

## Étude numérique du phénomène de piégeage des hydrocarbures dans les réseaux capillaires

Atia Abdelmalek<sup>1,2</sup>, Mohammedi Kamal<sup>2</sup>, Belaidi Idir<sup>2</sup> et Mabrouki Bachir<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université d'ELoued

<sup>2</sup> Laboratoire d'Energétique, Mécanique et Ingénierie, UMB Boumerdes.

E Mail : [maleksouf@yaoou.fr](mailto:maleksouf@yaoou.fr)

### Résumé :

Afin de vérifier la validité du modèle macroscopique proposé et d'obtenir des relations de fermeture, on a développé un outil numérique basée sur l'équation de Boltzmann (LBE) à deux fonctions de distributions, qui remplace les expérimentations de laboratoire. Il s'agit d'un méso-modèle d'écoulement multiphasique en milieu poreux. On a construit un modèle de type réseau capillaire. L'hydrodynamique et les aspects thermodynamiques du mélange ont été décrits par Swift et al [5], qui s'appelle le modèle d'énergie libre. Cet algorithme a été appliqué pour l'étude de l'effet de l'orientation des canaux sur la formation de piégeage et l'étude de l'effet de nombre capillaire sur la distribution des phases.

### Mots clefs:

Simulation numérique, lattice Boltzmann, écoulement multiphasique, réseau capillaire, nombre capillaire.

### I. INTRODUCTION

L'écoulement d'un fluide peut se présenter sous une variété de configurations s'étendant des écoulements simples tels que l'écoulement laminaire dans une conduite (écoulement de poiseuille) aux écoulements plus complexes tels que les écoulements turbulents, les écoulements multiphasiques, les écoulements dans les milieux poreux, les écoulements des fluides complexes, etc...

Plusieurs configurations d'écoulement ont été étudiées expérimentalement, cependant il est avantageux de développer des modèles numériques capables de simuler ces écoulements. Les méthodes numériques classiques pour la simulation des fluides sont basées essentiellement sur la résolution des équations de Navier-Stokes. Pendant ces dix dernières années, la méthode de gaz sur réseau (LGA) et de Boltzmann sur réseau (LBM) sont apparues comme de nouvelles approches numériques alternatives basées sur la théorie cinétique [2]. Les deux méthodes ont un caractère mésoscopique, par opposition aux approches macroscopiques conventionnelles basées sur la solution numérique des équations de Navier-Stokes et l'approche microscopique basée sur la dynamique moléculaire. L'avantage principal des méthodes LGA et LBM est qu'elles manipulent bien les écoulements complexes dans les géométries complexes. Les deux méthodes ont trouvé des applications dans les problèmes de la dynamique des fluides, telles que les écoulements multiphasiques notamment dans les milieux poreux. La méthode LBM a été également

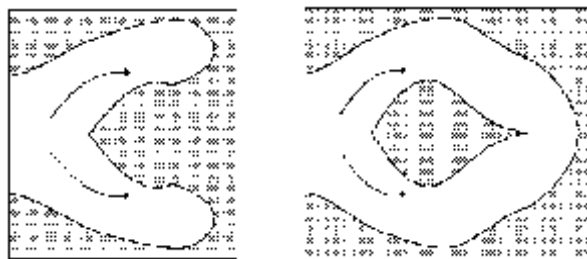
appliquée pour étudier les suspensions colloïdales, les systèmes de réaction-diffusion et autres situations complexes d'écoulement. Un domaine important d'application de ces dernières méthodes a pour objet la modélisation des fluides qui se composent de deux phases non-miscibles telles que l'huile et l'eau [3]. L'étude de ces fluides est d'une grande importance pour une large variété d'applications industrielles, chimiques et biologiques et présente un intérêt fondamental certain. Quant aux méthodes basées sur la solution numérique des équations de Navier-Stokes (CFD) pour de tels mélanges de fluides, elles butent sur de grandes difficultés liées à la présence d'interfaces complexes.

La méthode Boltzmann sur réseau élude les inconvénients de la méthode gaz sur réseau tout en maintenant les principaux avantages, à savoir :

- Procédé simple de calcul.
- Exécution simple et efficace pour le calcul parallèle.
- Manipulation facile et robuste des géométries complexes.
- Calcule avec performance élevée en ce qui concerne la stabilité et l'exactitude.

