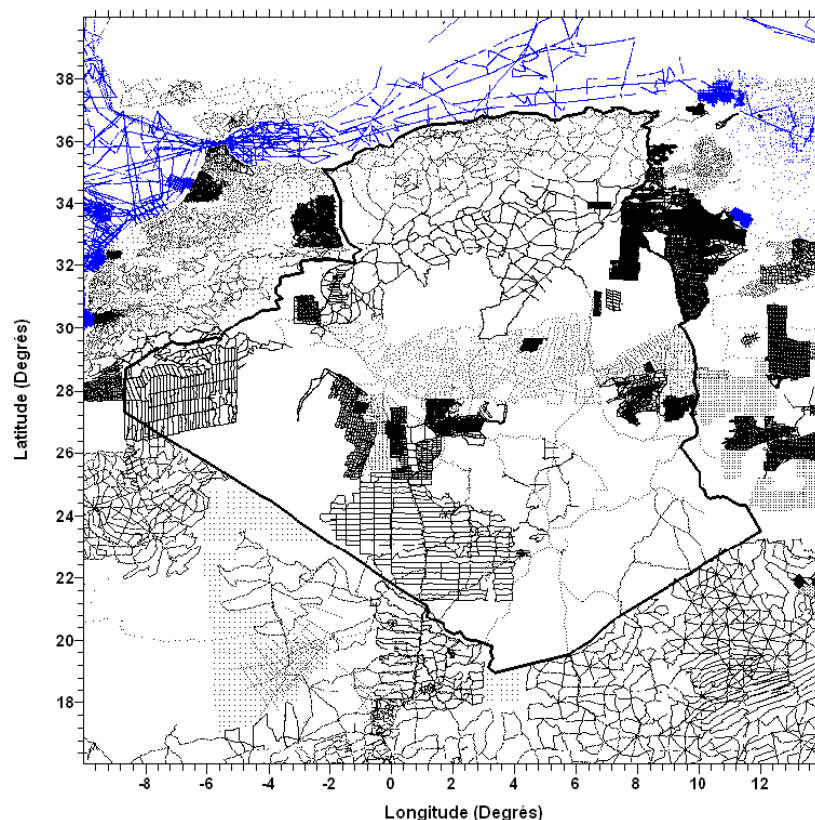


Figure III.4 : Distribution géographique des données GETECH à l'échelle 1 : 2 000 000

3.1.3.1- Comparaison avec les anomalies de gravité à l'air libre

Les anomalies de gravité à l'air libre fournies par BGI et GETECH ont été comparées avec leurs homologues calculés à partir des modèles géopotentiels globaux utilisés dans le cadre de cette comparaison. Le modèle qui présente des statistiques minimales en termes de déviation standard et de dispersion des différences, sera considéré comme étant le modèle optimum. Ces comparaisons ont été exécutées avec et sans filtrage. Dans le premier cas (avec filtrage) et dans l'ordre de tenir en compte des erreurs omises de chaque modèle, l'ensemble des modèles géopotentiels testés ont été tronqués au degré et ordre 150; qui représente la limite du modèle global dérivé à partir uniquement des données satellitaires GRACE en l'occurrence EIGEN-GRACE02S. Les anomalies de gravité à l'air libre de BGI et GETECH ont été filtrées (Filtre passe-bas) en utilisant le nouveau modèle EGM2008 à partir du degré 151 jusqu'au degré 2190. En d'autres termes, le contenu spectral des anomalies de gravité à l'air libre dans cette tranche a été retiré des données observées BGI et GETECH avant de les comparer avec leurs homologues calculées à partir des modèles géopotentiels testés (Gruber, 2004). Les résultats de ces comparaisons relatifs aux deux cas cités précédemment sont regroupés dans les Tables III.1 et III.2 pour les données BGI et GETECH, respectivement (les statistiques données en gras et entre parenthèses se réfèrent aux valeurs obtenues avec filtrage). Les calculs ont été exécutés avec le programme **harmonic_synth_v02** développé par NGA (National Geospatial-Intelligence Agency) et fourni aux membres du groupe de travail établi entre IGFS (International Gravity Field Service) et IAG (International Association of Geodesy) et dont sa mission consistait à valider et évaluer la qualité des modèles géopotentiels globaux dérivés à partir de ces nouvelles missions spatiales (GRACE, CHAMP et GOCE).

Tableau III.1 : Statistiques, en mGals, des différences entre les anomalies de gravité à l'air libre fournies par le BGI et celles obtenues à partir des modèles géopotentiels.

Modèles Géopotentiels	Minimum	Maximum	Moyenne	σ
OSU91A	-97.035 (-106.680)	125.561 (68.215)	0.300 (1.308)	13.164 (6.534)
EGM96	-100.959 (-101.977)	112.026 (56.941)	-2.170 (-0.942)	13.542 (6.683)
EIGEN-CG01C	-98.959 (-103.739)	110.187 (58.515)	-2.103 (-0.704)	14.056 (6.649)
EIGEN-GL04C	-99.362 (-104.522)	112.031 (58.750)	-1.924 (-0.531)	14.029 (6.659)
GGM02C	-93.885 (-104.938)	123.040 (57.294)	-1.123 (-0.566)	14.910 (6.345)
EIGEN-GRACE02S	-90.684 (-106.680)	144.810 (68.215)	-1.136 (1.308)	17.196 (8.413)
EGM2008	-104.094 (-104.094)	55.925 (55.925)	-0.610 (-0.610)	6.119 (6.119)

A partir des résultats de Le tableau III.1 et pour les deux cas de figure (avec et sans filtrage), on constate que le modèle EGM2008 présente les meilleurs résultats en termes de déviation standard et de dispersion comparativement aux autres modèles

Tableau III.2 : Statistiques, en mGals, des différences entre la grille des anomalies de gravité à l'air libre fournie par GETECH et celle obtenue à partir des modèles géopotentiels testés.

Modèles Géopotentiels	Minimum	Maximum	Moyenne	σ
OSU91A	-122.11 (-261.27)	190.57 (108.86)	-2.25 (-2.24)	14.82 (15.27)
EGM96	-143.06 (-269.45)	167.09 (113.80)	-2.57 (-2.56)	15.51 (15.50)
EIGEN-CG01C	-133.90 (-270.82)	170.06 (111.68)	-2.62 (-2.60)	15.66 (15.50)
EIGEN-GL04C	-133.85 (-269.63)	170.78 (114.37)	-2.60 (-2.58)	15.66 (15.50)
GGM02C	-139.58 (-271.64)	183.38 (113.27)	-2.57 (-2.58)	17.65 (15.42)
EIGEN-GRACE02S	-142.36 (-283.99)	215.04 (121.03)	-2.60 (-2.62)	19.69 (16.75)
EGM2008	-271.94 (-271.94)	110.91 (110.91)	-2.60 (-2.58)	15.35 (15.35)

A partir des statistiques de Le tableau III.2, on peut remarquer que l'ensemble des modèles globaux, à l'exception de la solution satellitaire GRACE02S, fournissent les mêmes résultats en termes de déviation standard. Ceci est dû au fait qu'aucune nouvelle mesure de gravité n'a été intégrée dans le développement de ces nouveaux modèles comparativement au modèle OSU91A. Pour les départager, nous avons fait appel aux données GPS nivelées comme points de contrôle.

La figure III.5 représente la carte des classes des différences entre les anomalies de gravité à l'air libre fournies par le BGI et leurs homologues calculées à partir du modèle EGM2008, tandis que la Figure III.6 illustre les histogrammes des différences entre les anomalies de gravité à l'air libre fournies par le BGI et celles obtenues à partir des modèles géopotentiels testés (Cas sans filtrage). Ce modèle est capable de couvrir 92.4% du territoire Algérien avec une précision inférieure à 10 mGals. Les écarts sont importants le long de la côte Algérienne et dans les régions montagneuses.

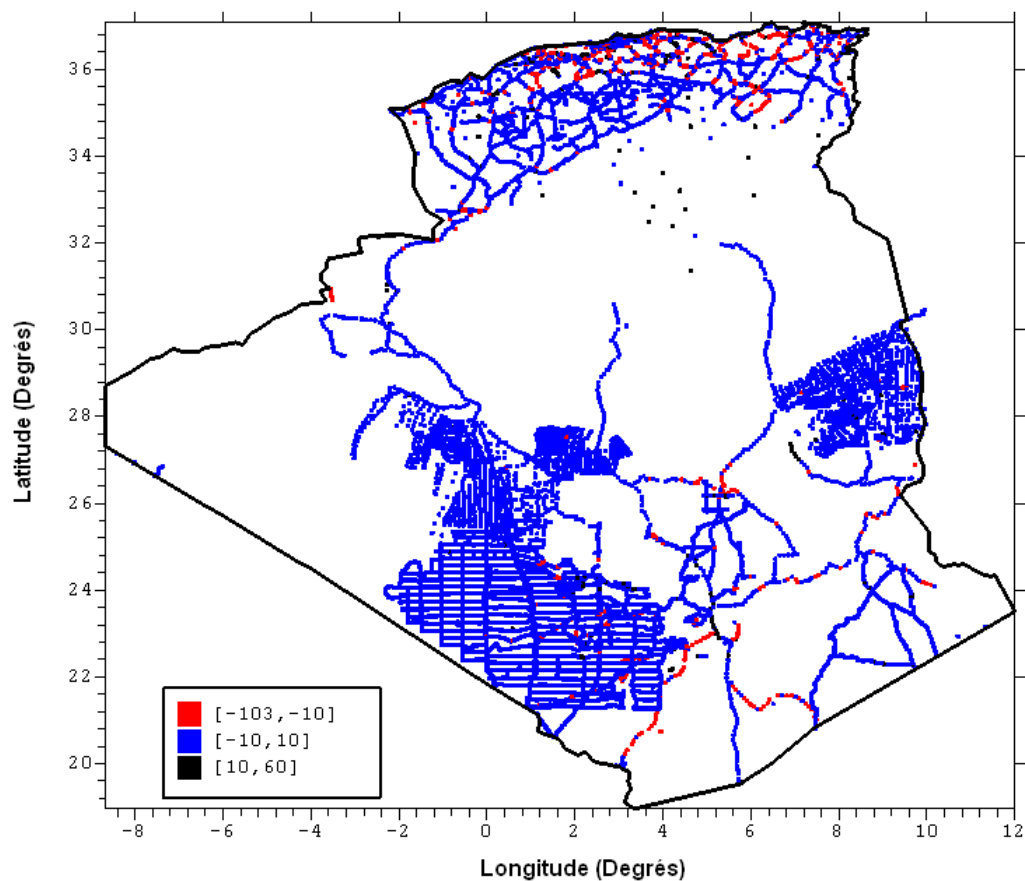


Figure III.5 : Carte des différences, en mGals, des anomalies de gravité à l'air libre (BGI moins EGM2008), à l'échelle 1 : 2 000 000

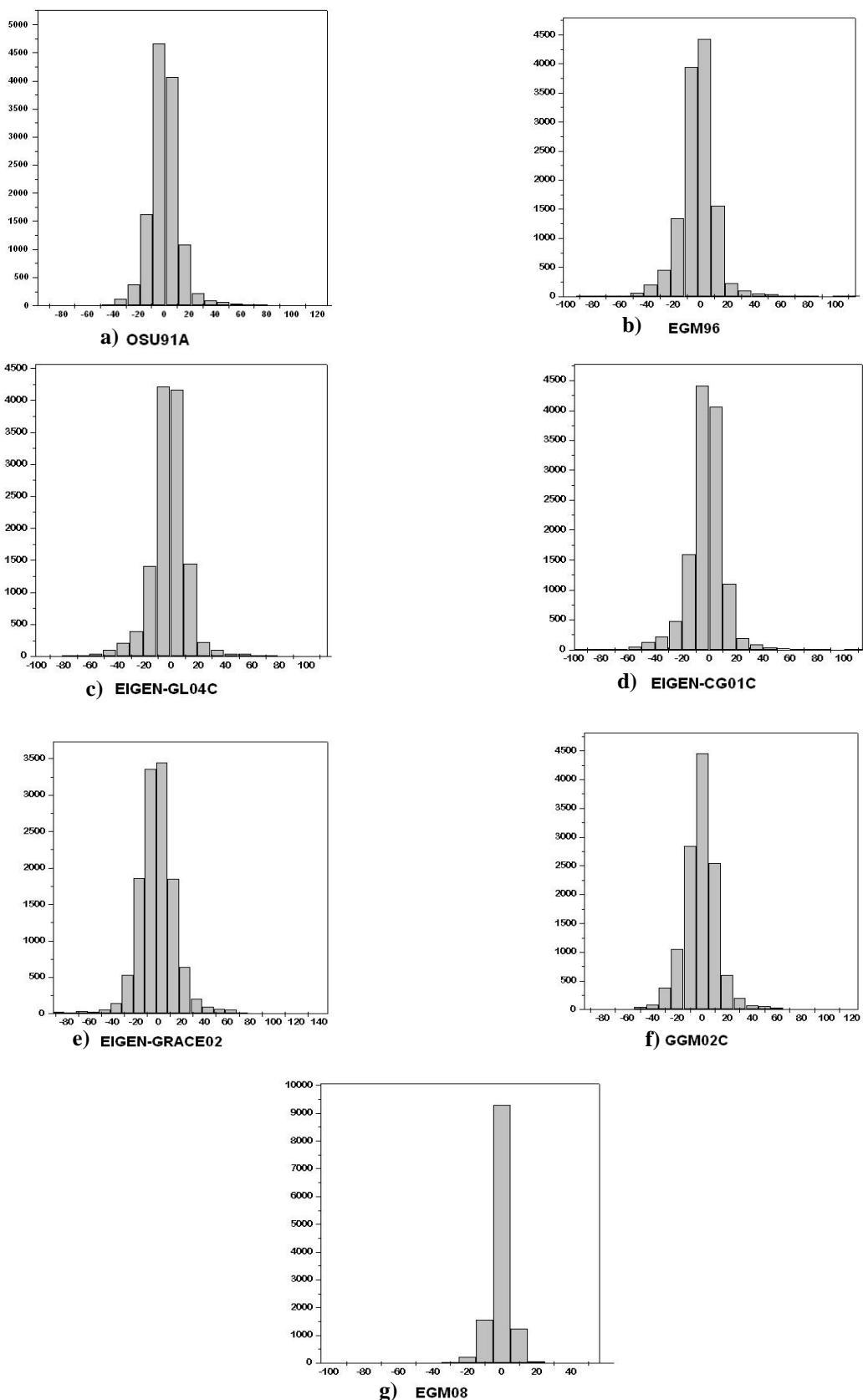


Figure III.6 : Les histogrammes des différences entre les anomalies de gravité à l'air libre fournies par le BGI et celles obtenues à partir des modèles géopotentiels (Le degré de développement en harmonique sphérique pour chaque modèle est utilisé)

(En abscisse (X)) : les différences (en mGals), **En Ordonnée (Y) :** nombres de points)

3.1.3.2- Comparaison avec les données GPS nivelées

Les modèles géopotentiels globaux utilisés dans le cadre de cette évaluation, ont été également comparés, avec un ensemble de stations GPS nivelées au nombre de 51 points ; toutes situées au nord de l'Algérie (voir Figure III.2). En ces points, les altitudes ellipsoïdique et orthométrique sont connues. La hauteur du géoïde N^{GPS} résulte de la différence entre l'altitude ellipsoïdique et l'altitude orthométrique du même point. Les comparaisons ont été effectuées sans et avec filtrage en suivant la même procédure décrite précédemment. Cependant, les ondulations du géoïde dérivées à partir du GPS et du nivellement réfèrent à l'ellipsoïde GRS80 et leurs valeurs correspondantes calculées à partir des modèles géopotentiels se réfèrent à un ellipsoïde moyen de dimensions différentes de celles du GRS80, et par conséquent, il est nécessaire de tenir en compte de cette différence dans le calcul des hauteurs du géoïde à partir du développement en harmoniques sphériques de chaque modèle. Les statistiques des différences aux points d'appui entre les hauteurs du géoïde prédites à partir des modèles globaux et celles obtenues par GPS/Nivellement, avant et après adaptation en utilisant une similitude spatiale à quatre paramètres et pour les deux cas (avec et sans filtrage), sont regroupées dans les Tables III.3 et III.4, respectivement. Les statistiques données en gras et entre parenthèses se réfèrent aux valeurs obtenues après adaptation en utilisant une similitude spatiale à quatre paramètres exprimée par le modèle suivant (Heiskanen and Moritz, 1967):

$$N_i^{EGM} - N_i^{GPS} = \cos \Phi_i \cos \lambda_i \cdot x_1 + \cos \Phi_i \sin \lambda_i \cdot x_2 + \sin \Phi_i \cdot x_3 + x_0 + v_i \quad (III.12)$$

où (N^{EGM}) désigne la hauteur du géoïde prédite au point d'appui à partir des modèles globaux, (N^{GPS}) dénote la hauteur correspondante dérivée à partir de la combinaison du GPS et du nivellement, x_0 est une translation entre le datum vertical des données GPS/nivellement et le datum des données gravimétriques, x_1 , x_2 et x_3 sont des translations entre le système de référence des données GPS et celui utilisé dans le développement du modèle global de potentiel en harmoniques sphériques.

Quand le filtrage n'est pas appliqué, on peut constater que le meilleur accord est obtenu pour le nouveau modèle géopotential global EGM2008. Les déviations standards des différences, avant et après adaptation, sont situées au niveau de 9.4 cm et 8.7 cm, respectivement. La conclusion demeure inchangée lorsque le procédé de filtrage est appliqué.

Tableau III.3 : Résultats de comparaison, avant et après adaptation, entre les hauteurs du géoïde prédites à partir des modèles globaux et celles obtenues par GPS/Nivellement (m). Le degré de développement en harmonique sphérique pour chaque modèle a été utilisé (Cas sans filtrage).

Modèles Géopotentiels	Minimum	Maximum	Moyenne	Σ
OSU91A	-3.705 (-0.933)	1.046 (1.947)	0.514 (0.000)	1.222 (0.532)
EGM96	-1.596 (-0.447)	-0.130 (0.749)	-0.751 (0.000)	0.319 (0.294)
EIGEN-CG01C	-1.280 (-0.534)	0.053 (0.631)	-0.579 (0.000)	0.350 (0.303)
EIGEN-GL04C	-1.173 (-0.452)	0.009 (0.500)	-0.581 (0.000)	0.321 (0.281)
GGM02C	-1.687 (-0.490)	0.129 (1.123)	-0.457 (0.000)	0.462 (0.373)
EIGEN-GRACE02S	-2.357 (-0.947)	0.828 (1.887)	-0.034 (0.000)	0.780 (0.579)
EGM2008	-0.967 (-0.195)	-0.589 (0.212)	-0.773 (0.000)	0.094 (0.087)

Tableau III.4 : Comparaison, avant et après adaptation, des hauteurs du géoïde prédites à partir des modèles globaux avec celles obtenues par GPS/Nivellement (m). Un filtrage a été appliqué aux ondulations du géoïde dérivées à partir du GPS et du Nivellement.

Modèles Géopotentiels	Minimum	Maximum	Moyenne	σ
OSU91A	-3.502 (-1.198)	1.262 (0.596)	-0.870 (0.000)	0.998 (0.531)
EGM96	-1.379 (-0.230)	-0.179 (0.278)	-0.943 (0.000)	0.242 (0.126)
EIGEN-CG01C	-1.106 (-0.392)	-0.407 (0.385)	-0.749 (0.000)	0.134 (0.135)
EIGEN-GL04C	-1.079 (-0.303)	-0.488 (-0.285)	-0.756 (0.000)	0.120 (0.121)
GGM02C	-1.065 (-0.223)	-0.567 (0.266)	-0.771 (0.000)	0.104 (0.102)
EIGEN-GRACE02S	-1.528 (-0.532)	-0.042 (1.158)	-0.412 (0.000)	0.407 (0.329)
EGM2008	-0.967 (-0.195)	-0.589 (0.212)	-0.773 (0.000)	0.094 (0.087)

Le modèle **EGM2008** a été adopté comme modèle de référence pour retirer et restaurer les contributions des grandes longueurs d'onde sur les différents paramètres du champ de gravité Terrestre (Pavlis et al., 2008). Ce modèle est développé jusqu'au degré et ordre 2159 et contient des coefficients en harmoniques sphériques supplémentaires jusqu'au degré 2190 et ordre 2159 pour

transformer les anomalies de hauteur en ondulations du géoïde. EGM2008 a été obtenu à partir de la combinaison, au sens d'un ajustement par les moindres carrés, du modèle géopotential PGM2007B et d'un ensemble d'anomalies de pesanteur moyennes sur des cellules de 5 minutes d'arc (≈ 9 Km à l'équateur). Les anomalies de pesanteur utilisées sont obtenues à partir des mesures gravimétriques terrestres sur les continents et de mesures d'altimétrie radar sur les satellites (GEOS-3 et SEASAT) au niveau des océans. Sa précision reste tributaire de la qualité des données intégrées dans sa détermination.

3.1.4- Modèle numérique de terrain (MNT)

La disponibilité des données SRTM a ouvert de nouvelles perspectives pour la détermination régionale ou locale du champ de gravité. Le SRTM constitue des données nécessaires dans de nombreux domaines d'application recouvrant la géodésie, la géologie, l'Aménagement, l'Environnement, l'Hydrologie, les Télécommunications, la Défense ou la Communication au sens large. En Algérie et en absence d'un modèle numérique de terrain digitalisé de haute résolution, les données d'élévation SRTM constituent, en principe, une source de données qui devrait être utilisée dans le calcul des corrections topographiques.

La mission SRTM fut réalisée par deux organismes états-unien : la NASA (National Aeronautics and Space Administration) et la NGA du Ministère américain de la Défense. Cette mission à but cartographique, a démarré le 11 février 2000 par le lancement de la navette Endeavour (STS-99) dont le rôle était d'obtenir un relevé topographique en 3D de la surface du globe. Pour ce faire, la navette embarqua un imposant instrument d'observation de la Terre composé de deux antennes radar montées dans la soute et deux autres fixées sur un mât de 60 mètres déployés en orbite. Le radar a ainsi cartographié la Terre de 50 degrés sud à 60 degrés nord par rapport à l'équateur (Voir Figure III.7). Il a, de plus, mesuré les ondulations des paysages de sorte que la NASA a été capable de tracer les cartes de près de 80 % des terres émergées où vit près de 95 % de la population mondiale. Un millier d'îles ont également été cartographiées et plusieurs de ces îles ne l'avaient jamais été auparavant. L'information géographique étant devenue une donnée stratégique, importante dans le domaine de la défense, la diffusion des données SRTM fut dans un premier temps interdite. Par la suite, elles furent mises en libre accès après avoir subie une altération volontaire (passage d'une résolution 30 mètres à 90 mètres).

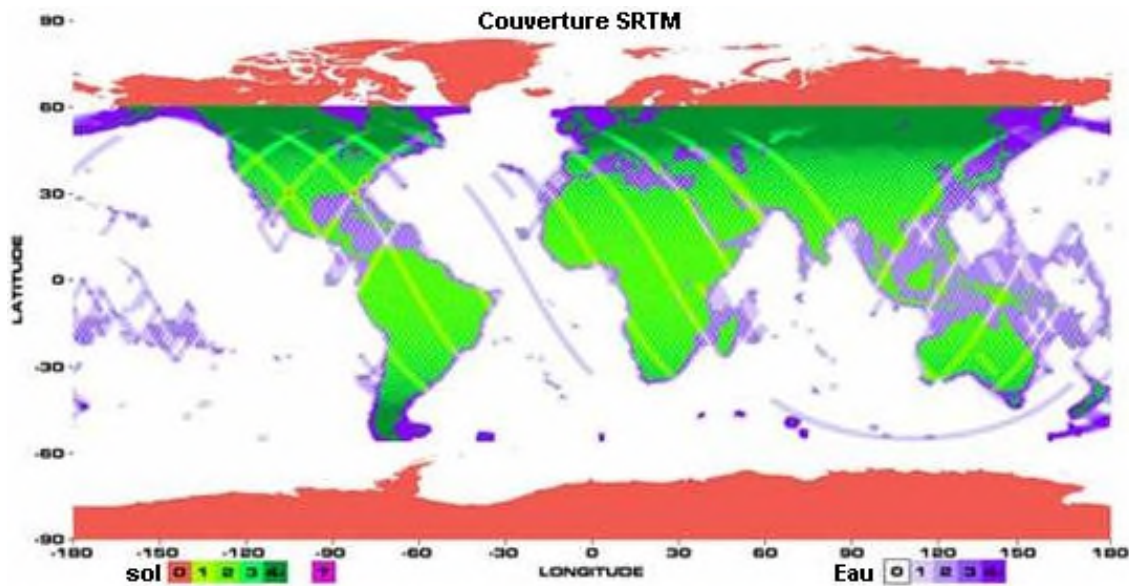


Figure III.7 : Zone de couverture SRTM [NASA/JPL]

Les altitudes dérivées dont la précision est de l'ordre de ± 16 mètres (avec un niveau de confiance de 10%) sont référencées par rapport au géoïde calculé à partir du modèle global EGM96. On notera que la version utilisée dans le cadre de ce travail comportera des données bathymétriques sur la partie terrestre. Pour les besoins de cette détermination, un nouveau MNE de résolution 15" (~ 450 m) couvrant la région limitée par $15^\circ \leq \varphi \leq 40^\circ$ et $-15^\circ \leq \lambda \leq 15^\circ$ a été généré à partir du modèle SRTM 3" (~ 100 m) (Voir Figure III.8). Sur la méditerranée, ce modèle a été complété à partir du modèle bathymétrique ETOPO2 et comparé avec les 12472 données ponctuelles d'altitude fournies par le BGI. En outre, nous avons intégré, dans cette évaluation, le modèle global de résolution 30". ETOPO30. Les statistiques des différences entre les Modèles Numériques d'Élévation (MNE) testés et les altitudes du BGI sont regroupées dans Le tableau III.5 et elles montrent que la plupart des écarts sont inférieures à 10 mètres. Néanmoins, de larges différences ont été constatées dans les régions montagneuses et dans le sud du pays. La Figure III.9 représente la carte des classes des différences entre les altitudes BGI et celles interpolées à partir du les MNE dérivé à partir de la mission SRTM.

Ces différences pour les deux modèles testés peuvent être résumées comme suit (les valeurs entre parenthèses correspondent à ETOPO30 données en m)

- 46.6 % (**45.1%**) des différences sont comprises dans l'intervalle [-5 à 5],
- 71.1 % (**69.4 %**) des différences sont comprises dans l'intervalle [-10 à 10],
- 83.7 % (**82.9 %**) des différences sont comprises dans l'intervalle [-16 à 16] (précision donnée avec un niveau de confiance de 90%),
- 93 % (**92.2%**) des différences sont comprises dans l'intervalle [-30 à 30]

En conclusion, il faut noter que cette évaluation a été basée uniquement sur un échantillon restreint de données qui ne permet pas d'en tirer des conclusions catégoriques sur la qualité du modèle MNE dérivé à partir de la mission SRTM et par conséquent de données supplémentaires même localement restent encore nécessaires pour une évaluation rigoureuse et fiable.

Tableau III.5 : Statistiques des différences entre les altitudes BGI et les MNE testés, données en m.

