



République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique

Université KASDI MERBAH OUARGLA

Faculté des sciences appliquées

Département de Génie Mécanique

Mémoire de MASTER

Domaine : science et Technologie

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Fabrication Mécanique et Productique

Thème

Simulation numérique de l'effet de la température sur le comportement élastique des alliages d'acier.

Encadré par :

Mr. GAREH Salim

Présenté par :

Mr. MEZERREG Sid Ahmed Ayoub

Mr. CHAOUNE Mohammed Amin

Soutenu le : 15/06/2021.

Devant le jury :

Mr. LAHOUEL Ali Maitre de conférence B (UKM Ouargla) Président de jury

Mr. KHALFI Mehdi Maitre Assistants A (UKM Ouargla) Examineur

Mr. GAREH Salim Maitre de conférence A (UKM Ouargla) Encadreur

Promotion juin 2021

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui nous a donné l'audace et la patience pour arriver about de nos études.

Nous voudrions présenter nos remerciements à notre encadreur **Mr GAREH SALIM** pour sa patience et son soutien qui nous a été précieux afin de mener notre travail à bon port.

Nous tenons à remercier toutes les personnes qui nous ont aidées lors de la rédaction de ce mémoire.

Nous tenons à remercier sincèrement les membres du jury qui nous font le grand honneur d'évaluer ce travail

Nos remerciements s'adressent également à tous nos professeurs pour leurs générosités et la grande patience dont ils ont su faire leurs charges académique et professionnelle.

Dédicaces

*Je dédie ce travail à ces personnes qui me forgent,
m'accompagnent et me soutiennent de manière
inconditionnelle dans mon parcours.*

*A commencer par toute ma famille, pour laquelle j'avoue
manquer de mots pour exprimer mon éternelle estime et
reconnaissance... Que Dieu me donne force de vous rendre
fiers, et qu'il vous accorde tout le bonheur que vous méritez.*

*A tous mes amis, qui clairement, contribuent à embellir
mes instants par leur présence, leur épaule et leur foi en
moi... Mon privilège a été de connaître chacun d'entre vous
surtout mon cher amis frère et binôme Sid Ahmed Ayoub.*

*Je ne saurais enfin achever ces dédicaces, sans évoquer
notre enseignant et encadreur Mr. Gareh salim qui nous a
inspiré par ses compétences et son dévouement.*

Mohammed Amin CHAOUNE

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

A mes très chers parents, RACHID & ILHAM pour leur soutien et leur encouragement durant mon parcours scolaire, que dieu les protège

A mon grand frère YASSER mon source d'espoir et de motivation

A mes chères sœurs YOUSRA & LINA qui n'ont pas cessée de me conseiller, encourager et soutenir tout au long de mes études

Je termine avec la personne qui a partagé tous ce travail, qui a supporté mon humeur au moment de stresse, mon cher ami avant d'être binôme MOHAMMED AMIN

A tous les enseignants de mon cycle d'étude

Et à tous ceux qui ont contribué de prés et de loin à l'élaboration de ce mémoire.

Sid Ahmed Ayoub

Résumé

Dans cette étude, nous avons effectué une simulation numérique de l'effet du feu sur le comportement thermo mécanique d'une plaque en acier.

Nous avons utilisé les équations physiques concernant ce problème (la conduction thermique et la déformation élastique).

L'équation de la chaleur a été discrétisée par la méthode des différences finies.

Après la simulation, nous avons trouvé que la température augmente en fonction de l'augmentation des flux thermiques (flux du feu). Aussi la déformation élastique se change selon la valeur des flux thermiques.

Mots clés : Elasticité ; Champs thermique ; Simulation ; Matlab ; Alliage d'acier.

Abstract

In this study, we performed a numerical simulation of the fire effect on the thermal behavior of a steel plate.

We used the physical equations concerning this problem (thermal conduction and elastic deformation).

The heat equation has been discretized by the finite difference method.

After the simulation, we found that the temperature increases with increasing heat flux (fire flux). The elastic deformation also changes depending on the value of the heat fluxes.

Key words: Elasticity ; Thermal field ; Simulation ; Matlab ; Alloy steel.

المخلص

في هذه الدراسة ، أجرينا محاكاة عددية لتأثير النار على السلوك الحراري الميكانيكي للصفائح الفولاذية.

استخدمنا المعادلات الفيزيائية بخصوص هذه المشكلة (التوصيل الحراري والتشوه المرن) تم تقدير معادلة الحرارة بطريقة الفروق المنتهية.

بعد المحاكاة وجدنا أن درجة الحرارة تزداد بزيادة تدفقات الحرارة (تدفق النار). كما يتغير التشوه المرن وفقاً لقيمة التدفقات.

الكلمات المفصلية : مرونة ؛ مجال حراري ؛ محاكاة ؛ ماتلاب ؛ سبائك فولاذية.

Table des Matières

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Chapitre I

Généralité sur l'effet de feu sur les matériaux de construction« Les alliages d'acier »

I.1 Introduction.....	3
I.2 Caractéristiques mécaniques.....	6
I.3 Quelques notions sur le feu.....	8
I.3.1 Comportement au feu	9
I.3.2 Propriétés thermique de l'acier	9
I.3.3 Propriétés mécaniques de l'acier.....	10
I.3.4 Propriétés physiques de l'acier	11
I.4 Incendie-Feu des hangars, bâtiment et son effet.....	11
I.4.1 Embrasement généralisé.....	13
I.4.2 Structure d'acier avant l'incendie	15
I.4.3 Déformations de la pièce refroidie	15
I.5 Conclusion.....	16

Chapitre II

Notions des transferts de chaleur

II. 1 Introduction	17
---------------------------------	-----------

II.1.1 La conduction.....	17
II.1.2 La convection.....	17
II.1.3 Le rayonnement.....	17
II.2 Lois de conservation de l'énergie.....	19
II.2.1 Bilan d'énergie.....	19
II.2.2 Expression des flux d'énergie.....	20
II.2.3 Conduction.....	20
II.3 Lois particulières.....	21
II.3.1 Champ de température.....	21
II.3.2 Gradient de température.....	21
II.3.3 Flux de chaleur.....	22
II.3.3.1 Convection.....	23
II.3.3.2 Rayonnement.....	24
II.3.4 Flux de chaleur lié à un débit massique.....	25
II.3.5 Stockage d'énergie.....	25
II.3.6 Génération d'énergie.....	25
II.4 L'équation de la conduction.....	26
II.4.1 L'équation de la chaleur.....	26
II.5 Expression de la résistance thermique.....	29
II.6 Notion d'analogie (cas des différentes géométries).....	31
II.6.1 Mur multicouches.....	31
II.6.2 Cylindre creux long (tube).....	32

II.7 Conclusion.....	33
-----------------------------	-----------

Chapitre III

Formulation Mathématique et Problématique

III.1 Présentation de la méthode des différences finis.....	34
III.1.1 Naissance de l'approximation par différences finies	34
III.1.2 Méthode des différences finies.....	34
III.1.2.1 Principe de la méthode.....	35
III.1.2.2 Schémas de différences finies.....	35
III.1.3 Maillage.....	36
III.2 condition aux limites.....	37
III.2.1 conditions initiales.....	37
III.2.2 condition aux limites de Dirichlet.....	37
III.2.3 condition aux limites de Neumann.....	38
III.3 les discrétisations en 1D et 2D par la méthode des différences finies...39	
III.3.1 Principe ordre de précision.....	39
III.3.2 Notation indicielle -cas 1 D.....	39
III.3.2.1 Schéma d'ordre supérieur.....	40
III.3.2.2 Dérivée d'ordre supérieur.....	41
III.3.3 Dérivée croisée.....	42
III.3.4 Discrétisation de l'équation de la chaleur 1D.....	42
III.3.4.1 schéma explicite.....	43

III.3.4.2 Schéma implicite.....	44
III.3.5 Discrétisation de l'équation de la chaleur 2D stationnaire.....	44
III.4 Méthodes de résolution itératives des systèmes algébriques.....	46
III.4.1 La méthode de Jacobi	46
III.4.2 Méthode de Gauss Seidel.....	47
III.5 Problématique et géométrie.....	47
III.5.1 L'équation de la chaleur.....	48
III.5.2 L'équation de la déformation (élastique dans cette étude).....	49
III.5.3 Discrétisation de l'équation de la chaleur par Méthode des différences finis ...	49
III.5.4 L'organigramme.....	50

Chapitre IV

Résultats et discussion

IV.1 Etude thermique (conduction thermique).....	51
IV.2 Etude mécanique (Déformation Elastique).....	54
Conclusion Générale.....	64
Références Bibliographiques.....	67

Liste des Figures

Chapitre I

Figure I.1 Courbes de chaleur/perte pour les aciers A7 et A37(Adapté de NFP A, 1997).....	3
Figure I.2 Courbes pour un acier de construction (Adapté de Brannigan, 2001).....	4
Figure I.3 Courbes de chaleur/perte pour l'aluminium 6061-T6 (Adapté de NFP A, 1997)....	5
Figure I.4 Caractéristiques mécaniques d'un acier courant de construction en fonction de la température, sur éprouvette de traction (graphe extrait des « Techniques de l'Ingénieur »).....	7
Figure I.5 Illustration de la théorie du triangle du feu	8
Figure I.6 Variation de la chaleur spécifique de l'acier en fonction de la température.....	9
Figure I.7 Représentation de la conductivité en fonction de la température	10
Figure I.8 Courbe contrainte-déformation en fonction de la température.....	11
Figure I.9 Incendies-Madrid (Tour Windsor)- 13.02.2005 -Grande poste d'Alger - Usine de Plastique. (Zone Industrielle de Chlef).....	12
Figure I.10 Incendie et exemples d'endommagement par incendie d'une poutre et d'un poteau.....	12
Figure I.11 Modèle de Feu de compartiment.....	13
Figure I.12 Feu dans une pièce (Adapté de Mehaffey, 1987).....	14
Figure I.13 Courbe d'embrasement généralisé (Adapté de Mehaffey, 1987).....	15

Chapitre II

Figure II.1 Transferts de chaleur.....	18
Figure II.2 Différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système (s).....	19
Figure II.3 Schéma du transfert de chaleur conductive.....	21
Figure II.4 Isotherme et gradient thermique.....	22
Figure II.5 Schéma du transfert de chaleur convectif.....	23
Figure II.6 schéma du transfert de chaleur radiatif.....	24
Figure II.7 Bilan thermique sur un système élémentaire.....	26

Figure II.8	Bilan thermique sur un système élémentaire.....	27
Figure II.9	Bilan thermique élémentaire sur un mur simple.....	29
Figure II.10	Schéma électrique équivalent d'un mur simple.....	30
Figure II.11	Schématisation des flux et des températures dans un mur multicouches.....	31
Figure II.12	Schéma électrique équivalent d'un mur multicouche.....	32
Figure II.13	Schéma des transferts dans un cylindre creux.....	32
Figure II.14	Schéma électrique équivalent d'un cylindre creux.....	33

Chapitre III

Figure III.1	Présentation de la géométrie étudiée.....	48
Figure III.2	Présentation de l'organigramme.....	50

Chapitre IV

Figure IV.1	Champs thermique avec le flux =20 kw/h.....	51
Figure IV.2	Champs thermique avec le flux =30 kw/h.....	52
Figure IV.3	Champs thermique avec le flux =40 kw/h.....	53
Figure IV.4	Champs thermique avec différentes flux =20,30 et 40 kw/h.....	54
Figure IV.5	La dépendance entre la température et la contrainte élastique (a) et le coefficient de YOUNG (b).....	55
Figure IV.6	Contrainte élastique avec le flux =20 kw/h.....	56
Figure IV.7	Contrainte élastique avec le flux =30 kw/h.....	57
Figure IV.8	Contrainte élastique avec le flux =40 kw/h.....	58
Figure IV.9	Module de YOUNG avec le flux =20 kw/h.....	59
Figure IV.10	Module de YOUNG avec le flux =30 kw/h.....	60
Figure IV.11	Déformation élastique avec le flux =20 kw/h.....	61
Figure IV.12	Déformation élastique avec le flux =40 kw/h.....	62

Liste des Tableaux

Chapitre I

Tableau I.1 Températures critiques de quelques métaux utilisés dans la construction des bâtiments (Adapté de Gosselin, 1987).....5

Chapitre II

Tableau II.1 Conductivité thermique de certains matériaux.....23

Nomenclature

Symbole	Unité	Désignation
σ	Pa	Contrainte
E	Pa	Module de young
ε	%	Déformation
φ	W	Flux de chaleur transmis par conduction
Ec3		Eurocode 3
λ	$W m^{-1} \cdot C^{-1}$	Conductivité thermique du milieu
x	m	Variable d'espace dans la direction du flux
S	m^2	Aire de la section de passage du flux de chaleur
\vec{n}		vecteur unitaire de la normale
$\frac{dT}{dn}$	mm / min	dérivée de la température le long de la normale
h	$W m^{-2} \cdot C^{-1}$	Coefficient de transfert de chaleur par convection
T_p	$\cdot C$	Température de surface du solide
T_∞	$\cdot C$	Température du fluide loin de la surface du solide
σ	$5,67 \cdot 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$	Constante de Stefan
ε_p		Facteur d'émission de la surface
\dot{m}	$kg \cdot s^{-1}$	Débit massique
C_p	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	Chaleur spécifique
ρ	$kg m^{-3}$	Masse volumique
V	m^3	Volume
T	$\cdot C$	Température
t	s	Temps
φ_g	W	Flux d'énergie thermique générée
\dot{q}	W m-3	Densité volumique d'énergie générée

Introduction Générale

Le feu est la production d'une flamme et la dégradation visible d'un corps par une réaction chimique exothermique d'oxydo-réduction appelée combustion.

De manière générale, le terme « feu » désigne souvent un phénomène produisant de la lumière et de la chaleur, qu'il provienne d'une combustion ou non.

Le feu est un phénomène naturel, dans la nature, il peut résulter de la foudre ou de la fermentation (production de gaz inflammables et de chaleur). Sa domestication par les humains « capacité à le conserver (l'entretien du foyer étant dévolu à la femme dans certaines sociétés traditionnelles), puis à le recréer à volonté » a permis de nombreux progrès :

- Cuisson de la nourriture, ce qui permet de tuer des germes et de consommer des aliments immangeables autrement.
- Chauffage durant les périodes froides (hiver), éclairage la nuit.
- Durcissement des outils en bois, ce qui améliore leur efficacité.
- Métallurgie, et de manière générale des transformations chimiques et physiques ayant lieu à haute température.
- Puissance motrice : machine à vapeur, puis moteur à combustion interne et externe.

Ce projet de master s'intéresse à l'étude de l'effet du feu sur le comportement élastique des alliages d'acier [1].

Le présent manuscrit comporte quatre chapitres :

- Le premier chapitre est consacré à la présentation de l'effet du feu sur les matériaux de construction alliage acier, Nous avons présenté dans ce chapitre les principales généralités du feu leur déroulement et développement ainsi que les différents types de modélisation des incendies. Nous avons détaillé et d'une manière explicite les différentes actions sollicitant les éléments de structure à la condition d'incendie et les caractéristiques du matériau acier sous température élevée.
- Le deuxième chapitre on va s'intéresser sur les notions du transfert de chaleur, ce chapitre nous permet de comprendre le phénomène physique du transfert de chaleur par conduction, par rayonnement et par convection, Ces trois modes sont régis par des lois spécifiques et font ainsi l'objet de chapitres différents, cependant strictement parlant, seuls la conduction et le rayonnement sont des modes fondamentaux de

transmission de la chaleur ; la convection, tout en étant très importante, ne fait que combiner la conduction avec un déplacement de fluide. Pourtant, ce mode de transfert est plus difficile à étudier, car il mélange de manière intime échange de chaleur et transfert de masse.

- Pour le troisième chapitre nous avons présenté des formulations mathématiques et problématique, En analyse numérique, la méthode des différences finies est une technique courante de recherche de solutions approchées d'équations aux dérivées partielles qui consiste à résoudre un système de relations (schéma numérique) liant les valeurs des fonctions inconnues en certains points suffisamment proches les uns des autres. Cette méthode apparaît comme étant la plus simple à mettre en œuvre car elle procède en deux étapes : d'une part la discrétisation par différences finies des opérateurs de dérivation/différentiation, d'autre part la convergence du schéma numérique ainsi obtenu lorsque la distance entre les points diminue.
- Et dernièrement pour le quatrième chapitre est réservé pour l'interprétation des résultats obtenus par MATLAB d'une plaque bidimensionnelle en acier bien sûr soumis à flux thermique.

Chapitre I

Généralité sur l'effet de feu sur les matériaux de construction « Les alliages d'acier »

I.1 Introduction

Tous les matériaux de construction voient leur résistance diminuer sous l'effet d'une augmentation de température. L'acier ne fait pas exception à la règle. C'est un matériau incombustible qui perd tout ou partie de sa résistance quand la température augmente au-delà de 550 °C. En revanche, il recouvre sa pleine résistance après refroidissement [2].

Les alliages acier résistent mal à la chaleur intense lors d'un incendie Dans les bâtiments de construction incombustible, on recouvre l'acier d'un matériau isolant ignifuge pour le protéger en cas d'incendie. Le matériau isolant ignifuge peut être une mousse de fibres ignifugeante giclée, une couche de béton ou autre. Au point de vue structural, on considère que l'acier devient dangereux lorsqu'il est trop chaud, c'est-à dire qu'il dépasse sa température critique.

On définit la température critique comme étant la température à laquelle le métal n'a plus que 60% de sa résistance initiale. Les courbes sur **les figures I.1, I.2 et I.3** montrent l'évolution de la résistance d'un acier de construction en fonction de sa température [3].

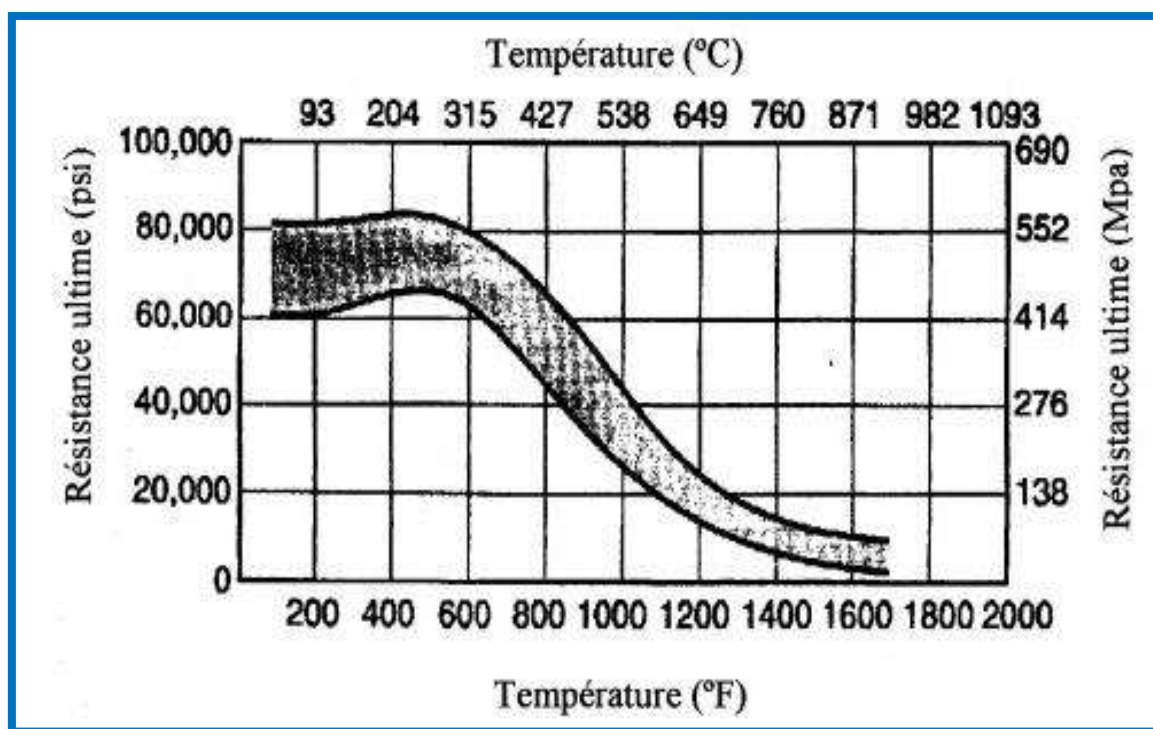


Figure I.1 Courbes de chaleur/perte pour les aciers A7 et A37 (Adapté de NFP A, 1997).

Sur la figure I.1, la bande donne la performance d'une variété d'aciers structuraux à des températures élevées. La température est celle de l'acier et non de la température ambiante de l'air pendant l'incendie. Les performances réelles de l'acier dépendent de la forme, des dimensions et du type d'assemblage exposé aux conditions d'incendie (NFPA, 1997).

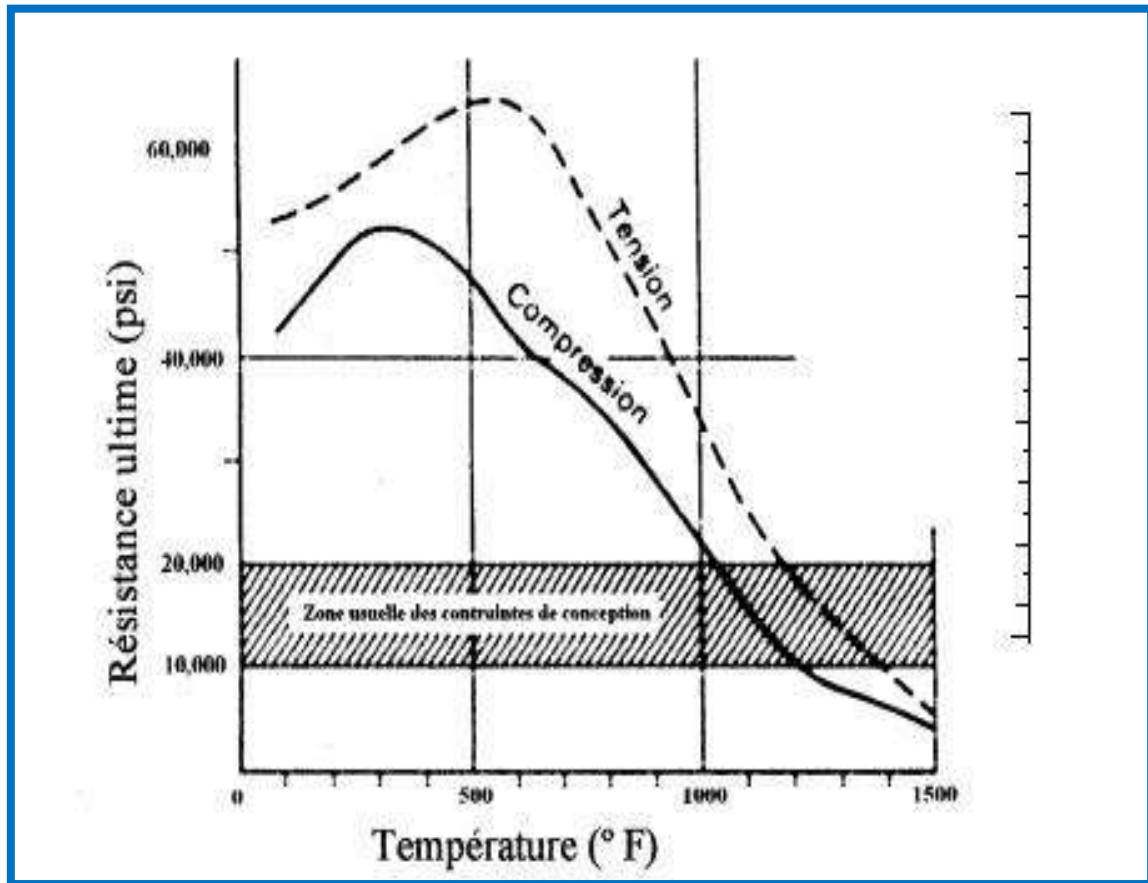


Figure I.2 Courbes pour un acier de construction (Adapté de Brannigan, 2001).

La figure I.2 montre l'effet de la température sur la résistance d'un acier de construction (Brannigan, 2001). La figure I.3 est pour l'aluminium. On constate ainsi que l'aluminium résiste moins bien à la chaleur que l'acier [5].

