

# Etude Comparative Entre la Transformée de Hilbert Huang et la Transformée en Ondelettes Continue Dans la Détection des Défauts de Roulements

H. MAHGOUN, R.E. BEKKA, A. FELKAOUI

Lab. Méc. de Précision Appliquée (LMPA), IOMP. Univ Ferhat Abbas, Sétif,  
Email: mahafida006@yahoo.fr

## Résumé

*La maintenance des machines tournantes par l'analyse des vibrations a considérablement évolué ces dernières années grâce aux techniques avancées de traitement du signal. Ces techniques permettent maintenant de détecter à un stade précoce l'existence d'un défaut, d'identifier sa nature, de déterminer sa gravité et de suivre son évolution. Dans ce domaine, nous présentons une étude comparative entre deux méthodes temps-échelle, la transformée d'Hilbert-Huang (HHT) et la transformée en ondelettes, dans la détection précoce des défauts de roulement. La première est basée sur la décomposition modale empirique (EMD) et la deuxième est basée sur l'ondelette de Morlet. Les résultats obtenus par les deux techniques seront comparés en utilisant des signaux non stationnaires de faibles amplitudes.*

**Mots clefs** Décomposition en Modes Empiriques (EMD), ondelettes, Temps échelle, Machines tournantes, roulement.

## I. INTRODUCTION

Les défauts sur les machines tournantes exercent une influence néfaste sur les vibrations. Ces défauts peuvent être décelés suffisamment tôt, grâce à un suivi correct des niveaux vibratoires [1-2], l'application des techniques de traitement du signal à l'analyse des signaux vibratoires est fondamentale au suivi et au diagnostic précoce des défauts sur les machines tournantes.

L'analyse de Fourier permet de mettre en relation les amplitudes et les fréquences des phénomènes vibratoires stationnaires, elle donne une information globale et non locale. Cependant, les défauts de roulement sont caractérisés par des signaux transitoires de caractère non stationnaires dont la variation du spectre est complexe. Les techniques classiques telles que la valeur efficace, crête à crête applicables aux signaux stationnaires des machines tournantes sont inadaptées au traitement de ce type de signaux, par conséquent, il est indispensable de faire appel à des méthodes pouvant s'adapter à ces comportements non stationnaires. De nombreuses techniques de traitement du signal ont été proposées pour le diagnostic et la détection des défauts de roulement dans les premiers stades de leur apparition: la démodulation [3], analyse d'enveloppe [4], les méthodes temps-échelle [5-6], et les méthodes temps-fréquence [7-8].

Les méthodes temps-fréquence permettent de localiser dans le temps des événements caractérisés par le contenu fréquentiel très compliqué. Parmi ces méthodes, la transformée en ondelettes (TO) qui a été proposée par Morlet [9-11] pour résoudre les problèmes rencontrés lors de l'application de la Transformée de Fourier à court terme (TFCT) et de la distribution de Wigner ville (DWV).

La (TO) utilise des fenêtres de courtes durées pour les hautes fréquences et des fenêtres de longues durées pour les faibles fréquences, ce qui nous permet d'avoir une analyse multirésolution mais cette dernière est soumise à l'inégalité d'Heisenberg ainsi que l'analyse des signaux vibratoires par la TO dépend fortement de l'ondelette analysante.

Partant des limitations énumérées ci-dessus, Huang et al. [12] ont récemment proposé la décomposition modale empirique (EMD). Cette méthode aborde sous un autre angle la problématique d'analyse des signaux non stationnaires. Contrairement aux représentations temps-fréquence et aux ondelettes, la base de décomposition de l'EMD est intrinsèque au signal, elle décompose un signal complexe en plusieurs modes appelés intrinsic mode function (IMF), ces modes représentent les simples oscillations, ils sont de moyenne nulle, comme ils sont modulés en amplitude et en fréquence. L'EMD est basée sur un algorithme et le résultat obtenu ne s'exprime pas de manière analytique [12-15]. L'extraction des IMFs est non-linéaire, mais leur recombinaison linéaire est exacte, l'EMD réalise une décomposition en sous bandes très proche de ce que donnerait l'analyse en ondelettes (multi-résolutions). En effet, l'EMD explore le signal depuis les plus hautes fréquences vers les basses fréquences. Cette méthode se développe encore, elle a été appliquée dans divers domaines comme il existe quelques applications dans le domaine de diagnostic des machines tournantes et en particulier dans la détection des défauts de roulement [16-20].