Différences	Minimum	Maximum	Moyenne	σ
SRTM – Altitudes BGI	-320.844	474.712	-0.079	21.726
GTOPO – Altitudes BGI	-324.233	495.921	-0.242	22.060

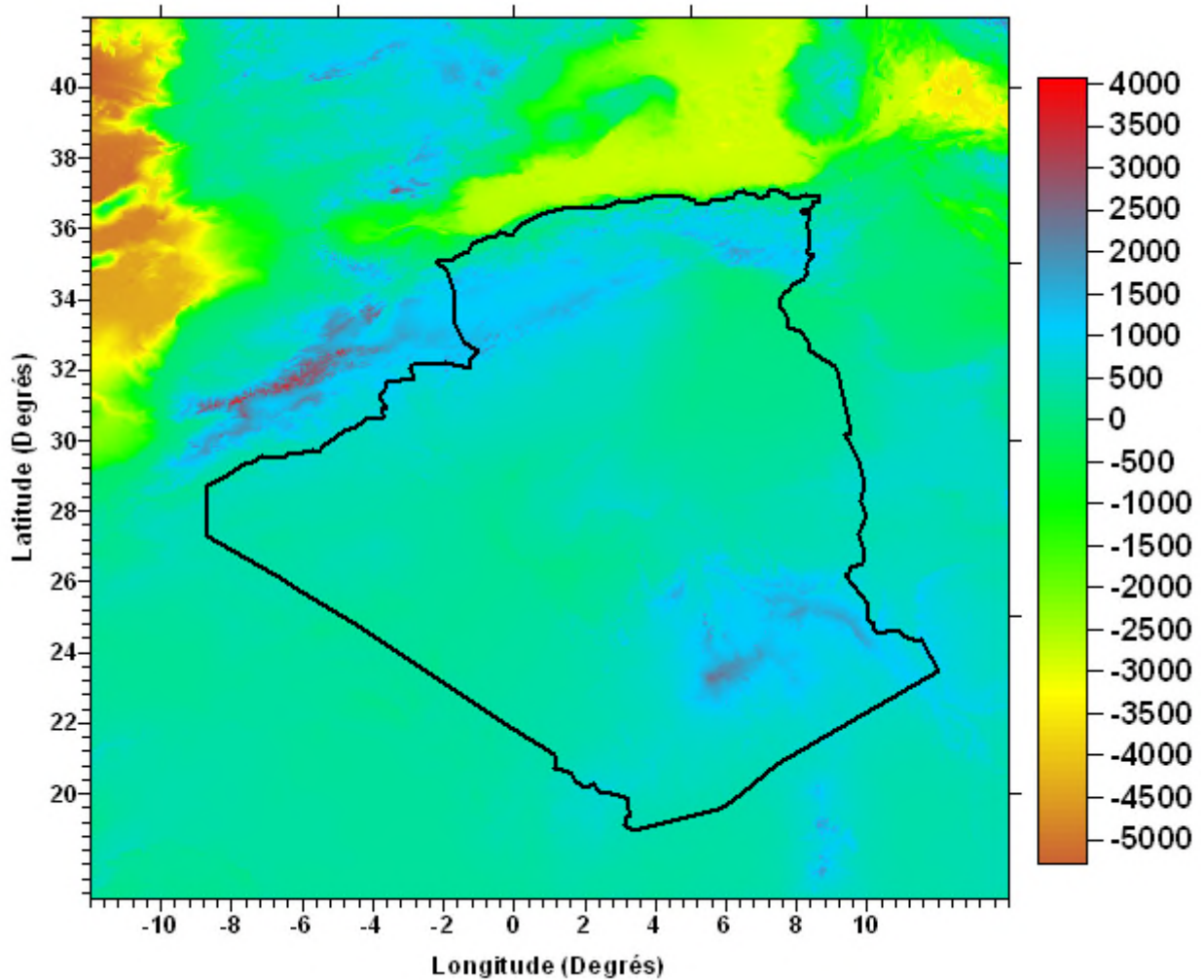


Figure III.8 : Modèle d'élévation de terrain issu des données SRTM à l'échelle 1 : 2 000 000

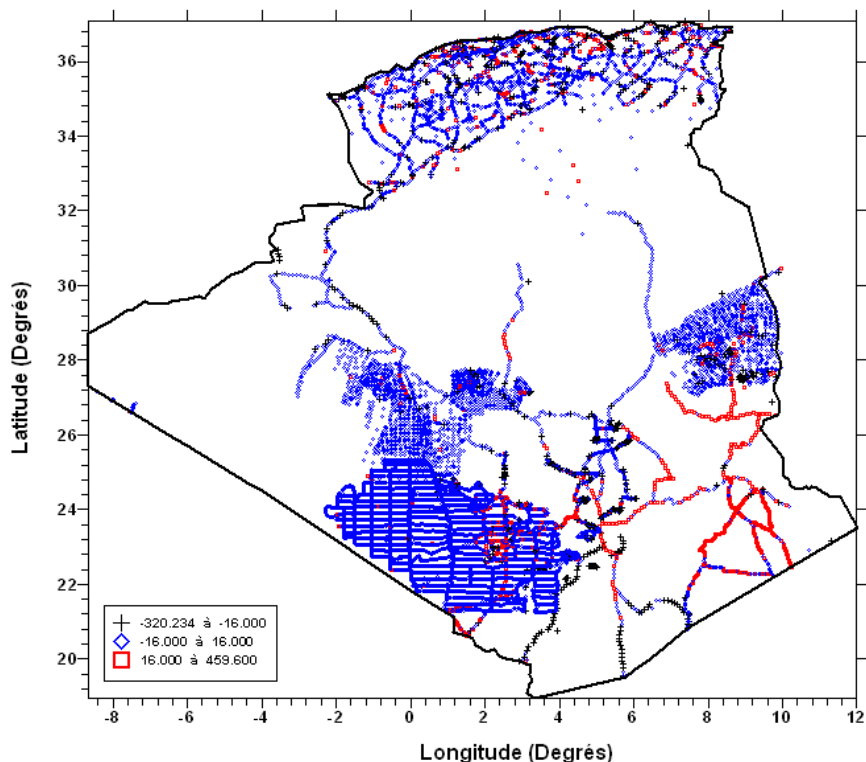


Figure III.9 : Carte des différences, en m, entre les altitudes BGI et celles interpolées à partir du les MNE dérivé à partir de la mission SRTM. à l'échelle 1 : 2 000 000

3.2- Validation des données gravimétriques du BGI

Les valeurs de la gravité jouent un rôle important dans la modélisation du champ de pesanteur terrestre qui est utilisé d'une façon permanente dans le calcul précis des orbites des satellites et dans diverses applications en océanographie et en navigation. Elles contiennent également des informations sur la distribution des masses à l'intérieur de la Terre (applications géophysiques), et dans le cas de mesures répétées au cours du temps, sur les variations temporelles de la Terre (applications géologiques). En outre, les problèmes de géodésie physique relatifs à la détermination par voie gravimétrique de la forme réelle de la terre sont formulés et résolus en termes d'intégrales étendues sur la terre entière. Ceci requiert la connaissance d'une manière continue la valeur de la pesanteur en tout point de la surface de la terre. En pratique, on mesure la pesanteur en quelques points seulement, donc il va falloir prédire sa valeur aux points autres que les points de mesure par le moyen d'interpolation et/ou d'extrapolation en utilisant une technique puissante. La gravité étant une quantité fondamentale en physique de la Terre, les mesures effectuées doivent être analysées et validées avant leur exploitation.

La validation des données est une procédure extrêmement stricte qui garantit la qualité et l'intégrité de la banque de données gravimétriques. Elle est appliquée systématiquement, avant intégration dans la banque, à tout ensemble de données, qu'il provienne de sources extérieures ou de nos propres mesures effectuées sur le terrain. Son principe consiste à faire une comparaison entre les valeurs observées et prédites, estimées par une technique puissante. Dans ce mémoire, la procédure de validation a été appliquée en utilisant la Collocation par les moindres carrés. Cette méthode à caractère statistique est considérée comme la seule technique capable de fournir, en plus de la valeur de prédiction, l'erreur sur cette estimation qui constitue une information capitale pour

procéder à une analyse fiable et rigoureuse des résultats de prédiction obtenus. Cependant, et avant de présenter la procédure de validation, nous rappelons, dans ce paragraphe, le principe de la collocation avec utilisation d'une fonction de covariance. Pour une description complète de cette méthode, nous conseillons aux lecteurs de consulter l'ouvrage de Moritz (1980).

3.2.1- Principe de la collocation par les moindres carrés

Les premiers éléments de la théorie des moindres carrés sont dus à Legendre (1752-1833) qui les a utilisés pour des traitements astronomiques portant sur le calcul des orbites des comètes. En 1809, le mathématicien Allemand Gauss (1777-1855) donne les premières bases probabilistes de cette méthode. Depuis d'autres mathématiciens et scientifiques comme Krüger, Tobey, Laplace et Markov ont essayé de généraliser cette méthode originale de traitement. Les applications de cette méthode en astronomie et géodésie reviennent aux travaux du géodesien allemand F. Helmert (1843- 1917).

L'avancée significative vient de Kalman en 1960, qui a étendu le champ d'application des moindres carrés en introduisant la matrice de variance covariance, en admettant que le vecteur des paramètres varie avec le temps à travers le second membre, et en résolvant le problème par pas. Cette manière de procéder à été utilisée et améliorée par d'autres auteurs tels que Fail, tapley et Schutz. D'autres comme Uotila, Krakiwsky et Kouba ont montré que tout problème de moindres carrés peut être résolu en parties pour l'amélioration de l'estimation initiale par des termes correctifs.

Finalement les travaux indépendants de Krarup en 1969 et Moritz en 1972 ont joué un rôle important dans la modification et l'élargissement de la méthode initiale des moindres carrés que Moritz à dénommée, par la suite, méthode de collocation. C'est une méthode à caractère probabiliste qui permet d'obtenir les représentations locales les plus probables du champ de pesanteur à partir d'une part, des données partielles disponibles qui peuvent être hétérogènes et d'autre part, de l'exploitation des propriétés statistiques des mesures et des signaux à estimer. Dans cette méthode, on estimera en plus du vecteur des paramètres, une variable aléatoire modélisable appelée "signal" qui exprime la différence entre la réalité et le modèle qui s'y adapte.

La méthode de la collocation par moindres carrés ne nécessite pas la connaissance d'un modèle mathématique précis auquel le signal obéirait. Cette particularité est intéressante en gravimétrie où les perturbations ($\zeta, \eta, T, N, \Delta g, \dots$) dues aux accidents de relief sont considérées comme des quantités aléatoires. La méconnaissance du modèle mathématique est palliée par une exploitation des propriétés statistiques du signal. On considère à priori le signal et les mesures I_i comme des grandeurs aléatoires de valeur moyenne nulle.

Soient $\mathbf{I} = (I_1, I_2, \dots, I_q)^T$ le vecteur des observations, et $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_m)^T$ le vecteur des signaux, deux quantités aléatoires centrées. On considère également, les matrices de covariance suivantes :

$$C_{II} = \text{Cov}(\mathbf{I}, \mathbf{I}) = \mathbf{E}\{\mathbf{I}\mathbf{I}^T\} : \text{Matrice auto-covariance des observations, de dimension } \mathbf{q} \times \mathbf{q},$$

$$C_{sI} = \text{Cov}(\mathbf{s}, \mathbf{I}) = \mathbf{E}\{\mathbf{s}\mathbf{I}^T\} : \text{Matrice des covariances croisées entre } \mathbf{I} \text{ et } \mathbf{s}, \text{ de dimension } \mathbf{m} \times \mathbf{q}$$

$$C_{ss} = \text{Cov}(\mathbf{s}, \mathbf{s}) = \mathbf{E}\{\mathbf{s}\mathbf{s}^T\} : \text{Matrice auto-covariance du signal, de dimension } \mathbf{m} \times \mathbf{m}$$

Où $\mathbf{E}\{\cdot\}$ représente l'espérance mathématique.

Le problème consiste à trouver la meilleure estimation $\hat{\mathbf{s}}$ du signal \mathbf{s} sur la base des données disponibles sachant que la dépendance entre \mathbf{l} et \mathbf{s} n'est pas exprimée par un modèle fonctionnel, mais uniquement par le biais des matrices de variance-covariance. Une estimation linéaire du vecteur \mathbf{s} sera de la forme :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{l} \quad (\text{III.13})$$

Où \mathbf{H} est une matrice rectangulaire de dimension $\mathbf{m} \times \mathbf{q}$ à déterminer de manière à minimiser chacun des termes diagonaux de la matrice de covariance de l'erreur ($\boldsymbol{\varepsilon} = \hat{\mathbf{s}} - \mathbf{s}$), telle que :

$$\mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}} = \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{E} \{ \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^T \} = \mathbf{E} \{ (\hat{\mathbf{s}} - \mathbf{s}) \cdot (\hat{\mathbf{s}} - \mathbf{s})^T \} .$$

Les termes diagonaux de cette matrice représentent les variances σ_k^2 de l'erreur, telle que :

$$\sigma_k^2 = \mathbf{E} \{ \boldsymbol{\varepsilon}_k^2 \} = \mathbf{E} \{ (\hat{s}_k - s_k)^2 \} .$$

L'expression du produit $\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^T$ est donnée par :

$$\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^T = (\mathbf{H} \cdot \mathbf{l} - \mathbf{s}) (\mathbf{H} \cdot \mathbf{l} - \mathbf{s})^T = \mathbf{H} \cdot \mathbf{l} \cdot \mathbf{l}^T \cdot \mathbf{H}^T - \mathbf{s} \cdot \mathbf{l}^T \cdot \mathbf{H}^T - \mathbf{H} \cdot \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}^T + \mathbf{s} \cdot \mathbf{s}^T ,$$

dont l'espérance mathématique fournit la matrice de covariance de l'erreur :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}} &= \mathbf{E} \{ \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}^T \} = \mathbf{H} \mathbf{E} \{ \mathbf{l} \mathbf{l}^T \} \cdot \mathbf{H}^T - \mathbf{E} \{ \mathbf{s} \mathbf{l}^T \} \cdot \mathbf{H}^T - \mathbf{H} \mathbf{E} \{ \mathbf{l} \mathbf{s}^T \} + \mathbf{E} \{ \mathbf{s} \mathbf{s}^T \} \\ &= \mathbf{H} \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{l}} \cdot \mathbf{H}^T - \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{l}} \cdot \mathbf{H}^T - \mathbf{H} \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{s}} + \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{s}} \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

$$\mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{s}} - \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{l}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{l}}^{-1} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{s}} + (\mathbf{H} - \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{l}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{l}}^{-1}) \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{l}} \cdot (\mathbf{H} - \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{l}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{l}}^{-1})^T \quad (\text{III.15})$$

ceci depuis la relation :

$$\mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{s}} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{l}}^T = \mathbf{E} \{ \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}^T \} .$$

L'expression (III.15) est constituée d'une partie constante \mathbf{A} et une partie \mathbf{B} qui dépend de \mathbf{H} telles que :

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{s}} - \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{l}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{l}}^{-1} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{s}} , \\ \mathbf{B} &= (\mathbf{H} - \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{l}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{l}}^{-1}) \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{l}} \cdot (\mathbf{H} - \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{l}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{l}}^{-1})^T \end{aligned}$$

La matrice \mathbf{B} est définie positive et par conséquent ses termes diagonaux sont toujours positifs. Pour que la variance de l'erreur de la matrice $\mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}}$ soit minimale, il faut choisir $\mathbf{B} = \mathbf{0}$, et on aura :

$$\mathbf{H} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{l}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{l}}^{-1}$$

Sous ces conditions, l'estimation optimale de \mathbf{s} est donnée par la formule :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{l} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{l}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{l}}^{-1} \cdot \mathbf{l} \quad (\text{III.16})$$

et sa matrice de covariance se réduit à :

$$\mathbf{C}_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{s}} - \mathbf{C}_{\mathbf{s}\mathbf{l}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{l}}^{-1} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{l}\mathbf{s}} \quad (\text{III.17})$$

3.2.2- Procédure de validation

La validation a été appliquée aux anomalies à l'air libre réduites de l'effet du modèle géopotentiel de référence **EGM2008** en utilisant la méthode de collocation par les moindres carrés dans laquelle, le modèle de Gauss-Markov avec ses paramètres ajustés a été adopté comme modèle local de covariance pour exprimer la corrélation entre les données utilisées et les signaux à estimer. Les données réduites ($\Delta\mathbf{g}_{\text{red}} = \Delta\mathbf{g}_{\text{OBS}} - \Delta\mathbf{g}_{\text{EGM2008}}$) ont été divisées en deux ensembles disjoints A et B, à condition qu'ils aient la même distribution. Pour ce faire, un échantillonnage avec un pas de 5' (~ 10 km) sur ces données a été effectué (il ne s'agit pas de valeurs moyennes). La distribution géographique des deux ensembles A et B est représentée dans la Figure III.10.

Soit $\Delta\mathbf{g}_{\text{pred}}$ l'anomalie prédite par la méthode de Collocation à partir d'un ensemble de valeurs $\Delta\mathbf{g}_{\text{red}}$. Cette valeur est donnée par (Moritz, 80) :

$$\Delta\mathbf{g}_{\text{pred}} = \mathbf{C}_{\Delta\mathbf{g}} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \Delta\mathbf{g}_{\text{red}} \quad (\text{III.18})$$

où $\mathbf{C}_{\Delta\mathbf{g}}$ est le vecteur de covariance entre les observations $\Delta\mathbf{g}_{\text{red}}$ et les prédictions $\Delta\mathbf{g}_{\text{pred}}$, \mathbf{C} est la somme de la matrice de covariance des quantités $\Delta\mathbf{g}_{\text{red}}$ et de la matrice de variance - covariance du bruit associé. L'écart type des différences $\Delta\mathbf{g}_{\text{red}} - \Delta\mathbf{g}_{\text{pred}}$ est donné par :

$$\sigma^2(\Delta\mathbf{g}_{\text{red}} - \Delta\mathbf{g}_{\text{pred}}) = \mathbf{C}_0 - \mathbf{C}_{\Delta\mathbf{g}} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{C}_{\Delta\mathbf{g}}^T \quad (\text{III.19})$$

où \mathbf{C}_0 est la variance des anomalies de gravité. L'observation est considérée comme suspecte si (Tscherning, 94) :

$$|\Delta\mathbf{g}_{\text{red}} - \Delta\mathbf{g}_{\text{pred}}| > k \cdot (\sigma^2(\Delta\mathbf{g}_{\text{red}} - \Delta\mathbf{g}_{\text{pred}}) + \sigma_{\Delta\mathbf{g}}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.20})$$

où k est une constante, généralement prise égale à 3 et $\sigma_{\Delta\mathbf{g}}^2$ représente la variance des observations.

Les valeurs prédites des anomalies de gravité de l'ensemble B ont été estimées à partir des données de l'ensemble A, puis comparées aux observations de l'ensemble B. La valeur de chaque prédiction est calculée à partir des 5 points les plus proches dans chaque quadrant, en utilisant le modèle de covariance de Gauss-Markov implémenté dans le programme **GEOGRID** du logiciel **GRAVSOFT** (Tscherning et al., 1992) et en ayant supposé une erreur de mesure de 2 mGals. La figure III.11 illustre l'organigramme général de la gestion et l'organisation des données utilisées dans le programme **GEOGRID**. Cependant, si la différence entre $\Delta\mathbf{g}_{\text{red}}$ et $\Delta\mathbf{g}_{\text{pred}}$ est supérieure à un seuil calculé pour chaque ensemble à posteriori selon la formule (III.20), alors, cette observation est rejetée. De même pour les données de l'ensemble A à partir de l'ensemble B. La procédure est répétée sans les observations erronées et sur tous les points des ensembles A et B. Alors, si la même observation est rejetée, on peut affirmer qu'elle est entachée d'erreur et par conséquent, elle sera éliminée automatiquement. Le taux d'erreur détecté en utilisant cette procédure est de l'ordre de 1.23 % et il permet de confirmer que les données fournies par le BGI sont de bonne qualité, et par conséquent, elles peuvent être exploitées pour la détermination du géoïde Algérien. Les statistiques des 12318 mesures validées sur 12472 mesures brutes fournies par le BGI, sont regroupées dans le tableau III.6. Les écarts entre les observations et les prédictions sont maximums, jusqu'au 20 mGals, dans les régions dépourvues de données, et d'environ 2 mGals le long des levés gravimétriques. La figure III.12 illustre la distribution géographique des données validées.

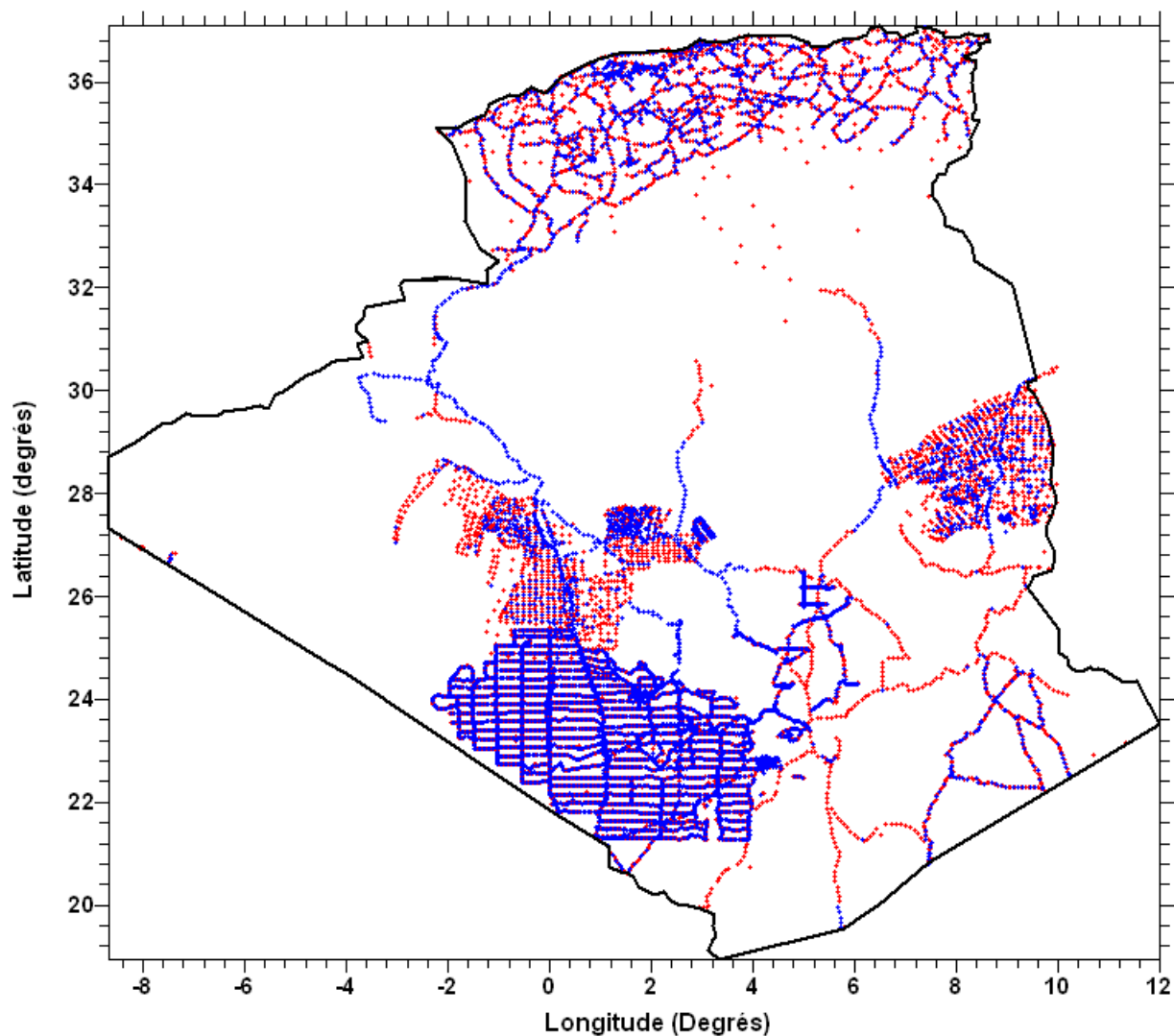


Figure III.10 : Distribution géographique des deux ensembles A et B
A (en Bleu), B (en Rouge) à l'échelle 1 :2 000 000

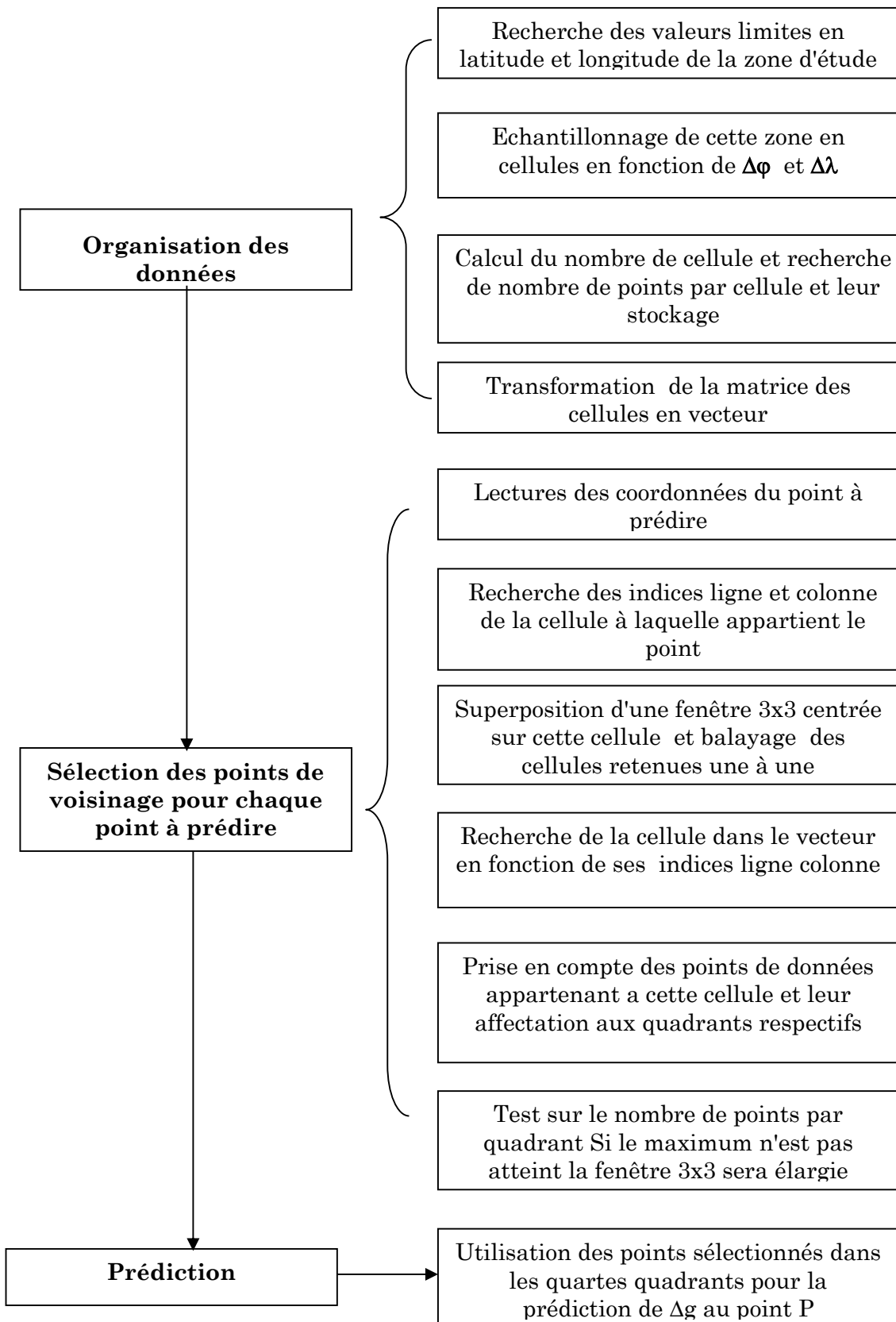


Figure III.11 : Organisation et structuration des données du programme

✓ **Organisation des données**

En fonction de ses valeurs limites en latitude et longitude, la zone de données est organisée en cellules de dimensions $d\varphi, d\lambda$ telles que :

$$d\varphi = \frac{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}{N_\varphi} \quad \text{et} \quad d\lambda = \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{N_\lambda}$$

Où N_φ et N_λ représentent respectivement le nombre de lignes et de colonnes, et qui se calculent par les formules suivantes :

$$N_\varphi = \frac{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}{r} \quad \text{et} \quad N_\lambda = \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{r} \quad \text{avec} \quad r = \sqrt{\frac{(\varphi_{\max} - \varphi_{\min})(\lambda_{\max} - \lambda_{\min})}{np}}$$

np n'est autre que le nombre total des points retenus.

En fonction de ces éléments, le module transforme la matrice des cellules en vecteur et détermine le nombre de points par cellule.