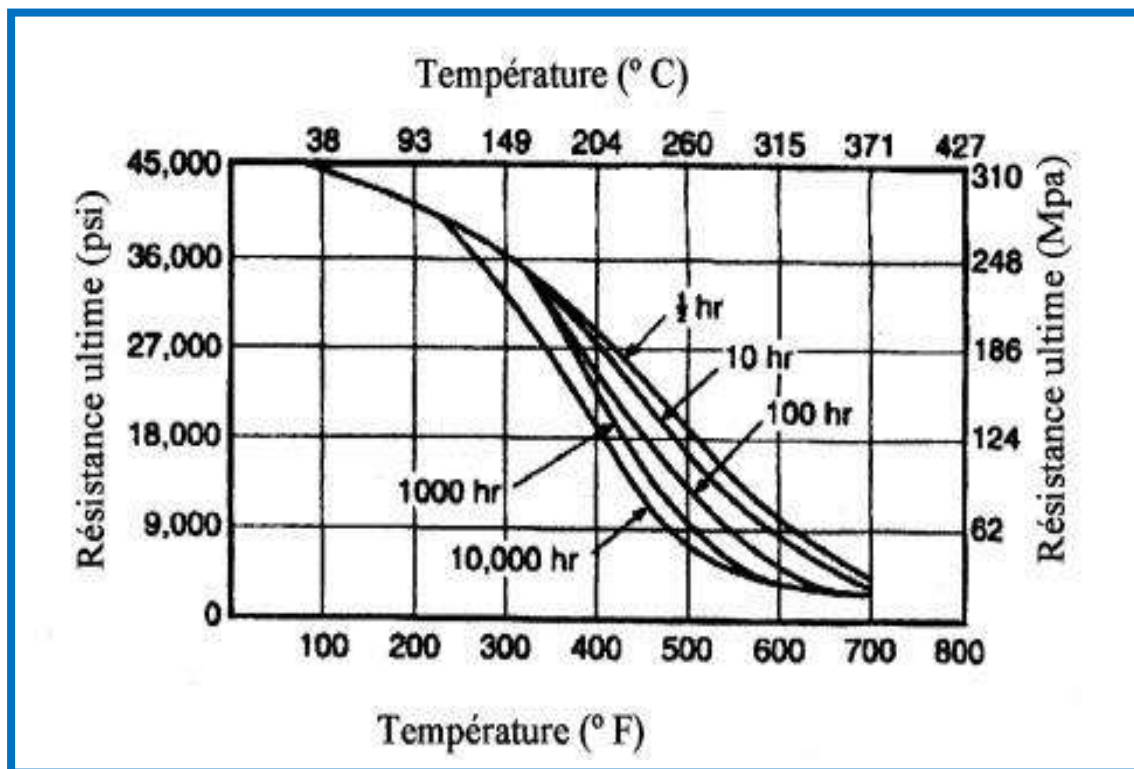


Figure I.3 Courbes de chaleur/perte pour l'aluminium 6061-T6 (Adapté de NFP A, 1997).

Le tableau I.1 donne les températures critiques de quelques métaux utilisés dans la construction des bâtiments.

Tableau I.1 Températures critiques de quelques métaux utilisés dans la construction des bâtiments (Adapté de Gosselin, 1987) [4].

Métal	Température critique
Acier de charpente	593 °C
Fer forgé	500 °C
Fonte	600 °C
Câble de précontrainte	427 °C
Acier d'armature ordinaire	538 °C

I.2 Caractéristiques mécaniques

Les caractéristiques mécaniques d'un acier de construction que sont la contrainte limite de rupture, la contrainte limite d'élasticité et le module d'élasticité diminuent lorsque la température augmente. Des essais classiques sur éprouvette de traction permettent de tracer les courbes reportées en **figure I.4** ci-après. Les expressions analytiques de ces courbes figurent dans de nombreuses revues spécialisées.

Les caractéristiques physiques des aciers sont également modifiées en fonction de la température. Parmi celles à considérer dans le calcul de la stabilité de structures, il peut être précisé que la valeur du coefficient de dilatation thermique des aciers courants de construction augmente avec la température. Ainsi, des dilatations importantes se produisent dans tout élément en acier lorsque la température s'élève.

Ce phénomène devra être pris en compte. En effet, si un élément structural est assujéti contre tout déplacement axial, la dilatation due à la chaleur se traduira en contraintes thermiques qui viendront accroître le niveau de contraintes global à l'intérieur de l'élément, causant ainsi un effondrement plus rapide. Sans assujettissement axial, un élément d'acier se dilate et peut imposer des charges excentrées aux éléments structuraux contigus en déplaçant l'une de leurs extrémités (par exemple, une poutre déplaçant un mur de maçonnerie porteur).

Les règles de l'art de la protection incendie consistent soit à empêcher la dilatation thermique en limitant la température de l'acier, soit à tenir compte de ses effets sur la structure lors de la conception. Comme susmentionné, les propriétés physiques des aciers dépendent de la température.

Toutefois, l'euro-code traitant du calcul du comportement au feu des structures en acier, indique que l'évaluation du comportement de structures en acier soumises à un incendie au moyen de modèles de calculs simplifiés permet de considérer les caractéristiques de l'acier suivantes comme étant indépendantes de la température :

- Chaleur spécifique (grandeur caractéristique de la vitesse d'élévation de la température en fonction des échanges thermiques de la structure avec l'atmosphère) :

$$C_a = 600 \text{ J/kg/K},$$

- Conductivité thermique (grandeur caractéristique des gradients thermiques à l'intérieur d'une section) : $\lambda_a = 45 \text{ W/m/K}$. Par ailleurs, en terme de comportement de structures à un incendie, il est souvent fait référence à la notion de température critique.

Cette température est celle à laquelle une pièce ou une structure voit sa contrainte limite élastique abaissée au niveau de la contrainte réellement appliquée. Ainsi, la température critique n'est pas une caractéristique de l'acier mais correspond à une structure donnée et dépend notamment de la manière dont cette structure est sollicitée, de la nuance de l'acier considéré, des conditions aux liaisons (système isostatique ou hyperstatique) et des possibilités de dilatation.

On ne peut pas donc parler de la température critique de l'acier ou dire qu'une structure métallique s'effondre à 550 °C tout dépend de la contrainte réellement appliquée à l'élément considéré.

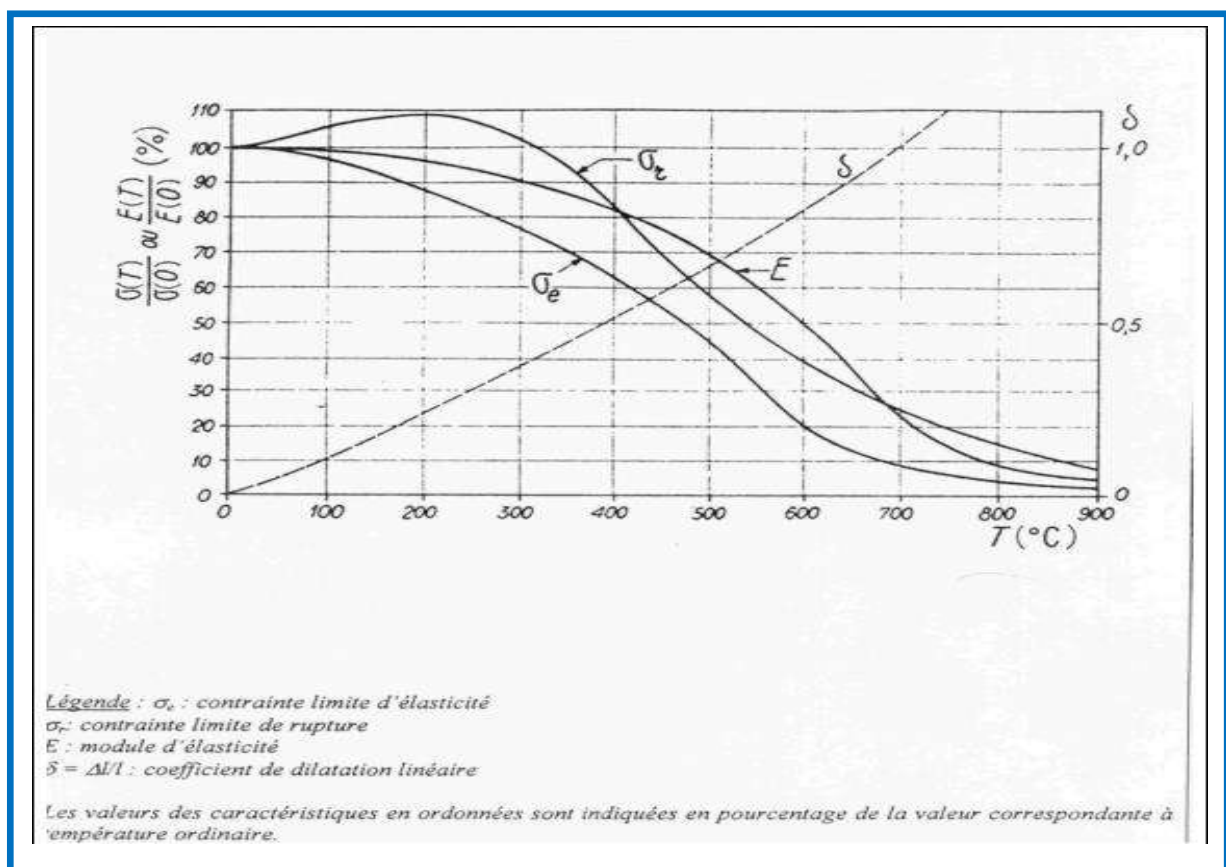


Figure I.4 Caractéristiques mécaniques d'un acier courant de construction en fonction de la température, sur éprouvette de traction (graphe extrait des « Techniques de l'Ingénieur »).

La loi de Hooke s'exprime sous la forme

$$\sigma_e = \varepsilon_e E \quad (\text{I.1})$$

On trouve une dépendance linéaire entre la température et la contrainte à la limite élastique, et aussi même chose pour le coefficient de YOUNG

$$\sigma(t) = a_j T + b_j \quad (\text{I.2})$$

$$E(t) = a_j T + b_j \quad (\text{I.3})$$

Comme tous les matériaux, l'acier se dilate sous l'effet de l'augmentation de la température. Ce phénomène est réversible dans les conditions usuelles. ... Par ailleurs, plus la température est élevée plus la limite d'élasticité et la résistance à la traction diminuent et plus la plasticité augmente [6].

I.3 Quelques notions sur le feu

Pour apparaître et se propager, le feu a physiquement besoin de trois éléments : Une source de chaleur. Un comburant, généralement l'oxygène. Un combustible. Sous l'action d'une source de chaleur qui atteint une température critique dite d'inflammation le feu naît de la combustion entre l'oxygène de l'air ambiant et un combustible solide, liquide ou gazeux [7].

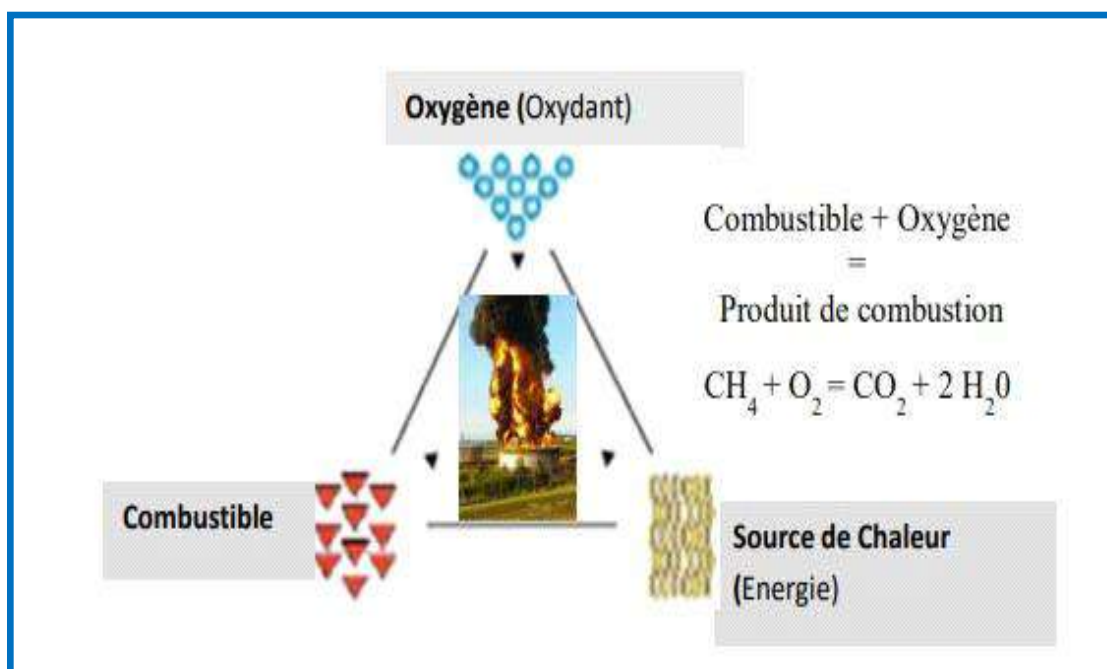


Figure I.5 Illustration de la théorie du triangle du feu [8].

I.3.1 Comportement au feu

Lorsque l'acier est soumis à une forte température, le module d'élasticité, les propriétés de résistance R_e (limite d'élasticité) et R_m (limite de résistance à la traction) diminuent avec la chaleur. S'il est incombustible, il est un bon conducteur de chaleur. La limite d'élasticité est nulle à 1000°C. Ce qui signifie une déformation importante puis un effondrement. La température critique est comprise entre 450 et 800°C selon les types d'aciers [9].

I.3.2 Propriétés thermique de l'acier

Facteurs influents le comportement d'incendie : de l'acier sous l'effet d'incendie

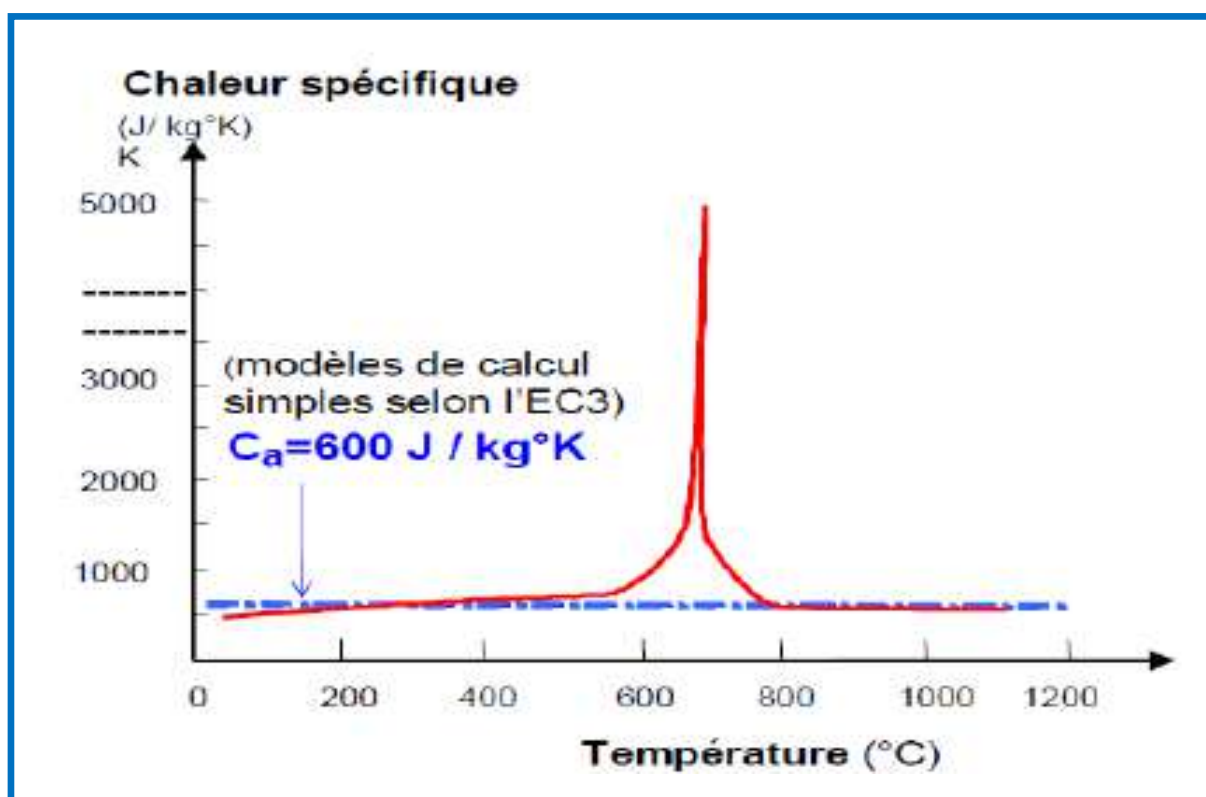


Figure I.6 variation de la chaleur spécifique de l'acier en fonction de la température.

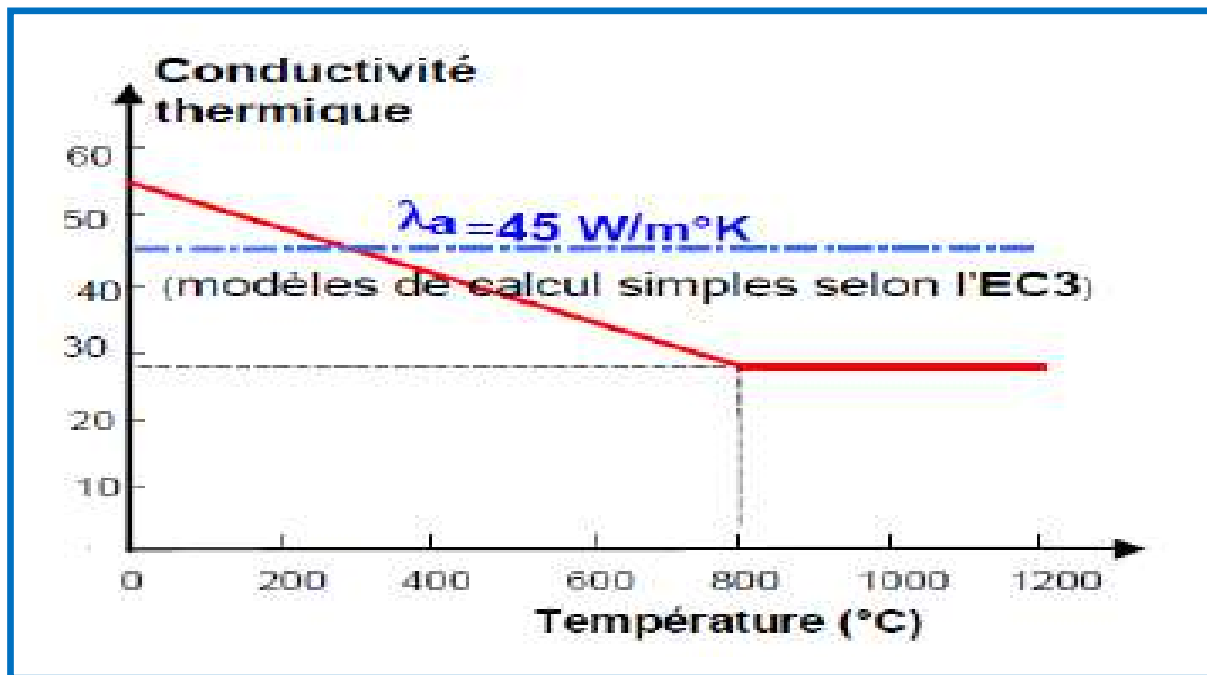


Figure I.7 représentation de la conductivité en fonction de la température.

La chaleur spécifique C_a de l'acier : Elle varie plus ou moins avec la température dans la plus grande partie de la plage, comme on le voit dans la Figure I.5, mais sa valeur subit une modification très importante dans la plage de 700-800°C.

La conductivité thermique : Une version simplifiée de la modification de conductivité avec la température, définie dans l'EC3.

L'utilisation de la valeur constante Sécurité de 45W/mK est autorisée des calculs de conception simples [10].

I.3.3 Propriétés mécaniques de l'acier

- La masse volumique de l'acier est de $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ et ne varie pas avec la température
- La déformation de l'acier à hautes températures s'exprime par une variation de déformation.
- Pour des températures ambiantes, le coefficient de dilatation est généralement : $\alpha = 11.7 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}$.
- Pour des hautes températures la valeur du coefficient augmente et une rupture se produit entre 700 et 800°C.

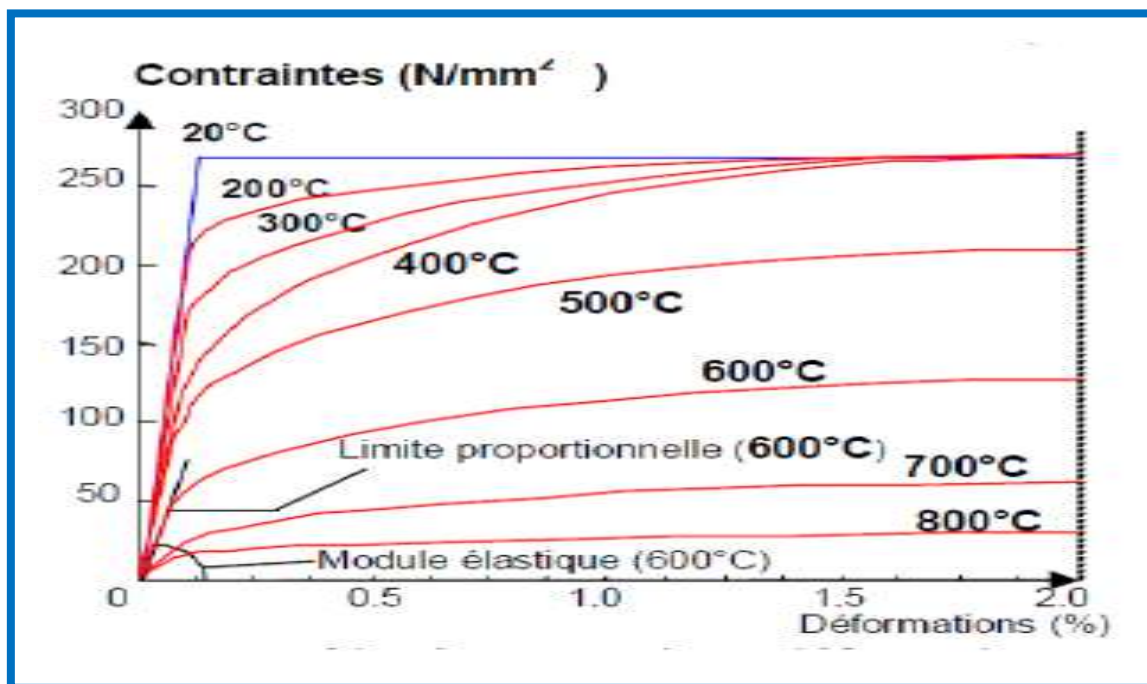


Figure I.8 Courbe contrainte-déformation en fonction de la température [11].

I.3.4 Propriétés physiques de l'acier

Chaque élément a des avantages et des inconvénients. Un avantage indéniable de l'acier est qu'il est incombustible. Autre avantage de l'acier, il dispose d'une bonne ductilité, c'est à dire une capacité à se déformer et à absorber une énergie sans rupture. Cette caractéristique est principalement employée dans le domaine parasismique. Cependant l'acier a une forte conductibilité thermique. Cela signifie que sa température augmente rapidement lors d'une exposition à la chaleur. Lors d'un incendie, l'exposition des structures métalliques peut être le fruit de deux phénomènes: le rayonnement thermique des flammes et la convection, c'est à dire le déplacement des masses des gaz chauds.

Pour avoir une résistance au feu d'une heure ou plus, un élément d'acier doit normalement être protégé par une enveloppe isolante qui maintiendra sa température en-deçà du point critique [12].

I.4 Incendie-Feu des hangars, bâtiment et son effet

Un incendie (feu) réel dans un bâtiment se développe et décroît en fonction de l'équilibre de masse et d'énergie existant dans le compartiment où il se produit. L'énergie produite dépend de la quantité et du type de combustible disponible et de conditions de ventilation.

L'incendie dans un bâtiment peut être divisé en un incendie de compartiment et en incendie en vaste espace de bâtiment en post " embrasement généralisé" respectivement. On entend par compartiment un espace clos de volume inférieur à 100 m³ avec un rapport longueur-largeur modéré. Des compartiments de grandes hauteurs ou possédant des surface de plancher supérieurs à 500 m²; tel que les hangars industriels, les centres commerciaux [13].



Figure I.9 Incendies-Madrid (Tour Windsor)- 13.02.2005 -Grande poste d'Alger - Usine de Plastique. (Zone Industrielle de Chlef).



