جامعة قاصدي مرباح ورقلة

كلية الرياضيات و علوم المادة

قسم الفيزياء

مذكرة ماستر أكاديمي

مجال : علوم المادة

شعبة: فيزياء

تخصص : فيزياء طاقوية و الطاقات المتجددة

من إعداد الطالبتن : عماري خولة و رحماني فايزة

العنـــوان:

حل المعادلات التفاضلية باستخدام الأداة pdetool من ماتلاب دراسة انتقال الحرارة في صفيحة خماسية التثقيب نموذجا

نوقشت علنا بتاريخ: /2020/09

أمام اللجنة المكونة من الأساتذة:

محسن حسين	أستاذ محاضر أ	رئيسا
سوداني محمد البار	أستاذ مساعد أ	مناقشا
تليلي صالح	أستاذ محاضر ب	مشرفا

السنة الجامعية 2020/2019

إهداء

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين

أهدي هذا العمل المتواضع:

- إلى من قال فيهما الله عز وجل " وقضى ربك ألا تعبدوا إلا إياه وبالوالدين إحسانا " فهما من أنارا لي طريق المستقبل وعلماني حب الحياة وحب العمل والاجتهاد والداي العزيزين(**محمد الهادي و نجاة**)أدامهما الله فوق رأسي، إليهما أهدي هذا النجاح لكي ادخل على قلبيهما شيئا من السعادة.
- إلى أكبر سند لي في هذه الحياة إخوتي الأفاضل(**ايمان وعلي و سعيد و اكرام و بومدين و ايناس**)فهم من شاركوني كل حلو ومر في هذه السنوات.
- إلى من كانوا عونا لي في كل احتياجاتي أصدقائي الأعزاء(بدرة و انتصار وفطوم وصباح و جمعة) فبهم اكتملت مسيرتي.
- إلى زملائي (منال و هاجر و حياة و مبروكة و اسماء) الذين كانوا قريبين مني في مسيرتي الجامعية.
- إلى كل العائلة باسم صلة الرحم وإلى كل من يكن لي المحبة والاحترام.
- لك أنت أيضا

خولة عماري

إهداء

إلهي لا يطيب الليل إلا بشكرك ولا يطيب النهار إلى بطاعتك .. ولاتطيب
اللحظات إلا بذكرك .. ولا تطيب الآخرة إلا بعفوك .. ولا تطيب الجنة إلا برؤيتك

"لله جل جلاله"

إلى من بلغ الرسالة وأدى الأمانة .. ونصح الأمة .. إلى نبي الرحمة و نور العالمين

"سيدنا محمدصلى لله عليه والـه و سلم"

إلى من علمني العطاء بدون انتظار ..إلى من أحمل أسمه بكل افتخار .. أرجو من لله
أن يمد في عمرك لترى ثمار ا قَدّ حان قطافها بعد طول انتظار
وستبقى كلماتك نجوما أهتدي بها اليوم وفي الغد وإلى الأبد..

والدي الحبيب

إلى ملاكي في الحياة .. إلى معنى الحب وإلى معنى الحنان والتفاني ..إلى بسمة الحياة و سر الوجود إلى من كان دعائها سر نجاحي و حنانها بلسم جراحي إلى أغلى الحبايب

أمي الحبيبة

إلى من تطيب الحياة بوجودهم

أخي وأختي

إلى من عرفت كيف أجدهم وعلموني أن لا أضيعهم

أصدقائي

شكر وتقدير

الحمد لله الذي أنار لنا درب العلم والمعرفة وأعاننا على أداء هذا الواجب ووفقنا إلى إنجاز هذا العمل فلولا فضل الله ونعمته علينا لما أنجز هذا البحث فله الشكر والحمد أولا وأخيرا

من لا يشكر الناس لا يشكر الله، إذا كان لابد من الشكر فإننا لا نبالغ إن قلنا أن الكلمات لا تكفي مهما ثقلت معانيها، فمن باب العرفان بالفضل نتقدم بالشكر الجزيل إلى أستاذي تليلي صالح لتتويجه لعملي بإكليل من النصائح والإرشادات فكان خير معين وسند لنا في إنجاز هذه المذكرة

كما لا يفوتنا أن نتوجه بجزيل الشكر إلى جميع أساتذة كلية العلوم المادة **بجامعة قاصدي مرباح بورقلة** وأساتذة قسم الفيزياء وتخصص فيزياء طاقوية وطاقات متجددة بصفة خاصة.

كما لا ننسى أن نقدم كل شكر لكل من ساهم وبذل جهدا في مساعدتنا لتحقيق هذا النجاح

ونرجو أنكون قد وفقنا في طرحنا وتحليلينا وإنجازنا لهذه المذكرة التي نتمنى أن تكون بداية لمزيد من الأبحاث والدراسات اللاحقة، فما وجد فيها من صح و صواب فهو بفضل العلي القدير، وما وجد فيها من سهو وخطأ فهو من طبيعة البشر، ويأبى الله عز وجل إلا أن ينفرد بالعصمة والكمال، تبارك الله ذو الجلال والإكرام

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

الفهـــرس

الفصل الثالث

خطوات دراسة حالة باستخدام الأداة pdetool من برنامج ماتلاب

الفصل الرابع

نتائج و مناقشة دراسة انتقال الحرارة في صفيحة خماسية التثقيب

قائمة الأشكال و الجداول

الأشكال:

الجداول:

المقدمة العامة:

تتسم المعادلات التفاضلية عموما و الجزئية الخطية خصوصا بأهميتها الكبيرة في تطبيقاتها التي تشمل مجالات العلوم و المعرفة فهي حلقة وصل بين الرياضيات و العلوم الأخرى مثل الفيزياء و الكيمياء ... و غيرها.

تمر عملية النمذجة باستخدام المعادلات التفاضلية لحل المسائل التطبيقية غالبا بثلاث مراحل تشمل: تمثيل المسألة بشكل معادلة تفاضلية، إيجاد حل للمعادلة التفاضلية (نظرياً أو باستخدام الحساب كاستعمال الأداة pdetool من برنامج ماتلاب) و تفسير المخرجات المتحصل عليها حسب سياق التطبيق المدروس.

من أهم أسباب اختيار هذا الموضوع قلة المراجع العربية التي عالجت المسائل العلمية التطبيقية حول المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية باستخدام الأداة pdetool من برنامج ماتلاب. لذلك يهدف هذا البحث إلى دراسة المفاهيم المتعلقة بالمعادلات التفاضلية و التعريف بمفهوم النمذجة الرياضية بالإضافة لاستعراض المعادلات التفاضلية المستخدمة في نمذجة مسائل منوعة في الفيزياء.

لتحقيق هذه الدراسة رأينا من المناسب تقسم هذا العمل لأربعة فصول، و هي:

الفصل الأول: يخصص لتقديم المعادلات التفاضلية بصفة عامة، بالتركيز على الجزئية الخطية منها. و ذلك بالتطرق لمفهومها، تصنيفها، طرق حلها و أخيرا الأدوات البرمجية المساعدة في تحديد هذا الحل. الذي يتناول عناصر المناخ، الطاقات المتجددة و مدى تأثير كل منهما على الأخر.

الفصل الثاني: من خلاله يقدم كل من ماتلاب و أهم أدوات حل المعادلات التفاضلية المتوفرة به، بالتركيز على أداة pdetool. أين نتعرف عليها و على أصناف المعادلات التفاضلية و الظواهر المتاحة دراستها بواسطتها، كما نطلع على الأوامر المتوفرة بها.

الفصل الثالث: الذي سوف يتناول كيفية تصميم نموذج الدراسة، إدخال ثوابت المعادلات التفاضلية مع اختيار الظواهر الفيزيائية، بالإضافة لتحديد الشروط المفروضة على كل منها و أخيرا كيفيات عرض النتائج.

الفصل الرابع: يتم فيه عرض نتائج دراسة كل ظاهرة، لتتم متناقشة و تحليل النتائج مع تقديم لتفسير كل نتيجة.

و أخيرا خلاصة تختصر طريقة العمل و أهم النتائج المحصل عليها، بالإضافة إلى تعديد أخطاء الدراسة و نقائصها، كما يقدم من خلالها أفاق و مقترحات أعمال المستقبلية.

الفصل الأول:

المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية

1-I مقدمـــــة:

في هذا الفصل نهتم بتقديم مفاهيم خاصة بالمعادلات التفاضلية بصفة عامة، لكن سوف نخصص الموضوع بتوسع أكثر حول المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية التي سوف تلازمنا بقية هذه الدراسة.

2-I المعادلات التفاضلية:

1-2-I مفهوم المعادلة التفاضلية:

هي معادلة مكونة من دوال جبرية أو متسامية (دوال مثلثية أو عكسيتها، زائدية أو عكسيتها، لوغارتمية أو آسية ...الخ) أو معا و تحوي مفاضلات و مشتقات. كما يمكن تعريفها بأنها علاقة تربط بين متغيرات مستقلة و دالة مجهولة متعلقة بهذه المتغيرات و مشتقات مختلفة من رتب مختلفة، حيث نكتب[01]:

$$F\left(x_1, x_2, x_3, \dots x_n, y'_{x1}, y'_{x2}, y'_{x2}, \dots y'_{xn}, \dots, y^{(n)}_{x1}, y^{(n)}_{x2}, y^{(n)}_{x3}, \dots y^{(n)}_{xn}\right) = 0 \quad (1)$$

يمكن اشتراك التفاضل و الاشتقاق بعناصر متعددة تختلف في رموزها و رسمها، و هي[02]:

- $\frac{\Delta y}{\Delta x}$: تغير y بالنسبة للمتغير x.
- $\frac{dy}{dx}$: تعبير ليبنيتز لتغير y بالنسبة للمتغير x.
- $\frac{\partial y}{\partial x}$: تغير الجزئي y بالنسبة للمتغير x.
- $\dot{y}$: تعبير نيوتن لتغير y بالنسبة للمتغير x.
- y' : التعبير الرياضي المتداول تغير y بالنسبة للمتغير x.

- $\mathbf{D_x}\, y$: تعبير لابلاس لتغير y بالنسبة للمتغير x أو المؤثر الرياضي.

I-2-2 خصائص و تصنيف المعادلات التفاضلية:

للمعادلات التفاضلية عدة خصائص و التي يمكن أن تصنف من خلالها، ذلك بناءا على اعتبارات عدة و التصنيف ذو مفهوم مهم لأن النظرية العامة للحل عادة تطبق على صنف معين دون غيره، و تصنف المعادلة التفاضلية إلى[03]:

1- رتبة المعادلة التفاضلية: هي رتبة أعلى مشتقة، أي أعلى مشتق يحدد الرتبة.

2- درجة المعادلة التفاضلية: هي مقدار الأس المرفوع له أعلى مشتقة.

3- خطية المعادلة التفاضلية: كمفهوم مؤقت أية معادلة تفاضلية مهما كانت رتبتها تكون خطية إذا كان المتغير المعتمد فيها و جميع المشتقات التي تظهر فيها من الدرجة الأولى و غير مضروبة ببعضها.

4- المعادلة التفاضلية المتجانسة: و إذا احتوت كل حد من حدود المعادلة التفاضلية الجزئية علي الدالة المجهولة أو احدي مشتقاتها الجزئية فإن المعادلة التفاضلية الجزئية تسمي متجانسة، مختزلة أو متممة عدى ذلك فهي كاملة أو غير متجانسة.

5- نوعية المعاملات في المعادلة التفاضلية: إذا كانت المعاملات المرتبطة بالمشتقات الجزئية دوال ثابتة، فنقول أن المعادلة التفاضلية ذات المعاملات الثابتة. بينما يكفي عدم ثبوت دالة واحد من دوال هذه العوامل حتى نقول أن المعادلة التفاضلية ذات المعاملات المتغيرة.

6- عدد المتغيرات في المعادلة التفاضلية: يحدد بعدد المتغيرات المستقلة، حيث؛ رياضيا يحدد هذا العدد نوع المعادلة التفاضلية، بينما يحدد فيزيائيا بعد الفضاء و استقرار الظاهرة من عدمه. هذا التفصيل نتركه للعنصر المتطرق لأنواع المعادلات التفاضلية.

كما سوف نقدم لاحقا شرحا مناسبا لهذه الأصناف، بالإضافة إلى تقديم تصنيف أخر حسب أنماط المعادلة التفاضلية و التي تخص نوع دون الأخر.

I-2-3 حل المعادلة التفاضلية:

هو أي علاقة بين متغيرات المعادلة التفاضلية بحيث أن هذه العلاقة تكون[04]:

1- خالية من المشتقات. 2- معرفة على مجال معين. 3- تحقق المعادلة التفاضلية.

I-2-3-1 الحل العام: لكل معادلة التفاضلية من الرتبة n حلا يحتوي على n من الثوابت الاختيارية، يسمى هذا الحل حلا عام.

I-2-3-2 الحل الخاص: عند إعطاء قيمة للحل العام عند قيم معينة للمتغيرات أو تحديد معين للثوابت الاختيارية، يسمى هذا الحل بالحل الخاص. هذا الحل يحقق الشروط الابتدائية و الحدودية، و هو المعروف بحل مسألة كوشي.

I-2-3-3 الحل الشاذ: يعرف انه أي حل لا يمكن استخراجه من الحل العام بإعطاء قيم لثوابت الاختيارية.

I-2-4 تشكيل المعادلة التفاضلية:

لتشكيل المعادلات التفاضلية يمكن استخدام إحدى الطرقتين التاليتين[05]:

I-2-4-1 تشكيل المعادلة التفاضلية عن طريق مجموعة المنحنيات:

تتلخص فكرة هذه الطريقة في الانطلاق من المعادلة الأصلية ذات n ثابت اختياري، و التي باشتقاقها n مرة و تعويضها تحدد قيم هذه الثوابت بدلالة المتغيرات و المشتقات الجزئية و بالتالي نحصل على المعادلة التفاضلية.

I-2-4-2 تشكيل المعادلة التفاضلية عن طريق بعض المسائل الفيزيائية:

تولد المعادلات التفاضلية فيزيائيا انطلاقا من قوانينها، كقوانين النيوتن في الميكانيك، قانون كيؤشوف في الكهرباء، قوانين ماكسويل في الكهرومغناطيسية و قوانين انشتاين و بلانك في كل من النسبية و الميكانيك الكوانتي ... و غيرها.

I-2-5 أنواع المعادلات التفاضلية:

تنقسم المعادلات التفاضلية إلى نوعين لكل منهما خصائص و طرق حل معينة، هما[06]:

I-2-5-1 المعادلات التفاضلية الاعتيادية: التي يرمز لها بالرمز ODE أو EDO و هي كل معادلة تفاضلية تحوي على متغير مستقل وحيد، تمثل فيزيائيا الظواهر المستقرة ذات البعد الواحد.

I-2-5-2 المعادلات التفاضلية الجزئية: التي يرمز لها بالرمز PDE أو EDP و هي كل معادلة تفاضلية تحوي على مشتقات الجزئية أي بها أكثر من متغير مستقل، تمثل فيزيائيا الظواهر المستقرة و غير المستقرة من البعد واحد فأكثر.

I-3 المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية:

I-3-1 مفهوم المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية:

كما ذكرنا سابقا؛ المعادلات التفاضلية الجزئية هي معادلات تفاضلية تحتوي علي دالة واحدة أو أكثر من الدوال المجهولة و مشتقاتها الجزئية، حيث يكمن كتابتها بالشكل التالي[07]:

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} A_{ij}(x,y)\frac{\partial^{i+j}u}{\partial x^i \partial y^j} = R(x,y) \qquad (2)$$

حيث: $A_{ij}(,y)$ و $R(x,y)$ دوال في المتغيرين المستقلين x و y.

I-3-2 تصنيف المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية:

تصنف المعادلات التفاضلية الجزئية بكل الخصائص و التصنيفات المذكورة سابقا، حيث[08]:

1- من الصيغة (2) نستنتج أن المعادلة التفاضلية الجزئية رتبتها n.

2- تكون خطية إذا وفقط إذا تحقق الشرطين التاليين:

أ- جميع المشتقات الجزئية في المعادلة التفاضلية الجزئية تكون من الدرجة الأولى و غير مضروبة في بعضها.

ب- المتغير المعتمد u في المعادلة التفاضلية الجزئية يكون من الدرجة الأولى و غير مضروب في المشتقات الجزئية.

3- إذا كانت $R(x,y)=0$ فإن المعادلة (3) تكون معادلة تفاضلية جزئية خطية متجانسة، و العكس فهي كاملة.

4- إذا كانت جميع المشتقات في المعادلة (2) من الرتبة n أي إذا كان كل حد من حدود الطرف الأيسر له نفس الرتبة $n=i+j$ فإن تلك المعادلة تسمى معادلة تفاضلية جزئية خطية ذات حدود متجانسة أو تسمى متجانسة الحدود.

5- إذا كانت الدوال $A_{ij}(x,y)$ جميعها دوال ثابتة لكل j,i فإن المعادلة (2) تسمى معادلة تفاضلية جزئية خطية ذات معاملات ثابتة، و إذا كان على الأقل دالة من الدوال أعلاه غير ثابتة فإن تلك المعادلة تسمى معادلة تفاضلية جزئية خطية ذات معاملات متغيرة.

6- فإذا كان $n=2$ تكون المعادلة تفاضلية جزئية خطية من الرتبة الثانية، و التي يمكن كتابتها كالتالي:

$$Au_{xx}+Bu_{xy}+Cu_{yy}+Du_x+Eu_y+Fu=R(x,y) \qquad (3)$$

7- الأنماط الثلاثة الأساسية للمعادلات التفاضلية الجزئية الخطية[09]:

كل معادلة تفاضلية جزئية خطية مثل (3) تمثل احد الأنماط التالية، التي تحدد من حساب المميز $\Delta=^2-4BC$ كما هو الحال في المعادلات من الدرجة الثانية المعتادة:

أ- المعادلة التكافئية: هي معادلات تصف سريان الحرارة و عمليات الانتشار و تحقق الخاصية:

$$\Delta=A^2-4BC=0$$

ب- المعادلة الزائدية: هي معادلات تصف حركات الاهتزاز و حركات الموجة و تحقق الخاصية:

$$\Delta=A^2-4BC>0$$

ج- المعادلة الناقصية: هي معادلات تصف ظواهر الحالة المستقرة و تحقق الخاصية:

$$\Delta = A^2 - 4BC < 0$$

I-3-3 استخدام المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية في المسائل التطبيقية:

تستخدم التفاضلية الجزئية الخطية في مسائل تطبيقية كثيرة، نجد منها[10, 09, 05]:

1- معادلة الموجة (Wave Equation): لها أشكال متعددة حسب البعد المنتشرة فيه، و هي التي تكتب بالشكل:

$$\Delta u = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

حيث: - c سرعة الموجة.

2- معادلة سريان الحرارة (Heat Flow Equation): هي كذلك لها أشكال متعددة حسب البعد المنتشرة فيه، و هي التي تكتب بالشكل:

$$\Delta u = \frac{1}{k}\frac{\partial u}{\partial t}$$

حيث: - k الناقلية الحرارية.

3- معادلة لابلاس (Laplace Equation): لها أشكال متعددة حسب البعد المدروسة فيه، و هي التي تكتب بالشكل:

$$\Delta u = 0$$

4- معادلة بواسون (Poisson Equation): و التي تكتب بالشكل:

$$\Delta u = f(x, y, z)$$

5- معادلة البث (Radio Equation): و التي تكتب بالشكل:

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = L\frac{\partial I}{\partial t}$$

$$-\frac{I}{x} = c\frac{\partial V}{\partial t}$$

حيث: - V الجهد، I التيار و L الحث.

I-3-4 طرق حل المعادلة التفاضلية الجزئية:

هنالك طرق كثيرة جدا مطبقة عمليا و أغلبها أهمية تلك الطرق التي بإتباعها تتحول المعادلات التفاضلية الجزئية إلى معادلات تفاضلية اعتيادية سواء كانت تحليلية أو عددية، بالإضافة لمتسلسلت فوريه.

I-3-4-1 الطرق التحليلية لحل المعادلة التفاضلية الجزئية[11]:

و منها:

1- فصل المتغيرات: بهذه الطريقة يتم تحويل المعادلة التفاضلية الجزئية ذات n من المتغيرات المستقلة إلى n من المعادلات التفاضلية الاعتيادية.

2- التحولات التكاملية: بهذه الطريقة يتم تحويل المعادلة التفاضلية الجزئية ذات n من المتغيرات المستقلة إلي معادلة تفاضلية جزئية ذات $n-1$ من المتغيرات المستقلة، و هكذا حتى تتحول في الأخير إلي معادلة تفاضلية اعتيادية.

3- تبديل المتغيرات: بهذه الطريقة يتم تحويل المعادلة التفاضلية الجزئية إلي معادلة تفاضلية اعتيادية أو إلي معادلة تفاضلية جزئية (أسهل)، و ذالك بتبديل متغيرات المسالة بالتدوير أو ما شابه ذلك.

4- تحويل المتغير التابع: بهذه الطريقة يتم تحويل المجهول في المسألة إلي مجهول أخر يمكن احتسابه بطريقة أسهل.

5- طرائق الترجاف: تحول المسألة غير الخطية إلي متتابعة من المسائل الخطية و التي تقرب للمسألة الأولي.

6- طريقه الحافز و إلا ستجاب: تجزا الشروط الابتدائية و الشروط الحدودية للمسألة إلي حوافز بسيطة ، ثم توجد استجابات هذه الحوافز و تجمع هذه الاستجابات البسيطة لحساب الاستجابة الكلية.