✓ Calcul des indices ligne colonne de la cellule qui contient le point **P**

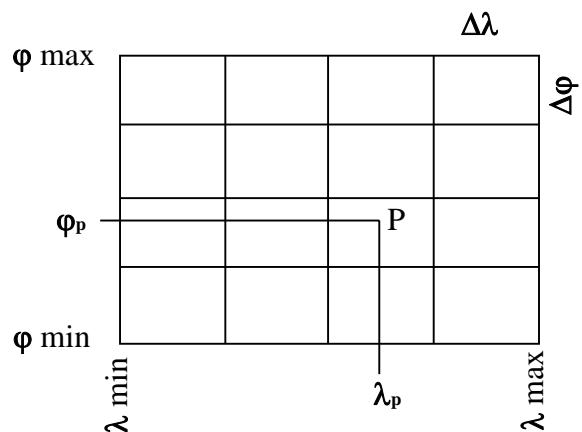
$$I = \text{int}\left(\frac{\varphi_p - \varphi_{\min}}{\Delta\varphi}\right) \quad \text{et} \quad J = \text{int}\left(\frac{\lambda_p - \lambda_{\min}}{\Delta\lambda}\right)$$

✓ calcul du rang de la cellule dans le vecteur

$$\mathbf{RVECT} = I \cdot N_\lambda + J + 1$$

✓ *Sélection*

En fonction de la position du point à interpoler, le nombre maximum de points par quadrant et la distance maximale, le programme procède à la sélection des points de son voisinage qui interviennent dans la prédiction. La recherche des points se fait par un balayage de la grille par une fenêtre de 3x3. En cas d'insuffisance du nombre de points par quadrant et quand la distance le permet, cette fenêtre sera élargie en conséquence. L'affectation d'un point à un quadrant est basée sur les signes de $\Delta\varphi$ et $\Delta\lambda$



$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	quadrant
+	+	I
-	+	III
-	-	IIII
+	-	IV

Tableau III.6 : Statistiques des données validées

	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart type
Δg_{red}	-44.837	26.590	-0.550	5.319
Δg_{pred}	-29.120	26.360	-0.440	3.948
Différence	-19.792	19.772	-0.109	4.222

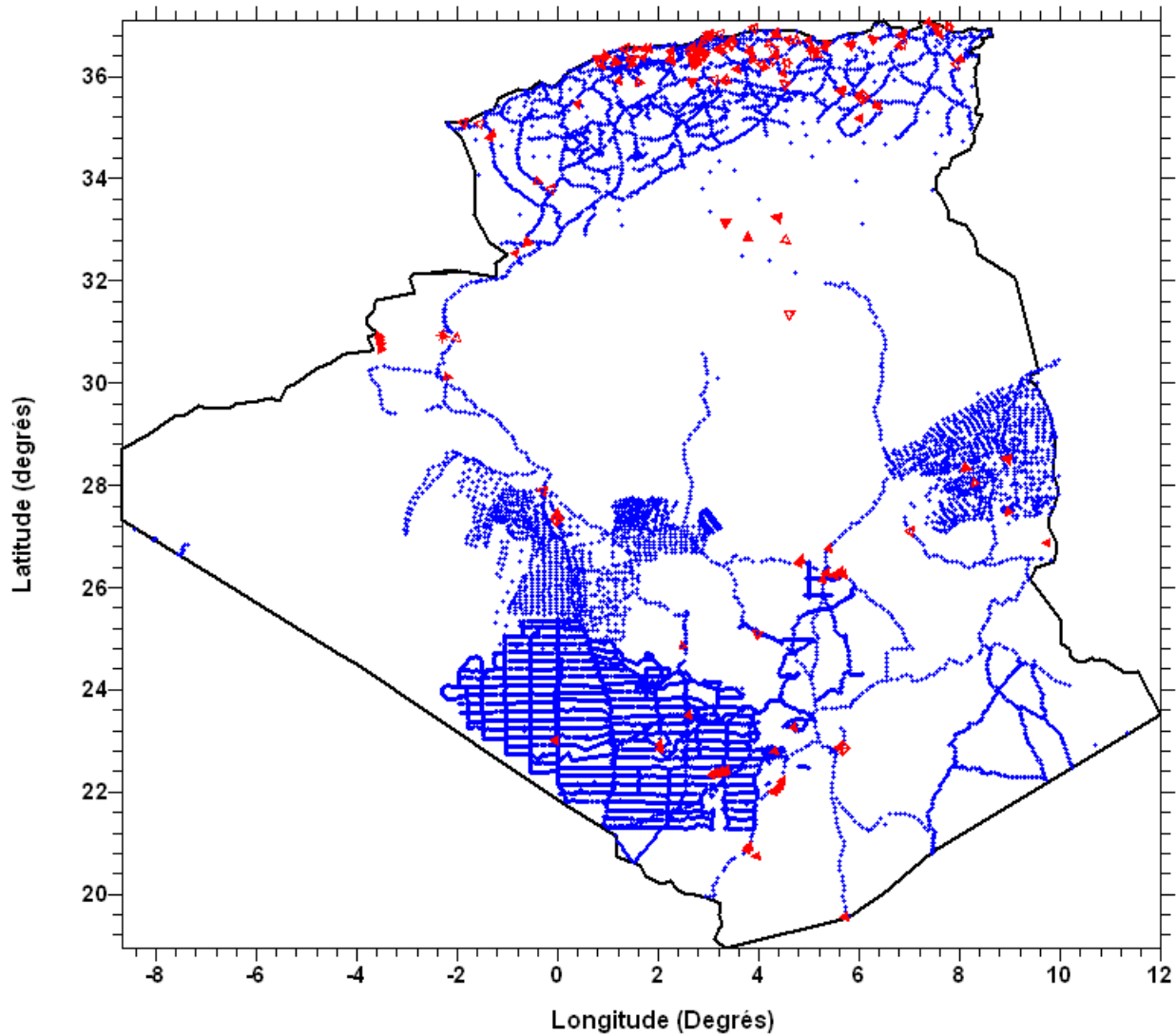


Figure III.12 : Distribution géographique des données validées **Acceptée** (.), **Suspecte** (Δ)
à l'échelle 1 : 2 000 000

Chapitre 4

Calcul du modèle du géoïde et sa validation (Phase : MODELISATION)

4.1- Modèle du géoïde

La modélisation du géoïde est la représentation du géoïde par rapport à un ellipsoïde de référence. L'écart entre le géoïde et l'ellipsoïde de référence est l'ondulation du géoïde (N). Cette position est déterminée au moyen de l'équation fondamentale de la géodésie physique, dont une solution est fournie par la formule de Stokes. Cette détermination fait appel à des mesures de gravité g réduites à la surface du géoïde, ce qui implique des hypothèses sur les densités.

4.2- Calcul du géoïde gravimétrique

La détermination du modèle du géoïde a été effectuée en deux étapes. Dans la première, la technique de retrait-restauration associée à la Transformée de Fourier 1D-FFT (Haagmans et al., 1993) pour la prédiction des hauteurs géoïdales résiduelles, a été appliquée pour le calcul du géoïde gravimétrique avec une densité constante ($2,67 \text{ g/cm}^3$) pour la correction topographique tandis que en second étape, nous avons cherché à améliorer la précision de ce modèle, principalement en zones montagneuses en considérant l'effet des variations de densité latérale.

Les calculs sont basés sur le logiciel GRAVSOFTE largement éprouvé et validé par l'IGeS (International Geoid Service, D.I.I.A.R. - Politecnico di milano) (Tscherning, 1994). Il contient des programmes pour la détermination du géoïde, la conversion des données d'altimétrie en données gravimétriques, le calcul de l'effet de terrain, etc. Les méthodes de calcul sont principalement la collocation par moindres carrés et les techniques de la FFT. Néanmoins, la taille et les formats des données sont des problèmes pratiques souvent rencontrés lors de l'exécution des différentes étapes de calcul. Des étapes intermédiaires pour la partition des données (réduire la taille des fichiers) et le changement des formats de stockage (Ascii binaire) ont été introduites afin d'adapter les différents modules du logiciel aux données et au matériel existant. En outre, des routines pour le calcul des anomalies de Bouguer et de l'effet indirect ont été insérées dans les programmes afin de permettre le calcul du géoïde à partir des résultats obtenus pour le quasi-géoïde.

La technique utilisée pour le calcul des hauteurs du géoïde par la méthode de FFT est celle de retrait-restauration. La procédure de retrait consiste à retrancher des anomalies à l'air libre observées Δg_{FA} son contenu basse Δg_{GM} et haute Δg_{RTM} fréquences pour obtenir des anomalies résiduelles $\Delta g_{R\acute{e}s}$.

$$\Delta g_{R\acute{e}s} = \Delta g_{OBS} - \Delta g_{GM} - \Delta g_{RTM} \quad (IV.1)$$

Les anomalies résiduelles ainsi obtenues ont une variabilité (déviation standard) fortement atténuée.

On restaure ensuite l'information géoïdale, après calcul ($\Delta g_{R\acute{e}s} \longrightarrow N_{Res}$) en sommant les différentes composantes fréquentielles :

$$N = N_{Res} + N_{GM} + N_{RTM} \quad (IV.2)$$

4.2.1- Correction de terrain

Les corrections de terrain ont été calculées selon le modèle résiduel de terrain (RTM) en utilisant le programme TC. Pour cela, il faut disposer d'un MNT fin, un MNT étendu et un MNT de référence. Notre MNT fin noté MNT0 est un canevas de 15" de résolution. Les autres MNT de résolution respectivement 30" et 5' sont obtenus à partir du MNT0 par une simple moyenne en utilisant le programme TCGRID (Voir Figure IV.1).

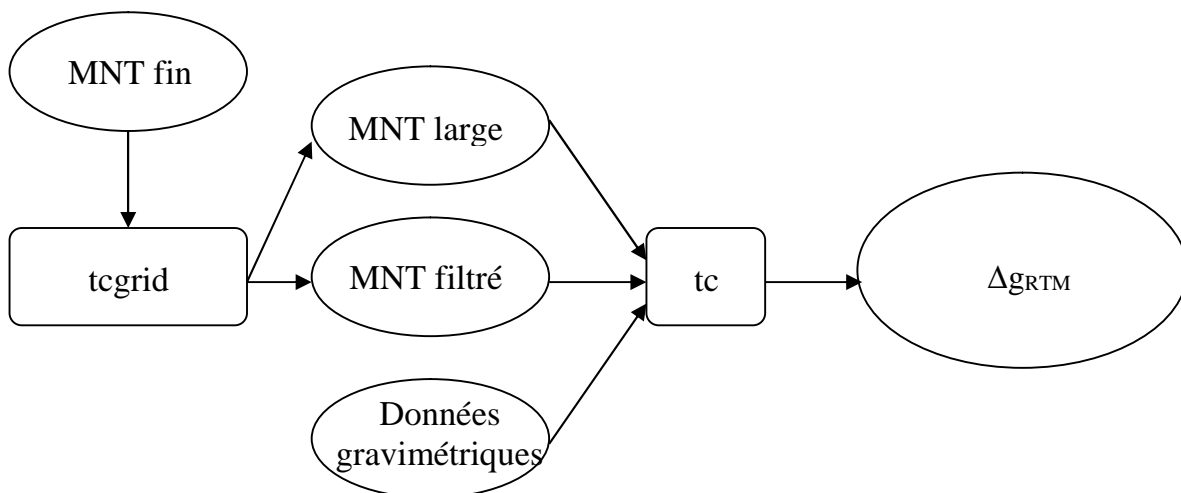


Figure IV.1 : Processus de calcul des corrections de terrain selon la réduction RTM

Par ailleurs, on a déjà mentionné que pour calculer l'effet du RTM sur une station, on doit tenir compte des irrégularités topographiques locales jusqu'à une certaine distance. La zone de terrain utilisée dans les calculs de cette correction en chaque point est appelée zone d'influence. La question est de savoir jusqu'à quelle limite, on doit tenir compte de l'effet du terrain ?

Dans ce contexte, et en premier lieu, nous avons sélectionné aléatoirement quelque centaine de stations. Leur situation géographique est représentée sur la Figure IV.2. La Figure IV.3 représente la carte des différences entre les altitudes de ces stations et celles interpolées à partir du MNT au moyen d'interpolation par les splines. Des dispersions importantes peuvent être constatées dans les régions montagneuses et dans le sud du pays. Par la suite, nous avons procédé au calcul des corrections de terrain sur les anomalies de gravité du réseau test suivant la réduction RTM jusqu'à des distances de 60, 80, 100 et 150 km. Les résultats des tests sont présentés dans Le tableau IV.1 (Voir Annexe 1). On peut constater qu'à partir de 100 km, l'effet du RTM change de quelques centièmes de milliGals.

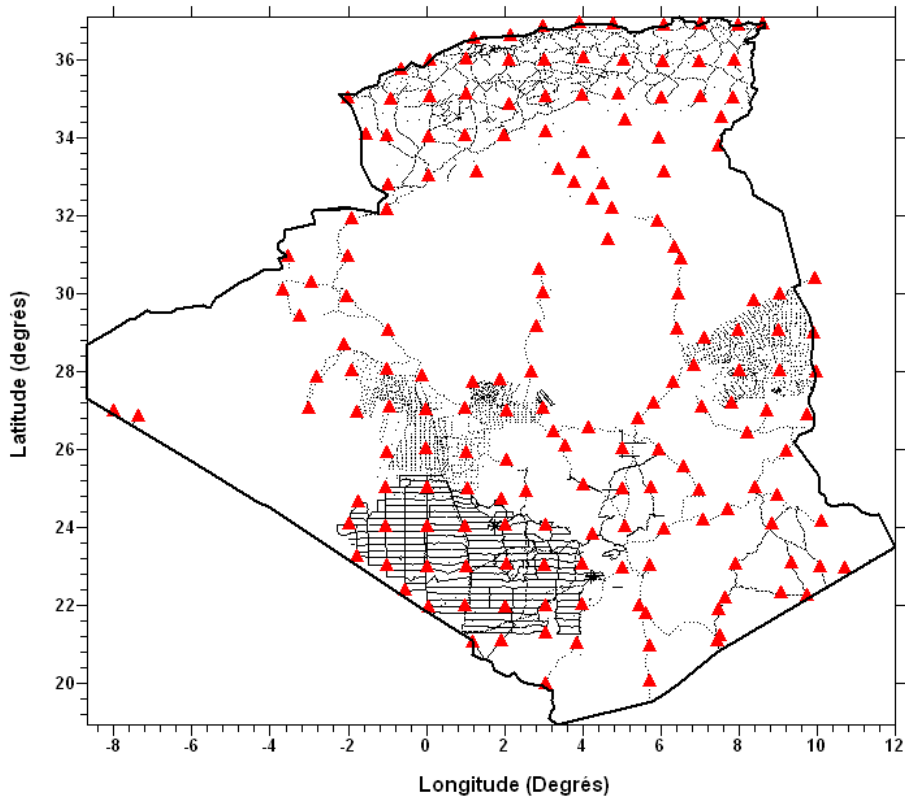


Figure IV.2 : Répartition géographique des stations test. à l'échelle 1 : 2 000 000

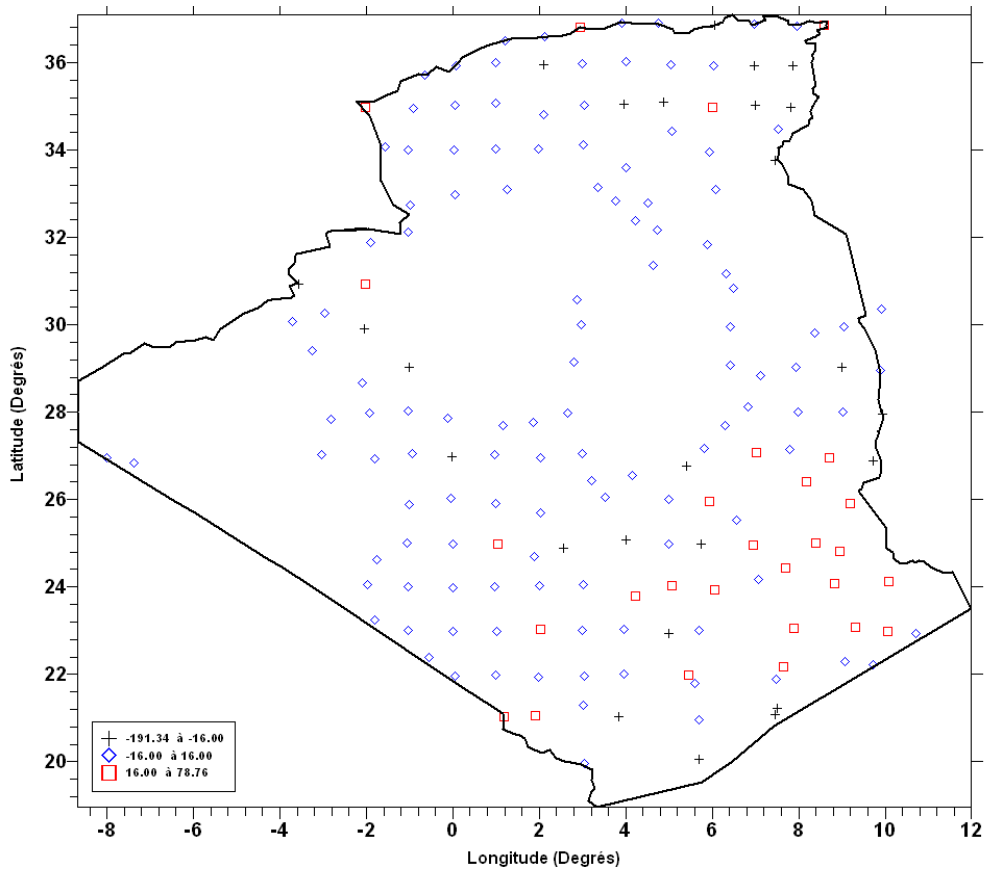


Figure IV.3 : Carte des différences, en mètres, entre des altitudes des stations du réseau test et celles interpolées à partir du modèle SRTM. à l'échelle 1 : 2 000 000

4.2.2- Modèle géopotential

Le modèle géopotential EGM2008 développé jusqu'au degré 2159 et ordre 2190 a été retenu comme modèle de référence pour retirer et restaurer respectivement les contributions de grandes longueurs d'onde sur les anomalies de gravité et les ondulations du géoïde. Le programme **harmonic_synth_v02** a été utilisé pour le calcul de ces contributions.

4.2.3- Procédure de calcul

Le calcul des effets de la topographie en accordant la réduction RTM a été basé sur deux grilles d'élévations MNE fin et large de résolution 15" x 15" et 30" x 30", lesquels ont été utilisé jusqu'à des distances de 20km et 100 km, respectivement. La surface de référence de résolution 5' x 5'; nécessaire pour la réduction RTM, a été formée à partir du MNE fin en utilisant le programme TCGRID. Les statistiques, en mGals, des données réduites sont résumées dans Le tableau IV.1

Tableau IV.1 : Statistiques des anomalies à l'air libre résiduelles (Processus de retrait).

Anomalies	Minimum	Maximum	Moyenne	σ
Δg_{FA}	-129.701	268.683	-0.513	34.867
$\Delta g_{FA} - \Delta g_{EGM2008}$	-44.837	64.817	0.915	5.470
$\Delta g_{R\acute{e}s} = \Delta g_{FA} - \Delta g_{EGM2008} - \Delta g_{RTM}$	-34.634	67.800	1.173	5.315

Après l'opération de retrait, on obtient des anomalies résiduelles beaucoup plus lisses que les anomalies gravimétriques observées. La déviation standard des données se réduit de 34.867mGals à 5.315mGals (une réduction de 75%). On construit ensuite la grille des anomalies résiduelles de résolution 5'x5' en utilisant la technique de prédiction par collocation. La valeur de chaque nœud de la grille est calculée à partir des 5 points les plus proches du point de prédiction, en utilisant le modèle de covariance de Gauss-Markov avec une distance de corrélation prise égale à 15km ; calculée à partir de la fonction de covariance empirique des anomalies résiduelles (Voir Figure IV.4) et en ayant supposé une erreur de mesure de 2mGals.

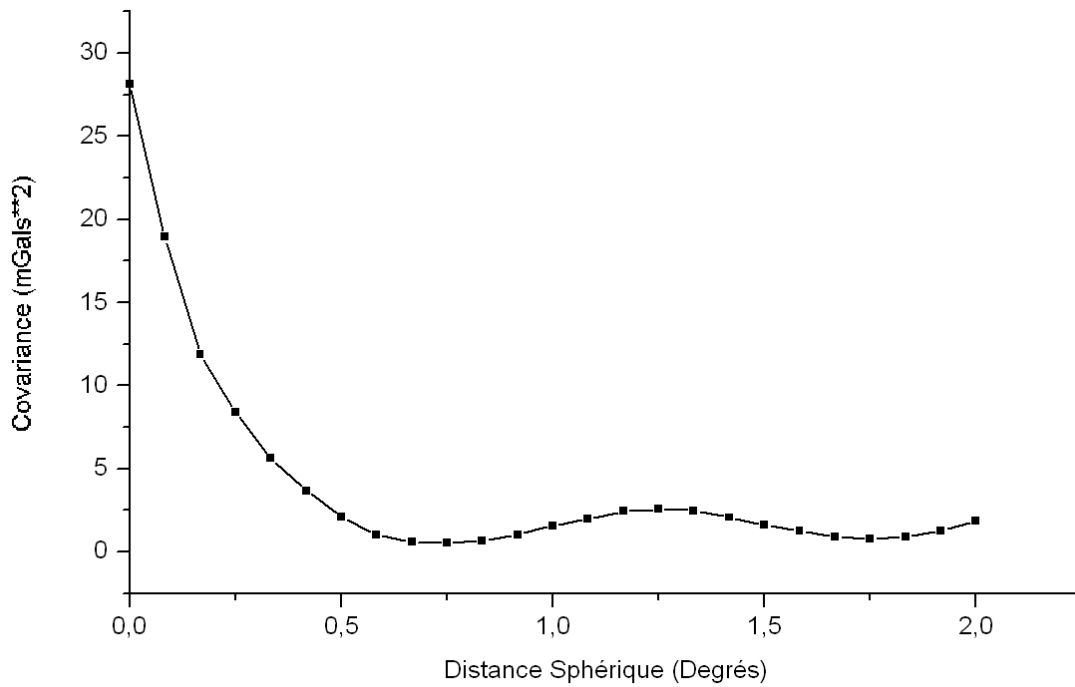


Figure IV.4 : Fonction de covariance empirique des anomalies résiduelles.

Ensuite, la grille des anomalies résiduelles a été convertie en anomalies de hauteur résiduelle (ζ_{Res}) en utilisant la technique de la FFT sphérique implémentée dans le programme **GEOFOUR** du Logiciel **GRAVSOFT**. La Figure IV.5 représente les hauteurs résiduelles du géoïde, tandis que leurs statistiques ainsi que celles du géoïde final sont regroupées dans Le tableau IV.3. On remarque que les ondulations du géoïde sont dominées par le modèle géopotential EGM2008. En outre, on notera que sur le territoire Algérien, l’effet indirect sur le géoïde est de l’ordre du centimètre à l’exception des zones montagneuses où il atteint quelques décimètres (voir Figure IV.6). La grille 5' x 5' de la hauteur du géoïde sur le territoire national (après évidemment rajout de la hauteur du géoïde du modèle global de référence EGM2008 et la restauration de l'effet du RTM) est représentée sur la Figure IV.7 avec des contours tous les 2m.

Tableau IV.2 : Statistiques des différentes composantes fréquentielles du géoïde [Unité : mètre]

Unité : Mètre	Minimum	Maximum	Moyenne	σ
N _{res}	-0.298	1.198	0.367	0.254
N _{EGM2008}	21.505	57.472	36.371	8.557
N _{RTM}	-0.118	0.298	0.004	0.017
Géoïde (N)	21.22	58.03	36.41	8.75

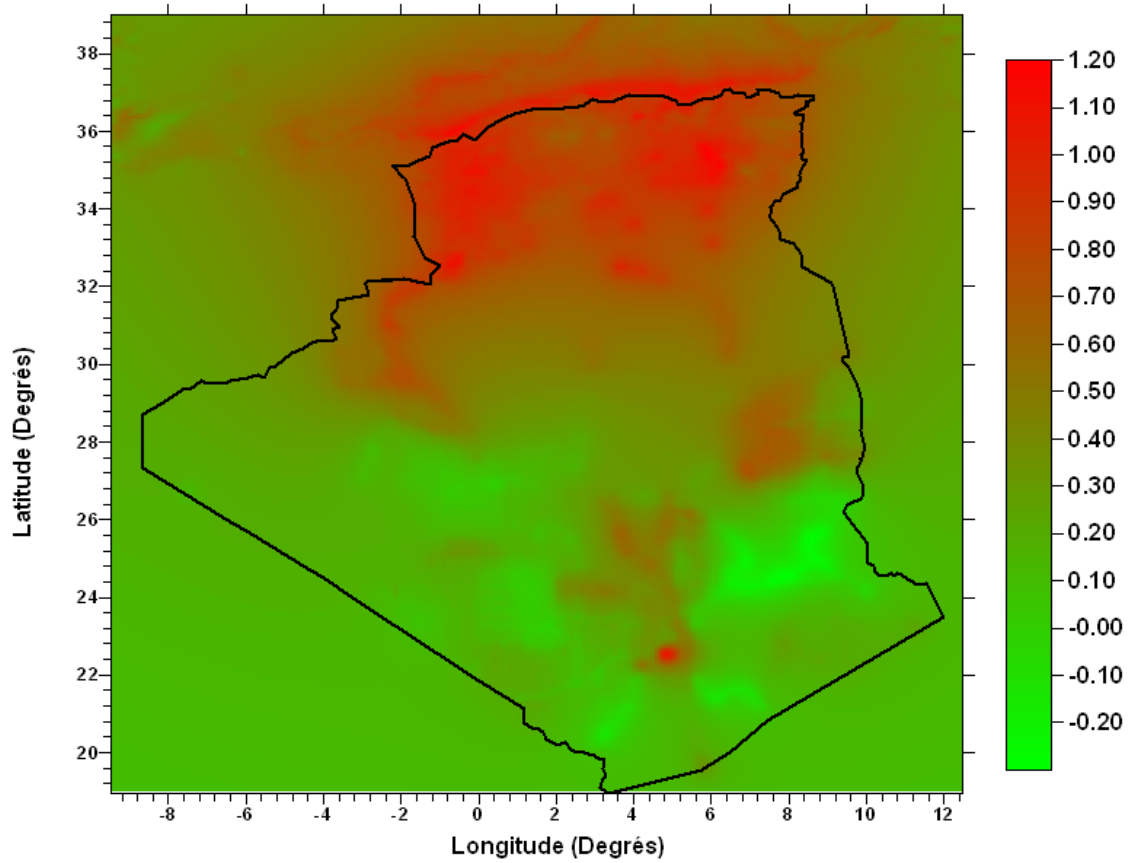


Figure IV.5 : Géoïde résiduel [Unité : mètre] à l'échelle 1 : 2 000 000

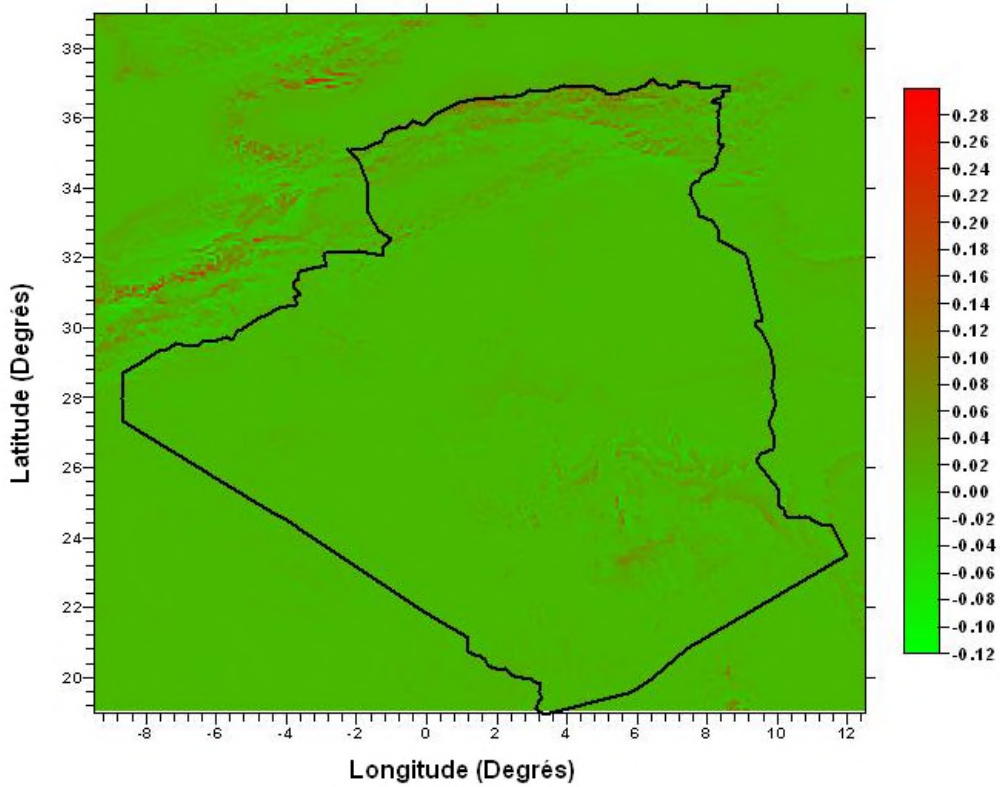


Figure IV.6 : Effet indirect sur le géoïde [Unité : mètre] à l'échelle 1 : 2 000 000

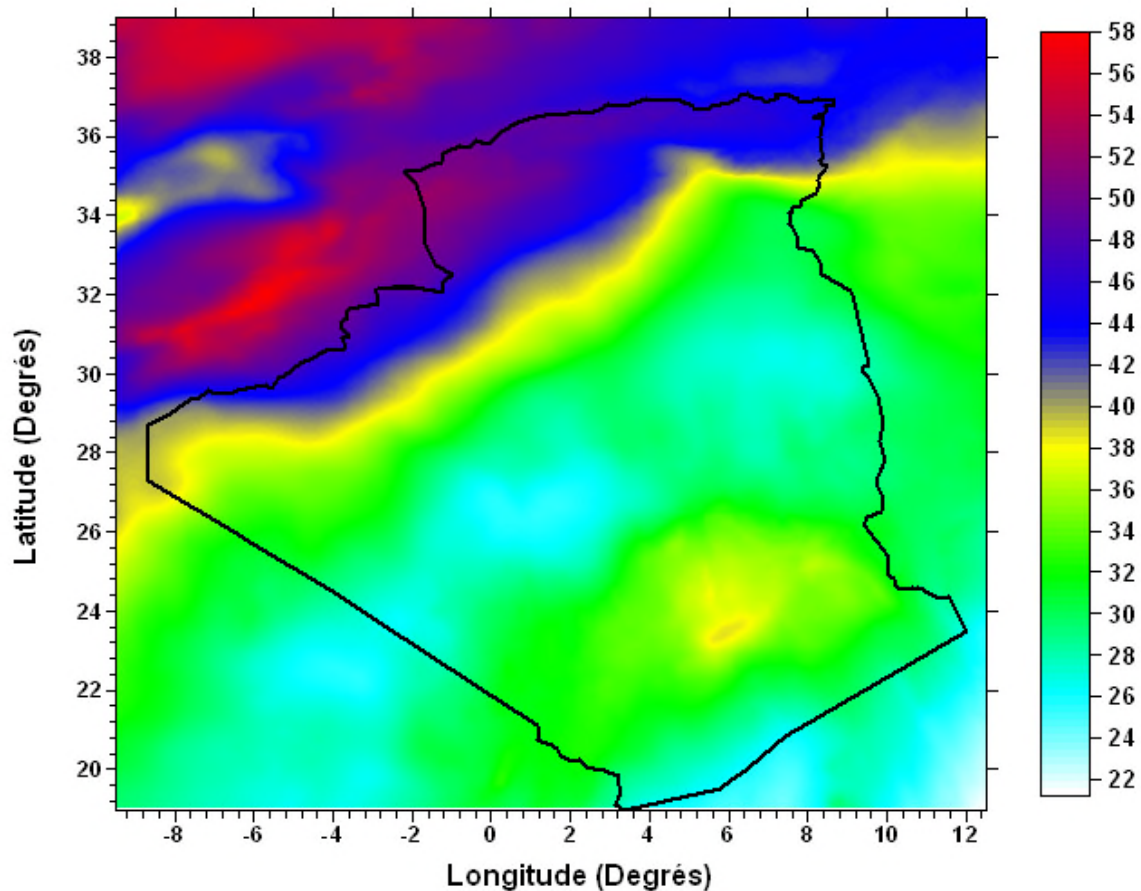


Figure IV.7 : Carte du géoïde gravimétrique Algérien [Unité : mètre]
(Intervalle des contours 2 m) à l'échelle 1 :2 000 000

4.3- Evaluation de l'effet de variation de la densité latérale sur le modèle du géoïde

4.3.1- Effet de variation de la densité latérale

La hauteur du géoïde obtenue directement par la théorie de Stokes est tributaire de la densité des masses topographiques. Cependant, l'utilisation d'une densité constante (2.67 g/cm^3) introduit des erreurs sur les anomalies de gravité réduites et par conséquent, sur le géoïde. Plusieurs investigations ont étudiés l'effet de la variation de la densité latérale sur les ondulations du géoïde. En 1993, Martinec a précisé, théoriquement, que la variation latérale de densité des masses topographiques peut présenter des erreurs sur le géoïde de l'ordre de décimètre dans les zones montagneuses. En 1998, Fraser a développé un système basé sur les SIG pour calculer des corrections de terrain en utilisant des valeurs réelles de densité de roches. Les résultats montrent qu'au Canada, les corrections de terrain sur la gravité peuvent changer de quelques mGals quand la densité topographique réelle est utilisée. En 1999, Pagiatakis a montré que l'effet des variations de densité latérale sur le géoïde peut atteindre presque 10 cm dans la région de Skeena et plusieurs millimètres dans la région du nouveau Brunswick, où le terrain est considéré comme modéré. En 2004, Sjoberg a prouvé que l'effet totale causé par la variation de la densité latérale sur le géoïde pour le lac le plus profond sur terre (lac Bajchal) et pour la plus haute montagne de la terre (Everest) peut atteindre jusqu'à $\pm 1.5 \text{ cm}$ et à $\pm 1.78 \text{ m}$, respectivement.

