

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA

Faculté des Sciences Appliquées  
Département de Génie Electrique



Mémoire

MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et technologies

Filière : Electrotechnique

Spécialité : Machines électriques

Présenté par :

GUERMIT Nouh

AGGA Mohammed ELhadi

**Thème:**

Etude de l'influence des matériaux ferromagnétiques

Sur les performances d'un convertisseur

Magnéto-hydro-dynamique a induction

Soumis au jury composé de :

M<sup>r</sup> AYAD Ahmed Nour El Islam

MCA

Président

UKM Ouargla

M<sup>me</sup> BOUALI Khadija

MCA

Encadreur

UKM Ouargla

M<sup>r</sup> KHELIFA Moussa

MCB

Examineur

UKM Ouargla

Année universitaire 2021/2022

# REMERCIEMENTS

*Nous remercions tout d'abord notre Dieu qui nous a  
Donné la force et la puissance pour terminer ce  
modeste travail. Tous nos vifs remerciements à notre  
promoteur:*

*M<sup>me</sup> Bouali Khadija*

*Qui nous a guidé à réaliser ce travail, pour son suivi,  
ses conseils judicieux et sa disponibilité.*

*Aussi un spécial remerciement aux membres  
de jury et à tous les enseignants du département de  
génie électrique et à tous les enseignants de la faculté  
des sciences appliquées pour les efforts qu'ils ont  
fournis à tous les étudiants.*

*Nous profitons de l'occasion pour remercier  
Aussi tous ceux qui ont collaboré de près ou de loin  
à la réalisation de ce mémoire.*

*GUERMIT Nouh*

*AGGAL Mohammed Elhadi*

# DEDICACES

*Je dédie ce fruit de tant d'années d'études :*

*A ceux qui ont Consacré tout es leurs vies  
pour la réussite de leurs enfants,*

*Mes chers parents.*

*A mes chers frères*

*A mes très chères sœurs.*

*A toute ma famille.*

*A tous mes chers amis*

*A mon binôme qui a été très coopératif et come préhensif  
tout le long de la réalisation de ce travail.*

*Et A tous ceux qui m'ont aidé de prés ou de loin.*

***GUERMIT Nouh ET AGGAL Mohammed Elhadi***

## Résumé

Une étude des phénomènes électromagnétiques dans une pompe magnétohydrodynamique à conduction avec une modélisation numérique en 2D sous environnement COMSOL. Des caractéristiques telles que le potentiel vecteur magnétique, l'induction magnétique, et la force électromagnétique sont déterminées COMSOL.

## ملخص

دراسة للظواهر الكهرومغناطيسية في مضخة مغناطيسية هيدروديناميكية موصلية مع نمذجة رقمية D2 تحت بيئة COMSOL. يتم تحديد خصائص مثل جهد المتجه المغناطيسي والحث المغناطيسي والقوة الكهرومغناطيسية COMSOL.

## Abstract

A study of electromagnetic phenomena in a magneto hydro dynamic conduction pump with numerical modeling in 2D under COMSOL environment. Features such as magnetic vector potential, magnetic induction, and electromagnetic forces are determined COMSOL.

# Sommaire

## Introduction Générale

1. Problématique .....	11
2. Objectif .....	11
3. structure du mémoire .....	11

## Chapitre I : Présentation Générale des convertisseurs

### Magnétohydrodynamique (MHD)

I.1 Introduction .....	13
I.2 Principe physique. ....	13
I.3 Pompes électromagnétiques a métaux liquides .....	14
I.3.1 Pompe MHD à conduction .....	14
I.4 Classification de la MHD à conduction.....	15
I.4.1 Pompes MHD à conduction à courant continu.....	15
I.4.2 Les pompes MHD à conduction à courant alternatif.....	16
I.5 Pompe MHD à induction.....	16
I.5.1 Principe physique .....	16
I.5.2 Classification de la MHD à induction .....	17
I.5.2.1 Pompes plates.....	17
I.5.2.2 Pompes annulaires.....	18
I.5.2.3 Pompes hélicoïdales .....	19
I.6 Comparaison entre les pompes à conduction et à induction.....	19
I.7 Applications des pompes magnétohydrodynamiques.....	19

I.7.1 Génération d'électricité .....	20
I.7.2. Propulseurs MHD .....	20
I.7.2.1 Propulseurs à eau salée .....	21
I.7.3 Applications de la magnétohydrodynamique en métallurgie .....	21
I.8 Conclusion .....	23
 <b>Chapitre II : formulation mathématique des phénomènes électromagnétiques</b>	
II.1 Introduction .....	25
II.2 ANALYSE DES PHENOMENES ELECTROMAGNETIQUES .....	25
II.3 LESEQUATIONS DE MAXWELL .....	27
II.4 Formulation du problème électromagnétique .....	29
II.4.1 Le modèle électrostatique.....	29
II.4.2 Le modèle Electrocinétique.....	29
II.4.3 Le modèle magnétostatique.....	30
II.4.3.1 Modèle magnétostatique scalaire .....	30
II.4.3.2 Modèle magnétostatique vectoriel .....	30
II.4.4 Le modèle magnétodynamique .....	31
II.4.5 Formulation en terme de potentiel vecteur.....	31
<b>II.5 EQUATIONE LE CTROMAGNETIQUE D'UN SYSTEME AXISYMETRIQUE</b>	<b>35</b>
<b>II.6AUTRE METHODE DE RESOLUTION DEL'EQUATION</b>	
<b>ELECTROMAGNETIQUE ET DE CALCUL DE LA PERMEABILITE .....</b>	<b>37</b>

II.7 Conclusion.....	37
----------------------	----

### **Chapitre III : Application et résultats**

III.1 Introduction .....	39
III.2 Description générale de la pompe MHD annulaire à induction :.....	39
III.3 Présentation du logiciel Comsol .....	40
III.4 Résultats de simulation de l'étude des performances de la pompe pour différentes perméabilités magnétiques. ....	40
III.4.1 Distribution du potentiel vecteur .....	40
III.4.2 Distribution de l'induction magnétique :.....	42
III.4.3 Représentation de la densité du courant induit .....	43
III.4.4 Représentation de la force électromagnétique.....	44
III.5 Modélisation des phénomènes électromagnétiques en présence d'une plaque ferromagnétique	45
III.5.1 Distribution du potentiel vecteur. ....	45
III.5.2 Distribution de l'induction magnétique.....	45
III.5.3 Représentation de la densité du courant induit.....	46
III.5.4 L'influence de la couche ferromagnétique sur la force électromagnétique .....	47
III.6 Conclusion: .....	47

### **Conclusion générale**

## NOMENCLATURE

Symbole	Unité	Description
$\vec{A}$	[Tm]	Potentiel vecteur magnétique
$\vec{B}$	[T]	Induction magnétique
$\vec{U}$	[V/m]	Potentiel scalaire
$\vec{E}$	[V/m]	Champ électrique
$\vec{J}$	[A/m <sup>2</sup> ]	Densité de courant total
$\vec{J}_{ex}$	[A/m <sup>2</sup> ]	Densité de courant d'excitation
$\vec{J}_a$	[A/m <sup>2</sup> ]	Densité de courant injecté par l'électrode
$\vec{J}_{in}$	[A/m <sup>2</sup> ]	Densité de courant induit
$\vec{V}$	[m/s]	Vitesse d'écoulement du fluide
$\vec{D}$	[C/m]	L'induction électrique
$\rho$	[C/m <sup>3</sup> ]	densité volumique de la charge électrique
$\mu$	[H/m]	perméabilité magnétique
$\mu_0$	[H/m]	Perméabilité du vide, $4\pi \cdot 10^{-7}$
$\mu_r$	-	Perméabilité relative
$\sigma$	[S/m]	Conductivité électrique
$\epsilon$	[F/m]	permittivité électrique
$F_L$	[N/m <sup>3</sup> ]	force de Laplace

Symbole	Définition
MHD	Magnétohydrodynamique
MDF	Méthodes des différences finies
MEF	Méthode des éléments finis
MIF	Méthode des intégrales de frontières
MVF	Méthode des volumes finis
MCC	Moteur à Courant Continu
AC	Courant alternatif
DC	Courant continu
2D	Bidimensionnel

# **Introduction générale**

## Introduction générale

Les machines électriques rotatives ont occupé une grande place dans l'industrie depuis bien longtemps, mais ces dernières n'ont pas réglé tous les problèmes, comme ceux du transport ou du pompage des métaux liquides. Et à cause de l'accroissement de la demande d'électricité, de la hausse des prix du pétrole et des incidents survenus dans certaines centrales nucléaires, les chercheurs ont recours à d'autres technologies pour répondre à ces besoins telles que la magnétohydrodynamique,

La magnétohydrodynamique (MHD) décrit le comportement d'un fluide conducteur du courant électrique (ce fluide peut être un liquide, un gaz ionisé, un plasma). C'est une généralisation de la mécanique des fluides, qui est la magnétohydrodynamique dans le cas particulier où il n'y a pas de champ électromagnétique. Entre la mécanique des fluides et la magnétohydrodynamique, magnétohydrodynamique en présence d'un champ magnétique (magnétostatique) se présente comme un domaine intermédiaire.

## 2. Objectif :

Le but de ce travail est de mener une étude sur l'effet des matériaux magnétiques sur les performances de la pompe MHD, avec une modélisation numérique en 2D sous environnement COMSOL. Des caractéristiques telles que le potentiel vecteur magnétique, l'induction magnétique, et la force électromagnétique sont déterminées.

Pour cela ce mémoire est divisé en trois chapitres :

## 3. structure du mémoire:

Le présent mémoire a été réparti en trois chapitres :

- ❖ Le premier chapitre, consiste en une présentation générale des convertisseurs Magnétohydrodynamiques (MHD) et leurs domaines applications.
- ❖ Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation des phénomènes électromagnétiques. Il s'agit de développer un modèle en 2D.
- ❖ Le troisième chapitre est dédié à étude sur l'effet des matériaux magnétiques sur les performances de la pompe MHD.
- ❖ Le mémoire est clôturé par une conclusion générale et des perspectives envisagées.

# **Chapitre I**

## **Présentation générale des convertisseurs magnétohydrodynamique (MHD)**

## I.1 Introduction :

La magnétohydrodynamique (MHD) est une discipline scientifique qui décrit le comportement d'un fluide conducteur du courant électrique (liquide ou gaz ionisé appelé plasma) en présence de champs électromagnétiques. La conversion (MHD) est l'une des applications de cette discipline, elle concerne la conversion de l'énergie mécanique du mouvement d'un fluide en énergie électrique. Ce mécanisme permet de transformer directement la chaleur en électricité sans passer par des turbines comme dans les centrales classiques, La conversion peut également s'effectuer dans le sens inverse ; on utilise l'énergie électrique pour mettre un fluide en mouvement, on obtient ainsi des pompes magnétohydrodynamiques. La (MHD) a étendu son domaine à la métallurgie et d'autres dispositifs industriels (pompes électromagnétiques, propulsion), ces pompes ont l'avantage par rapport aux pompes mécaniques de n'avoir aucune pièce mobile et aucun contact avec le fluide puisque ce dernier est simplement connecté par un champ magnétique, [1].

## I.2 Principe physique :

Le principe général de fonctionnement des pompes électromagnétiques réside dans l'application d'une induction magnétique  $B$  non colinéaire à un courant  $I$  traversant le fluide. La figure (I.1) présente le schéma classique et simplifié du principe de fonctionnement d'une pompe magnétohydrodynamique

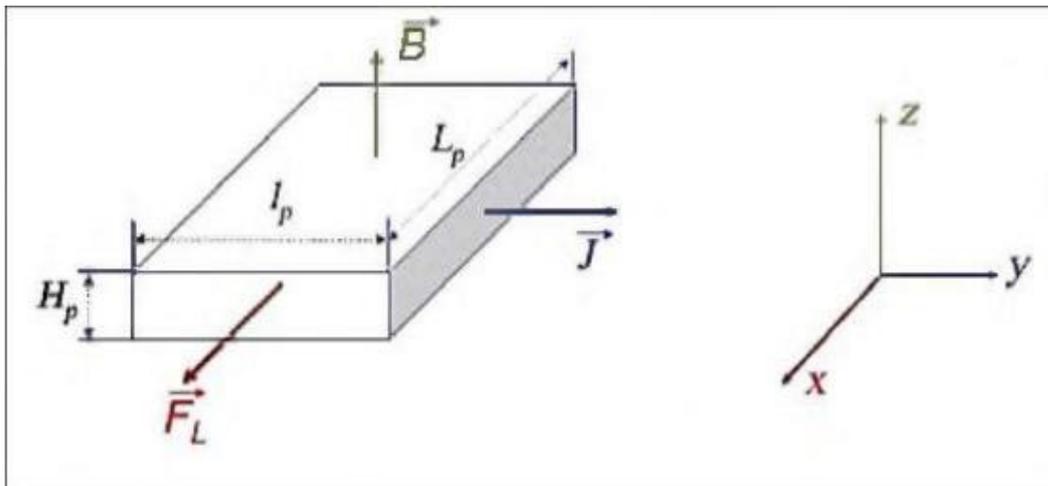


Figure I. 1: Principe de fonctionnement d'une pompe MHD

Le courant est injecté dans le canal de pompage par l'intermédiaire d'électrodes. Dans le cas des pompes à induction.

### I.3 Pompes électromagnétiques a métaux liquides :

Les pompes mécaniques (centrifuges) posent, dans le cas des métaux liquides, de sérieux problèmes d'étanchéité à cause de la corrosion des joints par le fluide chaud. Les pompes électromagnétiques, par l'absence de toute partie mobile, remédient donc à cette situation. Ce sont, en fait, des moteurs linéaires dont la charge est le fluide, et qui fonctionnent selon le procédé MHD de génération d'électricité inversé. La classification de ces pompes adoptée habituellement est quelque peu arbitraire. En effet, la distinction entre les différentes pompes de conduction est de nature physique (courant continu ou alternatif) alors que celle entre les pompes à induction est de nature géométrique (plate, annulaire, hélicoïdale) [2].

#### I.3.1 Pompe MHD à conduction :

Le métal liquide passe dans le canal où règne un champ perpendiculaire à la direction d'écoulement du fluide. Le courant est amené par des électrodes. Le courant peut être soit continu, ou alternatif. Dans ce type de pompe, le courant électrique est fourni par une source extérieure et le champ magnétique est imposé. Une limite essentielle est le manque d'adhésion du métal liquide sur les parois, ce qui augmente les pertes.

La figure (I.2) représente le schéma d'une telle pompe. L'interaction entre l'induction magnétique  $B$  et le courant  $I$ , donne naissance à une force de Laplace..