7- **المعادلات التكاملية:** تحول المعادلة التفاضلية الجزئية إلي معادله تفاضلية تكاملية (معادله يكون المجهول فيها داخل التكامل) و بعدئذ تحل المعادلة التكاملية بطريقه مختلفة.

8- **طرائق حساب التغيرات:** يوجد حل للمعادلات التفاضلية الجزئية بإعادة صياغتها كمسألة نهايات صغرى وعندئذ يتبع عند النهاية الصغرى لمقدارها) يحتمل إن يمثل المقدار الطاقة الكلية (تكون أيضا حل للمعادلة التفاضلية.

9- **طريقة الدوال الذاتية:** بهذه الطريقة يتم إيجاد حل للمعادلة التفاضلية الجزئية كمجموع عدد غير منتهي من الدوال الذاتية و هذه الدوال الذاتية توجد بحل ما يسمى من مسائل القيم الذاتية المناظرة للمسألة الأصلية.

I-3-4-2 الطرق العددية لحل المعادلة التفاضلية الجزئية[12]:

يمكن تحويل المعادلة التفاضلية الجزئية إلي مجموعة كبيرة من المعادلات الأبسط مطبقة على أجزاء أو نقاط متناهية في الصغر مع اعتبار الشروط الابتدائية و الحدودية، حيث يكون رابط بين هذه الأجزاء أو النقاط. و لكن لكثرة العمليات حسابية المتكررة يستخدم الحاسوب في الوقت الراهن للقيام بها، و هذه الطرائق متعددة و كثرة أهمها:

1- **طريقة الفروق المنتهية:** بالإنجليزية (Finite-difference method أو باختصار FDM) و هي تحليل عددي لحل المعادلات التفاضلية بتقريبهم مع معادلات الفروق، حيث تكون الفروق المنتهية تقارب المشتقات. فطريقة الفروق المنتهية هي طريقة تقطيع. طريقة الفروق المنتهية حاليًا هي النهج المهين في التحليل العددي للمعادلات التفاضلية الجزئية، حيث تستخدم تقريب تايلور في الحساب[13].

2- **طريقة العناصر المنتهية:** بالإنجليزية (Finite element method أو باختصار FEM): يطلق عليها أيضاً تحليل العناصر المنتهية، و هي طريقة تحليل عددي لإيجاد الحلول التقريبية للمعادلات التفاضلية الجزئية بالإضافة إلى الحلول التكاملية. يعتمد الحل إما على إلغاء المعادلات التفاضلية الجزئية

نهائياً (في الحالات الساكنة) أو تقريب المعادلات التفاضلية الجزئية إلى معادلات تفاضلية نظامية و التي يكون من الممكن حلها باستخدام عدة طرق كطريقة أويلر أو رونج–كيتا[14].

هناك العديد من التطبيقات لطريقة العناصر المنتهية و أغلبها تتعلق بالهندسة الميكانيكية بشكل أو بآخر، حيث تستخدم هذه الطريقة ضمن عملية تصميم و تطوير المنتجات المختلفة. بعض برامج حساب العناصر المنتهية الحديثة تقوم بدراسة الحرارة، المغناطيسية الكهربائية، تدفق السوائل...الخ. في دراسة تصميم المنشآت، تفيد طريقة العناصر المنتهية بشكل كبير في الحصول على متانة عالية للمنشآة بالإضافة إلى تخفيف وزنها و تقليص المواد اللازمة وبالتالي الكلفة اللازمة للإنشاء[15].

3- **طريقة الحجوم المنتهية:** بالإنجليزية (Finite volum method أو باختصار FVM): هي طريقة في صيغتها العامة بالأخص التكاملية تشبه طريقة العناصر المنتهية، و ذلك بالتعامل مع حجوم صغيرة من الحجم الكلي، لذلك نجد في الغالب مآلها إلى العناصر المنتهية كما تستخدم في الغالب نفس البرامج المتوفرة لها كما تدرس نفس الظواهر[16].

I-3-5 برامج حل المعادلة التفاضلية الجزئية:

يوجد عدة لغات برمجة و برمجيات يمكن الاعتماد عليها لبرمجة تلك الطرائق، و بالتالي حل المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية و منه دراسة الظواهر الفيزيائية و استكشاف تطورها و التحكم بها.

من لغات البرمجة نجد فورترون، لغة C و مثيلاتها، كذلك البرمجة في بيئات التطوير مثل ماتلاب. أما البرمجيات فهي كثيرة و متعددة نذكر منها[17]:

1- برنامج تسلا TESLA.

2- برنامج COMSOL MULTI PHISICS.

3- برنامج Femm

4- برنامج Quick Field [18].

الفصل الثاني:

أداة pdetool من ماتلاب

المعادلات التفاضلية الجزئية PDE :Partil Diffrenential Equaton

الأدات TOOL

1-II مقدمـــــة:

البرمجيات المعروضة في أخر عنصر من الفصل السابق غير متوفرة لدينا في الوقت الحالي إلا بنسخة تعليمية محدودة الإمكانيات و لا يمكن استخدامها بشكل واسع لحل المسائل العلمية الموسعة، و من أجل حل هذه المسائل العلمية لابد من الاستعانة بالحزم البرمجية التجارية ذات الإمكانيات الواسعة، إلا أن هذه البرامج غالية الثمن. لذلك فقد تم أثناء دراستنا استبدالها بالأداة pdetool من برنامج ماتلاب التي تفي بالغرض المطلوب. و هي التي سوف نحاول لتطرق لها في هذا الفصل.

في هذا الفصل سوف نتناول هذه الأداة بنوع من التفصيل، حتى يمكننا الإلمام بكل ما يخصها. لكن سوف ننطلق بالتعرف على بيئة التطوير ماتلاب، مع الاطلاع بأهم الأدوات المستعملة في حل المعادلات التفاضلية بها.

2-II ماتلاب و حل المعادلات التفاضلية:

1-2-II مقدمة عن ماتلاب:

إن إسم ماتلاب (أو MatLab) هو اختصار لمجملة التالية (Matrix Laboratory) أي مختبر المصفوفات، و هو بيئة تطوير عالية الأداء صممت لإجراء الحسابات التقنية المتقدمة للتعبير عن المسائل المطروحة و عن حلولها, فهي تنجز الحسابات و تظهر النتائج عمى شكل رسومات أو منحنيات[19].

يعتبر برنامج ماتلاب البرنامج الهندسي الأكثر استخداما حول العالم فيما يتعمق بالحسابات الرياضية الهندسية و المحاكاة، و تبرز قوة برنامج ماتلاب عند التعامل مع المصفوفات[17].

II-2-2 بعض الأدوات المستخدمة في حل المعادلات التفاضلية في ماتلاب:

يمكن لأي متعامل مع ماتلاب التوجه نحو المساعد Help المزود به للاكتشاف كل أدواته، و التي من بينها تلك الخاصة بحل المعادلات التفاضلية. حيث نجد أن ماتلاب يحتوي على الكثير من الإمكانيات التي تجعل المتعامل يختار الأنسب و الأجدر في مثل هذه المسائل، هذه الإمكانات يمكن تقسيمها إلى ثلاث أقسام و هي:

II-2-2-1 أدوات المعدة سلفا:

في ماتلاب هناك العديد من الأدوات أو الأوامر التي تستعمل في حل المعادلات التفاضلية كإستخدام الأمر dsolve أو أمر رنج-كيتا ode45 ... و غيرها، بحيث يمكن من خلال هذه الأوامر توفير برنامج عام لحل أي معادلة تفاضلية عادية يُحددها المستخدم، من ثم يمكن استخدام ماتلاب في تصميم واجهة رسومية للبرامج المقدمة[20].

II-2-2-2 البرمجة باستعمال ملفات M-file:

يمكن إدراج شيفرات البرنامج الخاص بحل المعادلة التفاضلية مباشرة في هذه الملفات لتصبح كأدوات متضمنة في ماتلاب، هذه الشيفرات خاصة بالطرق العددية مثل؛ طرق أولر، تايلور و رنج-كيتا لحل المعادلات التفاضلية الاعتيادية و جملها. أو طرائق العددية مثل؛ الفروق المنتهية، العناصر و الحجوم المنتهية لحل المعادلات التفاضلية الجزئية بالأخص الخطية منها، يكمن هنا كذلك للمستخدم تصميم واجهة رسومية للبرامج المقدمة[21].

II-2-2-3 أدوات الواجهة الرسومية: إن أهم أداة معدة في ماتلاب هي الأداة pdetool، التي سوف تكون محط اهتمامنا لأننا سوف نستخدمها في هذا البحث.

3-II الأداة pdetool من ماتلاب:

1-3-II تقديم الأداة pdetool من ماتلاب:

الأداة pdetool من ماتلاب هي واجهة رسومية أو نافذة كنوافذ ويندوز ، تمكن من تمثيل الفضاء المطبقة عليه الظاهرة في بعدين (أو ثلاث كما تمكننا منه النسخ الحديثة). و دون الحاجة لكتابة أي شيفرة برمجية يمكن تتبع الخطوات المناسبة – كما سنرى لاحقا – حتى يمكن حل المعادلة التفاضلية المدروسة مع الشروط المناسبة، حيث يتم عرض ناتج الحل بتمثيل مناسب حسب اختيار المتعامل أو بحفظ قيم التابع الناتج. المعروضة.

و كما جاء أعلاه عن طريق المساعد في ماتلاب يمكن الاطلاع على كل ما يخص هذه الأداة من تصميم، كيفية التعامل مع أوامرها، الظواهر الفيزيائية و المعادلات التفاضلية المتاح التعامل معهما بواسطتها، حيث يقدم أمثلة واضحة تشرح ذلك تمكن من اخذ نظرة و تعلم خبرة في هذا. لذلك يكفي فقط كتابة الأمر help pdetool في نافذة الأوامر Command Window في الواجهة الرئيسية في ماتلاب، كما يمكن الذهاب مباشرة للقسم Partial Differential Equation Toolbox ضمن أقسامه المعروضة أو كتابة pdetool في أيقونة البحث في المساعد[23].

لماتلاب نسختين؛ إحداها صناعية و أخرى تعليمية، لهذه الأخيرة نعلم أن هناك نسختين رئيسيتين هما النسخة السادسة و النسخة السابعة. و كغيره من البرمجيات لكل نسخة رئيسية إصدارات متعددة، حيث تصدر كل سنة تقريبا نسخة فرعية جديدة. من المعروف أن كل إصدار يأخذ اسم سنة الظهور مثلا نجد؛ Matlab2008، Matlab2009 أو Matlab2010 ... الخ، إذا تتطور كل نسخة عن سابقتها بإضافة أدوات جديدة أو تحديث لأخرى تلك الأدوات متوفرة أصلا[19]. رغم كل هذه المعلومات لم نستطع التعرف على سنة دخول أداة pdetool الخدمة، إلا انه من الظاهر أن هذه الأداة قد تكون استحدثت مع النسخة السابعة، التي حسنت بشكل لافت للانتباه عن النسخة السادسة. و في كل إصدار

جديد تتحسن أداة pdetool حتى أنها أصبحت يمكنها دراسة المجسمات ذات الثلاث أبعاد، و ذلك بالاستنجاد برمجيات أخرى مثل Solid works[18].

II-3-2 المعادلات التفاضلية التي تحل بواسطة أداة pdetool:

حسب مساعد ماتلاب (مرجعنا الغالب في هذا البحث) يمكن اخذ تصنيف المعادلات التفاضلية المدروسة بواسطة أداة pdetool بمأخذين، أحدهما رياضي و الأخر فيزيائي، حيث[18]:

II-3-2-1 المعادلات التفاضلية التي تحل حسب التصنيف الرياضي:

كنا قد اشرنا في الجزء (I-3-2) من الفصل الأول إلى هذه الأصناف بالأخص تلك المحدد حسب طبيعة المعادلة التفاضلية و التي تصنف ثلاث أصناف تعين انطلاقا من المحدد المعادلة التفاضلية الجزئية الخطية من الرتبة الثانية، و هي إما تكافئية، إما زائدية و إما ناقصية و هي نفس الأصناف التي يمكن حلها بواسطة أداة pdetool. فحسب مساعد ماتلاب دائما، يمكن إعادة كتابة هذه الأصناف من المعادلات التفاضلية بالشكل التالي[18]:

أ- المعادلة التكافئية: التي تكتب بالشكل التالي:

$$d\frac{\partial u}{\partial t} - \nabla.(c\,\nabla \mathrm{u}) + \mathrm{au} = \mathrm{f} \qquad (4)$$

ب- المعادلة الزائدية: التي تكتب بالشكل التالي:

$$d\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \nabla.(c\,\nabla \mathrm{u}) + \mathrm{au} = \mathrm{f} \qquad (5)$$

ج- المعادلة الناقصية: التي تكتب بالشكل التالي:

$$-\nabla.(c\,\nabla \mathrm{u}) + \mathrm{au} = \mathrm{f} \qquad (6)$$

ملاحظة: هناك نوع رابع يمكن لأداة pdetool دراسته، و لكن لن نهتم به في هذا البحث. هذا النوع هو المعادلات التفاضلية للقيم الذاتية (Eigenvalue)، التي تكتب بالشكل التالي:

$$-\nabla.(c\,\nabla \mathrm{u}) + \mathrm{au} = \lambda \mathrm{du} \qquad (7)$$

أين: u التابع المجهول. a، c، d، ، و λ. توابع لا تتعلق بـ u.

II-3-2-1 المعادلات التفاضلية التي تحل حسب التصنيف الفيزيائي:

هي مجموعة التطبيقات المتاح التعامل معها باستخدام أداة pdetool و هي تلك التطبيقات المعروضة ضمن القائمة الفرعية Application، أو تلك الموجودة ضمن القائمة المنبثقة في الزاوية اليمنى العليا من واجهة المستخدم الرسومية كما سنرى في هذا الفصل لاحقا. لكن لن نتطرق لأشكالها الرياضية، لأننا سوف نتعرض لبعضها في الفصل الثالث. هذه التطبيقات عددها عشرة، و هي[18]:

1- مقياس عام (الوضع الافتراضي).

2- نظام عام.

3- الميكانيكا الإنشائية - إجهاد الطائر

4- الكهرباء الساكنة

5- المغناطيسية

6- الكهرومغناطيسية AC Power

7- الوسائط الموصلة DC

8- انتقال الحرارة

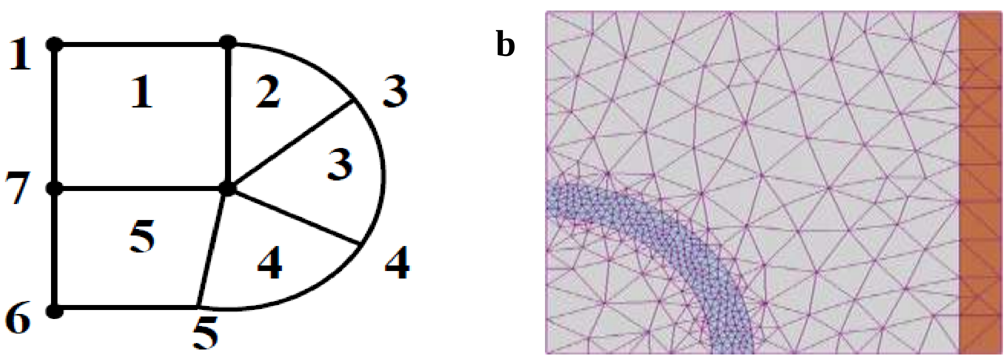
9- الانتشارية

الأكيد أن هناك علاقة وثيقة بين الصنفين، حيث تكون كل معادلات التطبيقات من النوعي الناقصي إذا كانت مستقرة غير ذلك فهي إما تكافئية أو زائدية. مثلا؛ معادلة توزيع الحرارة المستقرة هي معادلة ناقصية، و لكن غير المستقرة تكون معادلة تكافئية، بينما معادلة انتشار الموجة هي معادلة زائدية.

II-3-3 الطرق العددية المستخدمة في أداة pdetool:

أداة pdetool تستخدم في الأساس طريقة العناصر المنتهية، و قد تستخدم من اجل طريقة الحجوم المنتهية لكن اعتمادا على فرضيات معينة[18].

طريقة العناصر المنتهية أو المحدودة و كما جاء في الفصل السابق؛ هي طريقة عددية و تستخدم بصورة أساسية في حل المعادلات التفاضلية الجزئية، أما في المجال الهندسي تستخدم في التحليل الإنشائي، الاهتزازات الميكانيكية، متانة المواد...الخ.لهذه الطريقة خطوات أساسية لحل المعادلات التفاضلية قد تختلف في بعض التفاصيل حيث يتم تقسيم نطاق الحل إلى أقسام تسمى بالعناصر قد تكون متساوية أو غير متساوية تكون غالبا على شكل مثلثات (انظر الشكل(a-1-II) أدناه)، هذه العناصر تتصل مع بعضها البعض و لا توجد فراغات بينها مشكلة شبكة تشمل كل المساحة المدروسة(انظر الشكل(a-2-II) أدناه)، لكل عنصر يكتب حل تقريبي للمعادلة التفاضلية منه يتم الحصول على معادلات العناصر في شكل مصفوفة تسمى بمعادلة المصفوفة للعنصر، بتجميع معادلات العناصر مع الأخذ بالاعتبار أن نهاية العنصر هي بداية لعنصر أخر و نتحصل على معادلة المصفوفة الكلية لكامل الشكل المدروس تسمى مصفوفة الصلادة و معرفة الحالات الحدية لنطاق الحل و تعويضها في هذه المصفوفة نحصل على معادلة قابلة للحل[22].

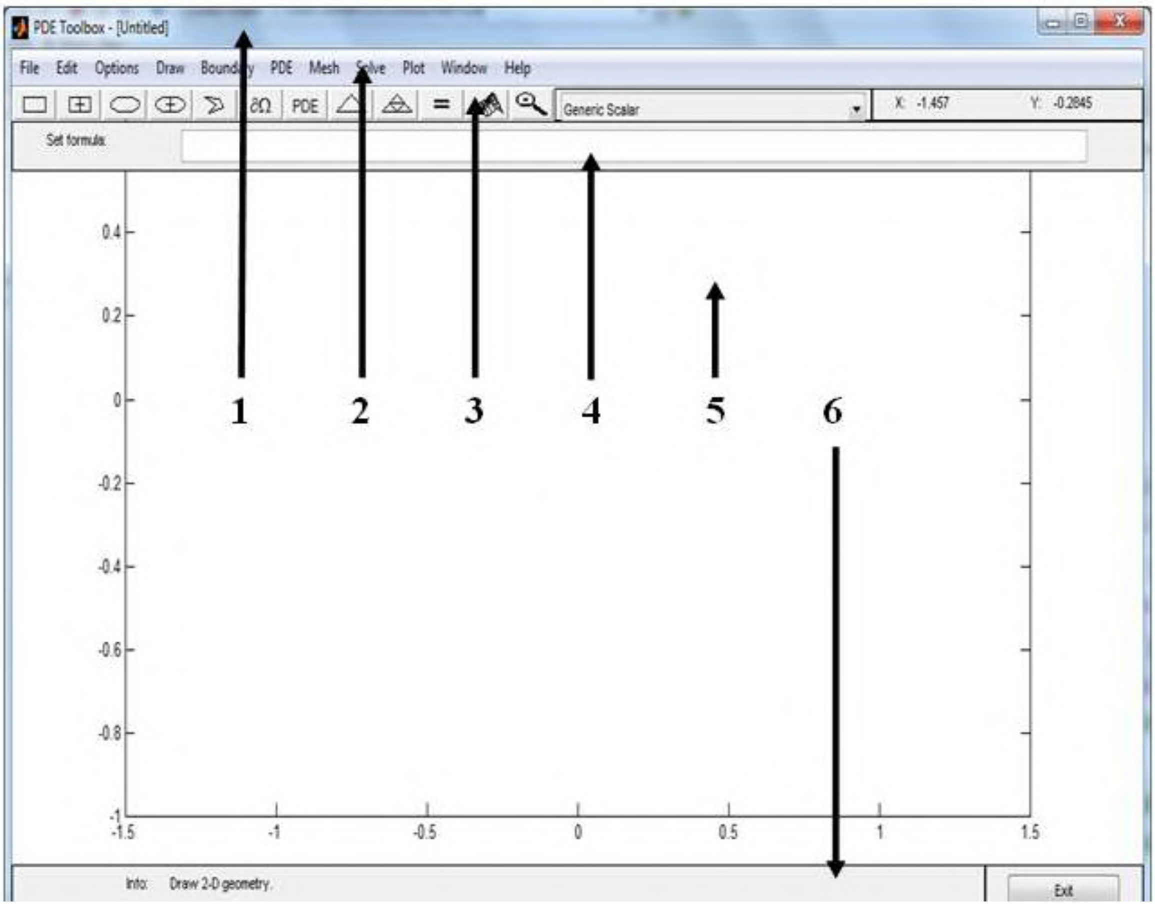


الشكل(1-II): يوضح التقطيع المستعمل في طريقة العناصر المنتهية؛ a– جزء متناهي في الصغر على شكل مثلث، b– الشبكة الكلية للجسم المدروس[17].