En conclusion, ces résultats suggèrent que l'effet de variation de la densité latérale topographique est assez significatif et doit être pris en compte dans la détermination d'un modèle précis de géoïde, particulièrement, dans les régions montagneuses.

4.3.2- Construction du modèle réel de densité topographique à partir de la carte géologique

En général, un modèle numérique de densité à trois dimensions est nécessaire pour fournir une meilleure description de la répartition des masses topographiques terrestres. Malheureusement, le développement d'un tel modèle est une tâche difficile voire impossible. Une carte géologique fournit, en général, quelques informations sur le comportement de la roche superficielle avec la profondeur. De tel modèle qui demeure approximatif améliorerait, sans doute, le processus de réduction de la gravité en vue d'une détermination précise de géoïde plutôt que de supposer une densité standard.

Dans le cadre de cette thèse, l'approche de la carte géologique a été adoptée pour générer le modèle de variation de la densité latérale. L'établissement de la carte géologique nationale rentre dans les prérogatives du Service Géologique National. Ce service institué au niveau de l'ANGCM, a lancé un programme national de cartographie géologique et d'inventaire minéral appuyé par la mise en place de la banque nationale de données géologiques (BNDG) en cours de réalisation et ce, pour répondre à la demande des opérateurs miniers, des scientifiques et des institutions de l'Etat.

L'ANGCM a confié à l'ASAL dans le cadre d'une convention particulière établit en mars 2008, un projet portant sur l'actualisation et la finalisation de la carte géologique de l'Algérie à l'échelle du 1/2 000 000 avec l'appui de l'imagerie ALSAT-1. Cette action s'inscrit dans la promotion et le développement de l'outil spatial au service de la cartographie géologique et de l'inventaire des ressources minérales. La figure IV.8 illustre la carte géologique nationale actualisée et finalisée à l'échelle 1 :2 000 000 avec ses différentes unités géologiques. A noter que jusqu'à présent, la version digitale de la carte géologique nationale n'est pas du domaine public, et par conséquent, nous nous sommes limités uniquement sur la partie nord de l'Algérie. Cette contrainte est, également, liée à la disponibilité des points GPS nivelés sur la partie nord seulement; indispensables à la phase d'adaptation du géoïde gravimétrique pour des fins de nivellement par le GPS.

Schéma synoptique méthodologique de la réalisation de la carte de densité à partir de la carte géologique nationale d'Algérie

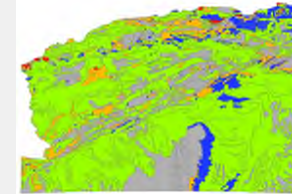
Acquisition et prétraitements des données

Acquisition de la carte géologique nationale



Extraction et stratigraphie de la partie Nord de l'Algérie

Premier résultat : carte de densité 2D



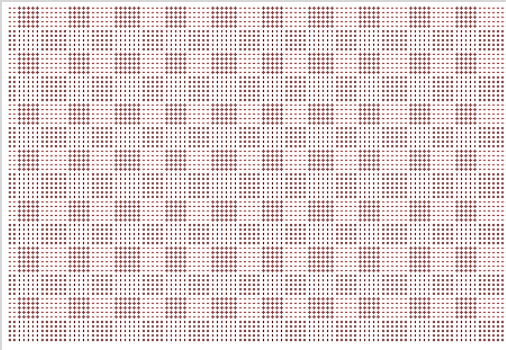
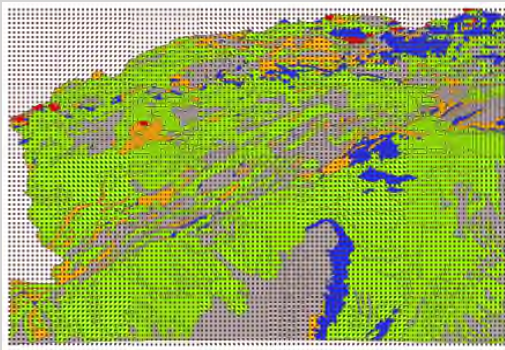
Acquisition du tableau des densités de roches

roches	densité Min	densité Max	densité Moyenne
Albâtre et marbre	2,70	2,80	2,75
Andésite	2,40	2,80	2,60
Anthracite	1,40		1,40
Ardoise	2,80	2,90	2,85
Argile	2,20	2,60	2,40
Asphalte	1,05		1,05

Calcul de la densité moyenne des roches et affectation aux unités

Réalisation de la grille de densité

Extraction des densités selon une grille régulière de résolution 5' X 5' par analyse spatiale sur ArcGis



Calcul de la correction additive:

$$\delta N_{\Delta\rho} \approx -\frac{2\pi G \Delta\rho}{\gamma_0} H^2$$

Insertion de la nouvelle grille contenant les densités dans le modèle du géoïde de référence

4.3.2.1- Acquisition et prétraitements des données

La disponibilité de la carte géologique sous format numérique nous a facilité son intégration sous environnement SIG. L'information principale extraite à partir de cette carte, par analyse spatiale, correspond aux unités géologiques¹. Avant de présenter les résultats de cette phase, nous exposons brièvement quelques notions sur l'analyse spatiale des SIG ; utilisée par la suite dans l'étape de prétraitement.

a)-Analyse spatiale dans les SIG

Les systèmes d'information géographique, se caractérisent par leur performance de combinaison des données thématiques en utilisant les fonctions d'analyse spatiale.

L'expression "analyse spatiale" recouvre un ensemble de théories et de méthodes de recherche qui doivent être assez précisément définies et qui débordent des limites de la géographie, au même titre que les SIG.

L'analyse spatiale est très utile aux SIG puisque par essence elle tire parti de la spatialité de ces derniers. On distingue bon nombre d'analyses spatiales, parmi lesquelles celles portant sur les localisations spatiales, les relations spatiales et finalement sur les structures spatiales.

1. *Localisations spatiales*

La localisation spatiale fait référence au système de coordonnées, à la dimension géographique de l'information. Elle comprend l'étude de la localisation d'un ou plusieurs "objets" géographiques indépendamment de celle des autres.

Le contexte de localisation d'un phénomène est fort différent selon qu'on se situe en matriciel ou en vectoriel.

2. *Relations spatiales*

Les relations spatiales sont bien plus instructives mais elles se basent sur une localisation préalable des entités de la géobase. Il s'agit d'établir des relations entre les objets en fonction de leurs localisations respectives dans l'espace. On pourra alors ou non faire intervenir les attributs. Parmi ces relations spatiales, on compte la distance, la proximité (notamment la contiguïté), la situation (localisation des phénomènes par rapport aux phénomènes du même genre).

3. *Structures spatiales*

La structure des phénomènes dans l'espace est fondamentale. Cette notion, intuitive pour la plupart des gens, est ici formalisée et quantifiée de manière à permettre des évaluations objectives. On parle de distances type, d'analyse centrographique, d'autocorrélation spatiale, etc.

b)-Fonctions populaires d'analyse spatiale

Les fonctionnalités d'analyse spatiale permettent d'effectuer des traitements complexes de données spatiales et de générer de nouvelles informations. Les nouvelles couches géographiques créées peuvent être sauvegardées dans différents formats.

Le tableau suivant présente des exemples sur quelques fonctions du logiciel ArcGIS considéré parmi les logiciels les plus performants en SIG.

¹ L'unité géologique ou bien l'unité de roche est un ensemble des roches groupées selon la composition chimique et l'âge géologique.

Tableau IV.3. Quelques fonctions d'analyse spatiale (pour format vecteur) sous ArcGIS

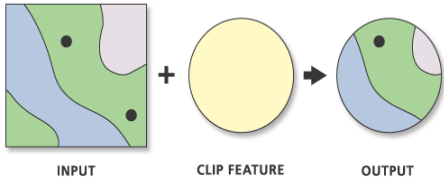
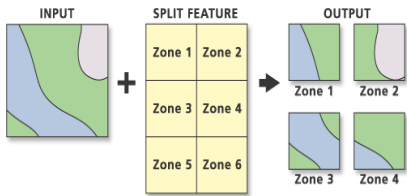
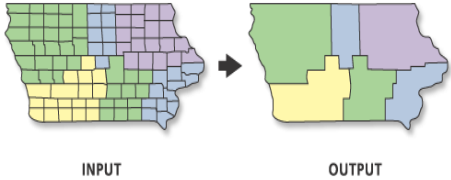
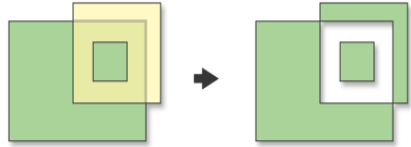
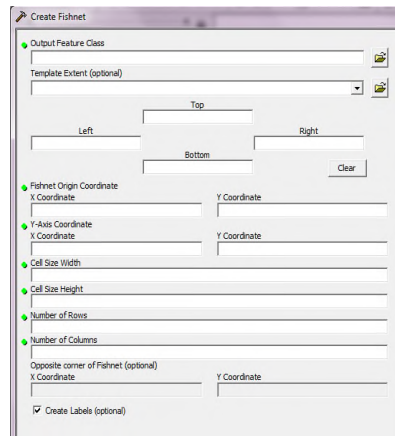
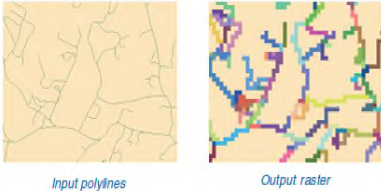
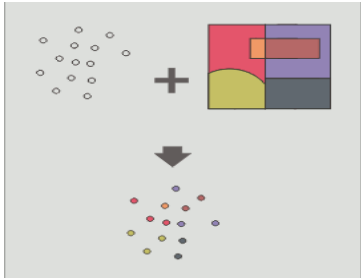
Fonctionne	Icône (Input/Output)	description
Clip (découper)		Permet de découper une couche à partir d'un contour défini par l'utilisateur. Utile pour délimiter une aire de travail. Les objets retenus gardent leurs informations attributaires
SPLIT		Fractionnement des entités d'une couche en fonction des entités d'une autre. Les entités de la couche de fractionnement doivent être de type polygone et avoir un champ de type caractère.
DISSOLVE		Fusion de l'ensemble (ou selon un champ) des entités de la couche en entrée. Les entités en entrée et en sortie ne peuvent être que de type polygone. Il est possible d'ajouter les champs (ou une statistique sur ceux-ci) de la couche en entrée dans la couche de sortie
SYMMETRICAL DIFFERENCE		Intersection des entités de deux couches mais en conservant l'intégralité des entités de la première. Les entités des couches doivent être de type polygone.

Tableau IV.4. Quelques fonctions d'analyse spatiale (pour format raster) sous ArcGIS

Fonctionnalité	Icône (Input/Output)	description
Creates a fishnet of rectangular cells.		Permet de créer une grille sur une zone d'étude. Les coordonnées de l'extension sont remplies automatiquement, d'après le shapefile de la zone d'étude. Indiquer la taille de la maille, Indiquer le nombre de lignes et de colonnes, Un shapefile de points et un shapefile de lignes est créé.

<p>Jointure</p>	<p>INPUT</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr> <th>OBJECT ID#</th> <th>Landuse Code</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Join Fields +</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <thead> <tr> <th>Landuse Code</th> <th>Landuse Type</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>Unclassified</td></tr> <tr><td>1</td><td>shrub</td></tr> <tr><td>2</td><td>water</td></tr> </tbody> </table> <p>OUTPUT</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>OBJECT ID#</th> <th>Landuse Code</th> <th>Join Table Landuse Code</th> <th>Join Table Landuse Type</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>water</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>Unclassified</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>shrub</td></tr> </tbody> </table>	OBJECT ID#	Landuse Code	1	2	2	0	3	1	Landuse Code	Landuse Type	0	Unclassified	1	shrub	2	water	OBJECT ID#	Landuse Code	Join Table Landuse Code	Join Table Landuse Type	1	2	2	water	2	0	0	Unclassified	3	1	1	shrub	<p>Permet d'associer sur une seule couche, des données provenant de plusieurs autres couches de même type. La couche résultat reprend les valeurs et la structure attributaire d'une des couches (couche de référence) spécifiée par l'utilisateur.</p>
OBJECT ID#	Landuse Code																																	
1	2																																	
2	0																																	
3	1																																	
Landuse Code	Landuse Type																																	
0	Unclassified																																	
1	shrub																																	
2	water																																	
OBJECT ID#	Landuse Code	Join Table Landuse Code	Join Table Landuse Type																															
1	2	2	water																															
2	0	0	Unclassified																															
3	1	1	shrub																															
<p>CONVERT FEATURE TO RASTER</p>	 <p style="text-align: center;"><i>Input polylines</i> <i>Output raster</i></p>	<p>permet de convertir les données vectorielles sous format raster matriciel.</p>																																
<p>Spatiale Join (Jointure Spatiale)</p>		<p>Permet de transférer les attributs d'une couche à l'autre sur la base de critères spatiaux. Opération possible sur Le tableau attributaire si on choisit le critère intersection.</p>																																

Parmi les fonctionnalités que nous avons employées, la jointure spatiale. Elle permet la mise en relation des deux tableaux moyennant un critère de jointure de façon analogue pour une jointure sémantique, à la seule différence c'est que dans ce cas le critère de jointure est une relation spatiale [Les attributs de la première table sont annexés à l'autre tableau en fonction de critères spatiaux (emplacement des entités les unes par rapport aux autres)].

Il y a trois principales relations qui sont prises en compte :

- Les objets les plus proches d'un autre objet
- Les objets à l'intérieur d'un autre objet
- Les objets qui intersectent un autre objet

Selon le type géométrique des objets (points, lignes, polygones) mis en relation, il peut y avoir plusieurs possibilités pour la jointure spatiale, mais dans notre cas, nous sommes intéressés au cas de la jointure point de la grille avec un polygone de la carte de densité selon les deux situations possibles suivantes :

Chaque point aura tous les attributs du polygone :

- Dans lequel il est inclus.

Si un point est inclus dans plusieurs polygones (par exemple dans une couche jointe contenant des polygones superposés), les attributs du premier polygone trouvé seront joints.

● Le plus proche

Un champ supplémentaire indiquera la proximité du polygone (en unité de la carte). Le polygone contenant le point est considéré comme le polygone proche de ce point (distance égale à 0).

Ce deuxième cas a été utilisé pour générer la grille du modèle de densité latérale sur la partie nord de l'Algérie. La figure IV.9 illustre un extrait de la carte géologique nationale sur la partie nord de l'Algérie. Elle est composée de 33 unités fondamentales.

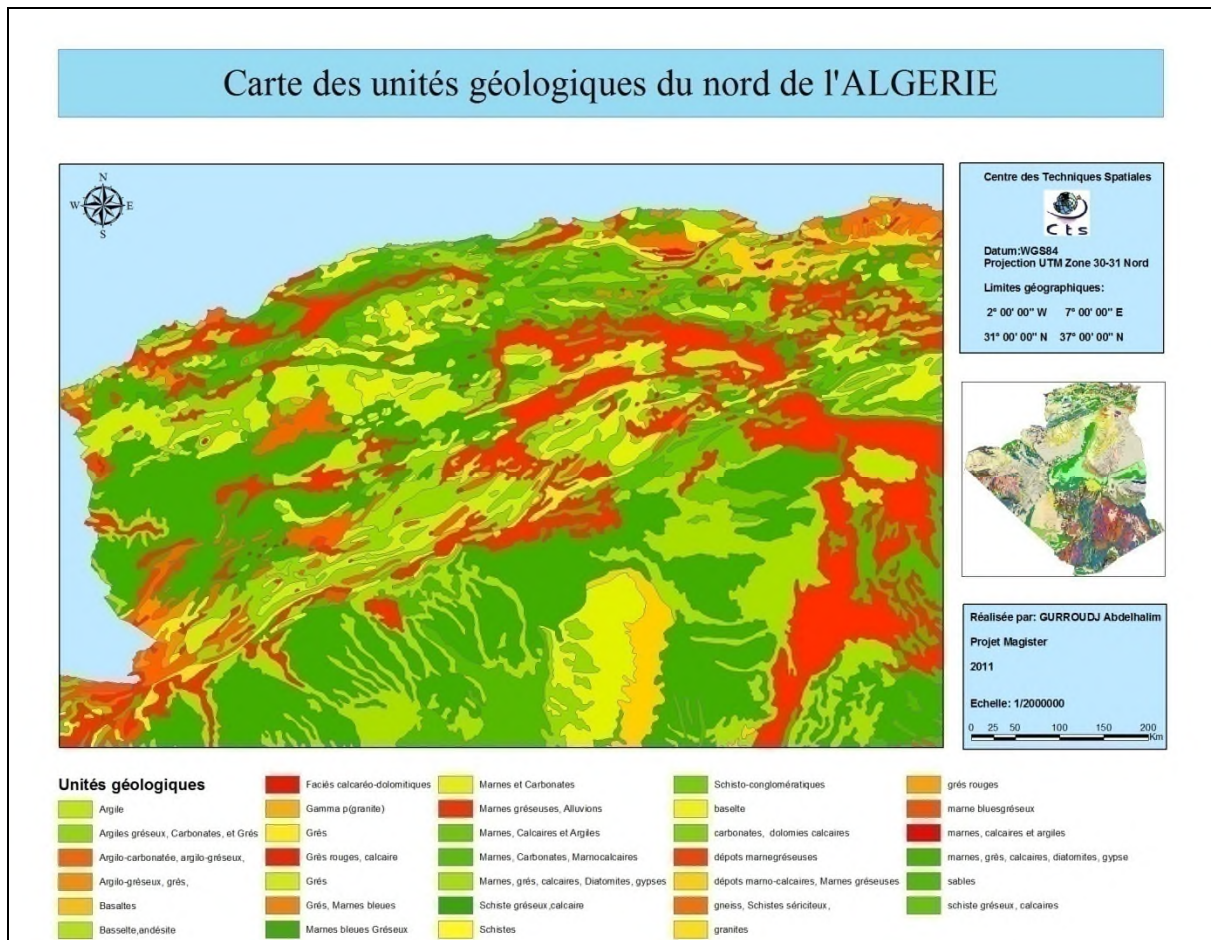


Figure IV.9 : Extrait de la carte géologique sur la partie nord de l'Algérie

c)-Stratigraphie du nord de l'Algérie

La stratigraphie du Nord algérien qui correspond à notre zone d'étude, fait partie du bassin mésogéen. Quatre ensembles paléogéographiques sont distingués : la Meseta oranaise, l'Atlas saharien, le SE constantinois et le domaine tellien. La succession stratigraphique peut se résumer ainsi :

Paléozoïque

• Le **Paléozoïque inférieur** affleure sous forme de gneiss, micaschistes, grès et quartzites dans la partie septentrionale : Monts de Ghar-Rouban, Tiffrit, Traras, Chenoua, Kabylie. Les formations cristallophylliennes anté-Silurien sont mal connues. Puissantes de 4000 à 5000 m en Petite Kabylie,

elles sont recouvertes par un conglomérat suivi de schistes à Graptolites et de calcaires à Tentaculites et Orthocères.

- Au **Dévonien**, la sédimentation comporte des brèches, recouvertes d'un ensemble schisto-gréseux avec calcaires récifaux à Ghar-Rouban, alors que des flyschs se déposent dans les sillons.
- Le **Carbonifère** n'est connu que dans le Djurdjura (faciès continentaux) ; le Viséen schisto-conglomératique de Ghar-Rouban et Tlemcen inclut des épisodes éruptifs.

Mésozoïque

- Le **Trias** évolue d'une sédimentation gréseuse à de puissants dépôts évaporitiques se terminant par des calcaires dolomitiques avec intercalations de volcanites basiques. En Grande Kabylie, une partie du Permien et le Trias inférieur sont constitués de grès rouges surmontés par des calcaires du Mushelkalk en bancs épais ou en plaquettes. Une sédimentation gréseuse rouge reprend ensuite, accompagnée d'intercalations doléritiques. Au Sud, région des Babors, le Keuper, salifère et gypsifère, repose sur les calcaires du Mushelkalk. Cette sédimentation lagunaire s'étend tout le long de la zone tellienne. A l'Est, ce Trias lagunaire, argilo-détritique, évolue en tendance carbonatée au Mushelkalk. En fin de Trias, les dépôts évaporitiques se généralisent.
- Le **Jurassique** débute par une transgression marine ; les faciès calcaréo-dolomitiques à oolithes du Rhétien, reposant sur le Keuper, laissent place à des marnes au Lias supérieur. Dans la Hodna et à Boussaâda, des carbonates comblent la fosse atlasique.

Dans le Tell occidental et la Plate-forme saharienne, les dépôts sont carbonatés (200 m) à l'Hettangien-Sinémurien. A l'Hettangien-Pliensbachien, des calcaires à ammonites, des polypiers, des algues et des dolomies calcaires (200 m) soulignent l'amplitude de la transgression. Au Domérien, l'environnement marin est généralisé en Algérie avec notamment la présence du faciès à ammonitico-rosso dans le Djurdjura.

Le Dogger apparaît dans deux secteurs :

- en Kabylie avec une sédimentation carbonatée réduite;
- dans le Tell (sédimentation argilo-carbonatée épaisse), dans les Hauts-Plateaux et le Môle de Constantine (carbonates), dans la fosse atlasique (2000 m de dépôts argilo-gréseux). A noter que, dans la bordure sud de l'Oranais et de l'Atlas saharien occidental, le Bajocien montre une tendance détritique traduisant une activité fluvio-deltaïque.

Au Malm, les grès s'étendent vers le Nord soulignant une régression. S'opposent alors les domaines marins du Nord et les domaines continentaux deltaïques du Sud. Cependant, au Sud quelques dépôts d'influences marines s'observent encore (Haut-Plateaux et fosse atlasique). A l'Est du méridien Sdrata-Laghout, le milieu est marin jusqu'au jurassique supérieur.

- **Le Crétacé**, détritique et siliceux, affleure dans l'Atlas saharien, où il atteint 1200m de puissance. Au Néocomien-Barrémien, la mer quitte l'Atlas tellien, le Môle de Constantine et le NE de la fosse atlasique. On y observe des alternances d'épisodes argilo-gréseux et de carbonates. A l'Aptien, une transgression carbonatée à récifs marque la sédimentation dans le Hodna et les Aurès ; les grès dominent au sud et à l'Ouest (fluvio-deltaïque). A l'Albien, des grès puis des flyschs se déposent dans l'Atlas saharien alors que dans le Tell, ce sont des faciès argilo-gréseux qui dominent. Dans le SE constantinois, une transgression Crétacé supérieur s'amorce avec des dépôts de carbonates.

Au Cénomanién, la mer est présente, peu profonde au sud (évaporites) ou franchement marine dans le Tell (1000m de marnes pélagiques). Le Cénomanién est néritique (300 à 400m de puissance) à Telagh et Tiaret, carbonaté dans le Hodna.

Le Turonien marneux à lamellibranches et échinodermes couvre tout le Nord algérien à l'exception des Hauts-Plateaux et du constantinois.

Au Sénonien, la sédimentation marno-calcaire se poursuit marquée par un approfondissement marin.

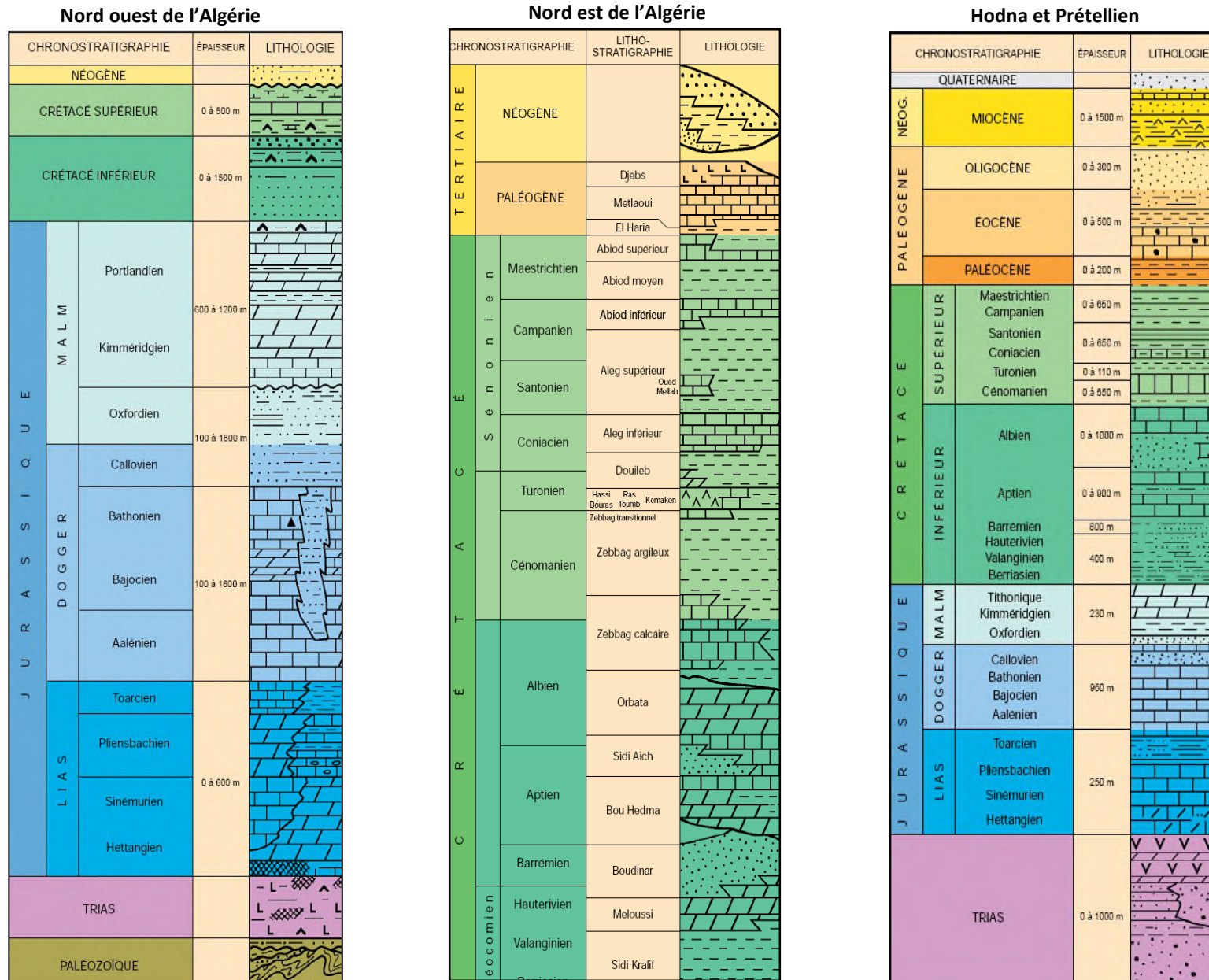
• Cénozoïque

1. Il débute à l'**Eocène** par des dépôts étendus et puissants : marnes, calcaires et argiles dans le Tell ; marnes gypseuses, calcaires phosphatés et à silex du Hodna ; marnes à huîtres.
2. A l'**Oligocène**, la sédimentation est dominée par les grès.
3. Au **Miocène inférieur**, une épaisse série de marnes bleues (1000 m+) accompagne la transgression qui envahit l'Algérie depuis Tlemcen jusqu'à Biskra. S'individualisent les bassins de Tafna, du bas et moyen Chelif, du Hodna, des Sébaou.
4. Au **Miocène supérieur**, la régression au Burdigalien est suivie d'une transgression dans le Chelif (marnes noires ou bleues, sables, grès, calcaires, diatomites, gypse).

Plio-Quaternaire

- Au **Pliocène**, des marnes bleues gréseuses (1000 m) se déposent dans le Chélif et la Mitidja. Partout ailleurs, la sédimentation est lagunaire ou continentale.

Figure II.10 : Stratigraphie du nord de l'Algérie



d)- Densités de roches

Pour générer la carte de densité en deux dimensions (2D) à partir de la carte géologique digitale sous ArcGIS, nous avons utilisé l'information contenue dans la légende publiée par le site internet (www.mineralinfo.org), où chaque unité géologique comprend un ensemble de roches de densités variables. La densité de l'unité géologique sera, alors, la moyenne arithmétique des densités des roches qui la composent. Le tableau suivant présente les différentes densités et les roches correspondantes classées par ordre alphabétique. Il a été complété par des données disponibles au niveau de la Division d'Observation de la Terre du CTS (lignes en couleur jaune).

