

N° Série: /2022

Université KasdiMerbah Ouargla



Faculté des hydrocarbures énergies renouvelables et science de la terre et de l'univers

Département de production des hydrocarbures

MEMOIRE

Pour obtenir le Diplôme de Master

Option: Production Professionnel

Présenté Par :

GUERDA BADIS, LAHREM MOHAMMED ISLAM

-THÈME-

Etude et simulation numérique d'un réservoir d'huile

Soutenue le : 05 / 06 / 2022 devant la commission d'examen

Jury :

Président :	OUAZZAZI MOHAMED	MAA	Univ. Ouargla
Rapporteur :	DOUAK MOHAMED	MCB	Univ. Ouargla
Examineur :	DJEBBAS FAYCAL	MCB	Univ. Ouargla

Remerciement

Voici venu le temps de mettre un point final à ce manuscrit et à ces années de travaux dans l'université Kasdimerbah, sous la direction de Mr. DOUAK MOHAMED, pour la confiance dont il a toujours fait preuve à notre égard et pour ses perpétuels encouragements.

Nous tiens à remercier Mr. OUZZAZI MOHAMED, pour l'honneur qu'il nous fait en acceptant de présider le jury de ce mémoire

Nous présentons également notre profonde reconnaissance à Mr. DJEBBAS FAYCAL, qui a accepté d'examiner notre travail.

Nos sincère gratitude va aussi à tous ceux qui nous soutenu.

Enfin, dans ces dernières lignes nous tenons à remercier nos parents, nos sœurs et nos frères, les conseils et les encouragements qu'ils nous ont toujours prodigués ainsi que pour leur soutien tant moral que financier. Sans eux, Nous ne serions pas où nous en sommes et ce que nous sommes.

Merci encore à tous...

Dédicace

*...TOUT D'abord nous remercions le bon dieu qui nous ons donné le courage pour
arriver à ce stade.*

*...À nos parents pour le mérite d'être venu au monde, leurs soins et leurs instructions
si précieux.*

...À nos chers frères et sœurs

...À tous nos amis

Résumé :

La simulation numérique est un outil essentiel pour le développement technologique de disciplines très variées comme la mécanique des fluides, les hydrocarbures et la géologie. Ce travail a pour objectif d'étudier le réservoir d'huile en utilisant les équations et des principes physique qui gouverne l'écoulement de fluide a travers le milieu poreux et nous permettre de bien quantifier les grandeurs clés. Dans ce travail nous avons présentés des modèles de simulation et la base mathématique qui permet de résoudre les différentes équations en production de pétrole par la méthode de différence finis.

Mots clés : Milieux poreux, maillage, écoulement, différence finis, simulation numérique, réservoir d'huile.

Abstract:

Numerical simulation is an essential tool for the technological development of a wide variety of disciplines such as fluid mechanics, hydrocarbons and geology. This work aims to study the oil reservoir using the equations and physical principles that govern the flow of fluid through the porous medium and allow us to quantify properly the key quantities. In this work, we have presented simulation models and the mathematical basis, which makes it possible to solve the various equations in oil production by the finite difference method.

Keywords: Porous media, mesh, flow, finite difference, numerical simulation, oil reservoir.

ملخص :

المحاكاة العددية هي أداة أساسية للتطوير التكنولوجي لمجموعة واسعة من التخصصات مثل ميكانيكا الموائع والهيدروكربونات والجيولوجيا. يهدف هذا العمل إلى دراسة مكن النفط باستخدام المعادلات والمبادئ الفيزيائية التي تحكم تدفق السائل عبر الوسط المسامي وتسمح لنا بتحديد الكميات الرئيسية بشكل صحيح. قدمنا في هذا العمل نماذج المحاكاة والأساس الرياضي الذي يجعل من الممكن حل المعادلات المختلفة في إنتاج النفط بطريقة الفروق المحدودة.

الكلمات المفتاحية: الوسائط المسامية، الشبكة، التدفق، الفروق المحدودة، المحاكاة العددية، خزان الزيت.

Table des matières

Remerciement	II
Dédicace	III
Résumé :	IV
Table des matières	V
Liste des figures:	VII
Introduction générale	1
Chapitre 1 : Generalite sur le reservoir	3
1.1 Introduction	4
1.2 Définition	4
1.3 Propriétés de réservoir:.....	5
1.3.1 Porosité	5
1.3.2 Perméabilité	5
1.3.3 Mouillabilité	6
1.3.4 Saturation.....	6
1.3.5 Drainage et l'imbibition en milieu poreux:	7
1.4 Type de réservoir	7
1.4.1 Liquide:.....	7
1.4.2 Gaz:	7
1.5 Efficacité du drainage par expansion du gaz libre :.....	8
1.6 Propriétés pétrophysique:.....	8
1.6.1 Viscosité:.....	8
1.6.2 Densité	9
1.6.3 Compressibilité:.....	9
1.6.4 Rs d’Huile - Gaz:.....	10
Chapitre 2 : Généralité en Mécanique des fluides	11
2.1 Introduction:	12
2.2 Définition des milieux poreux :.....	12
2.3 Quelques exemples de milieux poreux	12
2.3.1 Milieu poreux naturel	12
2.3.2 Milieux poreux artificiels:.....	14
2.4 Loi de Darcy:	14
2.4.1 Expérience du perméamètre :.....	15
2.4.2 Perméabilité du milieu poreux:.....	16
2.4.3 Limites d'application de la loi de Darcy:	16
2.5 Application des principes généraux de la mécanique des fluides en milieu poreux.....	17
2.5.1 conservation de la masse:.....	17

2.5.2	Équation de mouvement :	20
2.5.3	Équation d'état:	21
Chapitre 03 : Methodes de simulation analytique et numerique Error! Bookmark not defined.		
3.1	Introduction	26
3.2	Rôle de la simulation du réservoir :	26
3.2.1	Objectifs de la simulation du réservoir	26
3.2.2	Utilisation de la simulation numérique:	27
3.3	Logiciel de simulation :	28
3.3.1	Open source:	28
3.3.2	Commercial:	28
3.4	Méthodologie de simulation numérique:	30
3.4.1	Intégrer la simulation numérique:	30
3.4.2	Définition de la géométrie:	30
3.4.3	maillage volumique:	31
3.4.4	Maillages non-structurés:	31
3.4.5	Maillages structures:	31
3.4.6	mise en données:	32
3.4.7	Données thermo-hydrauliques des matériaux mis en oeuvre :	32
3.5	Paramètres de simulation numérique	33
3.6	Méthode de différences finies:	34
3.6.1	Principe de la méthode:	34
3.6.2	Etapas nécessaires pour résoudre une équation différentielle par la méthode des différences finis :	34
3.7	Conditions initiales et aux limites:	36
3.8	Méthodes de résolution des systèmes linéaires:	37
3.8.1	Méthodes directes	37
3.8.2	Les méthodes iteratives:	39
Chapitre 04 : Etude numerique d'un reservoir d'huile par la methode de difference finis42		
4.1	INTRODUCTION:	43
4.2	Cas d'étude :	43
4.3	Modèle mathématique :	44
4.4	Schémas explicites et implicites :	44
4.4.1	Schéma explicite :	44
4.4.2	Schéma implicite :	53
4.4.3	Comparaison entre schéma implicite et explicite:	57
Conclusion générale :		59
Références Bibliographiques		60

Liste des figures:

Figure 2-1. Schéma d'un aquifère (Bear, 1972).....	13
Figure 2-2. Schéma d'un réservoir naturel d'hydrocarbures (Bear, 1972).....	13
Figure 2-3. Coupes d'échantillons de grès poreux obtenues à différentes profondeurs.	13
Figure 2-4. Expérience du perméamètre.	15
Figure 2-5. La figure de bilan.....	19
Figure 3-1. Un reservoir d'hydrocarbures simplifie en exploitation	27
Figure 3-2. Exemple de condition aux limites de Dirichlet.	36
Figure 3-3. Exemple de condition aux limites de Neumann.	37
Figure 3-4. Exemple de condition aux limites de Cauchy.	37
Figure 4-1. Réservoir d'huile divisé en cinq blocks.	43
Figure 4-2. Schéma explicite.....	45
Figure 4-3. Courbe des résultats de simulation explicite pour $\Delta t = 10$ jours.....	52
Figure 4-4. Courbe des résultats de simulation explicite pour $\Delta t = 15$ jours.....	52
Figure 4-5. Courbe des résultats de simulation explicite pour $\Delta t = 30$ jours.....	52
Figure 4-6. Schéma implicite.	53
Figure 4-7. Courbe des résultats de simulation implicite pour $\Delta t = 30$ jours.	57

Introduction générale

Les réservoirs pétroliers sont en général constitués de roches fortement hétérogènes à l'intérieur desquelles se trouvent les hydrocarbures que l'on souhaite extraire. L'amélioration du taux de récupération de ces hydrocarbures nécessite une connaissance détaillée des milieux poreux souterrains et en particulier des variations spatiales de leurs propriétés physiques. Les moyens d'étude et de modélisation de ces variations, souvent complexes, font appel à des disciplines très diverses. De nombreuses données sont fournies par la mécanique de fluide, la sismique, les essais de puits, les diagraphies et les laboratoires.

Le premier chapitre présente l'étude des réservoirs pour l'industrie des hydrocarbures. Ce qui permet de comprendre les propriétés de la roche du réservoir, en particulier comment les pores du sous-sol sont interconnectés, contrôlant l'accumulation et la migration des hydrocarbures. Certaines des propriétés clés étudiées en pétrophysique sont la lithologie, la porosité, la saturation en eau, la perméabilité et la densité. Un aspect clé de la pétrophysique consiste à mesurer et à évaluer ces propriétés de roche en acquérant des diagraphies de puitsmesures. Ces études permettent aux ingénieurs du réservoir de donner une image complète du réservoir.

Le deuxième chapitre présente l'étude d'exploitation optimum des gisements pétroliers qui doit être passé par la bonne connaissance du milieu contient le fluide à extraire (huile) soit en terme des quantités des fluides en place qui se représente par la porosité ou soit par l'attitude de la roche a laisse ce fluide a circuler a travers le milieu poreux (gisement) vers les point de production (fond de puits) qui se représente par la perméabilité à partir des propriétés pétrophysiques des trois parties essentielles du domaine d'étude : propriétés de la roche, propriétés du fluide, et les propriétés de roche-fluide.

Le troisième chapitre présente l'ensemble des méthodes de simulation qui peut se diviser en deux grandes familles qui sont les méthodes algébriques et les méthodes numériques. Les méthodes algébriques, basées sur de simples calculs analytiques, sont en général très rapides en temps de calculs mais ne fournissent des résultats satisfaisants que dans quelques situations bien particulières. L'obtention de résultats plus précis exige le recours aux méthodes numériques qui nécessitent en général la résolution de problèmes locaux, posés sur chaque maille grossière du modèle réservoir.