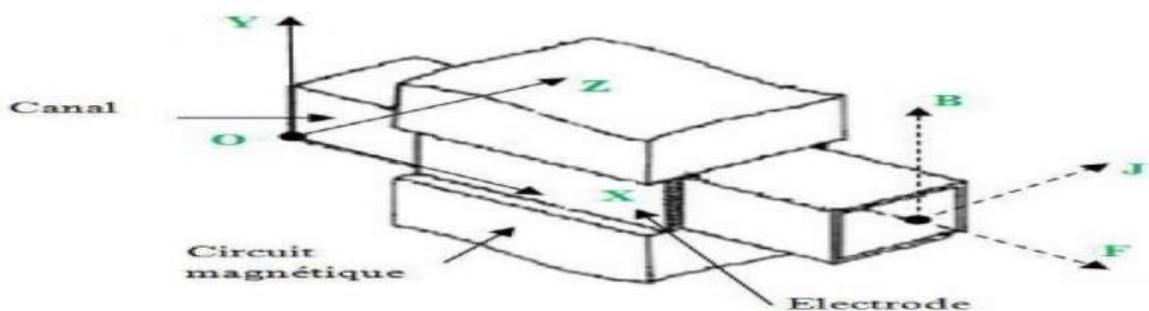


Figure. I.2 Schéma d'une machine MHD à Conduction

Les différentes parties qui composent la pompe magnétohydrodynamique :

-UN **circuit magnétique**: il sert à créer et canaliser les lignes de champ magnétique dans le canal,[3]

Pour qu'un circuit magnétique soit de bonne qualité il doit :

Avoir une faible réluctance magnétique afin de réduire et de minimiser les fuites. Etre constitué de matériaux luxueux de bonnes qualités magnétiques à savoir :

- Un cycle d'hystérésis étroit ;
- Une bonne résistivité.

Ces qualités permettent de limiter les pertes par hystérésis et par courant de Foucault qui sont fonction de l'induction magnétique [4], [5]

- Canal : dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur à la vitesse  $V$ .
- Fluide conducteur : c'est un métal liquide de très bonne conductivité électrique. Parmi les fluides les plus utilisés dans ces pompes on trouve .Le mercure, Mélange de sodium et potassium (Na K (22 %Na, 78%K), Eau mer et le Gallium.
- Électrode: une partie d'un circuit électrique en contact avec un milieu liquide conducteur.,

[6].

## I.4 Classification de la MHD à conduction

### I.4.1 Pompes MHD à conduction à courant continu :

La pompe Magnétohydrodynamique à conduction (MHD DC) est un modèle le plus simple. Les courants dans le canal et dans le bobinage inducteurs ont continus.

La figure (I.3) représente le schéma d'une pompe (MHD DC) avec un canal rectangulaire et dont l'induction magnétique est créée par des aimants.

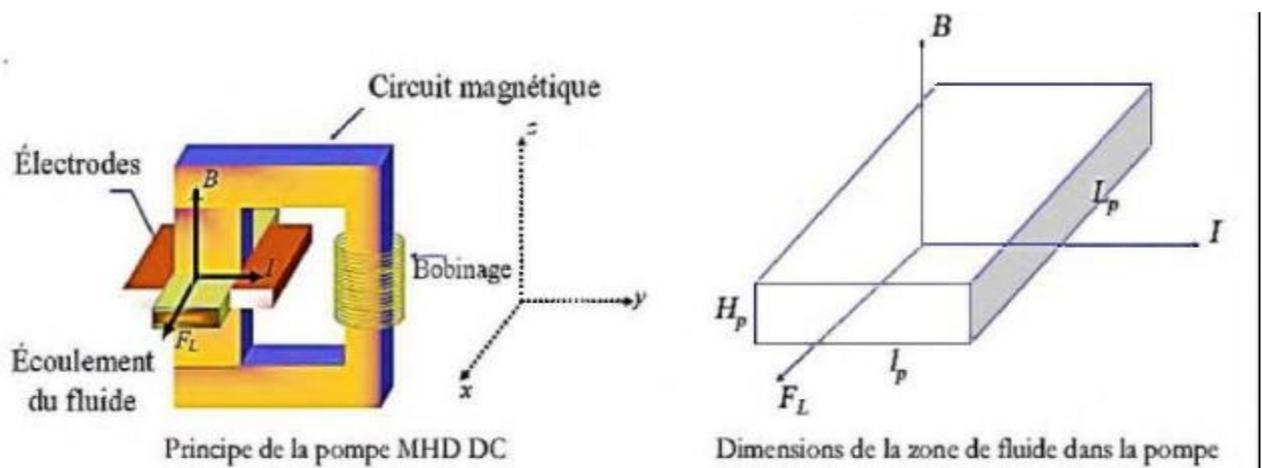


Figure I.3.pompe MHD à conduction à courant continu.

### I.4.2 Pompes MHD à conduction à courant alternatif :

Dans le cas des pompes magnétohydrodynamiques à courant alternatif (MHD AC), le courant dans le fluide et le courant dans le bobinage sont sinusoïdaux. Le courant  $I$  traversant le canal de pompage peut donc être fourni en sortie d'un transformateur, et le champ magnétique par un électro-aimant Figure (I.4). L'utilisation d'un transformateur permet d'avoir une alimentation des électrodes très simple car il est assez complexe d'obtenir des alimentations **DC** à fort courant et faible tension ayant un bon rendement. Le champ magnétique et le courant dans le fluide doivent avoir la même fréquence. La force de pompage est maximale si le champ magnétique et le courant sont en phase d'où l'idée d'avoir la même alimentation pour le courant  $I$  et l'induction magnétique  $B$ . Comme la pompe **MHD DC**, la pompe **MHD AC** comporte des défauts. En plus de ceux déjà cités pour la pompe **MHD DC**, on ajoute les pertes dues aux courants de Foucault dans le liquide métallique et le circuit magnétique, [7]

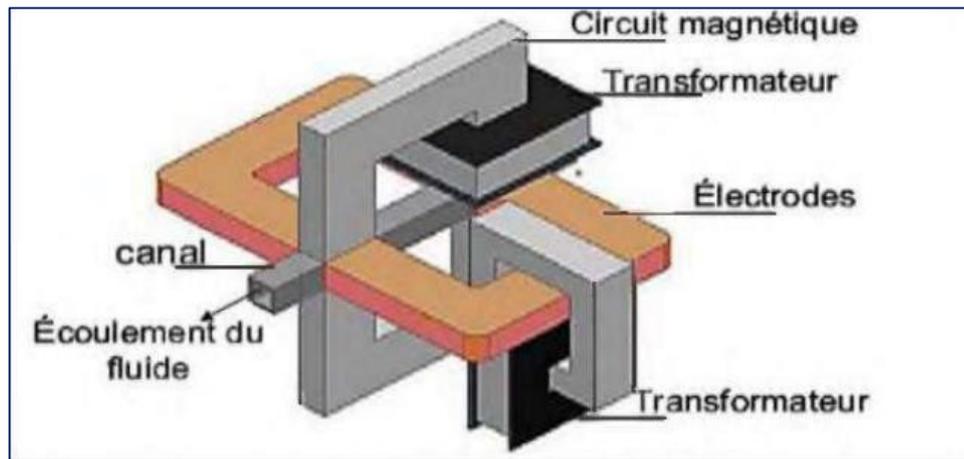


Figure. I.4. Schéma d'une machine MHD à conduction à courant alternatif.

## I.5 Pompe MHD à induction

### I.5.1 Principe physique :

Le principe général d'une pompe à induction consiste à créer un champ magnétique glissant avec des enroulements polyphasés (en général triphasés). Ce dernier induit des courants dans le fluide conducteur qui créent à leur tour une force de Laplace tendant à le mettre en mouvement. Ce fonctionnement est très proche de celui de la machine asynchrone ; cependant, dans ce cas le champ créé est glissant, et l'induit est constitué par le fluide conducteur. La figure (I.5) montre les courants induits dans les pompes à induction [8].

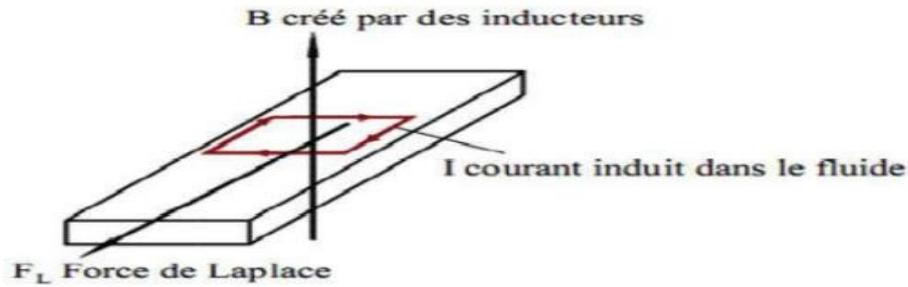


Figure (I.5). Lignes de courant dans une pompe MHD à induction

Les différentes parties d'une pompe à induction sont :

- **l'inducteur**: il est constitué d'un circuit magnétique créant un champ glissant avec un bobinage polyphasé.
- **l'induit**: il est constitué par le fluide conducteur.
- **l'entrefer**

Il existe plusieurs types de pompes à induction. Les plus utilisées dans l'industrie sont les pompes plates et les pompes annulaires. La différence entre ces deux types de pompes est leur géométrie[5].

## I.5.2 Classification de la MHD à induction

### I.5.2.1 Pompes plates :

Le principe du fonctionnement des pompes plates est la même que les moteurs linéaires. Elles ressemblent beaucoup au moteur linéaire ; le rail est remplacé par le fluide. Le canal a une section rectangulaire. Des enroulements inducteurs alimentés par des courants alternatifs triphasés génèrent une induction magnétique sinusoïdale glissante, La figure (I.6) montre le schéma d'une pompe MHD à induction plate. Le liquide circule dans un canal rectangulaire

Le refroidissement se fait par circulation forcée d'air dans les inducteurs[3], [4]



Figure (I.6) pompe MHD à induction plate

### I.5.2.2 Pompes annulaires :

La conception de ces pompes remonte à 1929 (Einstein et Szilard). Le conduit est annulaire entre deux tubes coaxiaux dont l'intérieur contient un noyau de fer doux, et l'extérieur est couvert de bobines triphasées (**Fig I.7**). Le type annulaire est plus performant que le type rectangulaire car les courants induits sont toujours perpendiculaires à la direction de l'écoulement. Ainsi, la force de Laplace a partout la même direction que celle de l'écoulement. Par contre, dans le cas d'une machine de section rectangulaire, les courants induits se bouclent d'une façon moins favorable aux échanges d'énergie mécanique en énergie électrique et provoquent d'avantage des pertes Joule. Les avantages de ces pompes sont les suivants

- Les courants électriques se referment dans la masse du fluide, ce qui rend inutile l'adhérence de celui-ci sur la paroi.
- La forme est simple et l'encombrement économique.
- Le démontage est facile.

Le principe de fonctionnement de ces pompes ne diffère pas des moteurs classiques. Le courant des enroulements primaires produit un champ magnétique de déplacement qui produit à son tour un courant induit dans le métal liquide. L'interaction entre le champ principal et le courant induit donne naissance à des forces appliquées au niveau du liquide, [9].

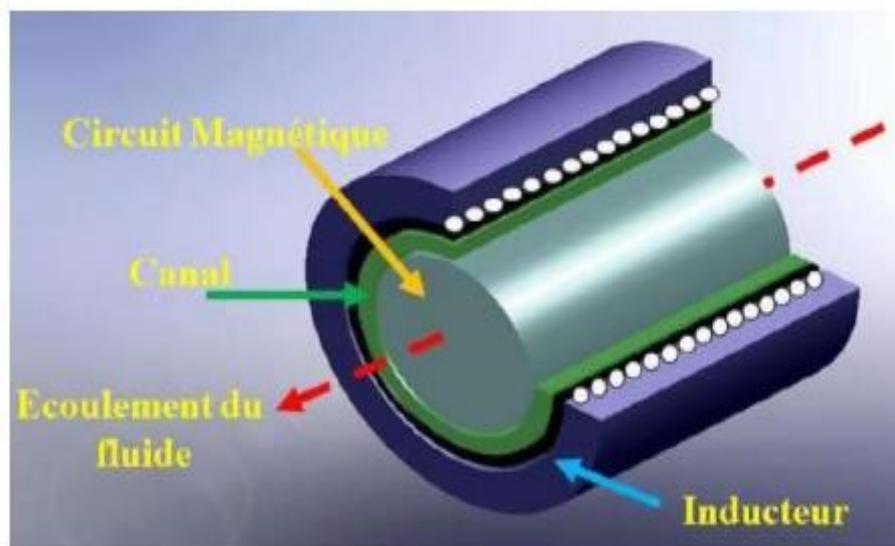


Figure (I.7) Pompe magnétohydrodynamique annulaire

### I.5.2.3 Pompes hélicoïdales :

Dans ce type de pompes, le conduit annulaire est hélicoïdal au lieu d'être rectiligne, figure (I.8). Les pertes supplémentaires dues à la composante azimutale de la vitesse et les difficultés de fabrication sont prohibitive.[5]

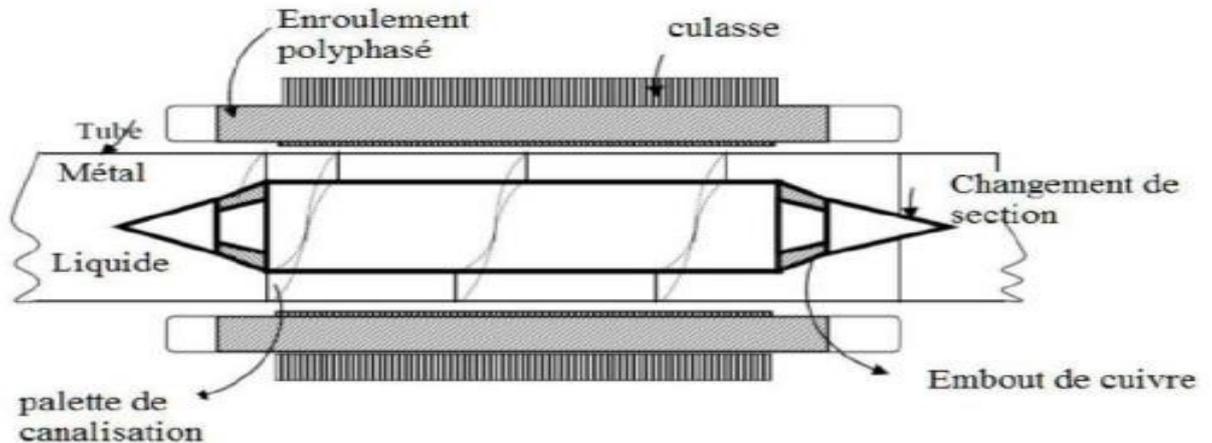


Figure (I.8). Schéma d'une pompe MHD hélicoïdale

### I.6. Comparaison entre les pompes à conduction et à induction :

- Les pompes linéaires à induction sont plus simples moins coûteuses que celles à conduction et ceci est dû à l'absence d'électrodes et la facilité de travailler à des niveaux de tensions conventionnelles. Par contre, elles possèdent un rendement de conversion d'énergie moins important à cause de l'appel de courant réactif pour la magnétisation du circuit en présence d'un entrefer important.[10]
- Généralement les pompes à induction sont utilisées pour les métaux liquides à grande conductivité et les pompes à conduction pour les petites conductivités.
- La présence des électrodes dans les machines à conduction est un inconvénient par rapport aux machines à induction, elles subissent une érosion au contact avec le fluide dont la température est généralement élevée