### II. PROCESSUS DE PIEGEAGE

Le processus d'écoulement multiphasique en milieu hétérogène est accompagné de l'apparition des volumes isolés de la phase déplacée. Dans la littérature anglo-américaine, un tel processus porte le nom de trapping (piégeage). L'étude du phénomène de piégeage a une grande importance pratique dans l'ingénierie pétrolière, étant à l'origine des pertes du pétrole dans les gisements lors de leur exploitation [4].



Le mécanisme standard de formation d'un piège est le suivant (Fig.1) :

Fig.1 : Etapes consécutives de formation d'un piège [4]

Lorsque le front de déplacement rencontre une zone faiblement perméable (ZFP), la phase déplaçante prend des passages à travers les voies les plus perméables en contournant la phase non déplacée dans la ZFP. Alors, la phase non déplacée devient séparée de la sortie du milieu. Ainsi, un piège est formé. Le problème crucial de ce phénomène est que le piège reste immobile quelque soient les gradients de pression appliqués (pour de très forts gradients de pression, de faibles mouvements des pièges deviennent possibles.)

### III. METHODE DE BOLTZMANN SUR RESEAU LBM

La méthode de lattice Boltzmann est une extension des modèles booléens proposés par Frisch et al [5]. Ces modèles posent le problème de bruit de fond qui est imposé par le raisonnement sur des quantités discontinues. Pour remédier à ce problème, le modèle de Boltzmann prend en compte directement les quantités moyennées. Donc on s'intéresse à la quantité  $f_i$  qui est continue, comprise entre 0 et 1. Elle constitue une distribution ou probabilité de présence de particules dans la direction  $i$ . Le système évolue par pas alternatifs de collision et de propagation. L'équation classique de Boltzmann est donnée sous la forme :

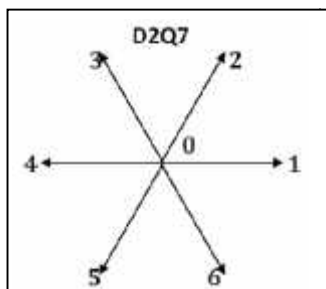
$$f_i(x_i + c_i, t + 1) = f_i(x_i, t) + C_i(f)(x, t) \quad (1)$$

Où  $C_i(f)$  est l'opérateur de collision,  $x$  est le nœud où se trouve la distribution,  $c_i$  sont les vitesses discrètes,  $c$ , ( $i=0, \dots, b$ ),  $b$  c'est le nombre de vecteurs vitesses.

### IV. MODELE BIDIMENSIONNEL D2Q7

Dans nos simulations, nous avons utilisé le modèles D2Q7. Un réseau orthogonal figure (2) avec sept vitesses discrètes est utilisé, les particules avec  $e_0$  ne se déplacent pas, le mouvement des particules (1, 2, 3, 4, 5 et 6) le long des directions diagonales et horizontale se fait avec la vitesse  $c = \Delta x / \Delta t$ . Les coefficients de pondération et l'ensemble des vitesses discrètes pour ce modèle sont donnés ci-dessous :

$$w_\alpha = \begin{cases} 1/2, & \alpha = 0 \\ 1/12, & \alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{cases} \quad (2)$$



$$e_\alpha = \begin{cases} (0,0) & \alpha = 0 \\ (\pm 1, 0)c & \alpha = 1, 4 \\ (\pm 1/2, \pm \sqrt{3}/2)c & \alpha = 2, 3, 5, 6 \end{cases} \quad (3)$$

Fig.2 : Modèle Bidimensionnel à sept vitesses D2Q7.

Avec les vitesses discrètes, la masse volumique  $\rho$  et le moment hydrodynamique  $\rho u$  peuvent être évalués comme :

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^N f_\alpha = \sum_{\alpha=0}^N f_\alpha^{eq} \quad (4)$$

$$\rho u = \sum_{\alpha=0}^N f_\alpha e_{\alpha x} = \sum_{\alpha=0}^N f_\alpha^{eq} e_{\alpha x} \quad (5)$$

La vitesse du son du modèle D2Q7 est  $c_s = c/2$  [James Muirhead Parker (2008)]. Et l'équation d'état d'un gaz idéal et :  $P = \rho c_s^2$

L'équation (1) peut être encore discrétisée dans l'espace  $x$  et dans le temps  $t$ . La forme complètement discrétisée d'équation (1) devient :

$$f_\alpha(x + e_\alpha \delta t, t + \delta t) = f_\alpha(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_\alpha(x, t) - f_\alpha^{(eq)}(x, t)] \quad (6)$$

Où  $\tau = \lambda / \delta t$  est le temps non-dimensionnel de relaxation. L'équation ci-dessus est l'équation discrète de Boltzmann sur réseau avec l'approximation de BGK est connue sous le modèle de LBGK.