Tableau IV.5 : Densité des roches

Roches	Densité Min	densité Max	densité Moyenne
Albâtre et marbre	2,70	2,80	2,75
Andésite	2,40	2,80	2,60
Anthracite	1,40		1,40
Ardoise	2,80	2,90	2,85
Argile	2,20	2,60	2,40
Asphalte	1,05		1,05
Basalte	2,60	2,70	2,65
Basalte (compact)	2,70	3,20	2,95
Bauxite	2,60		2,60
Calcaire	2,30	2,90	2,60
Calcaire compact	2,70	2,80	2,75
Charbon	1,00	1,80	1,40
Craie	1,25		1,25
Dacite	2,45	2,55	2,50
Diatomites			2,20
Diorite	2,70	2,90	2,80
Dolomie	2,70	2,80	2,75
Gabbro	2,90	3,10	3,00
Gneiss	2,70	2,80	2,75
Granite	2,40	2,80	2,60
Graphyte	2,20		2,20
Gravier (sec)	1,60	2,00	1,80
Grés	1,80	3,20	2,50
Gypse en poudre	2,25		2,25
Houille	1,80		1,80
Kaolin	2,26		2,26
Lignite	1,20		1,20
Marne	2,30	2,70	2,50
Marbre	2,60	2,90	2,75
Naphte liquide	0,70	0,84	0,77
Péridotite	3,20	3,40	3,30
Rhyolite	2,20	2,70	2,45
Sable sec	1,64	2,00	1,82
Schiste	1,60	2,90	2,25
Syénite	2,60	3,00	2,80
Terre argileuse	1,80	2,00	1,90
Trachyte	2,50	2,80	2,65

Remarque

La plupart des densités des roches qui rentrent dans la composition des unités géologiques de notre zone d'étude sont présentées dans le tableau précédent sauf quelques-unes comme les alluvions, et les conglomérats.

- 1. Les alluvions sont des dépôts de débris plus ou moins gros (sédiments), tels du sable, de la vase, de l'argile, des galets, du limon ou des graviers, transportés par de l'eau courante. Les alluvions peuvent se déposer dans le lit du cours d'eau ou s'accumuler au point de rupture de pente.*
- 2. Un conglomérat est une roche détritique (issue de la dégradation mécanique d'autres roches) composée de morceaux discernables liés entre eux par un ciment naturel. Pour être considérés comme discernables, les morceaux doivent mesurer plus de 2 mm (en dessous de cette taille, on aurait affaire à un grès et non plus à un conglomérat). Les conglomérats sont le plus souvent de nature sédimentaire, mais ils peuvent également être volcaniques.*

Beaucoup de conglomérats ont été formés au moment où la mer envahissait une surface primitivement continentale (transgression), dans une zone basse (poudingue sparnacien de Nemours, au sud de Fontainebleau).

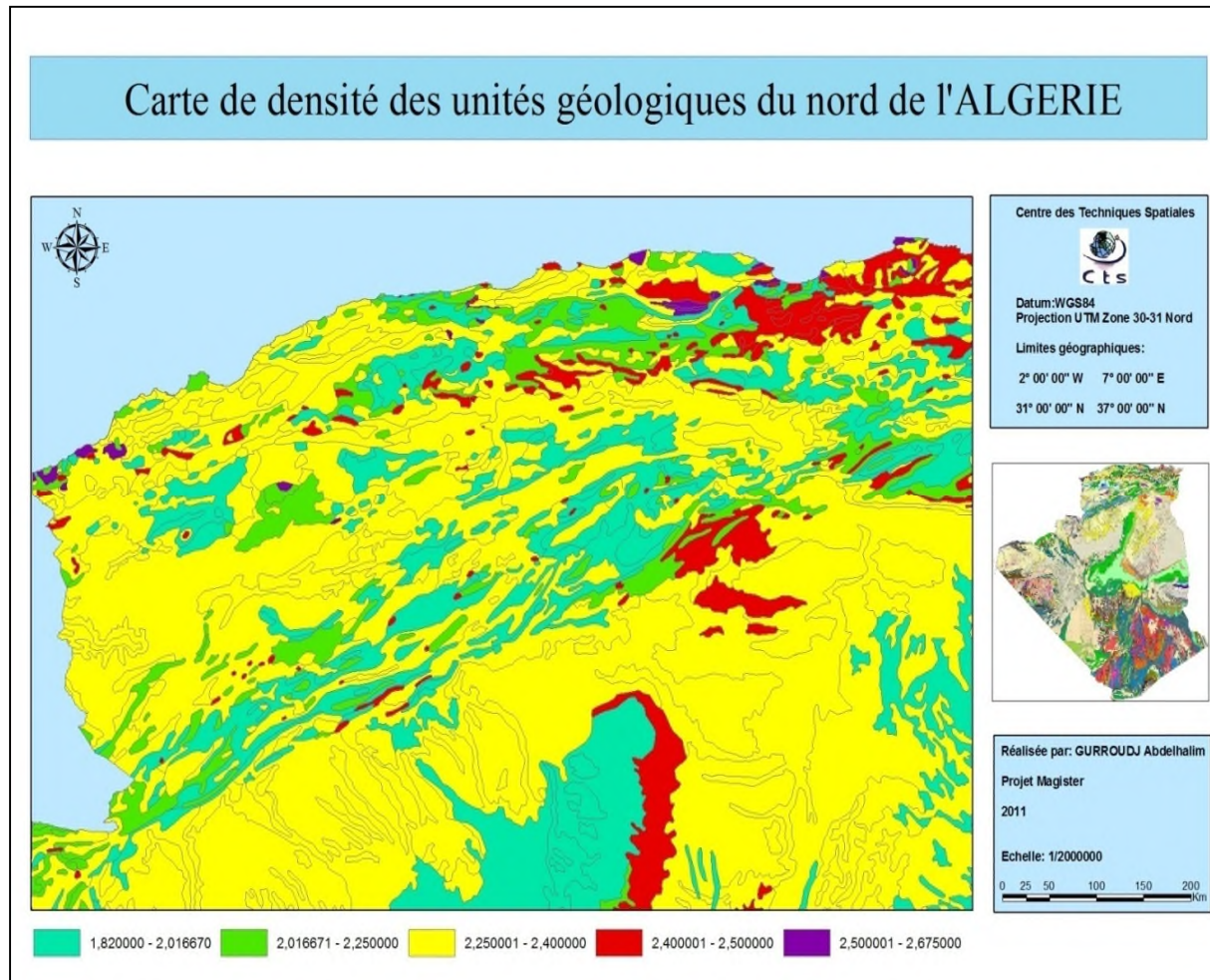
4.3.2.2- Réalisation de la carte de densité

Sur la base des traitements effectués précédemment, nous avons attribué pour chaque unité géologique, la moyenne de densité des roches qui la composent. Le tableau suivant présente la composition rocheuse de chaque unité géologique.

Tableau IV.6 : Composition rocheuse des unités géologiques

L'unité géologique	Composition rocheuse
Volcanisme-miocène	Basalte, andésite
Dévon-carbonifère	Schiste gréseux, calcaire
Socle-kabyle	Gneiss, schistes sériciteux
Granite-paléozoïque	Granite
Quaternaire	Marnes gréseuses, alluvions
Holocène	Dépôts marne-gréseuses
Basaltes-quaternaire	Basaltes
sables dunaires	Sables
Pléistocène	Marne blues-gréseux
Granites-cénozoïque	granites
Pliocène	Marnes bleues Gréseux
Miocène	marnes, grès, calcaires, diatomites, gypse
Oligocène	Grès
Oligo-miocène	Grés, Marnes bleues
Eocène	marnes, calcaires et argiles
Néogène	Marnes, grés, calcaires, Diatomites, gypses
Volcanisme-néogène	basalte
Paléocène-Eocène	Marnes, Calcaires et Argiles
Crétacé-supérieur	Marnes, Carbonates, Marnocalcaires
Crétacé-inférieur	Argiles gréseux, Carbonates, et Grés
Cénomano-Turonien	Marnes et Carbonates
Crétacé-Tertiaire	dépôts marno-calcaires, Marnes gréseuses
Jurassique-moyen	Argilo-carbonatée, argilo-gréseux,
Jurassique-inférieur	carbonates, dolomies calcaires
Jurassique-Crétacé	Argilo-gréseux, grés,
Jurassique	Faciès calcaréo-dolomitiques
Jurassique-supérieur	Grés
Trias	Grès rouges, calcaire
Permo_trias	grés rouges
pennsylvanien	Schisto-conglomératiques
Mississippien	Schistes
Dévonien inférieur	schiste gréseux, calcaires
sebkha	Argile

Figure IV.11 : Représentation des unités géologiques en fonction de leurs densités.



Généralement le Nord-Ouest se compose des unités géologiques suivantes : Quaternaire, Pliocène, Miocène, Crétacé inférieur, Jurassique moyen, Jurassique supérieur, dont la densité varie entre 2.12 et 2.65 g/cm³.

Le Nord-Est se compose principalement de : socle-kabyle, quaternaire, granites-cénozoïque, miocène, oligo-miocène, eocène, et céno-manoturonien dont la densité varie entre 1.95 et 2.6 g/cm³.

La partie Nord-Centrale se compose de : volcanisme, quaternaire, miocène, oligocène, néogène, et crétacé dont la variation de densité est presque identique de celle de la partie Nord-Est, la densité varie de 1.95 à 2.65 g/cm³.

Enfin la dernière partie se situe au sud des trois parties précédentes. Elle se caractérise par la présence des unités suivantes : quaternaire, sable dunaire, pléistocène, pliocène, et néogène dont la densité varie entre 1.82 et 2.4 g/cm³.

Unité géologique	Composition rocheuse	Densité
Quaternaire	Marne gréseuses, alluvions	2.4
Pliocène	Marnes bleues Gréseux	2.35
Miocène	Marne, grès, calcaires, diatomites, gypse	2.37
Crétacé inférieur	Argiles gréseux, Carbonates et Grès	2.01667
Jurassique moyen	Argilo-carbonatée, argilo-gréseux	2.125
Jurassique supérieur	Grès	2.3

Les résultats montrent une variation remarquable en densité des roches avec une valeur maximale et minimale de 2,675 et 1,82 g/ cm³, respectivement.

On a procédé à l'extraction d'une grille de densité de même résolution que celle du modèle du géoïde gravimétrique ; utilisé comme modèle de référence.

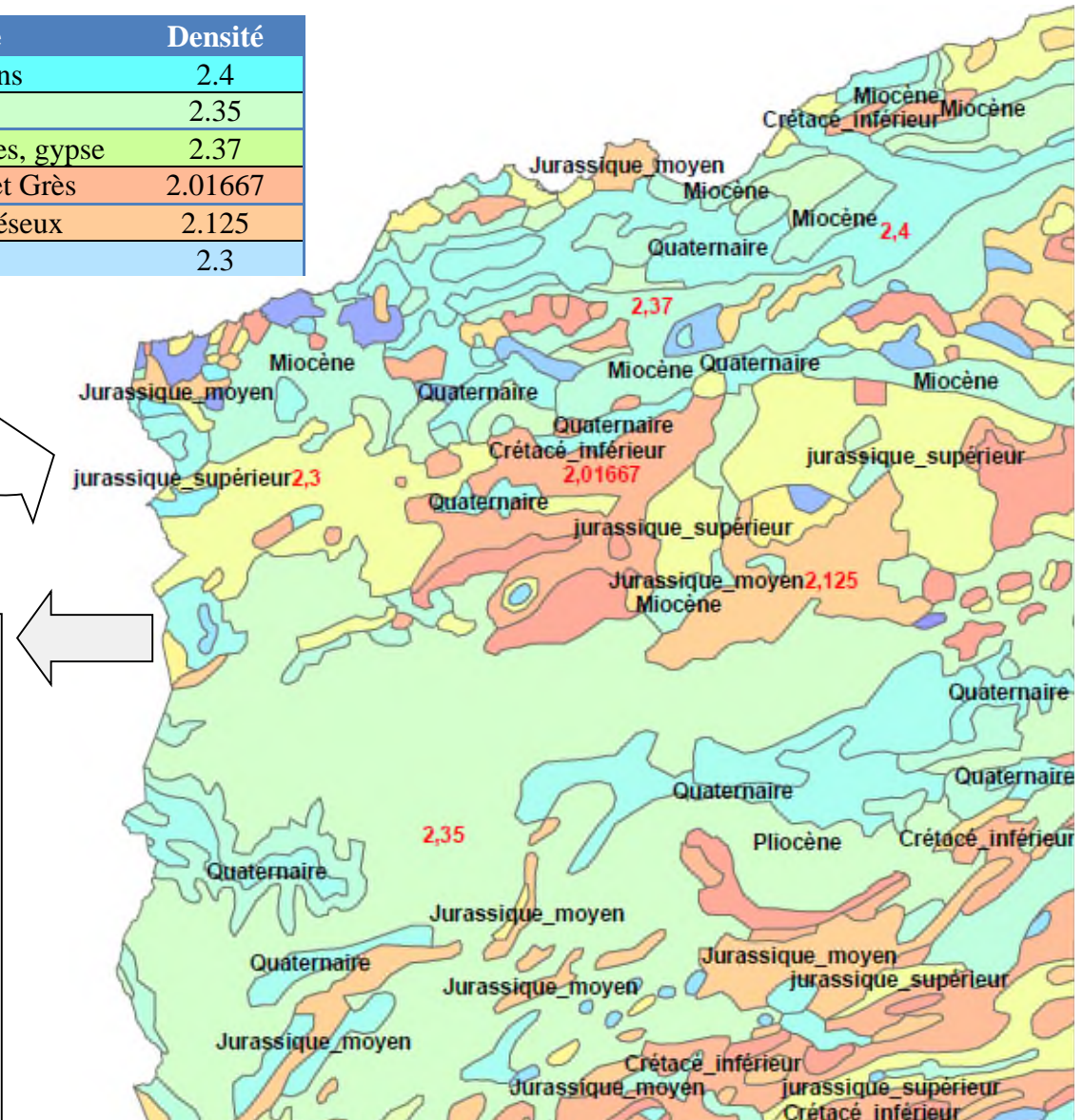
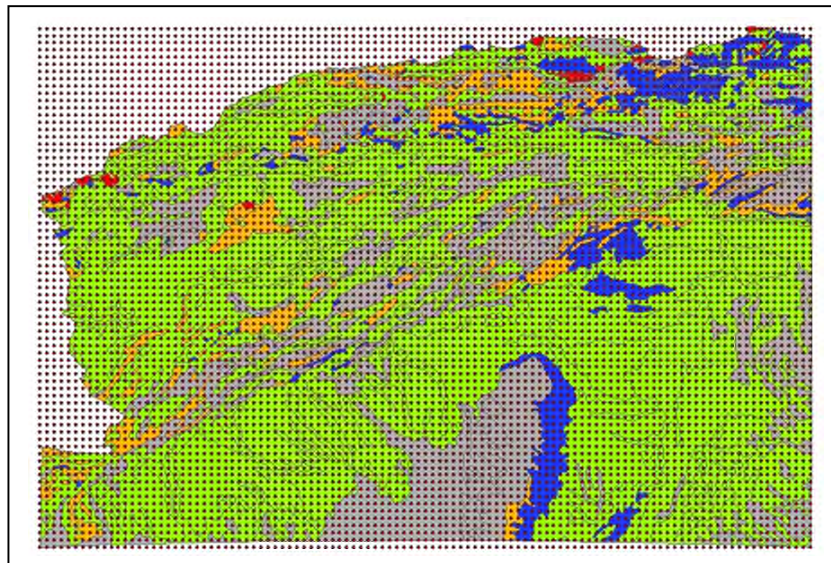


Figure 4.12 : Extraction de la grille finale par application des fonctions d'analyse spatiale

En conclusion, nous avons opté pour la solution géologique afin de créer la carte de densité que nous allons l'intégrer par la suite (après la dérivation d'une grille de valeurs prises avec un pas identique à celui du modèle de géoïde utilisé comme référence) dans le processus de détermination du géoïde.

L'examen du produit cartographique final montre l'existence d'une vaste dispersion de densité qui varie entre 1.82 et 2.675 g/cm³, et prouve que la densité constante 2.67 g cm⁻³ utilisée dans le processus classique de Stokes peut constituer une des sources d'erreurs limitant la précision du modèle du géoïde calculé.

4.3.3)- Effet de la variation de la densité sur le géoïde

En référence au chapitre II, au lieu de calculer séparément les contributions relatives aux variations de la densité latérale sur les effets direct, continuation descendante et indirect, Sjoberg a montré que l'effet total sur le géoïde dû à une anomalie sur la densité latérale peut être représenté par une simple correction proportionnelle à la variation de la densité et au carré de l'altitude du point considéré. L'expression de l'effet combiné de la topographie sur le géoïde est approximé par

$$\delta N_{comb}^t \approx -\frac{2\pi\mu}{\gamma_0} H^2 \quad \text{avec } \mu = G\rho \quad (IV.3)$$

Où G est la constante gravitationnelle et $\rho = \rho(\theta, \lambda)$ est la valeur de la densité topographique latérale au point de calcul de Co-latitude θ , de longitude λ , et d'altitude H .

Cependant, si la densité de la topographie au point de calcul est $\rho = \rho_0 + \Delta\rho$ avec ρ_0 une densité standard (2.67 g/cm³) et $\Delta\rho = \Delta\rho(\theta, \lambda)$ est la variation de la densité latérale par rapport à la densité standard, alors l'effet total de $\Delta\rho$ sur l'ondulation du géoïde est donnée par

$$\delta N_{\Delta\rho} \approx -\frac{2\pi G\Delta\rho}{\gamma_0} H^2 \quad (IV.4)$$

Pour le calcul de cette correction, nous avons utilisé le modèle numérique d'élévation (MNE) précédent de résolution 15" (~450 m) couvrant la région limitée par $15^\circ \leq \varphi \leq 40^\circ$ et $-15^\circ \leq \lambda \leq 15^\circ$ et qui a été généré à partir du modèle SRTM 3" (~100 m).

L'effet total de la densité sur le géoïde causé par la variation latérale de la densité des masses topographiques a été calculé en utilisant la formule IV.4, sur une grille couvrant uniquement la partie nord de l'Algérie entre les limites $[31^\circ, 37^\circ]$ en Latitudes et $[-2^\circ, 7^\circ]$ en Longitudes avec un pas de 5'x5' (même résolution que celle du géoïde utilisé). La Figure IV.12 montre l'effet du modèle de variation de densité sur le géoïde. Il varie entre 0 et 13cm et qui demeure non négligeable pour une détermination centimétrique du géoïde.

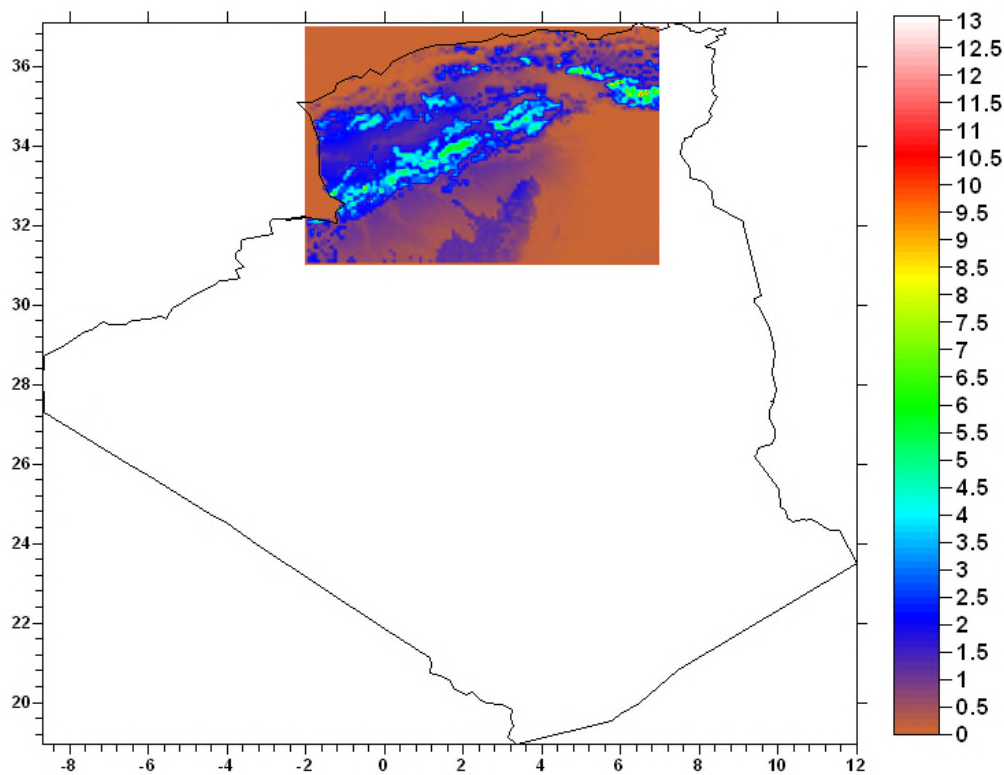


Figure IV.13 : Effet sur l'ondulation du géoïde résultant de l'utilisation du modèle de densité réelle (en cm)

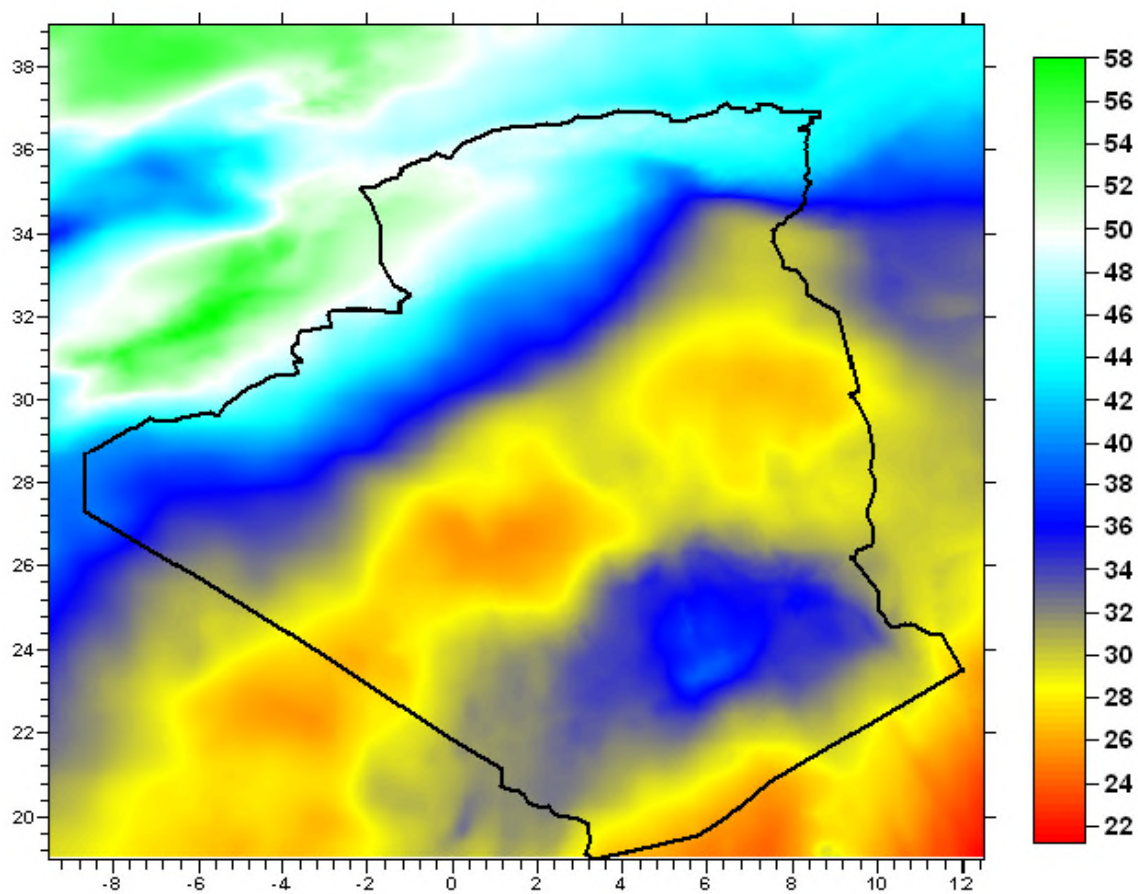


Figure IV.14 : Carte du modèle du géoïde gravimétrique corrigé (Intervalle contours 2m)

4.4- Comparaison des modèles de géoïde avec les données GPS/Nivellement

En général, il existe deux méthodes pour l'évaluation de la précision des modèles du géoïde déterminés par voie gravimétrique. La première considérée comme interne permet de calculer la matrice de covariance du modèle local du géoïde moyennant la loi de propagation des erreurs sur les altitudes, la pesanteur locale et les coefficients harmoniques du modèle géopotentiel intégrés dans la solution finale du géoïde. Cette matrice pourra être utilisée dans l'ajustement combiné des différents types d'altitudes autant qu'une matrice initiale de covariance.

La seconde approche, largement utilisée en pratique, fait intervenir comme valeurs de contrôle, les ondulations du géoïde obtenues par colocation GPS/Nivellement pour évaluer la précision externe du modèle du géoïde local. Les hauteurs du géoïde calculées par voie gravimétrique N_{grav} sont comparées aux ondulations du géoïde dérivées à partir des observations GPS et de nivellement de précision $N_{\text{GPS/Nivellement}}$ tel que :

$$N_{\text{GPS/Nivellement}} = h - H \quad (\text{IV.5})$$

où h est l'altitude ellipsoïdique obtenue par GPS et H est l'altitude orthométrique déterminée par nivellement.

Les statistiques des écarts $\Delta N = |N_{\text{Grav}} - N_{\text{GPS/Nivellement}}|$ offrent une évaluation empirique externe de la précision du modèle du géoïde gravimétrique. Leur analyse montre l'existence, dans la plupart des cas, des écarts importants d'ordre métrique, supérieurs aux précisions à la fois du GPS/nivellement et interne du géoïde gravimétrique. Cependant, ce type d'évaluation exige que les données GPS et de nivellement soient de bonne qualité et exemptées d'erreurs et par conséquent, elles peuvent être utilisées dans l'adaptation du géoïde gravimétrique. Ainsi, les ondulations du géoïde sont toujours affectées par la qualité et la densité des données GPS et de nivellement, lesquelles, sont toujours prises comme données de référence dans l'étude de la qualité du modèle du géoïde local. Cette approche fournit un moyen de contrôle sur la façon dont ces modèles approchent-ils les données GPS/Nivellement, mais elle ne peut pas constituer une évaluation indépendante de la précision externe à cause, essentiellement, des erreurs systématiques et des inconsistances dans les datums inhérents aux différents types d'altitudes h , H , N .

Ce nouveau modèle ainsi que les solutions gravimétriques disponibles sur le territoire national ont été comparés avec leurs homologues 48 points GPS nivelés décrits précédemment. Dans le cadre de ce travail, nous nous sommes intéressés qu'aux modèles de géoïde dont l'emprise couvrait au moins la partie nord de l'Algérie, en l'occurrence **EANG** (Europe – Afrique du nord Géoïde) et **AGP** (African Geoid Preliminary). **EANG** est une réalisation du BGI qui couvre largement la Méditerranée Occidentale ; zone comprise entre $-15^\circ \leq \lambda \leq 28^\circ$ et $25^\circ \leq \varphi \leq 55^\circ$, avec un pas de 6' en Latitude et 10' en Longitude. Les anomalies gravimétriques à l'air libre intégrées dans cette solution ont été obtenues à partir de données gravimétriques terrestres, maritimes et de données d'altimétrie satellitaire. Le modèle OSU81 développé jusqu'au degré et ordre 180 a été adopté comme modèle de référence. La méthode de traitement est une variante de la méthode du terrain résiduel dans laquelle la combinaison de la gravimétrie et du modèle de champ est réalisée par l'intégration numérique de la formule de Stokes à noyau régularisé et tronqué jusqu'à une distance sphérique maximale de 6°. La précision absolue sur la hauteur du géoïde est estimée à 1 mètre, tandis que l'erreur relative est de l'ordre de 10 cm avec une résolution d'au plus 500 km, pour une erreur de ± 1 mGal sur les Δg connus sur une grille 6' x 10' et pour un rayon de troncature de 6° (Barriot, 1987).

AGP est un géoïde préliminaire qui couvre le continent africain (Merry, 2005). Cette solution a été basée sur les données suivantes :

- Le modèle global EGM96 développé jusqu'au degré et ordre 360.
- Deux sources de données de gravité :
 - Les anomalies de gravité terrestres ont été obtenues à partir de la Base de données des mesures gravimétriques de l'UCT (University of Cap Town) pour l'Afrique du sud et à partir de African Gravity Project pour le reste de l'Afrique. Une grille de résolution 5'x5' des anomalies de Bouguer a été générée à partir de ces données irrégulières en utilisant la technique de Krigeage, puis convertit en anomalies à l'air libre en employant un DEM de résolution 5'x5'. La valeur de chaque nœud de la grille a été calculée à partir des 5 points les plus proches du point de prédiction.
 - Du côté des données gravimétriques marines, une grille de résolution 2'x2' a été produite par Danish National Cadastre à partir ERS-1.

Ces deux grilles ont été combinées en une seule grille de résolution 5'x5' dans laquelle les cellules vides ont été comblées par les anomalies à l'air libre issues du modèle global EGM96. Enfin et pour des contraintes purement numériques, la grille résultante a été divisée en deux parties nord et sud avec un recouvrement de 4° en Latitude. Le modèle numérique de Terrain GLOBE de résolution 30" a été utilisé dans le calcul des effets topographiques.