Figure I.10 exemples d'endommagement par incendie d'une poutre et d'un poteau.

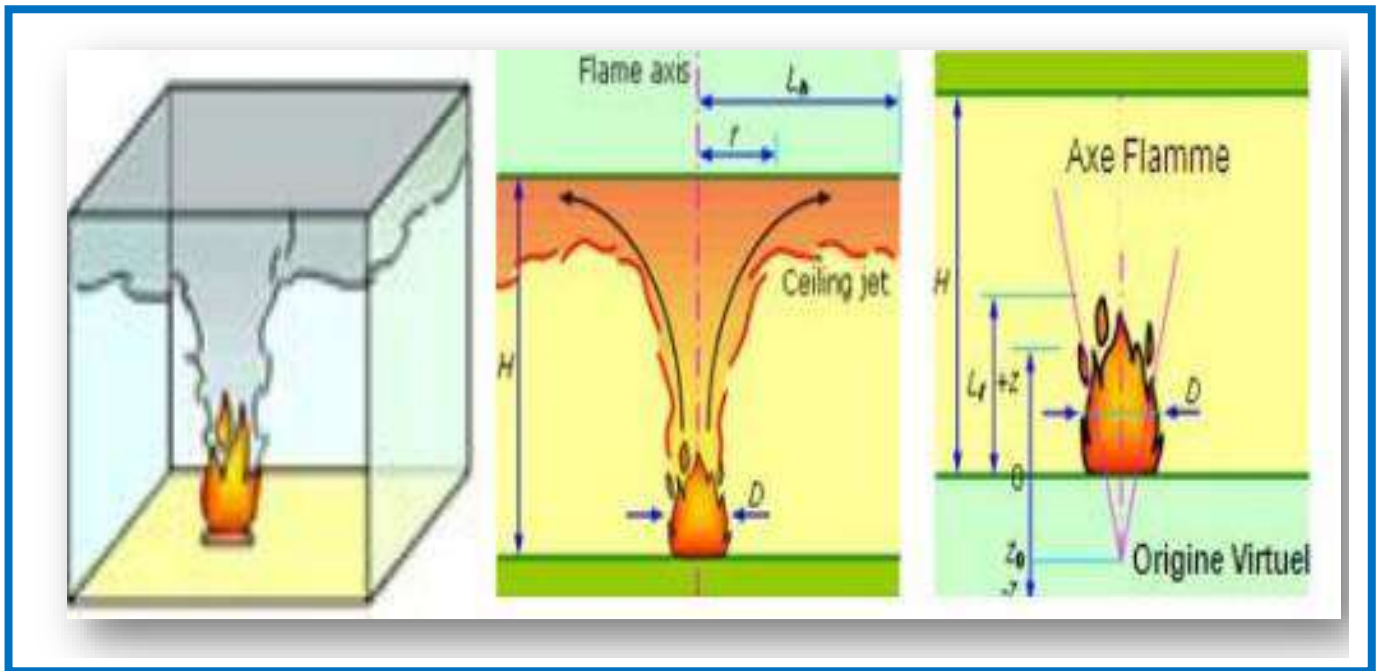


Figure I.11 Modèle de Feu de compartiment.

I.4.1 Embrasement généralisé

Tout d'abord, il faut clarifier ce qu'est l'embrasement généralisé . C'est le moment à partir duquel toutes les surfaces d'un espace du bâtiment s'enflamment en même temps. L'embrasement généralisé est un point tournant important d'un incendie. Lors de l'auscultation d'un bâtiment incendié, il faut identifier les endroits où il y a eu embrasement généralisé car, dans ces endroits on peut retrouver d'importantes dégradations du bâtiment par carbonisation et chaleur excessive. Les principales étapes du processus qui mène à l'embrasement généralisé se résument comme suit. À 480 °C, la température des gaz au plafond monte et cause plus de radiations (rayonnement sur la **figure I.12**). À 590 °C, les gaz de pyrolyse c'est-à-dire de la décomposition chimique des éléments par la chaleur, s'allument lorsqu'ils entrent en contact avec les gaz chauds au plafond; c'est l'embrasement généralisé (**figure I.13**). À cette température, la combustion des premiers articles incendiés s'étend à tous les autres (NFPA, 2001).

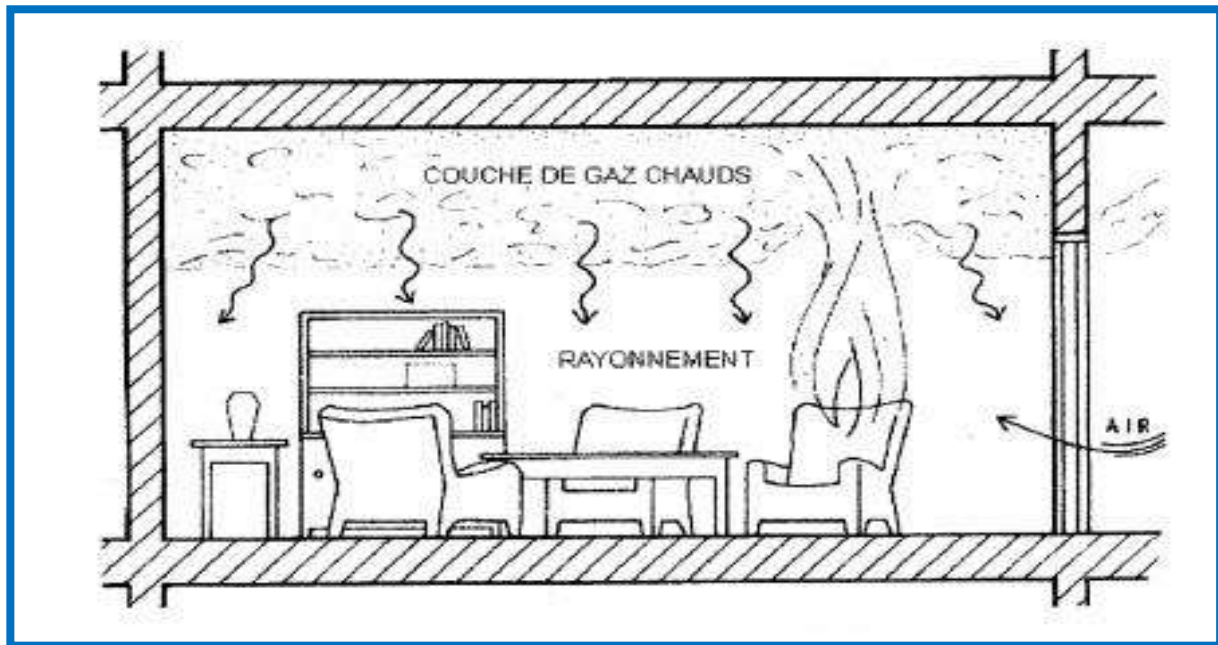


Figure I.12 Feu dans une pièce (Adapté de Mehaffey, 1987).

Lors de l'embrasement généralisé, ce sont les surfaces des éléments et non leur centre qui atteignent la température critique. Selon la durée de l'embrasement, la transmission de la chaleur peut affecter la surface de l'assemblage sans avoir le temps d'en atteindre le centre. En effet, certaines parties du bâtiment peuvent avoir été arrosées pendant le combat incendie pour limiter leur dégradation. Certains éléments peuvent ainsi être épargnés malgré un embrasement généralisé.

La réaction des matériaux de construction varie beaucoup selon le type de combustible, les diverses conditions ainsi que la durée de l'exposition à l'embrasement. Ainsi, il devient nécessaire de tenter d'établir la durée de l'exposition à la chaleur des divers assemblages pendant l'embrasement.

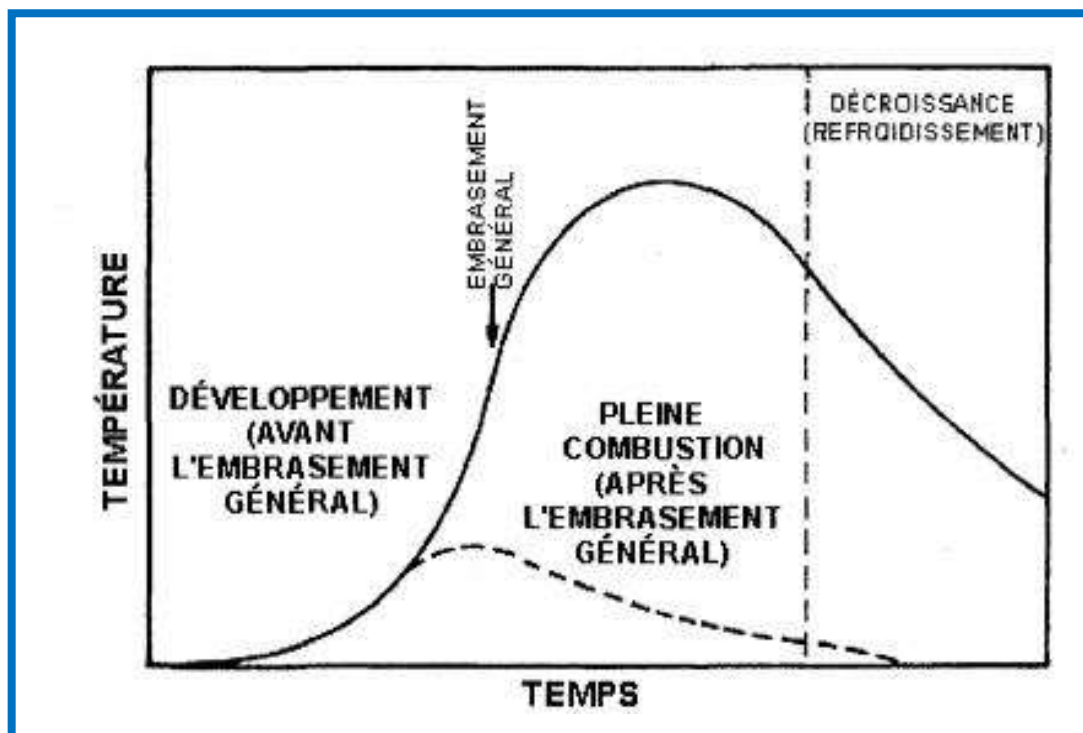


Figure I.13 Courbe d'embrasement généralisé (Adapté de Mehaffey, 1987).

I.4.2 Structure d'acier avant l'incendie

Il arrive que la structure d'acier soit déjà endommagée avant l'incendie. Lorsque cela est possible, on doit faire la différence entre les dommages préexistants et ceux découlant de l'incendie. Ainsi, une pièce métallique déformée, retrouvée à un endroit éloigné de l'incendie, doit être clairement identifiée comme n'étant pas reliée à l'incendie. Dans certains cas, on doit chercher la cause des déformations ou au moins tenter d'éliminer l'incendie comme cause. On pourrait, par exemple, rechercher des indices de dommages mécaniques tels que des marques laissées par de la machinerie, la présence de dépôts de saletés recouverts de suie, de poussières dans les bris observés, etc. La chronologie des dommages sera connue et objectivement vérifiée par le témoin expert.

I.4.3 Déformations de la pièce refroidie

Les déformations de la pièce refroidie sont également problématiques. Essentiellement dès que la pièce se déforme au-delà des tolérances permises lors de sa construction, la pièce est considérée affectée et doit être évaluée ou remplacée. Dans un premier temps, le témoin expert portera son attention sur les poutres qui sont le plus détériorées, c'est-à-dire celles dont les déformations sont observables à l'œil nu. Si les déformations du métal sont faibles, on peut le réutiliser. Toutefois, les déformations causent de l'asymétrie et des excentricités qui

peuvent être inacceptables du point de vue structural. Lors d'un incendie, il est probable que certains composants structuraux en acier qui n'étaient pas sollicités à leur pleine capacité ne se déforment pas significativement et puissent être réutilisables. Ainsi, la perte de résistance causée par l'augmentation de la température lors de l'incendie ne cause pas nécessairement sa ruine. Par exemple, si le feu se produit lorsque la toiture à ossature métallique est libre de neige et de glace, les fermes de toit n'ont pratiquement que des charges permanentes à supporter. Dans cette situation, le toit pourrait donc résister à des chaleurs plus élevées avant de se déformer. Toutefois, au-delà d'une certaine température, la baisse du module d'élasticité est telle que la charpente ne sera même plus capable de supporter son propre poids. Finalement, on doit porter une attention particulière à la dilatation par la chaleur de longues pièces d'acier. Le métal en se dilatant peut endommager des éléments structuraux même situés loin du feu.

I.5 Conclusion

Lors d'examen des scènes d'incendies, on constate une concordance entre la température de perte de capacité de l'acier et l'état d'embrassement généralisé. En effet, comme nous avons vu dans ce chapitre, lorsque les surfaces à l'intérieur d'un espace dans un bâtiment atteignent 590 °C. Or, presque à la même température, soit 593 °C, l'acier de construction perd plus de 60% de sa résistance. En conséquence, lorsqu'il y a eu embrassement généralisé pendant l'incendie, il est probable que l'acier ait été détérioré [14].

Chapitre II

Notions de transfert de chaleur

II.1 Introduction

On distingue habituellement 3 modes de transfert de chaleur :

- 1) La conduction
- 2) La convection
- 3) Le rayonnement

Ces trois modes sont régis par des lois spécifiques et feront ainsi l'objet de chapitres différents, cependant strictement parlant, seuls la conduction et le rayonnement sont des modes fondamentaux de transmission de la chaleur ; la convection, tout en étant très importante, ne fait que combiner la conduction avec un déplacement de fluide.

II.1.1 La conduction

La conduction est définie comme étant le mode de transmission de la chaleur provoquée par la différence de température entre deux régions d'un milieu solide, liquide ou gazeux ou encore entre deux milieux en contact physique (gradient de température dans un milieu). Dans la plupart des cas on étudie la conduction dans les solides, puisque dans les milieux fluides (c'est-à-dire liquide ou gazeux), il y a souvent couplage avec un déplacement de matière et donc mécanisme de convection.

II.1.2 La convection

La convection est le mode de transmission qui implique le déplacement d'un fluide gazeux ou liquide (écoulement) et échange avec une surface qui est à une température différente.

Exemple : C'est ce qui se passe le long d'un radiateur. L'air froid s'échauffe au contact avec le radiateur, se dilate et monte sous l'effet de la poussée d'Archimède. Il est alors remplacé par de l'air froid et ainsi de suite ; il y a existence de courants de fluide dans l'air ambiant.

On distinguera la convection forcée (due à l'action d'une pompe, ventilateur...) de la convection naturelle dans laquelle le mouvement du fluide est créé par des différences de densité, elles mêmes provoquées par des différences de température.

II.1.3 Le rayonnement

Le rayonnement thermique peut être considéré comme un cas particulier du rayonnement électromagnétique. L'exemple le plus simple est celui du rayonnement solaire.

Le rayonnement thermique est le mode de transmission par lequel la chaleur passe d'un corps à haute température à un autre plus froid sans nécessité de support matériel. C'est donc le seul mode de transfert de chaleur qui peut se propager dans le vide.

Le rayonnement thermique ne diffère des autres ondes électromagnétiques, comme les ondes hertziennes par exemple, que par son origine : la température. En effet tout corps rayonne tant que sa température est différente de 0K.

Le rayonnement thermique est un phénomène de surface.

On peut schématiquement représenter les transferts de chaleur comme ci-dessous :

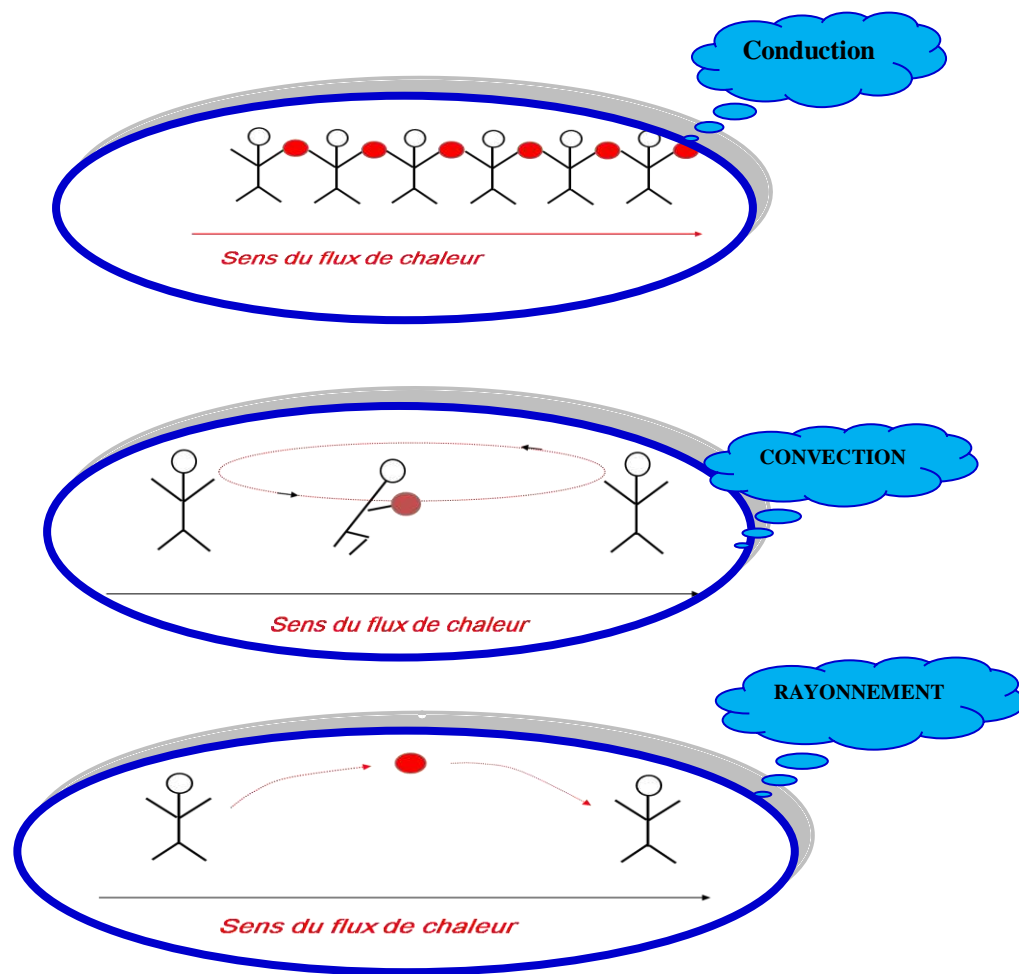


Figure II.1 Transferts de chaleur.

II.2 Lois de conservation de l'énergie

II.2.1 Bilan d'énergie

Il faut tout d'abord définir un système (S) par ses limites dans l'espace et il faut ensuite établir l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système et qui peuvent être :

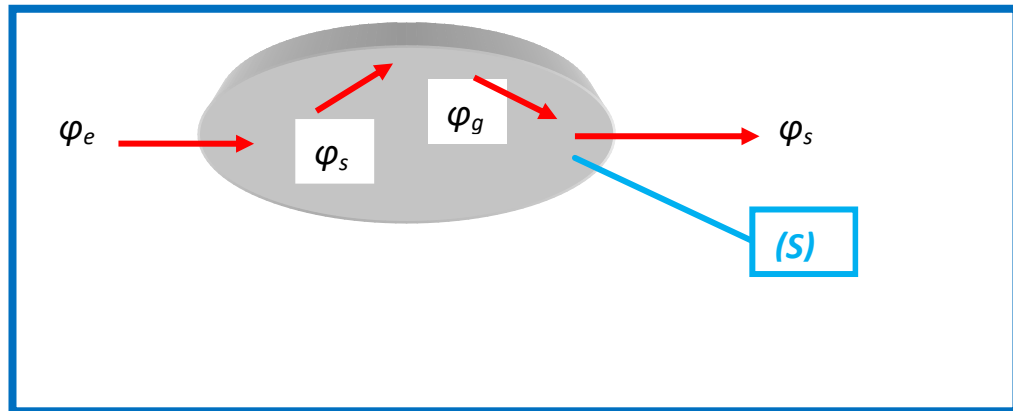
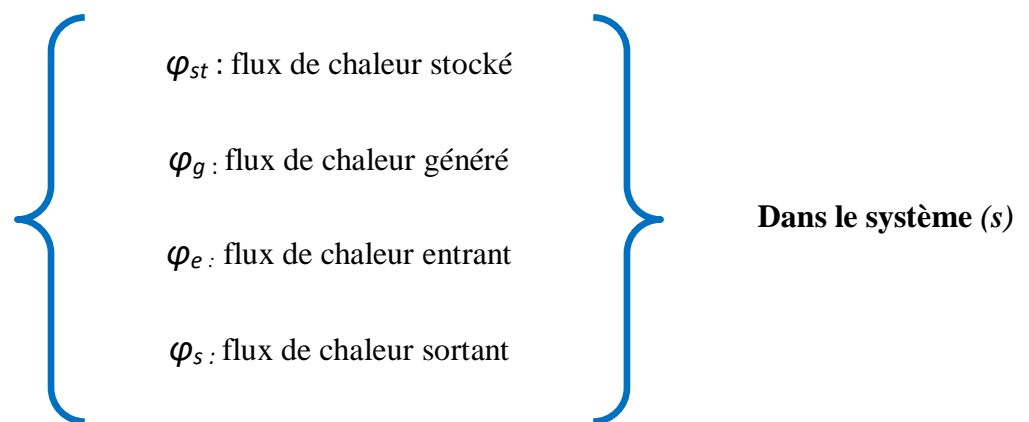


Figure II.2 Différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système (s).



On applique alors le 1^{er} principe de la thermodynamique pour établir le bilan d'énergie du système (S) :

$$\varphi_e + \varphi_g = \varphi_s + \varphi_{st} \quad (\text{II.1})$$

II.2.2 Expression des flux d'énergie

Il faut ensuite établir les expressions des différents flux d'énergie. En reportant ces expressions dans le bilan d'énergie, on obtient l'équation différentielle dont la résolution permet de connaître l'évolution de la température en chaque point du système.

II.2.3 Conduction

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres. La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité de flux est proportionnelle au gradient de température :

$$\vec{\varphi} = -\lambda S \overrightarrow{\text{grad}}(T) \quad (\text{II.2})$$

Ou sous forme algébrique :

$$\varphi = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.3})$$

Avec :

- φ : Flux de chaleur transmis par conduction (W)
- λ : Conductivité thermique du milieu (W m⁻¹ °C⁻¹)
- x : Variable d'espace dans la direction du flux (m)
- S : Aire de la section de passage du flux de chaleur (m²)

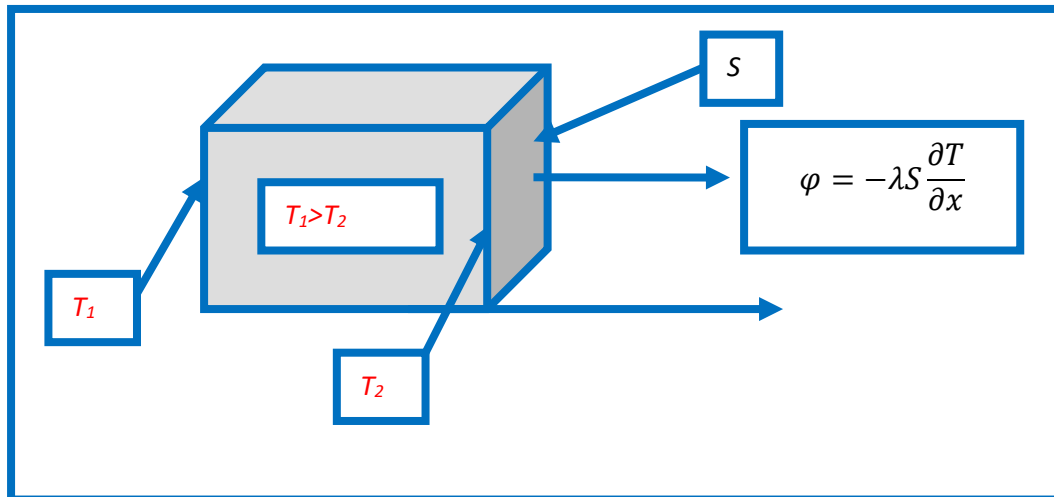


Figure II.3 Schéma du transfert de chaleur conductive.

II.3 Lois particulières

II.3.1 Champ de température

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température : $T = f(x, y, z, t)$. La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température. Nous distinguerons deux cas :

- Champ de température indépendant du temps : le régime est dit permanent ou stationnaire.
- Evolution du champ de température avec le temps : le régime est dit variable ou transitoire.