4-3-II قوائم تشغيل أداة pdetool:

تشتمل أداة pdetool أو برنامج أدوات المعادلات التفاضلية الجزئية على واجهة مستخدم رسومية كاملة (GUI)، و التي تغطي جميع جوانب عملية حل هذه المعادلات. تستدعى عن طريق نافذة الأوامر من ماتلاب بكتابة الأمر pdetool، لكن في المرة الأولى قد يستغرق الأمر بعض الوقت حتى يمكن تشغيلها أثناء جلسة ماتلاب. حيث عند بدء تشغيلها تظهر كما يوضح الشكل(2-II) التالي[18]:

كغيرها من النوافذ، كنوافذ ويندوز مثلا، تتجزأ من الأعلى إلى الأسفل إلى ستة أجزاء كالتالي؛ شريط العنوان، شريط القوائم، شريط الأدوات، شريط التحرير، المحاور الرئيسية (أو واجهة العمل، الإنشاء أو الدراسة) و أخيرا شريط المعلومات. كما يوضح الشكل(2-II)، حيث:



الشكل(2-II): يوضح واجهة الأداة pdetool و أهم أقسامها.

II-3-4-1 شريط العنوان:

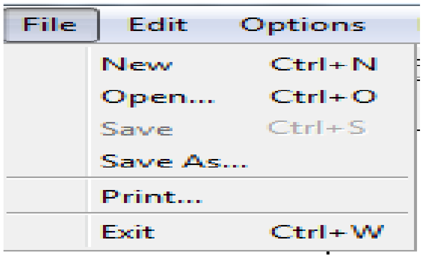
يكون أعلى الواجهة على يساره يوجد عنوان المشروع أو العمل، بينما يحوي يمينه على المفاتيح الثلاث المعتاد تواجدها في النوافذ و هي؛ مفتاح التصغير، مفتاح الاختزال الذي يمكن تنفيذه بالنقر المزدوج على يسار الفأرة و أخيرا مفتاح الغلق. كما أن السحب مع النقر المستمر على يسار الفأرة يسحب الواجهة، أما النقر مرة واحد على يمينها يسدل على هذا الشريط القائمة التالية و التي تقدم الإجراءات المعتادة في نوافذ ويندوز السابقة كما يوضح الشكل(II-3) أدناه.

الشكل(II-3): يوضح القائمة المنسدلة عند النقر على يمين الفأرة عندما تكون على شريط العنوان للأداة pdetool.

II-3-4-2 شريط القوائم:

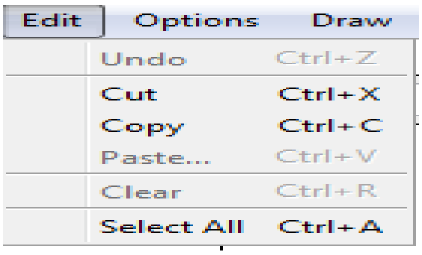
شريط القوائم مفاتيحه من النوع منسدلة تستخدم للتحكم في النمذجة بشكل إعتيادي، يتوافق مع معايير القوائم المنسدلة المشتركة. تؤدي عناصر القائمة متبوعة بسهم لليمين إلى قائمة فرعية. تؤدي عناصر القائمة متبوعة بعلامة حذف إلى مربع حوار. تؤدي عناصر القائمة المستقلة إلى إجراء مباشر. هناك 11 قائمة منسدلة مختلفة في واجهة المستخدم الرسومية، نعرض هنا ملخص عن كل منها مع عرض لشكل القائمة المنسدلة الموافقة، دون تقديم ترجمة لأوامرها و الذي يتم عرضه في الملحق. هذه القوائم هي:

1- القائمة ملف؛ من قائمة ملف، يمكن فتح و حفظ ملفات النموذج التي تحتوي على تسلسل أوامر يعيد إنتاج جلسة النمذجة الخاصة بنا. يمكن أيضًا طباعة الرسومات الحالية و الخروج من واجهة المستخدم الرسومية، حيث يوضح الشكل(II-4) هذه القائمة:



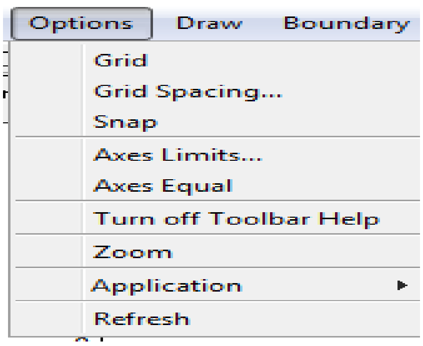
الشكل(II-4): يوضح قائمة ملف المنسدلة في شريط القوائم من الأداة pdetool.

2- القائمة تحرير أو تعديل: الممثلة في الشكل(II-5) حيث من قائمة "تحرير"، يمكن قص الكائنات الصلبة و مسحها و نسخها و لصقها. يوجد أيضًا خيار تحديد الكل.



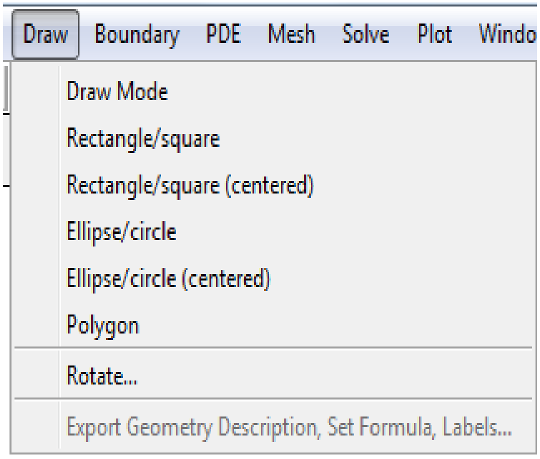
الشكل(II-5): يوضح قائمة تحرير المنسدلة في شريط القوائم من الأداة pdetool.

3- قائمة الخيارات؛ تحتوي قائمة الخيارات على خيارات حول شبكة، المحاور و اختيار التطبيق المستخدم من بين العشرة المذكورة سابقا الشبكة"، كما يمكن تحديث واجهة المستخدم الرسومية (انظر الشكل(II-6)).



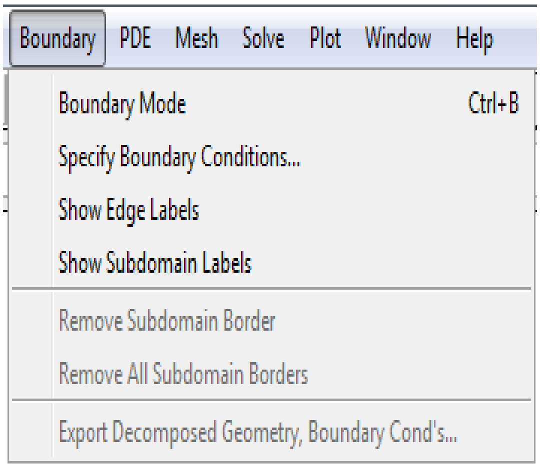
الشكل(II-6): يوضح قائمة خيارات المنسدلة في شريط القوائم من الأداة pdetool.

4- القائمة الرسم؛ من قائمة الرسم يمكن تحديد الكائنات الصلبة الأساسية مثل الدوائر و المضلعات. يمكنك بعد ذلك رسم كائنات من النوع المحدد باستخدام الفأرة. كما بالإمكان أيضًا تدوير الكائنات الصلبة و تصدير الشكل الهندسي إلى مساحة عمل ماتلاب الرئيسية و هي الموضحة في الشكل(II-7).



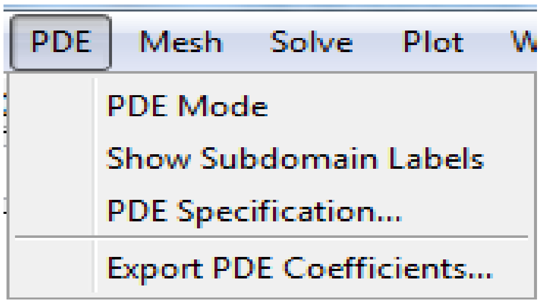
الشكل(II-7): يوضح قائمة رسم المنسدلة في شريط القوائم من الأداة pdetool.

5- قائمة الحدود؛ الممثلة في الشكل(II-8)، حيث من خلالها يمكن الوصول إلى مربع حوار حيث تحدد شروط الحدودية. ،بالإضافة إلى ذلك يمكن تسمية الحواف و المجالات الفرعية و إزالة الحدود بين المجالات الفرعية، و تصدير الهندسة المنحلة و شروط الحدودية إلى مساحة العمل.



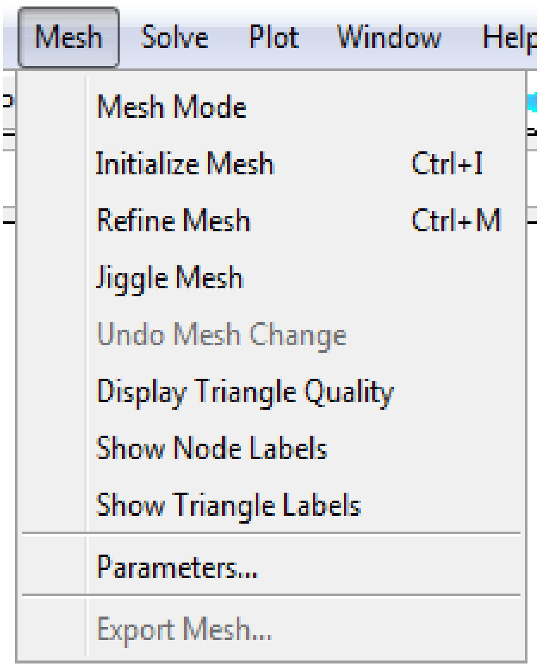
الشكل(II-8): يوضح قائمة حدود المنسدلة في شريط القوائم من الأداة pdetool.

6- قائمة PDE؛ توفر قائمة PDE مربع حوار لتحديد المعادلة تفاضلية جزئية، و هناك خيارات قائمة لتسمية المجالات الفرعية و تصدير معاملات المعادلة تفاضلية جزئية إلى مساحة العمل و هي الممثلة في الشكل(II-9).



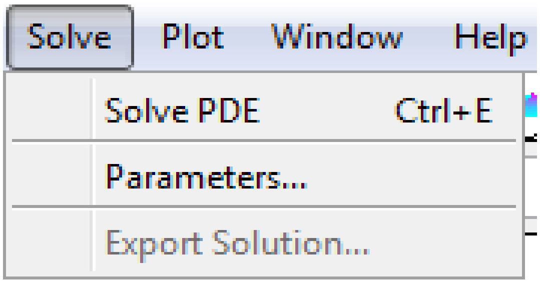
الشكل(II-9): يوضح قائمة PDE المنسدلة في شريط القوائم من الأداة pdetool.

7- قائمة الشبكة؛ من خلالها يمكن القيام بإنشاء و تعديل الشبكة المثلثية، كما بالإمكان تهيئة الشبكة و تحسينها و تدقيقها، و التراجع عن تغييرات الشبكة السابقة، و تسمية العقد و المثلثات، و عرض جودة الشبكة، و تصدير الشبكة إلى مساحة العمل (حسب الشكل(II-10)).



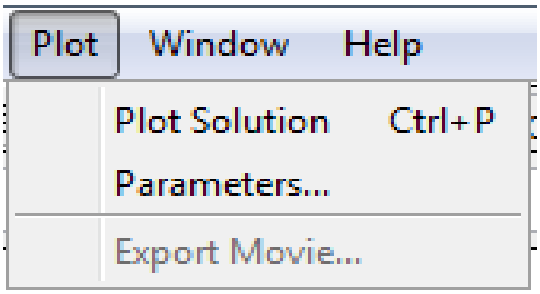
الشكل(II-10): يوضح قائمة شبكة المنسدلة في شريط القوائم من الأداة pdetool.

8- قائمة الحل؛ هذه قائمة الممثلة بالشكل(II-11)) يمكن من خلالها حل المعادلة التفاضلية الجزئية، يمكن أيضًا فتح مربع حوار حيث يضبط معلمات الحل، و يمكنك تصدير الحل إلى مساحة العمل.



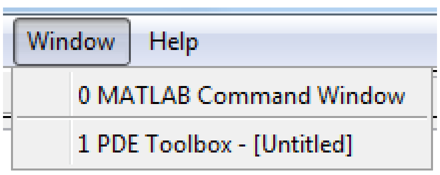
الشكل(II-11): يوضح قائمة الحل المنسدلة في شريط القوائم من الأداة pdetool.

9- القائمة التمثيل؛ تمكن تمثيل الحل. كما يتيح عرض مربع الحوار الذي يمكن من رسم لأنماط مختلفة لهذا الحل، كما يمكن تصديره إلى مساحة العمل (حسب الشكل(II-12)).



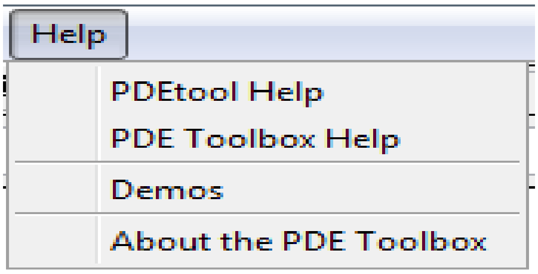
الشكل(II-12): يوضح قائمة التمثيل المنسدلة في شريط القوائم من الأداة pdetool.

10- قائمة النافذة؛ ممثلة في الشكل(II-13) تتيح تحديد أي ملف مفتوح حاليًا في ماتلاب، كما يتيح إحضار النافذة المختارة إلى الأمام.



الشكل(II-13): يوضح قائمة نافذة المنسدلة في شريط القوائم من الأداة pdetool.

11- قائمة المساعدة. توفر معلومات حول هذه الأداة، كما يمكن الاطلاع على الصندوق الخاص بحل المعادلات التفاضلية الجزئية، بينما قبل هذا الإجراء يكمن أن ندخل من خلاله على الأمثلة الموجودة على ماتلاب من خلال Demo (انظر الشكل(II-14)).



الشكل(II-14): يوضح قائمة التمثيل المنسدلة في شريط القوائم من الأداة pdetool.

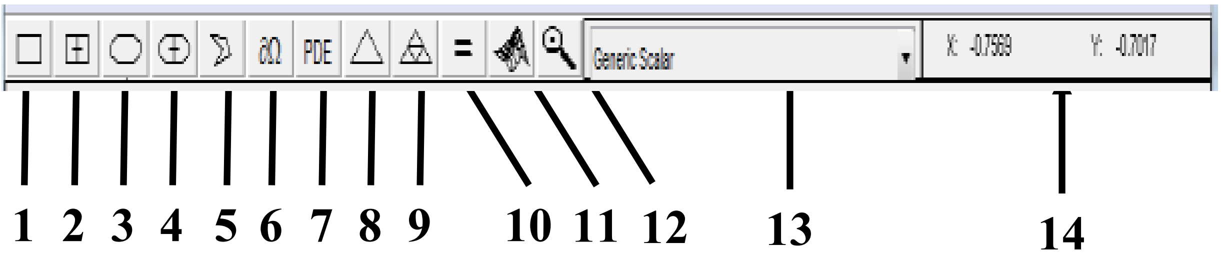
ملاحظات: - في هذه أداة يمكن حفظ العمل أو قراءة عمل سابق بنفس الطرق المألوفة،

- الإجراء خصائص (Parameters) الظاهر في الكثير من القوائم المنسدلة يبرز نافذة تخص كل منها.

II-3-4-3 شريط الأدوات:

يحتوي شريط الأدوات الموجود أسفل القائمة الرئيسية على واجهة المستخدم الرسومية على أزرار أو مفاتيح برموز توفر وصولاً سريعًا و سهلاً إلى بعض الوظائف الأكثر أهمية، حيث لا تقدم أي وظائف إضافية؛ فجميع وظائفها متاحة أيضًا باستخدام عناصر القائمة كما رأينا سابقا. حيث يتكون شريط الأدوات من ثلاثة أجزاء مختلفة: الأزرار الخمسة الموجودة في أقصى اليسار خاصة بوضع الرسم، و مفاتيح الستة التالية ذات وظائف مختلفة كوضع الشروط الحدودية و الشبكات و الحل و تمثيله، و أخيرًا المفتاح الموجود في أقصى اليمين لتنشيط ميزة التكبير/التصغير (العنصر رقم 12 من الشكل (II-15)).

فكما يوضح الشكل(II-15) فإن مفاتيح وضع الرسم تمثل من اليسار إلى اليمين بنفس الترتيب كما رأينا عند التطرق قائمة الرسم المنسدلة في الشكل(II-7)، حيث لم نتناول عملها و هي كالتالي:



الشكل(14-II): يوضح أدوات شريط الادوات من الأداة pdetool.

1- ارسم مستطيلاً / مربعًا يبدأ من الزاوية؛ باستخدام مفتاح الفأرة الأيسر انقر و اسحب لإنشاء مستطيل، باستخدام مفتاح الفأرة الأيمن (أو Ctrl + النقر) انقر و اسحب لإنشاء مربع.

2- ارسم مستطيلاً / مربعًا يبدأ من المركز؛ باستخدام مفتاح الفأرة الأيسر انقر و اسحب لإنشاء مستطيل، باستخدام مفتاح الفأرة الأيمن (أو Ctrl + النقر) انقر و اسحب لإنشاء مربع.

3- ارسم قطع ناقص / دائرة تبدأ من المحيط؛ باستخدام مفتاح الفأرة الأيسر انقر و اسحب لإنشاء قطع ناقص، بإستخدام مفتاح الفأرة الأيمن انقر و اسحب لإنشاء دائرة.

4- ارسم قطع ناقص / دائرة تبدأ من المركز؛ بإستخدام مفتاح الفأرة الأيسر انقر و اسحب لإنشاء قطع ناقص، بإستخدام مفتاح الفأرة الأيمن انقر و اسحب لإنشاء دائرة.

5- ارسم مضلع؛ انقر و اسحب لإنشاء حواف المضلع؛ يمكنك إغلاق المضلع بالضغط على مفتاح الفأرة الأيمن، يؤدي النقر فوق قمة البداية إلى إغلاق المضلع أيضًا.

للعلم لا يمكن تنشيط أزرار وضع الرسم إلا واحدًا تلو الآخر و تعمل جميعها بنفس الطريقة: يتيح النقر المفرد على هذا المفتاح رسم كائن صلب واحد من النوع المحدد، النقر المزدوج على الزر يجعله "ثابتًا"، و يمكنك بعد ذلك الاستمرار في رسم كائنات صلبة من النوع المحدد حتى تنقر مرة واحدة على الزر "لتحريره". إذا لم تكن في وضع الرسم عند النقر فوق أحد أزرار وضع الرسم، فإن واجهة المستخدم الرسومية تدخل وضع الرسم تلقائيًا.

تتضمن المجموعة الثانية من المفاتيح التالية، من اليسار إلى اليمين:

6- يدخل وضع الحدود.

7- يفتح مربع الحوار مواصفات PDE.

8- يقوم بتهيئة الشبكة المثلثة

9- يحسن الشبكة المثلثة.

10- يحل PDE.

11- يفتح مربع الحوار "تحديد مخطط الحل".

مفاتيح هذه المجموعة هي من النوع "flash"؛ أي التي يؤدي النقر عليها مرة واحدة إلى بدء الوظيفة المرتبطة.

على يمين شريط الأدوات، توجد قائمة منبثقة تشير إلى نوع الظاهرة المدروسة في التطبيق الحالي، التي يمكن استخدامها لتغيير هذا النوع كما هو الحال في أمر تطبيقات في قائمة المنسدلة خيارات كما رأينا سابقا، يحث الاختيار هنا أسهل و أسرع العنصر رقم 13 من الشكل (15-II).

أخر هذا الشريط و في الجزء الأيمن من واجهة المستخدم الرسومية أو العنصر رقم 14 من الشكل (15-II) يتوفر أيضًا قراءة لإحداثيات x و y لموضع المؤشر الحالي يتم تحديثه عند تحريك المؤشر داخل منطقة العمل أو المحاور الرئيسية في منتصف واجهة المستخدم الرسومية.

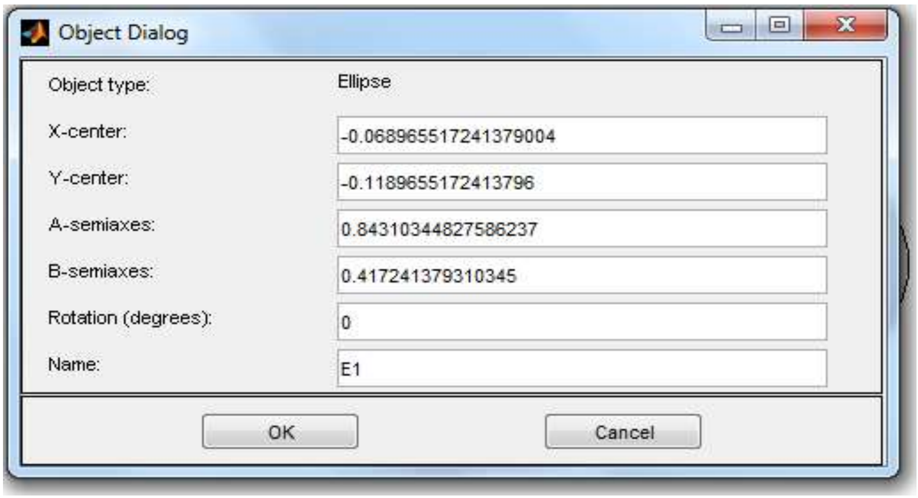
II-3-4-4 شريط التحرير :

شريط التحرير كما يظهر الشكل(2-II) يحتوي مربع التحرير الخاص بالصيغة المحددة لصيغة المجموعة النشطة، و هي الناتجة من تركيب أجزاء الإنشاء، حيث لهذه الصيغة أهمية بالغة و طريقة خاصة في التعامل معها، كما سنرى في الفصل القادم. هذه الصيغة تستخدم عمليتي الجمع و الطرح فقط

لحروف تتبع بأرقام ترمز للحرف الأول من الأشكال المستخدمة في الإنشاء كما رأينا في قوائم الرسم أو عند التطرق لشريط الأدوات سابقا.