L'EMD seule n'est pas une analyse temps-fréquence, mais sa combinaison avec la transformée d'Hilbert (TH) ou une autre méthode d'estimation de la fréquence instantanée (FI) permet d'obtenir une représentation temps-fréquence appelée Transformation de Hilbert-Huang (THH) [14-16].

Notre objectif principal est d'explorer cette technique pour faire apparaître sa puissance et ses limites dans la détection des défauts de roulement qui

sont généralement caractérisés par des signaux de faibles amplitudes. Les résultats obtenus par HHT seront comparés à ceux donnés par TO.

L'article est organisé de la façon suivante :

Dans le paragraphe 2, on présente les défauts de roulement et leurs influences sur la signature vibratoire, le paragraphe 3 décrit la base mathématique et algorithmique de la transformée en ondelettes, le paragraphe 4 sera consacré au cadre algorithmique de la décomposition en modes empiriques et la transformée de Hilbert – Huang, dans le paragraphe 5 nous traitons les signaux simulés et on souligne les ressemblances et les différences de la transformée de Hilbert Huang avec la transformée d'ondelettes continue.

## II. LES CARACTERISTIQUES D'UN SIGNAL DE ROULEMENT

Toute machine tournante comporte des roulements à billes ou à rouleaux. Ils constituent la partie la plus sollicitée de la machine et cause de panne fréquente et la plus part de mauvais fonctionnement se répercutent directement sur leur état donc il est salutaire de connaître parfaitement leur architecture et leur dynamique de fonctionnement [2].

Un roulement est composé d'une bague intérieure, d'une bague extérieure, d'élément roulant et d'une cage Fig.1. La plus part des pannes sont dues à des défauts qui proviennent de l'interaction entre l'élément roulant et les bagues.

Les défauts les plus rencontrés sur les roulements sont l'écaillage, le grippage. Ces défauts se traduisent par des vibrations à des fréquences caractéristiques. Ces fréquences peuvent être estimées par les expressions suivantes :

Fréquence de défaut de cage :

$$f_c = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{d}{D_m} \cos \alpha \right) f_i + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{d}{D_m} \cos \alpha \right) f_e \quad (1)$$

Fréquence de défauts des éléments roulants

$$f_{er} = \frac{D_m}{2d} \left( 1 - \left( \frac{d}{D_m} \right)^2 \cos^2 \alpha \right) (f_e - f_i) \quad (2)$$

Fréquence de défaut de la bague intérieure

$$f_{bi} = \frac{Z}{2} (f_i - f_e) \left( 1 + \frac{d}{D_m} \cos \alpha \right) \quad (3)$$

Fréquence de défaut de la bague extérieure

$$f_{be} = \frac{Z}{2} (f_e - f_i) \left( 1 - \frac{d}{D_m} \cos \alpha \right) \quad (4)$$

$f_i$  : Fréquence de rotation de la bague extérieure généralement égale à la fréquence de rotation de l'arbre.

$f_e$  : Fréquence de rotation de la bague extérieure généralement est nulle.

$d$  : Diamètre des éléments roulants

$Z$  : Nombre des éléments roulants

Les roulements ont fait l'objet de plusieurs études, et comme le défaut de roulement conduit à une modulation d'amplitude et de phase. La plus part de ces travaux utilisent les méthodes d'analyse d'enveloppe (HRFT) [4] et la transformée d'Hilbert [3] pour la détection de la fréquence du défaut.