Le quatrième chapitre présente l'une de ces méthodes numériques qui est la méthode de différence finie qui consiste à remplacer un problème continu par un problème discret équivalent. Les problèmes locaux, suivant la méthode, sont résolus pour des conditions aux limites particulières. La particularité de ces conditions aux limites est une conséquence de la construction même de ces méthodes numériques. On constate que pour une distribution de perméabilité donnée, les résultats obtenus peuvent être très différents suivant les conditions aux limites choisies. L'expérience des ingénieurs réservoirs a conduit à l'utilisation de plusieurs types de conditions aux limites : les conditions de type linéaire, de type confiné ou bien de type périodique. Un avantage relatif des

conditions de type confiné est de fournir un tenseur de perméabilité diagonal qui peut être directement intégré par le simulateur industriel.

Chapitre 01 : Généralité sur le réservoir

1.1 Introduction

Dans la théorie, chaque roche peut se comporter comme roche réservoir pouvant emmagasiner des fluides : eau, huile ou gaz. Dans la pratique, les grés et les carbonates peuvent constituer l'essentiel de ces réservoirs surtout dans le conventionnel. Cependant certains réservoirs peuvent se constituer dans le non-conventionnelle exemple : les argiles et certaine roches métamorphiques. Un des objectifs dans ce chapitre est de définir les milieux poreux, leur habilité à faire circuler le fluide et les paramètres contrôlant ces caractéristiques.

1.2 Définition

La roche réservoir est une roche poreuse et perméable. Ces caractéristiques lui permettent de pouvoir contenir des fluides (eau, pétrole, gaz,...). Avec leur contenu en fluide ces roches deviennent intéressantes économiquement surtout lorsqu'elles sont couvertes par une roche imperméable ne permettant pas au fluide de s'échapper. Ces roches ont un intérêt économique pouvant être plus important, si leur volume poreux est considérable et l'habilité de circulation de fluides est importante. La roche réservoir est appelée aussi roche magasin.

Les principales roches réservoirs sont généralement sédimentaires, constitué essentiellement de grés et/ou de carbonates 99% au total dans le cas du conventionnel. Les conditions de dépôt sédimentaire et diagénétique de ces roches génèrent un grand impact dans la préservation de ces milieux poreux. Des facteurs important tels que la sédimentation, l'effet diagénétique (compaction et arrangement) et l'hétérogénéité contribuent dans la qualité et la préservation de ces réservoirs ainsi que la distribution des pores et leur taille. Cependant, certains phénomènes tel'que l'enfouissement suivi d'une dolomitisation ou fracturation peuvent être des processus favorables a une amélioration des caractéristiques pétrophysiques.

Pour constituer un réservoir exploitable, une roche doit présenter deux qualités : offrir conjointement aux fluides l'espace nécessaire pour en accueillir un volume suffisant et la possibilité pour ces fluides de circuler avec un taux d'irréductibilité faible.

Il s'agit d'un milieu poreux dont les paramètres pétrophysiques sont développés traduisant une porosité effective élevée et une perméabilité permettant une circulation facile de fluide. Dans un milieu poreux ou roches réservoirs le volume des vides est occupé par différentes phases fluides et gazeuses. L'ordre de ces différentes phases est important par rapport au solide (grains) (Selley, 1985). La présence d'eau dans le réservoir est d'origine interstitielle. Généralement cette eau accompagne la présence des hydrocarbures dans l'intergranulaire. La roche est imprégnée par ces fluides. Dans un réservoir la porosité a le rôle de stockage les fluides tandis que la perméabilité est liée a la productivité d'un puits.^[1]

1.3 Propriétés de réservoir:

1.3.1 Porosité

La porosité est l'ensemble des volumes de petite taille, ou pores, pouvant être occupés par des fluides à l'intérieur d'une roche. C'est une grandeur pétrophysique permettant l'évaluation de la capacité d'un milieu poreux à emmagasiner une quantité de fluide. La porosité (\emptyset) est aussi une valeur numérique définie comme étant le rapport entre le volume des vides ou pores (V_v) et le volume total (V_t) d'un milieu poreux.

$$\emptyset = \frac{V_v}{V_t} \quad (\text{Exprimée en } \%).$$

1.3.2 Perméabilité

La perméabilité caractérise la capacité d'un milieu poreux à laisser circuler, à travers l'échantillon considéré de section (A) et longueur données (L) et sous une différence de pression (ΔP) (pression d'entrée et pression de sortie), des fluides (liquids ou gaz). Cette perméabilité est contrôlée par les propriétés des fluides et aussi de la roche réservoir. Les premières expériences connues sur la perméabilité ont été réalisées par Darcy en 1856. Un filtre poreux homogène est placé dans un tube de section (S), en introduisant un fluide incompressible de viscosité (η) et en mesurant le débit (Q) ainsi que la pression du fluide par deux manomètres latéraux placés à l'entrée (P1) et à la sortie du tube (P2); Darcy a constaté qu'il y a une relation entre les pressions (P1) et (P2) indiquées par les manomètres, les caractéristiques géométriques du tube (section S et longueur L) et le débit qui s'écrit :

$$Q = \frac{S \cdot K}{\eta} (P_2 - \frac{P_1}{h}) \quad (1.1)$$

Où K est la perméabilité intrinsèque ou la perméabilité d'un milieu qui s'exprime en Darcy ou en milli darcy et (η) est la viscosité du fluide. Le Darcy est la perméabilité d'un milieu poreux qui, sous la différence de pression de une atmosphère (760 mm Hg – 101325 Pascals) par centimètre laisse s'écouler à travers une section de 1 cm^2 un débit de $1 \text{ cm}^3 / \text{s}$ pour un fluide de viscosité dynamique égale à 1 centipoise. (1 Poise = $1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = 10 \text{ Pa} \cdot \text{s}$). Le facteur de proportionnalité (k) est appelé coefficient de perméabilité ou conductivité hydraulique. La dimension de (k) est celle d'une vitesse. La loi de Darcy exprime la proportionnalité entre un flux hydraulique et la force motrice responsable de ce flux (gradient de hauteur piézométrique). Un inconvénient majeur de la loi de Darcy sous la forme précédente est que le coefficient de perméabilité (k) dépend non seulement des propriétés du matériau, mais aussi des propriétés du fluide (notamment sa viscosité η). Une formulation plus générale de la loi de Darcy est préférable :

$$\frac{Q}{S} = \frac{K}{\eta} \frac{DP}{L} \quad (1.2)$$

Le paramètre (k) est la perméabilité intrinsèque du milieu poreux traversé. La perméabilité est homogène à une surface : son unité SI est donc le m^2 . En pratique, on utilise souvent comme 18 unité le Darcy, avec l'équivalence $1 \text{ Darcy} = 0,987 \cdot 10^{12} \cdot m^2$. Par comparaison on voit que $k = \left(\frac{\rho}{g}\right) k$ et donc pour de l'eau à 20°C , on a la correspondance suivante $1\text{Darcy} = 0,96 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$. La gamme des perméabilités rencontrées dans les roches reservoirs est très étendue ; elle varie de 0.1mD à 10D. On peut employer les termes suivants pour spécifier la valeur de la perméabilité :

- $< 1\text{mD}$ = très faible.
- 1 à 10mD = faible.
- 10 à 50mD = médiocre.
- 50 à 200mD = moyenne.
- 200 à 500mD = bonne.
- $>500\text{mD}$ = excellente.

1.3.3 Mouillabilité

La mouillabilité a été approchée par différents auteurs. Parmi les objectifs d'une investigation de la mouillabilité dans un réservoir, on peut citer l'ordre des polyphases se trouvant dans le réservoir et leur dynamism contribuant à la récupération. Dans un système diphasique, la mouillabilité à l'eau (par comparaison à l'huile) d'une roche reservoir peut être définie qualitativement comme étant l'aptitude de ses pores à être recouverts préférentiellement par l'eau plutôt que par l'huile.

Ce paramètre est reconnu comme étant déterminant dans la caractérisation des réservoirs. Il contrôle la distribution des fluides dans les pores et joue un rôle important dans les déplacements polyphasiques.

1.3.4 Saturation

Plusieurs travaux ont été réalisés dans le domaine des milieux poreux et de leur saturation. La saturation d'un échantillon de roche en un fluide est le rapport du volume de ce fluide dans l'échantillon au volume de pores (V_p) de l'échantillon. On définit ainsi:

- La saturation en eau $S_e = \frac{v_e}{v_p}$ (appelé aussi S_w , w pour water).
- La saturation en huile $S_h = \frac{v_h}{v_p}$ (appelé aussi S_o , o pour oil).
- La saturation en gaz $S_g = \frac{v_g}{v_p}$ (appelé aussi S_g , g pour gas).

Avec $S_w + S_o + S_g = 1$ (AAPG, 1996, Schlumberger, 1989).

La saturation en hydrocarbures dans les roches réservoirs se détermine selon la résistivité de la formation considérée (R_t), de la résistivité de l'eau (R_w) dans cette formation et selon le facteur de formation (F). Ce dernier dépend de la porosité, du facteur de cimentation (m) et d'un coefficient de tortuosité: Il s'agit de la loi d'Archie (1942). Quand l'eau interstitielle est plus ou moins salée (conductrice), les mesures de résistivité profondes peuvent distinguer facilement entre les roches imprégnées d'eau et celles imprégnées d'huile ou de gaz.

Cette théorie peut être discutable dans le cas où les coefficients des formules empiriques de saturation sont variables ou inconnus.

1.3.5 Drainage et l'imbibition en milieu poreux:

- ✓ Le drainage, lorsqu'un fluide non mouillant pour la surface déplace un fluide en place mouillant sous l'effet d'une pression qui contre balance les forces capillaires.
- ✓ L'imbibition, cas inverse du drainage, rencontré lorsqu'un fluide mouillant déplace un fluide en place non mouillant l'imbibition est donc l'augmentation de la saturation en fluide mouillant.^[2]

1.4 Type de réservoir

1.4.1 Liquide:

Les réservoirs de liquide assurent la compensation des variations de volume du fluide frigorigène des installations de réfrigération et de conditionnement d'air.

Ces variations de volume sont dues aux fluctuations générées par les différentes températures de fonctionnement en divers essais, et aux séquences d'ouverture et de fermeture du détendeur, qui remplissent non l'évaporateur de son fluide frigorigène.

Les réservoirs de liquide permettent également de stocker tout le fluide frigorigène de l'installation, pour des opérations d'entretien ou de dépannage.

1.4.2 Gaz:

Une production lente permet au gaz dissous libéré de remonter jusqu'au dôme de gaz (et de former éventuellement un dôme de gaz secondaire), ce qui évite la formation de cônes.