II-3-4-5 واجهة العمل:

فيها ترسم هندسة ثنائية الأبعاد، و تعرض الشبكة، و ترسم الحل، و ما إلى ذلك. عند تحريك المؤشر (الفأرة) تتغير قيم x و y كما ورد سابقا على يمين شريط الأدوات، أما عند الضغط عليها يمينا أو يسار لا تقدم أي إجراء يذكر إذا كانت هذه الواجهة فارغة لكن إن كان بها إنشاء تظهر مربع الحوار الموضح في الشكل(II-16) أدناه، و الذي سوف نستعمله لاحقا كما في الفصل التالي.



الشكل(II-16): يوضح القائمة المنسدلة عند النقر على يمين الفأرة عندما تكون فوق ساحة العمل غير الخالية للأداة pdetool.

II-3-4-6 شريط المعلومات:

يوجد في الجزء السفلي من واجهة المستخدم الرسومية، يوفر شريط المعلومات معلومات حول النشاط الحالي. يمكنه أيضًا عرض تعليمات حول أزرار شريط الأدوات، بالإضافة لتزوده بمفتاح وصول سريع لإغلاق الواجهة و التي توجد في أخر قائمة ملف كما رأينا أعلاه (أنظر الشكل(II-2)).

خطوات دراسة حالة باستخدام الأداة pdetool من برنامج ماتلاب

III-1 مقدمـــــة:

نقوم في هذا الفصل بتقديم أهم الخطوات و المراحل الواجب إتباعها عند دراسة أي ظاهرة فيزيائية باستخدام الأداة pdetool من برنامج ماتلاب، متخذين دراسة انتقال الحرارة في صفيحة معدنية خماسية التثقيب نموذجا. أين نتناول حالات متعددة لهذا الانتقال، أي باستعمال متغيرات متعددة لتعرف على كيفيات التعامل مع أي تغير، لكن دون التطرق للنتائج و مناقشتها في هذا الفصل.

لكن من اجل الاستخدام الجيد للأداة pdetool و قبل العمل بها، من الضروري تحديد المعادلة التفاضلية الممثلة للنظام و الشروط الابتدائية و الحدودية في كل جزء منه، بمعنى أخر تقديم نوع من الجانب النظري خاص بالظاهرة المدروسة.

III-2 الدراسة النظرية لتسخين صفيحة خماسية التثقيب:

لدراسة حل معادلة تفاضلية جزئية خطية اخترنا دراسة ظاهرة انتقال الحرارة على صفيحة خماسية التثقيب الموضحة في الشكل(III-1) أدناه، حيث ندرس انتشار الحرارة حسب حالات متعددة كما سآتي لاحقا.

الشكل(III-1): يوضح شكل الصفيحة خماسية التثقيب المدروسة

بصفة عامة معادلة انتقال الحرارة تعطى بالعلاقة التالية[18]:

$$C\frac{\partial u}{\partial t} - \nabla(k(\nabla u)) = Q + h(u_{ext} - u)$$

إذ تمثل u درجة الحرارة T، بينما؛ ρ كثافة المادة، C السعة الحرارية، k الناقلية الحرارية، Q التدفق الحراري من المصدر، h ناقلية الحمل الحراري و أخيرا يمثل u_{ext} درجة الحرارة الخارجية أو u_{ext} لا نهائية أي T_{ext} أو T_{∞}.

باختيار التطبيق انتقال الحرارة أو Heat Transfer من بين أنماط التطبيقات المعروضة، مع التأشير على اختيار معادلة تكافئية Parabolic عند إسناد خصائص المعادلة التفاضلية، كما سنرى لاحقا. فإننا نجد أن هذه المعادلة تكتب في ماتلاب بالشكل التالي[18]:

$$rho * C * \frac{\partial u}{\partial t} - \mathrm{div}(k(\mathrm{grad}(T)) = Q + h * (T_{ext} - T)$$

باختيار التطبيق نظام سلمي أو Generic Scalar من بين تلك الأنماط، مع التأشير دائما على اختيار معادلة تكافئية عند إسناد خصائص المعادلة التفاضلية. فإننا نجد أن هذه المعادلة تكتب في ماتلاب بالشكل التالي[18]:

$$d * u' - \mathrm{div}(c(\mathrm{grad}(u)) + a * u = f$$

حيث تمثل u درجة الحرارة T، بينما؛ d جداء كثافة المادة في السعة الحرارية، c الناقلية الحرارية، f التدفق الحراري من المصدر و أخيرا يمثل a ناقلية الحمل الحراري.

في الحالة المستقرة فإن: $u' = 0$ أي لا علاقة للزمن بهذا الانتقال، و هو المختار في دراستنا. لتتحول المعادلة التفاضلية من تكافئية إلى ناقصية لتأخذ الشكل التالي[18]:

$$-\mathrm{div}(c(\mathrm{grad}(u)) + a * u = f$$

كما سنعتبر أن لا وجود لمنبع حراري لذلك فإن: f=0، مع اعتبار انعدام ناقلية الحمل الحراري a=0، بالإضافة لثبوت الناقلية الحرارية عند القيمة c=100 watt/m.°C. حيث لن نغير هذه الخصائص في كل الدراسة، بينما يكون التغير فقط في الشروط الحدودية، كما سنرى.

كما جاء في العنصر (I-2-3) من الفصل الأول للمعادلات التفاضلية عموما حلولا عامة متعددة، يحدد حل وحيد حسب عدد من الشروط. هذه الشروط هي[5−8 ,11−13 ,20 ,21]:

1− الشرط الابتدائي: هو قيمة يأخذها التابع عند بداية تسجيل الزمن للظاهرة، و حيث ندرس ظاهرة مستقلة عن الزمن فنحن في غنا عنه.

2− شرط دريكلي Dirichlet: هو قيمة يأخذها التابع عند نقاط معينة، أي من أجل إحداثيات معينة فإن للدالة قيمة معينة، كثبوت درجة حرارة التسخين عند حد معين.

في ماتلاب يكتب هذا الشرط كالتالي[18]:

$$h * u = r$$

حيث يتم إدخال قيم كل من h (غالبا تأخذ القيمة 1) و r كما سنرى لاحقا.

3−− شرط نيمان Neumann: هو قيمة (أو تغير) يأخذها تدفق التابع أو تدرجه عند نقاط معينة، أي من أجل إحداثيات معينة فإن لتدفق الدالة قيمة معينة، كثبوت تدفق الحرارة عند حد معين. الحدود المعزولة حراريا تعني انعدام لهذا التدفق، هذا تدفق يعطى بالعلاقة[18]:

$$\frac{\partial u}{\partial \mathrm{n}} = \mathrm{cte}$$

في ماتلاب يكتب هذا الشرط بشكله المعمم كالتالي[18]:

$$n * c * grad(u) + q * u = g$$

حيث يتم إدخال قيم كل من q (غالبا تأخذ القيمة 0) و g كما سنرى لاحقا.

4− − شرط مختلط Mixet: هو خليط بين الشرطين الثاني و الثالث[5−8 ,11−13 ,20 ,21].

في دراستنا نغير هذه الحدود حسب الحالات التالية:

1- عزل جميع حواف.

2- تسخين جميع حواف حتى 100 °C.

3- تسخين لحواف الصفيحة الخارجية حتى 200 °C، مع عزل جميع حواف الثقوب.

4- تسخين لحواف الصفيحة الخارجية حتى 100 °C، مع عزل جميع حواف الثقوب.

5- تسخين لحواف الصفيحة الخارجية حتى 100 °C، مع الاحتفاظ بدرجة حرارة الغرفة أو المخبـــــر 27 °C عند جميع حواف الثقوب.

6- تسخين لحواف الصفيحة الخارجية حتى 100 °C، مع ثبوت التدفق الحراري عند جميع حواف الثقوب بـ 10-.

7- تسخين لحواف الصفيحة الخارجية حتى 100 °C، مع عزل جميع حواف الثقوب الصغيرة، مع ثبوت التدفق الحراري عند جميع حواف الثقب الكبير الأوسط بـ 10-.

8- تسخين لحواف الصفيحة الخارجية حتى 100 °C، مع عزل جميع حواف الثقوب، ما عدا ثقب صغير أين يثبت التدفق الحراري عند جميع حوافه بـ 10-.

9- تسخين جميع حواف الثقب الكبير الأوسط حتى 100 °C، مع عزل جميع الحواف الأخرى.

10- تسخين جميع حواف الثقوب حتى 100 °C، مع عزل جميع الحواف الخارجية لصفيحة.

11- تسخين جميع حواف الثقب الكبير الأوسط حتى 100 °C، مع الاحتفاظ بدرجة حرارة الغرفة أو المخبـــــر 27 °C عند جميع الحواف المتبقية.

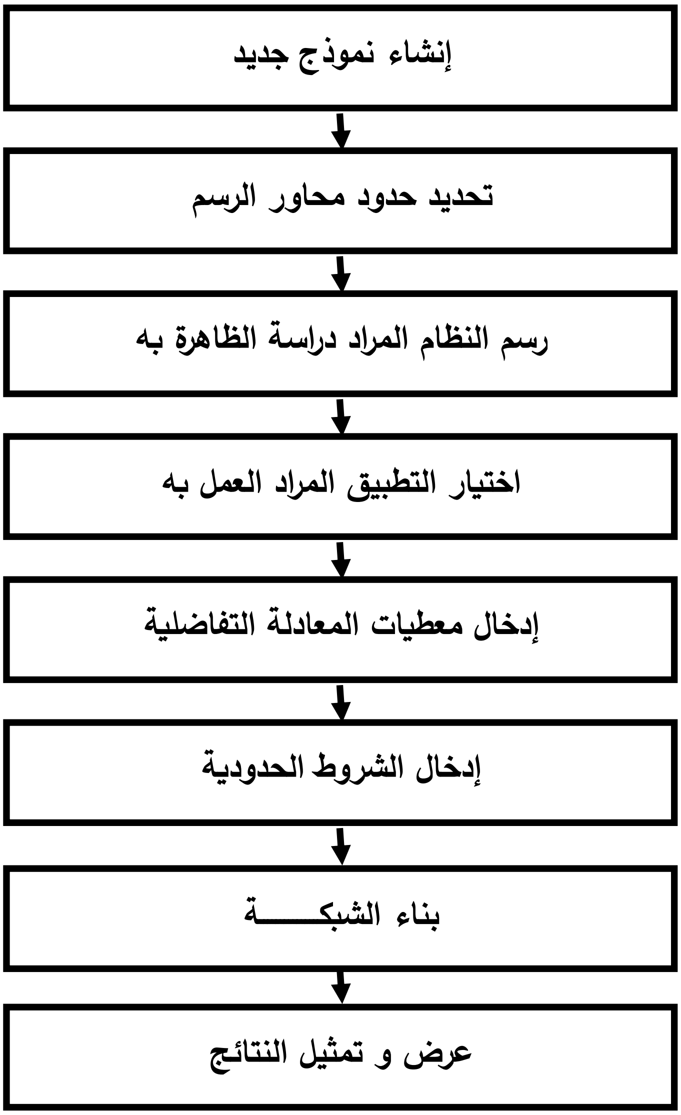
12- تسخين جميع حواف الثقب الكبير الأوسط حتى 100 °C، مع تثبيت التدفق الحراري بـ 10- عند جميع الحواف المتبقية.

13- تسخين جميع حواف الثقب الكبير الأوسط حتى 100 °C، مع تثبيت التدفق الحراري بـ 10- عند جميع الحواف الثقوب الأخرى، بالإضافة إلى عزل الحواف الجانبية للصحيفة.

14- تسخين جميع حواف ثقوب الصغير حتى 100 °C، مع تثبيت التدفق الحراري بـ 10- عند جميع الحواف الثقوب الأكبر، بالإضافة إلى عزل الحواف الجانبية للصحيفة.

III-3 المراحل المتبعة للدارسة باستخدام الأداة pdetool:

وضع ترتيب أيقونات شريط الأدوات أو قوائم في شريط القوائم بطريقة تجعل من السهل استعمال هذه الأداة، حيث يمكن فقط لأي متعامل الالتزام بهذا الترتيب كخطوات أساسية متبعة في دراسة أي نظام بواسطة هذه الأداة. على حال يمكن اعتماد المخطط الانسيابي التالي الملخص لهذه الخطوات، و المبين في الشكل(III-1).



الشكل(III-2): المخطط الانسيابي الموضح لأهم خطوات البرنامج

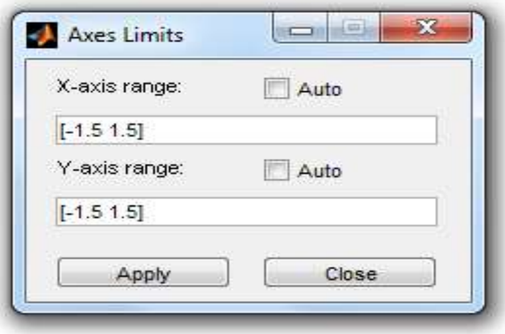
بعد فتح نافذة الأداة pdetool عن طريق كتابة اسمها في نافذة الأوامر في ماتلاب، كما جاء في الجزء (II-3-4) من الفصل السابق. يمكننا تتبع الخطوات كالتالي:

III-3-1 إنشاء نموذج جديد:

بمجرد فتح النافذة و لفتح نموذج جديد يكفي التعامل مع القائمة المنسدلة ملف أو File، ثم اختيار الأمر جديد New أو بالضغط على Ctrl + N من لوح المفاتيح.

III-3-2 تحديد حدود محاور الرسم:

من القائمة خيارات أو Options، نختار الأمر Axes Limits لتظهر النافذة الظاهرة في الشكل(III-2) أدناه.



الشكل(III-3): يوضح علبة الحوار الخاصة بتعديل محاور الرسم

في الأداة pdetool.

من خلال هذه النافذة يمكن تحديد حدود محاور المعلم المراد تمثيل النظام فيه، تمثل هذه المحاول بأشعة (كما هو معتاد في ماتلاب) قيمتها الأولى هي القيمة الصغرى و الثانية هي القيمة العظمى لكل من المحورين x و y.

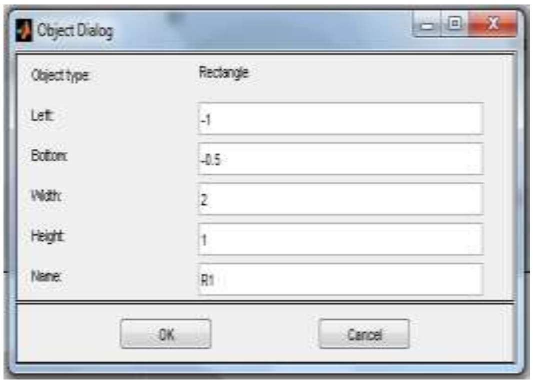
في حالتنا هذه نغير فقط حدود المحور y حيث تعطى قيمه كالتالي: $[-1.5\ \ 1.5]$، كما يوضح الشكل.

III-3-3 رسم النظام المراد دراسة الظاهرة به:

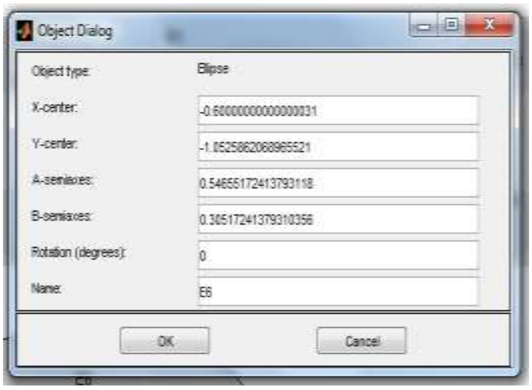
بواسطة الفارة نقوم بسحب ستة أشكال من شريط الأدوات أو من قائمة الرسم من شريط القوائم، و هي؛ مستطيل/مربع (Rectangle/square) أو (Rectangle/square (centered) و خمسة أشكال ناقصيية/دائرية (Ellipse/circle) أو (Ellipse/circle (centered)، و التي يجب أن توزيعها متباعد عن بعضها البعض.

بضغط على يمين أو يسار الفأرة على كل منها تظهر مربعات الحوار التالية و الممثل في الشكل(III-3) أدناه:

A



B



الشكل(III-4): يوضح علبة الحوار الخاصة بتعديل الخصائص التشكيلية للأشكال؛ A– مستطيل/مربع و B – ناقصيية/دائرية في الأداة pdetool.

الملاحظ أن علبة الحوار تختلف بين الشكلين، حيث نورد قيم كل منهما في الجدولين (III-1 و 2) التاليين:

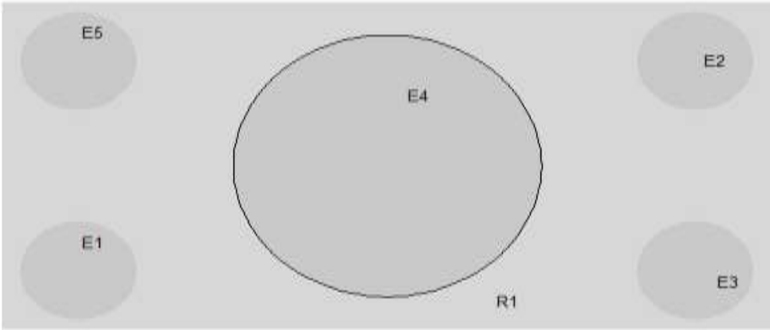
الجدول (III-1): خاص بقيم تموضع الشكل مستطيل/مربع في معلم الأداة pdetool.

الخاصية	اليسار (Left)	الاسفل (Bottom)	العرض (Width)	الارتفاع (Heigth)	الاسم (Name)
القيمة	-1	-0.5	2	1	R1

الجدول (III-2): خاص بقيم تموضع الشكل ناقصيية/دائرية في معلم الأداة pdetool.

الخاصية	فاصلة المركز (X-center)	رتيبة المركز (Y-center)	نصف المحور A (A-semiaxes)	نصف المحور B (B-semiaxes)	الدوران بالدرجات (Rotation dégees)	الاسم (Name)
القيمة	-0.8	0.32	0.15	0.15	0	E1
	-0.8	-0.32	0.15	0.15	0	E2
	0.8	0.32	0.15	0.15	0	E3
	0.8	-0.32	0.15	0.15	0	E4
	0	0	0.4	0.4	0	E5

بعد إدخال كل تلك القيم، سوف نحصل على الشكل(III-4) أدناه.



الشكل(III-5): يوضح شكل الصفيحة المرسومة في الأداة pdetool قبل التثقيب.

للقيام بعملية تثقيب الصفيحة يجب التعامل مع مربع التحرير أسفل شريط الأدوات كما رأينا في الفصل السابق، لإعادة صياغة العبارة داخله من:

R1+E1+E2+E3+E4+E5

إلى:

R1−(E1+E2+E3+E4+E5)

و للحصول أخيرا على الشكل(III-5) أدناه، نستعمل الأمر نمط المعادلة التفاضلية الجزئية (أو PDE Mode) من قائمة المنسدلة PDE من شريط القوائم.

الشكل(III-6): يوضح شكل الصفيحة المرسومة في الأداة pdetool بعد التثقيب.

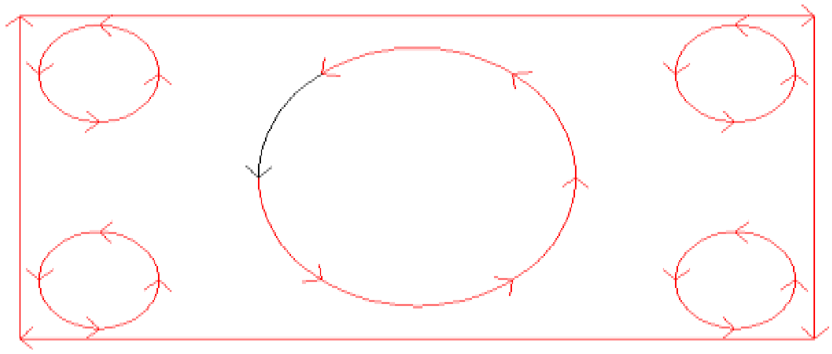
ملاحظة: بعد الانتهاء من هذه الخطوة و التي تمثل نهاية إنشاء النظام، إما يمكننا التوقف عن العمل بحفظ المشروع عن طريق الأمر حفظ باسم (أو ...Save As) من قائمة ملف، و إما عند تغير الدراسة على نفس الصفيحة يمكن العودة إلى نفس هذا الشكل باستعمال دائما الأمر السابق و هوPDE Mode.

III-3-4 اختيار التطبيق المراد العمل به:

مباشرة يمكن اختيار نمط التطبيق المستخدم من خلال شريط الأدوات، الذي و بيساره توجد قائمة تحوي جميع هذه الأنماط. كما يمكن استعمال القائمة خيارات أو Options، للحصول على نفس القائمة الخاصة بأنماط التطبيقات. في حالتنا نختار النمط " انتقال الحرارة " أو Generic Scalar .