II.3.2 Gradient de température

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température :

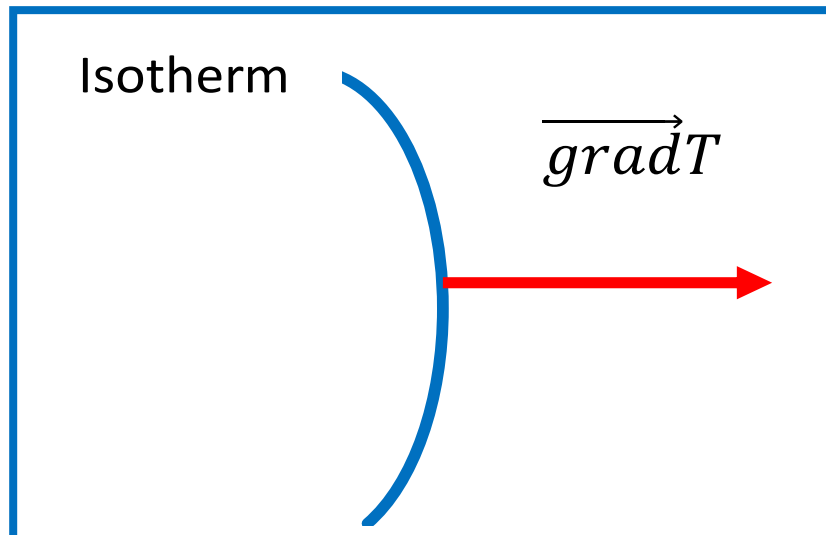


Figure II.4 Isotherme et gradient thermique.

$$\vec{grad} = \vec{n} \frac{\partial T}{\partial n} \quad (\text{II.4})$$

Avec:

- \vec{n} vecteur unitaire de la normale
- $\frac{dT}{dn}$ dérivée de la température le long de la normale.

II.3.3 Flux de chaleur

La chaleur s'écoule sous l'influence d'un gradient de température des hautes vers les basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité de temps et par unité d'aire de la surface isotherme est appelée densité de flux de chaleur :

Où S est l'aire de la surface (m²). $\phi = \frac{1}{S} \frac{dQ}{dt} \quad (\text{II.5})$

On appelle flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface S par unité de temps

$$\varphi = \frac{dQ}{dt} \quad (\text{II.6})$$

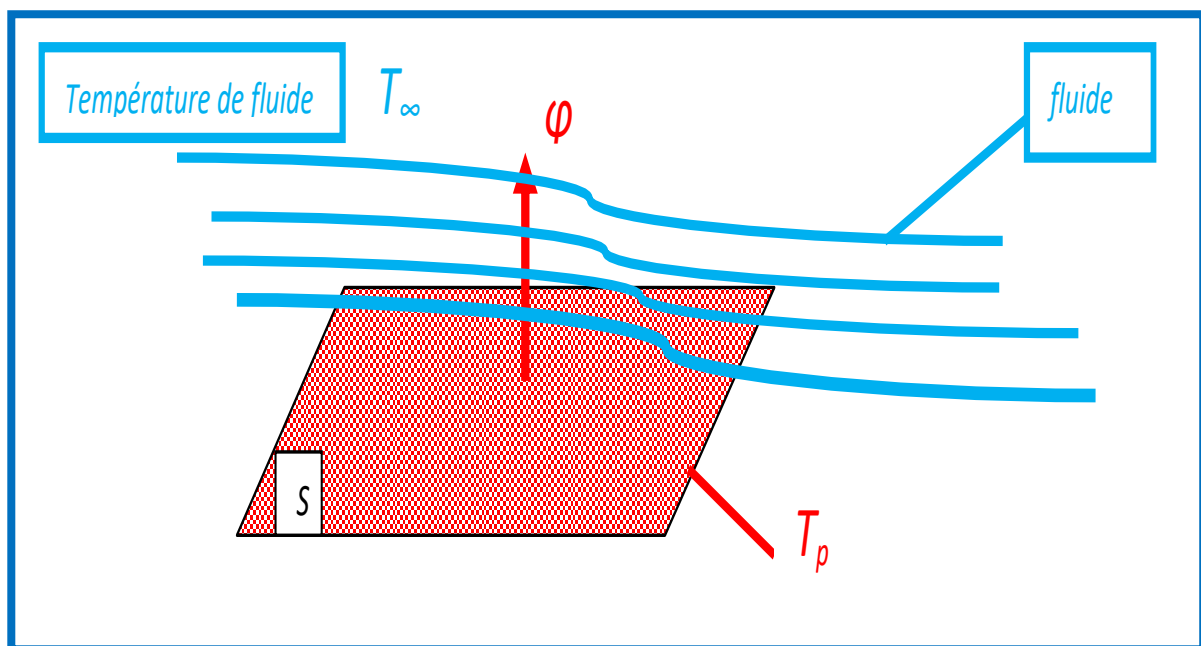
On trouvera dans le **Tableau II.1** les valeurs de la conductivité thermique de certains matériaux parmi les plus courants.

Tableau II.1 Conductivité thermique de certains matériaux.

Matériaux	λ (W/m.°C)	Matériaux	λ (W/m.°C)
Argent	419	Glace	1.88
Cuivre	386	Béton	1.44
Aluminium	204	Verre	1.0
Acier-doux	45	Eau	0.6
Acier-Inox	15	Air	0.026

II.3.3.1 Convection

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide. Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton :

**Figure II.5** Schéma du transfert de chaleur convectif.

$$\phi = h S (T_p - T_\infty) \quad (\text{II.7})$$

Avec :

ϕ : Flux de chaleur transmis par convection (W)

h : Coefficient de transfert de chaleur par convection ($W m^{-2} \text{ } ^\circ C^{-1}$)

T_p : Température de surface du solide (°C)

T_∞ : Température du fluide loin de la surface du solide (°C)

S : Aire de la surface de contact solide/fluide (m^2)

II.3.3.2 Rayonnement

C'est un transfert d'énergie électromagnétique entre deux surfaces (même dans le vide). Dans les problèmes de conduction, on prend en compte le rayonnement entre un solide et le milieu environnant et dans ce cas nous avons la relation :

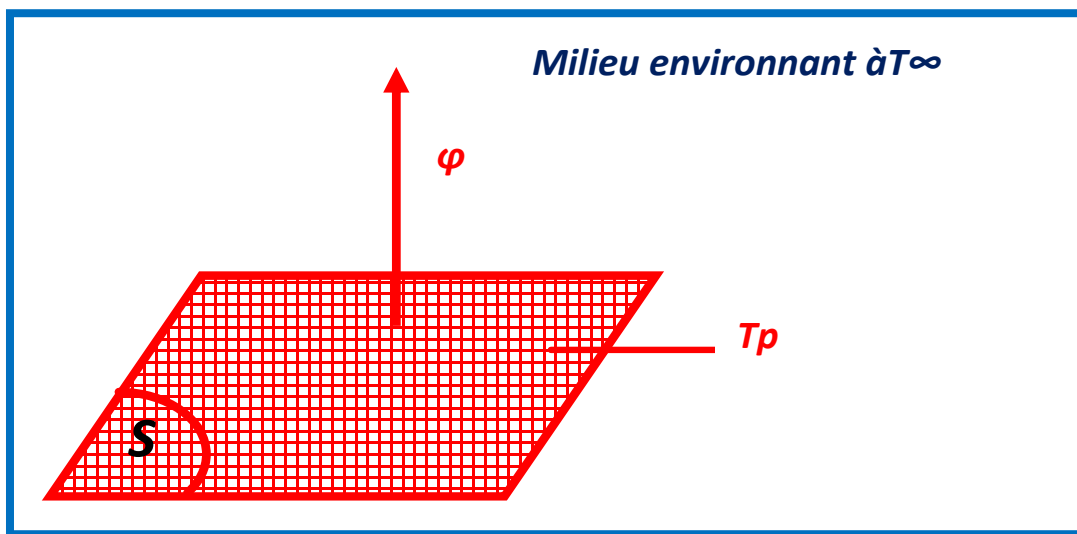


Figure II.6 schéma du transfert de chaleur radiatif.

$$\varphi = \sigma \varepsilon_p (T_p^4 - T_\infty^4) \quad (\text{II.8})$$

Avec :

- φ : Flux de chaleur transmis par rayonnement (W)
- σ : Constante de Stefan ($5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$)
- ε_p : Facteur d'émission de la surface
- T_p : Température de la surface (K)
- T_∞ : Température du milieu environnant le surf (K)
- S : Aire de la surface (m^2)

II.3.4 Flux de chaleur lié à un débit massique

Lorsqu'un débit massique \dot{m} de matière entre dans le système à la température T_1 et en ressort à la température T_2 , on doit considérer dans le bilan un flux de chaleur entrant correspondant :

$$\varphi_e = \dot{m}C_p(T_1 - T_2) \quad (\text{II.9})$$

Avec :

- φ : Flux de chaleur entrant dans le système (W)
- \dot{m} : Débit massique (kg.s⁻¹)
- C_p : Chaleur spécifique (J.kg⁻¹.K⁻¹)
- T_1, T_2 : Températures d'entrée et de sortie (K)

II.3.5 Stockage d'énergie

Le stockage d'énergie dans un corps correspond à une augmentation de son énergie interne au cours du temps d'où (à pression constante et en l'absence de changement d'état) :

$$\varphi_{st} = \rho V C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.10})$$

Avec :

- φ_{st} : Flux de chaleur stocké (W)
- ρ : Masse volumique (kg m⁻³)
- V : Volume (m³)
- C : Chaleur spécifique (J kg⁻¹ °C⁻¹)
- T : Température (°C)
- t : Temps (s)

II.3.6 Génération d'énergie

Elle intervient lorsqu'une autre forme d'énergie (chimique, électrique, mécanique, nucléaire) est convertie en énergie thermique. On peut l'écrire sous la forme :

$$\phi_g = \dot{q}V \quad (\text{II.11})$$

Avec :

- ϕ_g : Flux d'énergie thermique générée (W)
- \dot{q} : Densité volumique d'énergie générée (W m⁻³)
- V : Volume (m³)

II.4 L'équation de la conduction

Dans sa forme Tridimensionnelle, elle décrit le transfert de chaleur Tridimensionnelle au travers d'un mur 3 D :

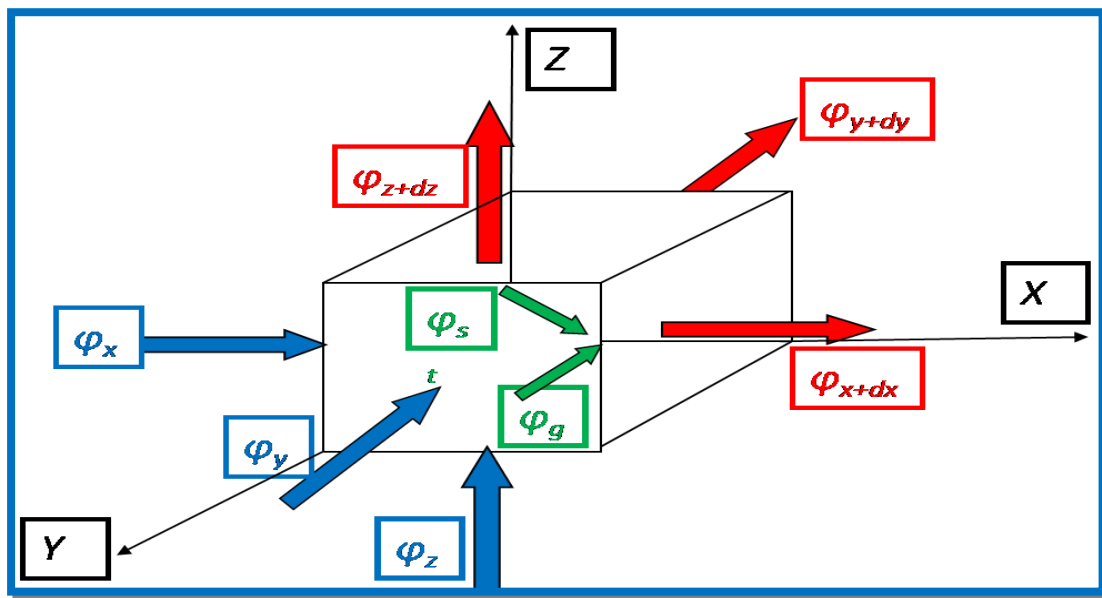


Figure II.7 Bilan thermique sur un système élémentaire.

II.4.1 L'équation de la chaleur

Dans sa forme monodimensionnelle, elle décrit le transfert de chaleur unidirectionnel au travers d'un mur plan :

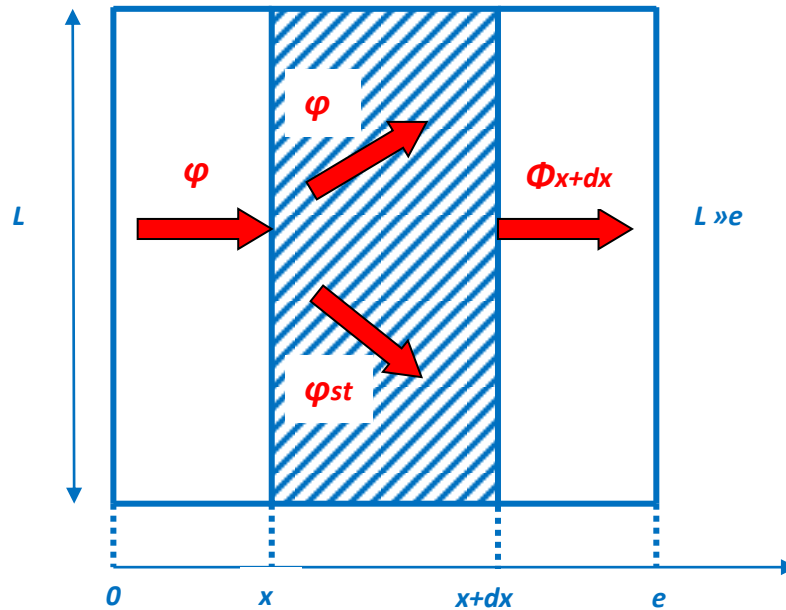


Figure II.8 Bilan thermique sur un système élémentaire.

Considérons un système d'épaisseur dx dans la direction x et de section d'aire S normalement à la direction Ox . Le bilan d'énergie sur ce système s'écrit :

$$\varphi_x + \varphi_g = \varphi_{x+dx} + \varphi_{st}$$

Avec : $\varphi_x = -\left(\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}\right)_x$ et $\varphi_{x+dx} = -\left(\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x+dx}$

$$\varphi_g = \dot{q}Sdx$$

$$\varphi_{st} = \rho CSdx \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) \quad (\text{II.12})$$

En reportant dans le bilan d'énergie et en divisant par dx , nous obtenons :

$$\frac{\left(\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x+dx} - \left(\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}\right)_x}{dx} + \dot{q}S = \rho CS \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\text{Soit : } \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} S = \rho C S \frac{\partial T}{\partial t}$$

Et dans le cas tridimensionnel, nous obtenons l'équation de la chaleur dans le cas le plus général :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.13})$$

Cette équation peut se simplifier dans un certain nombre de cas :

- a) Si le milieu est isotrope : $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda$
- b) S'il n'y a pas de génération d'énergie à l'intérieur du système : $\dot{q}=0$
- c) Si le milieu est homogène, λ n'est fonction que de T.

Les hypothèses a) + b) + c) permettent d'écrire :

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{d\lambda}{dT} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] = \rho C \frac{\partial T}{\partial t}$$

d) Si de plus λ est constant (écart modéré de température), nous obtenons l'équation de Poisson :

$$a \nabla^2 T = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.14})$$

Le rapport $a = \frac{\lambda}{\rho C}$ est appelé la diffusivité thermique ($m^2 s^{-1}$) qui caractérise la vitesse de propagation d'un flux de chaleur à travers un matériau.

e) En régime permanent, nous obtenons l'équation de Laplace :

$$\nabla^2 T = 0 \quad (\text{II.15})$$

Par ailleurs, les hypothèses a), c) et d) permettent d'écrire :

- Equation de la chaleur en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.16})$$

Dans le cas d'un problème à symétrie cylindrique où la température ne dépend que de r et de t , l'équation (II.16) peut s'écrire sous forme simplifiée :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\dot{q}}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Equation de la chaleur en coordonnées sphériques :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rT)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\dot{q}}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.17})$$

II.5 Expression de la résistance thermique

On se placera dans le cas où le transfert de chaleur est unidirectionnel et où il n'y a pas de génération ni de stockage d'énergie.

On considère un mur d'épaisseur e , de conductivité thermique λ et de grandes dimensions transversales dont les faces extrêmes sont à des températures T_1 et T_2 :

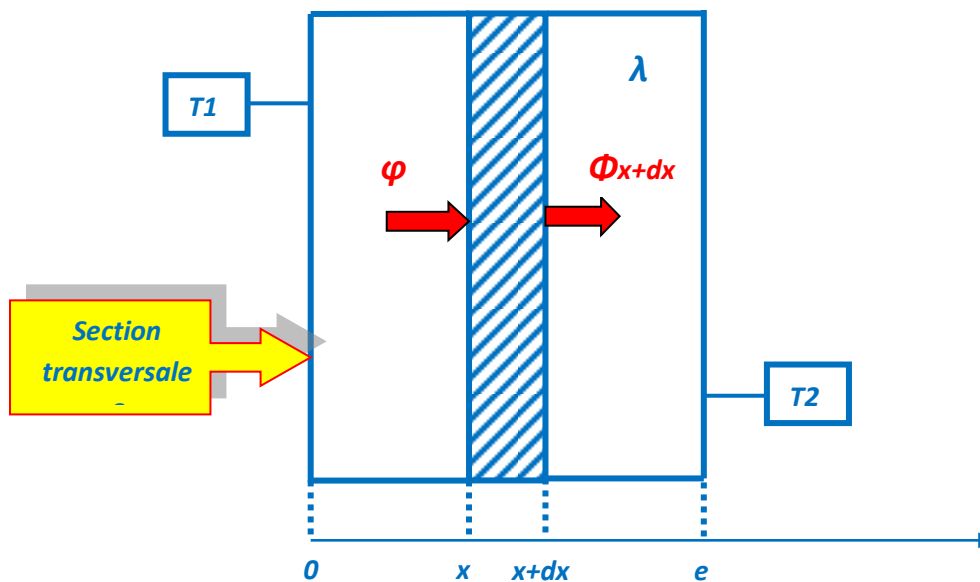


Figure II.9 Bilan thermique élémentaire sur un mur simple.

En effectuant un bilan thermique sur le système (S) constitué par la tranche de mur comprise entre les abscisses x et $x + dx$, il vient :

$$\phi_x = \phi_{x+dx} \Leftrightarrow - \left(\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \right)_x = - \left(\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x+dx}$$

D'où : $\frac{dT}{dx} = A$ et $T(x) = Ax + B$

Avec les conditions aux limites : $T(x=0) = T_1$ et $T(x=e) = T_2$

D'où : $T(x) = T_1 - \frac{x}{e}(T_1 - T_2)$ (II.18)

Le profil de température est donc linéaire. La densité de flux de chaleur traversant le mur s'en déduit par la relation : $\varphi = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$, d'où : $\Phi = \frac{\lambda(T_1 - T_2)}{e}$ (II.19)

La relation (II.19) peut également se mettre sous la forme : $\varphi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e}{\lambda S}}$, cette relation est analogue à la loi d'Ohm en électricité qui définit l'intensité du courant comme le rapport de la différence de potentiel électrique sur la résistance électrique. La température apparaît ainsi comme un potentiel thermique et le terme $\frac{e}{\lambda S}$ apparaît comme la résistance thermique d'un mur plan d'épaisseur e , de conductivité thermique λ et de surface latérale S . On se ramène donc au schéma équivalent représenté sur la figure II.10.

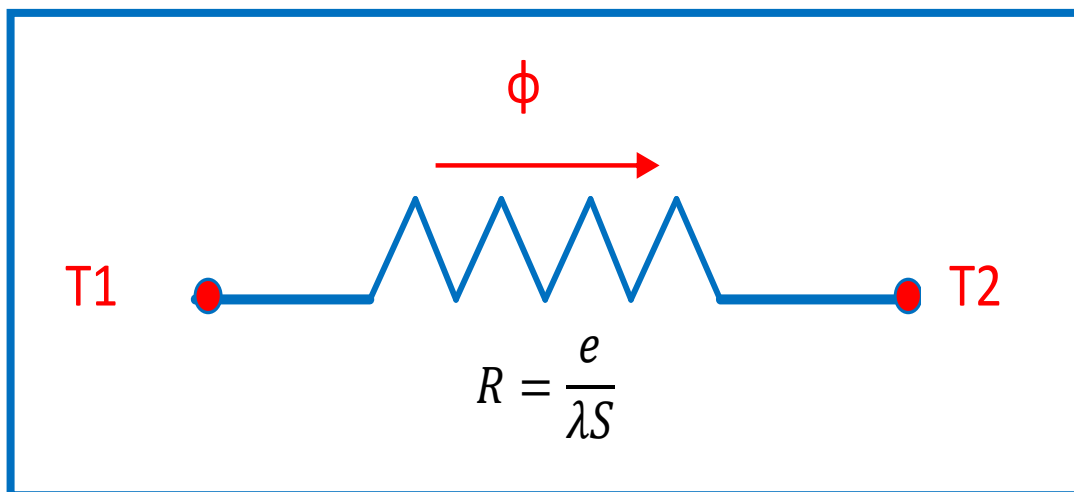


Figure II.10 Schéma électrique équivalent d'un mur simple.

II.6 Notion d’analogie (cas des différentes géométries)

II.6.1 Mur multicouches

C’est le cas des murs réels (schématisé sur la figure II.11) constitués de plusieurs couches de matériaux différents et où on ne connaît que les températures T_{f1} et T_{f2} des fluides en contact avec les deux faces du mur de surface latérale S .

En régime permanent, le flux de chaleur se conserve lors de la traversée du mur et s’écrit :

$$\varphi = h_1 S (T_{f1} - T_1) = \frac{\lambda_A S (T_1 - T_2)}{e_A} = \frac{\lambda_B S (T_2 - T_3)}{e_B} = \frac{\lambda_C S (T_3 - T_4)}{e_C} = h_2 S (T_4 - T_{f2})$$

$$\text{D'où : } \varphi = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1 S} + \frac{e_A}{\lambda_A S} + \frac{e_B}{\lambda_B S} + \frac{e_C}{\lambda_C S} + \frac{1}{h_2 S}} \quad (\text{II.20})$$

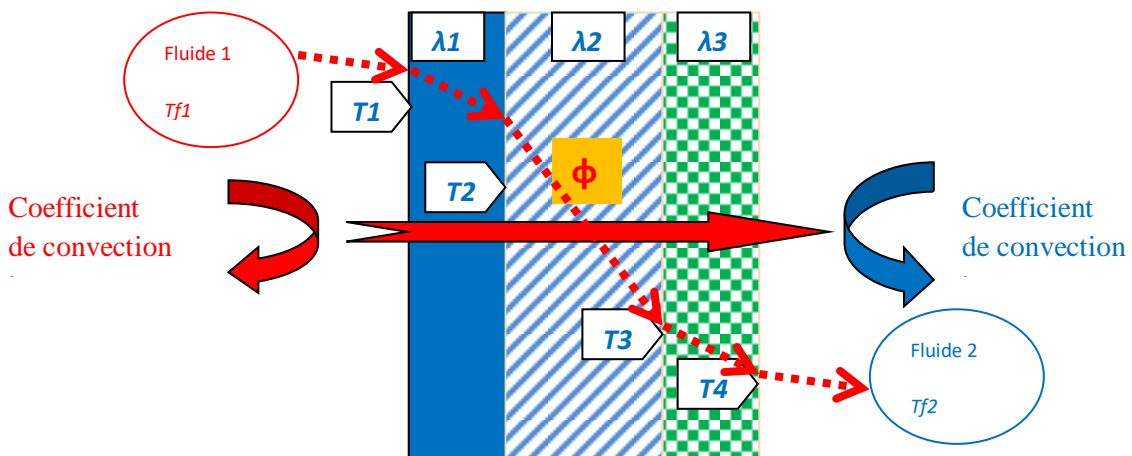


Figure II.11 Schématisation des flux et des températures dans un mur multicouches.