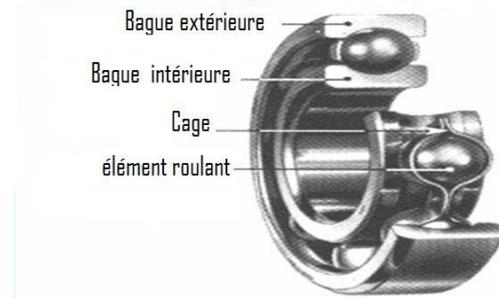


Fig.1 Les parties essentielles d'un roulement

## III. LA DECOMPOSITION EN MODE EMPIRIQUE

### A. Principe de l'EMD

HUANG et al [12] ont proposé 1989 une nouvelle méthode d'analyse des signaux non-stationnaires, la décomposition modale empirique, EMD (empirical mode decomposition). Contrairement à la représentation temps-fréquence ou aux ondelettes, la base de décomposition de l'EMD est intrinsèque au signal. L'extraction des composantes oscillantes appelées modes empiriques (IMF pour Intrinsic Mode Functions) est non-linéaire, mais leur recombinaison est linéaire. Cette méthode est une décomposition adaptée au signal, ne nécessitant pas d'informations a priori sur ce dernier, et elle permet d'obtenir une description temps-échelle.

Comme l'EMD n'a pas de formulation analytique, elle est définie par un algorithme et par un processus appelé tamisage (sifting) [12-14] permettant de décomposer le signal en modes empiriques ou IMFs (Intrinsic mode functions).

La décomposition est locale, itérative, séquentielle et entièrement pilotée par les données.

### B. L'algorithme

Pour calculer les IMFs d'un signal nous suivrons l'algorithme suivant :

- 1) Extraire les maxima et minima locaux du signal,

- 2) Calculer les enveloppes supérieure et inférieure par interpolation, (splines cubiques par exemple),
- 3) Calculer l'enveloppe moyenne locale  $m(t)$  à partir des enveloppes supérieure et inférieure
- 4) soustraire l'enveloppe moyenne du signal d'entrée  $h(t)=x(t)-m(t)$
- 5) Si  $h(t)$  est un IMF, le résidu est  $r(t)=x(t)-h(t)$  et le nouveau signal sera  $x(t)=h(t)$ ,
- 6) Si  $h(t)$  n'est pas un IMF le nouveau signal sera  $x(t)=r(t)$ ,

#### C. Les conditions pour que $h(t)$ soit un IMF

- On doit avoir un extrema entre plusieurs zéro.  $\sum \text{extrema} + \sum \text{zéro} \geq 1$
- La moyenne des enveloppes supérieure et Inférieure est nulle.

#### D. La reconstruction de signal

Le signal  $x(t)$  peut alors s'écrire :

$$x(t) = \sum_{i=1}^N \text{IMF}_i(t) + r(t) \quad (5)$$

Où  $\text{IMF}_i(t)$  est la  $i$ ème oscillation,  $r(t)$  le résidu de la décomposition et  $N \in \mathbb{N}^*$  est le nombre des IMFs (ou modes)

#### E. La transformée de Hilbert- Huang

La transformée de Hilbert- Huang (THH) repose sur l'association de la méthode EMD et de la transformée de Hilbert (TH) pour l'estimation des amplitudes et des fréquences instantanées du signal. L'EMD décompose le signal en une somme des (IMFs) suivi par l'application de la TH pour estimer l'amplitude et la fréquence instantanée de chacune des IMFs.

## IV. LA TRANSFORMEE EN ONDELETTES

Les ondelettes sont des fonctions élémentaires  $\psi(a,b)$  très particulières construites à partir de l'ondelette mère  $\psi(t)$  ou l'ondelette analysante, par translation et dilatation [9-11].

$$\psi(a,b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (6)$$

où :  $a, b \in \mathbb{R}$ , et  $a \neq 0$  :

$a$  : est le paramètre de dilatation (échelle).

