محاولة تطبيق نموذج البرمجة بالأعداد الصحيحة في تخطيط الإنتاج

دراسة حالة المؤسسة الوطنية للسيارات الصناعية (SNVI)

An attempt to use integer programming model in production planning

Case study: The National Industrial Vehicle Corporation (SNVI)

خالد بوشارب[1,*]، مفيدة يحياوي[2]

[1] جامعة امحمد بوقرة ، بومرداس (الجزائر)

[2] جامعة محمد خيضر ، بسكرة (الجزائر)

تاريخ الاستلام : 2019/10/08 ؛ تاريخ المراجعة : 2019/10/10 ؛ تاريخ القبول : 2019/11/23

ملخص : يعتبر تخطيط الإنتاج من أهم ركائز نجاح المؤسسة واستقرارها في السوق، خاصة وأنه يعتمد على قيامها بالبحث عن الكميات المرغوبة من المنتجات بناء على محدودية الموارد والطاقات الإنتاجية اللازمة للإنتاج، وعلى هذا الأساس تعتبر البرمجة الخطية من أهم الأدوات والأساليب الكمية التي تسعى لضمان الاستخدام الأمثل للموارد المحدودة.في الكثير من المواقف تجد المؤسسة نفسها في ورطة من ناحية وجود أعداد غير صحيحة (عشرية) ضمن تشكيلة الإنتاج، فإنه في مثل هذه الحالة يتم استخدام نموذج رياضي يعرف بالبرمجة بالأعداد الصحيحة، هذا الأخير يقوم على إقتراح تشكيلة من المنتجات ذات أعداد صحيحة. من خلال الوعي بأهمية استخدام نموذج البرمجة بالأعداد الصحيحة في تخطيط الإنتاج، وسعيا منا إلى تقديم مادة علمية تفيد مؤسساتنا حاولنا بناء نموذج البرمجة بالأعداد الصحيحة وحله باستخدام برمجية الطرق الكمية (**QM**)، هذه الدراسة قمنا بها في المؤسسة الوطنية للسيارات الصناعية (**SNVI**) خلال سنة 2018، هذه المؤسسة تعتبر رائدة في مجال صناعة المركبات والآليات الصناعية في الجزائر.

الكلمات المفتاح : تخطيط الإنتاج ؛ برمجة خطية ؛ برمجة بأعداد صحيحة ؛ نموذج رياضي.

تصنيف JEL : C 02؛ C 44 ؛ L 23.

Abstract: Production planning is considered to be one of the most important pillars of the success of the institution and its stability in the market, especially as it depends on its search about the desired quantities of the products based on the limited resources and the productive capacities required for production, On this basis, the linear programming is considered one of the most important tools and quantitative methods that seek to ensure the optimum use of limited resources. In many situations, the institution finds itself in a dilemma considering the existence of decimal within the composition of production, in such case, a mathematical model is used, known as programming with integer numbers, the latter is based on suggesting a variety of products of integer numbers. Throughout the awareness of the importance of using the model of integer programming in the planning of production, as we sought to submit a scientific article that benefit our institutions, we tried to build an Integer programming model and to solve it using the software of quantitative models (QM), we did this study in the National Industrial Vehicle Corporation (SNVI) in 2018, this institution is a pioneer in the field of the industry of Industrial Mechanisms in Algeria.

Keywords: Production planning ; Linear programming ; Integer programming ; Mathematical model

Jel Classification Codes : C 02 ; C 44 ; L 23.

* Corresponding author, e-mail: k.bouchareb@univ-boumerdes.dz

I- تمهيد :

يشكل تخطيط الإنتاج ركيزة أساسية لاستمرارية المؤسسة، لذا فإن هذه الأخيرة تبحث دائما عن الأساليب المثلى لتخطيط إنتاجها، سواء أساليب نوعية كانت أو كمية. وفي الواقع فقد أصبح هناك توجه نحو استخدام النمذجة وهذا لتطور البرمجيات من جهة، ومن جهة أخرى لتطور الفكر التسييري واتجاهه نحو استخدام الأساليب العلمية والمنطقية، كونها تعمل على إضفاء الواقعية بعيدا عن الحدس والتخمين القائمين على الأساس الذاتي للمسير.

وتعد البرمجة الخطية أحد أهم الأساليب العلمية التي تساعد الإدارة في حل الكثير من المشاكل التي تواجهها على مستوى وظائف المؤسسات؛ أي في التمويل والاستثمار والإنتاج والأفراد والتسويق وغيرها من المهام التي تضطلع بها المؤسسة، كما ويمكن للبرمجة الخطية أن تساعد الإدارة في الوظيفة المركزية لها وهي اتخاذ القرارات في معظم مهامها ووظائفها إن لم يكن جميعها، والتي تتضمن التخطيط، التنظيم، الرقابة والتوجيه وغيرها. وتعالج البرمجة الخطية المشاكل الروتينية المتكررة، مثل مشاكل الإنتاج وتخصيص الموارد كما تعالج المشاكل الاستثنائية التي لا تتكرر كثيرا في حياة المؤسسات مثل مشاكل الاستثمار. وتطبيقات البرمجة الخطية ليست حكرا على المؤسسات الإنتاجية، بل هي تمتد لتشمل المؤسسات العمومية، والسياسات العامة للحكومة في كافة المجالات السياسية، الاقتصادية، المالية، الزراعية والعسكرية، وغيرها[1].

تتطلب أكثر التطبيقات العملية لمسائل البرمجة الخطية، حل متمثل بأعداد صحيحة فمثلا في مسائل الإنتاج فأنه من غير الممكن أن يتم إنتاج سيارة ونصف أو حقيبة جلدية وربع الحقيبة وعلى هذا الأساس ظهرت البرمجة بالأعداد الصحيحة (Integer programming) والتي هي عبارة عن مسألة برمجة خطية تكون كل أو بعض قيم متغيرات المسألة عبارة عن أعداد صحيحة أي مقيدة بشرط قيد العدد الصحيح، مع فرضية أن النتائج كلها موجبة، وبالتالي يطلق عليها أحيانا البرمجة بالأعداد الصحيحة التامة أو المختلطة، وهذا يعتمد على الشروط الأولية لحل المسألة[2].