L'équation (6) est souvent résolue dans les deux étapes suivantes:

#### 1. Étape de collision :

$$\tilde{f}_\alpha(x, t) = f_\alpha(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_\alpha(x, t) - f_\alpha^{eq}(x, t)] \quad (7)$$

#### 2. Étape de propagation :

$$f_\alpha(x + e_\alpha t, t + \xi t) = \tilde{f}_\alpha(x, t) \quad (8)$$

Où  $f_\alpha$  et  $\tilde{f}_\alpha$  sont l'état avant et après collision de la fonction de distribution, respectivement.

La viscosité cinématique dans les équations macroscopiques de N-S peut être dérivée à partir d'équation (6):  $v = \frac{3}{8}(\tau - 1/2)c_s^2 \delta_t$ . Le nombre capillaire défini par la formule suivante:  $C_a = \mu \bar{u} / \sigma$ , tel que  $\mu$  est la viscosité dynamique,  $\bar{u}$  est la vitesse moyenne,  $\sigma$  est la tension interfaciale.

## V. APPROCHE D'ÉNERGIE LIBRE

Parmi les modèles d'écoulements multiphasiques utilisés par la méthode LBM, le modèle d'énergie libre, il est largement utilisé. Il peut manipuler les phases liquides avec différents masse volumique, viscosité et mouillabilité. À l'origine, le modèle d'énergie libre proposé par Swift et al [1], pour le système d'écoulement avec multiples phases et composants.

La différence principale par rapport le cas où il y a une seule composant est que il y a maintenant deux fluides indépendantes, donc deux fonctions de distributions  $\{f_i\}$  et  $\{g_i\}$  sont nécessaires maintenant pour prédire correctement les propriétés macroscopiques.

$$f_i(x + e_i \Delta t, t + \delta t) - f_i(x, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i - f_i^0] \quad (9)$$

$$g_i(x + e_i \Delta t, t + \delta t) - g_i(x, t) = -\frac{1}{\tau} [g_i - g_i^0] \quad (10)$$

Un choix commode des variables physiques tel que la masse volumique totale  $\rho$  et la vitesse moyenne  $u$  et la différence de masse volumique entre les deux composants  $\rho = \rho_1 - \rho_2$ , où  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont les différentes masses volumiques des composantes. Les variables physiques sont liées aux fonctions de distribution par :

$$\rho = \sum_i f_i \cdot \rho u_\alpha = \sum_i f_i e_{i\alpha} \quad (11)$$

$$\rho = \sum_i g_i \quad (12)$$

Ces trois quantités sont localement conservées dans n'importe quelle collision donnant trois contraintes sur les fonctions de distribution d'équilibre :

$$\sum_i f_i^0 = \rho, \quad \sum_i f_i^0 e_{i\alpha} = \rho u_\alpha \quad (13)$$

$$\sum_i g_i^0 = \rho \quad (14)$$

Les moments plus élevés de  $f_i^0$  et de  $g_i^0$  sont définis de sorte que les résultantes d'équations de continuité décrivent la dynamique d'un mélange diphasique. Un choix approprié est :

$$\sum_i f_i^0 e_{i\alpha} e_{i\beta} = P_{\alpha\beta} + \rho u_\alpha u_\beta \quad (15)$$

$$\sum_i g_i^0 e_{i\alpha} = \Delta \rho u_\alpha \quad (16)$$

$$\sum_i g_i^0 e_{i\alpha} e_{i\beta} = \Gamma \Delta \mu \delta_{\alpha\beta} + \Delta \rho u_\alpha u_\beta \quad (17)$$

Où  $P_{\alpha\beta}$  est le tenseur de pression,  $\mu$  est la différence de potentielle chimique entre les deux composants, et  $\Gamma$  est la mobilité.