### I.7. Applications des pompes magnétohydrodynamiques :

Le principe de la MHD trouve un large secteur d'applications en commençant par les propulseurs des véhicules marins, le freinage électromagnétique, le refroidissement des réacteurs atomiques et jusqu'au domaine des pompes liées aux applications médicales. Ce même principe peut être exploité dans le cas des fluides gazeux ionisés, figure (I.9). Les gaz dégagés par les moteurs à réaction peuvent être exploités pour augmenter la force de

propulsion de ces derniers et ainsi améliorer leur rendement. La MHD offre un potentiel d'applications industrielles et de recherches considérables [8],[11]

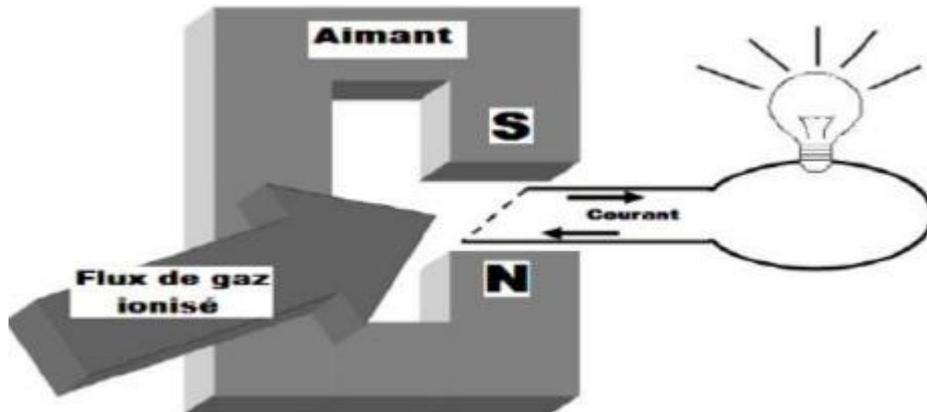


Figure (I.9). Générateur MHD à gaz ionisé

### I.7.1. Génération d'électricité

Dans ce processus, l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique, on peut considérer que le système le plus simple est celui du convertisseur à conduction. Il est constitué d'un organe essentiel qui est le canal placé dans l'entrefer, d'un aimant dans lequel s'écoule un métal liquide qui traverse une induction magnétique  $B$  qui induit un courant  $J$  collecté par des électrodes en contact avec le fluide. Ce dernier est plus utilisé dans le cas des métaux liquides pour les vaisseaux spatiaux. IL existe plusieurs types de générateurs **MHD** suivant la forme et le fluide utilisés

### I.7.2 Propulsion magnétohydrodynamique

Avec les pompes électromagnétiques et le brassage métallurgique, nous verrons d'autres exemples de la conversion MHD d'électricité en énergie mécanique [12].

Le principe de la propulsion MHD repose sur l'utilisation des forces de Laplace. Ces forces sont engendrées soit par des champs électromagnétiques continus : propulsion par conduction : soit par des champs alternatifs : propulsion par induction. Pour ces deux systèmes, on distingue les forces s'exercent dans un domaine confiné (Fig.1.7)

Les avantages d'un tel système de propulsion résident dans ce concept qui permet d'éliminer toutes les pièces mécaniques mobiles et les inconvénient qui leur sont attachés (cavitation, bruit, étanchéité,...). Ils font de la propulsion MHD une alternative séduisante aux systèmes conventionnels à condition que les rendements obtenus restent compétitifs [13],[12]

### I.7.2.1 Propulseurs à eau salée

La technique de la propulsion MHD permettrait de mouvoir les bâtiments maritimes (de surface ou sous-marins , civil ou militaires) avec le plus grand silence radar. Pour comprendre le phénomène, il faut se rappeler que l'eau de mer est de conductivité faible ( $\sigma = 10 \text{ S / m}$ ), en créant des courants dans l'eau, une poussée est ainsi créée suite à l'interaction de ces derniers avec des champs inducteurs par les bobines placées sur le navire. C'est le principe de la MHD à courant continu (MHD à conduction). Une autre méthode celle de la MHD à courant alternatif où le champ magnétique glissant (MHD à induction) repose sur le principe d'une interaction entre une induction magnétique et un courant induit dans le fluide. Une force de Laplace est ainsi créée, et le navire est propulsé [14].

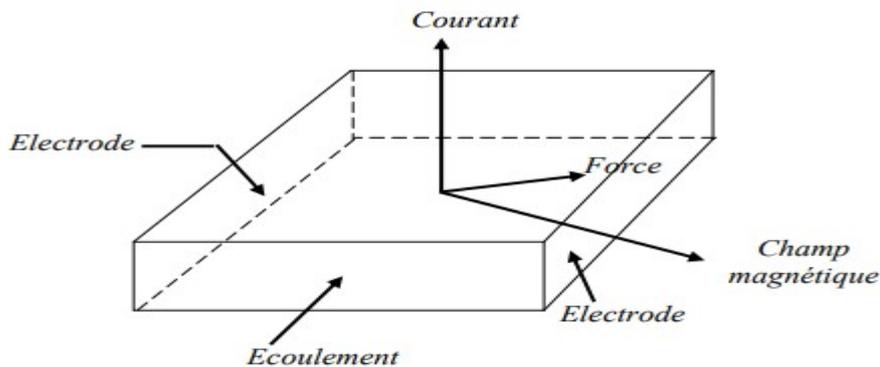


Fig.1.7 Principe de pompage de l'eau salée par la MHD

### I.7.3 Applications de la magnétohydrodynamique en métallurgie

Dans ce cas, les forces magnétiques doivent être suffisantes (proportionnelles à la conductivité) pour mettre le métal liquide en mouvement (brassage). Les métaux offrent l'avantage énorme d'avoir une conductivité électrique de  $\approx 10^6 \text{ S/m}$  (environ 105 fois plus grande que celle des liquides ordinaires : pour l'eau,  $\approx 10 \text{ S/m}$ ). Par la suite, on comprendra facilement la possibilité de produire des forces magnétiques (proportionnelles à  $\sigma$ ) suffisantes pour mettre le métal liquide en mouvement t (passages),[7].

Le maintenir en sustentation (lévitation), le façonner (formage), le pulvériser (pulvérisation).  
 Le maintenir en sustentation (lévitation), le façonner (formage), le pulvériser (pulvérisation).  
 Le champ magnétique fluctuant agit sur le fluide par l'intermédiaire de la force de Laplace  $\vec{\lambda} \wedge \vec{Z}$  en fonction de l'application désirée,[9].

### 1) Brassage

Les brasseurs électromagnétiques, tout comme les pompes électromagnétiques, ont la particularité de ne pas posséder de partie mobile. Par brassage, ils entraînent l'élimination de bulles, de saletés et aussi l'accélération du mélange (par turbulence) lors de réactions métallurgiques (fabrication d'alliages),[7].

### 2) Lévitiation

Parmi les procédés de lévitation utilisés en physique ; le procédé MHD permet de résoudre trois problèmes à la fois :

- L'absence de contact entre la charge et le creuset évite la contamination du métal par la paroi.
- L'échauffement de la charge par effet Joule peut en causer la fusion.
- Le brassage interne du fluide formé produit un mélange efficace des constituants,[15].

### 3) Formage

Le formage électromagnétique consiste à façonner des masses métalliques en lévitation magnétique par l'action de champs magnétiques qui modèlent la surface libre désirée. Cette technique a l'avantage d'éviter le chauffage et le reformage après solidification,[7].

### 4) Pulvérisation

La technique électromagnétique permet la fabrication de poudres et grenailles de tailles moyennes (environ 100 $\mu$ m) avec un débit massique élevé,[15].

Le freinage des métaux peut être aussi assuré par des convertisseurs linéaires à induction appelés vannes électromagnétiques ou robinets électromagnétiques. Il en est de même pour la mesure des vitesses d'écoulement qui peut être effectuée à l'aide des débitmètres électromagnétiques,[9].

### 5) Magnétohydrodynamique des fours à induction

Les fours à induction se composent essentiellement d'une bobine inductrice refroidie par circulation d'eau, entourant un creuset dans lequel se trouve la masse métallique à fondre et à traiter. L'utilisation des champs magnétiques alternatifs dans les fours à induction s'est considérablement développée ces dernières années dans les domaines de l'élaboration et le traitement des métaux. En effet, ce type de champ magnétique offre la possibilité d'agir à distance et de façon contrôlée sur un fluide électro conducteur, [7].

### **I.8 Conclusion :**

Un Générateur MHD (magnétohydrodynamique) Institut de conversion MHD qui l'énergie cinétique d'un Flue conducteur Direction en électricité. Principe de base Les bases du même que pour n'importe quel générateur électrique. Passe de deux générateurs utilisent un inducteur (électroaimant ou aimant permanent) générant un champ magnétique dans un induit ou canal.

- Conférence Dans le cas d'un générateur, cet induit est solide : c'est une pièce métallique portant des bobines en cuivre.
- Dans le cas d'un générateur MHD, cet induit est fluide : Liquide conducteur (eau salée ,liquide métallique) ou gaz ionique (plasma).
- Les générateurs MHD n'utilisent donc pas de pièce mécanique mobile, retraite prévention aux Générateurs de tradition. Le Fluide est un Mouvement dans le Champ Magnétique

**Chapitre II:**

**Modèles Mathématiques des  
phénomènes Electromagnétiques**

## II.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous présentons les formulations mathématiques modélisant la Pompe MHD et qui expriment les phénomènes électromagnétiques dans la pompe ainsi que certaines hypothèses permettant de simplifier ces équations

## II.2 ANALYSE DES PHENOMENES ELECTROMAGNETIQUES

L'objectif fondamental de l'électromagnétisme est de décrire les interactions qui s'exercent à l'intérieur d'un système de particules chargées [16]

Dans un repère Galiléen, la force qui s'exerce sur une particule de charge  $q$  dans la vitesse, est donnée par la loi de force de Lorentz :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (2.1)$$

Cette expression définit des champs physiques  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  appelé champ électromagnétiques. soit un circuit C1 parcouru par un courant  $\mathbf{I}$  ; il crée en tout point de l'espace un champ magnétique. Plaçons dans ce champ un autre circuit fermé conducteur C2, sans générateur, ne comportant qu'un galvanomètre. Si  $\mathbf{I}$  est constant, on constate qu'aucun courant ne traverse C1. Par contre dès que l'on modifie l'un des paramètres du système : courant dans le circuit C1 ou la position relative des deux circuits, on constate alors dans C2 l'apparition transitoire d'un courant appelé courant induit.

Une étude détaillée de toutes les circonstances expérimentales y compris celles où le champ magnétique est produit par des aimants montre que l'apparition d'un courant induit dans un circuit fermée est toujours lié à une variation dans le temps du flux magnétique à travers le circuit (**fig.2.1**) ; de plus le sens de courant induit est tel que le champ magnétique propre qu'il crée tend à s'opposer à la variation du flux qui lui a donné naissance c'est la loi De Lenz. .

Lors de ces phénomènes, les porteurs de charge on été mis en mouvement par l'action des forces électromagnétiques  $\vec{F}$  agissant sur un porteur de charge est non nulle son quotient par la charge  $q$  du porteur est appelée force électromotrice induite, elle est donnée par :

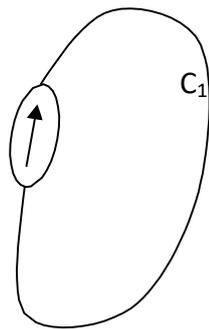
$$e = \frac{1}{q} \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad (2.2)$$

Plus concrètement, est la puissance instantanée fournie par ces forces motrices aux porteurs de charge en mouvement, constituant le courant "i" du circuit. La FEM est une grandeur directement accessible à la mesure et pouvant faire l'objet d'expériences précises.

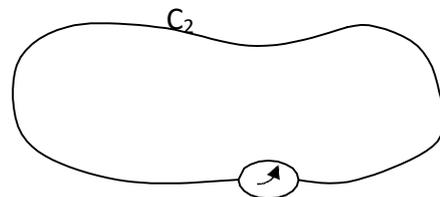
La FEM induite dans un circuit fermé est égale à l'opposé de la dérivée par rapport au temps du flux magnétique à travers le circuit

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \quad (2.3)$$

- ✓ Courant produisant le flux variant en fonction du temps
- ✓ Circuit ou aimant, source du champ, mobile par rapport au circuit où nait le courant Induit.
- ✓ Circuit ou partie du circuit soumis au champ mobile par rapport au circuit ou l'aimant Qui crée le champ.



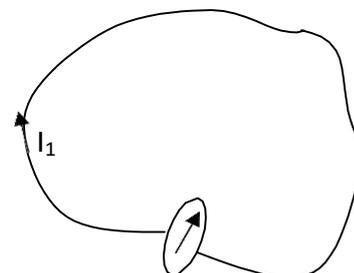
Circuit fixé ou mobile Courant induit



Déplacement d'un aimant



Déplacement d'un aimant



Circuit fixe courant Variable

**Fig.2.1**Phénomène d'induction

Le problème général de l'électromagnétique est résolu il' on sait calculer ces champs à partir de la distribution de charges  $\rho$  et de courants  $\vec{j}$  qui les créent. On donne ci-dessous un Système de quatre équation locales appelé équations de Maxwell qui, comme montrera Ultérieurement, permettent de calculer les champs  $\vec{e}$  et  $\vec{b}$  à partir de leurs sources  $\rho$  et  $\vec{j}$  Ce qui complète la théorie électro magnétique.

### II.3 Equation de MAXWELL :

Quatre grandeurs vectorielles caractérisent le champ électromagnétique. Ces grandeurs, qui dépendent de l'espace et du temps sont le champ électrique  $\vec{E}$  , le champ magnétique  $\vec{H}$  , l'induction magnétique ( $\vec{B}$ ) et l'induction électrique  $\vec{D}$  . C'est grâce à Maxwell qu'aujourd'hui nous pouvons modéliser les phénomènes électromagnétiques en se basant sur les quatre équations suivantes : [18], [19], [20] et [21] :

$$\begin{cases} \text{rot}(\vec{H}) = \vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{div}(\vec{B}) = 0 \\ \text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div}(\vec{D}) = \rho \end{cases} \quad (2.4)$$

A ces équations, on ajoute les équations de comportement du milieu :

$$\begin{cases} \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \vec{D} = \epsilon \vec{E} \end{cases} \quad (2.5)$$

où :

$\vec{j}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ : Densité des courants de déplacement négligeable à basse fréquence,

$\vec{E}$ : Champ électrique,

$\vec{D}$ : Induction électrique,

$\vec{H}$ : Champ magnétique,

$\vec{B}$ : Induction magnétique,

$\vec{j}_c$ : Densité de courant de conduction,

$\mu$  : Perméabilité magnétique,

$\epsilon$  : Permittivité électrique.

Selon les matériaux utilisés  $\mu$  et  $\epsilon$  peuvent être soit des scalaires, modélisant alors les propriétés de la matière sont les mêmes, sa tension est donc permanente L'effet des propriétés isotropes sur la puissance électrique de la machine.

Des relations supplémentaires caractérisant les différents milieux doivent être ajoutées Aux équations précédentes. Pour les milieux isotropes, on a les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{div}(\vec{B}) = 0 \\ \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div}(\vec{D}) = \rho \end{array} \right.$$

Caractéristique Magnétique :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Pour un milieu magnétique :

$$\mu_r = \mu_r(H)$$

Pour un milieu amagnétique :

$$\mu_r = 1$$

Avec :

$\mu_0$  : perméabilité du vide.