$b$  : est le paramètre de translation.

#### A. L'ondelette de Morlet

Dans ce travail nous utiliserons l'ondelette de Morlet, Cette dernière représentée à la figure Fig.2 est une gaussienne, dans le domaine temporel est

exprimée par :

$$\psi(t) = \left( e^{-\frac{t^2}{2}} - \sqrt{2} e^{-\frac{f_0^2}{2}} e^{-t^2} \right) e^{j f_0 t} \quad (7)$$

Et dans le domaine fréquentielle est exprimée par :

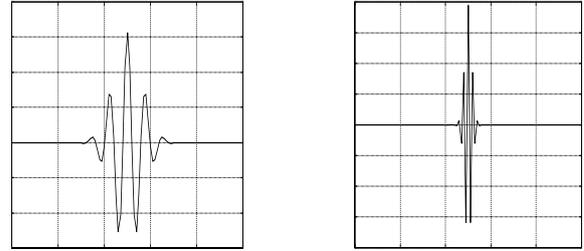
$$\Psi(f) = \sqrt{2\pi} \left( e^{-\frac{(2\pi f - f_0)^2}{2}} - e^{-\frac{f_0^2}{4}} e^{-\frac{(2\pi f - f_0)^2}{4}} \right) \quad (8)$$

$f_0$  doit être choisie assez large pour que la deuxième partie de  $\psi(t)$  soit négligeable, généralement on prend  $2\pi \cdot f_0 = 5.5$  et  $\psi(t)$  devient :

$$\psi(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} e^{j 2\pi f_0 t} \quad (9)$$

#### B. La transformée d'ondelettes continues

La transformée en ondelettes est la projection d'un signal  $x(t)$  quelconque sur une famille d'ondelettes



**Fig.2.** l'ondelette de Morlet pour différentes valeurs de  $a$  .

$\psi_{a,b}(t)$ . La fenêtre glissante n'est pas de largeur fixe, mais c'est une famille de fenêtres de largeurs variables en fonction de la gamme de fréquences à analyser, ce qui nous permet d'obtenir une bonne localisation temporelle des hautes fréquences, la transformée d'ondelettes continue d'une fonction  $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$  est définie dans le domaine temporel par le produit scalaire suivant :

$$X_{TO}(a,b) = \langle x, \psi_{a,b} \rangle \quad (10)$$

Alors :

$$X_{TO}(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \quad (11)$$

En effectuant le changement de variable  $t_1 = \frac{t}{a}$  on

aura :

$$X_{TO}(a,b) = \sqrt{a} \int_{-\infty}^{+\infty} x(at_1) \psi^*\left(t_1 - \frac{b}{a}\right) dt_1 \quad (12)$$

$\sqrt{a}$  permet d'assurer la même énergie pour l'ondelette dilatée.

Dans le domaine fréquentiel la transformée d'ondelettes est définie par :

$$X_{TO}(a,b) = \sqrt{a} \int_{+\infty}^{-\infty} X(f) \Psi^*(af) \exp(j2\pi fb) df \quad (13)$$

$\Psi$  : est la transformée de Fourier de  $\psi$

## V. L'ANALYSE DES SIGNAUX

Pour comparer les deux méthodes, Nous commençons par la simulation des composantes stationnaires qui correspondent à la partie synchrone d'une machine tournante. Pour valider cette analyse et déterminer le temps d'apparition de chaque impulsion, nous considérons un processus vibratoire simulé. Le signal correspondant est montré par la figure Fig.3 le signal est constitué par la superposition des sinusoides de basses fréquences (10Hz, 34Hz) localisés sur les intervalles [0, 0.3] et [0.05, 0.15] de faibles amplitudes respectivement, d'un signal de fréquence 110Hz localisé sur l'intervalle [0.1, 0.2] modulé de façon sinusoidale, et d'un signal de fréquence 320Hz localisé sur l'intervalle [0.1, 0.25] modulé aussi d'une façon sinusoidale.