III-3-5 إدخال الشروط الحدودية:

للحصول على الشكل(III-6) الذي يمكن إدخال الشروط الحدودية الخاصة بكل جزء من النظام على حدى، نختار الأمر Boundary Mode من قائمة Boundary، كما يمكن التعامل مع لوحة المفاتيح مباشرة بالضغط على Ctrl + B، و أيضا باستخدام المفتاح السادس من شريط الأدوات للوصول الأسهل.



الشكل(III-7): يوضح حدود الصفيحة في الأداة pdetool.

أما لإسناد قيم الشروط الحدودية لكل حد نستدعي علبة الحوار الممثلة في الشكل(III-7)، و ذلك بالضغط على يمين الفأرة أو يسارها على أي منها.

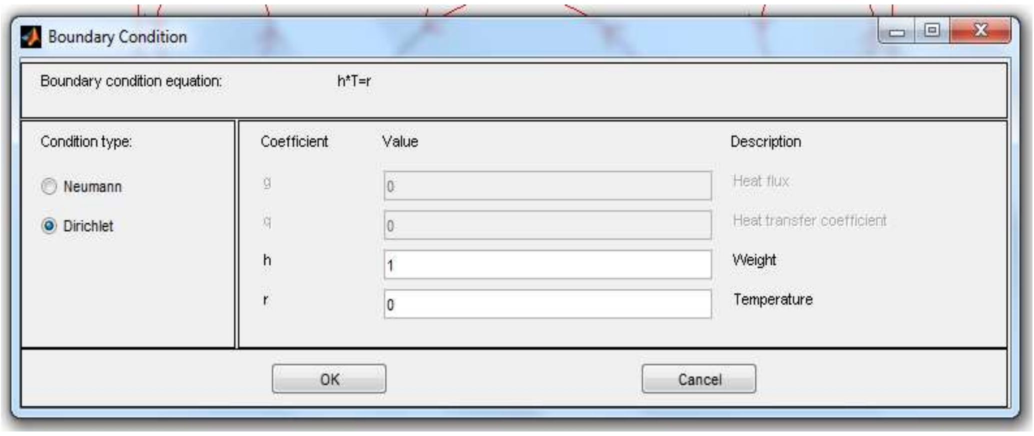
لكن إذا كان التغيير على عدد قليل من الحدود نستعمل قبل ذلك نفس علبة الحوار لكن باستدعائها بواسطة الأمر ...Specify Boundary Condition من قائمة Boundary، الذي يمكن من إسناد نفس الشروط لكل النظام.

هذه العلبة تقدم نوعين من الشروط الحدودية التي يمكن الاختيار من بينها، هذين النوعين هما نيمان (أو Neumann) و دريكلي (أو Dirichlet).

حيث هذه الشروط في العمل الخاص بنا تغير حسب القيم التي تمثله الجداول(III-3) التالية:

الجدول(III-3): قيم الشروط الحدودية الخاصة بدراستنا الواجب إدخالها في علبة الحوار أدناه.

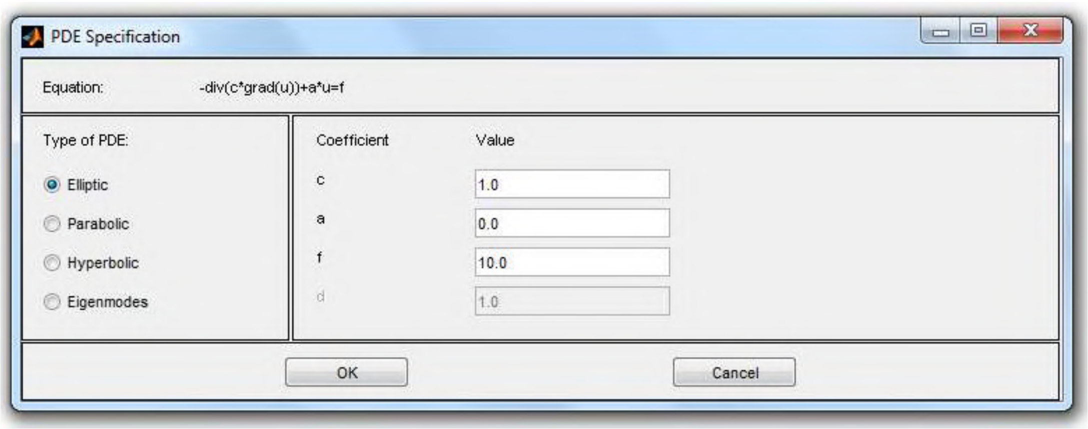
	شرط دريكلي				شرط نيمان		
الحالة	**الحد**	**h**	**r**		**الحد**	**q**	**g**
1	/	/	/		كل الحواف	0	0
2	كل الحواف	1	100		/	0	0
3	الحواف الخارجية	1	200		حواف الثقوب	0	0
4	الحواف الخارجية	1	100		حواف الثقوب	0	0
5	الحواف الخارجية	1	100		/	/	/
	حواف الثقوب	1	27		/	/	/
6	الحواف الخارجية	1	100		حواف جميع الثقوب	0	−10
7	الحواف الخارجية	1	100		حواف الثقوب الصغيرة	0	0
	/	/	/		حواف الثقب الكبير	0	−10
8	الحواف الخارجية	1	100		حواف معظم الثقوب	0	0
	/	/	/		حواف ثقب من الصغيرة	0	−10
9	حواف الثقب الكبير	1	100		الحواف المتبقية	0	0
10	حواف جميع الثقوب	1	100		الحواف الخارجية	0	0
11	حواف الثقب الكبير	1	100		/	/	/
	الحواف المتبقية	1	27		/	/	/
12	حواف الثقب الكبير	1	100		الحواف المتبقية	0	−10
13	حواف الثقب الكبير	1	100		حواف الثقوب الصغيرة	0	−10
	/	/	/		الحواف الخارجية	0	0
14	حواف الثقوب الصغيرة	1	100		حواف الثقب الكبير	0	−10
	/	/	/		الحواف الخارجية	0	0



الشكل(III-8): يوضح علبة الحوار الخاصة بإسناد الشروط الحدودية في الأداة pdetool.

III-3-6 إدخال معطيات المعادلة التفاضلية:

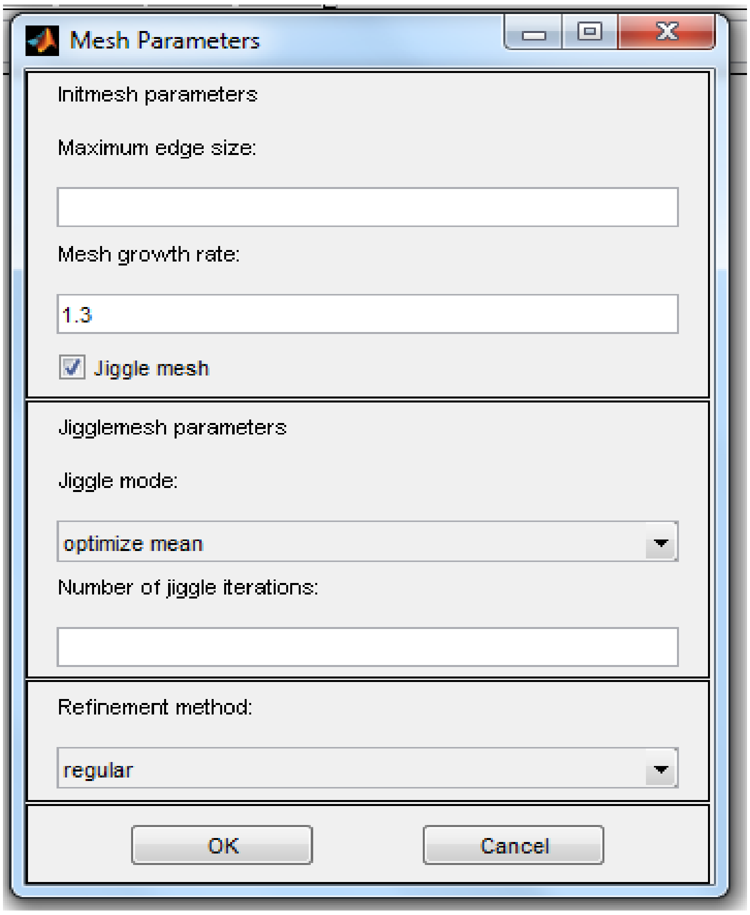
لاختيار طبيعة المعادلة التفاضلية المتحكمة في الظاهرة أو معاملاتها نستخدم علبة الحوار الممثلة أدناه في الشكل(III-8)، التي يمكن استدعاءها عن طريق الأمر الذي يحمل عنوانها و هو المعادلة التفاضلية الخاصة (أو ...PDE Specification) الموجود في القائمة PDE، أو مباشرة بالتعامل بالمفتاح السابع من شريط الأدوات. حيث المقادير المدخلة هي تلك المعطاة في العنصر(III-2) من هذا الفصل.



الشكل(III-9): يوضح علبة الحوار الخاصة بإسناد معاملات المعادلة التفاضلية في الأداة pdetool.

7-3-III بناء الشبكـــــــة:

بالتعامل مباشرة مع أحد المفتاحين الثامن أو التاسع من شريط الأدوات، و التي يقابلها الأمرين Mesh Mode و Refine Mesh (أو بالضغط على المفاتيح Ctrl + M من لوح المفاتيح) من قائمة Mesh. الأمر الأول يعطي شبكة غير دقيقة على عكس الأمر الثاني، سنرى عند عرض النتائج لاحقا (في الفصل الأخير). و لزيادة التدقيق و تخصيصه بشكل أكثر دقة نستعمل الأمر Parameters من نفس القائمة Mesh، الذي يستدعي علبة الحوار الممثلة في الشكل(9-III) أدناه:

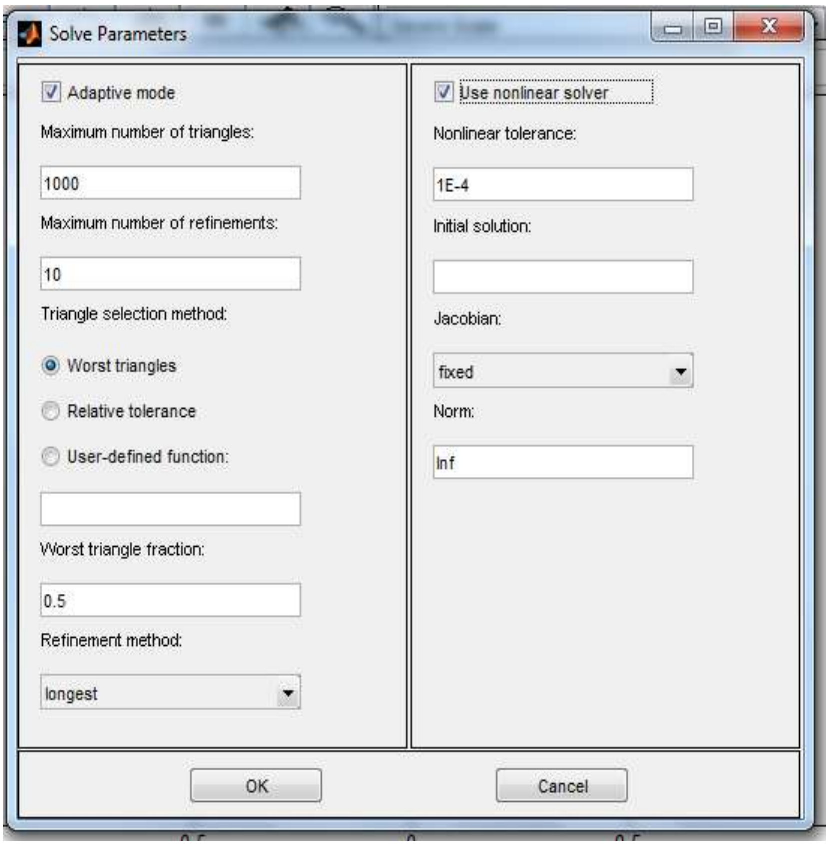


الشكل(10-III): يوضح علبة الحوار الخاصة بتخصيص الشبكة في

الأداة pdetool.

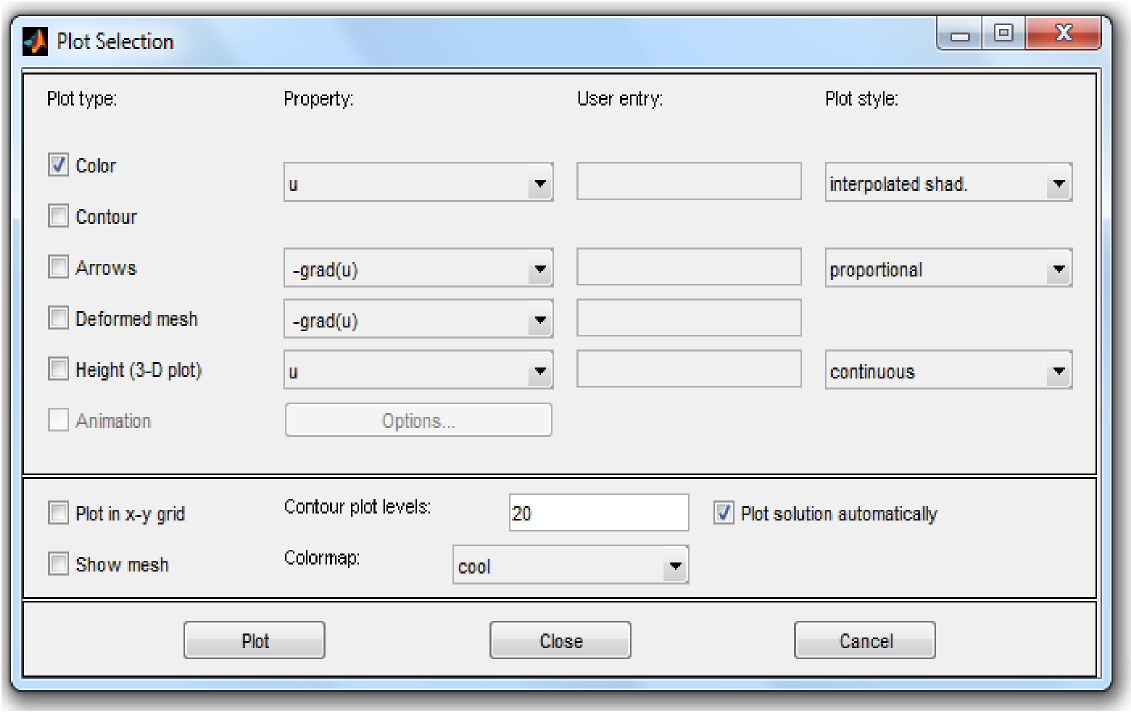
III-3-8 عرض و تمثيل النتائج:

لهذا الغرض يكفي استخدام المفتاح العاشر من شريط الأدوات، أو الأمر Solve PDE من القائمة Solve. و لتعامل بشكل خصوصي يمكن استخدام علبة الحوار في الشكل(III-10) الممثلة أدناه، التي يتم استدعاءها عن طريق الأمر Parameters من نفس القائمة.



الشكل(III-11): يوضح علبة الحوار الخاصة بتخصيص المعادلة التفاضلية في الأداة pdetool.

كما يمكن العرض مباشرة باستعمال الأمر Plot Solution من القائمة Plot، بينما لعرض الحل بشكل أكثر مناسبة بأشكال مميزة، نستعل المفتاح الحادي عشر من شريط الأدوات. أو نختار الأمر Parameters من نفس القائمة، لاستدعاء النافذة الممثلة في الشكل(III-11) أدناه.



الشكل(III-12): يوضح علبة الحوار الخاصة بتخصيص تمثيل حل المعادلة التفاضلية في الأداة pdetool.

الفصل الرابع:

نتائج و مناقشة دراسة انتقال الحرارة في صفيحة خماسية التثقيب

1-IV مقدمـــــة:

كما جاء في الفصل السابق، اطلعنا على النموذج المقترح للدراسة بواسطة أداة pdetool من ماتلاب. و هو انتشار الحرارة في صفيحة خماسية التثقيب، بتغير الشروط الحدودية فقط على اعتبار فرضيات تسمح بوصول المعادلة التفاضلية الجزئية لانتقال الحرارة إلى معادلة بواسون.

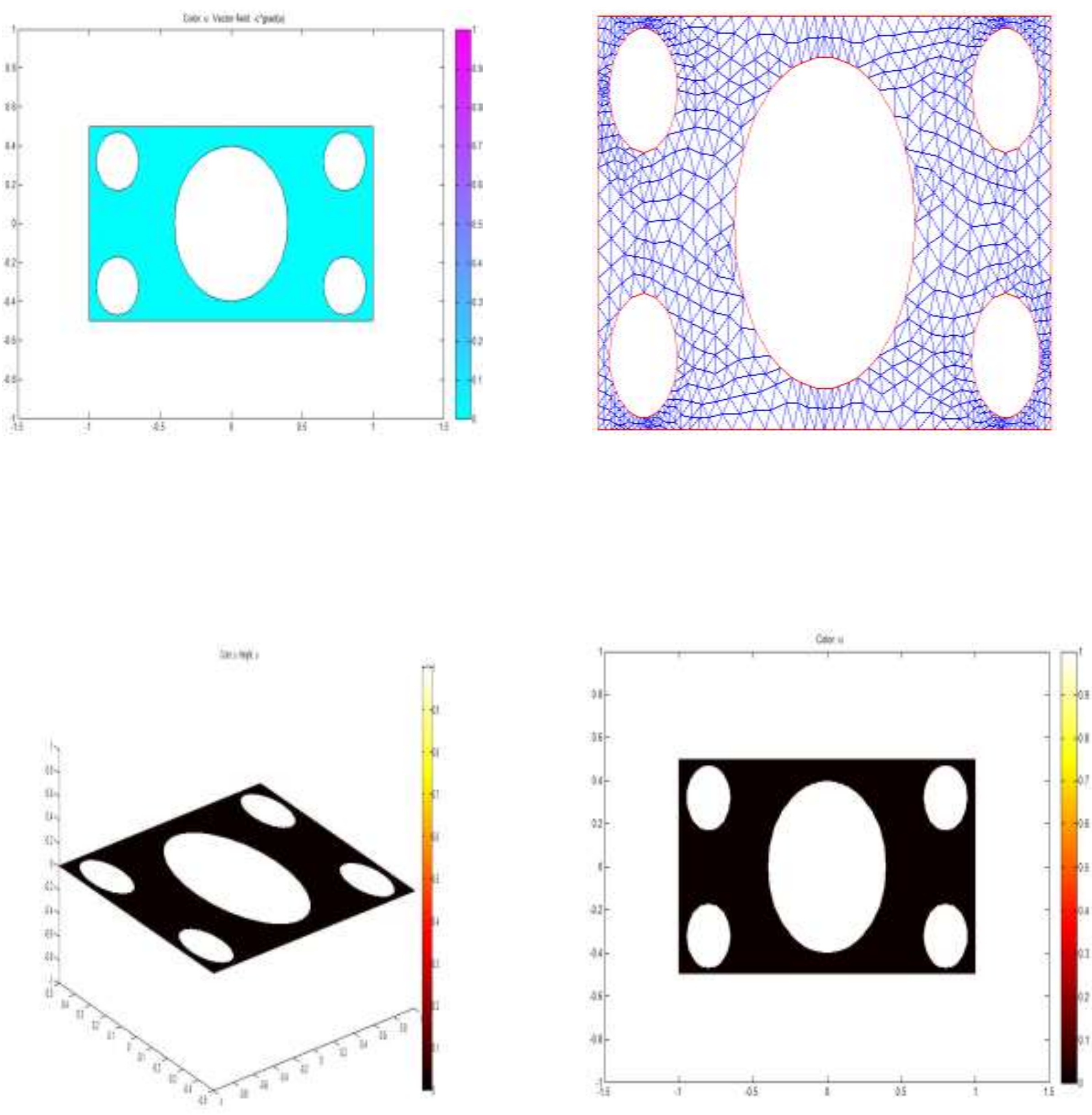
أين قدمنا أهم خطوات الدراسة، فإبتداءا من الخطوة الخامسة يكون تغير الشروط الحدودية. و التي من بعدها يمكن المواصلة للحصول على النتائج، التي نعرضها مع مناقشتها في هذا الفصل.