On a considéré que les contacts entre les couches de différentes natures étaient parfaits et qu’il n’existait pas de discontinuité de température aux interfaces. En réalité, compte-tenu de la rugosité des surfaces, une microcouche d’air existe entre les creux des surfaces en regard qui contribue à la création d’une résistance thermique

(l’air est un isolant) appelée résistance thermique de contact. La formule précédente s’écrit alors :

$$\varphi = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1 S} + \frac{e_A}{\lambda_A S} + R_{AB} + \frac{e_B}{\lambda_B S} + R_{BC} + \frac{e_C}{\lambda_C S} + \frac{1}{h_2 S}} \quad (\text{II.21})$$

Le schéma électrique équivalent est représenté sur la figure II.12.

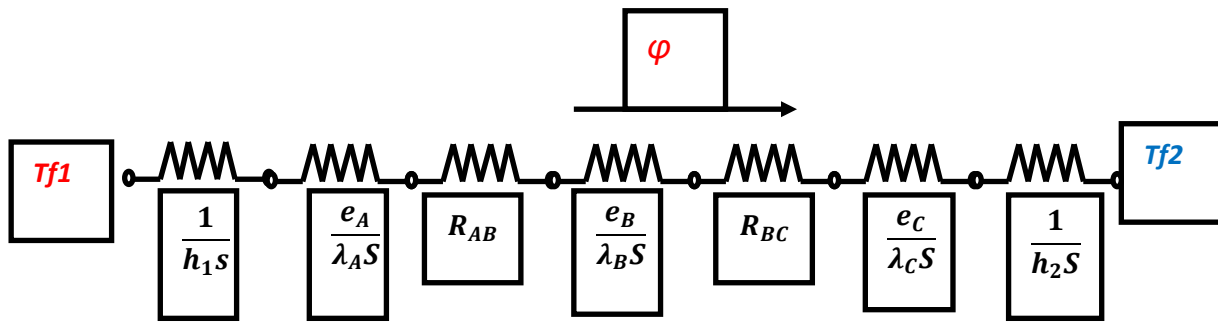


Figure II.12 Schéma électrique équivalent d'un mur multicouche.

II.6.2 Cylindre creux long (tube)

On considère un cylindre creux de conductivité thermique λ , de rayon intérieur r_1 , de rayon extérieur r_2 , de longueur L , les températures des faces internes et externes étant respectivement T_1 et T_2 (cf. figure II.13). On suppose que le gradient longitudinal de température est négligeable devant le gradient radial.

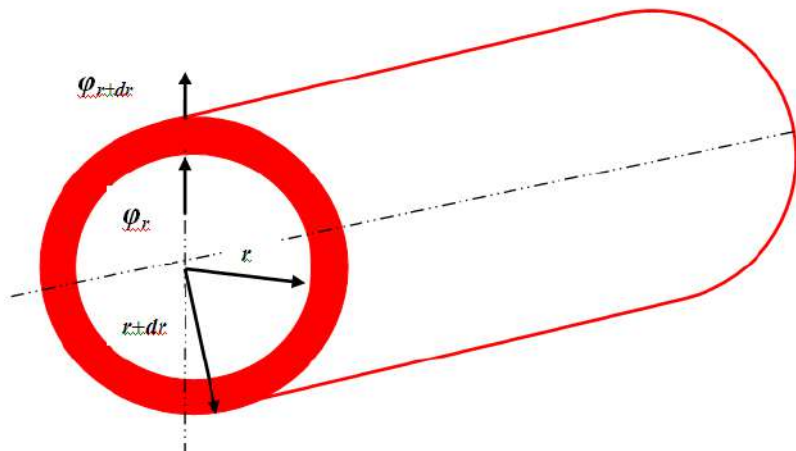


Figure II.13 Schéma des transferts dans un cylindre creux.

Effectuons le bilan thermique du système constitué par la partie de cylindre comprise entre les rayons r et $r + dr$:

Avec $\varphi_r = -\lambda 2\pi r L \left(\frac{dT}{dr}\right)_r$ et $\varphi_{r+dr} = -\lambda 2\pi (r + dr) L \left(\frac{dT}{dr}\right)_{r+dr}$

Soit $-\lambda 2\pi r L \left(\frac{dT}{dr}\right)_r = -\lambda 2\pi (r + dr) L \left(\frac{dT}{dr}\right)_{r+dr}$ d'où $r \frac{dT}{dr} = C$

Avec les conditions aux limites : $T(r_1) = T_1$ et $T(r_2) = T_2$

$$\text{D'où } \frac{T(r) - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (\text{II.22})$$

Cette relation peut aussi être mise sous la forme : $\phi = \frac{T_1 - T_2}{R_{12}}$ avec $R_{12} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi\lambda L}$ et être représentée par le schéma électrique équivalent de la figure II.14.

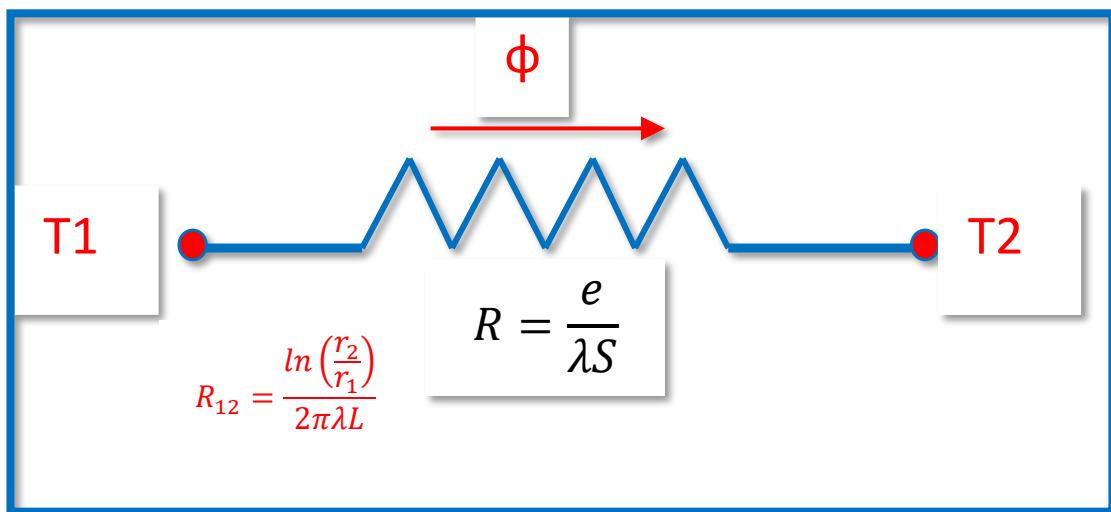


Figure II.14 Schéma électrique équivalent d'un cylindre creux[15].

II.7 Conclusion

Le transfert de chaleur décrit l'échange d'énergie thermique entre les systèmes physiques, en fonction de la température, en dissipant la chaleur. Ce chapitre nous a permis de faire le point sur les généralités de transfert de chaleur et les différents paramètres qui interviennent dans ce phénomène, à fin de procéder et faciliter l'interprétation et la discussion des résultats.

Chapitre III

Formulation Mathématique et Problématique

III.1 Présentation de la méthode des différences finies

III.1.1 Naissance de l'approximation par différences finies

En 1768, Leonhard Euler publia la méthode d'Euler pour la résolution des équations différentielles. La convergence de cette méthode ne sera démontrée par Augustin Louis Cauchy qu'en 1824. Bien que cette méthode fonctionne, elle ne sera qu'anecdotique à l'époque. Pour augmenter la précision de la méthode d'Euler sans en augmenter le nombre de pas, Carl Runge publie la première méthode de Runge-Kutta en 1895, ce travail sera complété en 1905 par Martin Kutta. Il introduira alors la, très utilisée et répandue, méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4 pour les intimes). Richardson, qui avait déjà publié sa méthode d'extrapolation en 1910, tenta de démontrer que le calcul permettait d'effectuer des précision météorologiques. Sa méthode fut publiée en 1922. A l'aide de formulaires standardisés, pour accélérer le calcul en divisant le travail (il pose alors les bases du parallélisme mathématique), il avait estimé que 64000 personnes étaient nécessaires pour que le calcul soit terminé à temps pour prévoir les phénomènes météorologique. Un essai sur les précisions, mais sans tout le personnel, donna des résultats très décevants. Richardson utilisait en effet un maillage beaucoup trop grossier puisqu'il avait découpé la Terre en rectangles de 230 km (latitude) par 200 km (longitude). En 1928, Richard Courant, Kurt Friedrichs et Hans Lewy publient un article concernant les conditions permettant d'assurer la stabilité numérique d'une méthode et ainsi d'éviter la propagation des erreurs [16].

III.1.2 Méthode des différences finies

Sauf quelques cas exceptionnels, on ne connaît pas de solutions analytiques des équations aux dérivées partielles. Il faut donc approcher la solution exacte par des méthodes numériques. Il existe de nombreuses méthodes d'approximation numérique des EDP. Nous présentons dans cette section une des plus anciennes et des plus simples, appelée méthode des différences finies.

La méthode consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans le problème continu par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage.

On expose ci-dessous les idées générales de la méthode et les étapes à suivre [17].

III.1.2.1 Principe de la méthode

Cette méthode est basée sur la technique du développement en séries de Taylor. Elle est due aux travaux de plusieurs mathématiciens du 18-ème siècle (Euler, Taylor, Leibniz, ...). Cette technique permet de développer des schémas pour remplacer les dérivées premières et secondes des EDP pour pouvoir envisager une solution numérique.

Soit u une fonction suffisamment régulière. Des développements de Taylor au voisinage de x donnent :

$$u(x + \Delta x, t) = u(x, t) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) + \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(x, t) + \dots + (-1)^n \frac{\Delta x^n}{n!} \frac{\partial^n u}{\partial x^n}(x, t) + O(\Delta x^{n+1}) \quad (\text{III.1})$$

$$u(x - \Delta x, t) = u(x, t) - \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) - \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(x, t) + \dots + (-1)^n \frac{\Delta x^n}{n!} \frac{\partial^n u}{\partial x^n}(x, t) + O(\Delta x^{n+1}) \quad (\text{III.2})$$

Des développements de **Taylor** au voisinage de t donnent :

$$u(x, t + \Delta t) = u(x, t) + \Delta t \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) + \frac{\Delta t^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) + \frac{\Delta t^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial t^3}(x, t) + \dots + (-1)^n \frac{\Delta t^n}{n!} \frac{\partial^n u}{\partial t^n}(x, t) + O(\Delta t^{n+1}) \quad (\text{III.3})$$

$$u(x, t - \Delta t) = u(x, t) - \Delta t \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) + \frac{\Delta t^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - \frac{\Delta t^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial t^3}(x, t) + \dots + (-1)^n \frac{\Delta t^n}{n!} \frac{\partial^n u}{\partial t^n}(x, t) + O(\Delta t^{n+1}) \quad (\text{III.4})$$

Avec $O(\Delta x^{n+1})$ et $O(\Delta t^{n+1})$: appelés reste ou erreur de troncature.

La puissance de Δx ou Δt avec laquelle l'erreur de troncature tend vers zéro est appelée l'ordre de la méthode [18].

III.1.2.2 Schémas de différences finies

- **Expression des dérivées partielles d'ordre 1**

En tronquant les deux séries (III.1) et (III.3) en premier ordre, on obtient les schémas aux différences avant d'ordre 1 :

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, t) = \frac{u(x + \Delta x, t) - u(x, t)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (\text{III.5})$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = \frac{u(x, t + \Delta t) - u(x, t)}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (\text{III.6})$$

De même, les équations (III.2) et (III.4), donnent les schémas aux différences arrière d'ordre 1 :

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, t) = \frac{u(x, t) - u(x - \Delta x, t)}{\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x) \quad (\text{III.7})$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = \frac{u(x, t) - u(x, t - \Delta t)}{\Delta t} + \mathcal{O}(\Delta t) \quad (\text{III.8})$$

Les schémas aux différences centrées s'obtiennent en soustrayant l'équation (III.2) de l'équation (III.1) et l'équation (III.4) de l'équation (III.3) :

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, t) = \frac{u(x + \Delta x, t) - u(x - \Delta x, t)}{2\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (\text{III.9})$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = \frac{u(x, t + \Delta t) - u(x, t - \Delta t)}{2\Delta t} + \mathcal{O}(\Delta t^2) \quad (\text{III.10})$$

Des schémas aux différences finies d'ordre supérieur peuvent être construits en manipulant des développements de Taylor.

- **Expression des dérivées partielles d'ordre 2**

La dérivée seconde est obtenue en additionnant l'équation (III.1) à l'équation (III.2) et l'équation (III.3) à l'équation (III.4) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = \frac{u(x + \Delta x, t) - 2u(x, t) + u(x - \Delta x, t)}{\Delta x^2} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (\text{III.11})$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) = \frac{u(x, t + \Delta t) - 2u(x, t) + u(x, t - \Delta t)}{\Delta t^2} + \mathcal{O}(\Delta t^2) \quad (\text{III.12})$$

On obtient un schéma approximant la dérivée seconde dite "centré" d'ordre deux. Il existe aussi une formulation "avant" et "arrière", toutes les deux d'ordre 1. Il est également possible de construire, par le même procédé, des schémas aux différences finies d'ordre supérieur pour les dérivées troisième, quatrième, etc. [19].

III.1.3 Maillage

Un maillage est un ensemble de points isolés (nœuds) situés dans le domaine de définition ou en veut résoudre notre EDP. Le maillage comprend aussi les nœuds situés sur la frontière du domaine pour pouvoir imposer les conditions aux limites et les conditions initiales. - Pas de maillage : On n'appelle pas de maillage la distance entre deux nœuds voisins situés sur une droite parallèle à l'un des axes.

Dans la pratique le pas est constant, mais des fois il impératif d'introduire un pas variable. - Exemples de maillage 1. Cas d'un EDO dont le domaine d'étude est l'intervalle [0,1] un maillage a pas constant est caractérisés par les n+1 points ou nœuds, $x_i = ih$, $0 \leq i \leq n$

et le pas $h = 1/n$. Les deux points de frontière sont $x_0 = 0$ et $x_n = 1$ ont partie du maillage. 2. Cas d'une EDP définie sur un domaine $\Omega = [0, 1] \times [0, 1]$. Les nœuds sont définis pour $(x_i, y_i) = (ihx, ihy)$, $hx = 1/n$ et $hy = 1/m$ [20].

III.2 condition aux limites

En mathématiques, une condition aux limites est une contrainte sur les valeurs que prennent les solutions des équations aux dérivées ordinaires et des équations aux dérivées partielles sur une frontière.

Il existe un grand nombre de conditions aux limites possibles, en fonction de la formulation du problème, du nombre de variables en jeu, et (de manière plus importante) de la nature de l'équation.

Les conditions imposées au temps $t=0$ sont appelées conditions initiales. On peut aussi imposer des conditions aux limites, par exemple, dans la limite pour $t \rightarrow \infty$

Les conditions aux limites de Dirichlet et de Neumann sont utilisées pour les équations différentielles partielles elliptiques, telles que l'équation de Helmholtz.

III.2.1 conditions initiales

En physique ou en mathématiques, on définit comme conditions initiales les éléments nécessaires à la détermination de la solution complète et si possible unique d'un problème, éléments qui décrivent l'état du système à l'instant initial, c'est-à-dire l'état de départ.

Plus formellement, on appelle « condition initiale » l'espace d'état d'un système étudié à l'instant initial. C'est ce qui permet de déterminer les coefficients des solutions des équations différentielles, par exemple les équations de mouvement des corps.

Les conditions initiales sont à différencier des conditions aux limites.

III.2.2 condition aux limites de Dirichlet

En mathématiques, une condition aux limites de Dirichlet (nommée d'après Johann Dirichlet) est imposée à une équation différentielle ou à une équation aux dérivées partielles lorsque l'on spécifie les valeurs que la solution doit vérifier sur les frontières/limites du domaine.

- Pour une équation différentielle, par exemple :

$$Y'' + Y = 0 \quad (\text{III.13})$$

la condition aux limites de Dirichlet sur l'intervalle $[a,b]$ s'exprime par :

$$Y(a) = \alpha \text{ et } y(b) = \beta$$

Où α et β sont deux nombres donnés.

- Pour une équation aux dérivées partielles, par exemple :

$$\Delta Y + Y = 0 \quad (\text{III.14})$$

Où Δ est le Laplacien (opérateur différentiel), la condition aux limites de Dirichlet sur un domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ s'exprime par :

$$Y(x) = f(x) \quad \forall x \in \partial\Omega \quad (\text{III.15})$$

Où f est une fonction connue définie sur la frontière $\partial\Omega$.

III.2.3 condition aux limites de Neumann

En mathématiques, une condition aux limites de Neumann (nommée d'après Carl Neumann) est imposée à une équation différentielle ou à une équation aux dérivées partielles lorsque l'on spécifie les valeurs des dérivées que la solution doit vérifier sur les frontières/limites du domaine.

- Pour une équation différentielle, par exemple :

$$Y'' + Y = 0 \quad (\text{III.16})$$

la condition aux limites de Neumann sur l'intervalle $[a,b]$ s'exprime par :

$$Y(a) = \alpha \text{ et } y'(b) = \beta$$

Où α et β sont deux nombres donnés.

- Pour une équation aux dérivées partielles, par exemple :

$$\Delta Y + Y = 0 \quad (\text{III.17})$$

Où Δ est le Laplacien (opérateur différentiel), la condition aux limites de Neumann sur un domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ s'exprime par :

$$\frac{\partial y}{\partial n}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) \forall \mathbf{x} \in \partial\Omega \quad (\text{III.18})$$

où f est une fonction scalaire connue définie sur la limite $\partial\Omega$ et \vec{n} est le vecteur normal à la frontière $\partial\Omega$. La dérivée normale dans le membre de gauche de l'équation, est définie par

$$\frac{\partial y}{\partial n}(x) = \text{grad}y(x) \cdot \vec{n}(x) \quad (\text{III.19})$$

III.3 les discrétisations en 1D et 2D par la méthode des différences finies

III.3.1 Principe ordre de précision

La méthode des différences finies consiste à approximer les dérivées des équations de la physique au moyen des développements de Taylor et se déduit directement de la définition de la dérivée. Elle est due aux travaux de plusieurs mathématiciens du 18ème siècle (Euler, Taylor, Leibniz...).

❖ Soit $u(x,y,z,t)$ une fonction de l'espace et du temps. Par définition de la dérivée, on a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x+\Delta x, y, z, t) - u(x, y, z, t)}{\Delta x} \quad (\text{III.20})$$

Si Δx est petit, un développement de Taylor de $u(x+\Delta x, y, z, t)$ au voisinage de x donne:

$$u(x + \Delta x, y, z, t) = u(x, y, z, t) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}(x, y, z, t) + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y, z, t) + \frac{\Delta x^3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(x, y, z, t) + \dots$$

En tronquant la série au premier ordre en Δx , on obtient:

$$\frac{u(x+\Delta x, y, z, t) - u(x, y, z, t)}{\Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x}(x, y, z, t) + \mathcal{O}(\Delta x) \quad (\text{III.21})$$

L'approximation de la dérivée $\frac{\partial u}{\partial x}(x)$ est alors d'ordre 1. Indiquant que l'erreur de troncature $Q(\Delta x)$ tend vers zéro comme la puissance première de Δx .

❖ **Définition:**

La puissance de Δx avec laquelle l'erreur de troncature tend vers zéro est appelée l'ordre de la méthode.

III.3.2 Notation indicielle -cas 1 D

Considérons un cas monodimensionnel où l'on souhaite déterminer une grandeur $u(x)$ sur l'intervalle $[0,1]$. La recherche d'une discrète de la grandeur u amène à constituer un maillage de l'intervalle de définition. On considère un maillage (ou grille de calcul) composé

de $N+1$ points x_i pour $i=0, \dots, N$ régulièrement espacés avec un pas Δx . Les points $x_i=i\Delta x$ sont appelés les nœuds du maillage.

Le problème continu de départ de détermination d'une grandeur sur une ensemble de dimension infinie se ramène ainsi à la recherche de N valeurs discrètes de cette grandeur aux différents nœuds du maillage.

❖ **Notation:**

On note u_i la valeur discrète de $u(x)$ au point x_i , soit $u_i=u(x_i)$. De même pour la dérivée de $u(x)$ au nœud x_i , on note:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=x_i} = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = u'_i \quad (\text{III.22})$$

Cette notation s'utilise de façon équivalente pour toutes les dérivées d'ordre successif de la grandeur u .

Les schémas aux différences finies d'ordre 1 présente au-dessus s'écrit, en notation indiciaire:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_{i+1}-u_i}{\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x) \quad (\text{III.23})$$

Ce schéma est dit «avant» ou «décentré avant» ou au vent.

Il est possible de construire un autre schéma d'ordre 1, appelé «arrière»:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_i-u_{i-1}}{\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x) \quad (\text{III.24})$$

III.3.2.1 Schéma d'ordre supérieur

Des schémas aux différences finies d'ordre supérieur peuvent être construits en manipulant des développements de Taylor au voisinage de x_i . On écrit:

$$u_{i+1} = u(x_i + \Delta x) = u_i + \Delta x \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i + \mathcal{O}(\Delta x^3) \quad (\text{III.25})$$

$$u_{i-1} = u(x_i - \Delta x) = u_i - \Delta x \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i + \mathcal{O}(\Delta x^3) \quad (\text{III.26})$$

La soustraction de ces deux relations donne:

$$u_{i+1} - u_{i-1} = 2\Delta x \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i + \mathcal{O}(\Delta x^3)$$

Ce qui permet d'obtenir le schéma d'ordre deux dit «centré» pour approximer la dérivée première de u :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_{i+1}-u_{i-1}}{2\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (\text{III.27})$$

Pour obtenir des ordres supérieurs, il faut utiliser plusieurs nœuds voisins de x_i . Le nombre de points nécessaires à l'écriture du schéma s'appelle le stencil. Par exemple, un schéma aux différences finies d'ordre 3 pour la dérivée première s'écrit:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{-u_{i+2} + 6u_{i+1} - 3u_i - 2u_{i-1}}{6\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x^3) \quad (\text{III.28})$$

III.3.2.2 Dérivée d'ordre supérieur

Le principe est identique et repose sur les développements de Taylor au voisinage de x_i . Par exemple pour construire un schéma d'approximation de la dérivée seconde de u , on écrit:

$$u_{i+1} = u_i + \Delta x \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i + \frac{\Delta x^3}{6} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_i + \mathcal{O}(\Delta x^4) \quad (\text{III.29})$$

$$u_{i-1} = u_i - \Delta x \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i - \frac{\Delta x^3}{6} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_i + \mathcal{O}(\Delta x^4) \quad (\text{III.30})$$

En faisant la somme de ces deux égalités, on aboutit à:

$$u_{i+1} - u_{i-1} - 2u_i = \Delta x^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i + \mathcal{O}(\Delta x^4)$$

Ce qui permet d'obtenir les schémas d'ordre deux dit «centré» pour approximer la dérivée seconde de u :

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta x^2} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (\text{III.31})$$

Il existe aussi une formulation «avant» et «arrière» pour la dérivée seconde, toute deux d'ordre 1:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i = \frac{u_{i+2} - 2u_{i+1} + u_i}{\Delta x^2} + \mathcal{O}(\Delta x) \quad (\text{III.32})$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i = \frac{u_i - 2u_{i-1} + u_{i-2}}{\Delta x^2} + \mathcal{O}(\Delta x) \quad (\text{III.33})$$

Il est également possible de construire, par le même procédé, des schémas aux différences finies d'ordre supérieur pour les dérivées deuxième, troisième, etc. [22].

III.3.3 Dérivée croisée

Déterminons une approximation de la dérivée croisée $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ de la fonction de deux variables $f(x, y)$. La discrétisation du domaine de calcul est bidimensionnelle et fait intervenir deux pas d'espace supposés constants Δx et Δy dans les directions x et y .

Le principe est toujours basé sur les développements de Taylor:

$$f(x_{i+l}, y_{j+m}) = f(x_i, y_j) + l\Delta x \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i + m\Delta y \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_j + \frac{(l\Delta x)^2}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i + \frac{(m\Delta y)^2}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_j + \frac{2ml\Delta x \Delta y}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} + \dots \quad (\text{III.34})$$

Au voisinage du point (i, j)

$$\begin{aligned} f_{i+1,j+1} &= f_{i,j} + \Delta x \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i + \Delta y \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_j + \Delta x \Delta y \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i + \frac{\Delta y^2}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_i \\ f_{i-1,j-1} &= f_{i,j} - \Delta x \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i - \Delta y \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_j + \Delta x \Delta y \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i + \frac{\Delta y^2}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_i \\ f_{i+1,j-1} &= f_{i,j} + \Delta x \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i - \Delta y \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_j - \Delta x \Delta y \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i + \frac{\Delta y^2}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_i \\ f_{i-1,j+1} &= f_{i,j} - \Delta x \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i + \Delta y \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_j - \Delta x \Delta y \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i + \frac{\Delta y^2}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_i \end{aligned}$$

En effectuant une approximation linéaire des quatre équations précédentes ((1)+(2)-(3)-(4)), nous obtenons une approximation de la dérivée croisée à l'ordre 1[23].