$\mu_r$  : perméabilité relative du milieu considéré.

Caractéristique diélectrique :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

$\epsilon_0$  : permittivité de l'air.

$\epsilon_r$  : permittivité relative du milieu considéré.

Pour un milieu conducteur, la densité de courant est donnée par la loi d'Ohm généralisée :

$$\vec{J} = \vec{J}_{ex} + \vec{J}_{ind}$$

$$\vec{J}_{ind} = \sigma (\vec{E} + \vec{\vartheta} \wedge \vec{B})$$

Avec:

$\sigma$  : conductivité électrique ;

$\vartheta$ : Vecteur vitesse ;

$J_{ex}$ : densité de courant imposé dans l'inducteur ;

$J_{ind}$ : densité du courant induit ;

$\sigma \vec{E}$  : représente le courant de conduction résultant du champ électrique  $\vec{E}$ ;

$\sigma(\vec{\mathcal{V}} \wedge \vec{B})$  : exprime le courant résultant du mouvement à la vitesse  $\vec{\mathcal{V}}$ .

## II.4 FORMULATION DES EQUATIONS ELECTROMAGNETIQUES

Les équations de Maxwell décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques, mais, suivant les dispositifs que l'on étudie, on peut avoir plusieurs modèles [17],[18]et [21].

### II.4.1. Le modèle électrostatique

Dans ce modèle, champ Il est produit par expéditions fixes qui varient Pas en termes de distribution. Ce modèle est régi par les équations suivantes

$$\begin{cases} \overrightarrow{rot}(\vec{E}) = \mathbf{0} \\ \overrightarrow{div}(\vec{D}) = \rho \\ \vec{D} = \epsilon \vec{E} \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\text{Car } \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

Relation :  $\overrightarrow{rot}(\vec{E})=0$  permet de définir une fonction auxiliaire U d'une fonction potentielle Électrophorèse, telle que :  $\vec{E} = -\overrightarrow{grad} U$

Cette forme sera alors l'équation suivante :

$$\text{Div}(\epsilon \overrightarrow{grad} U) + \rho = 0 \quad (2.7)$$

### II.4.2 Le modèle Electrocinétique

Ce modèle est utilisé dans l'étude de la répartition du courant électrique de conduction dans des conducteurs isolés soumis à des différences de potentiel se poursuit .Il est régi par les équations :

$$\begin{cases} \overrightarrow{rot}(\vec{E}) = 0 \\ \overrightarrow{div}(\vec{j}) = 0 \\ \vec{j} = \sigma \vec{E} \end{cases} \quad (2.8)$$

La Relation :  $\overrightarrow{rot}(\vec{E})=0$  montrer qu'il existe encore un potentiel électrique scalaire U

(tension électrique), tel que :  $\vec{E} = -\overrightarrow{grad} U$

### II.4.3 Le modèle magnétostatique

Dans ce modèle, le terme  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  de l'équation est nul. Ceci s'explique par le fait que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps. Dans le cas de ce modèle, on peut avoir deux sortes de formes :

#### II.4.3.1 Modèle magnétostatique scalaire

Dans ce cas, les courants électriques sont nuls, il vient alors que les champs ne dépendent pas du temps. On obtient alors les relations :

$$\overrightarrow{Rot} \vec{H} = 0 \text{ courants nuls}$$

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \text{ conservation du champ}$$

$$\text{Avec la loi milieu, } \vec{B} = \mu \vec{H}$$

$\vec{H}$  dérive d'un potentiel scalaire magnétique  $U$ , d'où la nomination du modèle magnétostatique scalaire, tel que :  $\vec{H} = - \overrightarrow{grad} U$

Le modèle se ramène alors à l'équation :

$$\text{Div}(\mu \overrightarrow{grad} U) = \text{Div} \vec{B} \quad (2.10)$$

#### II.4.3.2 Modèle magnétostatique vectoriel

Dans le modèle magnétostatique vectoriel, les courants électriques ne sont pas nuls. Il vient alors que :

$$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{j} \quad (2.11)$$

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \quad (2.12)$$

$$\text{Avec la loi du milieu : } \vec{B} = \mu \vec{H}$$

La relation (2.11), permet de définir une fonction vectoriel  $\vec{A}$  appelée potentiel vecteur magnétique, tel que :  $\vec{B} = \overrightarrow{rot} \vec{A}$

D'où le système d'équations :

$$\overrightarrow{rot} \left( \frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) = \vec{j} + \overrightarrow{rot} \left( \frac{1}{\mu} \vec{B} \right) \quad (2.13)$$

$$\text{div} \vec{A} = 0$$

#### II.4.4 Le modèle magnétodynamique

Dans ce cas, les sources du courant sont dépendantes du temps, ainsi, les champs électrique et magnétique seront alors couplés par la présence des courants induits (ou courants de Foucault).

Le potentiel vecteur  $\vec{A}$  joue un rôle primordial, car la connaissance de  $\vec{A}$  implique la connaissance de toutes les autres grandeurs physiques:

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \quad (2.14)$$

En terme d'équations, nous avons :

$$\begin{cases} \overrightarrow{rot}(\vec{H}) = \vec{j} \\ \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ \vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A} \end{cases}$$

A ces équations, nous ajoutons les lois caractéristiques au milieu

$$\vec{B} = \mu\vec{H}$$

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E}$$

C'est à partir de ces équations de base de ce modèle que nous pouvons déterminer l'équation décrivant l'évolution des phénomènes électromagnétiques.

L'utilisation de ce modèle est très répondeuse dans l'étude des machines électriques, des transformateurs, etc.....

#### II.4.5 Formulation en terme de potentiel vecteur

A partir de l'équation du flux magnétique, on définit le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  par l'équation suivante [23]:

Dans le cas général, il existe une infinité du vecteur  $\vec{A}$  peut satisfaire la relation

$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A}$ . En fait, puisque le gradient de toute fonction scalaire U est nul,

Donc, tout vecteur  $(\vec{A} + \overrightarrow{grad}U)$  satisfait la relation  $\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A}$ , d'où la nécessité de le forcer

la condition pour assurer l'unicité de la solution

$$Div \vec{A} = 0$$

L'équation qu'on va établir s'applique aux dispositifs électromagnétiques dans lesquels il y a présence de courants induits provenant de la variation des champs dans le temps.

En remplaçant  $\vec{B}$  par  $\overrightarrow{rot}(\vec{A})$ , l'équation  $\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$$\overrightarrow{rot}\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = 0 \quad (2.16)$$

A partir de cette relation, on peut définir un potentiel scalaire électrique  $U$  tel que :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\overrightarrow{grad}U \quad (2.17)$$

$$\vec{J} = \vec{J}_{ex} + \partial \vec{E} \quad (2.18)$$

La combinaison des équations (2.17) et (2.18) donne:

$$\partial \vec{E} = \vec{J} - \vec{J}_{ex} = \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad}U \right) \quad (2.19)$$

d'où

$$\vec{J} = \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad}U \right) + \vec{J}_{ex} \quad (2.20)$$

De ces équations on aboutit :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot}\vec{A}\right) = \vec{J}_{ex} + \partial \vec{E} + \sigma(\vec{v} \wedge \overrightarrow{rot}\vec{A})$$

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot}\vec{A}\right) = \vec{J}_{ex} - \partial \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad}U \right) + \sigma(\vec{v} \wedge \overrightarrow{rot}\vec{A})$$

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot}\vec{A}\right) + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad}U \right) - \sigma(\vec{v} \wedge \overrightarrow{rot}\vec{A}) = \vec{J}_{ex}$$

Le potentiel vecteur  $\vec{A}$  ne peut pas être défini par la seule condition  $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A}$ , on

Doit fixer sa divergence pour assurer l'unicité de la solution de l'équation aux dérivées Partielles (E.D.P).

On ajoute alors la condition  $div(\vec{B}) = 0$ , appelée Jauge de Coulomb. On obtient ainsi

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot}\vec{A}\right) + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad}U \right) - \sigma(\vec{v} \wedge \overrightarrow{rot}\vec{A}) = \vec{J}_{ex} \quad (2.21)$$

$$div\vec{A} = 0$$

les termes  $\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  et  $\sigma(\vec{v} \wedge \overrightarrow{rot}\vec{A})$  représentent les densités des courants induits. Ils traduisent le caractère dynamique dans le temps et dans l'espace des phénomènes électromagnétiques, tandis que le terme  $(-\sigma \overrightarrow{grad}U)$  décrit la densité du courant dépendante des conditions

électriques imposées aux extrémités des conducteurs

Enfin, la définition complète du problème magnétodynamique doit prendre en compte

les conditions aux limites du type :

- Dirichlet dans son cas général :  $A = A_0$
- Neumann (homogène) dans son cas particulier :  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$

Dans le cas où la machine est linéaire  $\vec{A}$ , est considéré uniformément répartie, l'équation (2.21) devient

$$\begin{cases} \overline{rot}(v\overline{rot}\vec{A}) + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{j}_{ex} \\ \text{div}\vec{A} = 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

Où  $V = \frac{1}{\mu}$  désigne la reluctivité magnétique.

L'équation (2.22) prend différentes formes selon la région d'étude et les caractéristiques des différents milieux [24].

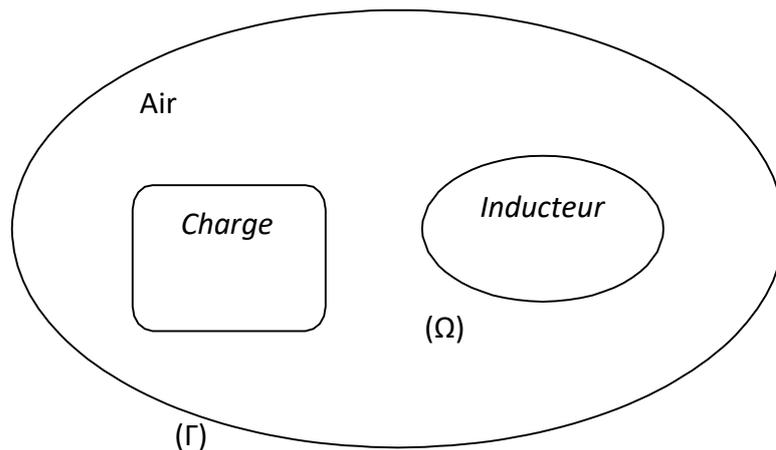


Fig.2.3 Problème électromagnétique type

### 1) Région Inducteur

On considère deux cas :

- L'inducteur est alimenté par une source de tension. Dans ce cas le potentiel scalaire N'est autre que la tension connue de la source U :

$$\overline{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overline{rot}\vec{A}\right) + \sigma\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma\overline{grad}U \quad (2.23)$$

- L'inducteur est alimenté par une source de courant de densité  $\vec{j}_{ex}$  d'amplitude connue,

dont la distribution est uniforme dans la section du conducteur. L'équation (2.22) devient

:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}\right) = \vec{j}_{\text{ex}} \quad (2.24)$$

### 2) Région non conductrice

Pour le traitement des régions non conductrices ( $J=0$ ), le champ magnétique  $\vec{H}$  dérive d'un potentiel scalaire. Le système (2.15) se ramène alors à une équation de Laplace [10].

Dans notre cas cette région est constituée par de l'air. On retrouve alors l'équation de Laplace :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}) = 0 \quad (2.25)$$

Il reste néanmoins à assurer l'unicité de ce potentiel à l'aide d'une condition de Jauge.

Nous choisirons la Jauge de Coulomb :

$$\text{div}\vec{A} = 0$$

### 3) Région conductrice

L'équation régissant cette région est :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}\right) = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (2.26)$$

Avec  $-\sigma \overrightarrow{\text{grad}} U = 0$  en 2D

➤ Cas de dispositifs alimentés en courant harmonique

On suppose que la perméabilité  $\mu$  ne dépend pas de l'induction magnétique, si les courants d'excitation sont de nature alternative, on peut utiliser une représentation de Fresnel pour modéliser leur variation temporelle [23].

L'utilisation des nombres complexes permet alors de remplacer le terme ;

$$\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \text{ Par } i\omega\sigma\vec{A}$$

$$\omega = 2\pi f$$

Avec

$i$  : Unité imaginaire ( $i^2 = -1$ ) ;

$\omega$  : Pulsation des sources [rd/s].

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\nabla\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}) + i\omega\sigma\vec{A} = \vec{j}_{\text{ex}} \quad (2.27)$$

$$\text{Div}\vec{A} = 0$$

➤ Cas de dispositifs alimentés en courant transitoire

Dans le cas d'une alimentation en courant transitoire, le traitement du système d'équations caractéristiques, nécessite une discrétisation en pas à pas dans le temps [23].

Si un algorithme du type Euler explicite est adopté, on aura , à chaque pas de temps  $\Delta t_i$  :

$$\frac{\partial J}{\partial t} = \frac{J_i - J_{i-1}}{\Delta T_i}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{A_i - A_{i-1}}{\Delta T_i}$$

L'expression de la dérivée  $\partial A / \partial t$  doit être alors remplacée dans le système d'équation (2.21),

les calculs seront être effectués à chaque pas du temps(  $i \Delta t$  ) [22]

## II.5 EQUATION ELECTROMAGNETIQUE D'UN SYSTEME AXISYMETRIQUE

Dans une configuration axisymétrique (coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ ), la formulation utilisant le potentiel vecteur offre l'intérêt suivant [24]: Lorsque le courant d'excitation est orienté suivant la direction  $\theta$  , le système présente une seule inconnue, la composante ortho radiale ( $A_\theta$ ) du vecteur  $\vec{A}$  . Dans une telle configuration, les courants sont perpendiculaires au plan d'étude.