La formation de cônes est due à la plus grande mobilité du gaz et de l'eau par rapport à l'huile.

- Formation de cones de gaz : quasi impossible de s'en débarrasser, il faut perforer la partie inférieure (utiliser l'outil de diagraphie neutron behind casing pour localiser le GOC).
- Formation de cones d'eau : il est toujours possible de réduire le débit d'eau en réduisant le débit de production.

1.5 Efficacité du drainage par expansion du gaz libre :

Conditions pour un drainage par expansion du gaz libre efficace :

- Grand gas cap (volume du gas cap par rapport au volume de la zone à huile).
- Réservoir homogène continu.
- Bon contact / communication entre le gisement de pétrole et le dome de gaz.
- Géométrie.
- Bonnes caractéristiques de ségrégation gravitaire.^[3]

1.6 Propriétés pétrophysique:

1.6.1 Viscosité:

La viscosité peut être définie comme l'ensemble des phénomènes de résistance au mouvement d'un fluide pour un écoulement avec ou sans turbulence. La viscosité diminue la liberté d'écoulement du fluide et dissipe son énergie.

Deux grandeurs physiques caractérisent la viscosité : la viscosité dynamique (celle utilisée le plus généralement) et la seconde viscosité ou la viscosité de volume. On utilise aussi des grandeurs dérivées : fluidité, viscosité cinématique ou viscosité élongationnelle. Ces deux grandeurs sont l'image à l'échelle macroscopique des chocs moléculaires, chocs élastiques pour la viscosité dynamique et chocs inélastiques pour la viscosité de volume.

Contrairement à celle d'un gaz, la viscosité d'un liquide diminue lorsque la température augmente. On pourrait croire que la viscosité d'un fluide s'accroît avec sa densité, mais ce n'est pas nécessairement le cas : par exemple, l'huile de colza (de densité 0,92 à 20 °C) est nettement plus visqueuse que l'eau ($7,78 \times 10^{-2}$ Pa. s contre $1,01 \times 10^{-3}$ Pa. s).

La notion de viscosité intervient dans un grand nombre de domaines. Dans le domaine technologique, on classe les huiles à usages mécaniques selon leur viscosité, en fonction des besoins de lubrification d'un moteur ou d'une machine, et des températures aux quelles l'huile sera soumise lors du fonctionnement (indice de viscosité).

1.6.2 Densité

La densité (ou densité relative) d'un corps est le rapport de sa masse volumique à la masse volumique d'un autre corps pris comme référence.

- Pour les liquides et les solides, le corps de référence est l'eau pure à 4 °C.
- Pour les gaz, le corps de référence est l'air, à la même température et sous la même pression.

La densité d'un corps est une grandeur sans dimension et sa valeur s'exprime sans unité de mesure.

Il ne faut pas confondre la densité d'un corps, sans dimension, avec la densité d'une grandeur qui est le rapport statistique, dimensionnel, d'une grandeur physique donnée sur un élément d'espace (longueur, surface ou volume), utilisé pour apprécier la répartition de cette grandeur, comme c'est le cas par exemple pour la densité surfacique d'une population, la masse surfacique, la charge surfacique, la concentration surfacique, etc.

1.6.3 Compressibilité:

La compressibilité est une caractéristique d'un corps, définissant sa variation relative de volume sous l'effet d'une pression appliquée. C'est une valeur très grande pour les gaz, faible pour les liquides et très faible pour les solides usuels.

Elle se définit comme

$$C = - \frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$$

où V est le volume du corps et P la pression appliquée. La variation de volume avec la pression étant le plus souvent négative, cette définition rend la compressibilité χ positive.

Cette définition est le plus souvent insuffisante : sous l'effet d'une compression, les corps ont tendance à s'échauffer, et donc on définit une compressibilité isotherme pour un corps restant à température constante :

$$C_t = - \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P}, \text{ la dérivée étant prise à température constante.}$$

On remarquera que le coefficient de compressibilité est l'inverse du module de compressibilité du milieu, aussi appelé module d'élasticité et généralement noté K.

1.6.4 Rs d'Huile - Gaz:

Les laboratoires de PVT peuvent fournir des rapports gaz-ole en solution réels à partir de mesures directes. Ou des corrélations empiriques peuvent être faites sur la base des données de laboratoire PVT. L'une des corrélations s'exprime par:

$$R_s = \gamma_g \left(\frac{P}{18} \right) \frac{10^{0.0125(API)}}{10^{0.0091(T)}} \quad (1.3)$$

Où γ_g , et **API** sont la gravité spécifique du gaz et la gravité **API** du pétrole, et **P** et **T** sont la pression et la température en psi et °F, respectivement.

Les ratios gaz-pétrole en Solution souvent appliqués pour :

- Calculs volumétriques de pétrole et de gaz dans l'ingénierie des réservoirs.
- En tant que paramètre de base pour estimer d'autres propriétés du fluide telles que la densité de l'huile.^[4]

Chapitre 02 : Généralité en Mécanique des fluides

2.1 Introduction:

Dans le catalogue des milieux divisés, les milieux poreux désignent des matériaux pour lesquels la phase solide, fortement imbriquée avec la phase fluide est fixe. On trouve de nombreux matériaux naturels dans cette catégorie : les sols, les couches sédimentaires, la plupart des roches, ainsi que certains matériaux vivants. Certains matériaux artificiels requièrent d'être poreux soit dans le processus de fabrication soit dans leur finalité pour jouer un rôle de filtre ou apporter des propriétés macroscopiques particulières (conductivité thermique par exemple).

2.2 Définition des milieux poreux :

D'une manière générale, les milieux poreux sont définis par deux critères :

- Le matériau doit contenir de petits espaces vides, appelé pores, délimités par une matrice solide.
- Le matériau doit être perméable à un écoulement de fluide (gaz ou liquide).

Des deux critères renvoient à deux caractéristiques essentielles d'un milieu poreux : La porosité - la fraction de vide et la perméabilité – qui indique l'aptitude d'un milieu poreux à être traversé par un écoulement.

La mécanique des fluides dans les milieux poreux est une branche particulière de la physique; elle repose donc, comme telle sur l'observation des faits. Ce support expérimental devrait permettre de relier correctement entre elles les divers grandeurs dont on a été amené à concevoir l'existence.

L'interprétation des faits est souvent imparfaite et l'image que nous en retenons est toujours plus ou moins déformée : quand en face d'un problème, on croit disposer d'un tout cohérent, on a en réalité le plus souvent schématisé ses données physiques et plus ou moins idéalisé ses lois de fonctionnement.

Pour exploiter convenablement un gisement de pétrole, de gaz naturel ou encore une roche aquifère, il faut connaître aussi bien que possible les caractéristiques intrinsèques des roches qui renferment ces ressources. Leur capacité de stockage (c'est-à-dire la porosité), leur aptitude à laisser circuler les fluides (c'est-à-dire la perméabilité) ainsi que les équations de la physique régissant le mouvement de ce fluide en place dans la roche pour l'acheminer du fond du réservoir à la surface.

2.3 Quelques exemples de milieux poreux

2.3.1 Milieu poreux naturel

Dans la nature, les roches et les sols sont certainement les milieux poreux les plus exploités. L'étude géologique des sous-sols permet de classer les différentes couches géologiques selon la perméabilité à un écoulement de fluide. Les couches d'argile constituent en général les parois imperméables de réservoirs naturels d'eau ou

d'hydrocarbures. On nomme aquifère, un réservoir qui non seulement contient de l'eau mais qui peut aussi être le lieu d'écoulement, par gravité ou par pompage.

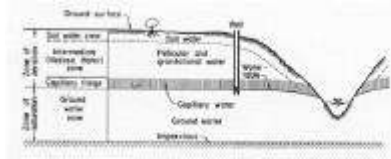


Figure 2-1. Schéma d'un aquifère (Bear, 1972).

Les roches poreuses peuvent contenir des hydrocarbures. La fig. 2.2. Montre qu'un réservoir peut contenir de l'eau, du pétrole et du gaz, avec des couches de mélanges intermédiaires. C'est pourquoi la compréhension des écoulements multiphasiques est très importante pour l'industrie de l'extraction pétrolière.

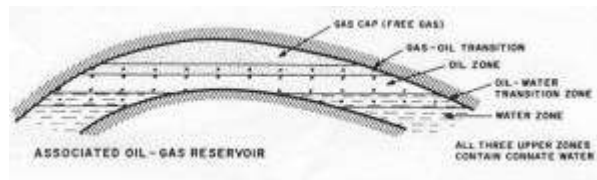


Figure 2-2. Schéma d'un réservoir naturel d'hydrocarbures (Bear, 1972).

La porosité des roches est très variable selon les conditions de température et de pression lors de la formation et de l'évolution géologique. Les roches denses comme le granit ont des porosités inférieures à 2%. Au contraire, les roches volcaniques formées à la surface (faible pression) ont des porosités élevées à cause des processus de dégazage associé au refroidissement. Certaines roches atteignent ainsi une porosité de 60%. Les roches sédimentaires se sont formées à partir d'agglomération de grains cimentés entre eux. Les shistes argileux ont une porosité de l'ordre de 10 à 25%. Le grès formé en général de grains de quartz a une porosité qui dépend fortement du matériau de cimentation des grains (entre 10 à 45%). De plus, la compaction géologique peut réduire considérablement la porosité. La fig 2.3. Montre les différentes coupes d'échantillons de grès poreux prélevés dans un même forage mais à des profondeurs différentes. On remarque que la porosité diminue avec la profondeur de forage.

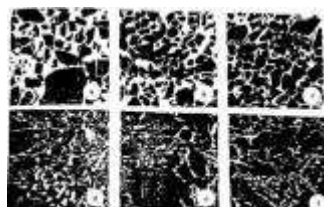


Figure 2-3. Coupes d'échantillons de grès poreux obtenues à différentes profondeurs.

2.3.2 Milieux poreux artificiels:

Lors de la fabrication des bétons et des ciments, une certaine porosité est nécessaire pour permettre un séchage lent et progressif et l'obtention d'un matériau robuste. Parfois, la porosité fine est complétée par un réseau de fractures qui fragilise le béton. La porosité d'un bon béton est comprise entre 6 et 10%. Le contrôle de la porosité et la structure poreuse joue un grand rôle dans l'industrie du papier. Selon les méthodes de fabrication, on peut obtenir un papier filtre très absorbant avec une porosité de 80%, ou au contraire un papier très serré et transparent (le papier calque) avec une porosité de 0.