I.1- إشكالية الدراسة :

إشكالية هذه الدراسة تدور حول كيفية بناء وتطبيق نموذج رياضي يساعد المؤسسة الوطنية للسيارات الصناعية (SNVI) في مواجهة مشكل تحديد تشكيلة الإنتاج المثلى التي تسعى إلى تحقيق أهدافها وفي ظل عدم قابلية تجزئة منتجاتها. وفقا لفرضيات مفادها أن استعمال تقنيات البرمجة بالأعداد الصحيحة يساهم في تخطيط الإنتاج في المؤسسة، وأن بناء النموذج الرياضي للبرمجة بالأعداد الصحيحة يتطلب دراسة دقيقة لمراحل الإنتاج للمؤسسة، بالإضافة إلى أن تقنيات البرمجة بالأعداد الصحيحة تساعد الإدارة في تسهيل عملية تخطيط الإنتاج من خلال تحليل الحساسية وذلك بإعطاء مجال لمتخذ القرار لمعالجة التغيرات المفاجئة التي تطرأ على العملية الإنتاجية بالمؤسسة.

I.2- أهمية وأهداف الدراسة :

يمكن إبراز أهمية وأهداف الدراسة في النقاط التالية:

- تعد البرمجة بالأعداد الصحيحة مفيدة على وجه الخصوص في المشاكل التي تتضمن قرارات منطقية، كإنتاج السيارات والمركبات؛
- استخدام البرمجة بالأعداد الصحيحة كأحد الأساليب العلمية الرياضية، يعد كتقنية متجددة من شأنها رفع فعالية وتحسين نظام الإنتاج والذي ينعكس بالإيجاب على أهداف المؤسسة؛
- تركز البرمجة بالأعداد الصحيحة على أمثلة المشاكل التي يكون لبعض متغيراتها قيم متقطعة بالضرورة. وعوضاً عن السماح للمتغيرات بأخذ جميع القيم المستمرة الواقعة ضمن مجال محدد، تكون القيم الممكنة هي فقط تلك القيم المتقطعة المحددة مسبقا، والواقعة ضمن المجال المطلوب؛
- إلقاء الضوء حول كيفية بناء نموذج البرمجة الخطية في ظل قيود المؤسسة الإنتاجية؛
- إبراز دور تقنيات البرمجة بالأعداد الصحيحة في تخطيط الإنتاج؛
- مساعدة أصحاب القرار داخل المؤسسة محل الدراسة على اختيار القرارات التي تحافظ على النتائج المثلى المتوصل إليها من طرف النموذج المستخدم.

I.3- الدراسات السابقة :

من أجل الإلمام بمختلف جوانب الموضوع وسعيا منا لإثراء الحقل المعرفي، قمنا بالإطلاع على مجموعة من الدراسات لتفادي التكرار وتحقيق التكامل معها، نذكر بعضها:

- سهير مصطفى الأحمد، **"دراسة في مسائل البرمجة الخطية وبعض تطبيقاتها العملية في مسألة التغذية"**، 2014، حاولت الباحثة من خلال هذه الدراسة التوصل إلى أن البرمجة الخطية يمكن تطبيقها في كل المجالات بما فيها ميدان التغذية، من خلال حلها مجموعة من

التطبيقات والمسائل التي تخص قطاع التغذية، غير أن دراستنا لا تتوقف عند البرمجة الخطية فقط والتي تعطينا نتائج كسرية غير مطابقة للواقع، بل تتجاوزها من خلال إعطائنا نتائج ذات قيم صحيحة ومنطقية.

- مخوخ رزيقة، **"تحسين استعمال موارد المؤسسة المتاحة باستخدام تقنيات البرمجة الخطية"**، 2012، حيث أن الباحثة ركزت على مدى مساهمة تقنيات البرمجة الخطية في تحسين الأداء باستعمال موارد المؤسسة المتاحة، من خلال إبراز أن استغلال الموارد المتاحة بطريقة جيدة يؤدي إلى رفع قيمة المخرجات وبالتالي زيادة الطاقة الإنتاجية، غير أن دراستنا تشابهت معها من خلال طريقة جمع المعطيات من المؤسسة محل الدراسة، واختلفت معها كون دراستنا عالجت موضوع البرمجة الخطية بالأعداد الصحيحة ومدى مساهمتها في تخطيط الإنتاج.
- عبد الحميد حجيري، **"بناء نموذج الإنتاج الأمثل باستخدام البرمجة الخطية"**، 2012، حيث أن الباحث ركز على كيفية بناء النموذج الرياضي باستعمال البرمجة الخطية، حيث أن هذه الدراسة شبيهة لدراستنا من حيث المبدأ فقط وهو كيفية بناء النموذج، غير أن وجه الاختلاف يكمن في أن هذه الدراسة اعتمدت على البرمجة الخطية، وأن دراستنا هذه تسعى إلى معالجة مشكلة تخطيط الإنتاج في ظل عدم قابلية تجزئة منتجات المؤسسة الوطنية للسيارات الصناعية.
- قارون عمران، **"تخفيض تكاليف النقل البحري باستخدام البرمجة الخطية"**، 1997،حيث أن الباحث ركز على تحديد مزيج النقل الأمثل باستخدام البرمجة الخطية لاتخاذ القرار الأمثل المحقق لأدنى تكلفة ممكنة، حيث أن طبيعة الدراسة تمثلت في محاولة تخفيض تكاليف النقل البحري، غير أن دراستنا هذه الهدف منها هو محاولة بناء نموذج البرمجة بالأعداد الصحيحة كمرحلة أولى، ثم توضيح طريقة حله باستخدام برمجية الطرق الكمية (QM) كمرحلة ثانية، ثم إقتراح تشكيلة إنتاج ذات قيم صحيحة على المؤسسة محل الدراسة كمرحلة أخيرة.

I.4- نطاق وحدود الدراسة :

فيما يخص حدود الدراسة فيمكن تلخيصها في النقاط التالية :

- يقتصر البحث على استخدام أسلوب واحد فقط من الأساليب العلمية الرياضية، وهي تقنية البرمجة بالأعداد الصحيحة؛
- تقتصر الدراسة على الحيز المكاني المحدد والمتمثل في دراسة المؤسسة الوطنية للسيارات الصناعية (SNVI)؛
- تعتمد دراستنا على معطيات المؤسسة محل الدراسة خلال سنة 2018 لأنها تعكس الوضعية الحديثة لها.