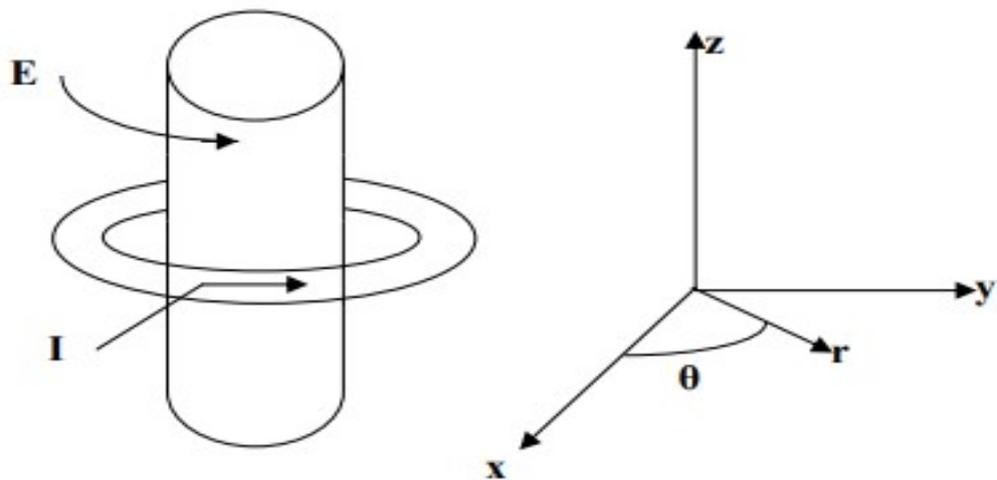


fig.2.4 : Dispositif axisymétrique

Les différentes grandeurs vectorielles ont les composantes suivantes :

$$\vec{J} \begin{bmatrix} 0 \\ J_\varphi \\ 0 \end{bmatrix}; \vec{E} \begin{bmatrix} 0 \\ E_\varphi \\ 0 \end{bmatrix}; \vec{A} \begin{bmatrix} 0 \\ A_\varphi \\ 0 \end{bmatrix}; \vec{B} \begin{bmatrix} Br \\ 0 \\ Bz \end{bmatrix}; \vec{H} \begin{bmatrix} Hr \\ 0 \\ Hz \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Comme le vecteur  $\vec{A}$  est confondu avec sa composante ortho radiale, sa divergence est donc automatiquement nulle. Dans ces conditions, le système d'équations se réduit alors à :

$$\overrightarrow{rot}(V\overrightarrow{rot}\vec{A}) = \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overrightarrow{grad}U \right) + \vec{J}_{ex} \quad (2.29)$$

Or, dans une configuration axisymétrique, le terme  $\overrightarrow{grad}U$  est nulle. Ainsi l'équation (2.29)

prend la forme suivante :

$$\overrightarrow{rot}(V\overrightarrow{rot}\vec{A}) + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \vec{J}_{ex} \quad (2.30)$$

Sachant que dans un système de coordonnées cylindriques, nous avons:

$$\begin{cases} -\frac{\partial A_0}{\partial z} \\ \overrightarrow{rot}\vec{A} = 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_0)}{\partial r} \end{cases} \quad (2.31)$$

Ceci réduit la forme vectorielle (2.30) à la relation suivante :

$$-\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial r} \left( v_r \frac{\partial A_0}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( v_z \frac{\partial A_0}{\partial z} \right) + \frac{A_0}{r^2} + \sigma \frac{\partial A_0}{\partial t} = \vec{J}_{ex} \quad (2.32)$$

Si nous considérons le potentiel vecteur magnétique A tel que :

$$A = \vec{A}_0 \quad (2.33)$$

Comme inconnue du problème, et si on prend pour la commodité de l'écriture  $\vec{J}_{ex} = \vec{J}_{ex} \vec{e}_x$

l'équation (2.32) devient :

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left( v_r \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( v_z \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\sigma}{r} \frac{\partial A}{\partial t} = \vec{J}_{ex} \quad (2.34)$$

## **II.6 AUTRE METHODE DE RESOLUTION DE L'EQUATION ELECTROMAGNETIQUE ET DE CALCUL DE LA PERMEABILITE**

Il existe trois méthodes pour résoudre le problème électromagnétique. Les deux premières (incrémentation temporelle et décomposition en harmoniques) sont précises mais coûteuses en temps de calcul, la troisième (équivalence magnétique) est moins précise mais plus simple à réaliser et nécessite un temps de calcul moins important que dans le cas des deux premières méthodes.

## **II.7 Conclusion:**

Ce chapitre a été consacré aux formules mathématiques des phénomènes électromagnétiques présents dans les dispositifs électrotechniques. Dans notre travail, nous avons opté pour le modèle électromagnétique avec la formulation en vecteur potentiel magnétiques.

Dans le chapitre suivant on présentera les résultats de la modélisation de la pompe à induction par la méthode des éléments finis par l'utilisation du logiciel COMSOL.

**Chapitre III :**  
**Application**  
**et**  
**résultats**

### III.1 Introduction :

Dans ce chapitre, on va étudier les phénomènes électromagnétiques par la méthode des éléments finis on utilisant le logiciel multi-physique (Comsol ) ainsi que l'étude de l'influence des matériaux ferromagnétique sur les performances de la pompe à induction.

### III.2 Description générale de la pompe MHD annulaire à induction :

Le principe de fonctionnement de la pompe MHD (**figure3.1**) est analogue à celui du moteur asynchrone, l'alimentation de l'inducteur crée un champ magnétique B glissent à la vitesse de synchronisme, où les courants électriques sont induit dans le métal liquide au moyen d'un champ magnétique, produisant une force électromagnétique ( $\vec{B} \wedge \vec{J}$ )

avec le champ instantané pour assurer l'écoulement du fluide.

Les métaux tels que le mercure, aluminium et le sodium qui ont une conductivité électrique élevée sont les plus aptes à ce genre de pompage [ bergoug ]. La pompe MHD annulaire à induction étudiée est à 6 encoches. En raison de la symétrie axiale de la pompe, seule une représentation bidimensionnelle du système sera considérée. Ainsi le modèle géométrique adopté comprend trois régions surfaciques :

- L'inducteur ;
- Les bobines ;
- Le canal.

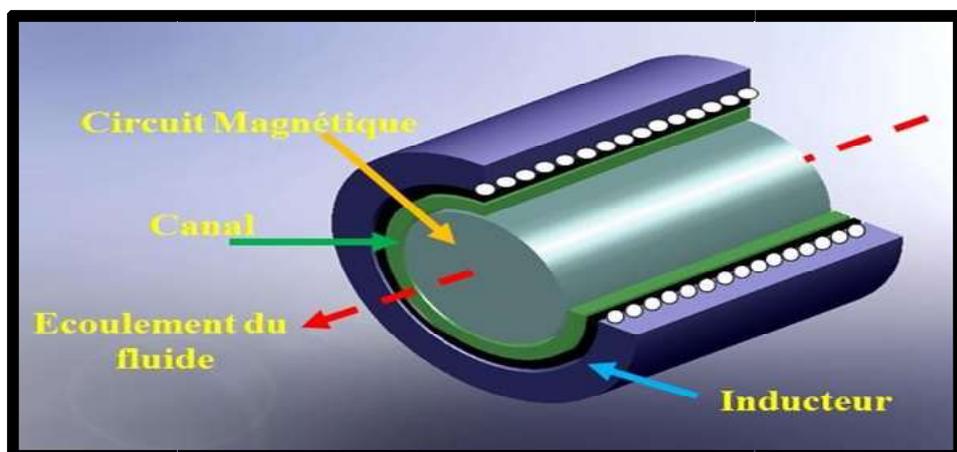


Fig.3.1 Pompe MHD à induction annulaire

### III.3 Présentation du logiciel Comsol

COMSOL Multi-physique est un logiciel de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis. Ce logiciel permet de simuler de nombreuses phénomènes physiques et applications en ingénierie, et tout particulièrement les phénomènes couplés ou simulation multi-physiques. COMSOL Multi-physique est une plateforme de simulation qui offre des capacités de modélisation multi-physique et mono-physique entièrement couplées. Le Constructeur de modèles comprend toutes les étapes de la méthodologie de travail de la modélisation — définition des géométries et des propriétés des matériaux, spécification de la physique qui décrit des phénomènes spécifiques à la résolution, jusqu'au post-traitement des modèles pour produire des résultats précis et documentés.

### III.4 Résultats de simulation de l'étude des performances de la pompe pour différentes perméabilités magnétiques.

#### III.4.1 Distribution du potentiel vecteur

Les figures (3.2), (3.3), (3.4) et (3.5), représentent respectivement, les lignes équipotentielles et la distribution du potentiel vecteur  $A_z$  dans la pompe étudiée, Alimentée en courant et ceci pour deux valeurs différentes de la perméabilité magnétique.

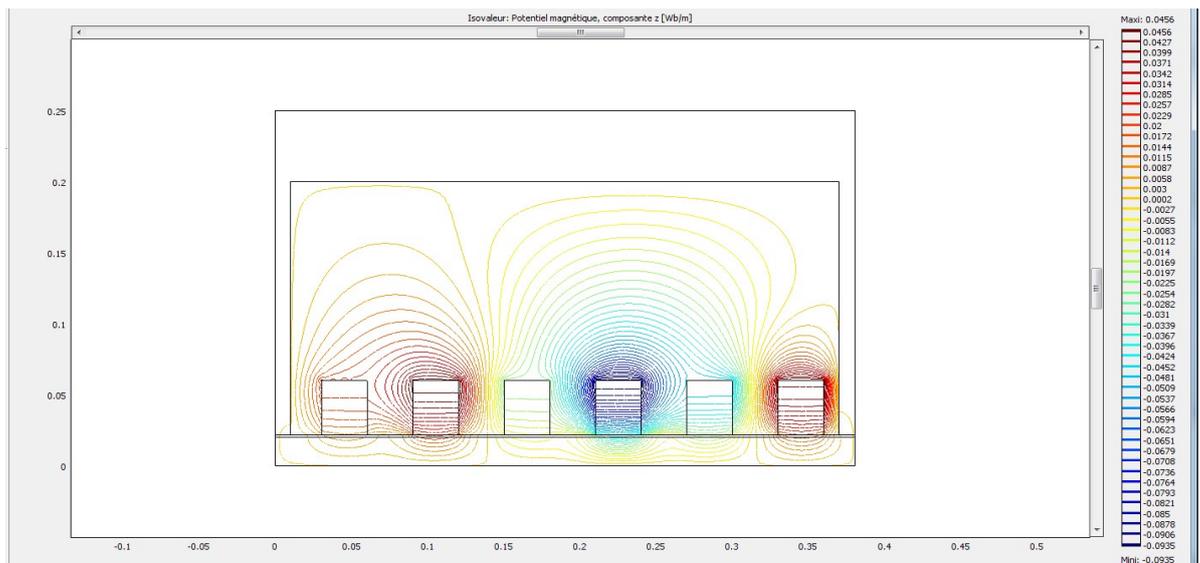


Fig.3.2 : Distribution du potentiel vecteur pour  $\mu_r = 1000$

## Chapitre III: Application et résultats

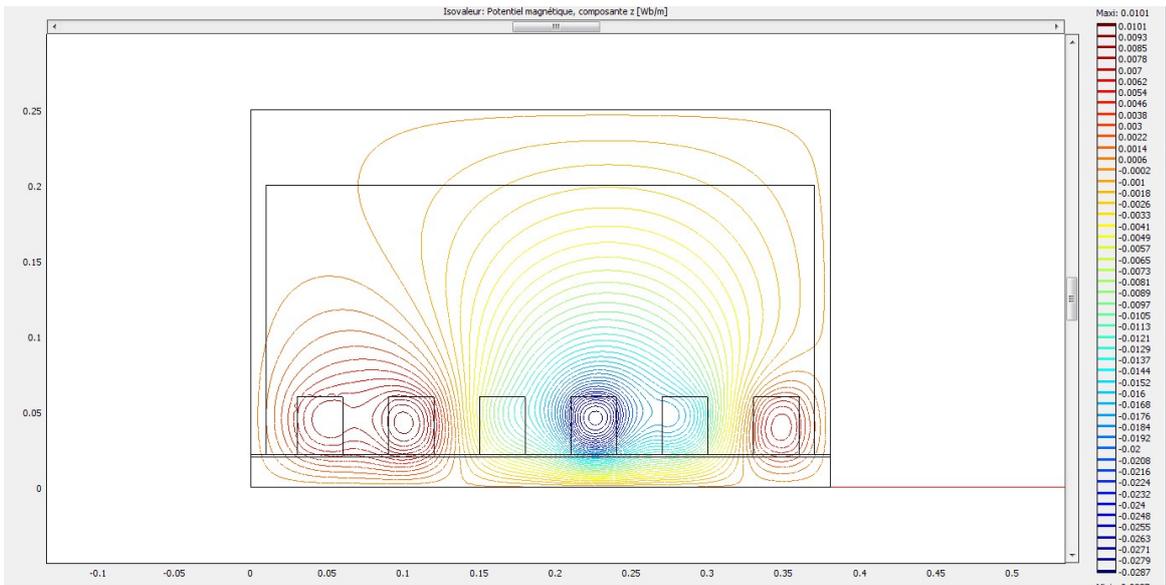


Fig.3.3 : Distribution du potentiel vecteur pour magnétique  $\mu_r=1$

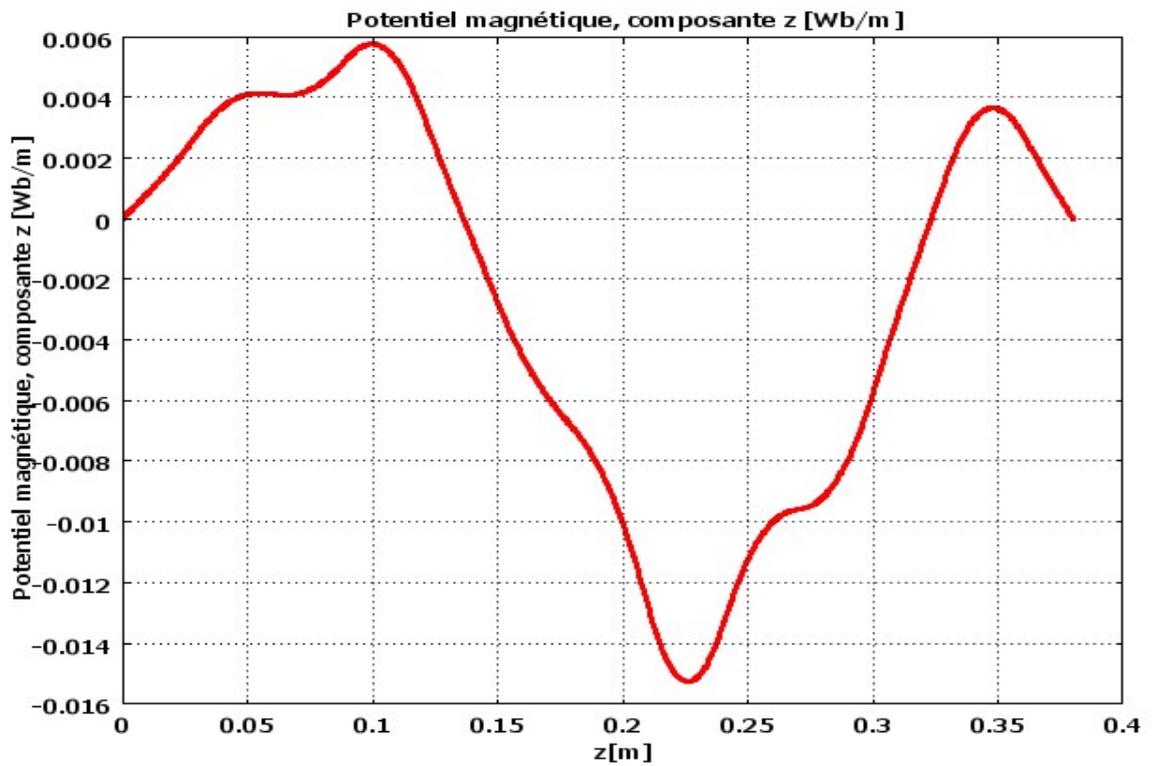
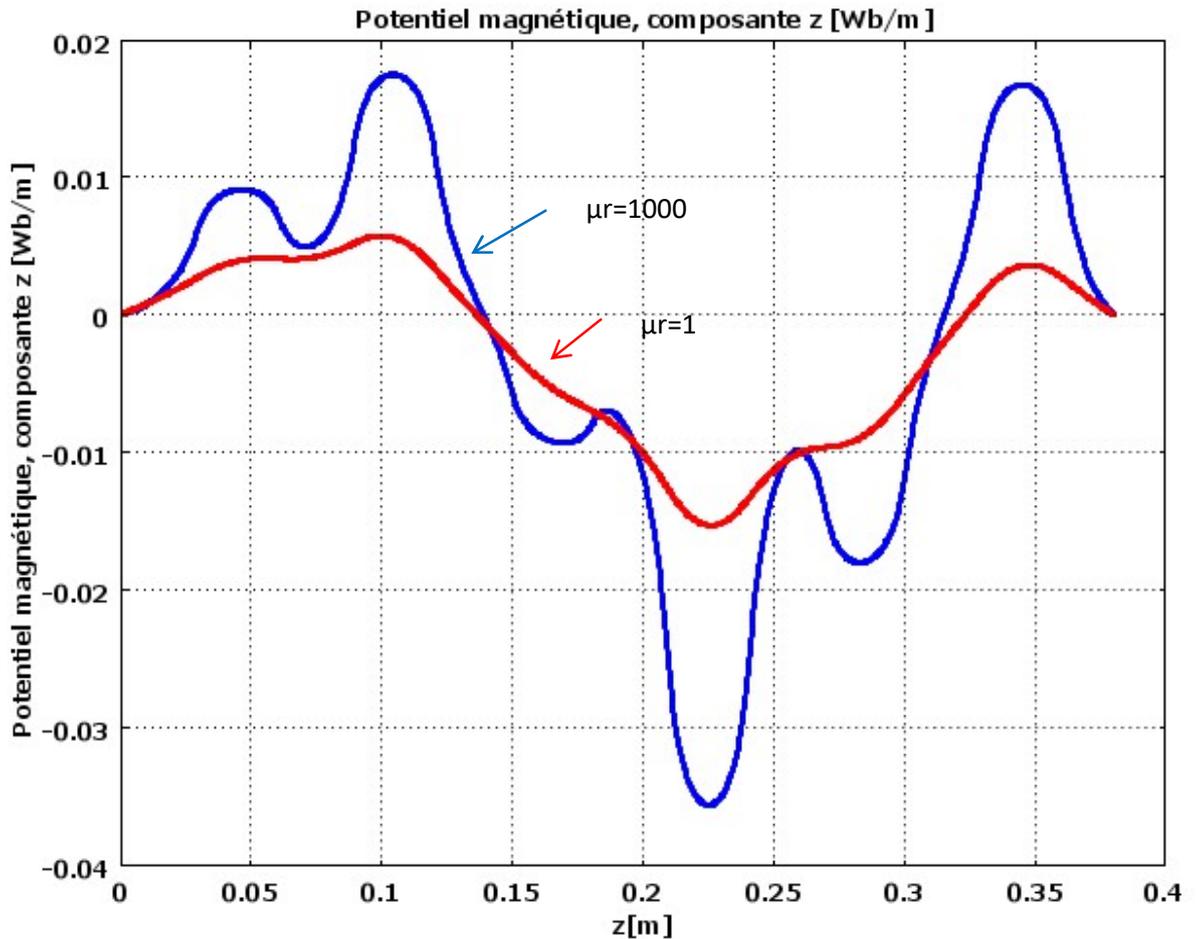