2-IV عرض النتائج الدارسة:

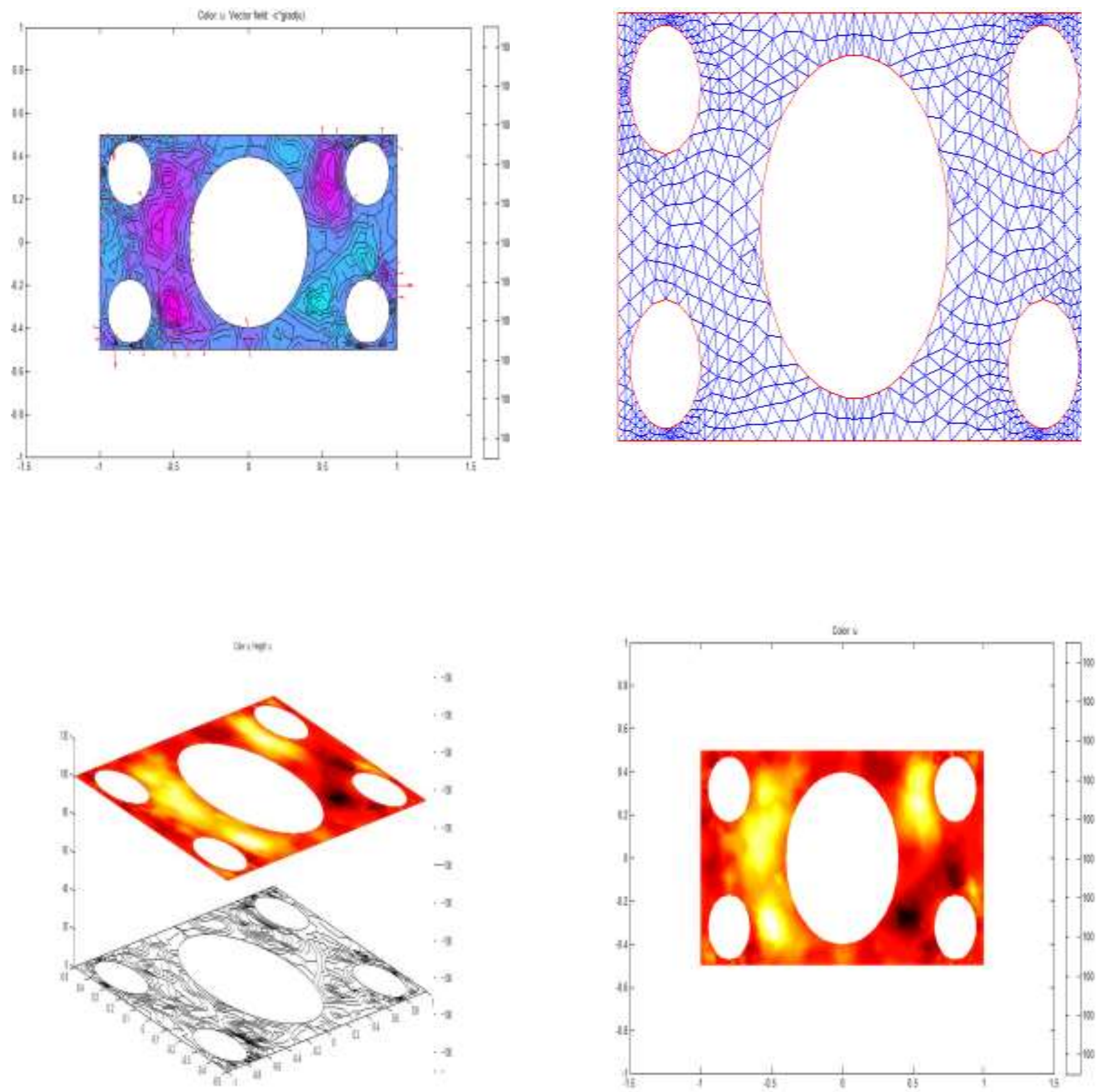
حتي يكون عرض النتائج بشكل ملائم، و لمحاولة تغطيتها بشكل جيد. سوف نعرض إشكال متعددة، و هي كالتالي:

- عرض الشكبة الناتجة عن طريقة العناصر المنتهية المستخدمة في هذه الأداة.
- عرض التمثيل الكامل للحل، حيث نبرز هنا توزيع الحرارة، تدفقها و اتجاه انتقالها.
- عرض تمثيل الانتقال باستعمال ألوان الخاصة بالحرارة.
- عرض التمثيل ثلاثي الأبعاد لهذا الانتقال.

هذه النتائج نعرضها في الأشكال التالية، حيث نعرض كل حالة بجميع أشكالها على حدا.

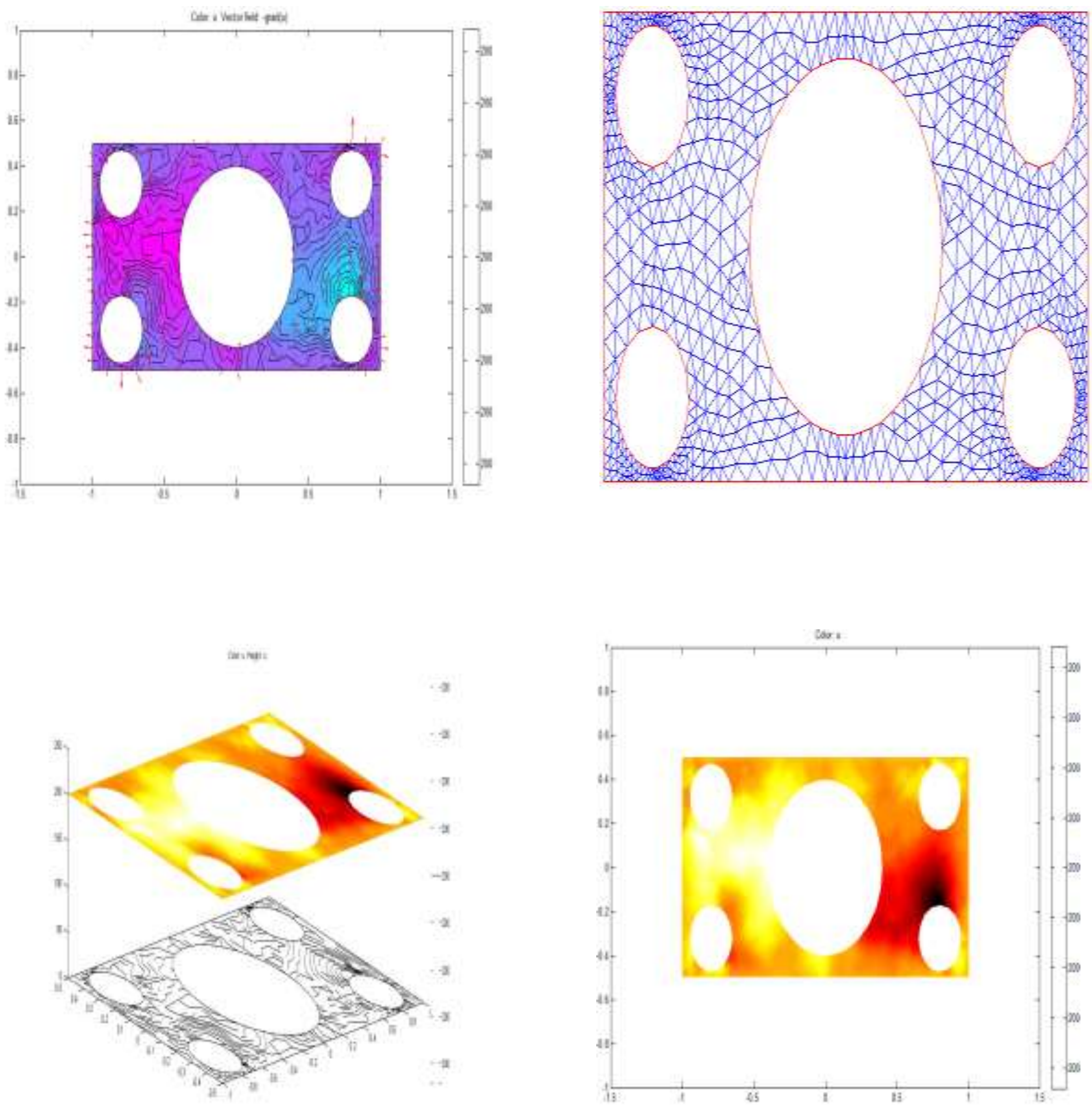


الشكل(1-IV): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب، بجوانب معزولة حراريا.

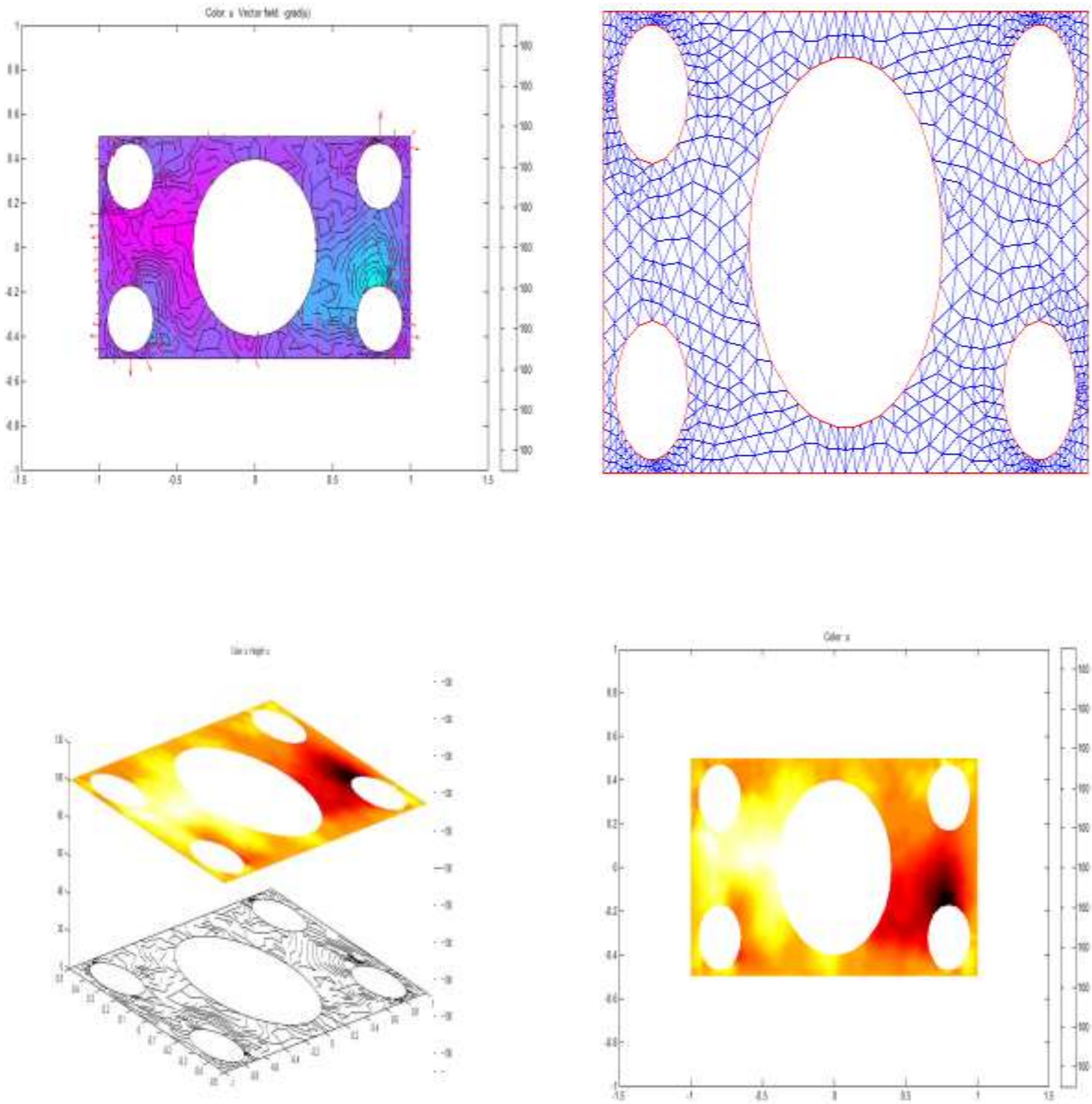


الشكل(2-IV): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب،

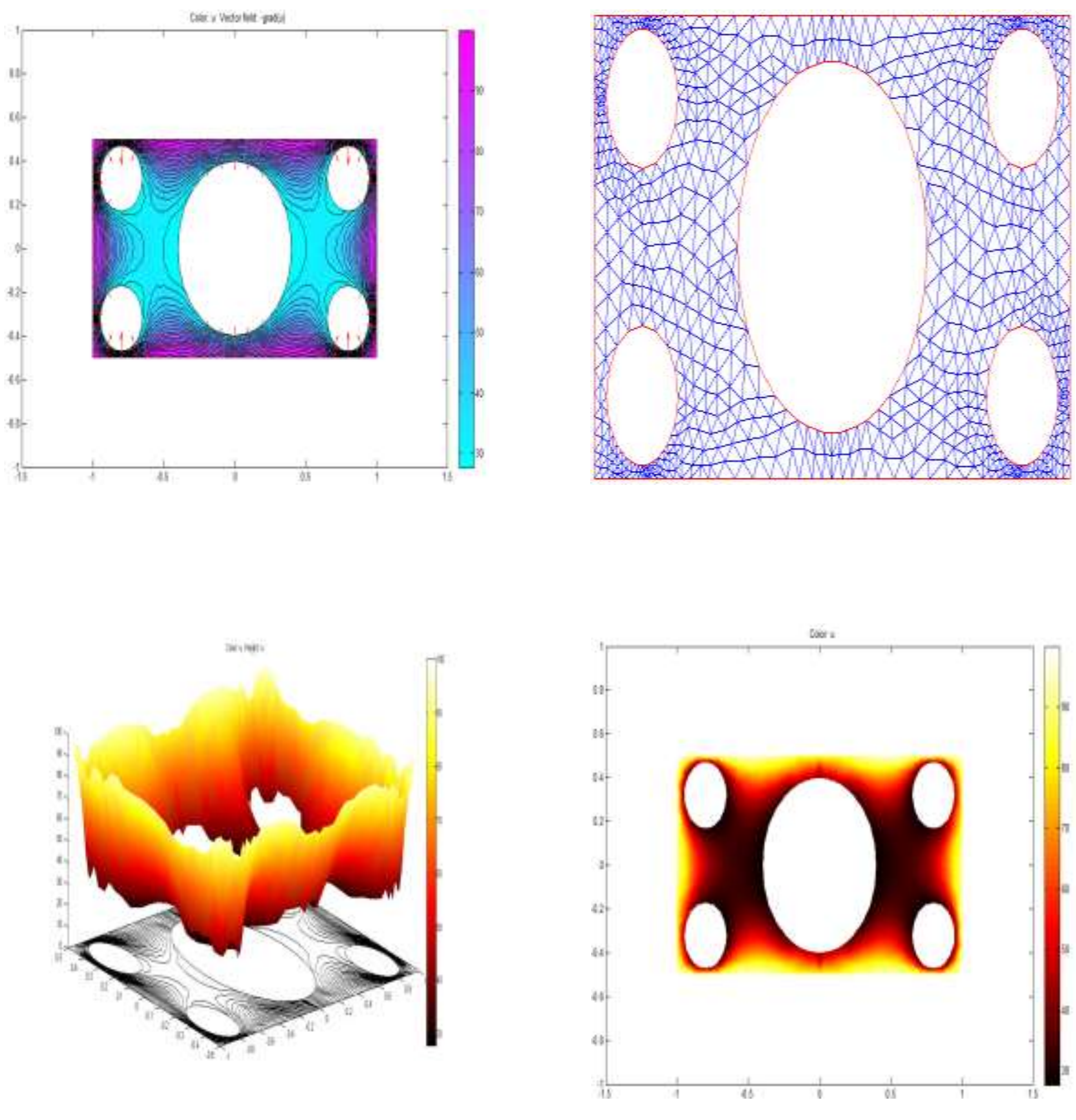
بجوانب مسخنة إلى حتى 100 °C.



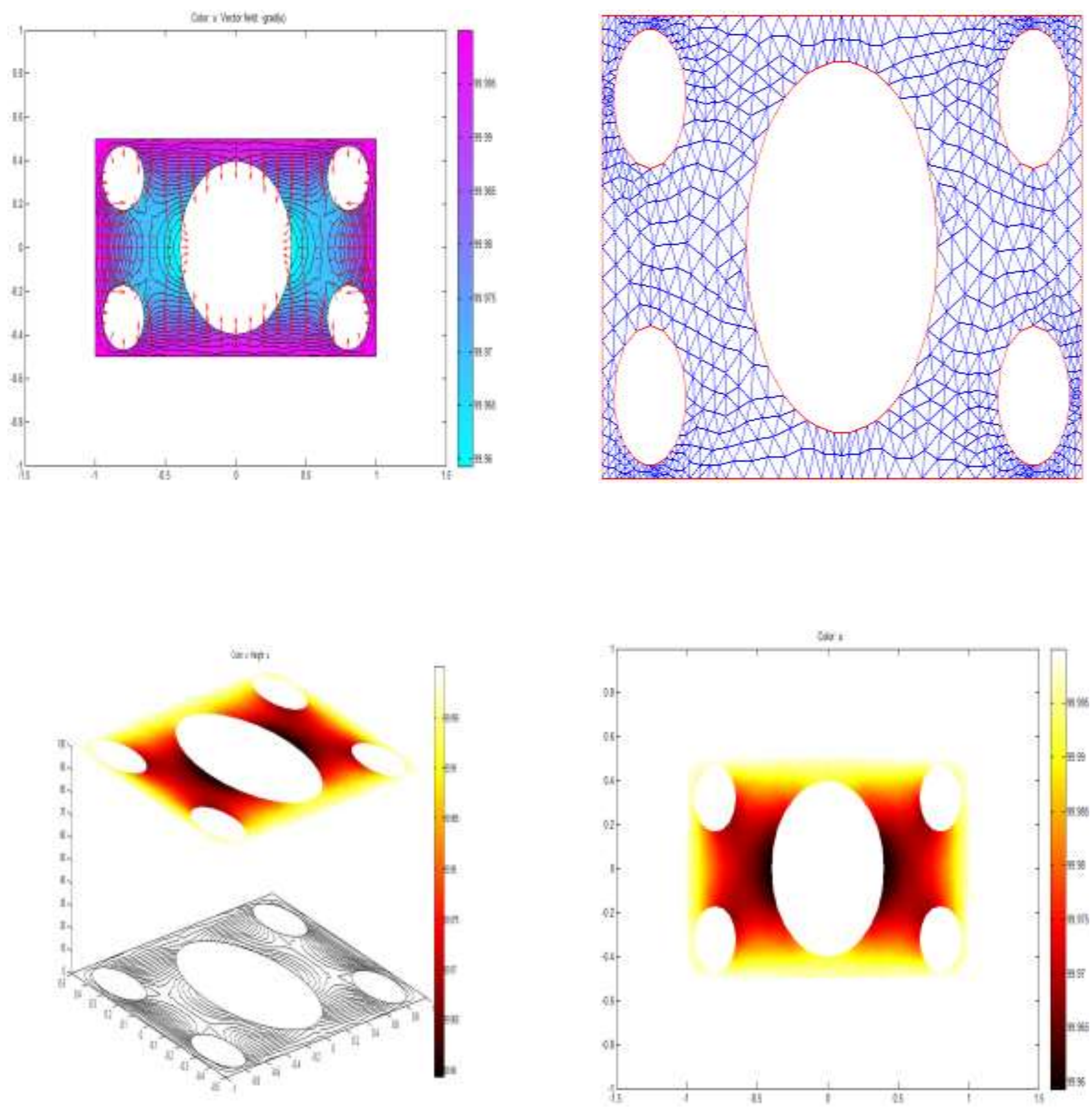
الشكل(3-IV): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب،
بتسخين لحواف الصفيحة الخارجية حتى 200 °C، مع عزل جميع
حواف الثقوب.



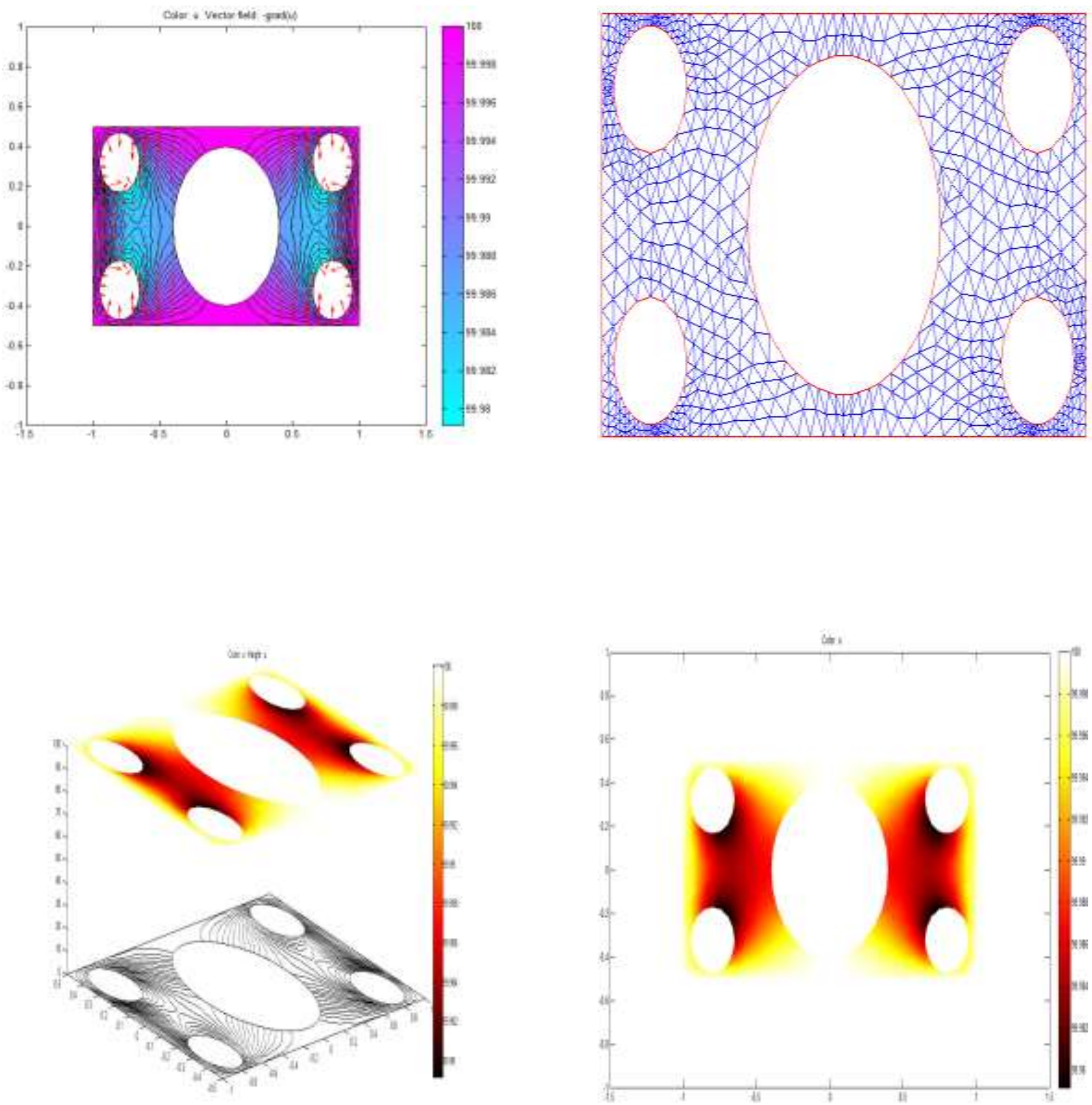
الشكل(4-IV): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب، بتسخين لحواف الصفيحة الخارجية حتى 100 °C، مع عزل جميع حواف الثقوب.