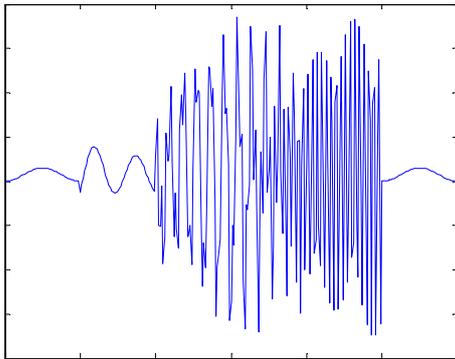


Fig. 3 Le signale simulé.

Le scalogramme «TO» représenté par la figure Fig.4 permet d'avoir une représentation temps-échelle et de déterminer les instants exacts d'apparition et d'extinction des deux sinusoides dont l'amplitude est importante, alors que Les deux sinusoides de faibles amplitudes n'ont pas été identifiées par le scalogramme.

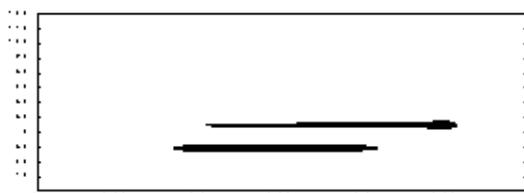


Fig. 4 Le scalogramme.

Alors que l'EMD figure5 nous permis de détecter les quatre signaux et la transformée de Hilbert Huang nous a permis d'avoir une représentation bidimensionnelle qui nous permettra d'identifier les quatre sinusoides et particulièrement les deux sinusoides de faibles amplitudes.

Nous observons que les instants d'apparition et d'extinction des sinusoides sont parfaitement localisés.

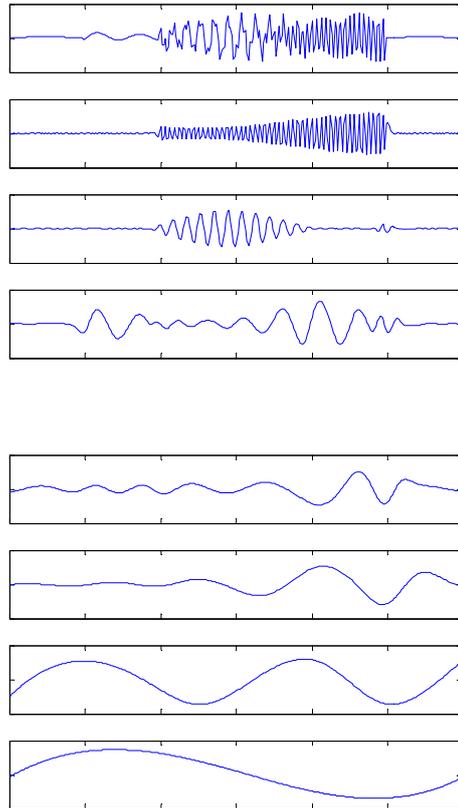


Fig.5 Les différents IMF obtenus par EMD

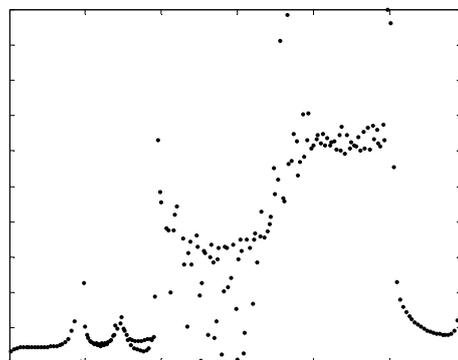


Fig.6 La transformée de Hilbert-Huang du signal

## VI. CONCLUSION

Dans ce travail nous avons montré l'efficacité de la transformée de Hilbert-Huang dans la détection des signaux de faibles amplitudes.