Fig.3.4 : Répartitions du potentiel vecteur magnétique  $A$  pour  $\mu_r=1$



**Fig.3.5 : Répartitions du potentiel vecteur magnétique  $A$  pour différentes perméabilités**

On voit bien que, le potentiel vecteur atteint sa valeur maximale au niveau de l'inducteur et diminue au fur et à mesure qu'on s'éloigne du domaine. Les résultats des deux cas, montre que lorsque la perméabilité magnétique diminue le potentiel vecteur diminue également.

### III.4.2 Distribution de l'induction magnétique :

La figure (3.6), représente l'induction magnétique dans la pompe MHD, on remarque que les valeurs de l'induction magnétique  $B$  diminuent dans le cas où la perméabilité magnétique diminue.

On observe que, l'induction magnétique atteint sa valeur limite au niveau de l'inducteur et diminue quand on s'éloigne du domaine.

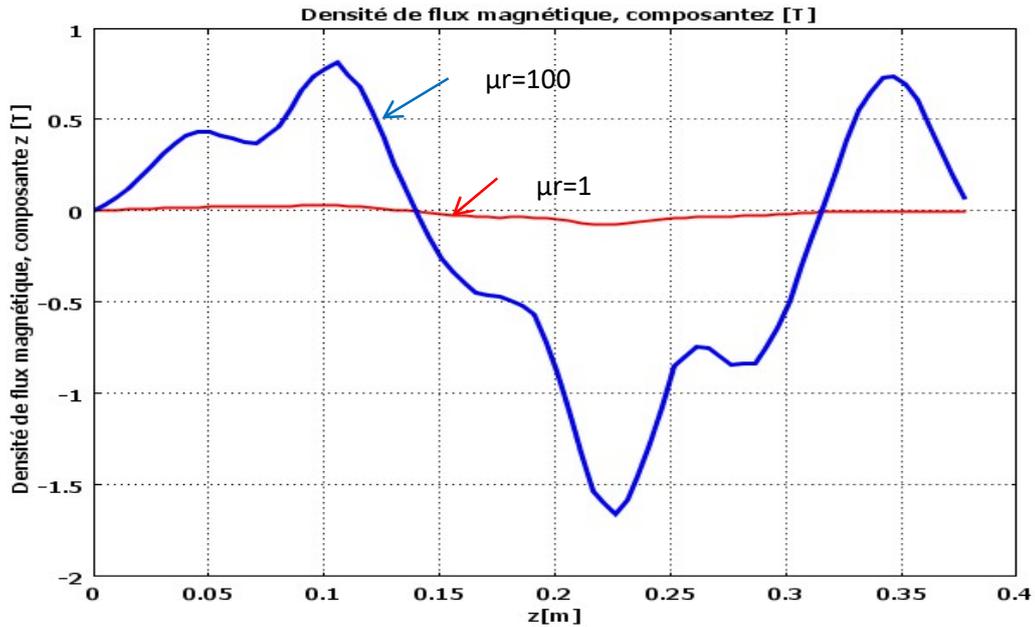


Fig.3.6 : L'induction magnétique dans la pompe MHD pour différentes perméabilités

### III. 4.3 Représentation de la densité du courant induit

La figure (3.7), représente la variation de la densité des courants induits dans le canal de la pompe MHD. On remarque que la densité du courant induit est faible dans le cas où la perméabilité est faible.

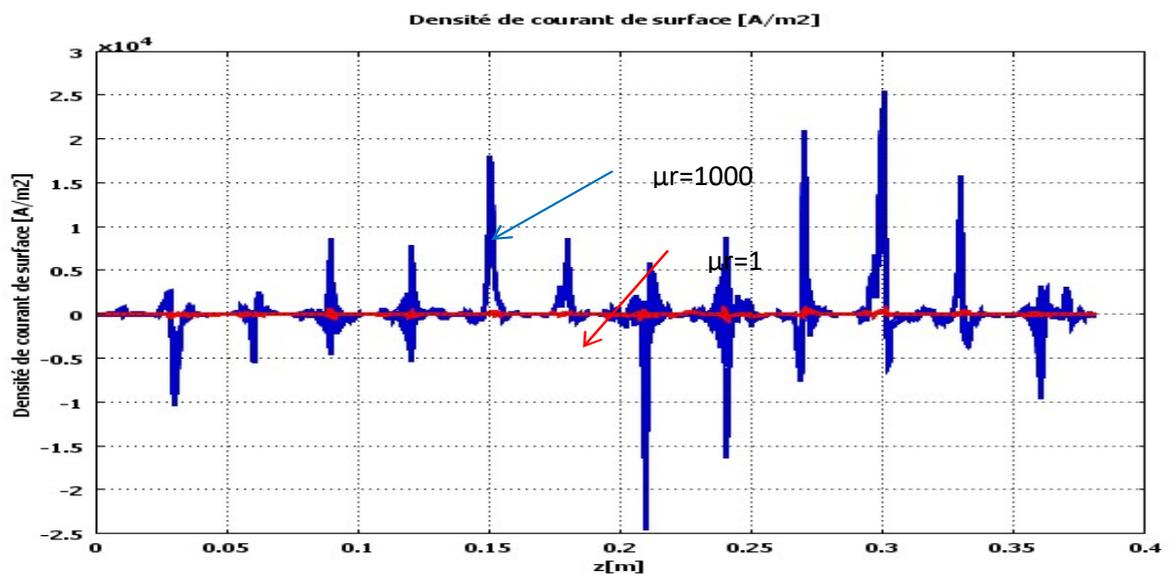
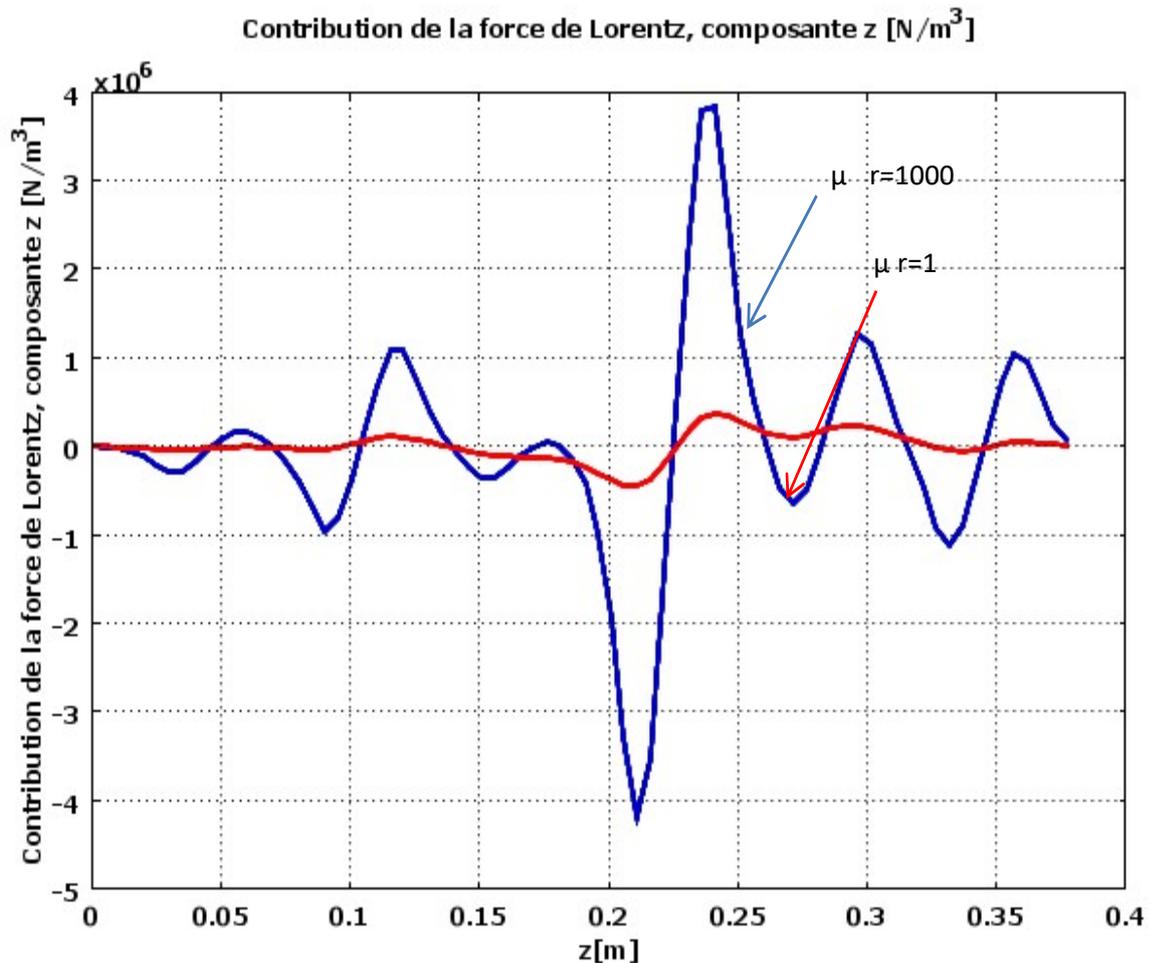


Fig.3.7 : Densité de courant dans la pompe MHD pour différentes perméabilités

### III.4.4 Représentation de la force électromagnétique

La figure (3.8), représente la variation de la force électromagnétique dans le canal pour différentes perméabilités magnétiques.



**Fig.3.8 : Variation de la force électromagnétique dans le canal pour différentes perméabilités magnétiques.**

On constate que la force électromagnétique dans le cas ( $\mu_r=1000$ ) est plus importante que dans le cas ( $\mu_r=1$ ), la force augmente à l'augmentation de la perméabilité du matériau (ferromagnétique) et diminue à faible perméabilité magnétique (amagnétique).

### III.5 Modélisation des phénomènes électromagnétiques en présence d'une plaque ferromagnétique

#### 3.5.1 Distribution du potentiel vecteur.

La figure (3.9) représente les lignes équipotentielles dans la même pompe. On constate que la couche conductrice ferromagnétique canalise mieux le flux magnétique.

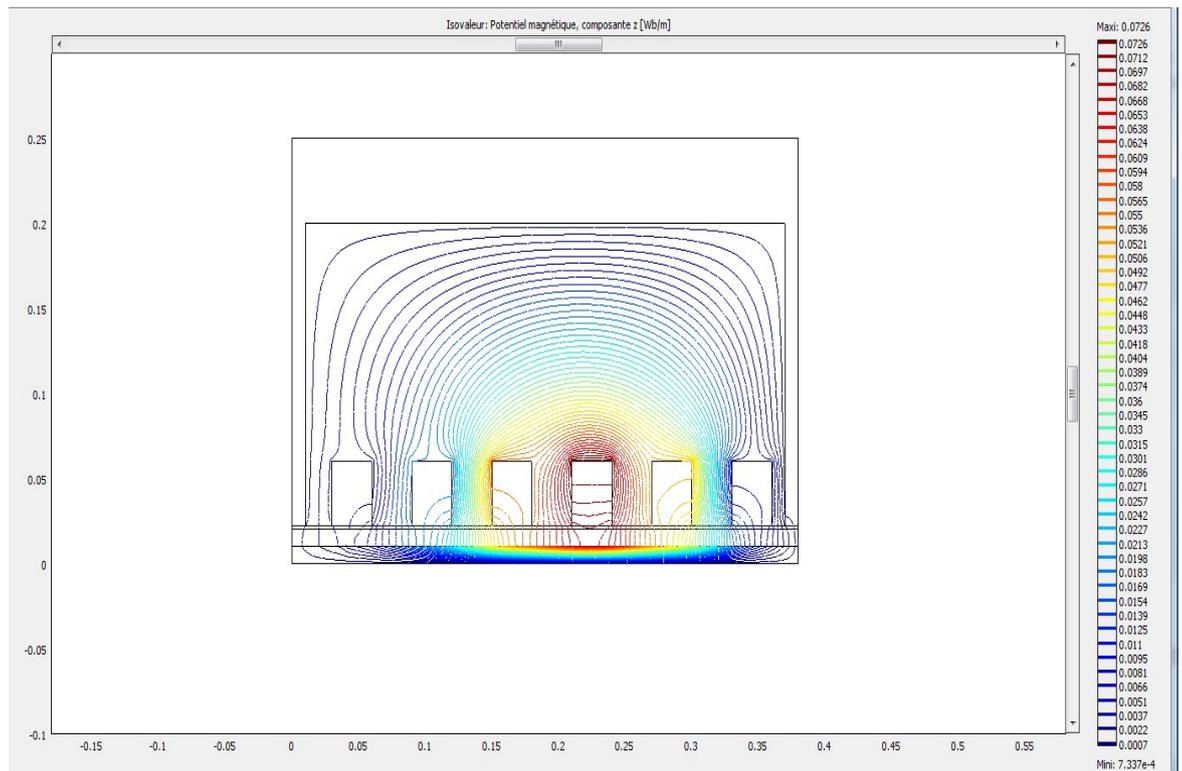


Fig.3.9 : Distribution du potentiel vecteur dans la pompe

#### III.5.2 Distribution de l'induction magnétique

La figure (3.10), montre l'évolution de la composante de l'induction magnétique  $B_z$  dans une couche conductrice ferromagnétique. On voit bien que, l'induction magnétique  $B$  augmente en présence de la couche ferromagnétique.