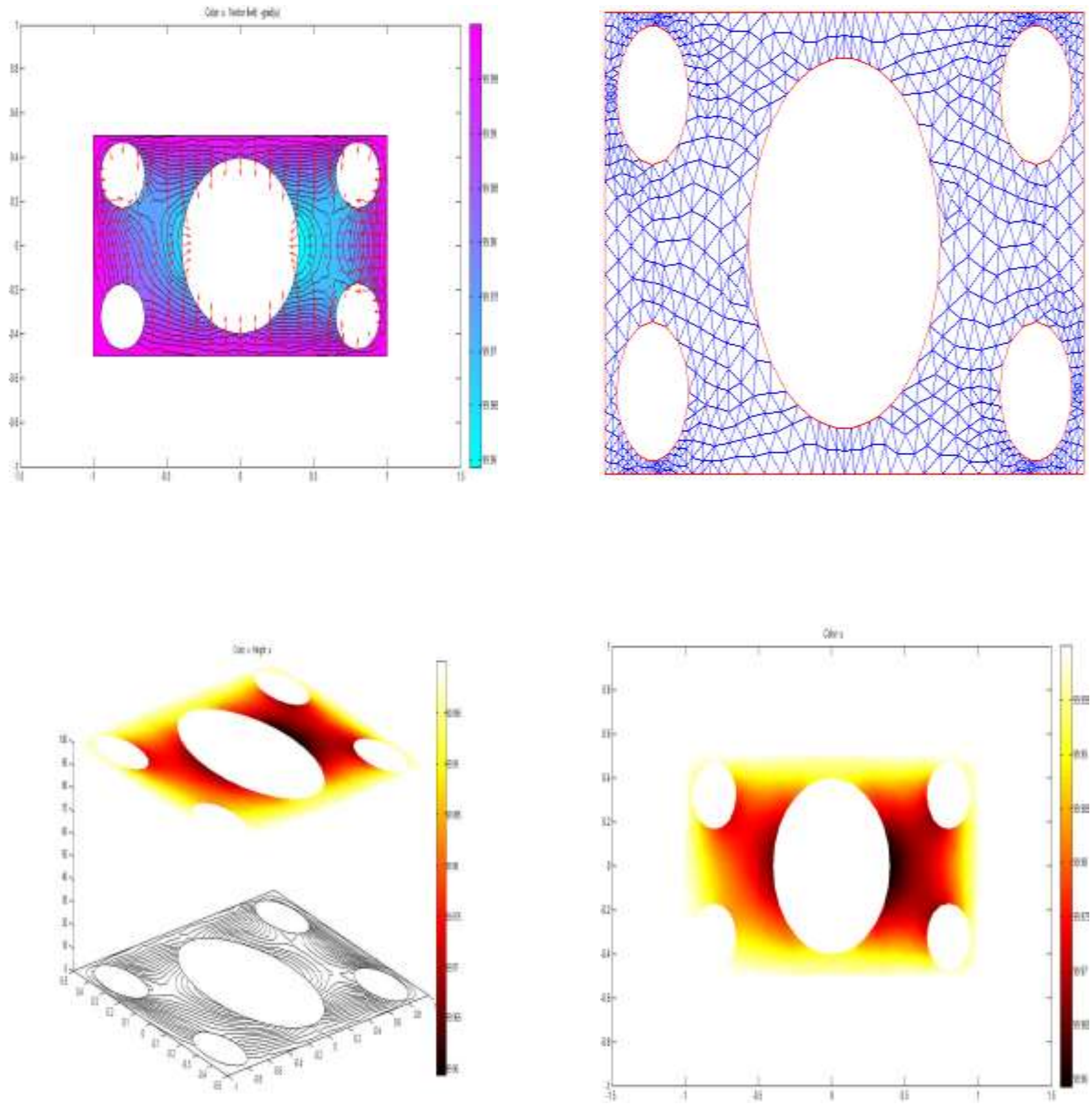
الشكل(5-IV): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب، بتسخين لحواف الصفيحة الخارجية حتى 100 °C، مع الاحتفاظ بدرجة حرارة الغرفة أو المخبـــر 27 °C عند جميع حواف الثقوب.



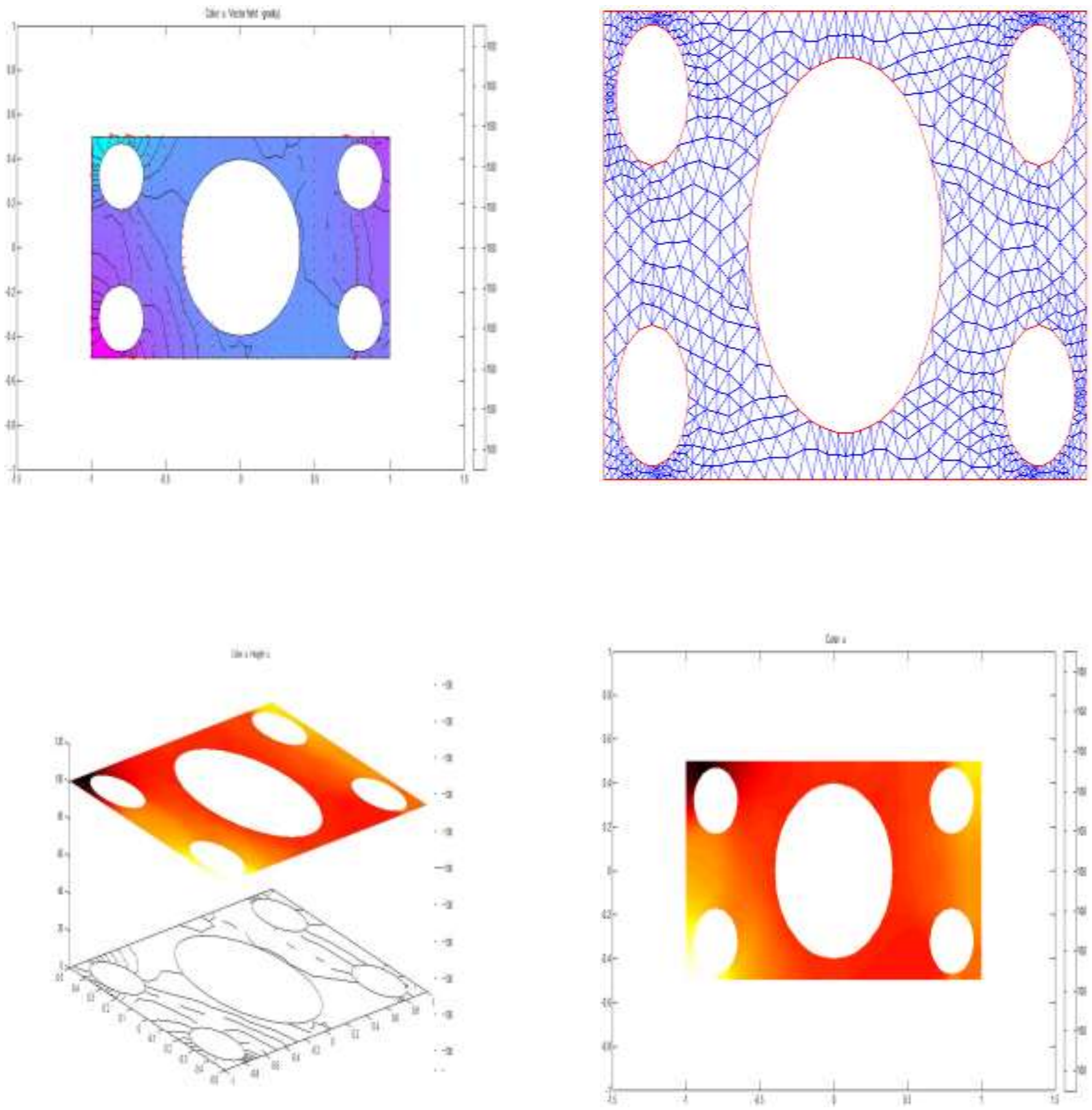
الشكل(IV-6): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب،
بتسخين لحواف الصفيحة الخارجية حتى 100 °C، مع ثبوت التدفق
الحراري عند جميع حواف الثقوب بـ 10−.



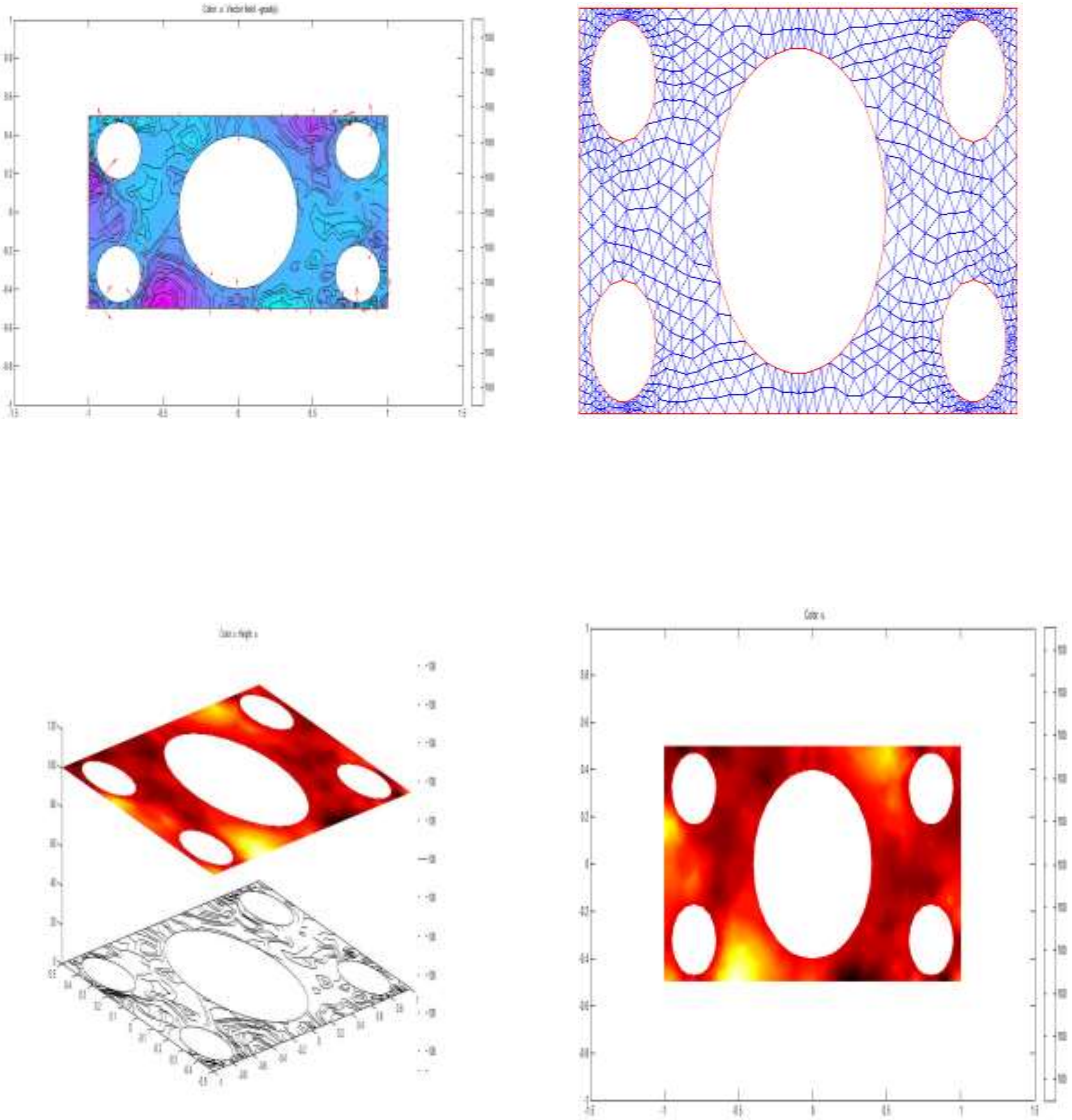
الشكل(IV-7): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب، بتسخين لحواف الصفيحة الخارجية حتى 100 °C، مع عزل جميع حواف الثقوب الصغيرة، مع ثبوت التدفق الحراري عند جميع حواف الثقب الكبير الأوسط بـ 10-.



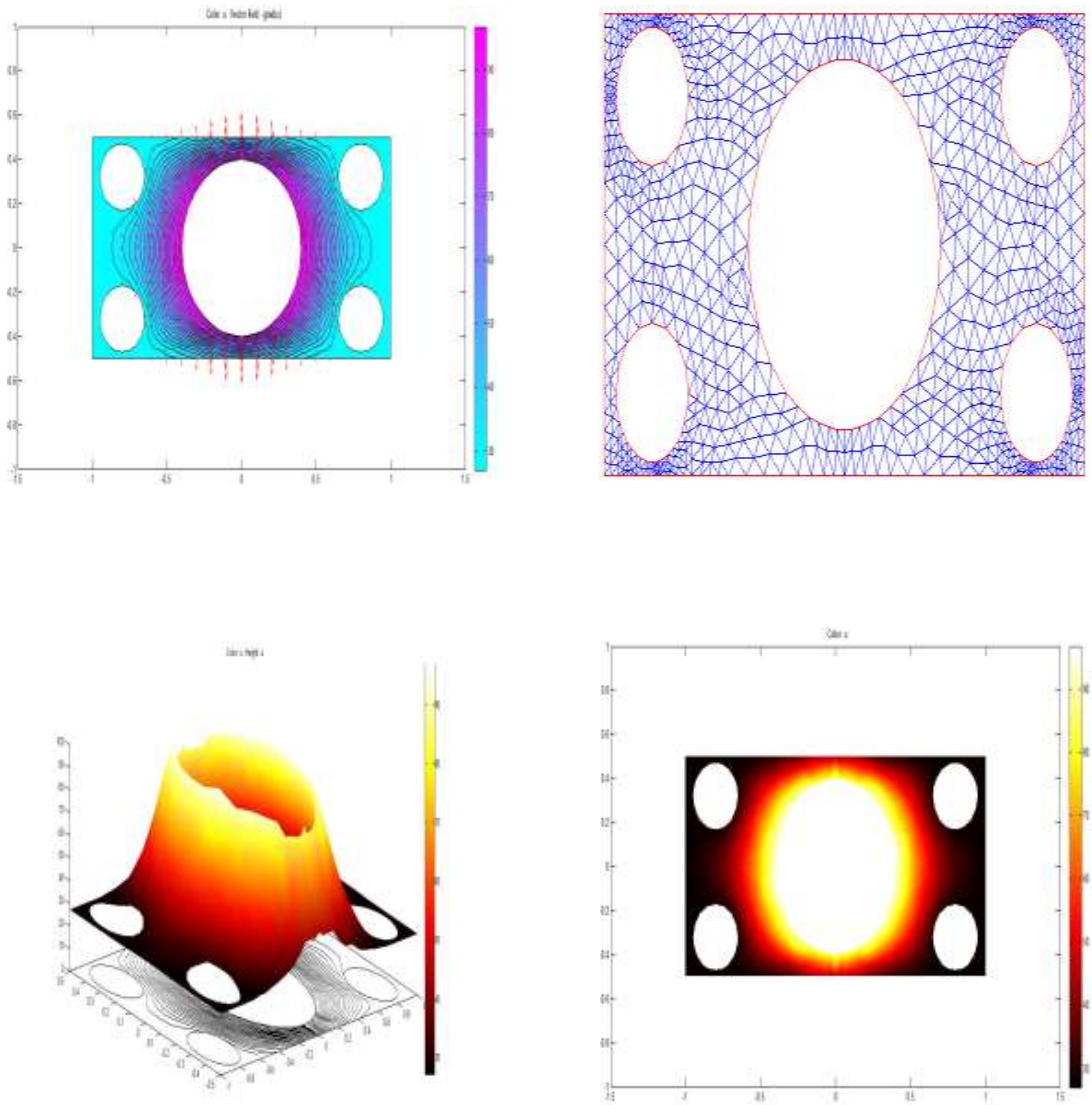
الشكل(8-IV): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب، بتسخين لحواف الصفيحة الخارجية حتى 100 °C، مع عزل جميع حواف الثقوب، ما عدا ثقب صغير أين يثبت التدفق الحراري عند جميع حوافه بـ 10−.



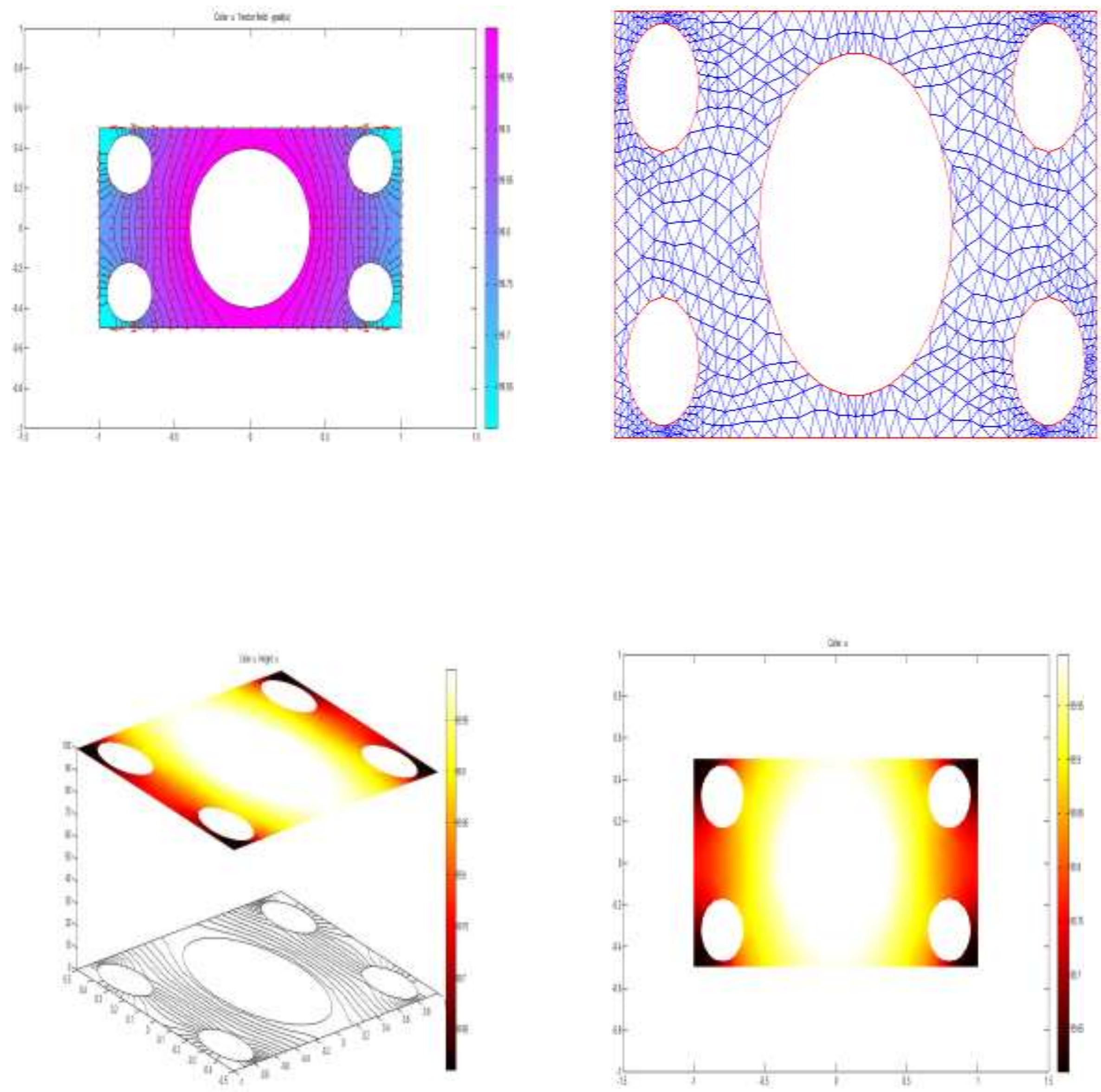
الشكل(IV-9): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب،
بتسخين جميع حواف الثقب الكبير الأوسط حتى 100 °C، مع عزل
جميع الحواف الأخرى.



الشكل(IV-10): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب، بتسخين جميع حواف الثقوب حتى 100 °C، مع عزل جميع الحواف الخارجية لصفيحة.