I.5- منهج وأدوات الدراسة :

تم تصميم الدراسة اعتمادا على منهج النمذجة الذي يمكن اعتماده في دراسة الواقع؛ لأنه ملائم لفهم مكونات الموضوع وإخضاعه للدراسة الدقيقة وتحليل أبعاده، وذلك بالاعتماد على نماذج افتراضية يمكن أن ترد في شكل صياغات رياضية، حيث استعنا في ذلك ببرمجية الطرق الكمية QM، ومن أجل إسقاط الدراسة على واقع المؤسسات الجزائرية، قمنا باختيار المؤسسة الوطنية للسيارات الصناعية (SNVI) كنموذج، باعتبارها أحد المؤسسات الصناعية الكبرى في الجزائر.

II - الطريقة والأدوات :

في الكثير من الأحيان تكون قيم المتغيرات القرارية أعداد صحيحة فمثلا عند اختيار التركيبة الأقل تكلفة من الطائرات المطلوب شراؤها طبقا للسعر ووفقا للصيانة و الطاقة الاستيعابية، فإنه في مثل هذه الحالة ليس من المعقول أن تكون أعداد الطائرات في صورة كسرية[3]، فعند استعمال البرمجة الخطية في حل مشكلة الأمثلية وتحت قيود ما، هناك شرطان لابد من مراعاتهما: المتغيرات يجب أن تكون مستمرة ودالة الهدف وكذا القيود هي دوال خطية، هذان الشرطان أو الفرضيتان قد تعيقان في بعض الحالات، عندما يتعلق الأمر بالنشاطات المسيرة غير قابلة للتجزئة، في مثل هذه الحالات نلجأ إلى طرق وتقنيات أخرى للحل والمتمثلة في البرمجة بالأعداد الصحيحة[4].

يعتبر نموذج البرمجة بالأعداد الصحيحة أحد النماذج الرياضية المشتقة من النموذج الرياضي العام للبرمجة الخطية ويتكون من دالة هدف ومن قيود وشرط عدم سلبية المتغيرات، ويختلف عن البرمجة الخطية العادية بأنه يجب أن يكون واحد أكثر من قيم الحل في شكل أرقام صحيحة وعلى وجه الخصوص في جدول الحل الأمثل، أي يجب أن تكون قيم المتغيرات القرارية أرقاما صحيحة خالية من الكسور؛ ويمكن تعريف البرمجة بالأعداد الصحيحة بأنها أسلوب رياضي للبرمجة الخطية يقدم حلولا لمشاكل البرمجة الخطية وفي شكل أعداد أو أرقام صحيحة[5]؛ كما يمكن تعريف البرمجة بالأعداد الصحيحة بأنها عبارة عن برنامج خطي مضاف إليه شرط إضافي وهو أن المتغيرات عبارة عن أعداد صحيحة[6]، والحل

نموذج البرمجة بالأعداد الصحيحة يستخدم طرق عديدة أشهرها: قيد غوموري* GOMORY وطريقة التفريع والتحديد** BRANCH and BOUND. ولتبيان الطريقة التي سنسعى بها إلى تطبيق نموذج البرمجة بالأعداد الصحيحة في المؤسسة الوطنية للسيارات الصناعية (SNVI) نقوم بإتباع الخطوات التالية:

1.II- الدورة الإنتاجية في المؤسسة الوطنية للسيارات الصناعية (SNVI) :

حسب دراستنا الميدانية لاحظنا أن معظم المنتجات تمر عبر وحدة التصنيع (Département usinage 5500)، هذه الأخيرة تتكون من عدة ورشات، حيث كل ورشة تقوم بعملية معينة وكل منتج في الورشة يمر عبر عدة خطوط إنتاج كما هي موضحة في الشكل (1).

بناء على الشكل (1) يمكن توضيح خطوات عمل كل ورشة كما يلي:

الورشة 5510: هي أول مراحل التصنيع تتم عبرها تهيئة القطع وتحويلها من شكلها الخام إلى الشكل الأولي، تبلغ الطاقة الإنتاجية القصوى لهذه الورشة 3000 مركبة في السنة.

الورشة 5520: وهي المرحلة الثانية حيث يمر الشكل الأولي على آلة الخراطة والتشبيك ليكون جاهزا للورشة الموالية، تبلغ الطاقة الإنتاجية القصوى لهذه الورشة 3000 مركبة في السنة.

الورشة 5530: ورشة النجارة، تبلغ الطاقة الإنتاجية القصوى لهذه الورشة 3000 مركبة في السنة.

الورشة 5540: تنقسم هذه الورشة الى خطين إنتاجيين 1 و2:

الخط الإنتاجي 1: وهو خط التلحيم حيث يتم فيه تلحيم القطع الصغيرة و الكبيرة، كل على حدى.

الخط الإنتاجي 2: وهو خط التركيب حيث يتم فيه تركيب القطع الصغيرة و الكبيرة، كل على حدى.

تبلغ الطاقة الإنتاجية القصوى لهذه الورشة 3000 مركبة في السنة.

الورشة 5550: هذه الورشة مخصصة لتركيب آليات الأشغال العمومية حيث لها ثلاث خطوط إنتاج متمثلة في:

الخط الإنتاجي 1: يتم فيه تركيب الصهاريج

الخط الإنتاجي 2: يتم فيه تركيب خلاطات الإسمنت

الخط الإنتاجي 3: يتم فيه وضع اللمسات الأخيرة للصهاريج

الورشة 5560: تعتبر أقل الورشات نشاطا حيث لها خطين إنتاجيين متمثلين في :

الخط الإنتاجي 1: يتم فيه تركيب المشتريات والأعمال للخواص حسب الطلب

الخط الإنتاجي 2: مختص بالمنتجات الاستثنائية

الورشة 5570: ورشة الدهن لها ثلاث خطوط إنتاجية متمثلة في :

الخط الإنتاجي 1: يتم فيه وضع الطلاء للحافلات الصغيرة

الخط الإنتاجي 2: يتم فيه وضع الطلاء لباقي المنتجات

الخط الإنتاجي 3: يتم فيه تركيب الكراسي

تبلغ الطاقة الإنتاجية القصوى لهذه الورشة 3000 مركبة في السنة.

الورشة 5580: هذه الورشة مخصصة لتركيب المقاعد، حيث تبلغ الطاقة الإنتاجية القصوى لهذه الورشة 2583 مركبة في السنة.