Le tableau IV.6 regroupe les statistiques des différences aux points d'appui entre les hauteurs du géoïde prédites à partir des modèles de géoïde et les ondulations du géoïde obtenues par colocation du GPS et du Nivellement. On peut constater que le meilleur accord est obtenu pour le modèle local du géoïde. La déviation standard des différences, avant ajustement, est située au niveau de 17 cm. Elle est de l'ordre de ±25 cm et ±91 cm pour les modèles AGP_Solution, et EANG_Solution, respectivement.

Tableau IV.7 : Résultats de comparaison, avant adaptation, entre les modèles du géoïde et les hauteurs du géoïde déterminées par GPS/nivellement (en mètres).

	Minimum	Maximum	Moyenne	σ
$N_{GPS/NIV} - N_{AGP_Solution}$	-1.351	-0.016	-0.368	0.249
$N_{GPS/NIV} - N_{EANG_Solution}$	-4.254	1.022	-1.509	0.908
$N_{GPS} - N_{NEW_GEOID}$	-1.589	-0.469	-1.281	0.170

L'analyse des statistiques montre l'existence des écarts importants, supérieurs aux précisions à la fois du GPS/nivellement et interne du géoïde gravimétrique. Ces écarts sont trop importants pour permettre d'utiliser directement ce modèle pour des applications géodésiques et topographiques. L'origine de ces écarts est diverse. Elle est due à la différence des origines des deux systèmes de référence qui ne sont pas toujours bien connues, à la réalisation du 0 du nivellement par un marégraphe qui ne permet pas de garantir que ce zéro (0) est sur un modèle de géoïde donné, aux erreurs systématiques et aux manques de données affectant la gravimétrie, et enfin aux effets troposphériques sur les mesures GPS produisant des erreurs corrélées sur la hauteur ellipsoïdale. La distance de corrélation peut dépasser 20 km, en fonction des longueurs de base et du nombre de récepteurs. D'autres erreurs et fautes dans le réseau GPS ont des effets non corrélés. En pratique, ces

erreurs sont modélisées et réduites par l'utilisation d'un modèle paramétrique de la surface de correction dans l'ajustement combiné des réseaux GPS, nivellement et géoïde. En d'autres termes, et afin de conserver la référence d'altitude NGA dans les opérations de nivellement par GPS, il a donc été nécessaire de basculer les deux modèles de géoïde pour les adapter aux hauteurs géoidales géométriques obtenues aux points GPS nivelés. Pour ce faire, on utilise une transformation de similitude à quatre paramètres (Trois translations et un facteur d'échelle) ou autre technique adéquate. Les valeurs de ces paramètres n'ayant pas de signification particulière. Pour autant que les points GPS nivelés soient de qualité, en nombre suffisant et bien repartis, les géoïdes gravimétriques ainsi adaptés peuvent être utilisés directement pour effectuer du nivellement par GPS. Dans le cadre de ce travail, nous avons testé deux modèles paramétriques en l'occurrence : Similitude spatiale à quatre paramètres et celle à sept paramètres et ceci afin de déterminer le modèle approprié capable de représenter d'une façon optimale la correction totale qui devrait être appliquée au géoïde gravimétrique.

Si on désigne par N_{GRAV} la hauteur du quasi-géoïde gravimétrique au-dessus de son ellipsoïde de référence et par $N_{GPS/Niv}$ la hauteur obtenue par la combinaison des données GPS et nivellement, alors en chaque point d'appui de coordonnées (λ, φ) , l'écart peut être modélisé comme suit:

Similitude spatiale à quatre paramètres :

$$N_{GPS/Niv} - N_{GRAV} = x_0 + x_1 \cos(\varphi) \cdot \cos(\lambda) + x_2 \cos(\varphi) \cdot \sin(\lambda) + x_3 \sin(\varphi) + v_i \quad (IV.6)$$

où x_0 est une translation entre le datum vertical des données GPS/nivellement et le datum des données gravimétriques, x_1 , x_2 et x_3 sont des translations entre le système de référence des données GPS et celui utilisé dans le développement du modèle global de potentiel en harmoniques sphériques.

Similitude spatiale à sept paramètres :

$$\begin{aligned} N_{GPS/Niv} - N_{GRAV} = & \cos \Phi_i \cos \lambda_i \cdot x_1 + \cos \Phi_i \sin \lambda_i \cdot x_2 \\ & + \sin \Phi_i \cdot x_3 + \frac{\cos \Phi_i \sin \Phi_i \cos \lambda_i}{W_i} x_4 \\ & + \frac{\cos \Phi_i \sin \Phi_i \sin \lambda_i}{W_i} x_5 + \frac{\sin^2 \Phi_i}{W_i} \cdot x_6 + x_7 + v_i \end{aligned} \quad (IV.7)$$

où Φ_i et λ_i sont les coordonnées géodésiques des points du réseau, e est l'excentricité de l'ellipsoïde du datum commun et $w_i = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Phi_i}$.

Tous les points GPS nivelés ont été utilisés comme points d'appui pour adapter le modèle de géoïde aux données GPS/nivellement. Les statistiques des écarts après adaptation pour les deux modèles paramétriques cités précédemment sont résumées dans Le tableau IV.7 (les statistiques données en gras et entre parenthèses sont relatives au modèle de transformation à sept paramètres). Elles montrent que l'accord est optimum entre les deux surfaces quand le modèle de transformation à sept paramètres est utilisé comme surface de correction et prouve que le modèle de similitude à quatre paramètres ; généralement utilisé dans la problématique d'ajustement combiné, n'est pas toujours suffisant pour réduire la majorité des erreurs systématiques introduites par les surfaces de références des trois types d'altitudes. On constate qu'après correction, le nouveau modèle de géoïde présente un écart moyen quadratique aux points d'appui du NGA de 8.1cm. Il est de l'ordre de 26cm pour la

solution BGI, 25cm pour la solution GETECH, 16cm pour le modèle AGP et 36cm pour EANG, respectivement. Cet écart qui dépend de la qualité et de la densité des données intégrées dans l’ajustement combiné, reste une précision interne propre à l’ajustement.

Tableau IV.8 : Résultats de comparaison, après adaptation, entre les modèles du géoïde et les hauteurs du géoïde déterminées par GPS/nivellement (en mètres).

	Minimum	Maximum	Moyenne	σ
$N_{GPS/NIV} - N_{AGP_Solution}$	-0.690 (-0.399)	0.455 (0.459)	0.000 (0.000)	0.206 (0.157)
$N_{GPS/NIV} - N_{EANG_Solution}$	-1.206 (-0.877)	1.281 (1.146)	0.000 (0.000)	0.442 (0.357)
$N_{GPS} - N_{NEW_GEOIDE}$	-0.228 (-0.158)	0.262 (0.140)	0.000 (0.000)	0.113 (0.081)

En outre, et avant de procéder à une analyse statistique approfondie sur la qualité des données intégrées dans l’ajustement, quelques tests statistiques globaux sont nécessaires. Les points GPS nivelés dont le résidu total est supérieur à la tolérance fixée à 3 fois l’écart type sont éliminés automatiquement. Aucun rejet n’a été identifié. Ceci n’affirme pas que des observations aberrantes n’existent pas, mais des tests statistiques exhaustifs devraient être utilisés afin d’identifier des erreurs possibles dans les réseaux GPS, nivellement et du géoïde en utilisant les composantes individuelles des résidus de chaque type d’altitudes. Ceci n’est pas l’objet de ce travail dans lequel nous avons supposé que l’ensemble des données GPS et de nivellement, utilisé dans cet ajustement, est validé et de bonne qualité. De plus, le test χ^2 avec un niveau de signification de 1% a été employé. Dans tous les cas, ce test est positif et signifie que les résidus suivent la loi normale et que le modèle d’ajustement ne présente aucune distorsion. De même, l’application du test de Student sur le vecteur des paramètres calculé pour chaque modèle montre que les valeurs de ces paramètres sont statistiquement significatives.

4.5-Estimation de la précision relative du modèle du géoïde

Le modèle du géoïde corrigé a été, également, évalué en mode relatif en utilisant la même configuration des points GPS nivelés utilisée précédemment. Pour ce faire, nous avons calculé pour l’ensemble des bases, les différences des altitudes orthométriques en utilisant les ondulations relatives du géoïde comme suit :

$$\Delta H_{GPS-Géoïde} = \Delta h_{GPS} - \Delta N_{Modèle-géoïde} \tag{IV.8}$$

Ensuite, nous avons formé, pour chaque paire de points, les différences entre les altitudes orthométriques relatives observées et celles déterminées précédemment :

$$\delta \Delta H_{GPS-Nivellement} = \Delta H_{GPS-Géoïde} - \Delta H_{Nivellement} \tag{IV.9}$$

Ainsi, la précision relative, en PPM, est donnée par : $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| \frac{(\delta \Delta H_{GPS-Nivellement})_{mm}}{D_{ij}(km)} \right|$

Où D_{ij} est la longueur de la base entre les points i et j, et n est le nombre de distances.

Dans cette étude, les dispersions relatives des hauteurs du géoïde ainsi que leurs précisions relatives associées en PPM sont déterminées pour 1128 bases correspondant au 48 points d’appuis. Les

longueurs de bases varient entre 1 Km et 801 km. La distance moyenne entre les 48 points est de 303.77km. Le tableau III.4 résume les statistiques des précisions relatives regroupées dans différentes classes selon la longueur de base. La Figure IV.14 représente la courbe de la précision relative en fonction de la longueur de base. Elle est de l'ordre de 2 ppm pour des distances entre 50-150 km, et inférieure à 1ppm (précision relative du GPS) à partir de 150km. La moyenne de la précision relative pour le modèle du géoïde corrigé de l'effet de variation de la densité latérale est de 2.52 ppm, et montre le potentiel de ce modèle dans les opérations du nivellement par le GPS en mode relatif.

Tableau IV.9 : Statistiques des précisions relatives (en ppm)

Intervalle (km)	Nombre de bases	Distances (km)			Précision relative (ppm)		
		Min.	Max.	Moyenne	Min.	Max.	Moyenne
0-50	295	1.000	44.217	17.379	0.0031	130.6988	8.0833
50-150	57	52.485	149.859	107.477	0.0031	3.6432	1.9513
150-250	93	150.970	248.502	190.366	0.0051	1.8454	0.7123
250-350	189	251.520	349.224	306.535	0.0027	1.8407	0.6333
350-450	166	350.664	446.998	390.148	0.0007	1.4567	0.3323
450-550	128	450.107	549.831	504.045	0.0002	1.2671	0.2938
550-650	129	550.482	648.889	601.680	0.0196	0.8812	0.3240
650-750	67	650.882	749.303	683.112	0.0982	0.8056	0.3540
750-850	4	754.929	801.033	774.850	0.1401	0.4418	0.2667

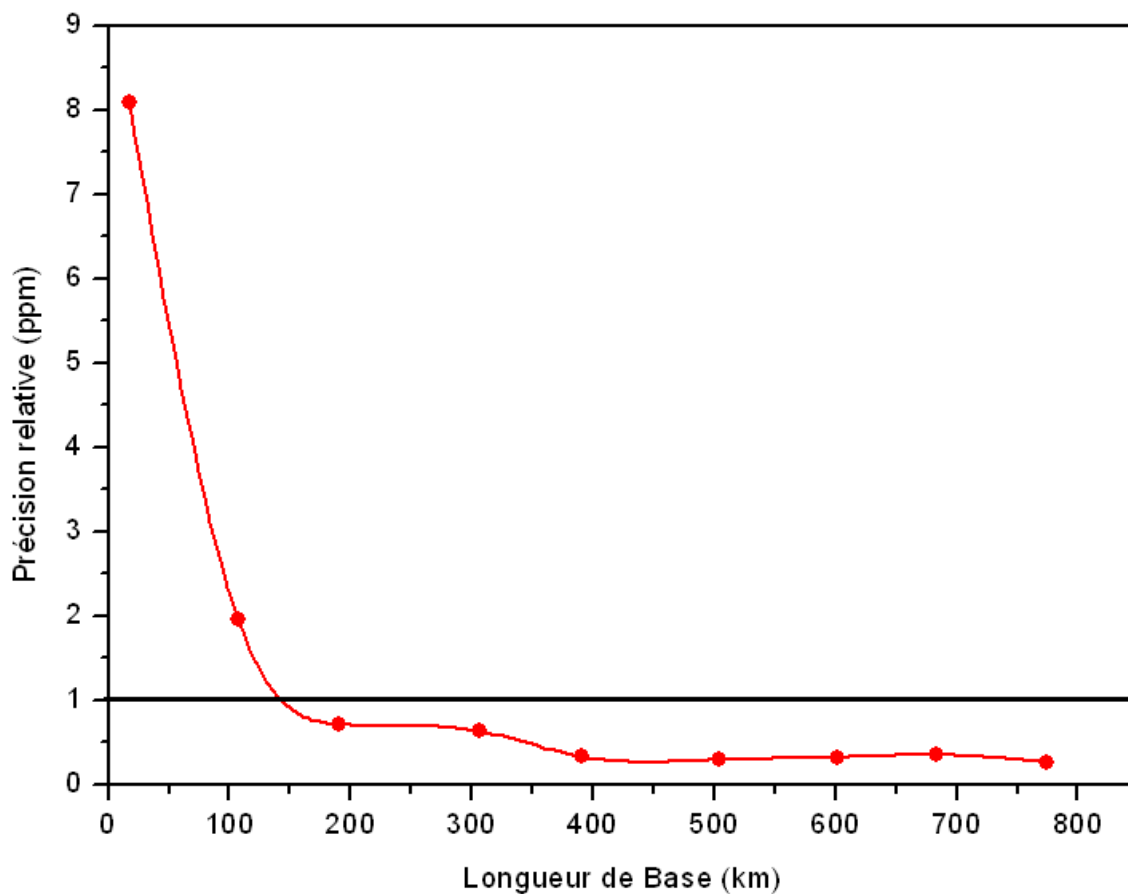


Figure IV.15 : Précision relative en fonction de la longueur de base (en ppm)

Chapitre 5

Définition d'un nouveau datum vertical pour l'Algérie

5.1- Ajustement combiné GPS, Nivellement et géoïde (étude de la qualité des données intégrées dans l'ajustement)

Plusieurs approches d'ajustement combiné de données GPS, nivellement et géoïde ont été proposées dans la littérature dont la plus récente est celle développée et publiée par Kotsakis et Sideris (1999). Ces auteurs ont présenté deux modèles d'ajustement combiné en l'occurrence : le modèle déterministe et le modèle hybride. Cependant, leur mise en oeuvre nécessite la connaissance des matrices de variance-covariance des données GPS, nivellement et du géoïde afin de procéder à une analyse fiable et rigoureuse de la qualité des réseaux correspondants. Or dans la plupart des cas et spécialement pour l'Algérie, ces matrices ne sont pas toujours disponibles puisque les points d'appui faisant partie des réseaux du GPS et de nivellement sont issus de plusieurs campagnes d'observation et sont ajustés séparément. De ce fait, ces approches rigoureuses de point de vue mathématique, sont rarement utilisées. Dans le cadre de cette recherche, nous présenterons, une autre alternative d'ajustement combiné de ces trois types d'altitudes basée sur la méthode de collocation.

5.1.1)-Modèle mathématique d'ajustement combiné des données GPS/Nivellement et Géoïde

En notation matricielle, le modèle mathématique d'ajustement combiné adopté des données GPS/Nivellement et géoïde est donné par l'expression suivante :

$$L = A.X + S + n ; E\{n\} = 0 \text{ et } M\{s\} = 0 \tag{V.1}$$

où E et M désignent, respectivement, l'Espérance mathématique et la valeur moyenne au sens de la gravimétrie statistique. La quantité A.X représente le modèle paramétrique linéarisé de la surface de correction; qui est une fonction du vecteur des paramètres X de p composantes supposée décrire les erreurs systématiques et les inconsistances des datums inhérents aux différents types d'altitudes, la matrice A(m x p) exprime l'effet du vecteur des paramètres dans l'observation, la fonction S représente le signal considéré comme une fonction irrégulière oscillant autour d'un plan de référence et supposée être toujours une quantité aléatoire modélisable, la quantité aléatoire n de dimension (m x 1) caractérise l'erreur d'observation produite lors de la mesure et L est le vecteur des observations dont chaque élément $l_i = N_i^{GPS/NIV} - N_i^{Grav}$ représente la différence en chaque point d'appui "i", de l'ondulation interpolée à partir d'un modèle de géoïde gravimétrique et celle déterminée par collocation GPS et du nivellement.

Tout le problème réside dans la détermination de la courbe (AX+S), ce qui revient à ajuster le modèle et à prédire la valeur du signal S qui représente, en réalité, la défaillance du modèle paramétrique par rapport à la réalité. Cette quantité est utilisée conjointement avec le modèle paramétrique pour corriger le géoïde local et le contraindre à mieux épouser la forme de la surface d'altitude nulle obtenue, normalement, par l'utilisation d'une configuration optimale de points GPS nivelés.

Considérons un vecteur v et qui contient toutes les quantités aléatoires:

$$v = \begin{bmatrix} s \\ n \end{bmatrix} = [s_1, s_2, s_3, \dots, s_m, n_1, n_2, \dots, n_m]^T \tag{V.2}$$

Trouver la solution optimale, revient à minimiser la fonction scalaire ϕ telle que :

$$\phi(X, s, n) = \frac{1}{2} s^T . C_{ss}^{-1} . s + \frac{1}{2} n^T . C_{nn}^{-1} . n - K^T (AX + U.s + n - L) \tag{V.3}$$

Les estimations linéaires optimales des vecteurs des paramètres X et du signal S de l'équation (V.1) sont données respectivement par (Moritz, 80) :

$$\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}^T \cdot \bar{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \bar{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \mathbf{L} \quad (\text{V.4})$$

$$\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{C}_{s_l} \cdot \bar{\mathbf{C}}^{-1} \cdot (\mathbf{L} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}}) \quad (\text{V.5})$$

où \mathbf{C}_{s_l} est le vecteur de covariance entre le signal S et le vecteur des observations L, $\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C}_{LL} + \mathbf{C}_{nn}$ est la somme de la matrice d'auto covariance des observations et de la matrice de variance - covariance du bruit associé. Les matrices des variances - covariances \mathbf{E}_{XX} et \mathbf{E}_{SS} décrivant les précisions des estimations $\hat{\mathbf{X}}$ et $\hat{\mathbf{S}}$ sont données par :

$$\mathbf{E}_{XX} = (\mathbf{A}^T \cdot \bar{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \mathbf{A})^{-1} \quad (\text{V.6})$$

$$\mathbf{E}_{SS} = \mathbf{C}_{ss} - \mathbf{C}_{s_l} \cdot \bar{\mathbf{C}}^{-1} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{H}) \cdot \mathbf{C}_{ls} \quad (\text{V.7})$$

avec $\mathbf{H} = \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \cdot \bar{\mathbf{C}}^{-1} \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \bar{\mathbf{C}}^{-1}$

Les deux quantités aléatoires signal et bruit peuvent être utilisées pour détecter des fautes dans les données. En effet, un signal important en module est le signe d'erreurs corrélées liées principalement aux erreurs systématiques, aux fautes et au manque de données gravimétriques intégrées dans la formule de Stokes. La distance de corrélation croît avec le rayon d'intégration de Stokes. Pour cela, l'ensemble de ces données doit être validé et réduit en appliquant les corrections appropriées. En revanche, un bruit fort ne peut être dû qu'à une faute non corrélée sur un point GPS nivelé causée par des erreurs sur les réseaux GPS et/ou de nivellement.

Plusieurs modèles paramétriques représentatifs de la surface de correction existent dans la littérature et qui varient en fonction de leur complexité de la simple régression linéaire jusqu'au modèle de similitude spatiale à sept paramètres, mais, la question est savoir quel est le modèle approprié dans la zone d'étude ? En principe, ce choix reste tributaire de la qualité, la densité et de la répartition spatiale des données utilisées. Ces modèles peuvent être classés en deux catégories :

- **Les modèles polynomiaux** : Ces modèles sont adéquats pour absorber les erreurs systématiques non périodiques comme par exemple celles du nivellement :

$$\mathbf{a}_i^T \mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \sum_{p,q} \mathbf{x}_{p,q} (\Phi_i - \Phi_0)^p (\lambda_i - \lambda_0)^q \cdot \cos^q \Phi_i \cdot \rho, \quad q = 0, 1, 2, \dots$$

où Φ_0, λ_0 sont les coordonnées géographiques moyennes de la zone en question et $\mathbf{x}_{p,q}$ sont les paramètres inconnus à déterminer par un ajustement par les moindres carrés.

- **Les modèles de similitude spatiale** :

❖ Modèle à trois paramètres :

$$\mathbf{a}_i^T \mathbf{x} = \cos \Phi_i \cos \lambda_i \cdot \mathbf{x}_1 + \cos \Phi_i \sin \lambda_i \cdot \mathbf{x}_2 + \sin \Phi_i \cdot \mathbf{x}_3,$$

❖ Modèle à quatre paramètres :

$$\mathbf{a}_i^T \mathbf{x} = \cos \Phi_i \cos \lambda_i \cdot \mathbf{x}_1 + \cos \Phi_i \sin \lambda_i \cdot \mathbf{x}_2 + \sin \Phi_i \cdot \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_4$$

❖ Modèle à cinq paramètres :

$$\mathbf{a}_i^T \mathbf{x} = \cos \Phi_i \cos \lambda_i \cdot \mathbf{x}_1 + \cos \Phi_i \sin \lambda_i \cdot \mathbf{x}_2 + \sin \Phi_i \cdot \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_4 + \sin^2 \Phi_i \cdot \mathbf{x}_5$$

❖ Modèle à sept paramètres :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i^T \mathbf{x} = & \cos \Phi_i \cos \lambda_i \cdot \mathbf{x}_1 + \cos \Phi_i \sin \lambda_i \cdot \mathbf{x}_2 + \sin \Phi_i \cdot \mathbf{x}_3 + \frac{\cos \Phi_i \sin \Phi_i \cos \lambda_i}{W_i} \mathbf{x}_4 \\ & + \frac{\cos \Phi_i \sin \Phi_i \sin \lambda_i}{W_i} \mathbf{x}_5 + \frac{\sin^2 \Phi_i}{W_i} \cdot \mathbf{x}_6 + \mathbf{x}_7 + \mathbf{v}_i \end{aligned}$$

En outre, l'application de la méthode de collocation nécessite la connaissance d'un modèle analytique de covariance. Dans ce travail, nous avons testé trois modèles analytiques de covariance généralement utilisés en géodésie physique dans le but de sélectionner le modèle de covariance approprié capable de modéliser la différence entre les ondulations du géoïde déterminées par voie gravimétrique et celles obtenues par l'utilisation du GPS et du nivellement. Il s'agit des modèles de :

Modèle de Hirvonen

$$C(\mathbf{d}) = \frac{C_0}{1 + \left(\frac{\mathbf{d}}{\xi}\right)^2}$$

Modèle de Gauss

$$C(\mathbf{d}) = C_0 \cdot e^{-A^2 d^2} ; \quad \text{avec } \xi = \frac{1}{A} \sqrt{\text{Ln}2}$$

Modèle de Gauss-Markov

$$C(\mathbf{d}) = C_0 \cdot \left(1 + \frac{\mathbf{d}}{\alpha}\right) e^{-\frac{\mathbf{d}}{\alpha}} \quad \text{avec } \alpha = 0.595\xi$$

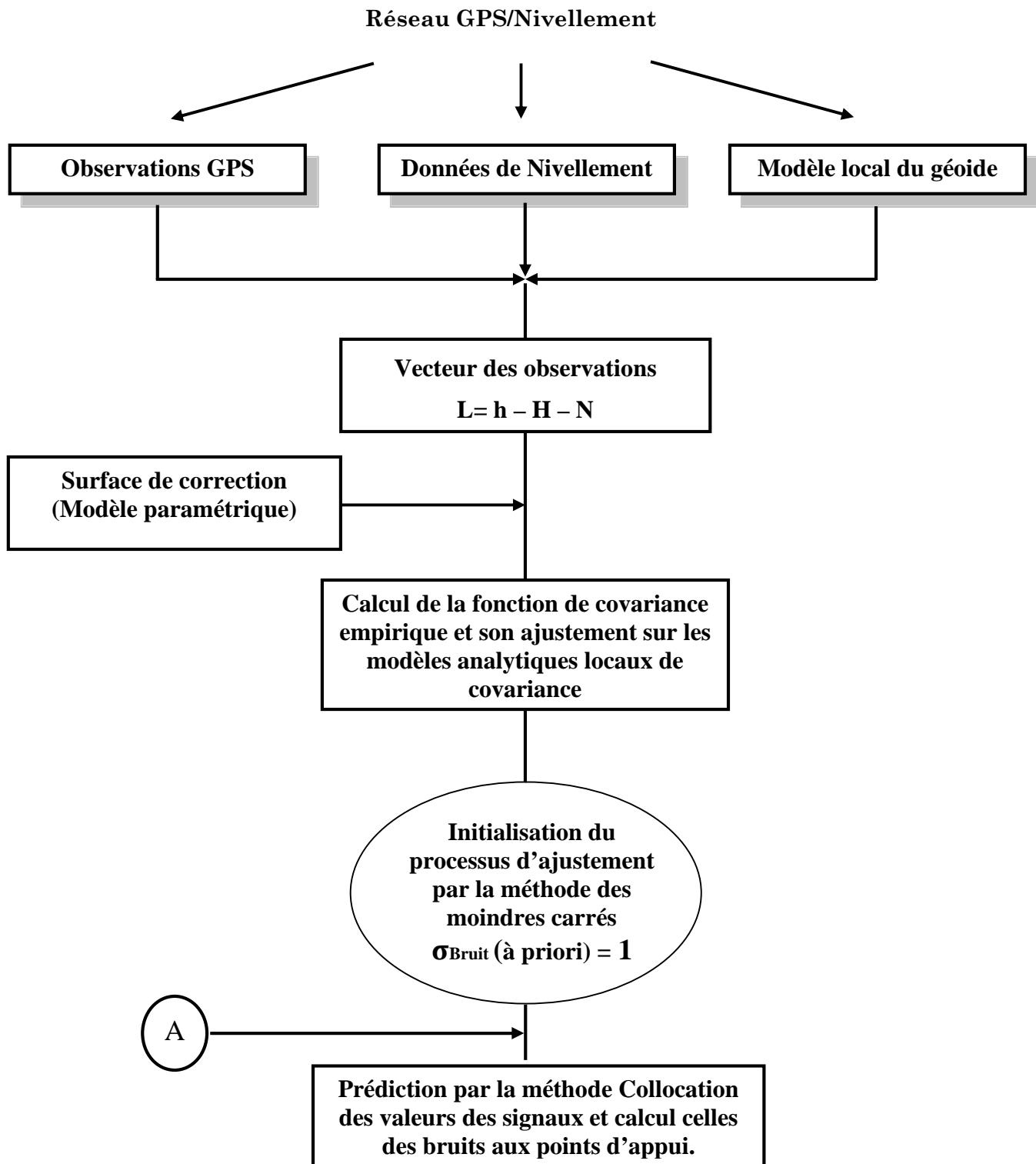
Les valeurs du vecteur des paramètres composé de la variance des anomalies réduites (C_0) et de la distance de corrélation (ξ) sont déterminées par ajustement de la fonction de covariance empirique sur les modèles analytiques locaux de covariance afin de se rapprocher le plus possible des valeurs empiriques. Une procédure itérative par moindres carrés (Algorithme de Gauss-Newton) est utilisée pour l'estimation de ces derniers, en prenant comme solution approchée les paramètres empiriques. La fonction de covariance empirique des différences entre les hauteurs du géoïde gravimétrique et celles déterminées par GPS/nivellement aux points d'appui a été calculée en utilisant la formule suivante:

$$C_{ss}(\psi) = \frac{1}{N} \sum \delta l_i \cdot \delta l_j$$

La somme est effectuée pour toutes les combinaisons des points Q_i et Q_j dont la distance Ψ_{ij} est comprise entre $(\psi - \Delta\psi/2)$ et $(\psi + \Delta\psi/2)$. N est le nombre de combinaisons et $\Delta\psi$ représente la dimension de l'intervalle d'échantillonnage.

5.1.2- Description du programme

Un programme en langage Fortran d'ajustement combiné des données GPS, nivellement et géoïde en utilisant la méthode de collocation décrite précédemment, a été développé à la Division de Géodésie du Centre des Techniques Spatiales. Son objectif consiste à adapter le modèle du géoïde gravimétrique aux points GPS nivelés et la sélection parmi les modèles paramétriques, le modèle approprié représentatif de la surface de correction qui devrait être appliquée au géoïde gravimétrique capable de décrire tous les discordances et les systématismes entre les différentes altitudes intégrées dans cet ajustement, de déterminer la fonction de covariance empirique et de sélectionner sa représentation analytique correspondante, et enfin de prédire, par un procédé itératif, les valeurs des signaux et celles des bruits correspondants qui devront permettre de se prononcer sur la qualité des données intégrées dans cet ajustement. L'organigramme général du programme conçu est représenté sur la figure IV.1. Les données nécessaires à l'exécution de ce programme sont : grille du géoïde gravimétrique en format binaire et les coordonnées des points GPS nivelés.