Les aspects thermodynamiques du modèle interviennent dans le tenseur de pression  $P_{\alpha\beta}$ . Après la description de Cahn-Hilliard de la dynamique de non-équilibre [1], nous calculons cette fonction à partir de l'énergie libre d'équilibre d'un mélange diphasique. Nous choisissons le modèle le plus simple d'un système binaire non idéal, tel que le fluide de van der Waals :

$$\psi = \int d\vec{r} \left( \psi(T, \rho) + \frac{k}{2} (\nabla \rho)^2 \right) \quad (18)$$

Où  $\psi(T, \rho)$  est la masse effective d'énergie libre à une température  $T$  :

$$\psi(T, \rho) = \rho T \ln \left( \frac{\rho}{1 - \rho b} \right) - a \rho^2 \quad (19)$$

Et le deuxième terme donne la contribution d'énergie libre à partir de gradients de masse volumique dans un système non homogène. Le tenseur de pression est lié à l'énergie libre de la manière suivante:

$$P_{\alpha\beta}(\vec{r}) = P(\vec{r}) \delta_{\alpha\beta} + k \frac{\partial \rho}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \rho}{\partial x_\beta} \quad (20)$$

Où

$$P(\vec{r}) = p_0 - k \rho \nabla^2 \rho - \frac{k}{2} |\nabla \rho|^2 \quad (21)$$

Où  $p_0 = \rho \psi'(\rho) - \psi(\rho)$  est l'équation d'état du fluide.

## VI. Implémentation numérique de la méthode de Boltzmann sur réseau

L'idée de base pour la mise en œuvre d'un algorithme de simulation de LBM est inspirée de l'algorithme 'Stream and collide' [6], qui est constitué de deux parties de calcul : advection et collision.

L'algorithme du code de calcul développé peut être récapitulé dans les étapes suivantes (figure 3) :

**Étape d'initialisation :** dans cette étape les paramètres tels que les masses volumiques des deux fluides ou gaz, accélération des particules, le temps de



relaxation et le nombre de Reynolds doivent être déclarés. Définir la dimension du domaine, la géométrie de l'obstacle, ainsi que l'initialisation de la fonction de distribution d'équilibre.

**Etape de propagation :** advection des particules vers les nœuds voisins selon leur direction de vitesse

discrète selon l'équation (8).

**Etape des conditions aux limites :** on impose les conditions aux limites de type rebondissement en arrière des particules (condition de non glissement), où les conditions de type condition périodique.

**Etape de collision :** dans cette étape correspond à la collision des particules entre elles, après cette étape les particules de fluide se retrouve avec une nouvelle vitesse.

**Etape de calcul des paramètres :** après un pas de temps (collision + propagation) on calcul les quantités macroscopiques selon les équations (13, 14).