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j+1} - f_{i+1,j-1} - f_{i-1,j+1} + f_{i-1,j-1}}{4\Delta x \Delta y} \quad (\text{III.35})$$

III.3.4 Discrétisation de l'équation de la chaleur 1D

Considérons le problème monodimensionnel de la conduction de la chaleur dans une barre de 1 m de longueur. Le champs de température $T(x,t)$ vérifie l'équation de la chaleur:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (\text{III.36})$$

A cette EDP s'ajoute deux conditions aux limites aux extrémités de la barre
 $T(0,t)=T_g$ et $T(1,t)=T_d$ ainsi qu'une condition initiale $T(x,0)=T_0$

L'intervalle $[0,1]$ est discrétisé en $N+1$ nœuds de coordonnées x_i (i variant de 0 à N) régulièrement espacés.

Notons Δx le pas d'espace. Le temps est discrétisé en intervalle de pas constant Δt .

Notons la température au nœud $x_i=i\Delta x$ et à l'instant $t=n\Delta t$.

On peut utiliser deux approches pour discrétiser cette équation de la chaleur.

La première dite explicite utilise une discrétisation au nœud x_i et à l'itération courant en:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_i^n = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_i^n \tag{III.37}$$

La seconde dite implicite utilise une discrétisation au nœud x_i et à l'itération $n+1$:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_i^{n+1} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_i^{n+1} \tag{III.38}$$

III.3.4.1 schéma explicite

Nous utilisons un schéma avant d'ordre 1 pour évaluer la dérivée temporelle et un schéma centré d'ordre 2 pour la dérivée seconde en espace:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_i^n &= \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \\ \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_i^n &= \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2} \end{aligned} \tag{III.39}$$

En posant $\lambda = \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$, la température à l'itération $n + 1$ est donnée par:

$$T_i^{n+1} = \lambda T_{i-1}^n + (1 - 2\lambda)T_i^n + \lambda T_{i+1}^n \quad i \text{ variant de } 1 \text{ à } N - 1. \tag{III.40}$$

Soit sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_{N-2} \\ T_{N-1} \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} 1 - 2\lambda & \lambda & 0 & \dots & 0 \\ \lambda & 1 - 2\lambda & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \lambda & 1 - 2\lambda & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 1 - 2\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_{N-2} \\ T_{N-1} \end{bmatrix}^n + \lambda \begin{bmatrix} T_g \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ T_d \end{bmatrix}$$

III.3.4.2 Schéma implicite

Nous utilisons un schéma arrière d'ordre 1 pour évaluer la dérivée temporelle et un schéma centré d'ordre 2 pour la dérivée seconde en espace :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_i^{n+1} &= \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \\ \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_i^{n+1} &= \frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

En posant $\lambda = \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$, la température à l'itération $n + 1$ est donnée par:

$$(1 + 2\lambda)T_i^{n+1} - \lambda(T_{i-1}^{n+1} + T_{i+1}^{n+1}) = T_i^n \quad i \text{ variant de } 1 \text{ à } N + 1. \quad (\text{III.41})$$

On constate que les inconnues à l'itération $n + 1$ sont reliées entre elle par une relation implicite. Sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} 1 + 2\lambda & -\lambda & 0 & \dots & 0 \\ -\lambda & 1 + 2\lambda & -\lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & -\lambda & 1 + 2\lambda & -\lambda \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1 + 2\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_{N-2} \\ T_{N-1} \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_{N-2} \\ T_{N-1} \end{bmatrix}^n + \lambda \begin{bmatrix} T_g \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ T_d \end{bmatrix}$$

A chaque itération, le vecteur des inconnues discrètes se détermine par résolution d'un système linéaire.

La matrice du système étant tri-diagonale, un algorithme de Thomas (basé sur la méthode du pivot de Gauss) est très souvent utilisé.

III.3.5 Discrétisation de l'équation de la chaleur 2D stationnaire

Considérons le problème bidimensionnel stationnaire de la conduction de la chaleur dans un domaine rectangulaire $[0, L_x] \times [0, L_y]$. Le champ de température $T(x, y)$ vérifie

$$\text{l'équation de Laplace: } \begin{cases} \Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 & , \quad (x, y) \in [0, L_x] \times [0, L_y] \\ T(0, y) = T_g & \text{et } T(L_x, y) = T_d & 0 < y < L_y \\ T(x, 0) = T_b & \text{et } T(x, L_y) = T_h & 0 < x < L_x \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

Le domaine de calcul est discrétisé en $(N+1) \times (P+1)$ nœuds (x_i, y_j) (i variant de 0 à N et j variant de 0 à P). On supposera que les pas d'espace dans chaque direction Δx et Δy sont constantes. La température discrète au nœud (x_i, y_j) sera notée $T_{ij} = T(x_i, y_j)$.

Nous utilisons un schéma centré d'ordre 2 pour approximer les dérivées secondes en espace:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{ij} &= \frac{T_{i+1,j} - 2T_{ij} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} \\ \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)_{ij} &= \frac{T_{i,j+1} - 2T_{ij} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} \end{aligned} \tag{III.43}$$

La formulation discrétisée est alors, pour i variant de 1 à N – 1 et j variant de 1 à P – 1 :

$$\Delta y^2(T_{i+1,j} + T_{i-1,j}) + \Delta x^2(T_{i,j+1} + T_{i,j-1}) - 2(\Delta x^2 + \Delta y^2)T_{ij} = 0 \tag{III.44}$$

Soit sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} -2A & \Delta y^2 & 0 & \Delta x^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta y^2 & -2A & \Delta y^2 & 0 & \Delta x^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta y^2 & -2A & 0 & 0 & \Delta x^2 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta x^2 & 0 & 0 & -2A & \Delta y^2 & 0 & \Delta x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta x^2 & 0 & \Delta y^2 & -2A & \Delta y^2 & 0 & \Delta x^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta x^2 & 0 & \Delta y^2 & -2A & 0 & 0 & \Delta x^2 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta x^2 & 0 & 0 & -2A & \Delta y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta x^2 & 0 & \Delta y^2 & -2A & \Delta y^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta x^2 & 0 & \Delta y^2 & -2A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \\ T_{31} \\ T_{12} \\ T_{22} \\ T_{32} \\ T_{13} \\ T_{23} \\ T_{33} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Delta x^2 T_b + \Delta y^2 T_g \\ \Delta x^2 T_b \\ \Delta x^2 T_b + \Delta y^2 T_d \\ \Delta y^2 T_g \\ 0 \\ \Delta y^2 T_d \\ \Delta x^2 T_h + \Delta y^2 T_g \\ \Delta x^2 T_h \\ \Delta x^2 T_h + \Delta y^2 T_d \end{bmatrix}$$

Dans le cas où les pas d'espace sont identiques $\Delta x = \Delta y$, la formulation devient, pour i variant de 1 à N-1 et j variant de 1 à P-1:

$$T_{i+1,j} + T_{i,j-1} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} - 4T_{ij} = 0 \tag{III.45}$$

Soit sous forme matricielle, pour N=P=4:

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \\ T_{31} \\ T_{12} \\ T_{22} \\ T_{32} \\ T_{13} \\ T_{23} \\ T_{33} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} T_b + T_g \\ T_b \\ T_b + T_d \\ T_g \\ 0 \\ T_d \\ T_h + T_g \\ T_h \\ T_h + T_d \end{bmatrix}$$

Notons I la matrice identique d'ordre 3 et D la matrice de dimension 3 définie par:

$$D = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

Notons T1, T2 et T3 les vecteurs à 3 composantes définies par:

$$T_1 = \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \\ T_{31} \end{bmatrix} \quad T_2 = \begin{bmatrix} T_{12} \\ T_{22} \\ T_{32} \end{bmatrix} \quad T_3 = \begin{bmatrix} T_{13} \\ T_{23} \\ T_{33} \end{bmatrix}$$

Le système peut s'écrire sous la forme matricielle bloc suivante:

$$\begin{bmatrix} D & I & 0 \\ I & D & I \\ 0 & I & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}$$

La matrice obtenue est tri-diagonale et chacun de ses blocs est tri-diagonale. La résolution du système peut s'effectuer par une méthode de Thomas matriciel où une méthode itérative matricielle (méthode de Gauss–Seidel) [24].

III.4 Méthodes de résolution itératives des systèmes algébriques

On utilise les méthodes itératives pour les matrices d'ordre élevé, comportant de nombreux éléments nuls (matrice creuse), qui font passer l'inconnue estimée $X(k)$ à une autre estimée $X(k+1)$, s'il y a convergence, la solution ne pouvait être atteinte qu'après un nombre d'itérations. Parmi ces méthodes, nous citons :

III.4.1 La méthode de Jacobi

Elle est basée sur la transformation du système $[A][X]=[B]$ en :

$$x_i^{k+1} = [b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j^k] / a_{ii}; \quad (i \neq j), i=1, \dots, n \tag{III.46}$$

On estime une valeur arbitraire initial X_1 pour $(K=0)$, le calcul sera arrêté :

si $|x_i^{(k+1)} - x_i^k| < \epsilon$ dans le cas d'une précision absolue.

et $\frac{|x_i^{(k+1)} - x_i^k|}{x_i^k} < \epsilon$ dans le cas d'une précision relative.

ε : Précision imposée par l'utilisateur.

III.4.2 Méthode de Gauss Seidel

La méthode de Gauss -Seidel est une méthode itérative de résolution d'un système linéaire (de dimension finie) de la forme $Ax = b$, ce qui signifie qu'elle génère une suite qui converge vers une solution de cette équation, lorsque celle-ci en a une et lorsque des conditions de convergence sont satisfaites (par exemple lorsque A est symétrique définie positive). L'algorithme suppose que la diagonale de A est formée d'éléments non nuls.

Le principe de cette méthode peut s'étendre à la résolution de systèmes d'équations non linéaires et à l'optimisation, mais avec des conditions d'efficacité moins claires. En optimisation, l'utilité de cette approche dépendra beaucoup de la structure du problème.

Elle consiste à transformer le système $[A][X] = [B]$ en :

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k+1)} \frac{[b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^k]}{a_{ii}} \quad (\text{III.47})$$

Avec $i=1, \dots, n$

En donnant aux inconnues x_i^k des valeurs arbitraires initiales x_i^0 (pour $k = 0$)

Le processus sera arrêté si:

$|x_i^{(k+1)} - x_i^k| < \varepsilon$ dans le cas d'une précision absolue.

et $\frac{|x_i^{(k+1)} - x_i^k|}{x_i^k} < \varepsilon$ dans le cas d'une précision relative.

ε : Précision imposée par l'utilisateur.

III.5 Problématique et géométrie

Premièrement, notre problème c'est l'effet de feu sur le mur du hangar en acier. Nous avons simplifié notre problème, ou une plaque bidimensionnelle en acier bien sûr soumis à flux thermique (flux de feu a la côté gauche comme monter dans la figure III.1). Donc on peut dire que notre problème c'est un problème thermo-mécanique, pour cela il faut de bien choisis les équations physique concernant ce problème avec les conditions aux limites et initiaux.

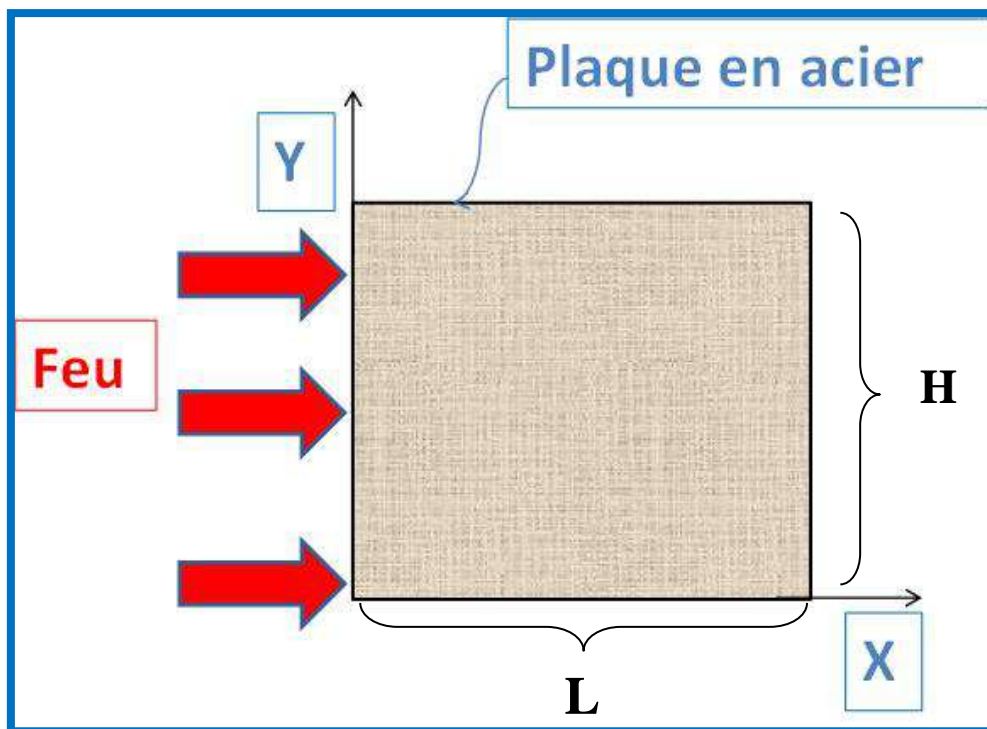


Figure III.1 Présentation de la géométrie étudiée.

III.5.1 L'équation de la chaleur

On utilise l'équation de la conduction thermique

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.48})$$

Et aussi

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.49})$$

Tel que :

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

-Avec les conditions initiales et aux limites :

$$\begin{aligned} t = 0, \quad T &= 25^\circ\text{C} \\ x = 0, \quad \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) &= \varphi = \text{cste} \end{aligned}$$

-Les hypothèses :

- les propriétés physiques de la plaque sont constantes λ, ρ et c_p .

III.5.2 L'équation de la déformation (élastique dans cette étude)

Cette fois-ci, on doit choisir une fonction mathématique avec laquelle on relie la déformation et la température, certainement avec l'utilisation des données de la courbe Contrainte-Déformation (**Traction d'acier**) avec différentes températures.

III.5.3 Discrétisation de l'équation de la chaleur par Méthode des différences finies

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{ij} - T_{i-1,j}}{\Delta t} \quad (\text{III.50})$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}}{\Delta X^2} \quad (\text{III.51})$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_{i,j-1} - 2T_{i,j} + T_{i,j+1}}{\Delta y^2} \quad (\text{II.52})$$

Donc on remplace les équations III.50, 51 et 52 dans l'équation III.49 :

$$\frac{T_{ij} - T_{i-1,j}}{\Delta t} = \alpha \left[\left(\frac{T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}}{\Delta X^2} \right) + \left(\frac{T_{i,j-1} - 2T_{i,j} + T_{i,j+1}}{\Delta y^2} \right) \right]$$

Si $\Delta x = \Delta y$

$$\frac{T_{ij} - T_{i-1,j}}{\Delta t} = \left(\frac{\alpha}{\Delta X^2} \right) [T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j} + T_{i,j-1} - 2T_{i,j} + T_{i,j+1}]$$

Et aussi

$$T_{ij} - T_{i-1,j} = \left(\frac{\alpha \Delta t}{\Delta X^2} \right) [T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j} + T_{i,j-1} - 2T_{i,j} + T_{i,j+1}]$$

Finalement:

$$T_{ij} = \left[\left(\frac{\alpha \Delta t}{\Delta X^2} \right) (T_{i-1,j} + T_{i+1,j} + T_{i,j-1} + T_{i,j+1}) \right] / \left[1 + 4 \left(\frac{\alpha \Delta t}{\Delta X^2} \right) \right]$$

Avec :

$$A = \left(\frac{\alpha \Delta t}{\Delta X^2} \right)$$

$$B = \left[1 + 4 \left(\frac{\alpha \Delta t}{\Delta X^2} \right) \right]$$

Donc :
$$T_{i,j} = [A(T_{i-1,j} + T_{i+1,j} + T_{i,j-1} + T_{i,j+1})]/B \quad (\text{III.53})$$

résolution du système peut s'effectuer par une méthode itérative matricielle (méthode de jacobi)

III.5.4 L'organigramme

Pour bien décrire notre travail et simulation numérique, on présent ici l'organigramme des étapes de programmation :

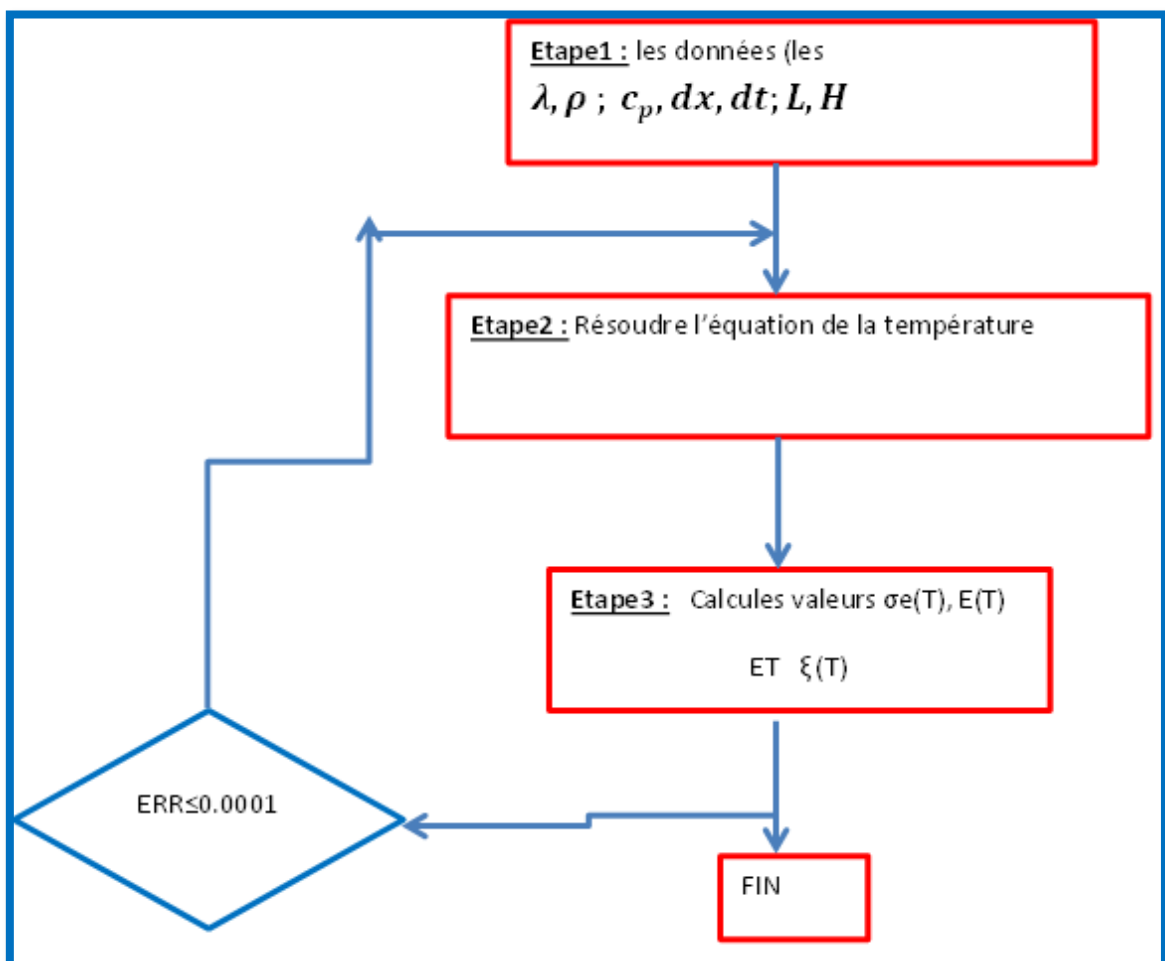


Figure III.2 Présentation de l'organigramme [15].

Chapitre IV

Résultats & Discussions

IV.1 Etude thermique (conduction thermique)

Représentation du champs thermique en 3D avec MATLAB de la plaque en acier, bien sûr avec différents flux thermique.