2.4 Loi de Darcy:

L'eau souterraine s'écoule des niveaux d'énergie élevée vers les niveaux d'énergie plus faible. Cette énergie est essentiellement le résultat de l'altitude et de la pression. La loi de Darcy en milieu poreux exprime la vitesse de filtration en régime permanent ou transitoire en fonction du gradient de pression et de la gravité. Pour un fluide compressible, la loi de Darcy s'écrit sous la forme générale (Bear, 1979):

$$u = -\frac{k}{\mu}(\nabla p + \rho g \nabla z) \quad (2.1)$$

Où:

u : le vecteur vitesse de Darcy, $[LT^{-1}]$;

μ : la viscosité dynamique du fluide, $[ML^{-1}T^{-1}]$;

k : la perméabilité intrinsèque du milieu, $[L^2]$ ou $[Darcy]$;

p : la pression, $[ML^{-1}T^{-2}]$;

ρ : la masse volumique, $[ML^{-3}]$;

g : l'accélération de la pesanteur, $[LT^{-2}]$;

z : la cote définie selon un axe vertical ascendant, $[L]$;

En négligeant la variation spatial de la masse volumique, la loi de Darcy se simplifie de la façon suivante:

$$u = -\frac{k\rho g}{\mu} \nabla \left(\frac{p}{\rho g} + z \right) = -K \nabla h \quad (2.2)$$

Où:

$h = \frac{p}{\rho g} + z$: représente le potentiel hydraulique ou la charge piézométrique, $[L]$;

$K = \frac{k\rho g}{\mu}$: est le coefficient de conductivité hydraulique ou de perméabilité, $[LT^{-1}]$;

Le coefficient de perméabilité K , ou encore la perméabilité intrinsèque k , sont des coefficients scalaires si le milieu poreux est isotrope ou si l'écoulement est unidirectionnel. Quand le milieu dans l'espace à trois dimensions est anisotrope, le coefficient de conductivité hydraulique est défini par un tenseur symétrique de la forme:

$$K = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{xy} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{xz} & K_{yz} & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

En se plaçant dans le repère de coordonnées dont les axes sont les directions pour lesquelles l'écoulement est effectivement parallèle au gradient de charge, le tenseur de conductivité se réduit à ses composantes diagonales:

$$K = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

En pratique, deux perméabilités sont distinguées: une perméabilité verticale K_{zz} et une autre horizontale $K_{xx} = K_{yy}$ (de Marsily, 1981).^[5]

2.4.1 Expérience du perméamètre :

La vitesse apparente de filtration définie par $v = Q/S$, ne représente pas la véritable vitesse de l'eau dans les petits tubes capillaires entre les particules de sable.

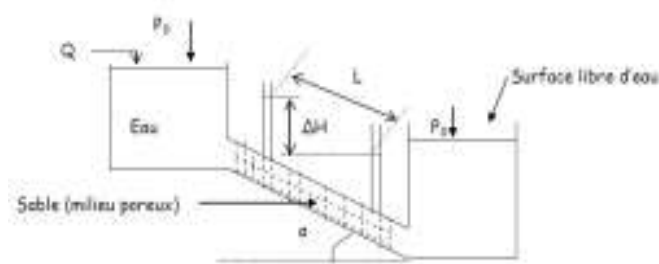


Figure 2-4. Expérience du perméamètre.

Dans la figure, nous avons l'écoulement d'un liquide (eau) à travers un milieu poreux (sable) du réservoir supérieur vers le réservoir inférieur par gravitation. Le liquide remonte dans les tubes manométriques à des niveaux décroissants qui s'alignent sur une droite (ligne piézométrique).

Si le sable est assez fin, l'expérience montre que le débit de l'appareil (perméamètre) est proportionnel à la pente de cette droite, tant que celle-ci ne soit pas trop forte.

$$Q = a \frac{\Delta H}{L} \quad (2.5)$$

L'inclinaison du tube ne modifie en rien la relation précédente. Si nous utilisons des tubes de sections différentes, mais contenant du sable identique, les débits correspondants à une même pente des niveaux piézométriques sont proportionnels à la section S du perméamètre.

La loi Darcy ou loi de filtration linéaire, traduit la proportionnalité entre la vitesse de filtration, le gradient de pression sous les conditions suivantes :

- Le milieu poreux est constitué de grains fins ou que les canalicules soient assez étroites.
- Le gradient de vitesse ou le gradient de pression soit faible.

2.4.2 Perméabilité du milieu poreux:

Des travaux analytiques ont été entrepris pour confirmer la validité de la loi de Darcy établit expérimentalement. En effet, Slichter étudia le mouvement des filets de fluide élémentaires entre les sphères de la roche fictive et déduit la formule suivante:

$$v = \frac{\beta^2 d_{ef}^2 \Delta P}{96(1 - \beta)\mu L} \quad (2.6)$$

Où μ est la viscosité dynamique du fluide.

En 1929, Nutting introduit la notion du coefficient de perméabilité qui représente la propriété du milieu poreux d'être traversé par un fluide.

En partant de la notation précédente, la vitesse de filtration sera:

$$v = \frac{K \Delta P}{\mu L} \quad (2.7)$$

En multipliant l'équation de la vitesse de filtration par la section transversale de l'échantillon d'un milieu poreux, nous obtenons l'expression de Débit:

$$Q = \frac{K}{\mu} A \frac{\Delta P}{L} \quad (2.8)$$

2.4.3 Limites d'application de la loi de Darcy:

En transformant la formule du nombre de Reynolds définie pour l'écoulement dans une conduite cylindrique pour l'adapter aux conditions de filtration à travers la roche parfaite, ensuite passa à la roche réelle, Pavlovsky proposa la formule du Reynolds.

$$R_e = \frac{1}{(0.75\beta + 0.23)} \frac{V d_{ef}}{\nu} \quad (2.9)$$

Où ν est la viscosité cinématique du fluide.

D'après l'expérience, le nombre de Reynolds limite dans ce cas est d'environ, $R_e = 7,5$ à 9 .

Ainsi, si R_e est inférieur à la valeur limite, la loi de Darcy est respectée, par contre, si R_e est supérieur à la valeur limite, la loi de Darcy n'est pas respectée.

2.5 Application des principes généraux de la mécanique des fluides en milieu poreux

Un problème de mécanique de fluide est résolu si l'on connaît en tous points de l'espace intéressé et à chaque instant la pression P dans le fluide, la masse volumique ρ et les composantes de sa vitesse u, v, w dans le système de variable Eulérien. Pour les connaître nous allons écrire sous la forme propre au milieu poreux un certain nombre d'équations traduisant les principes fondamentaux de la mécanique. Nous retrouverons ainsi:

- Le principe de la conservation de masse (équation de continuité).
- Le principe de la conservation du mouvement.
- L'équation d'état du fluide sujet au mouvement.
- La loi thermodynamique d'évolution du fluide.

2.5.1 conservation de la masse:

- **L'équation de continuité avec source :**

L'équation de continuité exprime le principe de conservation de la masse d'un fluide en mouvement. Dans un volume élémentaire, la masse du fluide prélevé ou injecté est égale à la somme de la variation de la masse du fluide durant un intervalle de temps élémentaire et des flux massiques traversant la surface de ce volume (Bear, 1979).

$$\frac{\partial(\Phi\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = \rho f \quad (2.10)$$

Où f représente le terme puits/source par unité de volume, $[T^{-1}]$.

Si le milieu poreux est indéformable, la porosité Φ est indépendante du temps. En négligeant la présence du polluant dans le domaine, autrement dit, si l'on ne considère que la partie hydrodynamique, la masse volumique ρ ne dépend que de la pression p pour une température constante.

$$\frac{\partial(\Phi\rho)}{\partial t} = \frac{\partial(\Phi\rho)}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{s}{g} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.11)$$

Ou'

$s = g \frac{\partial(\Phi\rho)}{\partial p}$, [L^{-1}] est le coefficient d'emménagement spécifique qui représente la capacité du milieu poreux à libérer du fluide sous l'effet d'une augmentation de la pression.

En introduisant cette dernière expression dans l'équation (2.13), on obtient une forme de l'équation de continuité en fonction de la pression. Si l'on admet que la variation spatiale de la masse volumique est négligeable, en simplifiant par ρ , l'équation de continuité devient:

$$\frac{s}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot u = f \quad (2.12)$$

La forme la plus courante de l'équation de continuité est une expression liant la variation temporelle de la charge et la variation spatiale de la vitesse de Darcy. La relation entre la charge et la pression est donnée par:

$$p = \rho g(h - z) \quad (2.13)$$

Soit:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = g(h - z) \frac{\partial p}{\partial t} + \rho g \frac{\partial h}{\partial t} = ((h - z)s/\omega) \frac{\partial p}{\partial t} + \rho g \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.14)$$

D'où:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \left(\frac{1}{1 - (h - z)s/\omega} \right) \rho g \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.15)$$

Dans la plupart des cas, la quantité $(h - z)s/\omega$ est négligeable devant (1) d'où:

$$\frac{\partial p}{\partial t} \approx \rho g \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.16)$$

En remplaçant la relation (2.19) dans l'équation (2.15), l'équation de bilan de masse pour un fluide incompressible dans un milieu poreux indéformable s'écrit sous la forme générale:

$$s \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot u = f \quad (2.17)$$

- **L'équation de continuité :**

Soit dm la variation masse de fluide contenue dans le parallélépipède. Au cours d'intervalle de temps dt , nous exprimons dm comme la somme algébrique des entrées et sorties du fluide à travers les différentes faces.