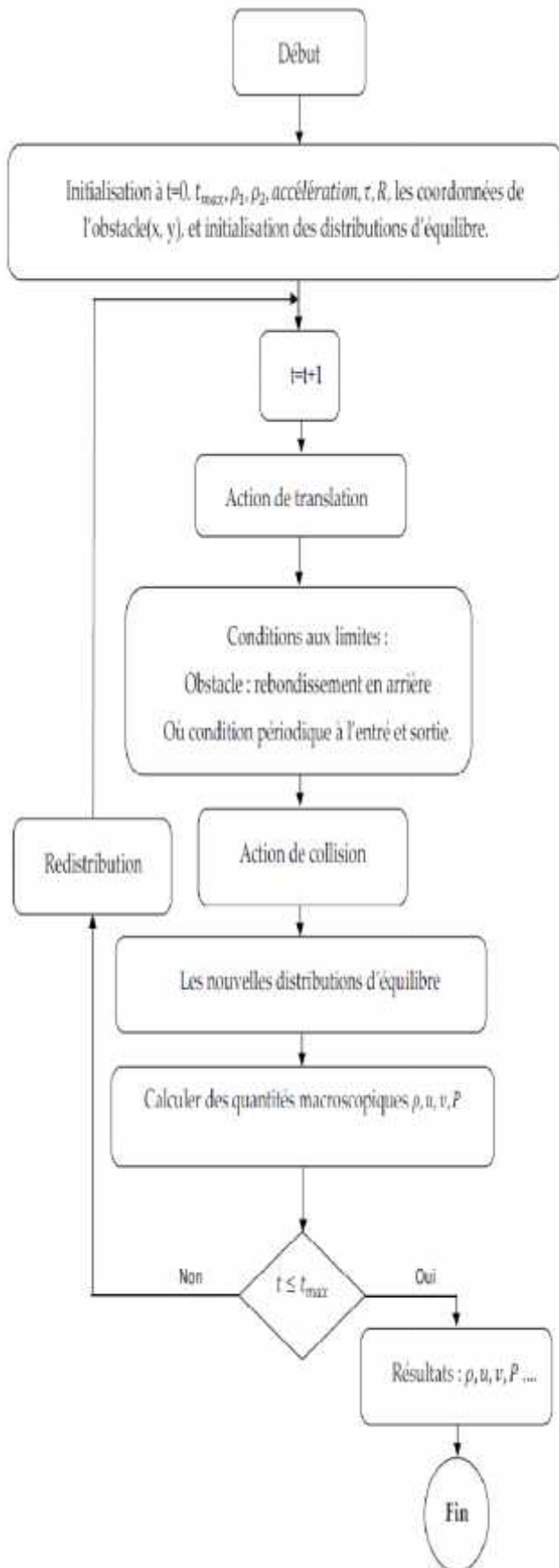


Fig.3 : Algorithme du code de calcul développé

## VII. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Les écoulements multiphasiques en milieux poreux sont caractérisés par des structures géométriques différentes de répartition des phases dans l'espace poreux, que l'on appelle configuration multiphasique ou structure multiphasique. Bien qu'il y ait plusieurs processus qui influent directement sur la distribution des phases comme la mouillabilité, le nombre capillaire, la structure des pores etc.

Le cas bidimensionnel a été choisi parce qu'il donne l'occasion d'une visualisation facile de distribution des phases. Le domaine peut être décomposé en cellules d'unité de longueur  $L$ . Le fluide choisi par Swift et al [1] a été retenu pour notre étude et on prendra les coefficients  $a = 9/49$  et  $b = 2/21$ , correspondant à une masse volumique critique  $\rho_c = 7/2$  et une température critique  $T_c = 4/7$ . Dans tout ce travail le coefficient de tension de surface  $k = 0.01$ . et on a posé les conditions de rebondissement en arrière sur les frontières solides.

Dans ce travail, nous présentons les résultats d'utilisation de la simulation d'un écoulement multiphasique à l'aide de la méthode lattice Boltzmann dans un réseau capillaire. L'objectif de la présente étude est l'étude de l'effet de l'orientation des canaux sur la formation de piégeage et l'étude de l'effet de nombre capillaire sur la distribution des phases.

La figure 4, représente la variation de la vitesse moyenne dans la section du canal située à la position  $(x=Lx/2)$ , on remarque qu'après un temps déterminé le régime d'écoulement est permanent ce qui se traduit par une vitesse moyenne constante à un instant  $(t+1)$ , cette courbe est un bon indicateur pour la convergence des résultats obtenus.

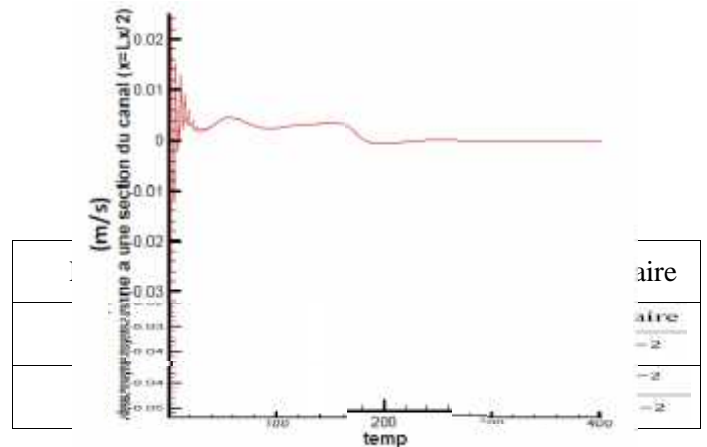
Fig.4 : Variation de la vitesse moyenne dans une section du canal ( $x=Lx/2$ ) en fonction du temps.

Un réseau capillaire, même parfaitement homogène, est favorable à la formation des pièges comme montré sur les résultats obtenus. En outre, ceci dépend de l'orientation des axes du réseau par rapport aux directions de l'écoulement. Les Figures 5 illustrent le cas d'un même réseau de canaux homogènes. Les canaux sont orientés différemment par rapport à la direction principale de l'écoulement. Supposons que la direction macroscopique de l'écoulement soit horizontale avec un déplacement global de gauche à droite.