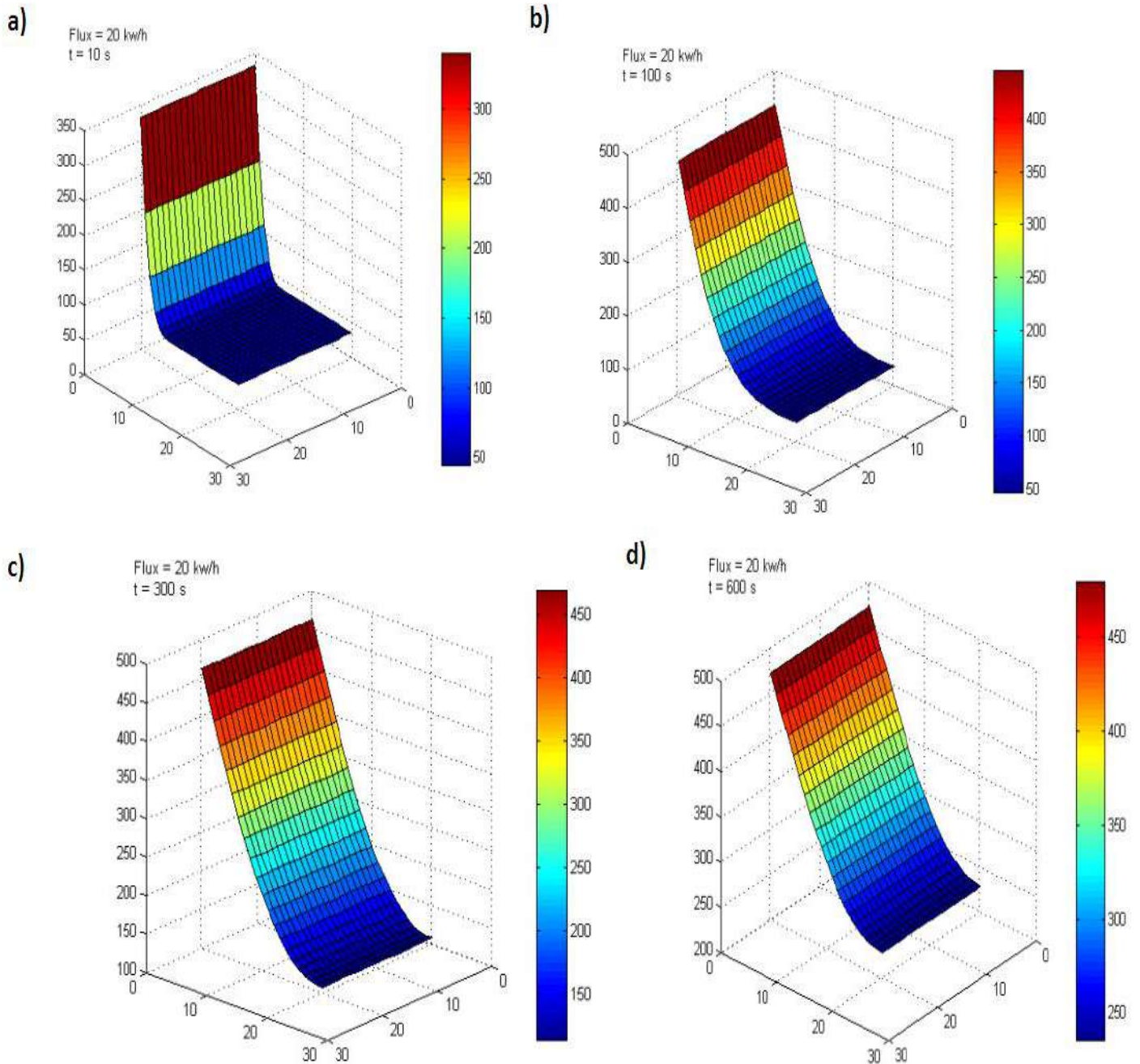


Figure IV.1 Champs thermique avec le **flux =20 kw/h.**

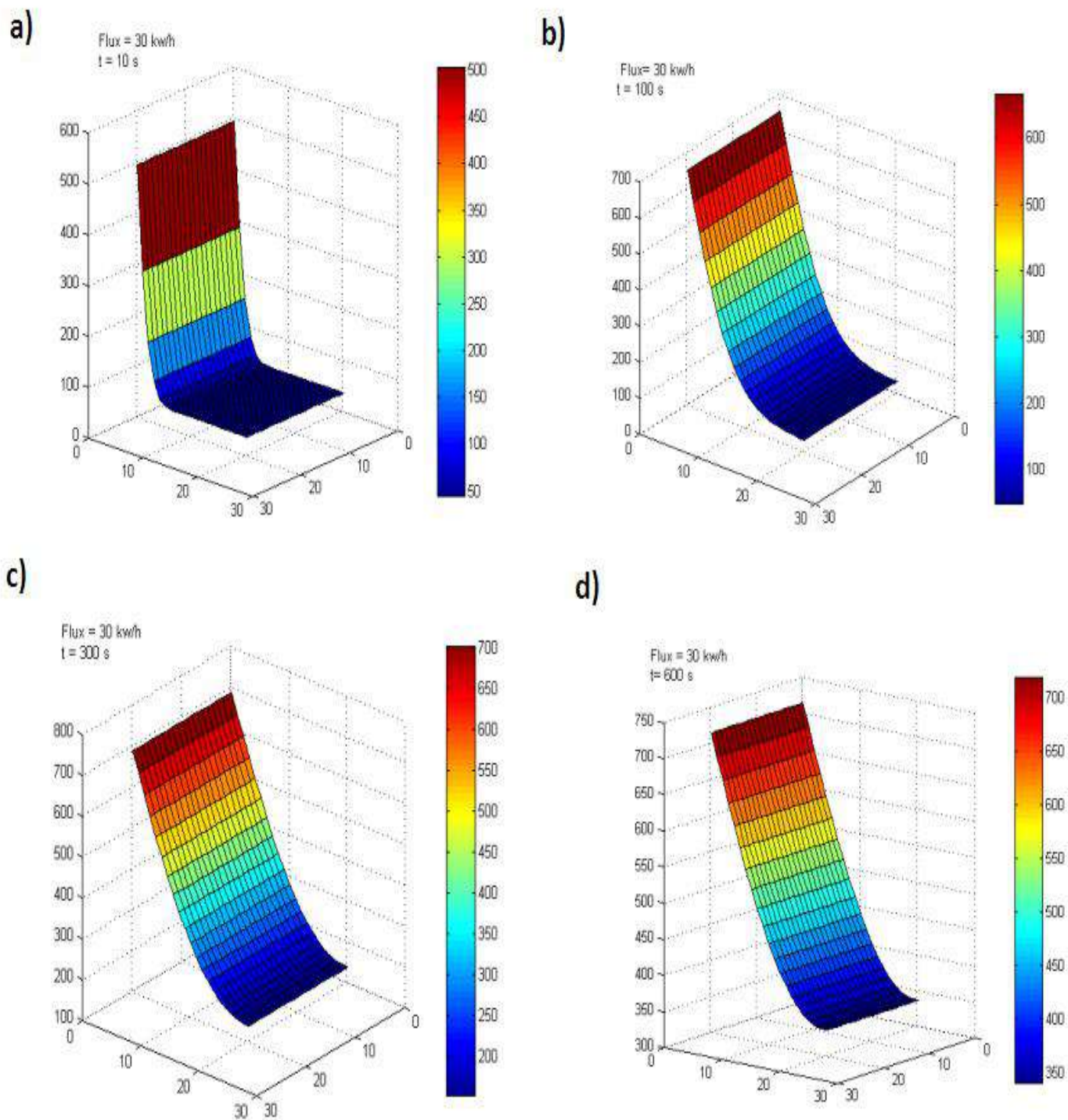


Figure IV.2 Champs thermique avec le flux =30 kw/h.

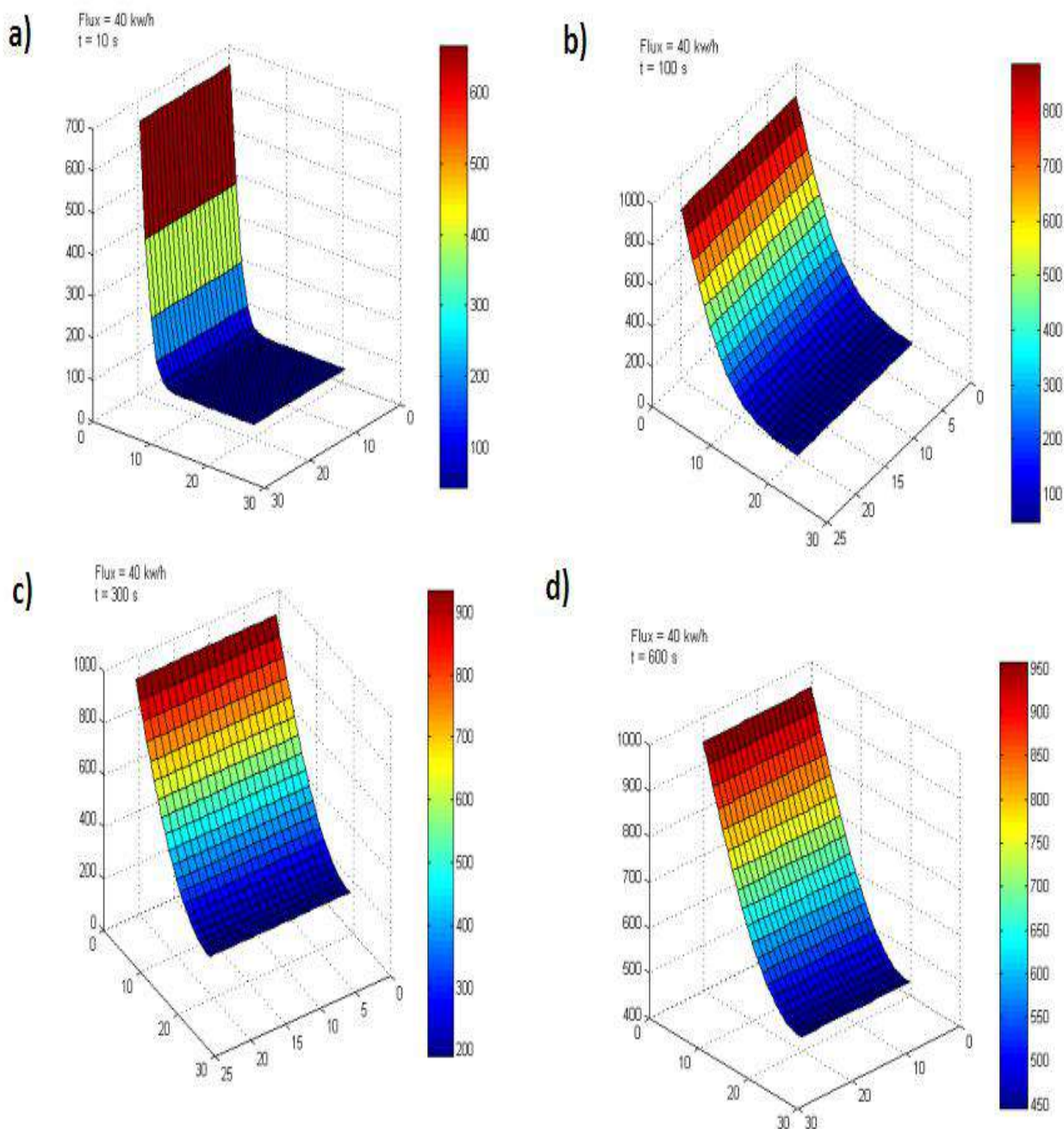


Figure IV.3 Champs thermique avec le flux =40 kw/h.

Les figure IV.1,2 et 3 , représentent le champs thermique (en 3D avec MATLAB) de la plaque en acier, bien sûr avec différents flux thermique 20, 30 et 40kw/h. Par exemple dans

la figure IV.1, on constate que le champ thermique augmente avec l'augmentation du temps (théoriquement c'est juste). Si on fait la comparaison entre les trois figures IV.1 2 et 3, on trouve que les valeurs des températures augmentent avec l'augmentation de flux (par exemple dans les figures IV.1b, IV.2b et IV.3b).

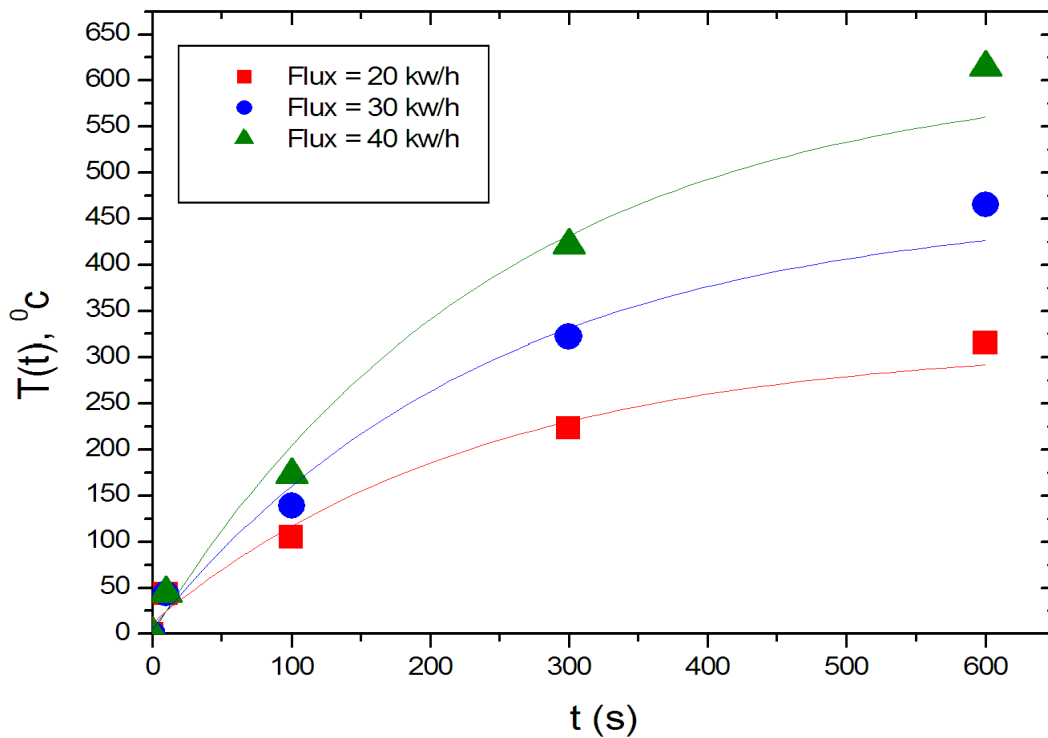


Figure IV.4 Champs thermique avec différentes flux =20,30 et 40 kw/h.

Figure IV.4, représente, la dépendance entre la température et le temps aux différentes flux 20, 30 et 40 kw/h, on trouve que la température change avec le temps de façon logarithmique (comme la théorie). Et la valeur finale de la température augmente avec l'augmentation du flux thermique.

IV.2 Etude mécanique (Déformation Élastique)

Dans cette partie, nous avons fait notre étude de façon explicite (c-à-d : de façon simplifier). Alors pour étudier la partie de l'effet de feu sur le comportement mécanique de la plaque en acier (concernant la déformation élastique dans notre travail), on utilise premièrement les données de courbe contrainte-déformation d'acier [11], bien sûr pour différentes températures. Donc, nous avons tracé la contrainte à la limite élastique et le coefficient de YOUNG en fonction de la température (comme montré dans la figure IV.5a et b),

on trouve une dépendance linéaire entre la température et la contrainte à la limite élastique, et aussi même chose pour le coefficient de YOUNG (Equation I.2, I.3).

$$\sigma_e(T) = 590 - 0.65 T \quad (\text{IV.1})$$

$$E(T) = 190356 - 199 T \quad (\text{IV.2})$$

Et pour la déformation élastique en utilise directement la loi de HOOK (Equation I.1) :

$$\varepsilon(T) = \left[\frac{\sigma_e(T)}{E(T)} \right] \quad (\text{IV.3})$$

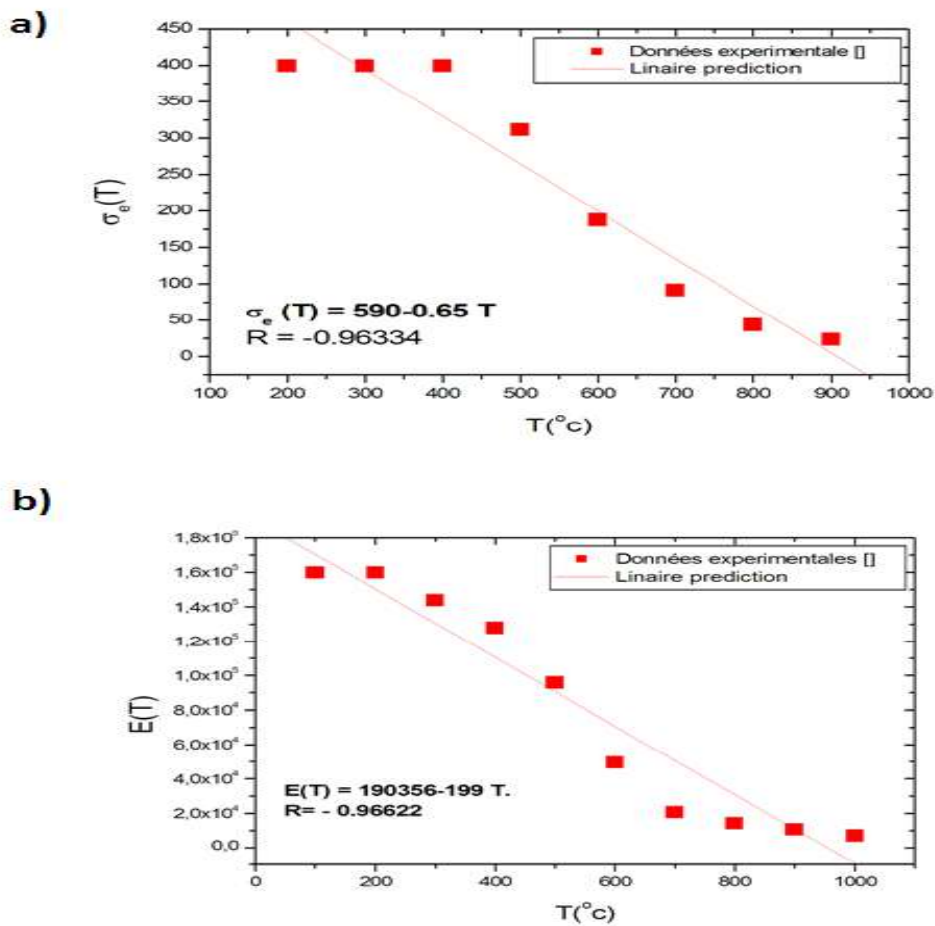
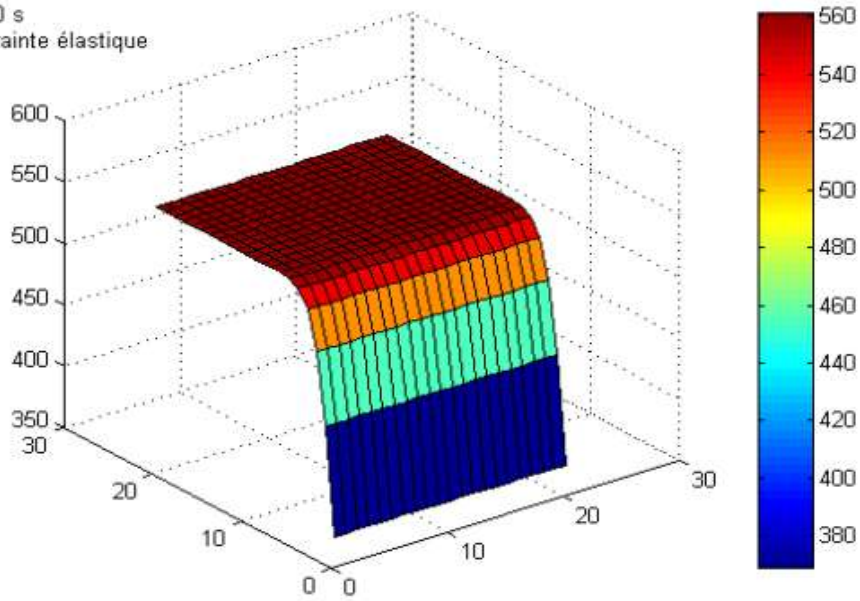


Figure IV.5 La dépendance entre la température et la contrainte élastique (a) et le coefficient de YOUNG (b).

a)

Flux = 20 kw/h
t = 10 s
Contrainte élastique



b)

Flux = 20 kw/h
t = 100 s
Contrainte élastique

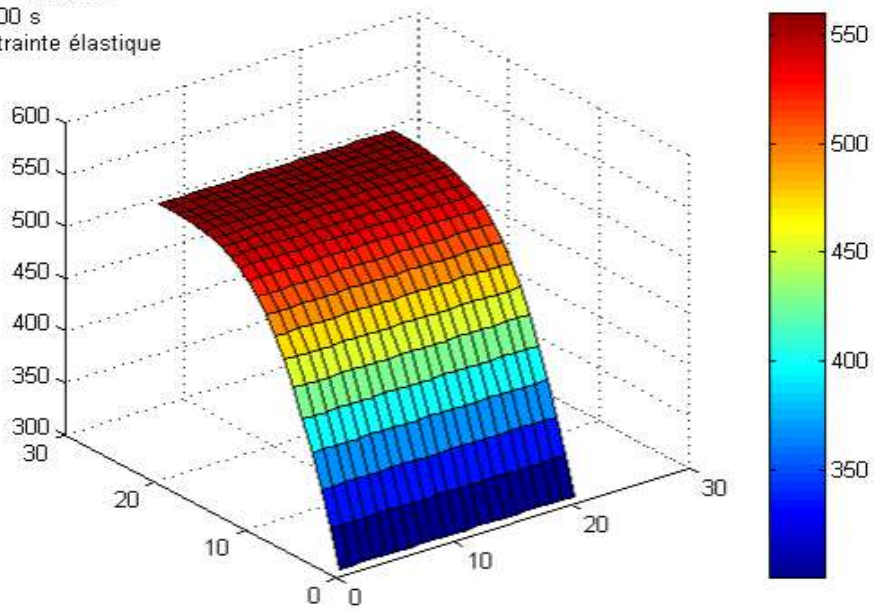


Figure IV.6 Contrainte élastique avec le flux =20 kw/h

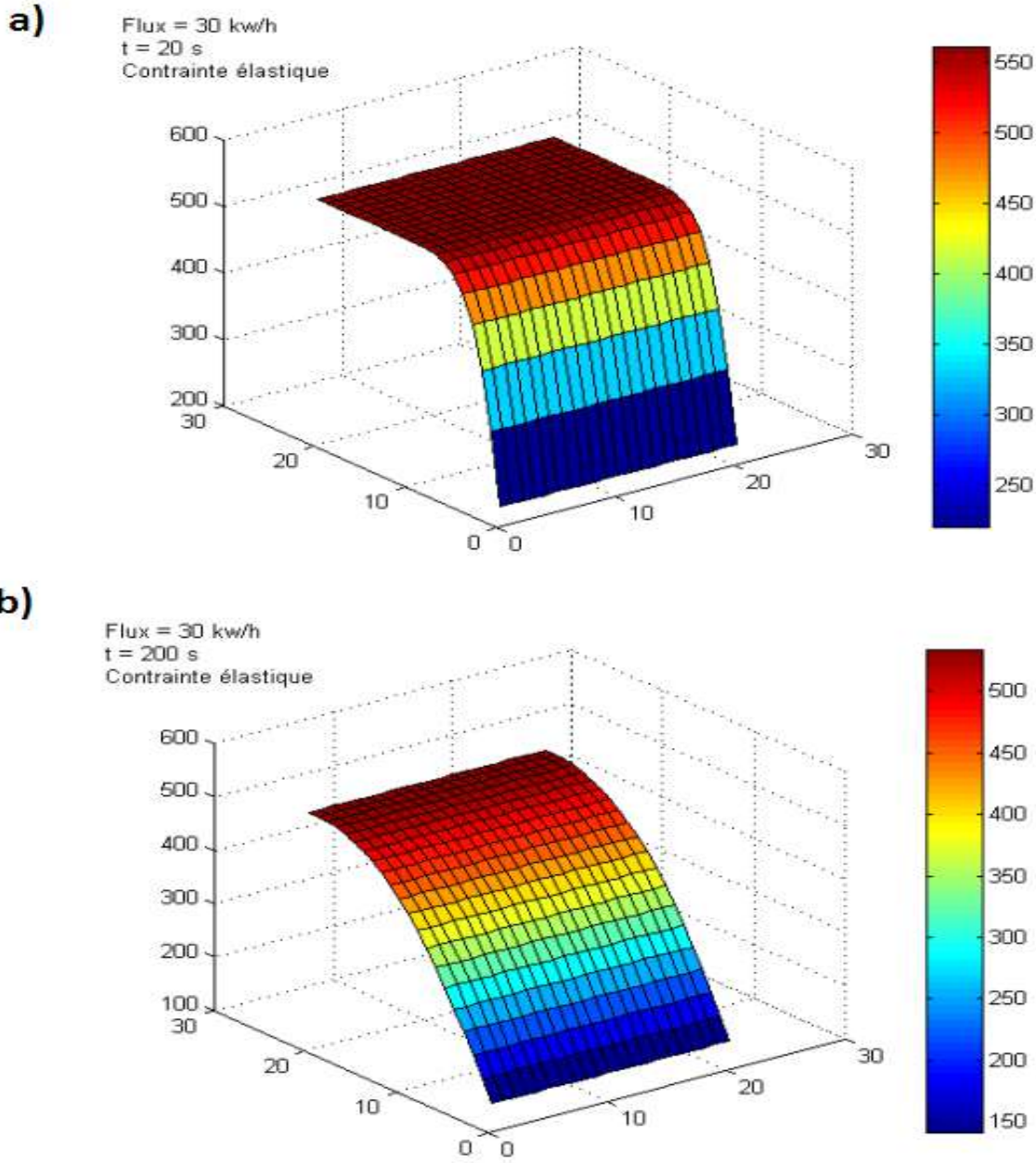


Figure IV.7 Contrainte élastique avec le flux =30 kw/h.