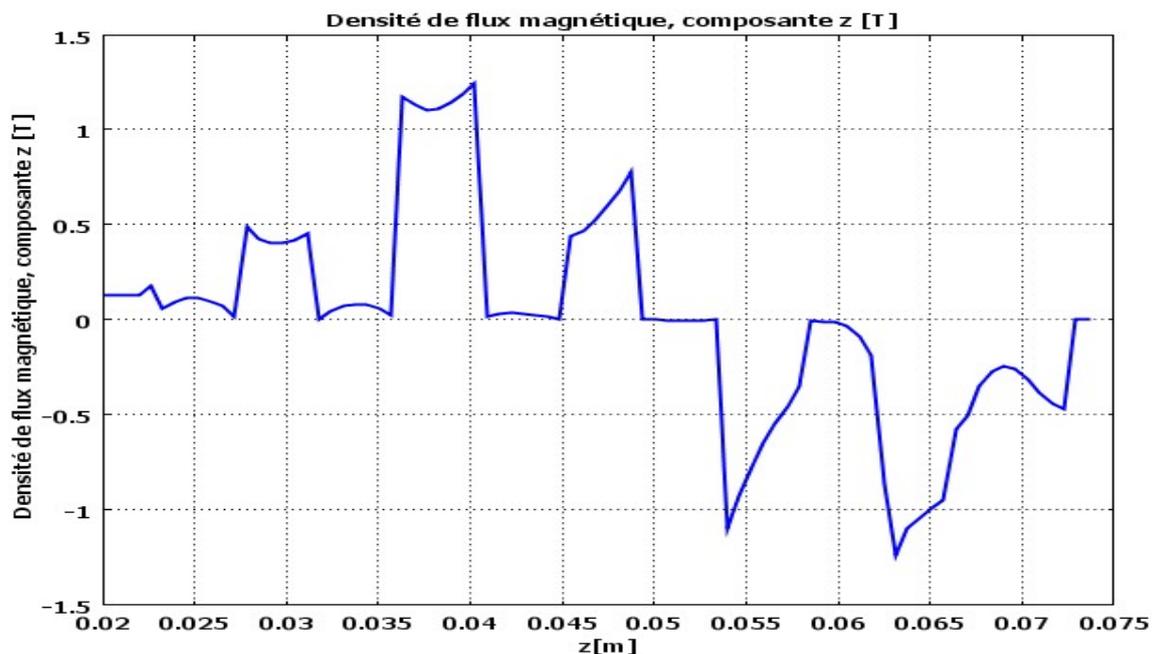


Fig.3.10 : Distribution de l'induction magnétique avec une couche ferromagnétique

### III.5.3 Représentation de la densité du courant induit

La figure (3.11), représente la variation de la densité du courant induit dans le canal en présence d'une couche conductrice ferromagnétique. La plaque de ferromagnétique augmente la densité du courant induit à cause de l'augmentation de la reluctance

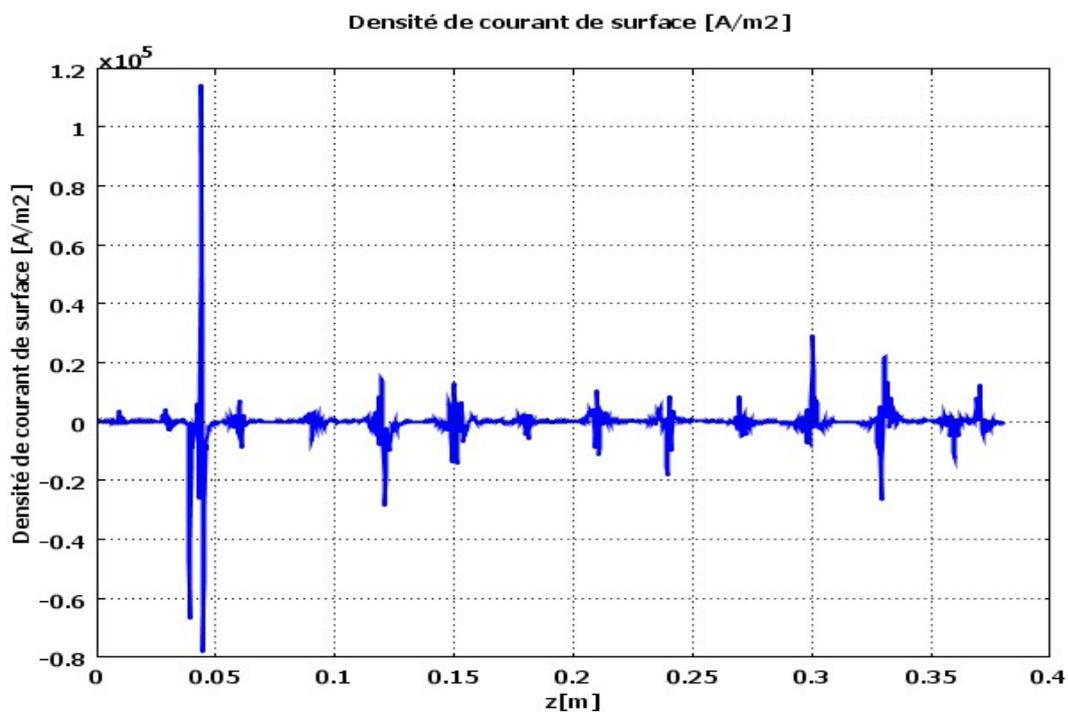


Fig.3.11 : Densité du courant induit en présence de la plaque ferromagnétique

### III.5.4 L'influence de la couche ferromagnétique sur la force électromagnétique

La figure (3.12), présente la variation de la force électromagnétique dans le canal. On remarque que la force en présence de la plaque ferromagnétique est très importante.

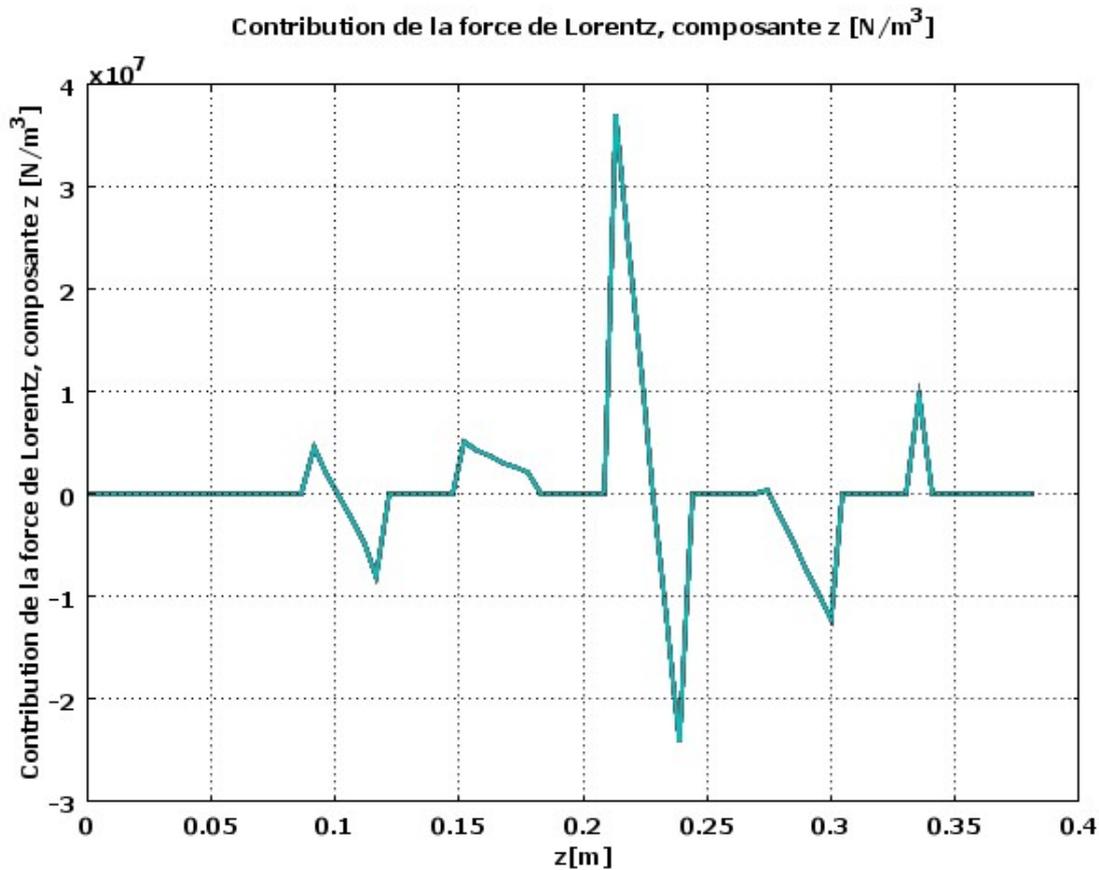


Fig. 3.12 : la force électromagnétique dans le canal en présence de la plaque ferromagnétique

### III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats des différents cas de simulation pour deux cas de perméabilités ainsi que l'effet de mettre une plaque ferromagnétique dans le canal sur les performances de la pompe annulaire à induction.

# **Conclusion générale**

## Conclusion générale

---

### Conclusion générale

Ce travail est consacré à l'étude de l'influence des matériaux ferromagnétiques sur les performances d'une pompe MHD à induction.

Pour cela, une modélisation numérique des phénomènes électromagnétiques est nécessaire. La méthode des éléments finis a été retenue car elle est plus simple à développer en utilisant le logiciel Comsol.

La simulation en 2D sur COMSOL nous a permis de déterminer les résultats de potentiel vecteur magnétique, l'induction magnétique, ainsi que la force électromagnétique permettant l'écoulement du fluide dans le canal.

Une étude comparative entre les différents résultats obtenus montre l'influence des matériaux ferromagnétiques sur les performances de la pompe MHD annulaire à induction.

Cette dernière est utilisée pour le pompage des métaux liquides d'où la nécessité d'avoir des courants induits importants et par conséquent des forces de Laplace pour assurer l'écoulement du fluide choisi.

**Annexe**

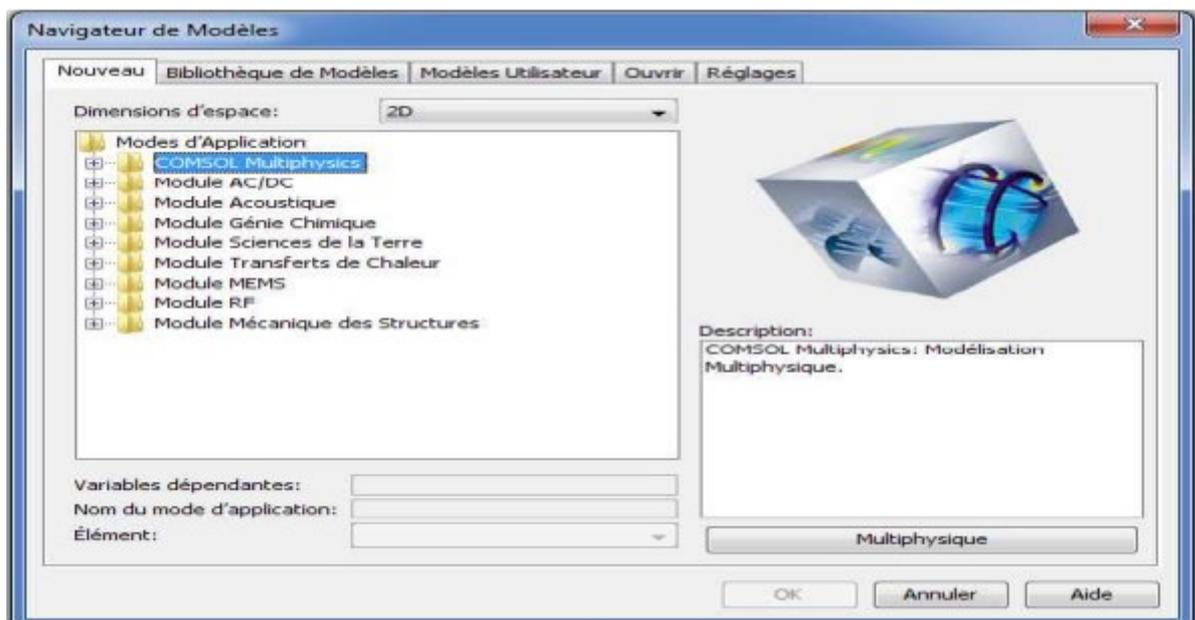
### Annexe :

#### COMSOL Multi-physique:

Le COMSOL Multi-physique est un logiciel de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis. Ce logiciel permet de simuler de nombreuses physiques et applications en ingénierie, et tout particulièrement les phénomènes couplés ou simulation multi-physique.