Dans le cas a, on observe la formation des pièges, car le front avance à la même vitesse le long des canaux horizontaux, en bloquant la phase non déplacée dans les pores verticaux. On voit que le piégeage s'effectue au moment où la phase déplaçante (couleur rouge) passe à travers un nœud. Nous appelons « piège » un volume piégé de la phase déplacée (couleur vert), tel que La phase entre les points A-B, B-C, D-E, E-F est piégée.

Dans le cas b, les pièges ne seront pas formés car tous les canaux sont à angles droits. Ainsi le piégeage dépend considérablement de l'orientation du réseau ou de la direction du déplacement. Cet effet d'orientation n'est pas inhérent à certains types de réseaux. En particulier, il n'est jamais observé dans les réseaux hexagonaux (Fig. 5-c) à cause de son isotropie, ce qui confirme avec les résultats obtenus par Irina PANFILOVA [4].

Fig.5 : Réseaux capillaires : carré (a) ; carré orienté à 45° (b) ;



hexagonal (c). En haut l'état initial, en bas la distribution des phases après certain nombre d'itérations : 40000 itérations pour (a) ; 30000 itérations pour (b), 100000 itérations pour (c).

Pour l'étude de l'effet de nombre capillaire sur la distribution des phases nous avons utilisé un milieu poreux bidimensionnel. Le milieu à  $173 \times 173$  sites est composé de 72 chambres carré identiques reliées par des canaux aux conditions de limite périodiques dans toutes les directions.

Chaque site a été initialisé avec une distribution de liquide r (couleur rouge) ou de liquide v (couleur verte). La simulation a été faite avec deux nombres capillaires différents pour examiner son effet. Les paramètres de simulation sont présentés dans le tableau 1.

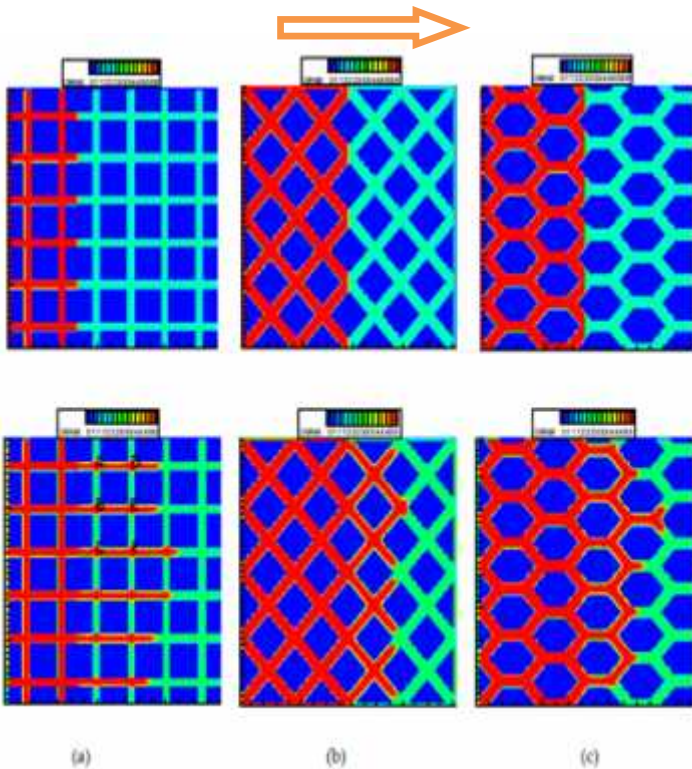
Tableau 1 : Paramètres de simulation.

La figure 6 montre la distribution initiale de deux phases dans les deux cas.

La figure 7 montre la distribution de deux phases obtenues à l'état d'équilibre avec la force de mouillabilité à deux nombres capillaires différents ( $Ca^I = 1.76 \cdot 10^{-2}$  et  $Ca^{II} = 3.55 \cdot 10^{-2}$ ). Le système est complètement mouillé par le fluide v.