Le résultat obtenu montre bien la capacité de l'EMD à décomposer un signal complexe en différentes composantes, couvrant le spectre depuis les hautes fréquences vers les basses fréquences, mais la transformée en ondelettes est meilleurs de point de vue localisation temporelle. Nous pouvons utiliser les deux méthodes en même temps, soit pour vérifier les résultats ou pour les approfondir.

Dans cette étude nous avons utilisé un signal simulé Nous espérons que dans les prochaines travaux la méthode sera utilisé pour analyser des signaux réels.

## REFERENCES

1. N. Tandon, B.C. Nakra, *Vibration and acoustic monitoring techniques for the detection of defects in rolling element bearings* areview, *Shock Vibration Digest* 24 (3) (1992) 3–11.
2. A. Boulanger, et C. Pachaud, "Analyse vibratoire en maintenance", 2ème édition, DUNOD, 2003
3. R. B. Randall, J. Antoni and S. Chobsaard « The relationship between spectral correlation and envelope analysis in the diagnostics of bearing faults and other cyclostationary machine Signals », *Mechanical Systems and Signal Processing* (2001) 15(5), 945-962
4. Mcfadden, P. D. and Smith, J. D., *Vibration monitoring of rolling element bearings by the high frequency resonance technique A review*. *Tribology International*, 1984, 17, 3-10
5. Z.Peng, F. L. Chu, « Application of the wavelet Randall RB, Antoni J, Chobsaard S. The relationship between spectral correlation and envelope analysis in the diagnostics of bearing faults and other cyclostationary machine signals. *Mech Systems & Signal Processing* 2001;15(5):945–62.
6. *Transform in machine condition monitoring and fault diagnostics: a review with bibliography* ». *Mechanical Systems and Signal Processing*, (2004), 18, 199–221.
7. Q.Meng, L.Qu, "Rotating machinery fault diagnosis using Wigner distribution," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.5, pp.155-166, 1991.
8. L. Cohen, « Time–frequency distributions a review », *Proceedings of the IEEE* 77 (7) (1989) 941–981.
9. S. Mallat "A wavelet tour of signal processing", Second Edition, Academic Press 1999
10. G. Kaiser, *A Friendly Guide to Wavelets*, Birkhauser, Boston, ISBN 0-8176-3711-7, 1994.
11. I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 1992.
12. N. E. Huang, Z. Shen and S. R. Long, "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis" in: *Proceedings of the Royal Society of London Series*, 1998, 454, pp. 903-995.
13. G. Rilling, P. Flandrin, « On empirical mode decomposition and its algorithms », in: *IEEE–EURASIP Workshop Nonlinear Signal Image Process*, Grado, Italy, 2003.
14. Cexus Jean-Christophe, " Analyse des signaux non stationnaires par Transformation de Huang, Opérateur de Teager-Kaiser, et Transformation de Huang-Teager (THT) " these de Doctorat, 2005
15. Z. K. Peng, , P. W. Tse and F. L. Chu,, "A comparison study of improved Hilbert–Huang transform and wavelet transform: application to fault diagnosis for rolling bearing", *Mechanical Systems and Signal Processing* 19 (2005), pp. 974-988.
16. R.T. Rato, M.D.Ortigueira and A.G. Batista "On the HHT, its problems and some solutions" *Mechanical Systems and Signal Processing* 22 (2008) 1374-1394.
17. Q. Gao, C. Duan, H.Fan, Q.Meng « rotating machine fault diagnosis using empirical mode decomposition » *Mechanical Systems and Signal Processing* 22 (2008) 1072-1081.
18. Qiuhua Duo, Shunian Yang,Application of the EMD method in the vibration analysis of ball bearings,*Mechanical Systems and Signal Processing* 21 (2007) 2634–2644.