II.2- فرضيات تطبيق نموذج البرمجة بالأعداد الصحيحة في مؤسسة SNVI :

لكي نستطيع صياغة النموذج الرياضي لأي مؤسسة يجب وضع مجموعة من الفرضيات التالية:

II.2.1-فرضية تحديد هدف المؤسسة:

تعتبر دالة الهدف في البرمجة بالأعداد الصحيحة أحد أهم المتغيرات المكونة للنموذج، وأهم المقاييس التي يعتمد عليها متخذ القرار في إصدار القرارات، وفي دراستنا هذه نلاحظ أن المؤسسة تسعى إلى تعظيم أرباحها من خلال تعظيم إيراداتها، وبالتالي فالهدف الذي نبني عليه نموذجنا يتمثل في تعظيم رقم أعمال المؤسسة محل الدراسة.

II.2.2- فرضية المنتجات :

يمكن تحديد منتجات المؤسسة محل الدراسة في الجدول (1).

II.2.3- فرضيات وحدات القياس :

- نفرض أن وحدة قياس الكميات المنتجة، كميات الموارد من الطاقة الإنتاجية القصوى، الكميات المطلوبة هي المركبة (م).
- نفرض أن كمية الموارد المتاحة من طاقة عمل الورشات مقاسة بالساعة (سا).
- نفرض أن وحدة قياس سعر البيع المعتمدة هي الدينار الجزائري (دج).

II.2.4- فرضية المواد الأولية:

إن إنتاج مؤسسة SNVI مقيد بالطلب وبالتالي فإن المواد الأولية متوفرة ومتاحة بقدر الحاجة وحسب الكمية المطلوبة.

II.3- الصياغة الرياضية لنموذج البرمجة بالأعداد الصحيحة في مؤسسة SNVI :

II.3.1- الصياغة الرياضية لدالة الهدف :

تهدف كل مؤسسة إنتاجية إلى تحقيق أعلى مستوى ممكن من تعظيم الأرباح وذلك عن طريق تعظيم إيراداتها في حدود سعر كل وحدة منتجة ومباعة منها و يمكن تلخيص كمية الإنتاج المخططة وكمية الإنتاج المباعة والإيرادات في الجدول (2).

من الجدول (2) يتضح لنا:

سعر البيع للوحدة الواحدة من A هو 4778000,00 دج، سعر البيع للوحدة الواحدة من B هو 8347000,00 دج، سعر البيع للوحدة الواحدة من C هو 1163538,46 دج، سعر البيع للوحدة الواحدة من D هو 2077600,00 دج، وسعر البيع للوحدة الواحدة من E هو 3292818,18 دج.

إذا ما تم إعطاء الرمز Z إلى دالة الهدف والتي تمثل هدف المؤسسة في تعظيم إيراداتها، فإن دالة الهدف يمكن التعبير عنها رياضيا كالتالي:

$$Max(Z) = 4778000X_1 + 8347000X_2 + 1163538{,}46X_3 + 2077600X_4 + 3292818{,}18X_5$$

II.3.2- القيود :

II.3.2.1- قيود زمن الإنتاج :

خلال عملية الإنتاج يمر المنتج عبر عدة ورشات، ولكل ورشة آلات لها نظام خاص بها في عملية الإنتاج تستغرق وقت محدد حيث يجب أن لا تتعدى الوقت المتاح لكل ورشة خلال السنة، فيما يلي سنوضح كيفية حساب هذا الوقت حيث استخدمنا الساعات بدل الأيام.

ساعات العمل النظرية والفعلية مبينة في الجدول (3).

بالنسبة لساعات العمل النظرية فتم حسابها حسب سير العمل بنظام وردية واحدة:

ساعات العمل السنوية = (ساعات العمل اليومية x عدد أيام السنة والمقدر بـــ 253 يوم) أي أن:

- **الورشة 5510:** 8 × 253 = 2024 سا
- **الورشة 5520:** 8 × 253 = 2024 سا
- **الورشة 5530:** 8 × 253 = 2024 سا
- **الورشة 5540:** 8 × 253 = 2024 سا

- **الورشة 5570:** 8 × 253 = 2024 سا
- **الورشة 5580:** 8 × 253 = 2024 سا

- **بالنسبة للورشة 5510:** تمر بها كل المنتجات وبالتالي فإن:

الإنتاج الكلي للمنتجات الخمسة = 1777 مركبة

إنتاج وحدة من A = 1771 ÷ 1777 = 0,99 ساعة/للوحدة الواحدة.

بنفس الطريقة يتم حساب الزمن الذي تستغرقه وحدة واحدة من باقي المنتجات.

- **بالنسبة للورشة 5520:** تمر بها كل المنتجات أيضا وبالتالي فإن:

الإنتاج الكلي للمنتجات الخمسة = 1777 مركبة

إنتاج وحدة من A = 1771 ÷ 1777 = 0,99 ساعة/للوحدة الواحدة.

بنفس الطريقة يتم حساب الزمن الذي تستغرقه وحدة واحدة من باقي المنتجات.

- **بالنسبة للورشة 5530:** تمر بها كل المنتجات أيضا وبالتالي فإن:

الإنتاج الكلي للمنتجات الخمسة = 1777 مركبة

إنتاج وحدة من A = 1771 ÷ 1777 = 0,99 ساعة/للوحدة الواحدة.

بنفس الطريقة يتم حساب الزمن الذي تستغرقه وحدة واحدة من باقي المنتجات.

- **بالنسبة للورشة 5540:** تمر بها كل المنتجات أيضا وبالتالي فإن:

الإنتاج الكلي للمنتجات الخمسة = 1777 مركبة

إنتاج وحدة من A = 1771 ÷ 1777 = 0,99 ساعة/للوحدة الواحدة.

بنفس الطريقة يتم حساب الزمن الذي تستغرقه وحدة واحدة من باقي المنتجات.

- **بالنسبة للورشة 5570:** هنا تميز مرحلتين إنتاجيتين:

- مرحلة وضع الطلاء للحافلات: يمر بهذه المرحلة المنتجين A وB فقط وبالتالي فإن:

مجموع المنتجين A وB = 197 مركبة

إنتاج وحدة من A = 1771 ÷ 197 = 8,98 ساعة/للوحدة الواحدة.

إنتاج وحدة من B = 1771 ÷ 197 = 8,98 ساعة/للوحدة الواحدة.

- مرحلة وضع الطلاء لباقي المنتجات: يمر بهذه المرحلة المنتجات C، D وE وبالتالي فإن:

مجموع المنتجات C، D وE = 1580 مركبة

إنتاج وحدة من C = 1771 ÷ 1580 = 1,12 ساعة/للوحدة الواحدة.

إنتاج وحدة من D = 1771 ÷ 1580 = 1,12 ساعة/للوحدة الواحدة.