Au nombre capillaire  $Ca^I$  faible, le fluide r d'abord coalescent dans la forme des gouttes qui circulent par les canaux. Vu aux conditions des limites périodiques le fluide r forme des ganglions immobiles entre les chambres. Le fluide v traverse les canaux et contracté entre le fluide r et le solide. Dans les milieux poreux réalistes la phase mouillable peut couler comme des films épais, mais en raison du manque de connectivité de cette matrice solide, il est emprisonné dans les canaux par le fluide non mouillant.

Au nombre capillaire élevé ( $Ca^{II}$ ), la configuration dans l'état d'équilibre sont complètement différentes. Le fluide r circule comme des grandes gouttes qui coalescent par la suite entre les chambres et sont plus tard cassées pour passer par les canaux. Ceci confirmé par les résultats



obtenus par Carlos E. Pico et al [7].

## RÉFÉRENCES

Fig.6 : Distribution initiale de deux phases dans les deux cas.

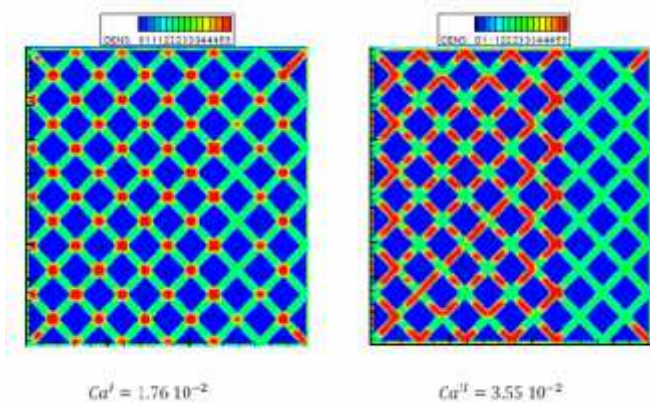
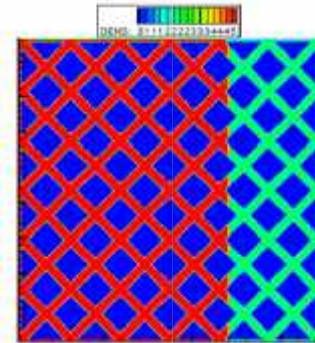


Fig.7 : Distribution de deux phases pour deux nombre capillaire différent.

## VIII. CONCLUSIONS

Un code numérique, fondé sur la technique de résolution numérique de Boltzmann sur Réseau, pour l'étude de l'effet de l'orientation des canaux et de nombre capillaire sur les structures géométriques de répartition des phases dans l'espace poreux est présenté. Les premiers résultats de cette technique testée sur des configurations bidimensionnelles montrent l'aptitude de la méthode à simuler avec une bonne précision les phénomènes qui caractérisent les écoulements multiphasiques en milieux poreux comme le déplacement d'un fluide par un autre. Il serait intéressant d'implémenter ce travail dans le domaine de récupération et la quantification de piégeage lors de la mise en exploitation d'un gisement des hydrocarbures.

- [1]. M. Swift, S. Orlandini, W. Osborn, and J. Yeomans, (1996) "Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary-fluid systems", *physical review e*, volume 54, number 5, 5041-5052.
- [2]. J. J. Brey and F. Moreno, James W. Dufty, (1998) "Reply to Comment on Model kinetic equation for low density granular flow". *PhysicalReviewE*, Volume 57, Number 5.
- [3]. P. J. Love M. Nekovee P. V. Coveney J. Chin N. Gonz\_alez-Segredo J. M. R. Martin, (2002) "Simulations of amphiphilic fluids using mesoscale lattice-Boltzmann and lattice-gas methods". Center for Computational Science, Queen Mary, University of London.
- [4]. Irina Panfilova, (2003) « Ecoulements diphasiques en milieux poreux : modèle de ménisque » Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure de Géologie de Nancy.
- [5]. Frisch U, Hasslacher D, Lallemand P, Pomeau Y and Rivet J P, (1987) "Lattice gas hydrodynamics in 2 and 3 dimensions *Complex Systems*", Vol. 1, 648.
- [6]. R.R.Nourgaliev, T.N.Dinh, T.G.Theofanous, D.Joseph, (2003) "The lattice Boltzmann equation method: theoretical interpretation, numeric and implications". *International journal of multiphase flow*. 29 117-169.
- [7]. Carlos E. Pico et al, « lattice-Boltzmann simulation of two-phase fluid flow through porous media", 18th International Congress of Mechanical Engineering, 2005.