#### Utilisation de COMSOL Multi-physique:

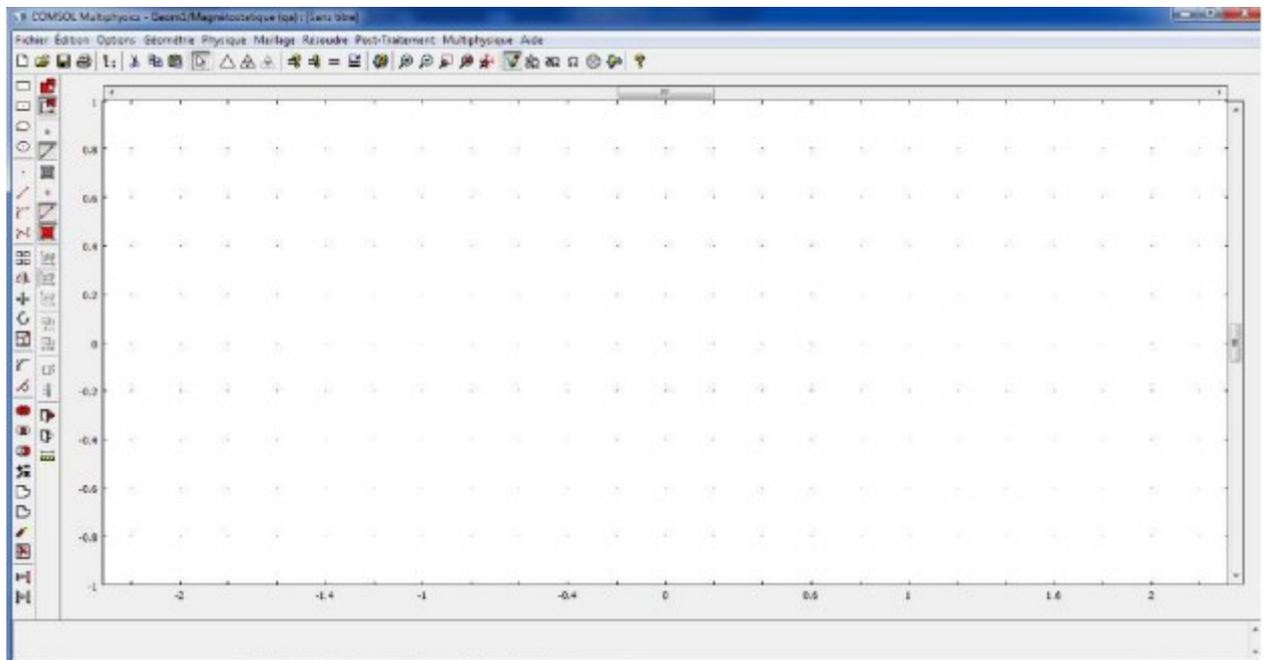
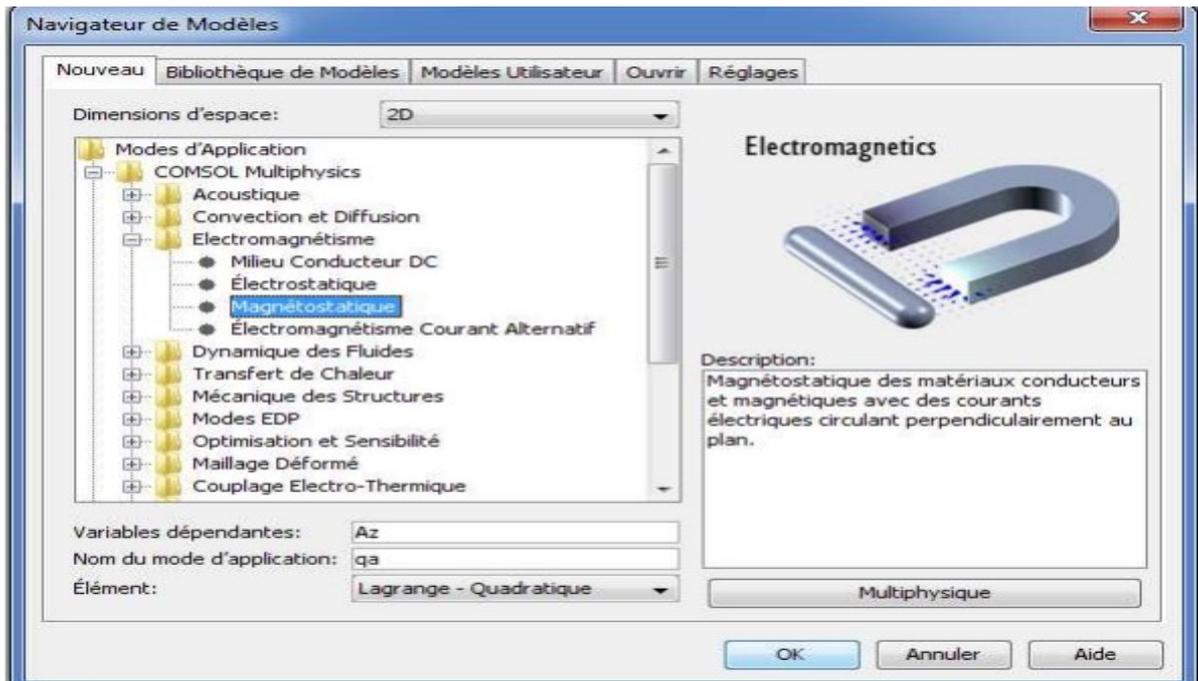
Lancement du logiciel COMSOL et sur application mode choisir COMSOL Multi-physique électromagnétique magnétostatique, cliquez ok pour démarrer. La fenêtre ci-dessous s'affiche



#### Magnétostatique:

La magnétostatique est l'étude des champs magnétiques dans des systèmes où les courants sont stables (ne changent pas avec le temps).

# Annexe



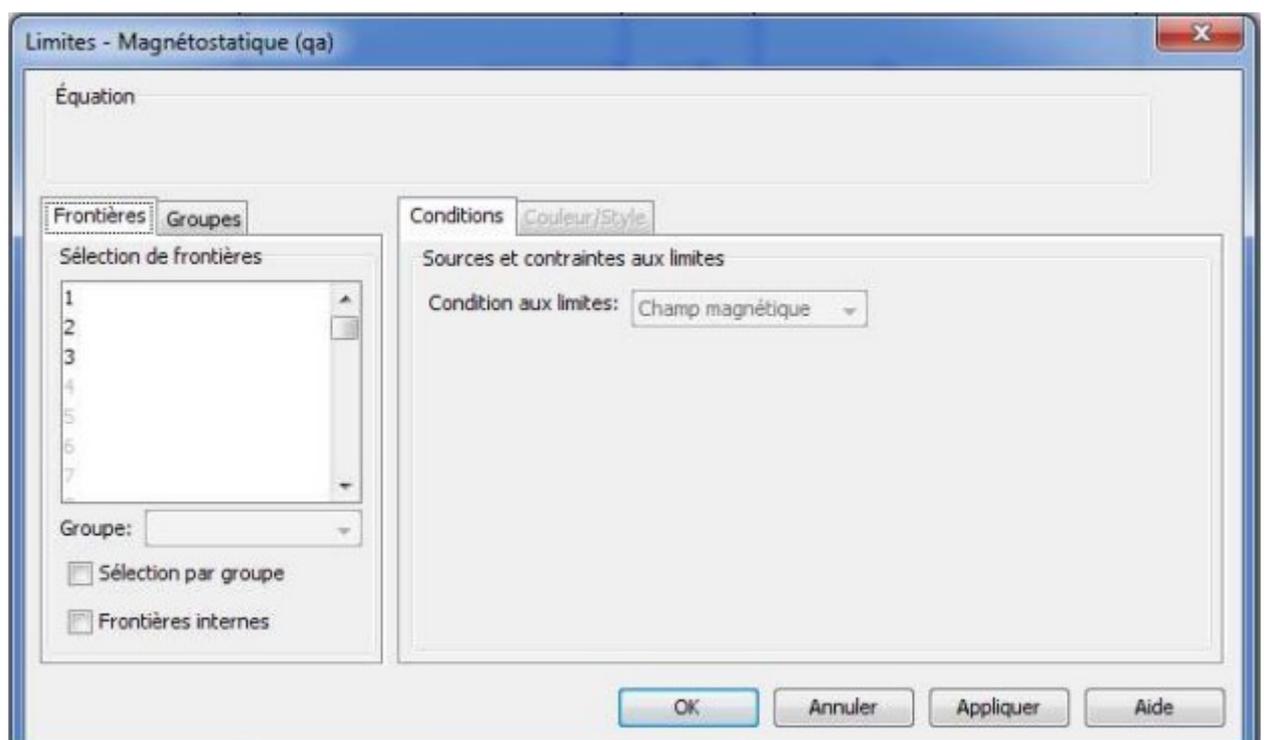
### La géométrie:

- On choisit sur la barre latérale la forme de dessin, dans notre cas ce sont des rectangles
- Double clic sur le rectangle pour faire entrer les dimensions.
- Possibilité de nommer les différents domaines dans la même fenêtre: bobine, circuit magnétique, canal.
- L'unité est par défaut (mètre)

Ou cliquer dans la barre du dessus sur draw specify objects rectangle, puis choisir les dimensions désirées.

### Conditions aux limites:

Dans la même barre cliquer sur physics boundary settings, sélectionner les limites dans condition



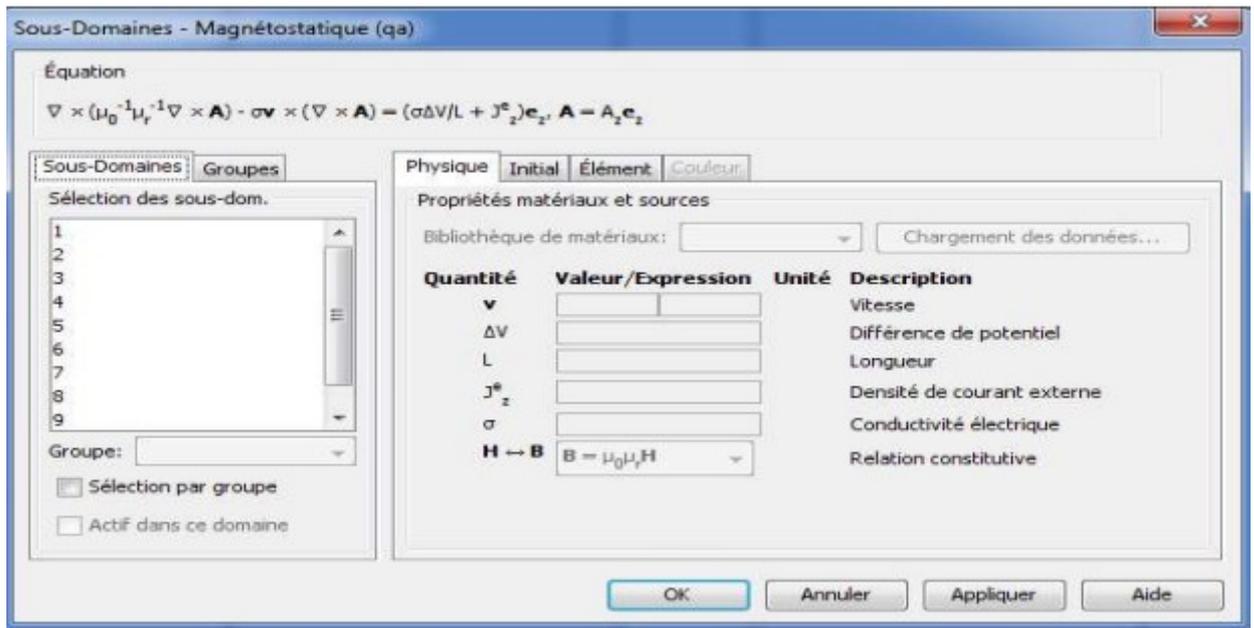
Ou cliquez sur  et sélectionner et même chose

## Introduction des paramètres

Au niveau de la barre transversale choisir physiques subdomain settings pour introduire les paramètres.

Ou cliquer directement sur 

Faire la même chose pour chaque domaine



## Maillage :

Aller sur mesh et choisir le maillage désiré. 

## Solution :

Pour avoir la solution du system étudier

Aller sur solve solve problème ou cliquer directement sur 

## **Référence bibliographiques**

### Référence bibliographiques

- [1] S. Naceur, F. Kadid, R. Abdessemed “Contribution à la Modélisation 2D d’un convertisseur magnétohydrodynamique (MHD) A Conduction” Thèse de Doctorat, université de Batna 2015
- [2] R. Berton, “Magnétodynamique”, Editions Masson, Paris, 1991.
- [3] M. Tawk, «Etude et réalisation d'un système de refroidissement pour l'électronique de puissance basé sur la mise en mouvement d'un fluide conducteur électrique » Thèse de doctorat, l'université de Grenoble, 2011
- [4] N. Bergoug, «Contribution à l'Etude d'une Machine MHD Annulaire», Thèse de Doctorat en Sciences en Electrotechnique, Université de Batna, 2013.
- [5] N. Bennecib, « Contribution à l'étude d'une machine MHD à conduction en vue de son exploitation sur un réseau électrique », Thèse de doctorat, Université de Batna, 2011
- [6] N. Bergoug, « Etude de l'influence des Matériaux ferromagnétiques sur les performances d'une machine MHD par la Modélisation Numérique 2D », Thèse de Magister, Université de BATNA ,2006
- [7] M. dabbaz, Y. elmane “d’une pompe magnétohydrodynamique MHD à conduction” Thèse de master, université Ouargla .2016
- [8] M. Lotfi „Etude et réalisation d'une diapositive péristaltique pour application médicale“, mémoire de Magister en Electrotechnique“, Université Hadj Lakhdar Batna, 2010
- [9] S. Naceur “Cour matériaux en électrotechnique, Université de Ouargla .2017.
- [10] F. Z. Kadid, “Contribution A L’étude Des Convertisseurs MHD A Induction ”, Thèse de doctorat, Institut de l’électrotechnique, Université de Batna, 2003
- [11] Nadjoua Bennecib, “ Contribution à l'étude des phénomènes d'écoulement dans les générateurs MHD”, Thèse de Magister, Université de Batna, 2001 [9] M. Tawk, «Etude et réalisation d'un système de refroidissement pour l'électronique de puissance basé sur la mise en mouvement d'un fluide conducteur électrique » Thèse de doctorat, l'université de Grenoble, 2011

## Référence bibliographiques

---

- [12] D. Convert, “Propulsion Magnétohydrodynamique En Eau De Mer ”, Thèse de Doctorat, Institut de mécanique, Université Joseph Fourier Grenoble, 1995.
- [13] C. H. Kom et Y. Brunet, “Modélisation Du Champ Magnétique D'un Propulseur M.H.D Annulaire” , J. Phys. III France 5 (1995) 91-102
- [14] R. Brukardt, A. Ghuman, “ Magneto-hydrodynamic Propulsion and Application in Naval Vessels” , April 28, 1997
- [15] kh. Bouali “Contribution à l'étude et l'optimisation des convertisseurs Magnétohydrodynamiques (MHD) ”. Thèse de Doctorat, Université de Batna.2015
- [16] J.P. Faroux and J. RENAULT, “Cours De L'électromagnétique” 2, 1998 DuNode Paris.
- [17] J.C. Sabonnadiere, J.L. COULOMB,“ CAO En Electrotechnique”, Hermes Publishing,1985, 51 rue Rennequin, Paris
- [18] H. Gie, J.P. Sarmant, “Electromagnétisme 2”, Lavoisier Paris 1982
- [19]. J. Sabonadière, J.L Coulomb, “Calcul Des Champs Electromagnétiques”, Techniques de l'ingénieur, D 3020, 1987
- [20] R. Abdessemed, M.S. Aggoune et F.Z. Kadid, “Magnétisme Cours et Exercices Corrigés”, Presses de l'université de Batna, 1998.
- [21] N. Leprovost, “Influence Des Petites Echelles Sur La Dynamique à Grande Echelle En Turbulence Hydro et Magnétohydrodynamique”, Thèse de doctorat, Institut de physique des liquides, Université de Paris 6, 2004.
- [22] C.Trophime,“Modélisation numérique du couplage magnétohydrodynamique (MHD) fort. Application à la propulsion M.H.D. navale ”, Thèse de Doctorat, l'institut national polytechnique de Grenoble, France, 1995.
- [23] H. Becha, “Modélisation Des Phénomènes Electromagnétiques Et Thermiques Couplés Par La Méthode Des Volumes Finis Et De La Para- métrisation Dans Les Systèmes Amagnétique De Chauffage Par Induction”, Thèse de Magister, Université de Biskra, 2001
- [24] S. Zerguini, “Résolution Du Problème Du Chauffage Par Induction Axisymétrique 2D Par La Méthode Des Eléments Finis”,thèse de Magister en génie électrique, Université de Béjaïa, 1999.