Taux de variation de la masse contenue dans le volume $dxdydz =$ Débit massique entrant dans le volume $dxdydz$ - Débit massique sortant du volume $dxdydz$.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho dxdydz) = [(\rho u)_x - (\rho u)_{x+\Delta x}]dydz + [(\rho v)_y - (\rho v)_{y+\Delta y}]dxdz + [(\rho w)_z - (\rho w)_{z+\Delta z}]dxdy$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho dxdydz) = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)dxdydz - \frac{\partial}{\partial y}(\rho v)dxdydz - \frac{\partial}{\partial z}(\rho w)dxdydz \quad (2.18)$$

On divise par $dx dy dz$ d'où:

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.19)$$

Ou encore :

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \nabla(\rho v) = 0 \quad (2.20)$$

• **L'équation de continuité :**

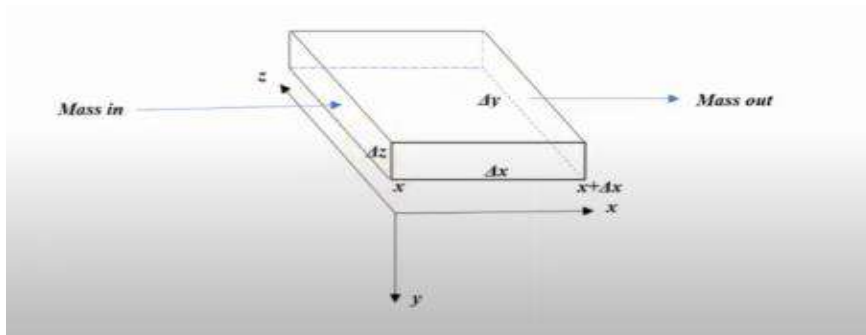


Figure 2-5. La figure de bilan

Débit massique entrant – débit massique sortant = débit massique des accumulations

$$v_x \rho_x \Delta y \Delta z - v_{x+\Delta x} \rho_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z = \Delta x \Delta y \Delta z \rho \frac{(\rho_{t+\Delta t} - \rho_{t+\Delta t})}{\Delta t} \quad (2.21)$$

Diviser par dx, dy, dz :

$$-\frac{(v_{x+\Delta x} \rho_{x+\Delta x} - v_x \rho_x)}{\Delta x} = \rho \frac{(\rho_{t+\Delta t} - \rho_{t+\Delta t})}{\Delta t}$$

Maintenant, les limites simultanées dans le temps et dans l'espace, c'est-à-dire, regardent un instant du temps comme le volume de contrôle se rétrécissant à l'infinitésimal.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[-\frac{(v_{x+\Delta x} \rho_{x+\Delta x} - v_x \rho_x)}{\Delta x} \right] = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\emptyset \frac{(\rho_{t+\Delta t} - \rho_t)}{\Delta t} \right]$$

Dans l'équation ci-dessus, nous pouvons reconnaître la définition de la dérivée partielle du premier ordre par rapport aux coordonnées temporelles et spatiales (x et t).

Pour la variable d'espace :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right]$$

Pour la variable temps :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \right]$$

Pour les temps variables :

$$\frac{\partial(v\rho)}{\partial x} = -\emptyset \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Ce sont les équations de continuité dans un système linéaire. De la même manière :

$$\frac{\partial(v\rho)}{\partial y} = -\emptyset \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\frac{\partial(v\rho)}{\partial z} = -\emptyset \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Puis les équations de continuité en écoulement tridimensionnel,

$$\frac{\partial(u\rho)}{\partial x} + \frac{\partial(v\rho)}{\partial y} + \frac{\partial(\omega\rho)}{\partial z} = -\emptyset \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

2.5.2 Équation de mouvement :

Forme de la loi de Darcy :

$$\frac{q}{A_x} = v_x = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$$

Remplacez l'équation ci-dessus dans l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \left(-\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \rho \right)}{\partial x} = -\emptyset \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

L'équation de débit peut s'écrire comme suit en développant le membre de gauche :

$$-\left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \rho + \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) = -\emptyset \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.22)$$

L'équation ci-dessus peut être quelque peu simplifiée en notant que :

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Si nous arrangeons l'équation (2), elle devient :

$$-\left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \rho + \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x}\right) = -\phi \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$-\left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \rho + \frac{k}{\mu} \frac{\partial \rho}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2\right) = -\phi \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Négliger la $\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2$ terme puisque nous allons supposer un faible gradient de pression, l'équation ci-dessus devient :

$$\left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \rho\right) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.23)$$

2.5.3 Équation d'état:

L'équation d'état est :

$$\rho = \rho_0 e^{c(p-p_0)}$$

ρ est la masse volumique du fluide à la pression p .

ρ_0 est la masse volumique du fluide à la pression p_0 .

c est le facteur de compressibilité isotherme.

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

Par définition, la compressibilité comme suit:

$$c = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)$$

Equation générale de difisité

En divisant les deux côtés de l'équation (3) par la densité (ρ).

$$\left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}\right) = \phi \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Alors,

$$\frac{k}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \phi c \frac{\partial p}{\partial t}$$

Depuis $\left(\frac{k}{\mu}\right)$ a été considérée comme indépendante de la dimension spatiale

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Si $\left(\frac{k}{\mu}\right)$ fonction de la dimension spatiale

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \phi c \frac{\partial p}{\partial t}$$

- Pour un écoulement bidimensionnel :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \phi c \frac{\partial p}{\partial t}$$

- Pour un écoulement tridimensionnel :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \phi c \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left(\beta_c \frac{A_y k_y}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \Delta y + \frac{\partial}{\partial z} \left(\beta_c \frac{A_z k_z}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \Delta z + q_{sc} = \frac{V_b \phi c}{a_c B^o} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.24)$$

Pour un écoulement unidimensionnel, cette équation a la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x + q_{sc} = \frac{V_b \phi c}{a_c B^o} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.25)$$

Ou;

β_c : Facteur de conversion de transmissibilité dont la valeur numérique est égale à 1,127.

A_x, A_y, A_z : Aire de la section transversale dans les directions (x, y, z), ft^2 .

B : Facteur de volume de formation, RB/STB.

k_x, k_y, k_z : Perméabilité dans les directions des directions (x, y, z), Darcy.

V_b : Volume, ft^3 .

B^o : Facteur de volume de formation initial, RB/STB.

a_c : Facteur de conversion de volume dont la valeur numérique est égale à 5,6145.

q_{sc} : Cadence de production aux conditions standards, STB/jour.

ϕ : Porosité, fraction.

Les équations suivantes concernent d'autres systèmes de coordonnées :

- **Pour le flux radial :**

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t}$$

- **Conditions initiales et aux limites :**

L'équation (1) représente l'écoulement d'un fluide monophasique incompressible à travers un milieu poreux 3D qui a des propriétés homogènes et isotropiques :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

L'équation (1) a un nombre infini de solutions. Pour choisir une solution particulière parmi un ensemble infini de solutions, des conditions supplémentaires doivent être spécifiées aux frontières du domaine considéré. Ces conditions sont appelées **conditions initiales et aux limites**.

- ✚ **Conditions initiales:**

Si le problème est similaire à l'équation de diffusivité,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2)$$

Dans le cas de l'équation (2), les conditions initiales doivent également être satisfaites en tout point du domaine à l'instant particulier où le processus physique commence, $t = 0$, le problème de trouver les solutions de l'équation (2) qui satisfait les conditions aux limites spécifiques et les conditions initiales est appelé un problème de valeur aux limites initiales.

- ✚ **Conditions aux limites :**

Limite interne :

- 1) Pression spécifiée sur le problème limite-Dirichlet,

Cette spécification implique un puits produisant à une pression de forage constante.

- 2) Gradient de pression spécifié sur le problème limite-Neumann,

A la frontière interne (puits de forage), un taux est spécifié pour le puits, la loi de Darcy peut être utilisée pour générer une condition aux limites de type Neumann,

$$\left. \frac{dp}{dr} \right|_{r=r_w} = - \frac{q_{sc} B \mu}{2\pi \beta_c r_w k h}$$

Limite extérieure

- 1) Pression spécifiée sur le problème limite-Dirichlet,

La spécification implique que la pression sur la frontière reste constante. Ce type de condition aux limites se produit dans les réservoirs qui sont constamment chargés par de forts apports d'eau de sorte que la pression à l'interface entre l'hydrocarbure et l'aquifère support reste constante.

2) Gradient de pression spécifié sur le problème limite-Neumann,

On suppose généralement qu'une limite sans écoulement existe à une certaine distance du réservoir, il est évident que si tous les gradients à travers une limite de réservoir sont égaux à zéro, alors cette limite est une limite sans écoulement.

Chapitre 03 : Méthodes de simulation analytique et numérique

3.1 Introduction

Un gisement est formé d'un ou plusieurs réservoirs rocheux souterrains contenant des hydrocarbures liquides et/ou gazeux d'origine sédimentaire. La roche réservoir est poreuse et perméable, la structure est limitée par des barrières imperméables qui piègent les hydrocarbures. La disposition verticale des fluides contenus dans la structure est régie par la pesanteur. L'étude des gisements, qui s'est développée au cours des dernières décennies fait appel maintenant à de nombreuses techniques perfectionnées dans l'acquisition des données et dans la simulation des réservoirs. Vu la complexité du réservoir et pour avoir un concept du réservoir, une modélisation du réservoir est nécessaire. La simulation du réservoir est une forme de la modélisation numérique utilisée pour quantifier et interpréter les phénomènes physiques avec l'aptitude jusqu'à arriver à la performance future du réservoir. Ce processus consiste à diviser le réservoir en plusieurs unités discrètes réparties en trois dimensions, et modéliser la progression des propriétés du fluide et du réservoir en des unités discrètes en temps et en espace.^[6]

3.2 Rôle de la simulation du réservoir :

La simulation de réservoir est une recherche interdisciplinaire, y compris le génie pétrolier, les mathématiques et l'informatique. Il étudie les écoulements multiphases (eau, pétrole et gaz) en milieu poreux et la modélisation de puits. Ce dernier décrit bien le comportement en utilisant des méthodes physiques et mathématiques. Dans les applications du monde réel, il existe de nombreux types de puits, tels que les puits d'injection, les puits de production et les appareils de chauffage, et leurs diverses opérations, telles que le contrôle de la pression, le contrôle du débit et le contrôle de l'énergie. Ce chapitre présente les types de puits couramment utilisés, les opérations de puits et leurs modèles mathématiques, tels que la pression de fond du trou, le débit d'eau, le débit d'huile, le débit de liquide, le sous-refroidissement et le contrôle de la vapeur. Ce sont les modèles les plus largement appliqués dans les simulations de réservoirs thermiques, et certains d'entre eux peuvent même être appliqués à l'huile noire et aux modèles de composition. Le but de cet article est de passer en revue ces méthodes de modélisation de puits et leurs modèles mathématiques, qui expliquent comment les opérations de puits sont définies et calculées. Nous pensons qu'une introduction détaillée est importante pour les autres chercheurs et développeurs de simulateurs. Ils ont été mis en oeuvre dans notre simulateur thermique parallèle interne. Des expériences numériques ont été menées pour valider les implémentations du modèle et démontrer l'évolutivité du simulateur thermique parallèle.^[7]

3.2.1 Objectifs de la simulation du réservoir

L'industrie pétrolière s'intéresse aux réservoirs géologiques dans lesquels se sont accumulés des hydrocarbures. L'objectif est alors d'extraire ces hydrocarbures de la manière la plus efficace possible. Dans un premier temps, le sous-sol est foré jusqu'à atteindre la roche réservoir où sont situés les hydrocarbures.