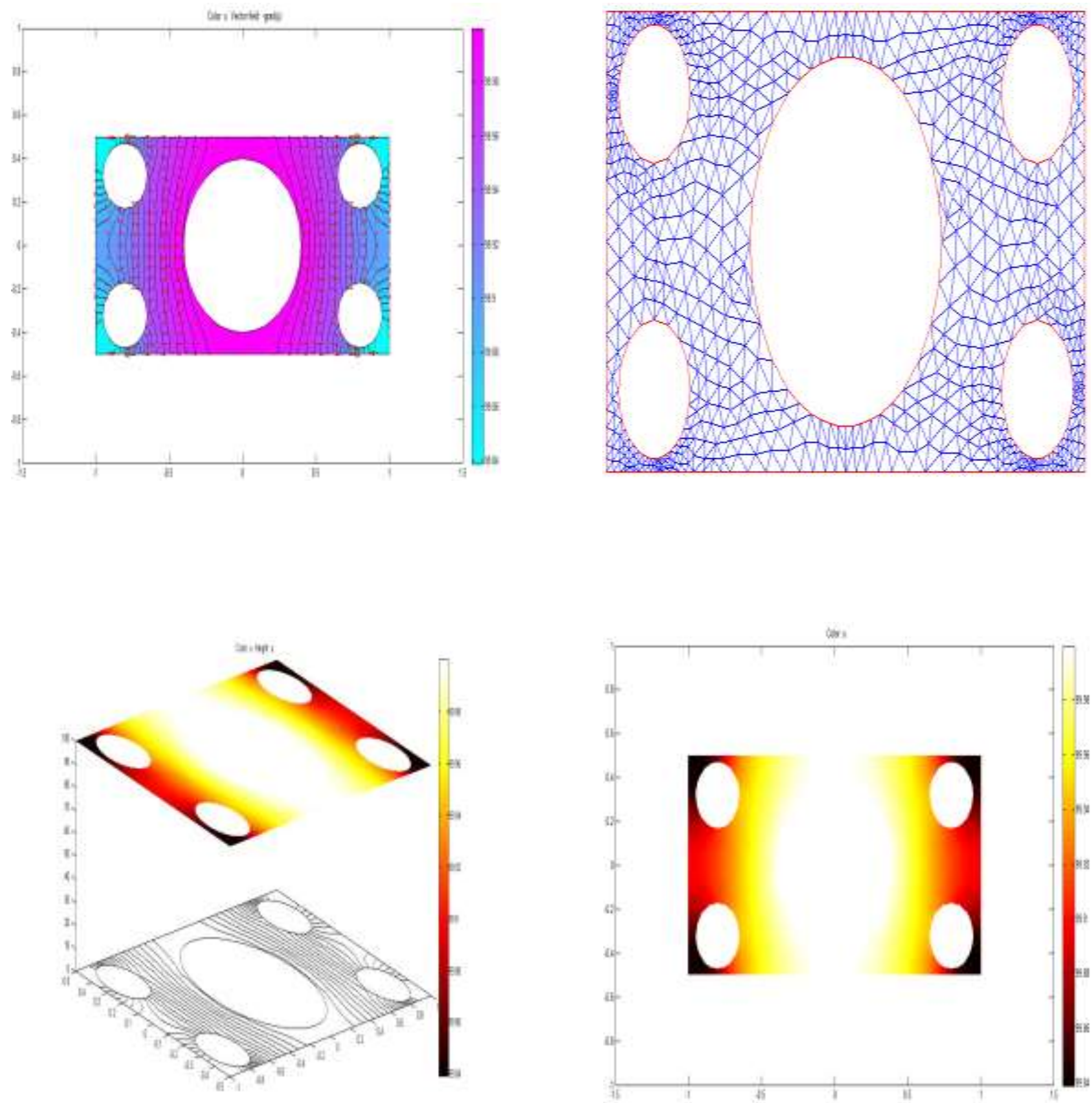
الشكل(11-IV): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب، بتسخين جميع حواف الثقب الكبير الأوسط حتى 100 °C، مع الاحتفاظ بدرجة حرارة الغرفة أو المخبـــر 27 °C عند جميع الحواف المتبقية.



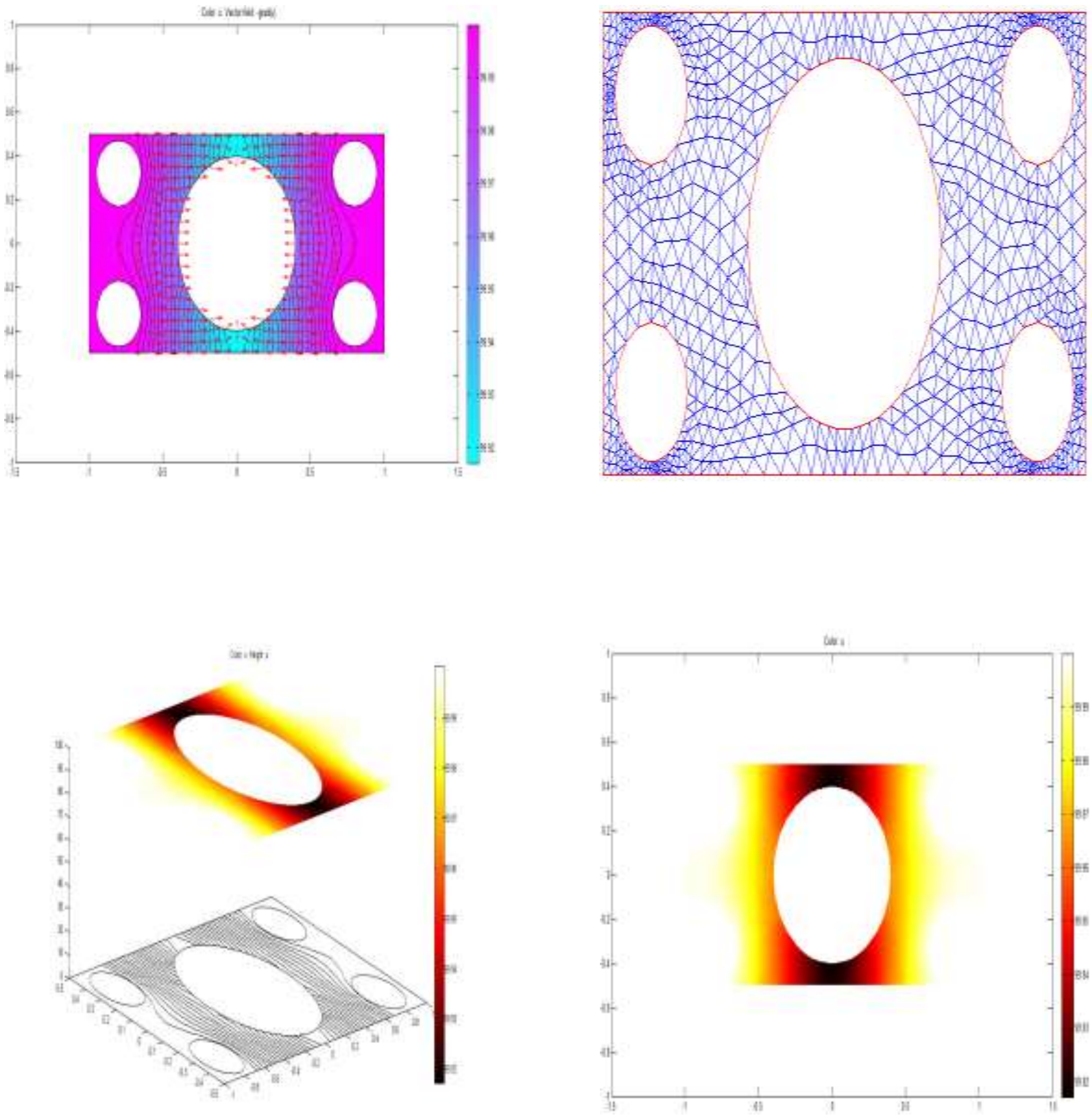
الشكل(12-IV): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب،

بتسخين جميع حواف الثقب الكبير الأوسط حتى $100\ ^{\circ}C$، مع تثبيت

التدفق الحراري بـ -10 عند جميع الحواف المتبقية.



الشكل(IV-13): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب، بتسخين جميع حواف الثقب الكبير الأوسط حتى 100 °C، مع تثبيت التدفق الحراري بـ 10− عند جميع الحواف الثقوب الأخرى، بالإضافة إلى عزل الحواف الجانبية للصحيفة.



الشكل(14-IV): يمثل أشكال انتقال الحرارة عبر صفيحة خماسية التثقيب،

بتسخين جميع حواف ثقوب الصغير حتى 100 °C، مع تثبيت التدفق

الحراري بـ 10− عند جميع الحواف الثقوب الأكبر، بالإضافة إلى عزل

الحواف الجانبية للصحيفة.

IV-3 مناقشة و تفسير النتائج:

سوف نحاول تنظيم مناقشة نتائج الدراسة إلى قسمين؛ أولهما يخص الأداة في حد ذاتها، و الثاني يخص نتائج تدور حول النموذج المقترح هنا.

IV-3-1 مناقشة و تفسير خاص بالأداة:

من خلال العمل على كل الحالات لاحظنا:

– بعد رسم النموذج المدروس الذي يستغرق وقت و دقة، بقية الخطوات لا تستغرق وقتا. إذن عملية الدراسة هنا لم تستغرق إلا ثواني في كل حالة، أي أن الأداة توفر وقت كبير في حل مثل هذه المسائل، بالأخص باستخدام حواسيب ذات قدرة عالية.

– خطوات العمل جميعها بسيطة، واضحة و لا تستدعي جهد كبير، حتى في النماذج الأكثر تعقيدا، لتوفير الأداة الأدوات تسرع و تسهل ذلك.

– توضح الأشكال المعروضة، قدرة الأداة على تحديد حل المعادلة التفاضلية، إي إظهار انتقال الحرارة حسب تغير الشروط الحدودية المقترحة، بأشكال عرض مختلفة. حيث تبين انتقال الحرارة، اتجاه الانتقال، خطوط تساوي الحرارة و تدفقها.

IV-3-2 مناقشة و تفسير خاص بالنموذج المدروس:

من خلال الأشكال المعروضة أيضا، يكمن ملاحظة التالي:

– عدم انتقال الحرارة في الحالة الأولى، ذلك راجع لعزل كل الجوانب.

– في الحالة الثانية تظهره خطوط تساوي الحرارة و اتجاهاتها و وجود انتقال طفيف عشوائي غير منتظم للحرارة بدون تدفق، على الرغم من تساوي درجة الحرارة على جميع جوانب الصفيحة. يمكن إرجاع ذلك لطريقة العناصر المنتهية، أي للتقطيع المعتمد.

- عند عزل حواف الثقوب و تسخين الحواف الجانبية، فان الانتقال يكون كذلك عشوائي. و هو ما يظهر على خطوط تساوي الحرارة و اتجاهاتها، و ذلك في الحالتين الثلثة و الرابعة. و على الرغم نقصان في درجة حرارة من الحالة الثالثة إلى الرابعة، فان التوزيع مماثل لا يظهر أي فرق يذكر.

- عموما عند عزل أي من الحواف و تسخين البقية، فان الانتقال يكون عشوائي كما في الحالتين السابقتين، وهو ما تأكده الحالتين التاسعة و العاشرة.

- عند تسخين الحواف الخارجية، مع وضع تدفق إما في جميع الحدود المتبقية و إما البعض منها، فإن انتقال الحرارة يكون منتظم. و هو ما يظهر على خطوط تساوي الحرارة و اتجاهاتها، في كل الحالات المتبقية.

- لا يؤثر عزل الحواف على انتظام انتقال الحرارة. مدام هناك تسخين على حواف و تدفق عند الأخرى، و هو الواضح عند الحالتين الثانية عشرة و الثالثة عشرة.

- عدم ظهور تدفق في الحرارة في جميع الحالات، ما عدى الحالتين الخامسة و الحادي عشرة. أين الشروط الحدودية من نوع واحد، و هو نوع دريكلي.

المراجـــــــــع

مراجع باللغة العربية:

[03] آس فارلو، ترجمة د. مها عواض الكبيسي، المعادلات التفاضلية الجزئية، منشورات جامعة عمر المختار البيضاء – بنغازي – ليبيا 2005.

[04] عطا الله ثامر العاني، المعادلات التفاضلية الجزئية للكليات العلمية و الهندسية، جامعة بغداد 1982.

[05] أ. الرشيد محمد حسن، ت. خلف الله عبد الرحمان، ك. حسب الرسول محمد علي، م. صلاح أحمد إبراهيم، مبادىء المعادلات التفاضلية الجزئية و بعض تطبيقاتها، بحث تكميلي لنيل شهادة البكاريوس الشرف جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا، 2015

[07] ديفيد ل .ياورز - ترجمة الدكتور، نزار حمدون شكر - مسائل القيمة الحدودية، لمديرية دار الكتب للطباعة و النشر - جامعة الموصل - العراق- 1989.

[09] د.حسن مصطفى العوضي، المعادلات التفاضلية، الجزء الثاني، مكتبة الرشد، الرياض، السعودية سميعي، تخزين الطاقة الشمسية .ربيع الثاني 1412 هـ. العدد34.

[17] د، المهندس جمال الناصير، استخدام البيئة البرمجية Matlab/pdetool لحساب الحقول الكهربائية لعوازل التوتر العالي، مجلة جامعة البعث – المجلد 38 العدد 42 عام 2016.

[22] د.عصام محمود محمد، تقييم طريقة الخط في حل معادلات الجريان في التربة و مقارنتها بطريقة العناصر المحددة، مجلة تكريت للعلوم الهندسية /المجلد 19/العدد1/ آذار 2012 (44-53).

مراجع باللغة الأجنبية:

[01] Elsgolts, L.E., 1961, Differential Equations, India Press, Corpn.

[02] Eral, D.R. & Phillip, E.B., 1980, Elementary Differential Equations, 6th ed., Co., Inc.

[06] Simmons, G.F. & Krantz, S.G., 2007, Differential Equations, Mc Graw–Hill, America.

[08] Zill, D.G. & Cullen, M.R., 1997, Differential Equations with Boundary Value Problems, 4th ed., U.S.A .

[10] Van Genuchten, M.Th., 1980, “A Closed - Form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils”, Soil Sei. Am., J., 44: 892-989.

[11] Winter, I.U., 2002, An Approach to Solving Ordinary Differential Equations,http://www.ent.ohiou.edu/~urieli/odes/odes.htm/, pdf.

[12] S. Nicaise; Analyse numérique et équations aux dérivées partielles; Dunod, Paris, 2000.

[13] ABBOTT, M.B: "An introduction to the method of characteristics".Thames and Hudson, 1966.

[14] A. Ern; Aide-mémoire Éléments finis; Dunod, Paris, 2005.

[15] Madenci Erdogan, Guven Ibrahim, The finite element method and applications in engineering using ANSYS,USA, Springer,1st edition, 2007.

[16] Guediri Fouzia, Rezzoug Aicha, Introduction à la méthode des éléments finis, Mémoire de fin d’étude, universite d’el-oued, 2014.

[18] Matlab-10 released helps files.

[19] Shampine, L.F., Reichelt, M.W., 1994. “The MATLAB ODE” Suite Report 94-6. Math. Dept SMU, Dallas.

[20] Gordon C. Everstine, Numerical Solution of Partial Differential Equations, 21 January 2010.

[21] R. Herbin; Analyse numérique des équations aux dérivées partielles; Université Aix Marseille 1, 17 avril 2010.

الخلاصـــــــــــة:

من خلال عملنا هذا تمت دراسة انتشار الحرارة في حالة الاستقرار في صفيحة خماسية التثقيب، ذلك باعتبار أربعة عشرة حالة من تغير الشروط الحدودية بعد اعتبار مجموعة من الفرضيات للوصول بالمعادلة التفاضلية إلى معادلة بواسون. و هو مجرد نموذج لتعرف على استعمال الأداة pdetool من ماتلاب، و هي الأداة المعدة خصيصا لحل المعادلات التفاضلية الجزئية الممثلة للظواهر الفيزيائية بالخصوص الخطية منها.

حيث تمت البداية بالتطرق المعادلات التفاضلية من خلال الكثير من المفاهيم من بينها؛ تعريفها، خصائصها، أنواعها، حلولها و طرقه و الأكثر البرامج شيوعا في حلها. ثم تناولنا أهم الأدوات المستخدمة في حل المعادلات التفاضلية باستخدام بيئة التطوير ماتلاب، بشكل مختصر مع التركيز على الأداة pdetool. إذ قدمنا أهم أجزائها و دور كل جزء منهم، بدون الإسهاب في ذلك، لأننا رأينا انه من الأفضل شرح الأهم منهم عند التطبيق و هو الذي تم فعلا.

هذا العمل مكننا من الحصول على نتائج كثيرة، من أهمها و على سبيل الحصر:

- تمكننا من عرض الأداة pdetool من ماتلاب لتعرف عليها و على استخداماتها في مثل هذه المسائل بطريقة نموذجية، بسيطة، بعرض متعدد للنتائج الدراسة.

- من خلال التطبيق المدروس، وجدنا أن قدرة هذه الأداة على تأدية دورها المنوط بها، يكون يسير، دقيق و في وقت قياسي.

- من خلال التطبيق المدروس أيضا، تبين شكل التوافق أو الاختلاف الواضح في انتقال الحرارة و اتجاهه حسب الشروط الحدودية المفروضة.

- من خلال التطبيق المدروس دائما، تبين شكل تدفق الحرارة، الذي يظهر في شروط حدودية خاصة فقط، و التي هي من نوع دريكلي.

ككل بحث تعاني دراستنا نقائص و سلبيات، و التي تعديلها و اقتراح حلول لها يعد أفاق مستقبلية و بوابات بحث جديدة تستدعي بنا آو بقراء الموضوع لطرقها، حيث نطرح منها:

– مع الإبقاء على تثبيت معاملات المعادلة التفاضلية و حالتها، يكمن اقتراح تغيرات أخرى في الشروط الحدودية .

– كما تغير حالة المعادلة التفاضلية مع الإبقاء على تثبيت أغلب معاملاتها، مع اقتراح تغيرات في الشروط الحدودية أو تثبيتها.

– كذلك يمكن تغير حالة و معاملات المعادلة التفاضلية، مع اقتراح تغيرات في الشروط الحدودية أو تثيتها.

– يمكن تغير التطبيق في حد ذاته، أي نوع الظاهرة الفيزيائية المدروسة.

– يمكن دراسة نماذج أكثر تعقيدا، و لو اضطررنا لاستنجاد ببرامج مساعد أخرى كما هو الحلة مع استخدام برنامج SolidWorks.

– في الأخير، ارتأينا لو أن الدراسة وضعت نموذج مدروس بطريقة أخرى أو بطريقة تجريبية، لتكون المقارنة نموذجية.

الملخـــص:

استهدفت هذه الدراسة الى البحث عن حل للمعادلات التفاضلية الجزئية الخطية، و التي تمثل الظواهر الفيزيائية.أين اعتمدنا على أداة pdetool من برنامج Matlab، التي قدمناها بأغلب تفاصيلها بالأخص؛ الطريقة العددية المستخدمة ضمنها، التطبيقات المتاحة، بالإضافة لسرد أهم خطوات استعمالها. و لتوضيح كل ذلك، قمنا بدراسة انتقال الحرارة عند الاستقرار في صفيحة خماسية التثقيب بتسخينها عند حدودها المختلفة، مع اعتبار فرضيات تعيد المعادلة التفاضلية الأصلية لمعادلة بواسون، بتغير فقط للشروط الحدية لأربعة عشرة حالة مختلفة. تعتبر الحلول التي تعرضها هذه الأداة بكل الوضعيات سواء ثنائية أو ثلاثية البعد كافية حتى يمكن تفسيرها كل حسب تخصصه، حيث ظهر من خلال دراستنا صورة واضحة لانتقال الحرارة عبر الصفيحة المختارة و بالشروط الموضوعة لعمل لا يستغرق وقتا طويلا.

Résumé:

Cette étude visait à trouver une solution aux équations différentielles partielles linéaires, qui représentent les conditions que nous avons présentées la plupart de leurs détails en particulier, la manière, Matlab du programme pdétool du faiza.In lequel nous nous sommes appuyés sur l'outil numérique utilisé en eux, les applications disponibles, en plus d'énumérer les étapes les plus importantes de leur utilisation. Pour illustrer tout cela, nous avons étudié le transfert de chaleur lors de l'installation dans un cinq cinquième de la température en le chauffant à ses différentes limites, compte tenu des hypothèses de l'équation différentielle originale de l'équation de Poisson, en changeant seulement les conditions marginales de quatorze situations différentes. Les solutions proposées par cet outil dans toutes les situations, qu'elles soient bilatérales ou tridimensionnelles, sont suffisantes pour être interprétées selon leur spécialité, car nous étudions une image claire de la transmission thermique à travers la plaque choisie et les conditions fixées pour un travail qui ne prend pas longtemps.

Abstract:

This study was aimed at seeking a solution to the linear partial differential equations, which represent the conditions that we have presented most of their details in particular, the way, Matlab of the program pdetool of the faiza.In which we relied on the numerical tool used within them, the applications available, in addition to listing the most important steps of their use. To illustrate all this, we studied the heat transfer when settling in a five-fifth of the temperature by heating it at its various limits, considering the assumptions of the original differential equation of the Poisson equation, changing only the marginal conditions of fourteen different situations. The solutions offered by this tool in all situations, whether bilateral or three-dimensional, are sufficient to be interpreted according to their specialty, as we study a clear picture of heat transmission through the chosen plate and the conditions set for a work that does not take long.