إنتاج وحدة من E = 1771 ÷ 1580 = 1,12 ساعة/للوحدة الواحدة.

- **بالنسبة للورشة 5580:** تمر بها المنتجات A، B، C وD فقط وبالتالي فإن:

مجموع المنتجات A، B، C وD = 1531 مركبة

إنتاج وحدة من A = 1771 ÷ 1531 = 1,15 ساعة/للوحدة الواحدة.

بنفس الطريقة يتم حساب الزمن الذي تستغرقه وحدة واحدة من باقي المنتجات.

يمكن تلخيص المعطيات السابقة في الجدول (4).

من الجدول 4 يمكن تكوين قيود الزمن كالتالي:

القيد 1 $0,99X_1 + 0,99X_2 + 0,99X_3 + 0,99X_4 + 0,99X_5 \leq 2024$

القيد 2 $0,99X_1 + 0,99X_2 + 0,99X_3 + 0,99X_4 + 0,99X_5 \leq 2024$

القيد 3 $0,99X_1 + 0,99X_2 + 0,99X_3 + 0,99X_4 + 0,99X_5 \leq 2024$

القيد 4 $0,99X_1 + 0,99X_2 + 0,99X_3 + 0,99X_4 + 0,99X_5 \leq 2024$

القيد 5 $8,98X_1 + 8,98X_2 \leq 2024$

القيد 6 $1,12X_3 + 1,12X_4 + 1,12X_5 \leq 2024$

القيد 7 $1,15X_1 + 1,15X_2 + 1,15X_3 + 1,15X_4 \leq 2024$

II.2.3.2- قيود الطلب :

حسب مصالح المؤسسة فإن كمية المنتجات المطلوبة لسنة 2018 موضحة في الجدول (5).

من الجدول (5) يمكن بناء قيود الطلب على منتجات المؤسسة تكون كما يلي:

القيد 8 $X_1 \leq 206$

القيد 9 $X_2 \leq 126$

القيد 10 $X_3 \leq 1416$

القيد 11 $X_4 \leq 835$

القيد 12 $X_5 \leq 417$

وحيث أن المؤسسة تكون إما في حالة عدم إنتاج أو أنها تبدأ العملية الإنتاجية، وبالتالي تبدأ الوحدات في التشكيل وتكون موجبة، هذا يعني إضافة للبرنامج الخطي قيود لا سلبية المتغيرات أي: $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$

من خلال ما سبق تحليله لسنة 2018 فإن النموذج الخطي لمؤسسة SNVI يمثل كالتالي:

$$Max(Z) = 4778000X_1 + 8347000X_2 + 1163538,46X_3 + 2077600X_4 + 3292818,18X_5$$

$$\begin{cases}
0,99X_1 + 0,99X_2 + 0,99X_3 + 0,99X_4 + 0,99X_5 \leq 2024 & \text{القيد 1} \\
0,99X_1 + 0,99X_2 + 0,99X_3 + 0,99X_4 + 0,99X_5 \leq 2024 & \text{القيد 2} \\
0,99X_1 + 0,99X_2 + 0,99X_3 + 0,99X_4 + 0,99X_5 \leq 2024 & \text{القيد 3} \\
0,99X_1 + 0,99X_2 + 0,99X_3 + 0,99X_4 + 0,99X_5 \leq 2024 & \text{القيد 4} \\
8,98X_1 + 8,98X_2 \leq 2024 & \text{القيد 5} \\
1,12X_3 + 1,12X_4 + 1,12X_5 \leq 2024 & \text{القيد 6} \\
1,15X_1 + 1,15X_2 + 1,15X_3 + 1,15X_4 \leq 2024 & \text{القيد 7} \\
X_1 \leq 206 & \text{القيد 8} \\
X_2 \leq 126 & \text{القيد 9} \\
X_3 \leq 1416 & \text{القيد 10} \\
X_4 \leq 835 & \text{القيد 11} \\
X_5 \leq 417 & \text{القيد 12} \\
X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0
\end{cases}$$

II.4- حل النموذج :

للبحث عن الحل الأمثل قمنا بحل النموذج الرياضي المتوصل إليه باستخدام برمجية QM، ثم حصلنا على النتائج الممثلة في الجدول (6).

من الجدول 6 نلاحظ أنه يمكن إنتاج 99 مركبة من المنتج A و 126 مركبة من المنتج B و 555 مركبة من المنتج C و 835 مركبة من المنتج D و 417 مركبة من المنتج E مع تحقيق أقصى إيراد قدره 5278409000.00 دج.

II.5- تحليل حساسية النتائج :

يمكن تلخيص تحليل حساسية النتائج المتوصل إليها في مؤسسة SNVI في الجدول (7).

من الجدول 7 نلاحظ أنه لدينا مجموعة من الحلول الممكنة من بينها الحل الأمثل، ولاختيار هذا الأخير وجب علينا قراءة الجدول أفقيا وعموديا كما يلي:

II.5.1- القراءة الأفقية لجدول تحليل الحساسية :

يتضح من خلال القراءة الأفقية للجدول أن المؤسسة محل الدراسة تملك خمس تشكيلات إنتاج ممكنة كالتالي:

- **التشكيلة الأولى:** والمتمثلة في إنتاج 99.39 مركبة من المنتج A و 126 مركبة من المنتج B و 555.143 مركبة من المنتج C و 835 مركبة من المنتج D و 417 مركبة من المنتج E مع تحقيق أقصى إيراد قدره 5280438000.00 دج، حيث لا يمكن قبول هذه التشكيلة لعدم تحقق شرط الأعداد الصحيحة والمتمثل في إنتاج 99.39 مركبة من المنتج A و 555.143 مركبة من المنتج C.
- **التشكيلة الثانية:** والمتمثلة في إنتاج 99 مركبة من المنتج A و 126 مركبة من المنتج B و 555.143 مركبة من المنتج C و 835 مركبة من المنتج D و 417 مركبة من المنتج E مع تحقيق أقصى إيراد قدره 5278576000.00 دج، حيث لا يمكن قبول هذه التشكيلة لعدم تحقق شرط الأعداد الصحيحة والمتمثل في إنتاج 555.143 مركبة من المنتج C، وللتخلص من مشكلة وجود أعداد غير صحيحة في هذه التشكيلة يستوجب إضافة قيد جديد والمتمثل في $X_1 \leq 99$.
- **التشكيلة الثالثة:** والمتمثلة في إنتاج 99 مركبة من المنتج A و 126 مركبة من المنتج B و 555 مركبة من المنتج C و 835 مركبة من المنتج D و 417 مركبة من المنتج E مع تحقيق أقصى إيراد قدره 5278409000.00 دج، نلاحظ أنها تمثل الحل الأمثل للمسألة، ومن أجل تضييق مجال البحث على التشكيلة الإنتاجية المثلى يستوجب إضافة القيد $X_3 \leq 555$ أو استبداله مكان القيد رقم 10 من النموذج الخطي لمؤسسة SNVI المقترح لسنة 2018.
- **التشكيلة الرابعة:** والمتمثلة في إنتاج 99 مركبة من المنتج A و 126 مركبة من المنتج B و 556 مركبة من المنتج C و 834.143 مركبة من المنتج D و 417 مركبة من المنتج E مع تحقيق أقصى إيراد قدره 5277792000.00 دج، حيث لا يمكن قبول هذه التشكيلة لعدم تحقق شرط الأعداد الصحيحة والمتمثل في إنتاج 834.143 مركبة من المنتج D، وللتخلص من مشكلة وجود أعداد غير صحيحة في هذه التشكيلة يستوجب إضافة قيد جديد والمتمثل في $X_3 \geq 556$.
- **التشكيلة الخامسة:** والمتمثلة في إنتاج 100 مركبة من المنتج A و 125.39 مركبة من المنتج B و 555.143 مركبة من المنتج C و 835 مركبة من المنتج D و 417 مركبة من المنتج E مع تحقيق أقصى إيراد قدره 5278260000.00 دج، حيث لا يمكن قبول هذه التشكيلة لعدم تحقق شرط الأعداد الصحيحة والمتمثل في إنتاج 125.39 مركبة من المنتج B و 555.143 مركبة من المنتج C، وللتخلص من مشكلة وجود أعداد غير صحيحة في هذه التشكيلة يستوجب إضافة قيد جديد والمتمثل في $X_1 \geq 100$.

كخلاصة للقراءة الأفقية لجدول تحليل الحساسية ومن أجل التخلص من مشكلة وجود أعداد غير صحيحة ضمن تشكيلات الإنتاج الممكنة أو الحفاظ على الحل الأمثل المتوصل إليه، يتوجب على المؤسسة محل الدراسة إضافة القيود التالية: $X_1 \leq 99$ أو $X_3 \leq 555$ أو $X_3 \geq 556$ أو $X_1 \geq 100$.

II.5.2- القراءة العمودية لجدول تحليل الحساسية :

من أجل تحقيق هدف المؤسسة محل الدراسة والمتمثل في أعظم إيراد ممكن في ظل البرمجة بالأعداد الصحيحة، وعند قراءتنا لجدول تحليل الحساسية عموديا، يتم في كل مرة اختيار أعلى قيمة للهدف تنازليا إلى غاية تحقق شرط الأعداد الصحيحة كما يلي:

- **قيمة الهدف 5280438000.00 دج:** التي تمثل تشكيلة الإنتاج الأولى، حيث يجب على المؤسسة إنتاج 99.39 مركبة من المنتج A و 126 مركبة من المنتج B و 555.143 مركبة من المنتج C و 835 مركبة من المنتج D و 417 مركبة من المنتج E، نلاحظ أن هناك أعداد غير صحيحة ضمن الحل وبالتالي نرفض هذه التشكيلة.

- **قيمة الهدف 5278576000.00 دج:** التي تمثل تشكيلة الإنتاج الثانية، حيث يجب على المؤسسة إنتاج 99 مركبة من المنتج A و 126 مركبة من المنتج B و 555.143 مركبة من المنتج C و 835 مركبة من المنتج D و 417 مركبة من المنتج E، نلاحظ أن هناك أعداد غير صحيحة ضمن الحل وبالتالي نرفض هذه التشكيلة.
- **قيمة الهدف 5278409000.00 دج:** التي تمثل تشكيلة الإنتاج الثالثة، حيث يجب على المؤسسة إنتاج 99 مركبة من المنتج A و 126 مركبة من المنتج B و 555 مركبة من المنتج C و 835 مركبة من المنتج D و 417 مركبة من المنتج E، نلاحظ أن شرط الأعداد الصحيحة محقق وبالتالي فإن هذه التشكيلة تمثل الحل الأمثل للمسألة.

كخلاصة للقراءة العمودية لجدول تحليل الحساسية في برمجة الأعداد الصحيحة أن أعلى قيمة للهدف لا تحقق الحل الأمثل دائما وبالتالي يجب على المؤسسة محل الدراسة التضحية بجزء من قيمة الهدف من أجل الحصول على التشكيلة المثلى في ظل شرط الأعداد الصحيحة.

III- النتائج ومناقشتها :

تطرقنا في هذا المقال إلى دراسة البرمجة بالأعداد الصحيحة، حيث أن البرمجة الخطية كما نعلم لا تعكس الواقع الذي تعيشه المؤسسة، فقمنا بتسليط الضوء على أحد الطرق الكمية التي تستخدم في تخطيط الإنتاج في ظل واقع يفرض على المؤسسات الإنتاجية الإنتاج بكميات لا تقبل التجزئة (كالسيارات، الشاحنات، الحافلات ... إلخ).

ويمكن تلخيص النتائج المتوصل إليها في النقاط التالية:

- كانت نسبة الإنتاج الكلية المقترحة أكبر من نسبة الإنتاج المحققة بـــ 14 %، أي يمكن القول أن المؤسسة محل الدراسة تعاني ضعفا أو عدم الفعالية في الإنتاج، بمعنى آخر أن المؤسسة لا تستغل الطاقة الإنتاجية الكلية المتاحة والسبب في ذلك يعود بالدرجة الأولى الإختلالات الموجودة في تنظيم عمل الآلات؛
- التعطلات المتكررة في مختلف الأقسام بسبب قدم الآلات، وعدم التفكير في إيجاد حل نهائي لهذه المشكلة؛
- تطبيق نموذج البرمجة بالأعداد الصحيحة سمح للمؤسسة بالاستغلال الأمثل للآلات مما أدى ذلك زيادة في قيمة رقم أعمالها بنسبة 31 %.