A

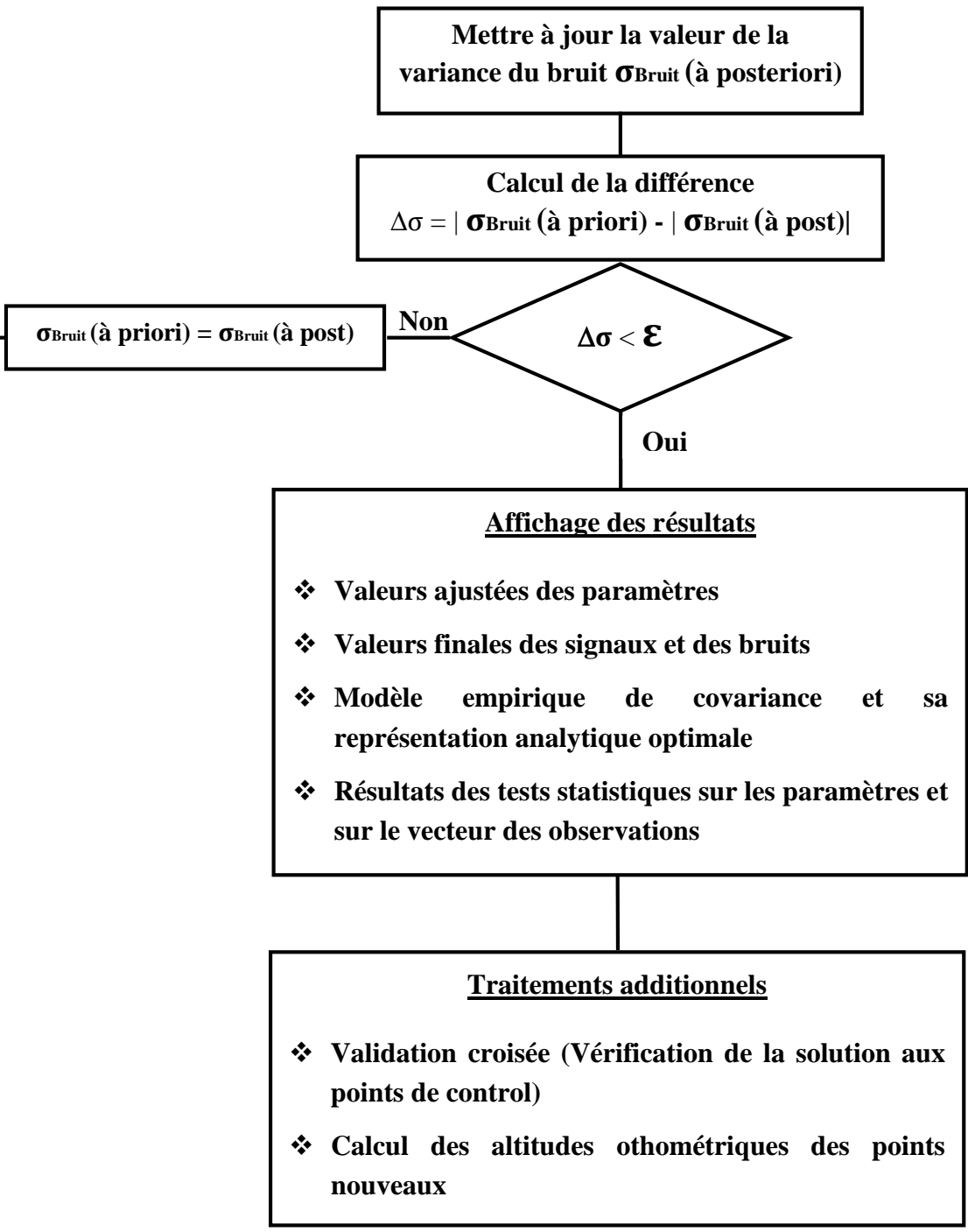


Figure V.1 : Organigramme général du programme (Ajustement Combiné)

5.1.3)-Résultats d'ajustement

Dans ce paragraphe, nous présenterons les principaux résultats de l'ajustement combiné des données GPS nivelées avec la même configuration des points d'appui décrite au chapitre II et du nouveau modèle du géoïde gravimétrique, ceci dans le but de se prononcer sur la qualité des données

intégrées dans cet ajustement. Cependant et pour prédire les valeurs des signaux aux points d'appui, les résultats des différents ajustements de la fonction de covariance empirique sur les modèles analytiques locaux cités précédemment font ressortir le modèle analytique de covariance de Gauss comme modèle optimum dans la zone d'étude. La Figure V.2 représente les courbes des fonctions de covariance empirique et analytique. L'accord est optimum entre les deux courbes jusqu'à une distance sphérique de 0.04° qui reste supérieure à la distance de corrélation estimée à 15 km. La Figure V.3 illustre les composantes individuelles des signaux et des bruits sur les points d'appui. L'analyse des résultats issus des différents tests en utilisant le modèle de transformation à sept paramètres comme surface de correction, montre que les valeurs des signaux estimées sont dominées par les erreurs sur le géoïde dues, principalement, à la qualité et à la densité des données gravimétriques fournies par le BGI, tandis que celles des bruits rendent compte des erreurs locales dans le réseau du nivellement NGA, dont on peut prendre la mesure de sa qualité.

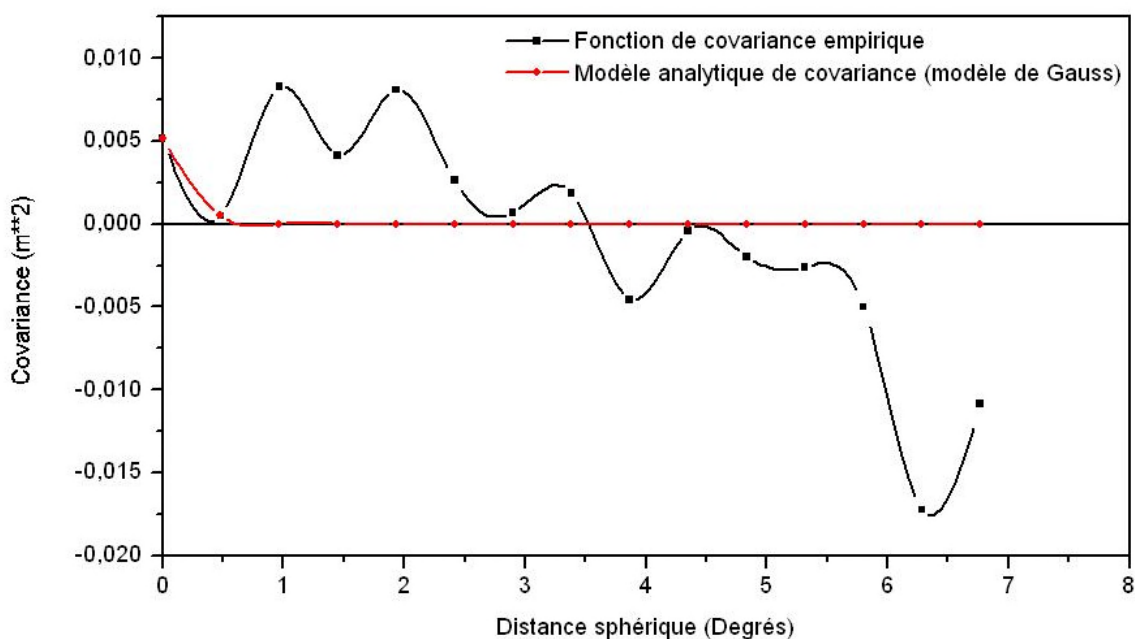


Figure V.2 : Fonctions de covariance empirique et analytique des différences, aux points d'appui, entre les hauteurs du géoïde gravimétrique et celles déterminées par GPS/nivellement.

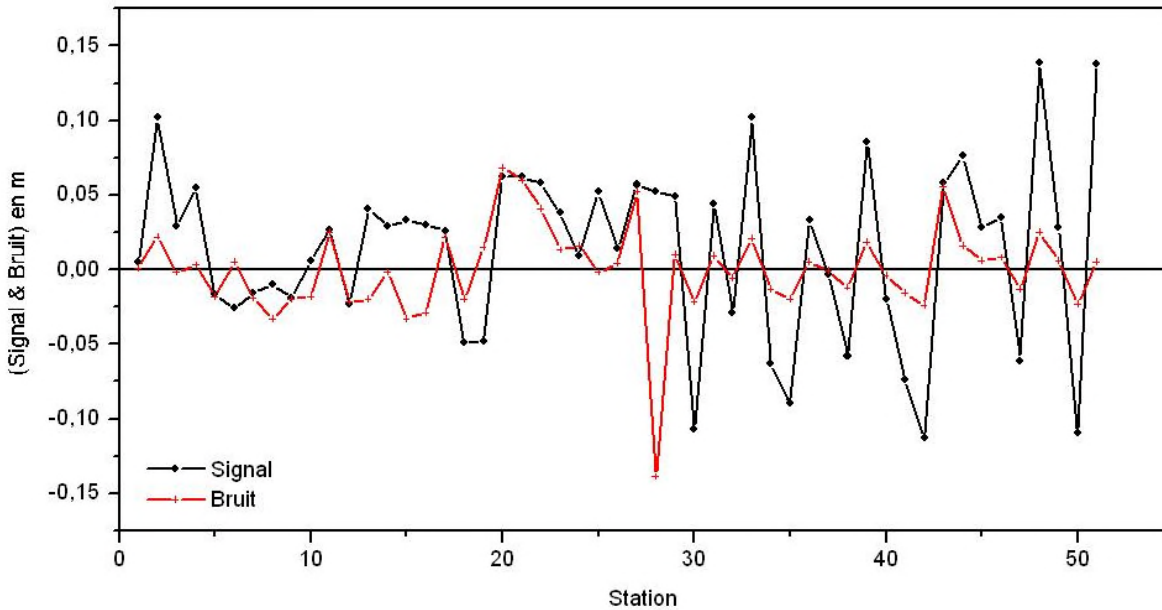


Figure V.3 : Composantes individuelles des signaux et des bruits sur les points d'appui.

5.2-Définition d'un nouveau Datum vertical pour la partie nord de l'Algérie

Pour définir un nouveau Datum vertical pour la partie nord de l'Algérie, nous avons procédé à la combinaison du nouveau modèle du géoïde avec un ensemble de points GPS nivelés en utilisant le concept de la surface de correction. On notera que le modèle de la surface combinée n'est pas une surface équipotentielle mais il peut être utilisé pour réduire les erreurs systématiques et les inconsistances entre les différents systèmes d'altitudes. La surface de correction a été construite à partir de 51 points GPS nivelés. En adoptant le modèle de transformation de similitude spatiale à sept paramètres, une surface continue de résolution 5' x 5' couvrant les limites [27°, 37°] en Latitude et [-2°, 9°] en Longitude a été générée en utilisant différentes techniques de prédiction dont le choix de l'une d'elles est crucial pour la transformation des altitudes ellipsoïdiques en altitudes orthométriques. Dans le cadre de ce travail et pour la création de cette surface, nous avons testé différentes techniques d'interpolation dont le krigeage, l'inverse de la distance et la méthode de courbure minimale. Les statistiques des différences entre les nouvelles surface du géoïde et les hauteurs du géoïde des 51 points d'appui dérivés à partir de la combinaison du GPS avec du nivellement sont regroupées dans le tableau V.1. On peut constater que l'ensemble des techniques de prédiction fournissent presque les mêmes résultats en termes de déviation standard. Néanmoins, la méthode de krigeage présente une dispersion minimale (différences entre les valeurs extrêmes). A cet effet, nous avons choisi la méthode du krigeage pour la création de la surface de correction. La Figure IV.4 illustre les résidus aux points d'appui obtenus par la méthode de krigeage après adaptation en utilisant le modèle de transformation à sept paramètres comme surface de correction. On peut constater que les deux surfaces présentent les mêmes résidus. La Figure IV.5 représente la surface de correction sur la partie Nord de l'Algérie.

Tableau V.1 : Différences entre les nouvelles surface du géoïde et les hauteurs du géoïde des 51 points d'appui dérivées à partir du GPS et du nivellement données en m.

Techniques de prédiction	Minimum	Maximum	Moyenne	σ
Krigeage	-0.141	0.087	0.000	0.034
Courbure minimale	-0.140	0.098	0.000	0.036
Distance inverse	-0.144	0.092	0.000	0.035

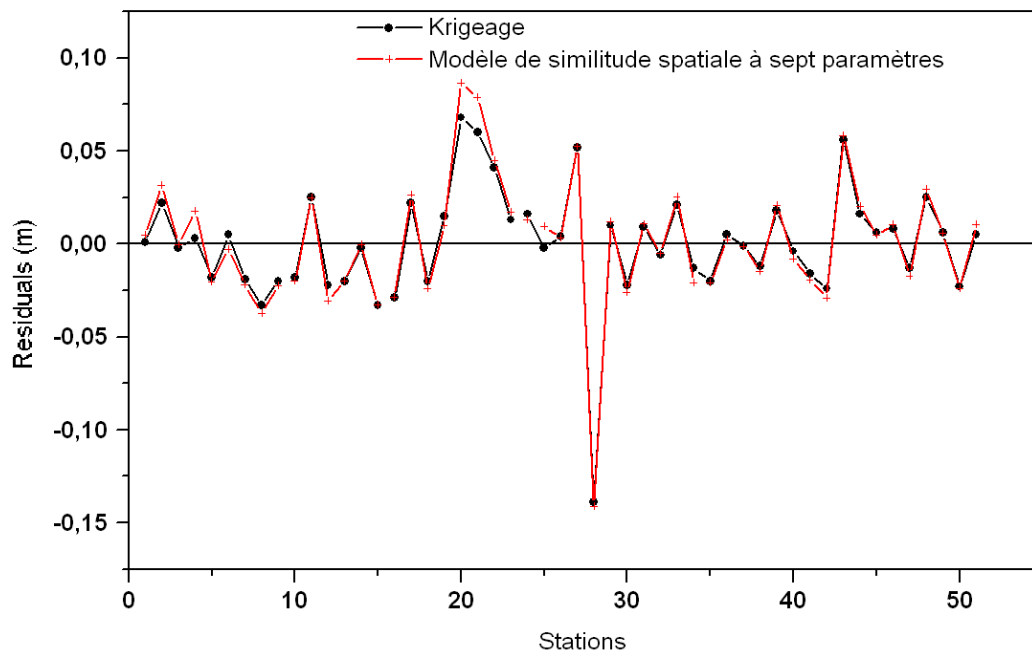


Figure V.4 : Résidus, aux points d'appui, obtenus par krigeage et après adaptation en utilisant le modèle de similitude spatiale à sept paramètres.

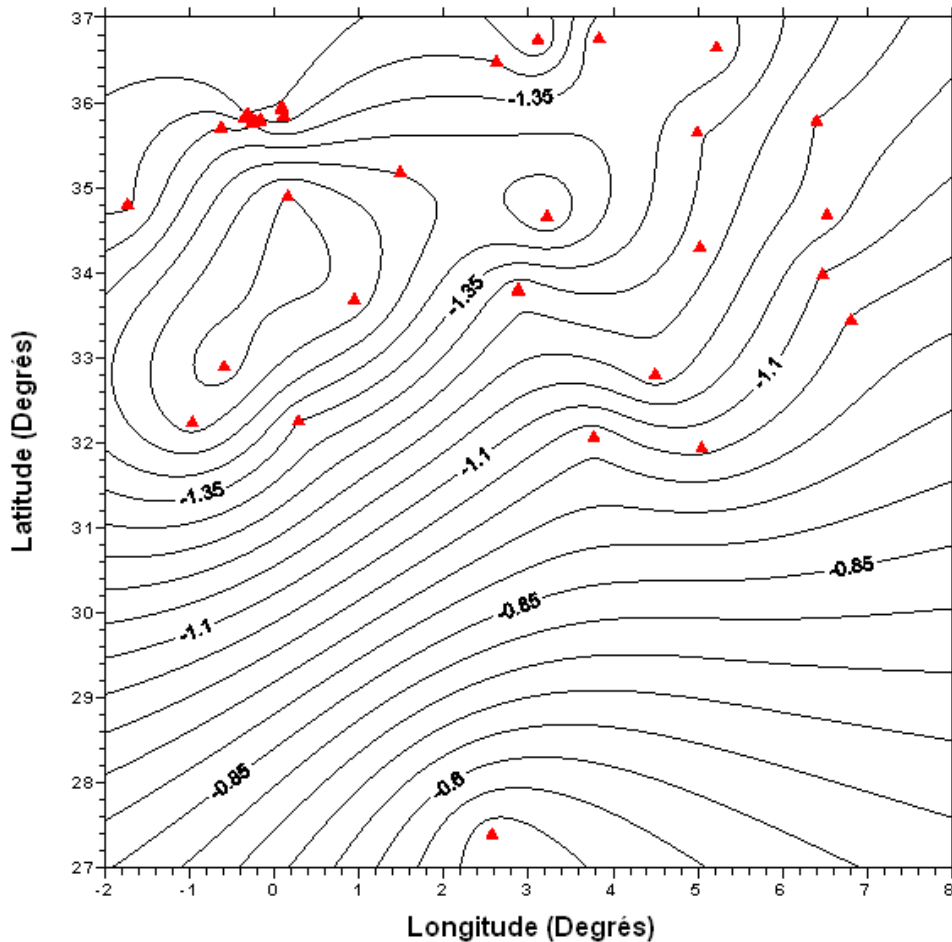


Figure V.5 : Surface de correction sur la partie nord de l'Algérie (Contours tous les 5cm)

5.3- Auscultation altimétrique par GPS d'un bac de stockage

Motivé par la précision obtenue et par les avantages du point de vue scientifique et économique offerts par le GPS, nous avons cherché si le modèle du géoïde adapté pourra être utilisé dans l'auscultation altimétrique d'un bac de stockage situé à 40 km de la ville d'Oran. Ce réservoir en sol gelé du terminal méthanier du complexe SONATRACH GL4/Z d'Arzew construit en 1965 est le seul bac de stockage souterrain toujours en exploitation dans le monde (voir la figure IV.6).

La caractéristique principale de ce type de stockage est l'absence d'isolation et de barrière d'étanchéité sur les parois verticales et le fond. Seul le gel de l'eau contenue dans le sol assure son imperméabilité. Ce type de stockage ne peut être réchauffé sans se détruire. L'auscultation du bac de stockage a été réalisée en suivant les étapes suivantes :

Dans une première étape, nous avons commencé par l'établissement d'un réseau d'auscultation composé de 15 points d'appuis (bornes en béton) éloignés de quelques dizaines de mètres du bac et de 42 points cibles (plaques en aluminium) répartis sur l'ossature du bac. Pour le voisinage immédiat, des repères en béton, en nombre de 57, ont été construits et implantés sur le terrain selon des profils en long.

Ensuite une campagne d'observation GPS en modes statique pour le réseau d'appui et statique rapide pour les points cibles utilisant des récepteurs bi-fréquences ASHTECH Z12 disponibles à la Division de Géodésie, a été effectuée. Elle est composée de plusieurs sessions d'observations et chaque session d'observations comprend au minimum 03 stations. Le taux d'échantillonnage des observations est de 20 secondes et la durée de chaque session d'observation est comprise entre 15 et

45 minutes. Les traitements des différentes lignes de base ont été exécutés par le logiciel WIN PRISM en utilisant des éphémérides précises. La précision obtenue sur les coordonnées des points du réseau d'auscultation est millimétrique.

Parallèlement à cette campagne d'observation GPS, nous avons procédé au nivellement de l'ensemble des points constituant le réseau. Ces points ont été rattachés par la suite au réseau national de nivellement. Le tableau IV.2 regroupe les écarts sur les points d'appui entre les altitudes orthométriques observées par le nivellement de précision et celles calculées à partir de la combinaison des données GPS et du modèle du géoïde local adapté. Les statistiques des écarts sont résumées dans le tableau IV.3. Leur analyse permet de conclure que les altitudes orthométriques sur les points d'appui peuvent être déduites des observations GPS avec une précision mieux que de 2cm. Elle est de l'ordre de 3cm en moyenne sur les autres points du réseau. Elle permet d'affirmer que le modèle du géoïde développé pourra être utilisé conjointement avec le positionnement GPS pour l'auscultation altimétrique précise des ouvrages similaires.



Figure V.6 : Bac de stockage souterrain
du complexe SONATRACH GL4/Z d'Arzew construit en 1965 .

Tableau V.2 : Ecart entre les altitudes observées et celles calculées aux points d'appui (Unité: [m]).

Point d'appui	H_Observé	H_Calculé	Différence
R01	2.977	2.980	0.003
R02	2.930	2.932	0.002
R03	4.275	4.273	-0.002
R04	4.490	4.490	-0.000
R05	4.277	4.282	0.005
R06	3.105	3.110	0.005
R07	2.770	2.767	-0.003
R08	3.963	3.969	0.006
R09	2.727	2.733	0.006
R10	3.366	3.368	0.002
R11	3.848	3.863	0.015
R12	3.553	3.565	0.012
R13	4.315	4.320	0.005
R14	3.235	3.244	0.009
R15	4.284	4.294	0.010

Tableau V.3 : Statistiques, en mètre, des différences aux points d'appui

Minimum	Maximum	Moyenne	σ
-0.003	0.015	0.005	0.005

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Le système de référence altimétrique (NGA) ; assise de l'actuel système de mesure des altitudes orthométriques en Algérie, ne répond pas aux besoins nationaux actuels en matière de précision. En outre, l'entretien et l'expansion par le nivellement classique du réseau altimétrique sont trop coûteux et laborieux. L'objectif visé à travers cette thèse est de disposer d'une couverture altimétrique homogène, continue et de haute résolution à l'échelle nationale. Cependant et compte tenu de l'étendue du territoire national et sa topographie, il est très difficile voire impossible de répondre à cet objectif par l'approche classique de nivellement. Donc, il va falloir trouver une autre alternative pour remédier aux contraintes imposées par l'approche classique du nivellement visant à moderniser le système actuel de référence altimétrique national afin de mieux servir la majorité des utilisateurs et faciliter l'accès au référentiel altimétrique pour qu'ils puissent bénéficier des avantages substantiels du GPS et des technologies modernes connexes. L'approche préconisée sera basée sur le concept du géoïde qui constitue la meilleure solution de remplacement du nivellement.

Cependant, le calcul par voie gravimétrique d'un modèle de géoïde local ou régional pour un pays aussi vaste que l'Algérie, de relief accidenté, à partir des données de gravité éparses et de densité insuffisante et avec une précision compatible à celle dérivée par le positionnement spatial tel que le GPS, est une tâche difficile et un défi constant qui nécessite, en revanche, une attention particulière et une méthodologie appropriée afin de produire la meilleure solution possible.

La première étape, dans cette recherche, a consisté à évaluer et à sélectionner parmi les données collectées et disponibles, les données de qualité composées des anomalies de gravité à l'air libre, Modèle d'Élévation de Terrain (MNE), modèles géopotentiels globaux, modèle de variation latérale de densité topographique dérivé à partir de carte géologique nationale et enfin des données obtenues par colocation du GPS et du nivellement et dont la plupart de ces données sont issues à partir des sources de données globales.

La procédure de validation croisée a été utilisée pour la détection des observations aberrantes dans les mesures de gravité ponctuelles acquises auprès du BGI. Le taux d'erreur détecté est de l'ordre de 1.23% et nous laisse confirmer que les données fournies par le BGI sont de bonne qualité et peuvent être intégrées dans le calcul du géoïde Algérien.

En seconde étape, nous avons procédé au choix du modèle géopotentiel global le plus approprié en Algérie parmi les sept modèles globaux : EIGEN-GRACE02S (solution purement satellitaire à partir du satellite GRACE) et solution combiné GGM02C, EIGEN-CG01C (modèle combiné CHAMP et GRACE), EIGEN-GL04C (solution combinée CHAMP et LAGEOS), OSU91A, EGM96 et le nouveau et révolutionnaire modèle gravitationnel EGM2008. Pour ces comparaisons, nous avons utilisé des anomalies de gravité à l'air libre du BGI, une configuration des points GPS nivelés et une grille prétraitée d'anomalies à l'air libre de résolution 5' x 5' couvrant la zone d'étude limitée par [-10°, 14°] en Longitude et [16°, 40°] en Latitude. Cette grille composée de 289 x 289 points nous a été fournie par GETECH suite un accord de coopération entre la division de Géodésie du Centre des Techniques Spatiales (CTS) et GETCH/Université de Leeds. Les différents tests effectués ont permis de ressortir que le modèle EGM2008 ajuste d'une façon optimale les données utilisées dans cette comparaison.

En l'absence d'un MNT réel et précis et afin d'évaluer les effets de terrain sur les quantités gravimétriques, nous avons généré un MNE de résolution 15" x 15" à partir des données SRTM. Ce modèle a été employé pour retirer les principales irrégularités locales des données afin d'obtenir un champ lisse, homogène et plus approprié pour la modélisation du champ de pesanteur.

L'étape de prétraitement et de validation de données a été suivie par la détermination d'un nouveau modèle local de géoïde par l'intégration de ces nouvelles données. Ce modèle de géoïde de résolution 5'x5' a été calculé par la méthode de Transformée de Fourier Rapide sur le territoire national entre les limites [18°, 39°] en Latitudes et [-9.5°, 12.5°] en Longitude en utilisant la technique de retrait-restauration et corrigé de l'effet des variations de la densité latérale. Les résultats montrent que l'effet induit par l'utilisation d'un modèle réel de densité sur le géoïde varie entre 1cm jusqu'au 13cm, qui demeure non négligeable pour une détermination centimétrique du géoïde en Algérie. Il est certain, que l'emploi de modèle de variation de densité latérale dans le processus de détermination du géoïde par l'approche de Stokes améliorera, sans doute, la précision du modèle du géoïde, particulièrement, dans les zones montagneuses. Les solutions gravimétriques disponibles sur le territoire national ainsi que ce nouveau modèle ont été comparé avec 51 points GPS nivelés ; tous situés dans la partie nord de l'Algérie. La déviation standard des différences, avant ajustement, est située au niveau de 17cm pour le nouveau géoïde. Elle est de l'ordre de ± 25 cm et ± 91 cm pour les modèles AGP_Solution, et EANG_Solution, respectivement. L'analyse des résultats obtenus montre que le nouveau modèle du géoïde ajuste d'une façon optimale les données GPS/Nivellement comparativement aux autres solutions utilisées dans cette comparaison. Néanmoins, on notera que ces écarts sont trop importants pour permettre d'utiliser directement ces modèles pour des applications géodésiques et topographiques. Cependant et afin de réduire les discordances et les erreurs systématiques et les inconsistances des datums inhérents aux différents types d'altitudes, nous avons testé deux modèles paramétriques en l'occurrence : Similitude spatiale à quatre paramètres et celle à sept paramètres ceci afin de déterminer le modèle approprié capable de représenter d'une façon optimale la correction totale qui devrait être appliquée au géoïde gravimétrique et adapter, en conséquence, ces modèles de géoïde aux hauteurs géoidales géométriques obtenues aux points GPS nivelés tout en conservant la référence d'altitude NGA dans les opérations de nivellement par GPS. L'analyse des résultats montrent que l'accord est optimum entre les deux surfaces quand le modèle de transformation à sept paramètres est utilisé comme surface de correction et prouve que le modèle de similitude à quatre paramètres ; généralement utilisé dans la problématique d'ajustement combiné, n'est pas toujours suffisant pour réduire la majorité des erreurs systématiques introduites par les surfaces de références des trois types d'altitudes. La déviation standard des différences, après ajustement, est de 8.1cm pour le nouveau géoïde. Elle est de l'ordre de 16cm pour le modèle AGP et 36cm pour EANG, respectivement et montre, une fois de plus, que le meilleur accord est obtenu pour le nouveau modèle de géoïde. La conclusion demeure inchangée lorsqu'on applique la technique de validation croisée dans l'auscultation altimétrique d'un bac de stockage situé à l'Ouest de l'Algérie.

En conclusion, les tâches réalisées sont conformes aux objectifs assignés à cette recherche, à savoir le développement par voie gravimétrique d'un modèle local du géoïde à l'échelle nationale visant la modernisation du système de référence altimétrique en Algérie (NGA). Cette recherche a démontré clairement que l'utilisation conjointe des mesures GPS et du modèle préliminaire du géoïde est capable de fournir des altitudes orthométrique avec une précision acceptable et que cette alternative reste le seul moyen à envisager pour couvrir le territoire national en repère de nivellement compte tenu de l'état actuel du réseau national. Elle confirme, en outre, la possibilité de mettre en œuvre un système basé sur la pesanteur pour établir un cadre de référence continu et uniforme couvrant tout le territoire national et le sud de la Méditerranée.

En Algérie aucun modèle du géoïde (local ou global) n'est adopté officiellement. Le modèle du géoïde élaboré dans le cadre de ce projet servira à moderniser le cadre de référence altimétrique nationale. Cette nouvelle approche basée sur le géoïde comporte de nombreux avantages par rapport à celle établie par le nivellement classique.

Néanmoins, il faut noter que le modèle du géoïde développé est en phase d'expérimentation et de validation, et doit être considéré comme solution préliminaire qui nécessite d'être enrichie, validée et affinée par l'intégration de nouvelles données, notamment les données gravimétriques qui constituent des données fondamentales pour une telle détermination. Le calcul d'un tel modèle avec la précision requise qui répond aux attentes des utilisateurs pour un pays aussi vaste que l'Algérie et à partir des données éparses disponibles (densité d'un point par 65 km²) est une tâche laborieuse qui nécessite une attention particulière afin de produire la meilleure solution possible.