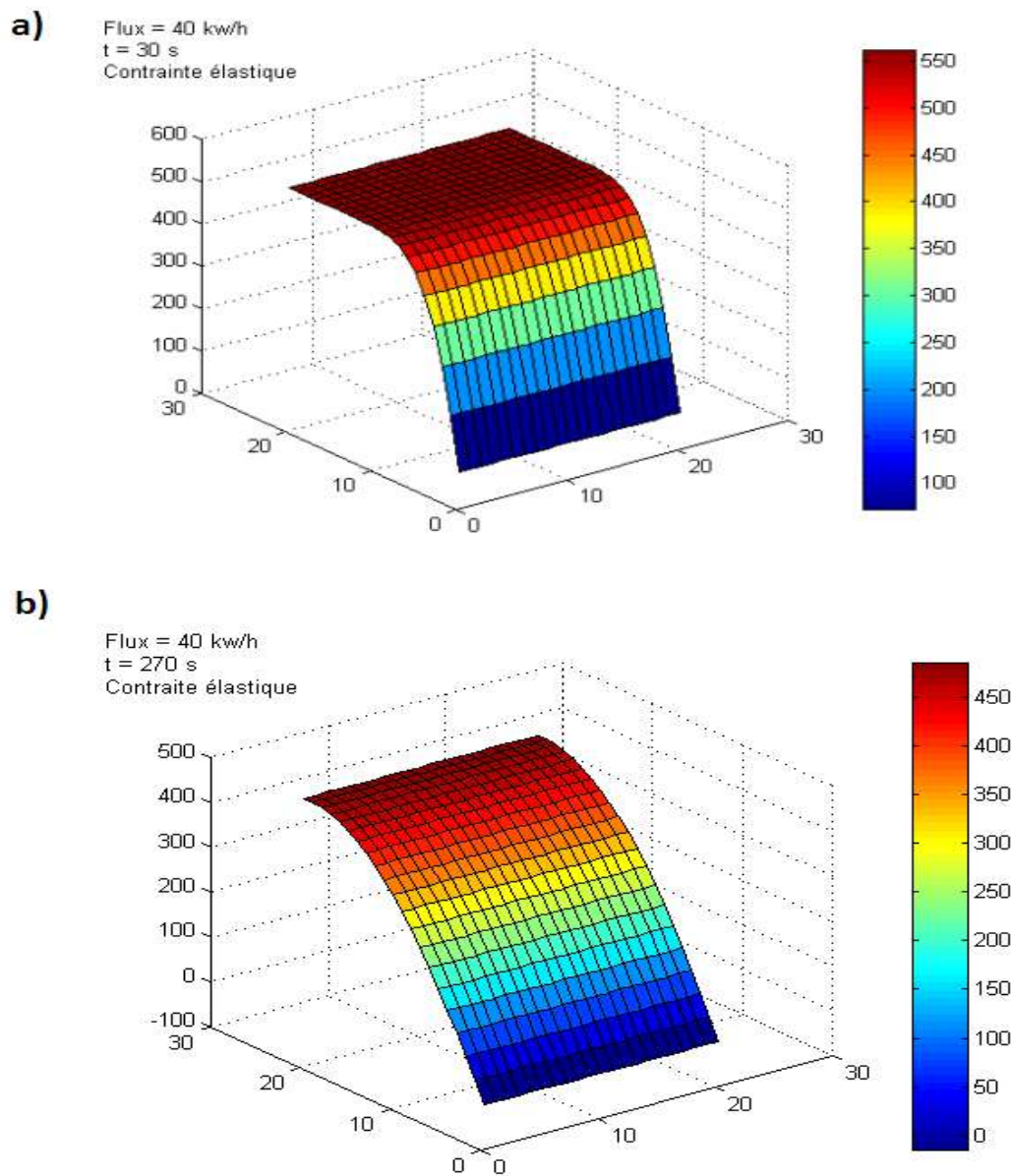


Figure IV.8 Contrainte élastique avec le flux =40 kw/h

Les figures VI.6,7 et 8 représentent, la contrainte à la limite élastique en fonction de la température (selon l'équation IV.1), par exemple dans la figure IV.6 on trouve que la contrainte élastique diminue avec le temps. De façon comparative entre les figures IV.6 ,7 et 8, on constate que contrainte élastique diminue avec le flux thermique.

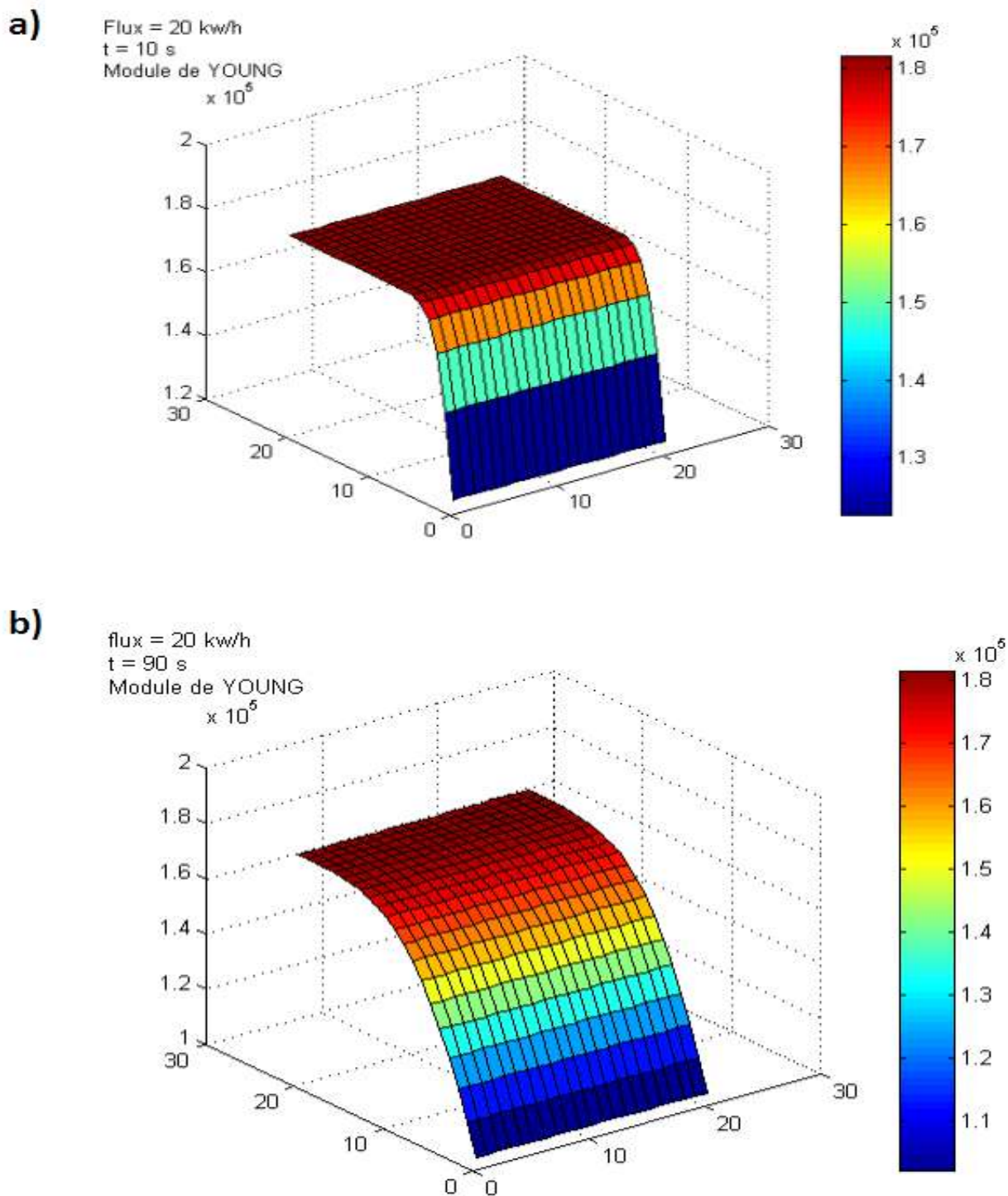


Figure IV.9 Module de YOUNG avec le flux =20 kw/h

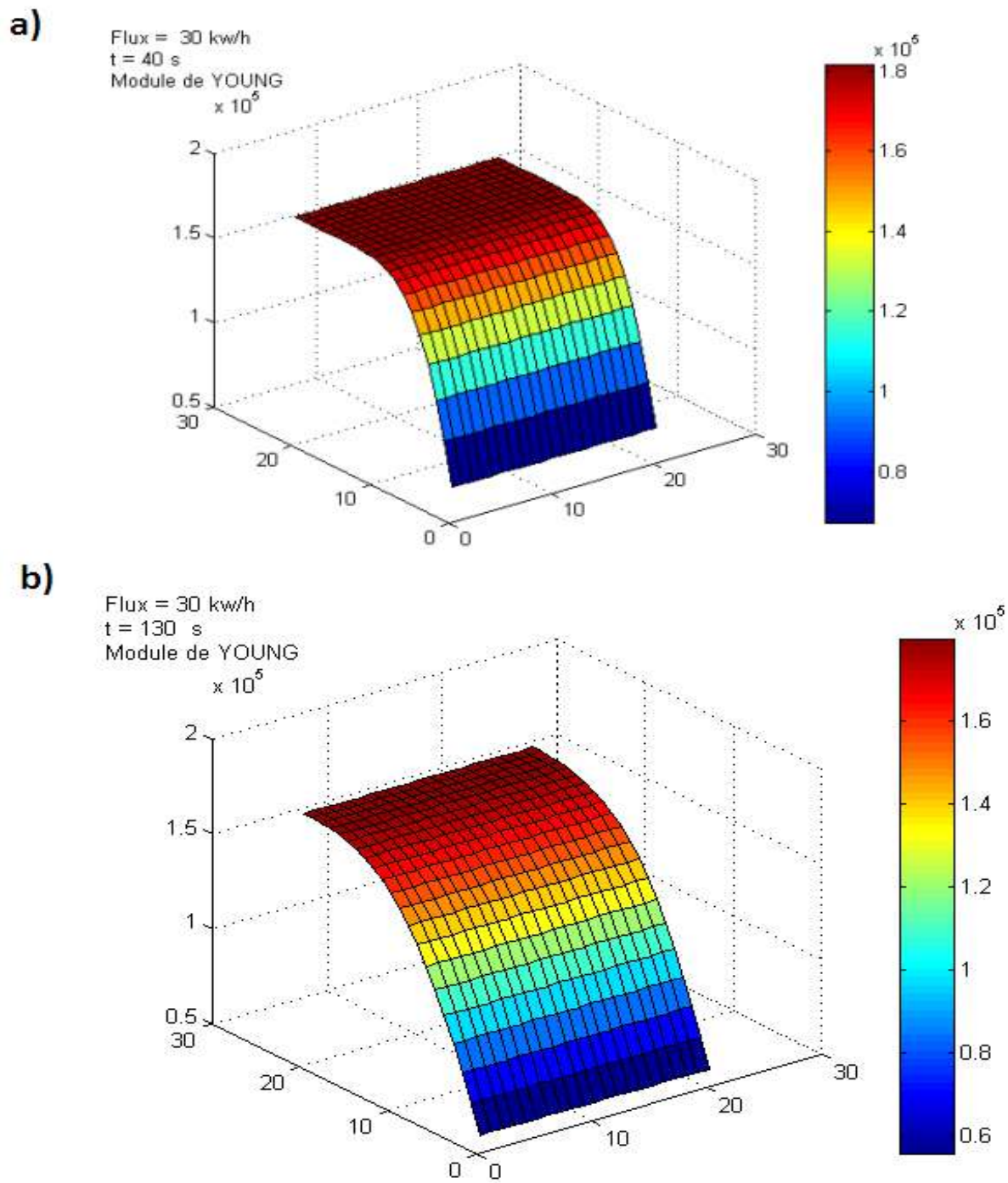


Figure IV.10 Module de YOUNG avec le flux =30 kw/h

Les figures IV.9 et 10 représentent, le coefficient de YOUNG en fonction de la température (selon l'équation IV.2), par exemple dans la figure IV.6 on trouve que le coefficient de YOUNG diminue avec le temps. Dans autre part, de façon comparative entre les figures IV.9 et 10, on trouve que le coefficient de YOUNG diminue aussi avec le flux thermique.

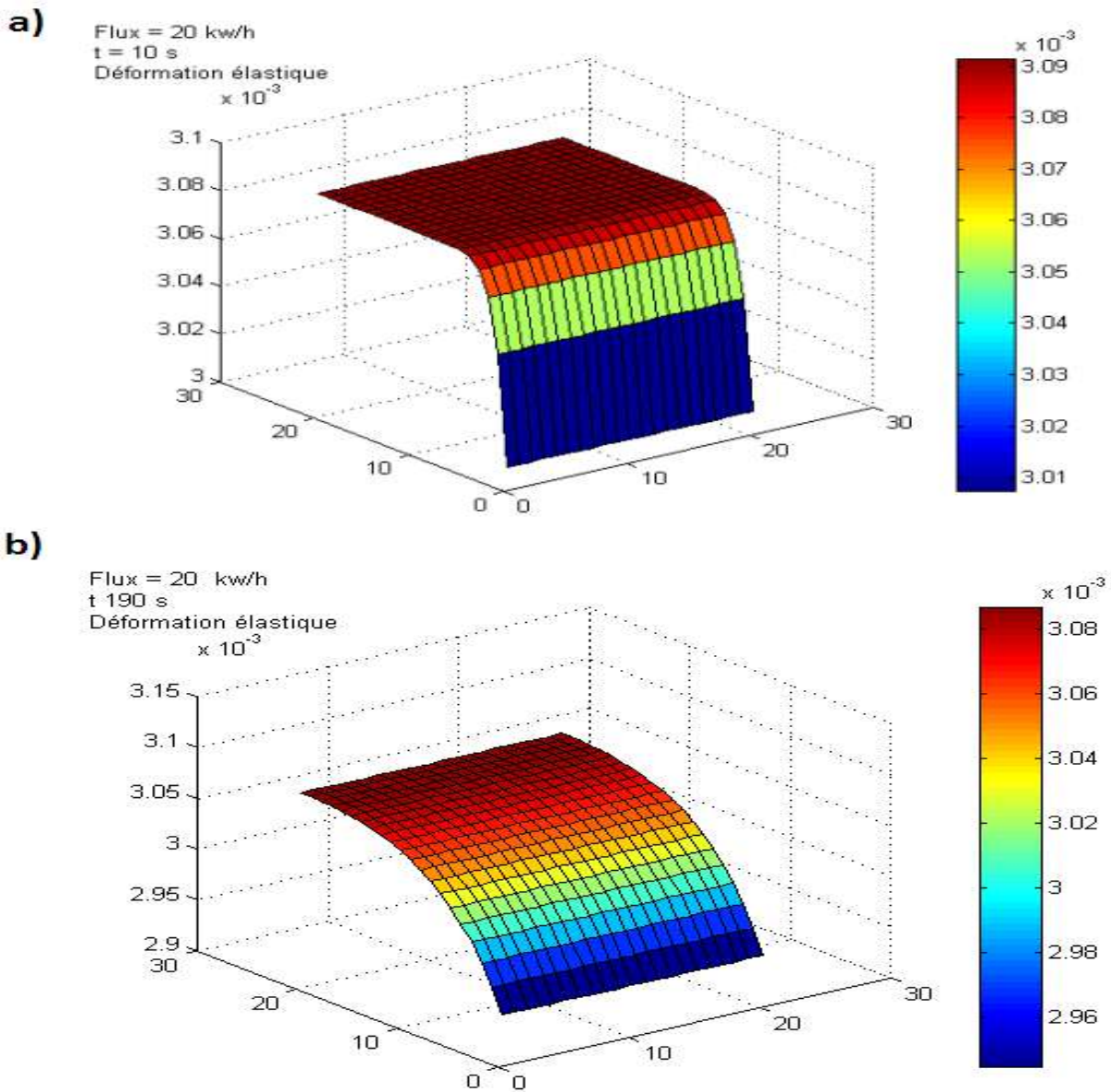


Figure IV.11 Déformation élastique avec le flux =20 kw/h

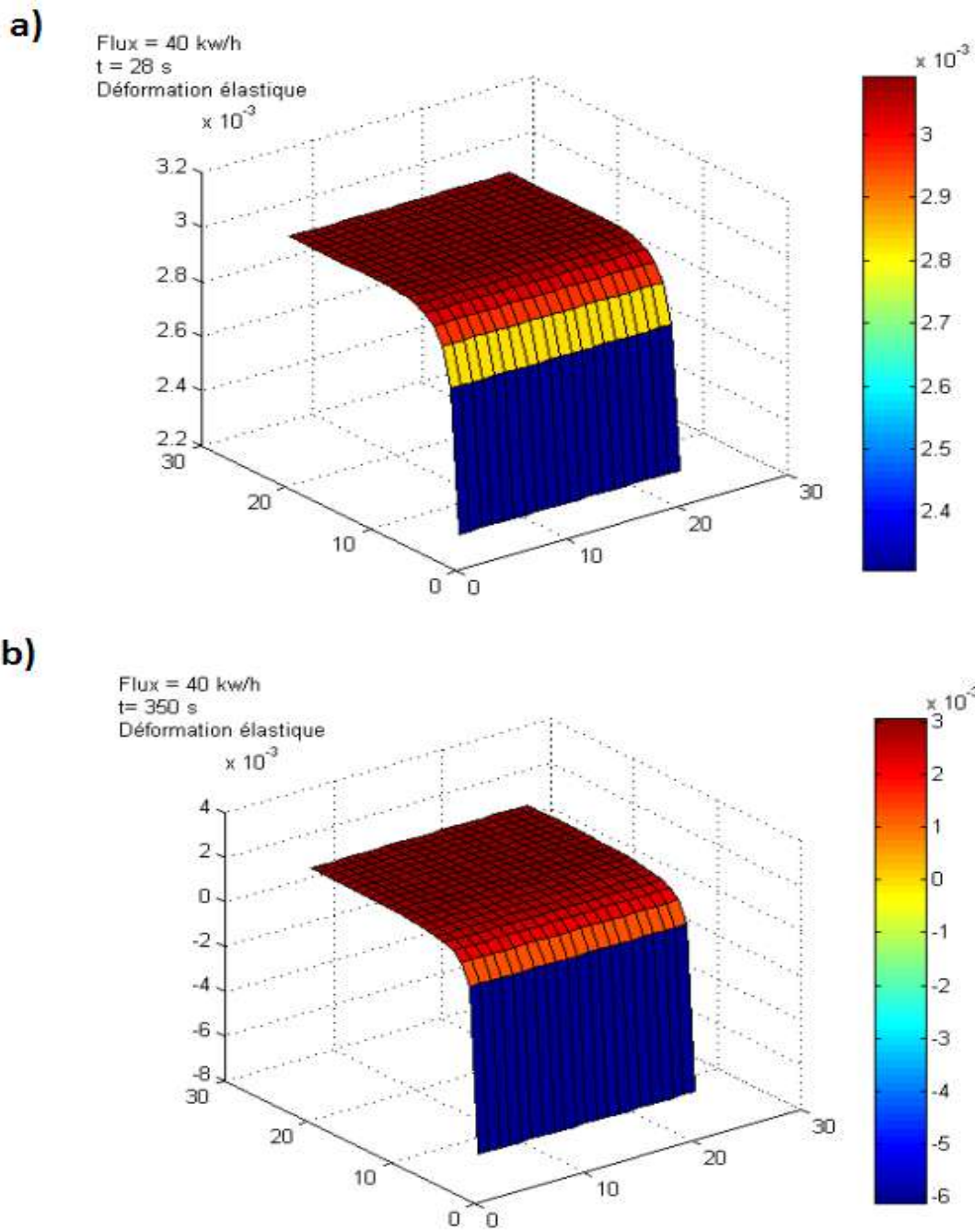


Figure IV.12 Déformation élastique avec le flux =40 kw/h.

Les figures IV.11 et 12 représentent, la déformation élastique en fonction de la température (selon l'équation IV.3), avec la figure IV.6 on trouve que la déformation élastique diminue avec le temps. Dans autre part, de façon comparative entre les figures IV.9 et 10, on trouve que la déformation élastique diminue aussi avec le flux thermique (c'est important puisque chaque-fois la température augmente la déformation élastique diminue-voir bien la courbe de contrainte-déformation [11]).

Conclusion Générale

L'objectif de notre mémoire était l'étude par simulation numérique de l'effet de la température sur le comportement élastique d'acier.

Afin de répondre à notre problématique nous avons abordé dans un premier temps tous les aspects théoriques liées à notre thème qui nous ont aidés à effectuer une étude d'un cas réel, dans cette étude, nous avons effectué une simulation numérique de l'effet du feu sur le comportement thermo mécanique d'une plaque en acier.

Dans une première phase, nous avons eu recours à les caractéristiques du matériau acier sous température élevée, des notions du transfert de chaleur ainsi la méthode de différence finie et des méthodes de résolution itératives des systèmes algébriques.

Dans une deuxième phase, nous avons procédé sur notre problème nous avons simplifié notre problème, ou une plaque bidimensionnelle en acier bien sûr soumis à flux thermique et après notre simulation on trouve que:

- le champ thermique augment avec l'augmentation du temps (théoriquement c'est juste).
- les valeurs des températures augmentent avec l'augmentation de flux.
- la température est changée avec le temps de façon logarithmique (comme la théorie).et la valeur finale de la température augmente avec l'augmentation du flux thermique.
- la contrainte élastique diminue avec le temps.
- la contrainte élastique diminue avec le flux thermique.
- le coefficient de YOUNG diminue avec le temps.
- le coefficient de YOUNG diminue aussi avec le flux
- la déformation élastique diminue avec le temps.
- la déformation élastique diminue aussi avec le flux thermique.
- à chaque-fois la température augmente la déformation élastique diminue.

A l'issue de notre étude, nous sommes arrivées à montrer que les aciers voient leur résistance diminuer sous l'effet d'une augmentation de température donc comme tous les matériaux, l'acier se dilate sous l'effet de l'augmentation de la température. Par ailleurs, plus la température est élevée plus la limite d'élasticité et la résistance à la traction diminuent.

Nous espérons que ce modeste travail servira à la compréhension de l'effet de la température sur le comportement élastique des alliages d'acier et qu'il sera une base pour d'autres recherches et études plus approfondies.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE

[1]: W. Roebroeks et P. Villa, « On the earliest evidence for the habitual use of fire in Europe », PNAS, vol. 111, no 37, 2014, p. 5209-5214

[2] : www.leminteur.fr/article/comment-protger-les-structures-metalliques-contre-le-feu ,consulté le 15/02/2021

[3] : CHARLES POUPART, GUIDE D'AUSCULTATION DES BÂTIMENTS INCENDIÉS À L'USAGE DU TÉMOIN EXPERT- ÉLABORATION D'UNE MÉTHODE ADAPTÉE, ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE UNIVERSITÉ DU QUÉBEC, MONTRÉAL, LE 26 AOÛT 2003, p45-50.

[4] :NFPA (1997), Fire Protection Handbook, National Fire Protection Association, éd. Par Arthur E. Cote, Jim L. Linville.- 18th ed, Quincy, Mass., USA, 1997, p1223.

[5]:Brannigan, F. L. (2001), Building Construction for the Fire Service, Third Edition, August 2001, Rockville, Maryland, U.S.A., p667.

[6] :Direction des Risques Accidentels, Développement d'une méthodologie d'évaluation des effets thermiques et toxiques des incendies d'entrepôts (DRA-03), institue national de l'environnement industriel et des risques, MAI 2001, p7-9

[7] :www.technique-ingenieur.fr/base-documentaire/environnement-securite-th5/risques-d-incendie-42583210/ingeniere-d-incendie-methodologie-se2045/ consulté le 26/02/2021

[8] :GUILLAME, ERIC and KRUPPA, JOEL, Ingénierie de la sécurité incendie. Méthodologie, Technique de l'ingénieur Risques d'incendie, 2015, P20

[9] :Mémoire l'influence thermique sur une construction métallique, Bassoud Abdelkader, Université Adrar, 2013, p8-12

[10] :Mémoire protection d'une structure métallique contre le feu modélisation ROBOBAT, Slimani Hanine.

[11] : Calcul pratique des structures métalliques, Office des Publications Universitaires, édition 04-2008, p96-98

[12] : Calcul des éléments résistants d'une construction métallique, Lahlou Dahmani, Office des Publications Universitaires 07-2004, p115-116

[13] :GUILLAME, ERIC and KRUPPA, JOEL, Ingénierie de la sécurité incendie. Méthodologie, Technique de l'ingénieur Risques d'incendie, 2015, P5

[14] :CHARLES POUPART, GUIDE D'AUSCULTATION DES BÂTIMENTS INCENDIÉS À L'USAGE DUTÉMOIN EXPERT- ÉLABORATION D'UNE MÉTHODE ADAPTÉE, ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE UNIVERSITÉ DU QUÉBEC, MONTRÉAL, LE 26 AOÛT 2003, p40-43

[15] :Salim GAREH, Transfert de chaleur et de masse, Polycopié , Université Kasdi-Merbah Ouargla, 2019.

[16]:M.DEMIRAYAK, mémoire, Analysis of finite Difference Methods for a Convection Diffusion Problem, (Izmir, Turkey, 2004), p5

[17]:Bensaid,S. and Bouziani,A. and Zereg,M. Backward Euler method for the disunion equation with integral boundary speci.cations, Journal of Pure and Applied Mathematics : Advances and Applications 2(2009), p169-185.

[18] : Bouziani,A. Sur un problème parabolique avec des conditions integrales, Annales de mathé- matiques, 6 (1999), p55-66.

[19]:Cannon,J.R. The solution of the heat equation subject to the speci.cation of energy. Quart Appl Math 21(1963), p155.160.

[20]:R. J. LevVeque, Finite Difference Methods for Differential Equations, (University of, Washignton, USA, 1998)

[21]:Constantin, A. and J.Esher , (2006). Global existence for fully parabolic boundary value problem, Nonlinear Differential equations and application, p13, 91-118

[22] :Eric Goncalvés, RESOLUTION NUMERIQUE, DISCRETISATION DES EDP ET EDO, Institue National Polytechnique De Grenoble, 2005,p10-20.

[23] :E. Hairer. Méthodes numériques. Cours de l'université de Genève, 2004. p105-111

[24] :J. Reveillon. Simulation et modélisation numérique. Cours de l'université de Rouen, 2003. p98-101