على ضوء النتائج المتوصل إليها سابقا يمكننا تقديم بعض المقترحات والتوصيات لعل من شأنها المساهمة في تخطيط الإنتاج بالمؤسسة محل الدراسة، والمتمثلة في الآتي:

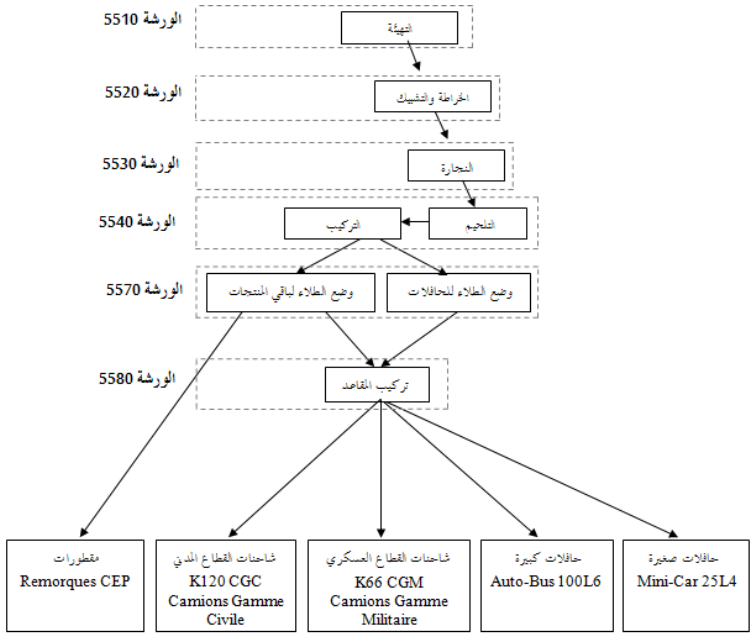
- يجب على المؤسسة البحث عن مسببات وجود الإختلالات فيما يخص استغلال الآلات والبحث عن الحل المناسب لها، وذلك عن طريق دراسة مختلف مراحل عمل الآلات في الورشات والربط بينها باستعمال الأساليب العلمية المناسبة وفقا للأغراض المخصصة لها، للمساهمة في تعظيم رقم الأعمال إلى الحد الأقصى؛
- تتخلى المؤسسة محل الدراسة عن برنامج الإنتاج الحالي، وتتبع البرنامج الخطي المقترح الذي يسمح بتعظيم إيراداتها، وذلك طبقا لنتائج الدراسة التطبيقية؛
- التفكير جديا في جلب تجهيزات حديثة، خصوصا وأن مثل هذه الآلات القديمة تحتاج إلى الكثير من عمليات الصيانة وذلك بسبب الأعطاب المتكررة، وهو ما يسبب استهلاكا كبيرا لقطع الغيار؛
- يمكن للمؤسسة أن تعظم إيراداتها وهذا إذا وضعت برنامج لإنتاج منتجاتها يأخذ بعين الاعتبار:
  - القدرة الإنتاجية للشركة؛
  - تخصيص وقت العمل بالطريقة المناسبة؛
  - تنظيم عمل الآلات.

IV- الخلاصة :

من خلال هذه الدراسة تبين أن تخطيط الإنتاج من أهم الوظائف في المؤسسة الاقتصادية كونه الوظيفة التي تقوم عليه باقي الوظائف الأخرى إذ يعمل على توفير المنتجات وفق طلب الزبائن وبالكميات المناسبة مما يتماشى مع متطلبات السوق. مما يستوجب على المؤسسة التجديد في خطوط الإنتاج وذلك عن طريق استحداث برنامج عمل يتماشى مع حجم الإنتاج المطلوب كما يجب التركيز على زيادة الطلب على منتجات المؤسسة عن طريق استقطاب أكبر قدر من الزبائن، وذلك ما يستلزم بالضرورة عصرنة الخطوط الإنتاجية عن طريق اقتناء معدات إنتاجية عصرية تتماشى مع سياسة المؤسسة كما يجب الأخذ بعين الاعتبار الوقت المخصص للورشات في العملية الإنتاجية من أجل الحصول على الحد الأقصى من الإيراد وهذا ما قمنا به من خلال اقتراحنا لبرنامج خطي مناسب لهذا الغرض.

- ملاحق :

الشكل (1) : الدورة الإنتاجية بمؤسسة SNVI



المصدر : من إعداد الباحثين بالاعتماد على معطيات المؤسسة.

الجدول (1) : ترميز منتجات المؤسسة

المنتج	رمز المنتج	الكمية المنتجة
حافلات صغيرة الحجم Mini-Car 25L4	A	X_1
حافلات كبيرة الحجم AutoBus 100L6	B	X_2
شاحنات القطاع العسكري (Camions Gamme Militaire) K 66 CGM	C	X_3
شاحنات القطاع المدني (Camions Gamme Civile) K 66 CGC	D	X_4
مقطورات Remorques CEP	E	X_5

المصدر: من إعداد الباحثين بالاعتماد على معطيات مصلحة المحاسبة.

الجدول (2) : كمية الإنتاج المخطط وكمية الإنتاج المباعة والإيرادات لسنة 2018

الإنتاج	كمية الإنتاج المخططة (م)	كمية الإنتاج المباعة (م)	سعر الوحدة (دج)	الإيرادات (دج)
A	206	122	4778000,00	582916000,00
B	126	75	8347000,00	626025000,00
C	1416	839	1163538,46	976208767,90
D	835	495	2077600,00	1028412000,00
E	417	246	3292818,18	810033272,30
المجموع	3000	1777	-	4023595040,20

المصدر : من إعداد الباحثين بالاعتماد على معطيات مصلحة المحاسبة.

الجدول (3) : ساعات العمل النظرية والفعلية لسنة 2018

الورشة	ساعات العمل النظرية	ساعات العمل الفعلية
الورشة 5510	2024	1771
الورشة 5520	2024	1771
الورشة 5530	2024	1771
الورشة 5540	2024	1771
الورشة 5570	2024	1771
الورشة 5580	2024	1771

المصدر : من إعداد الباحثين بالاعتماد على معطيات مصلحة المحاسبة.

الجدول (4) : زمن الإنتاج لكل وحدة منتجة خلال سنة 2018

المنتجات	A	B	C	D	E	الزمن المتاح
الورشات / الترميز	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	(سا)
الورشة 5510	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	2024
الورشة 5520	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	2024
الورشة 5530	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	2024
الورشة 5540	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	2024
الورشة 5570	8,98	8,98	0	0	0	2024
//	0	0	1,12	1,12	1,12	2024
الورشة 5580	1,15	1,15	1,15	1,15	0	-

المصدر : من إعداد الباحثين.