Dans la perspective du calcul d'un géoïde réel de l'Algérie, avec une précision compatible à celle fournie par le positionnement spatial tel le GPS, nous suggérons quelques recommandations suivantes :

- Partant du principe que le facteur le plus prépondérant qui affecte et limite la précision du modèle du géoïde calculé par voie gravimétrique en Algérie, est lié à la qualité et la densité des mesures gravimétriques intégrées dans sa détermination, et par conséquent, il est clair qu'avec la distribution et la densité actuelles des mesures gravimétriques dont la plupart sont dérivées à partir de la base de données gravimétriques du BGI, il est quasiment impossible d'espérer obtenir une précision externe centimétrique sur le calcul du géoïde Algérien. En outre et compte tenu de l'étendue du territoire algérien et sa topographie, nous recommandons d'utiliser la technique de gravimétrie aéroportée pour combler les lacunes constatées dans la couverture gravimétrique, principalement, dans les régions montagneuses et dans le sud du pays.
- Sur le plan pratique et afin d'améliorer la précision du modèle du géoïde obtenu par voie gravimétrique, nous recommandons d'affiner l'ensemble des corrections théoriques introduites dans ces déterminations notamment topographique par l'intégration d'un modèle réel de densité, ellipsoïdique dans le calcul global des différents paramètres du champ de gravité terrestre à partir d'un modèle géopotential et enfin atmosphérique par la prise en considération de la topographie réelle négligée dans l'approche classique adoptée par l'Association Internationale de Géodésie et qui cause une erreur de l'ordre de 3 mètre sur les ondulations du géoïde.
- La précision obtenue, après adaptation, par le nouveau modèle du géoïde est motivante, mais elle était basée sur un échantillon restreint des points GPS nivelés dont la configuration actuelle ne permet pas de la généraliser sur toute la partie nord de l'Algérie. Nous recommandons, de densifier le réseau GPS/nivellement pour une évaluation fiable et réelle de la qualité du modèle du géoïde.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Andersen, O. B., and P. Knudsen (1998), Global Marine Gravity Field from the ERS-1 and GEOSAT Geodetic Mission Altimetry, *J. Geophys. Res.*, 103, 8129-8137.
- Andreu M. A., Simo C., 1992. *Determinació del geoïde UB91 a Catalunya*. Master Thesis.
- Benahmed Daho S.A., Kahlouche S., 2000. *Geopotential models comparison in Algeria* - Bulletin N°10 de l'International Geoid Service IGeS – ISSN 1128-3955 – [pp 85-90] - May 2000
- Bjerhammar A (1962) Gravity reduction to a spherical surface. Royal Institute of Technology, Division of Geodesy, Stockholm
- Bjerhammar A (1963) Impact des nouvelles données . Royal Institute of Technology, Division of Geodesy, Stockholm
- Forsberg R., 1994. *Terrain Effects in Geoid Computations*, In International School for the Determination of the Geoid, Lecture Notes, Milan, Italy, Oct. 10-15, pp. 101-134.
- Forsberg, R., Sideris M.G., 1993. *Geoid computation by multi-band spherical FFT approach*. *Manuscripta Geodetica*, vol. 18, pp. 82-90.
- Ghougali M (2010) Impact des nouvelles données issues des nouvelles missions spatiales sur la modélisation du champ de gravité terrestre en Algérie. Thèse de magistère en techniques spatiales, option: Géodésie, centre des techniques spatiales-Algérie.
- Gruber T., (2004). *Validation Concepts for Gravity Field Models from Satellite Missions*; Proceedings of Second International GOCE User Workshop "GOCE, The Geoid and Oceanography", ESA-ESRIN, Frascati, 8.-10. March 200.
- Haagmans, R. de Min, E. and van Gelderen, M., 1993. *Fast evaluation of convolution integrals on the sphere using 1D FFT, and a comparison with existing methods for Stokes' integral*. *Manuscripta Geodaetica*, Vol. 18, pp. 227-241.
- Heck B (1992) A revision of Helmert's second method of condensation in geoid and quasi-geoid determination. In: *Geodesy and physics of the earth*. International Association of Geodesy Symposia, vol 112. Springer, Berlin Heidelberg New York, pp 246-251
- Heiskanen, W.A., H. Moritz (1967) *Physical Geodesy*. Institute of Physical Geodesy, Technical University of Graz, Austria, W.H. Freeman.
- Heiskanen, W.A., H. Moritz, 1967. *Physical Geodesy*. Institute of Physical Geodesy, Technical University of Graz, Austria, W.H. Freeman.
- Kiamehr R (2006) Precise Gravimetric Geoid Model for Iran Based on GRACE and SRTM Data and the Least-Squares Modification of Stokes' Formula with Some Geodynamic Interpretations - Doctoral Dissertation in Geodesy-Royal Institute of Technology (KTH) Division of Geodesy-Stockholm-October 2006
- Kiamehr R (2006) The impact of lateral density variation model in the determination of precise gravimetric geoid in mountainous areas: a case study of Iran– Bulletin of the Journal of Geodesy – Novembre 2005.
- Kotsakis, C., Sideris, M. G., 1999. *On the adjustment of combined GPS/levelling/geoid networks*. *Journal of Geodesy* 73: pp 412-421
- La Géophysique pour les Géologues - Tome 3-les méthodes gravimétriques-
- Martinec A, Vanicek P (1994a) The indirect effect of topography in the Stokes—Helmert technique for a spherical approximation of the geoid. *Manuscr Geod* 19: 213-219
- Martinec Z, Vanicek P (1994b) Direct topographical effect of Helmert's condensation for a spherical geoid. *Manuscr Geod* 19: 257-268
- Merry C. L., Blitzkow D, Abd-Elmotaal H, Fashir H. H., John S., Podmore F., Fairhead J.D., 2005. A preliminary geoid model for Africa. In: *A Window on the Future of Geodesy - International Association of Geodesy Symposia Vol. 128 - (Ed: Sanso, F.), Springer, Berlin - ISSN 0939-9585, pp 374-379.*

- Moritz H., 1980. *Advanced Physical Geodesy*, H. Wichmann-Abazcus Press, Karlsruhe-Tundridge Wells.
- Nahavandchi H (1998) Precise gravimetric—GPS geoid determination with improved topographic corrections applied over Sweden. PhD Thesis, Division of Geodesy Rep 1050, Royal Institute of Technology, Stockholm
- Nahavandchi H, Sjöberg LE (1998) Terrain correction to power H3 in gravimetric geoid determination. *J Geod* 72(3): 124-135
- Paul, M. K., 1978. *Reccurence relations for the integrals of associated Legendre functions*. *Bulletin Géodésique*, 52, pp. 177-190.
- Pavlis NK and Kenyon SC, 2002. *Analysis of surface gravity and satellite altimetry data for their combination with CHAMP and GRACE information. Proceedings of the 3rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission, GG2002*, Tziavos (Ed.), Thessaloniki, Greece, Aug. 26-30, pp. 249-261.
- Pavlis NK, Holmes SA, Kenyon SC, Factor JK (2008). An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008, presented at the 2008 General Assembly of the European Geosciences Union, Vienna, Austria, April 13-18, 2008
- Rapp R. H., Sanso F., 1995. *Determination of the geoid present and future*. International Association of Geodesy symposia, N° 106.
- Sandwell, D. T. and Smith, W. H. F., 1997. Marine Gravity Anomaly from GEOSAT and ERS-1 Satellite Altimetry, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 102, No. 85, pp. 10093-10054
- Schwarz, K. P., 1984. *Data types and their spectral properties*, in Proc. of the International Summer School on local Gravity Field Approximation. Beijing, China, August 21-September.
- She, B.B., 1993. A PC-based Unified Geoid for CANADA, Masters thesis, department of Geomatics Engineering, The University of Calgary, Calgary, Canada, 107pp.
- Sideris, M. G. and Li, Y. C., 1993. *Gravity Field Convolutions without Windowing and Edge Effects*. *Bulletin Géodésique*, Vol. 67, pp. 107-118.
- Sideris, M. G., 1994. Geoid Determination by FFT techniques. Lecture notes for the international school for the determination and use of the geoid, Milan, February 15-19, 1999.
- Sjöberg LE (1994a) The total terrain effects in the modified Stokes' formula. International Association of Geodesy Symposia, vol 113. Springer, Berlin Heidelberg New York, pp 616-623
- Sjöberg LE (1994b) On the terrain effects in geoid and quasigeoid determinations using Helmert's second condensation method. Division of Geodesy Res Rep 36, The Royal Institute of Technology, Stockholm
- Sjöberg LE (1995) On the quasigeoid to geoid separation. *Manuscr Geod* 20: 182-192
- Sjöberg LE (1996a) On the error of analytical continuation in physical geodesy. *J Geod* 70: 724-730
- Sjöberg LE (1996b) The terrain effect in geoid computation from satellite derived geopotential models. *Boll Geod Sci Aif* 55: 385- 392
- Sjöberg LE (1998) The exterior Airy/Heiskanen topographic— isostatic gravity potential, anomaly and the effect of analytical continuation in Stokes' formula. *J Geod* 72: 654-662
- Sjöberg LE (1999) On the downward continuation error at the Earth's surface and the geoid of satellite derived geopotential models. *Boll Geod Sci Aif* 58: 215-229
- Sjöberg LE The effect of downward continuation of gravity anomaly to sea level in Stokes formula. *J Geod*
- Sjöberg LE, Nahavandchi H (1999) The indirect effect in geoid determination by the Stokes—Helmert method. *J Geod* 73: 87-93 Sun W, Sjöberg LE (submitted) Binomial expansions in isostatic compensations and terrain corrections. *J Geod*
- Sjöberg, L.E (2000) Topographic effects by the Stokes-Helmert method of geoid and quasi-geoid determinations— *Bulletin of the Journal of Geodesy* – Octobre 1999.

- Sjöberg, L.E (2003) A computational scheme to model the geoid by the modified Stokes formula without gravity reductions– Bulletin of the Journal of Geodesy – May 2003.
- Sjöberg, L.E (2004) The effect on the geoid of lateral topographic density variations – Bulletin of the Journal of Geodesy – June 2004.
- Strang van Hees G., 1990. *Stokes formula using fast Fourier techniques. Manuscripta geodaetica*, 15(4):235-239.
- Sun W, Vanicek P (1998) On some problems of the downward continuation of the 5' x 5' mean Helmert gravity disturbance. *J Geod* 72: 411-420
- Tscherning C.C., 1994. *Geoid determination by Least Squares Collocation using GRAVSOF*T. Lecture notes for the international school for the determination and use of the geoid, Milano, octobre.
- Tscherning C.C (1994) *Geoid determination by Least Squares Collocation using GRAVSOF*T. Lecture notes for the international school for the determination and use of the geoid, Milano, octobre.
- Tscherning, C. C., Forsberg, R., Knudsen, P. (1992). *Description of the GRAVSOF*T package for geoid determination, Proceedings of First Continental Workshop on the Geoid in Europe, Prague, pp327 - 334.
- Tscherning, C. C., Forsberg, R., Knudsen, P. (1992). *Description of the GRAVSOF*T package for geoid determination, Proceedings of First Continental Workshop on the Geoid in Europe, Prague, pp327 - 334.
- Tziavos, I. N., 1993. *Numerical Consideration of FFT methods in Gravity Field Modelling*. University of Hannover.
- Tziavos, I. N., 1996. *Comparisons of Spectral Techniques for Geoid Computations Over Large Regions*. *Journal of Geodesy*, Vol. 70, pp. 357-373
- Vanicek P, Sun W, Ong R, Martineck Z, Vadja R, Horst B (1996) Downward continuation of Helmert's gravity. *J Geod* 71: 21- 34
- Wenzel, G., 1999. *Global models of the gravity field of high and ultra-high resolution*. Lecture notes for the international school for the determination and use of the geoid, Milan, February 15-19, 1999.
- Yves Lagabrielle , Maurice Renard , Erwan Martin, Marc De Rafélis Saint Sauveur., 2018, *Eléments de géologie - 16e édition du "Pomerol"*, Dunod

ANNEXE**Tableau A.1** : Corrections de terrain sur les anomalies de gravité suivant la réduction RTM (réseau test)

Station	Latitude	Longitude	Altitude	20\60 km	20\80 km	20\100 km	20\150 km
3293	36.5112	1.1978	38	12.9664	12.9592	12.9539	12.9534
3359	36.5877	2.1243	23	-5.9955	-6.0075	-6.0131	-6.0169
3547	36.8117	2.9567	30	19.5618	19.5563	19.553	19.5429
3592	36.9162	3.9175	2	20.3813	20.3733	20.3665	20.3611
55	36.8967	4.76	31	17.1017	17.0913	17.0851	17.0872
3568	36.8558	6.0613	22	-8.0729	-8.0805	-8.0863	-8.0867
3579	36.8865	6.9838	11	-7.2205	-7.2299	-7.2376	-7.2349
3564	36.8417	7.9533	3	0.7463	0.7354	0.7335	0.7287
3572	36.8685	8.585	190	-0.4546	-0.4647	-0.4768	-0.4745
39	35.7133	-0.6533	2	-11.9041	-11.91	-11.9134	-11.9213
2748	35.9397	0.0845	4	-8.4366	-8.4421	-8.4451	-8.461
2789	35.9973	0.9998	92	-13.6125	-13.6204	-13.6264	-13.6313
2754	35.9468	2.1023	827	-14.5121	-14.5169	-14.522	-14.5302
2770	35.9685	2.9933	770	-17.3441	-17.3468	-17.3529	-17.3594
2798	36.0162	3.9998	1032	9.2921	9.2874	9.2821	9.2747
2753	35.9467	5.0333	1104	-4.8979	-4.9018	-4.9094	-4.916
2733	35.9243	6.0398	929	-3.283	-3.2884	-3.2943	-3.3016
2735	35.9288	6.9775	991	-0.2945	-0.2986	-0.3033	-0.313
2750	35.9407	7.8713	636	-4.8757	-4.8789	-4.8815	-4.8883
1872	34.9713	-2.0323	395	4.2866	4.283	4.2807	4.2787
1859	34.9533	-0.9167	723	2.4383	2.4347	2.432	2.4296
1916	35.0333	0.0617	549	-9.1979	-9.1965	-9.1954	-9.1987
1949	35.0738	1.0033	807	-14.1855	-14.1863	-14.187	-14.1876
1749	34.803	2.0923	938	-0.9125	-0.9135	-0.9146	-0.9167
1904	35.0217	3.0455	841	-1.803	-1.8045	-1.8041	-1.8065
1938	35.0603	3.9553	974	-3.0053	-3.0061	-3.0051	-3.0071
1969	35.0933	4.8867	636	-3.5178	-3.5167	-3.5221	-3.5255
1883	34.9902	6.0118	485	-14.8264	-14.8314	-14.8334	-14.8348
1912	35.0298	6.9955	1149	-7.0733	-7.0762	-7.0794	-7.0809

1870	34.9687	7.8118	911	-8.1878	-8.1899	-8.1932	-8.1958
1433	34.0683	-1.5683	1188	-1.1551	-1.1561	-1.1571	-1.1593
1423	34.0137	-1.0367	1158	-0.0491	-0.0503	-0.0529	-0.054
1419	33.9912	0.0368	1046	2.3324	2.3313	2.3301	2.3292
1425	34.02	0.9842	1099	-1.1886	-1.1897	-1.1907	-1.192
1427	34.0263	1.9847	1410	-3.0024	-3.0031	-3.0036	-3.0041
1446	34.1317	3.0217	893	-1.0629	-1.0644	-1.0649	-1.0655
1332	33.605	4	670	-1.0418	-1.0416	-1.0419	-1.0428
1540	34.425	5.0667	194	-2.6002	-2.6006	-2.6009	-2.6024
1412	33.9583	5.9317	1	0.5833	0.5831	0.5842	0.5831
1366	33.7667	7.45	11	-3.1157	-3.1154	-3.1156	-3.1164
1570	34.4767	7.5167	323	6.1583	6.1563	6.1558	6.152
1233	32.7528	-0.988	1321	-3.884	-3.8852	-3.8865	-3.8877
1257	32.9778	0.0523	1053	-5.9541	-5.9567	-5.9573	-5.9626
1268	33.0983	1.265	887	0.4288	0.4264	0.4266	0.4263
1276	33.1583	3.3667	739	-1.696	-1.6963	-1.6958	-1.696
1246	32.8317	3.765	533	-4.6857	-4.6861	-4.6858	-4.6855
1243	32.7883	4.5017	330	-0.7554	-0.7557	-0.7557	-0.7566
1270	33.105	6.07	73	0.1053	0.1053	0.1052	0.1051
1159	31.8798	-1.9115	909	-9.547	-9.5465	-9.5486	-9.5495
3925	32.1112	-1.0262	874	-1.6957	-1.6971	-1.6993	-1.7006
1195	32.3867	4.2183	350	-0.4061	-0.4064	-0.4065	-0.4067
1186	32.1717	4.74	240	-2.1064	-2.1063	-2.1061	-2.1062
1157	31.8333	5.8833	150	-1.0573	-1.0573	-1.0575	-1.0574
1122	30.9417	-3.5667	601	-27.6252	-27.6266	-27.6276	-27.6284
3903	30.9217	-2.0267	636	-1.3872	-1.3879	-1.3879	-1.3882
3898	30.58	2.88	398	-0.7686	-0.7688	-0.7689	-0.769
37	31.3667	4.6333	230	0.1238	0.1239	0.1239	0.1239
1131	31.175	6.3167	164	-0.1981	-0.1981	-0.1982	-0.1988
1116	30.85	6.5	187	0.2207	0.2208	0.2208	0.2208
1070	30.075	-3.7	650	0.1856	0.1853	0.1852	0.1847
3882	30.2667	-2.9667	634	0.6237	0.6238	0.6235	0.6235
1052	29.9	-2.0483	476	0.0835	0.0831	0.083	0.0825

3863	30.0033	2.98	391	0.7577	0.7577	0.7576	0.7574
1056	29.9483	6.4217	247	0.2993	0.2992	0.2991	0.299
4097	29.8042	8.366	290.41	-4.552	-4.5539	-4.558	-4.5606
3998	29.9477	9.0422	303.81	-3.0387	-3.039	-3.0387	-3.0389
3964	30.3642	9.9118	309.01	-2.6549	-2.6549	-2.6549	-2.6553
1000	29.4	-3.25	535	0.863	0.8621	0.8617	0.8614
962	28.6717	-2.1033	328	-2.2863	-2.2865	-2.2864	-2.2867
976	29.04	-1	291	-4.4234	-4.4235	-4.4235	-4.4235
3826	29.1433	2.7917	557	1.6335	1.6336	1.6331	1.6329
978	29.075	6.4133	311	0.0096	0.0095	0.0094	0.0092
6698	28.8393	7.1118	301.61	-1.7291	-1.7294	-1.7295	-1.7297
6295	29.019	7.9465	331.11	-2.1873	-2.1878	-2.1875	-2.1873
4117	29.038	8.994	453.21	-5.3431	-5.3432	-5.3432	-5.3431
6275	28.9638	9.8948	661.61	-0.3091	-0.3094	-0.3097	-0.3095
5475	27.845	-2.8162	343.51	-0.9248	-0.9248	-0.925	-0.9253
5380	27.9822	-1.9203	331.51	-0.7035	-0.7037	-0.702	-0.702
4657	28.0187	-1.022	257.91	-0.1662	-0.1661	-0.1663	-0.1663
879	27.855	-0.1167	293	0.9201	0.9201	0.9201	0.9199
4860	27.6865	1.1618	388.51	-1.9744	-1.975	-1.9743	-1.9743
4946	27.7638	1.8715	608.91	1.1671	1.1666	1.1666	1.1663
4776	27.98	2.6633	515.01	-4.5766	-4.5771	-4.5773	-4.5774
4612	27.6867	6.3083	408.01	-0.1829	-0.1834	-0.1834	-0.1839
4269	28.135	6.833	349.51	-4.5842	-4.584	-4.5841	-4.5843
4513	27.9952	7.9947	482.31	-1.0312	-1.0316	-1.0317	-1.0315
4346	27.9995	9.0168	513.61	-1.7701	-1.7706	-1.7708	-1.7713
4344	27.9533	9.9413	555.51	-0.4053	-0.4056	-0.4056	-0.4061
14	26.96	-8.0033	385	0.874	0.8739	0.874	0.8741
11	26.8467	-7.3717	386	-2.0158	-2.0157	-2.0161	-2.0161
5459	27.035	-3.0243	406.01	-0.2044	-0.2047	-0.2048	-0.2053
5911	26.9417	-1.8043	305.41	-1.0807	-1.0809	-1.081	-1.0813
5289	27.0618	-0.945	273.91	0.0451	0.0451	0.0452	0.045
12177	26.99	-0.0083	231	-1.5942	-1.5942	-1.5941	-1.594
810	27.0317	0.98	295	0.1304	0.1305	0.1305	0.1302

5503	26.968	2.0235	273.11	1.7726	1.7714	1.7714	1.771
4818	27.0488	2.986	355.31	0.9298	0.9302	0.9301	0.9294
746	26.545	4.1417	357	-1.7233	-1.726	-1.7268	-1.7278
781	26.7633	5.4017	554	-16.9913	-16.9931	-16.9908	-16.9942
823	27.175	5.8067	499	-0.1121	-0.1143	-0.1154	-0.1159
12183	27.0717	7.025	475	2.8631	2.8628	2.8632	2.8608
4571	27.1565	7.8053	455.01	-2.2577	-2.2577	-2.2579	-2.2583
800	26.955	8.7067	546	3.4806	3.481	3.4808	3.4796
794	26.8767	9.7317	620	-2.0211	-2.021	-2.0211	-2.0212
6167	25.9	-1.0097	260.91	-0.5427	-0.5427	-0.5428	-0.5429
5913	26.0197	-0.0393	249.11	-0.0043	-0.0039	-0.0041	-0.0041
5929	25.9143	1.0008	203.51	1.0527	1.0528	1.0528	1.0524
667	25.7083	2.025	253	-1.1351	-1.1348	-1.1349	-1.135
5448	26.44	3.2217	253.01	-1.514	-1.5146	-1.5149	-1.5145
3723	26.0617	3.5333	376	-5.0611	-5.0614	-5.0615	-5.0637
12109	25.995	4.9967	696	-1.7019	-1.7044	-1.7047	-1.707
686	25.955	5.9467	829	0.1163	0.1133	0.1129	0.1116
648	25.53	6.5667	1050	0.019	0.0176	0.0148	0.0134
714	26.4017	8.1817	615	2.169	2.1658	2.1658	2.1632
684	25.9217	9.1917	729	-3.7514	-3.7515	-3.7521	-3.754
9104	24.6217	-1.7483	245	-1.8718	-1.872	-1.8722	-1.8723
9271	24.9983	-1.0517	268	0.5005	0.5005	0.5004	0.5002
9269	24.9917	-0.005	300	0.0964	0.0963	0.0962	0.096
6234	24.9837	1.0352	374.51	5.4402	5.4384	5.4375	5.434
11336	24.6967	1.8883	398	-2.342	-2.3423	-2.3424	-2.3429
602	24.8917	2.55	303	-10.3915	-10.3932	-10.3938	-10.394
11933	25.0767	4.0083	787	-9.9227	-9.9241	-9.923	-9.9268
11885	24.98	4.9917	900	0.4129	0.4108	0.4075	0.4068
11910	24.995	5.7367	870	-5.8148	-5.8174	-5.8157	-5.8167
606	24.9517	6.9517	1105	2.9583	2.957	2.9564	2.9544
609	25.015	8.4067	1190	-2.6167	-2.6174	-2.618	-2.6198
585	24.8117	8.9517	1167	1.571	1.5709	1.5683	1.5675
8708	24.0633	-1.9817	267	-1.4658	-1.4658	-1.4661	-1.4663

8686	24.0167	-1.0417	300	0.7424	0.7437	0.7436	0.7435
8681	23.9933	-0.005	321	0.456	0.4559	0.4558	0.4557
10748	24.0033	0.9567	352	0.0574	0.0572	0.0569	0.0566
10786	24.03	2.01	446	1.8194	1.8194	1.8188	1.818
10828	24.0483	3.0217	537	0.8423	0.8416	0.8409	0.8412
11704	23.7967	4.22	748	2.3485	2.3483	2.3479	2.3477
3670	24.02	5.0767	1019	-4.9423	-4.9439	-4.9457	-4.9481
503	23.9417	6.05	1237	-1.0636	-1.068	-1.0724	-1.0722
515	24.175	7.06	1318	-6.7529	-6.7531	-6.7538	-6.7546
546	24.425	7.7	1131	3.3432	3.3407	3.3395	3.3389
12425	24.0833	8.84	979	7.6366	7.637	7.639	7.6333
511	24.13	10.09	1330	-2.0977	-2.0989	-2.0985	-2.0985
8186	23.2367	-1.7933	330	0.3593	0.3593	0.3591	0.359
8045	23.0133	-1.0367	329	0.909	0.909	0.9095	0.9094
8042	22.9917	-0.0067	347	0.5777	0.5776	0.5776	0.5774
9793	22.99	1.005	370	-0.193	-0.193	-0.193	-0.1932
378	23.0333	2.0333	428	2.345	2.3447	2.3446	2.3445
9844	23.0067	3.0033	525	-0.3126	-0.314	-0.3137	-0.3139
9864	23.035	3.9683	639	-0.0401	-0.0402	-0.0403	-0.0402
363	22.9333	5.005	915	-7.7091	-7.7127	-7.7133	-7.7147
372	22.9983	5.7033	1726	-3.7814	-3.782	-3.7829	-3.7824
12325	23.0467	7.9	1216	-0.1875	-0.1857	-0.1845	-0.179
12327	23.0833	9.3167	775	0.5921	0.5922	0.5923	0.5917
12320	22.9917	10.05	784	4.4792	4.4793	4.4794	4.4784
72	22.9333	10.7	826	-1.5841	-1.5841	-1.584	-1.5838
7680	22.39	-0.5517	338	0.3881	0.388	0.388	0.3878
7253	21.9583	0.0433	378	2.4426	2.4426	2.4426	2.4375
7323	21.98	0.9867	397	0.5138	0.5137	0.5137	0.5136
7215	21.945	1.99	433	0.2579	0.2578	0.258	0.2573
250	21.9667	3.0367	508	-2.8083	-2.8082	-2.8082	-2.8085
7341	22.0117	3.9633	571	-1.0817	-1.0817	-1.0818	-1.0821
3628	21.98	5.4467	798	3.0359	3.0359	3.0347	3.0344
233	21.7833	5.6	707	-1.6594	-1.6595	-1.6599	-1.6597

12214	21.88	7.47	644	0.9765	0.9762	0.976	0.9759
12223	22.1833	7.6417	709	0.5708	0.5704	0.5705	0.5698
12241	22.2967	9.0633	716	1.5921	1.5921	1.5926	1.5917
12225	22.2333	9.7233	651	-0.0339	-0.0341	-0.034	-0.0337
134	21.0333	1.1833	441	2.0354	2.0353	2.0348	2.0347
136	21.0667	1.9	501	1.0772	1.0772	1.0768	1.0762
6730	21.29	3.0283	518	-1.2838	-1.2839	-1.2838	-1.2843
133	21.025	3.8333	574	-7.3384	-7.3386	-7.3388	-7.3393
3617	20.95	5.6867	585	-0.6517	-0.6519	-0.6521	-0.6521
137	21.0833	7.445	508	-3.8849	-3.885	-3.8853	-3.885
12197	21.2167	7.5033	548	-0.9533	-0.9534	-0.9534	-0.9531
90	19.9667	3.0333	611	-1.2949	-1.2952	-1.2952	-1.2959
3608	20.0633	5.6833	463	-5.7693	-5.7695	-5.7693	-5.7693

ملخص

يعد تحديد الإرتفاعات عن مستوى سطح البحر والمقاسة بواسطة عملية التسوية الدقيقة مهمة صعبة ومكلفة خاصة في المناطق ذات التضاريس الوعرة مثل الجزائر حيث أن إنشاء شبكة التسوية عالية الدقة بهذه الطريقة غير مجد من الناحية المالية. لكن التقنيات الفضائية مثل النظام العالمي لتحديد المواقع (GPS) يمكن أن تسهم في التغلب على هذه الصعوبات شريطة أن يكون لدينا نموذج جيود دقيق متوافق من حيث الدقة مع (GPS 1ppm)

وبالتالي ، فإن الهدف الرئيسي من هذه الأطروحة يتعلق بحساب نموذج جيود للإقليم الجزائري باستعمال قيم الجاذبية لدعم عمليات التسوية بواسطة GPS . ومن أجل حساب تموجات الجيود فقد استعملنا طريقة تسمى السحب والارجاع يعتمد مبدؤها على تقسيم ارتفاع الجيود إلى أطوال موجية مختلفة: كبيرة، متوسطة وقصيرة ويمكن تمثيلها على التوالي. بواسطة نموذج جيوكوموني عالمي ، قياسات الجاذبية ومعطيات طبوغرافية.

أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها أن نموذج الجيود الجديد يطابق على النحو الأمثل بيانات (تسوية/ GPS) مقارنة بالنماذج الأخرى المستخدمة في هذا البحث ، كما أن الإنحرافات المعيارية للاختلافات بالنسبة للنموذج الجديد باستخدام نموذج التحويل ذي السبعة عناصر كسطح تصحيح هي في حدود 17 سم ، قبل المطابقة و 8.1 سم بعد المطابقة.

summary

The determination of orthometric heights by precision leveling is a difficult and costly task especially in rugged terrain such as Algeria where the establishment of the high resolution leveling network is impractical from a financial point of view. The contribution of space techniques such as the Global Positioning System (GPS) can make it possible to overcome these constraints provided you have a precision geoid model compatible with that derived from GPS (1ppm).

Thus, the main objective of this thesis concerns the gravimetric computation of a geoid model for Algeria intended primarily to support GPS leveling operations. The technique used for calculating the geoid ripples is that of shrinkage-recovery, the principle of which is based on the decomposition of the height of the geoid in different wavelengths: large, medium and short and which can be respectively represented. by the global geopotential model, the gravimetric and topographic information.

. The analysis of the results obtained shows that the new geoid model optimally adjusts the leveled GPS data compared to the other solutions used in this research. Its standard deviations of the differences, before and after adjustment, using the sevenfold transformation model parameters as correction surface, are of the order of 17 cm and 8.1 cm, respectively.