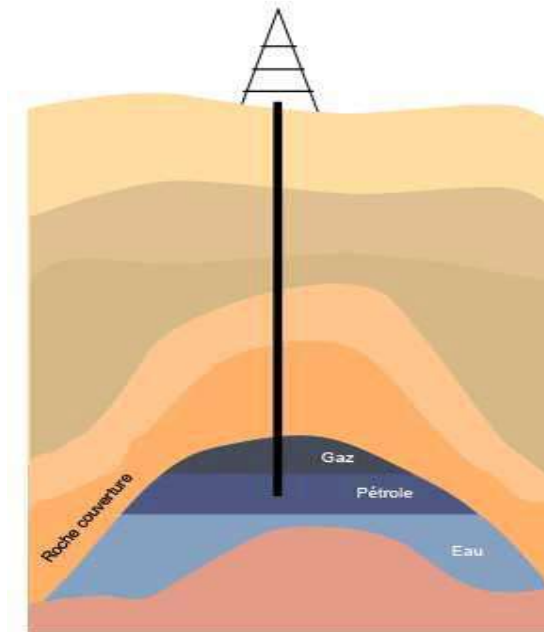


Figure 3-1. Un réservoir d'hydrocarbures simplifié en exploitation

Dans certains cas, la pression initiale du sous-sol peut permettre aux hydrocarbures de remonter à la surface. On parle de récupération primaire. Cette méthode ne permet, en général, de récupérer que 5 à 15 % des hydrocarbures présents. La deuxième étape consiste alors à injecter de l'eau à l'intérieur du réservoir pour pouvoir récupérer une plus grande partie : c'est la récupération secondaire. On arrive ainsi à atteindre des taux de récupération de l'ordre de 35 à 45 %. D'autres méthodes permettent d'améliorer encore ce taux de récupération. L'injection de CO₂ et sa dissolution dans la phase hydrocarbure permet de réduire la viscosité de l'huile et ainsi faciliter sa récupération. Des composés chimiques tels que des polymères, des surfactants, des alcalins peuvent augmenter la récupération en réduisant les différences de viscosité et la tension superficielle entre les différentes phases. Ce type de technique constitue ce que l'on appelle la récupération améliorée et permet, en moyenne, d'augmenter de 5 à 15 % le taux de récupération.

3.2.2 Utilisation de la simulation numérique:

Nous avons décrit succinctement les méthodes d'exploitation d'un réservoir d'hydrocarbures. Cependant, le choix de l'exploitation ou non d'un gisement d'hydrocarbures est l'aboutissement d'un processus décisionnel assez important. En effet, la mise en place d'une exploitation pétrolière représente un investissement très lourd (quelques millions d'euros par forage). Les compagnies pétrolières chargées d'évaluer l'intérêt d'un gisement pétrolier doivent donc être capables de prévoir le plus précisément possible la quantité d'hydrocarbures qu'elles pourront récupérer. Ces entreprises ont recours à des logiciels de simulation de réservoir qui utilisent des données PVT et pétrophysiques mesurées par le biais de différentes techniques

(carottes, enregistrementssismiques, . . .). Ces simulations ne servent pas seulement à prévoir les quantités d'hydrocarbures produites mais sont également utilisées pour optimiser le placement des puits. Les modèles d'écoulements sont souvent mis au point via un processus dit de calage d'historique où les données du modèle sont modifiées au cours d'un processus d'optimisation itératif nécessitant le lancement de plusieurs simulations d'écoulement et visant à reproduire les données mesurées au cours de l'exploitation.^[8]

3.3 Logiciel de simulation :

De nombreux programmes sont disponibles pour la simulation de réservoir. Les plus connus (par ordre alphabétique) sont :

3.3.1 Open source:

- **Le simulateur BOAST** - Black Oil Applied Simulation Tool (Boast) est un logiciel gratuit de simulation de réservoir disponible auprès du département américain de l'énergie. Boast est un simulateur numérique IMPES (différence finie implicite pression-saturation explicite) qui trouve d'abord la distribution de pression pour un pas de temps donné puis calcule la distribution de saturation pour le même pas de temps isotherme. La dernière version date de 1986 mais reste un bon simulateur à des fins éducatives.
- **MRST** - La boîte à outils MATLAB Reservoir Simulation (MRST) est développée par SINTEF Applied Mathematics en tant que boîte à outils MATLAB®. La boîte à outils se compose de deux parties principales: un noyau offrant des fonctionnalités de base et des solveurs monophasés et biphasés, et un ensemble de modules complémentaires offrant des modèles, des visualiseurs et des solveurs plus avancés. MRST est principalement conçu comme une boîte à outils pour le prototypage rapide et la démonstration de nouvelles méthodes de simulation et de concepts de modélisation sur des grilles non structurées. Malgré cela, de nombreux outils sont assez efficaces et peuvent être appliqués à des modèles étonnamment grands et complexes.
- **OPM** - L'initiative OPM (Open Porous Media) fournit un ensemble d'outils open source centrés sur la simulation de l'écoulement et du transport de fluides dans des milieux poreux.

3.3.2 Commercial:

- Schlumberger **INTERSECT**
- Schlumberger **ECLIPSE** - Développé à l'origine par ECL (Exploration Consultants Limited) et actuellement détenu, développé, commercialisé et entretenu par SIS (anciennement GeoQuest), une division de Schlumberger. Le nom ECLIPSE était à l'origine un acronyme pour "ECL's Implicit Program for Simulation Engineering". Les simulateurs incluent l'huile noire, la simulation de composition, de volume fini thermique et

de rationalisation. Les options complémentaires incluent des améliorations du réseau local, du méthane de houille, des opérations de gisement de gaz, des puits avancés, le couplage de réservoirs et des réseaux de surface.

- **ECHELON**, par Stone Ridge Technology: un simulateur entièrement implicite, le seul simulateur de réservoir accéléré par GPU complet pour les formulations d'huile noire.
- **ESTD Co. RETINA Simulation** - RETINA Simulation est un logiciel de simulation de réservoir d'huile noire et de composition entièrement développé dans Engineering Support and Technology Development Company (ESTD).
- **CMG Suite (IMEX, GEM et STARS)** - Computer Modeling Group propose actuellement trois simulateurs: un simulateur d'huile noire, appelé IMEX, un simulateur de composition / non conventionnel appelé GEM et un simulateur de processus thermique et avancé appelé STARS.
- **Sensor**, de Coats Engineering, est un simulateur de réservoir d'huile noire et de composition développé à partir des années 1990 par le Dr Keith H. Coats, fondateur de l'industrie de la simulation de réservoir commercial (Intercomp Resource and Development, 1968). Sensor est le dernier des nombreux simulateurs de réservoir développés par le Dr Coats.
- **XXSim** est un simulateur de réservoir de composition à usage général basé sur EOS avec une formulation entièrement implicite. Il permet à tous les composants d'apparaître et de rester dans toutes les phases fluides (aqueuse, huileuse et vapeur). Il peut être simplifié aux modules conventionnels ou traditionnels à l'huile noire, à la composition et à la chaleur. Il peut également être étendu à un simulateur thermique entièrement basé sur EOS.
- **Tempest MORE** est un simulateur de réservoir offrant des options d'huile noire, de composition et thermique.
- **ExcSim**, un simulateur de réservoir d'huile noire modifié en 2D en 3 phases entièrement implicite pour la plate-forme Microsoft Excel.
- **Landmark Nexus** - Nexus est un simulateur de réservoir de pétrole et de gaz développé à l'origine sous le nom de «Falcon» par Amoco, Los Alamos National Laboratory et CrayResearch. Il est actuellement détenu, développé, commercialisé et entretenu par Landmark Graphics, une ligne de produits et services de Halliburton. Nexus remplacera progressivement VIP, ou Desktop VIP, la génération précédente de simulateur de Landmark.
- **Rock Flow Dynamics tNavigator** prend en charge les simulations de composition d'huile noire, de composition et de composition thermique pour les postes de travail et les clusters de calcul haute performance.
- **Plano Research Corporation FlowSim** est un simulateur de réservoir d'huile noire et de composition à différence finie entièrement implicite triphasé 3-D avec LGR, double perméabilité à double porosité et capacités parallèles.

- De Quête du Graal **ReservoirGrail** emploie une approche brevetée appelée Dynamic Time jaugée équilibrage ^[14] aux réservoirs simulent pendant primaire et récupération secondaire.
- Gemini Solutions **Merlin** est un simulateur de réservoir à différence finie en 3 phases entièrement implicite développé à l'origine au département de recherche de Texaco et actuellement utilisé par le Bureau of OceanEnergy Management et le Bureau of Safety and EnvironmentalEnforcement pour calculer les taux de décharge des pires cas et les pressions d'éclatement / effondrement sur boîtier chaussures et obturateurs anti - éruption .
- **DeepSim de** Under Palm Trees est un simulateur de réservoir à différences finies de composition entièrement implicite, triphasé, pour la plate-forme de téléphone et de tablette Android.
- TTA / PetroStudies propose un simulateur d'huile noire à part entière, **Exodus** , avec un module de correspondance d'historique assisté (Revelations) qui peut varier la porosité / perméabilité / structure / netpay / pression initiale / saturations / profondeurs de contact pour correspondre aux taux observés / cumulatifs / pressions des puits. Revelations exécute plusieurs cas sur des ordinateurs de réseau partagés. **Exotherm** propose une simulation thermique de SAGD, CSS avec un écoulement de puits discrétisé jusqu'à la surface.
- La simulation Meera est un outil de prévision de production de simulation de réservoir hybride AI-Physics pour la planification et la budgétisation des opérations par Target Solutions LLC.^[9]

3.4 Méthodologie de simulation numérique:

3.4.1 Intégrer la simulation numérique:

D'un point de vue économique, la mise en place de tels logiciels est devenue possible grâce à l'amélioration des performances des processeurs et la baisse du prix du matériel informatique. De plus, les progrès réalisés en CAO ces dernières années, au niveau des numérisations des géométries et des interfaçages avec les codes de calcul, ont réduit les délais d'une étude. Les modèles théoriques évoluent, toujours plus complexes et plus précis et prennent en compte des domaines très spécifiques comme la prévision de la microstructure des fontes, la thixocoulée ou l'injection de fluides compressibles, le calcul des déformations ou les contraintes résiduelles (thermomécanique).

3.4.2 Définition de la géométrie:

Le travail de simulation commence toujours par la définition de la pièce à produire, et de sa forme géométrique. Si la construction existe déjà en CAO, quel que soit le logiciel utilisé, il est nécessaire de pouvoir réaliser une passerelle de façon à permettre la saisie du fichier CAO dans le programme de simulation. La performance d'un outil de simulation pourra être jugée par son aptitude à lire correctement des données CAO. Aujourd'hui si de nombreux formats d'échange standard sont disponibles sur le marché (IGES, STEP, STL, PARASOLID, ...),

l'interface du logiciel de simulation devra être capable de récupérer la totalité de la géométrie transférée (dans un format d'échange standard ou un format natif du logiciel de CAO) ou éventuellement disposer d'outils automatiques de correction topologique des surfaces.