الجدول (5) : الكمية المطلوبة لسنة 2018

المنتج	الكمية المطلوبة (م)
A	206
B	126
C	1416
D	835
E	417
المجموع	3000

المصدر : من إعداد الباحثين بالاعتماد على معطيات المؤسسة.

الجدول (6) : جدول الحل الأمثل

(untitled) Solution							
	X1	X2	X3	X4	X5		RHS
Maximize	4778000	8347000	1163539	2077600	3292818		
Constraint 1	,99	,99	,99	,99	,99	<=	2024
Constraint 2	,99	,99	,99	,99	,99	<=	2024
Constraint 3	,99	,99	,99	,99	,99	<=	2024
Constraint 4	,99	,99	,99	,99	,99	<=	2024
Constraint 5	8,98	8,98	0	0	0	<=	2024
Constraint 6	0	0	1,12	1,12	1,12	<=	2024
Constraint 7	1,15	1,15	1,15	1,15	0	<=	2024
Constraint 8	1	0	0	0	0	<=	206
Constraint 9	0	1	0	0	0	<=	126
Constraint 10	0	0	1	0	0	<=	1416
Constraint 11	0	0	0	1	0	<=	835
Constraint 12	0	0	0	0	1	<=	417
Variable type	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		
Solution->	99	126	555	835	417	Optimal	5278409000

المصدر : من إعداد الباحثين بالاعتماد على برمجية QM.

الجدول (7) : جدول تحليل الحساسية

Iteration Results

(untitled) Solution									
Iteration	Level	Added constraint	Solution type	Solution Value	X1	X2	X3	X4	X5
			Optimal	5278409000	99	126	555	835	417
1	0		NONinteger	5280438000	99,39	126	555,143	835	417
2	1	X1<= 99	NONinteger	5278576000	99	126	555,143	835	417
3	2	X3<= 555	INTEGER	5278409000	99	126	555	835	417
4	2	X3>= 556	Suboptimal	5277792000	99	126	556	834,143	417
5	1	X1>= 100	Suboptimal	5278260000	100	125,39	555,143	835	417

المصدر : من إعداد الباحثين بالاعتماد على برمجية QM.

- الإحالات والمراجع :

[1]. محمد علي بلحسن. (2009). *تخطيط الإنتاج في المؤسسة الصناعية باستعمال بحوث العمليات (دراسة حالة مؤسسة صناعة الكوابل بسكرة)*. بسكرة، الجزائر: جامعة بسكرة.

[2]. أبو القاسم مسعود الشيخ. (2009). *بحوث العمليات* (المجلد 1). القاهرة، مصر: المجموعة العربية للتدريب والنشر.

[3]. حمدي طه. (1996). *مقدمة في بحوث العمليات*. (حسين علي حسين، المترجمون) الرياض، السعودية: دار المريخ.

[4]. مفيدة يحياوي. (2015). *التقنيات الكمية في إدارة الأعمال (محاضرات وتمارين)*. عمان، الأردن: دار اليازوري.

[5]. عبد الجبار بخيت، سعد النعيمي، و عباس بطيخ. (2015). *بحوث العمليات (مرتكزات أساسية وقرارات علمية)*. بغداد، العراق: كلية الاقتصاد والإدارة.

[6]. رابح بوعراب. (2017). *دروس وتمارين تطبيقية في مقياس البرمجة المعمقة*. الجزائر: جامعة الجزائر 3.

* إن هذه الطريقة التي توصل إليها غوموري GOMORY تعتمد بشكل أساسي على طريقة السيمبلكس الذي نحصل من خلالها على حل أمثل ذو قيم حقيقية، حيث في البداية يتم الحل وفق طريقة السيمبلكس العادية، فإذا كان الحل الأمثل صحيحا فهو الحل المطلوب، أما إذا كان بعض أو كل الحل الأمثل كسرا (عشريا) فسنختار أكبر هذه الكسور ليكون لنا قيدا جديدا يضاف إلى نهاية آخر جدول سيمبلكس تحصلنا عليها، ويتم بعدها إكمال الحل بطريقة السيمبلكس المقابل، وهكذا نواصل الحل وتعاد الخطوات نفسها إلى غاية الوصول إلى الحل الأمثل الصحيح. إن طريقة قيد غوموري GOMORY هي طريقة فعالة جدا لحل مسائل البرمجة بالأعداد الصحيحة لكن طويلة بسبب كثرة إعادة الخطوات خاصة في المسائل الكبيرة.

** طريقة التفريع والتحديد هي من أكثر الطرق استعمالا في حل مسائل البرمجة بالأعداد الصحيحة، وتعتمد على عمليتين أساسيتين: التفريع Branching يقصد بها تقسيم مجال الحل الكسري إلى مجالات فرعية، وهذا يتم عن طريق القيود الصحيحة الضرورية للحصول على الحلول

الصحيحة المثلى، أما التحديد Bounding يقوم على تحديد المتغير المتفرع الذي أصبحت قيمته صحيحة والناتج من العملية الأولى، ونقوم بإيجاد قيمة الحل الأمثل وفق طرق البرمجة الخطية، فإذا تحصلنا على قيمة صحيحة للحل نتوقف عند هذا التفرع، ونذهب إلى تفرع آخر، وهكذا إلى غاية الحصول على جميع متغيرات القرار قيما صحيحا.

كيفية الاستشهاد بهذا المقال حسب أسلوب APA :

خالد بوشارب ،مفيدة يحياوي (2019)، **محاولة تطبيق نموذج البرمجة بالأعداد الصحيحة في تخطيط الإنتاج** ، المجلة الجزائرية للتنمية الاقتصادية، المجلد 06(العدد 02)، الجزائر : جامعة قاصدي مرباح ورقلة، ص.ص 29-42.

يتم الاحتفاظ بحقوق التأليف والنشر لجميع الأوراق المنشورة في هذه المجلة من قبل المؤلفين المعنيين وفقا لـــ **رخصة المشاع الإبداعي نَسب المُصنَّف - غير تجاري - منع الاشتقاق 4.0 دولي (**CC BY-NC 4.0**)**.

المجلة الجزائرية للتنمية الاقتصادية مرخصة بموجب **رخصة المشاع الإبداعي نَسب المُصنَّف - غير تجاري - منع الاشتقاق 4.0 دولي (**CC BY-NC 4.0**)**.

The copyrights of all papers published in this journal are retained by the respective authors as per the **Creative Commons Attribution License**.
Algerian Review of Economic Development is licensed under a **Creative Commons Attribution-Non Commercial license** (CC BY-NC 4.0).

ARED