3.4.3 maillage volumique:

Le maillage volumique est généré à partir de la définition surfacique précédente et consiste à décomposer en volumes élémentaires la pièce étudiée – généralement des petits cubes – parallélépipèdes rectangles ou tétraèdres. Le maillage est une étape importante et relativement complexe dans le processus du calcul numérique. L'utilisateur dispose de mailleurs automatiques avec lesquels il aura la possibilité de définir une stratégie de maillage. En effet, on aura intérêt à économiser du maillage dans les zones dites secondaires et au contraire à utiliser des éléments très fins au voisinage des interfaces ou des zones à forts gradients de température.

Il existe deux grandes familles de maillage : les maillages non structurés qui s'appuient sur la méthode de résolution des éléments finis (FEM), et les maillages structurés, qui s'appuient sur les méthodes des volumes finis (FVM) ou différences finis (FDM).

3.4.4 Maillages non-structurés:

Ce type de maillage est couramment utilisé en calcul de mécanique des structures avec la technique des éléments finis, car il a l'avantage d'avoir une grande flexibilité pour des géométries complexes et de pouvoir être raffiné localement de manière très facile. Certains mailleurs non-structurés peuvent fonctionner comme de véritables « boîtes-noires » où l'on indique la géométrie à mailler ainsi que le nombre de nœuds que l'on souhaite pour le calcul. Celui-ci produit alors un maillage « près à l'emploi » avec une possibilité de raffinement en cours de calcul. Il s'agit d'un maillage auto-adaptatif de type Delaunay qui permet au cours du calcul de renforcer le maillage aux endroits de forts gradients, dans les zones où il existe des variations importantes de résultats.

3.4.5 Maillages structures:

Le maillage structuré, quant-à-lui, possède une connectivité implicite, c'est à dire déduite. Chaque élément est alors défini implicitement : après le rang i , vient le rang $i+1$. Il n'y a donc pas de tableau de connectivité. Chaque nœud est défini par un triplet de coordonnées (x, y, z) et par un triplet d'indices (i, j, k) . Du fait d'une connectivité implicite, ce type de maillage est moins gourmand en mémoire car on doit y charger seulement une matrice de coordonnées et une gestion intelligente de la mémoire permet de ne pas avoir à charger les indices car le maillage possède une structure. Il est plus facile à contrôler dans la régularité des mailles. En effet la taille d'une maille ne doit pas varier trop rapidement d'une maille à l'autre.

3.4.6 mise en données:

L'étape de mise en données d'un processus de coulée fait appel à plusieurs disciplines : à la métallurgie des alliages liquides et solides pour la définition des paramètres thermophysiques des matériaux.

3.4.7 Données thermo-hydrauliques des matériaux mis en oeuvre :

Ces données matériaux constituent en quelque sorte la base de connaissance de l'outil de simulation numérique. Les données thermophysiques nécessaires à une simulation de remplissage et de solidification sont nombreuses et certaines sont variables en fonction de la température ($t^{\circ}\text{C}$). On distingue ainsi généralement les températures solidus, eutectique, liquidus, la chaleur latente, la chaleur spécifique ($t^{\circ}\text{C}$), la masse volumique ($t^{\circ}\text{C}$), la fraction solide ($t^{\circ}\text{C}$), la conductivité thermique ($t^{\circ}\text{C}$), l'enthalpie massique ($t^{\circ}\text{C}$), la viscosité dynamique et cinématique ($t^{\circ}\text{C}$),....

- Les conditions initiales

Les conditions initiales sont les températures initiales du moule et de l'alliage liquide au début du processus de coulée ainsi que des champs de vitesses ou de pression métallostatique. Il faut traduire en termes numériques les conditions opératoires de la coulée. Dans les cas de moulage en coquille, par exemple, les températures initiales du moule peuvent être les conditions finales du cycle précédent.

- Les conditions aux limites

La variété des méthodes de production (moulage en sable, en coquille, cire perdue, centrifugation, fonderie sous pression, ...) et des matériaux mis en oeuvre, nécessite l'introduction des caractéristiques liées au process. Il s'agit par exemple de prendre en compte le rayonnement et la convection à la surface extérieure du moule, ainsi que, le cas échéant, le refroidissement forcé en moules permanents par un dispositif de thermorégulation, mais également les résistances de contact aux interfaces (lames d'air, poteyages, ...), l'utilisation de filtres, de refroidisseurs métalliques, de manchons exothermiques ou encore de tirages d'airs.

Les conditions aux limites vont permettre de définir – d'un point de vue numérique – l'environnement de la coulée d'une pièce. Il s'agit d'hypothèses numériques qui vont permettre à la fois de reproduire le phénomène physique et de mener à bien le calcul (convergence du calcul) ou d'en simplifier la résolution.

- Le Solveur :

Ces logiciels résolvent, par des méthodes numériques (volumes finis, différences finies ou éléments finis), les équations physiques des phénomènes mis en évidence précédemment. La physique complexe du remplissage

d'un moule et de sa solidification, liée à des géométries pièce le plus souvent très ouvragées, conduit automatiquement à des calculs mathématiques importants. Néanmoins, l'évolution des méthodes numériques, des techniques de programmation et des matériels informatiques repousse les limites du calcul permettant ainsi d'accéder à des résultats très rapidement. Les logiciels se doivent d'avoir une vocation industrielle, car s'il s'agit d'optimiser la géométrie d'une pièce ou les paramètres de coulée, plusieurs simulations peuvent être nécessaires dans une seule journée, et ce processus doit pouvoir remplacer ou raccourcir des campagnes d'essais longues et coûteuses.

- **Post-traitement – analyse des résultats :**

Pour aider l'utilisateur dans l'analyse des résultats souvent longue et fastidieuse, les logiciels sont dotés de puissantes interfaces, avec notamment la possibilité de faire des sorties graphiques sous formes d'images ou d'animations. Le dépouillement des résultats doit se faire en trois dimensions avec possibilité de visualiser le « cœur de la matière » liquide ou solide (fonction x-ray) avec la possibilité de réaliser des coupes ou sections multiples. Il ne faut en effet pas perdre de vue que le but premier de la simulation numérique est de rendre la visualisation possible pour des analyses et des prises de décisions rapides.

- **Qualité des résultats :**

Indépendamment de la qualité de la présentation des résultats en trois dimensions sur écran graphique ou de la vitesse des calculs, c'est sans nul doute la crédibilité des résultats qui est la plus importante. Au même titre que pour la plupart des logiciels industriels, il est nécessaire de procéder à un jugement de valeur des outils commercialisés. C'est ainsi qu'aujourd'hui la majorité des fournisseurs de solutions se livrent aisément à des tests de validation industrielle par comparaisons avec des mesures expérimentales.^[10]

3.5 Paramètres de simulation numérique

- Pression initiale du réservoir.
- Températures initiales du réservoir.
- Perméabilité du réservoir (suivant l'horizontal et la vertical).
- Porosité du réservoir.
- Conductivité thermique du réservoir et des différentes phases fluides qui se trouvent dans le réservoir.
- Capacité calorifique du réservoir et des différentes phases fluides présentes dans le réservoir.
- Fractions molaires des différents composants présentes dans chaque phase (vapeur, huile, et gaz éventuellement).
- Poids moléculaire des différents composants présents dans les différentes phases de fluides.
- Les dimensions du réservoir.

- Densités des différentes phases et/ou composants présents dans le réservoir.
- Expansion thermique de la roche (réservoir).
- Compressibilité du réservoir.
- Saturations initiales des différentes phases fluides présentes dans le réservoir (eau, huile, vapeur et/ou gaz).
- La saturation irréductible de la phase eau, la saturation résiduel de la phase huile dans le système eau-huile et dans le système gaz huile, la saturation résiduel du gaz (et/ou vapeur).
- Perméabilité relative de l'eau à la saturation de l'huile dans le système eau-huile, perméabilité relative de l'eau, perméabilité relative de l'huile à la saturation résiduelle dans le système eau huile.

Ces paramètres n'est pas exhaustive car selon les scénarios de simulations qu'on veut mettre en jeu, d'autre paramètre seront nécessaires. Ainsi, le mieux serait que nous trouvions toutes les données pétro physiques, pétrochimiques, géochimiques, chimiques, physiques, géophysiques, ...etc. possibles du gisement afin de pouvoir mener à bien notre travail.^[11]

3.6 Méthode de différences finies:

La méthode des différences finies est l'un des méthodes numériques utilisée pour la résolution des équations aux dérivées partielles. Elle permet, en utilisant des schémas des différences finies, de transformer l'écriture différentielle des équations gouvernant les phénomènes de transport, en écriture algébrique pour les résoudre par la suite à l'aide des outils de l'analyse numérique.

3.6.1 Principe de la méthode:

Dans cette méthode on remplace le domaine continu du calcul par un ensemble de points (*Maillage*), et cherche une solution approchée sur ces points. Pour cette raison, on approxime les équations aux dérivées partielles par des développements limités de Taylor au voisinage des points de maillage. La solution du système d'équations algébriques, linéaires ou non linéaires, ainsi obtenu fournit donc la solution approchée du problème posé.

3.6.2 Etapes nécessaires pour résoudre une équation différentielle par la méthode des différences finies :

Un problème aux dérivées partielles nécessite la donnée:

- Un domaine D;
- Une équation aux dérivées partielles (E.D.P);
- Des conditions aux limites (pour tous les problèmes);
- Une condition initiale (pour les problèmes d'évolution).

Pour obtenir une approximation numérique de la solution de ce problème, nous devons approcher les dérivées partielles de l'E.D.P en chaque noeud du domaine discrétisé (maillage) en utilisant les valeurs de la variable dépendante en ce noeud et aux noeuds avoisinants.

➤ **Approximation de méthode de différence finie :**

L'évaluation du développement en série de Taylor donne :

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + \frac{h}{1!} \frac{df}{dx} + \frac{h^2}{2!} \frac{d^2f}{dx^2} + \frac{h^3}{3!} \frac{d^3f}{dx^3} + \dots + \frac{h^N}{N!} \frac{d^Nf}{dx^N} + R_{N+1} \quad (3.1)$$

Ou, $h = x_{i+1} - x_i$

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + \frac{h}{1!} \frac{df}{dx} + R_2$$

La résolution de l'équation ci-dessus pour la dérivée première, df/dx , donne ;

$$\frac{df}{dx} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h} - \frac{1}{h} R_2$$

Expansion $f(x_{i-1})$ à propos x_i (C'est, $x_0 = x_i$ et, $x = x_{i-1}$ dans le développement de la série de Taylor) donne :

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) - \frac{h}{1!} \frac{df}{dx} + \frac{h^2}{2!} \frac{d^2f}{dx^2} - \frac{h^3}{3!} \frac{d^3f}{dx^3} + \dots + (-1)^N \frac{h^N}{N!} \frac{d^Nf}{dx^N} + R_{N+1} \quad (3.2)$$

Si les espacements dans Eq (3.1) et Eq (3.2) sont égaux :

$$f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}) = \frac{2h}{1!} \frac{df}{dx} + \frac{2h^3}{3!} \frac{d^3f}{dx^3} + R_5 \quad (3.3)$$

Cette approximation peut être obtenue en additionnant les équations (3.1) et (3.2) donnant ;

$$f(x_{i+1}) + f(x_{i-1}) = 2f(x_i) + \frac{2h^2}{2!} \frac{d^2f}{dx^2} + \frac{2h^4}{4!} \frac{d^4f}{dx^4} + R_6 \quad (3.4)$$

La résolution de la dérivée seconde avec l'équation (3.4) donne ;

$$\frac{d^2f}{dx^2} \approx \frac{f(x_{i+1}) - 2f(x_i) + f(x_{i-1}))}{h^2} \quad (3.5)$$

3.7 Conditions initiales et aux limites:

Une condition aux limites représente l'état physique de la variable à résoudre aux limites du domaine d'étude. Par exemple, la valeur de la température sur la paroi d'une conduite, ou s'écoule à l'intérieur de ce dernier un fluide. La nature mathématique des conditions aux limites dépend généralement de la forme mathématique de(s) équation(s) gouvernante(s) (nature physique du problème), et du nombre de variables mis en jeu. Pour cette raison on trouve plusieurs types de conditions aux limites.

- Condition aux limites de Dirichlet:

On dit que la condition aux limites est de type Dirichlet, sur une portion ou la totalité de la frontière du domaine d'étude A_Ω , si à cet endroit les valeurs de l'inconnue sont imposées. Mathématiquement cela peut ce traduit par :

$$\phi = \alpha(x, y) \text{ avec } (x, y) \in A_\Omega \quad (3.6)$$

Dans l'équation α désigne la valeur de la variable physique à déterminer ϕ .

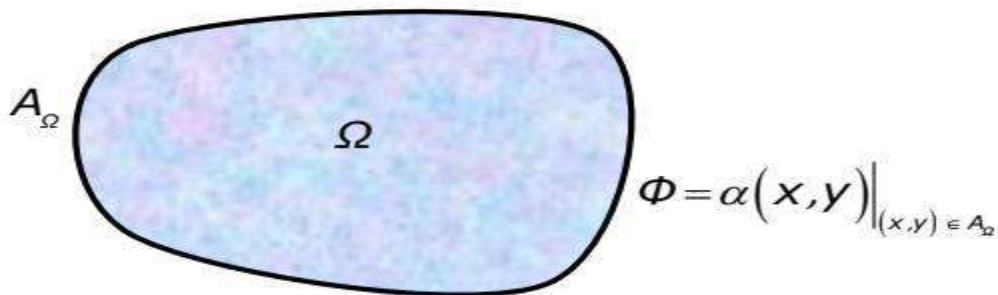


Figure 3-2. Exemple de condition aux limites de Dirichlet.

- Condition aux limites de Neumann:

Si le gradient de la variable ϕ est imposé sur la frontière A_Ω , On dit qu'on a une condition aux limites de type Neumann. Dans ce cas, cette condition peut se mettre comme suit:

$$\nabla \phi \cdot \vec{n} = \frac{\partial \phi}{\partial n} = \beta(x, y) \text{ avec } (x, y) \in A_\Omega \quad (3.7)$$

Ici \vec{n} désigne le vecteur unitaire normal à A_Ω , et β la valeur du gradient de ϕ à un point donnée $M(x, y)$ de A_Ω .

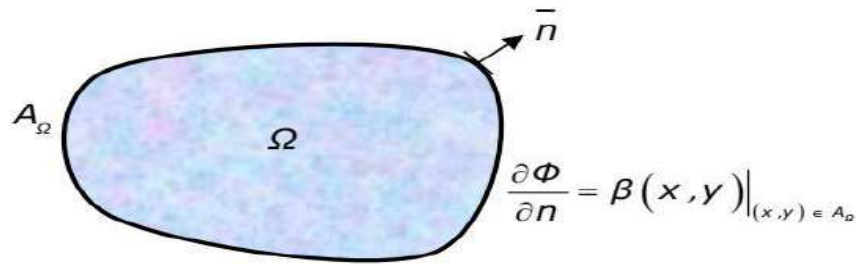


Figure 3-3. Exemple de condition aux limites de Neumann.

- **Conditions aux limites de Cauchy:**

La condition aux limites de Cauchy consiste à imposer une condition mixte sur une portion ou bien la totalité de la frontière A_Ω , cette condition peut s'écrire mathématiquement comme suit:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} + \alpha(x, y)\Phi = \beta(x, y) \text{ avec } (x, y) \in A_\Omega \quad (3.8)$$

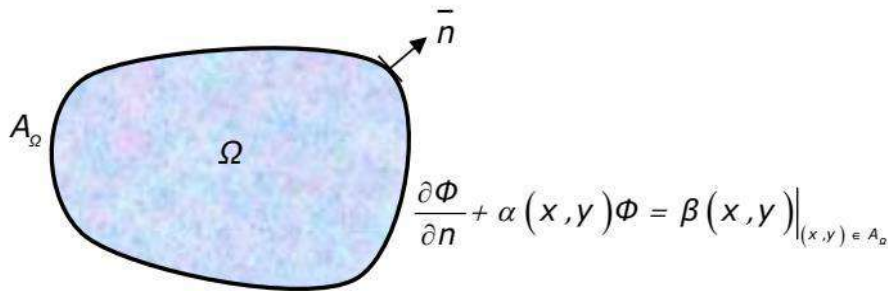


Figure 3-4. Exemple de condition aux limites de Cauchy.

- **Conditions initiales:**

On dit conditions initiales toute condition sur la propriété Φ imposé à $t = 0$, cette condition, en plus des conditions aux limites, sont nécessaires pour la résolution des problèmes instationnaires. Les conditions initiales peuvent formuler comme suit:

$$\Phi(x, y, t = 0) = \alpha_1(x, y) \text{ avec } (x, y) \in \Omega \quad (3.9)$$

Avec α_1 désigne les valeurs de Φ dans le domaine d'étude à l'instant initial $t = t_0$.^[12]

3.8 Méthodes de résolution des systèmes linéaires:

3.8.1 Méthodes directes

1) Méthode de Gauss :

La méthode de Gauss consiste à résoudre un système linéaire en utilisant les propriétés d'échanges et de combinaisons linéaires vues précédemment afin d'obtenir un système triangulaire équivalent au système initial. Précisons que cette méthode est automatique, c'est-à-dire s'applique de la même manière à tout système. On parle de l'algorithme de Gauss.

Algorithme de la méthode de Gauss:

La méthode de Gausse est composée de deux parties:

➤ **Triangularisation:**

La triangularisation repose sur la formule suivante:

$$L_i = L_i - cL_k, \left(c = \frac{a_{ik}}{a_{kk}} \right), k = 1:n-1, i = k+1:n \quad (3.10)$$

L'indice k est le numéro de l'étape, k varie de 1 à $(n-1)$. L'indice i est le numéro de la ligne L_i . Pour chaque valeur de k , i varie de $k+1$ à n .

Et par conséquent l'équation (1) devient:

$$\begin{cases} a_{ij} = a_{ij} - ca_{kj} \\ b_i = b_i - cb_k \end{cases} \left(c = \frac{a_{ik}}{a_{kk}} \right), k = 1:n-1, i = k+1:n, j = k:n \quad (3.11)$$

➤ **Résolution:**

Lorsque l'on a un système triangulaire supérieur, c'est-à-dire lorsque $a_{ij}=0$ pour tout $i>j$, alors l'algorithme de résolution fonctionne par parcours inverse.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2i} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & a_{ii} & \dots & a_{in} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_i \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_i \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_n = \frac{b_n}{a_{nn}} \\ x_i = \frac{(b_i - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j)}{a_{ii}} \end{cases} i = n-1, \dots, 1 \quad (3.12)$$

Stratégie du choix du pivot:

La méthode de Gauss repose sur la formule:

$$L_i = L_i - \frac{a_{ik}}{a_{kk}} L_k \quad (3.13)$$

Chapitre 04 : Etude numerique d'un reservoir d'huile par la methode de difference finis

4.1 INTRODUCTION:

Pour résoudre les équations d'écoulement en milieu fracturé nous pouvons utiliser différentes méthodes numériques. Parmi ces méthodes, nous citons la méthode des Différences Finies (DF). Cette méthode a des avantages et des inconvénients différents. Pour choisir le schéma le mieux adapté à la résolution du problème, plusieurs propriétés sont souhaitables :

- Conservation locale de la masse ;
- Continuité de flux aux interfaces des éléments de la discrétisation ;
- Calcul précis du champ de vitesse en milieu fortement hétérogène ;
- Capacité à traiter des problèmes anisotropes (tenseur de perméabilité plein) ;
- Flexibilité dans la manipulation de domaines à géométrie complexe ;
- Traitement satisfaisant des différents types de conditions aux limites ;
- Résolution efficace du système linéaire obtenu (la matrice obtenue est symétrique, définie et positive).^[13]

4.2 Cas d'étude :

Pour un problème 1D (voir Figure 4-1), centrée sur les blocs illustrés dans la figure suivante, on va déterminer la répartition de la pression au cours de la première année de production. La pression initiale du réservoir est de 6000 psi. Les propriétés de la roche et du fluide pour ce problème sont :

$$\begin{aligned} \Delta x &= 1000ft, & \Delta y &= 1000ft, & \Delta z &= 75ft, \\ B_I &= 1^{RB}/STB, & c_I &= 3.5 \times 10^{-8}, & k_x &= 15md, \\ \varphi &= 0.18, & \mu_I &= 10cp, & B^{\circ}_I &= 1^{RB}/STB. \end{aligned}$$

On utilise des tailles de pas de temps de $\Delta t = 10, 15$, et 30 jours. Supposons que BI agit comme une constante dans la plage de pression d'intérêt.

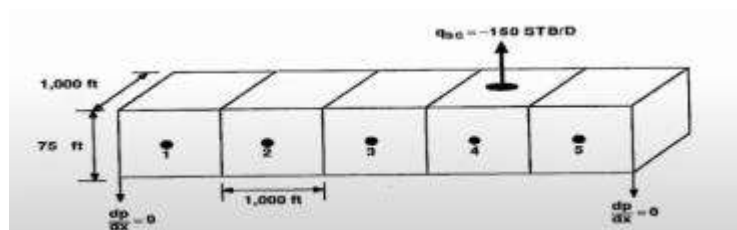


Figure 4-1. Réservoir d'huile divisé en cinq blocks.

4.3 Modèle mathématique :

L'équation pour un écoulement monophasique légèrement compressible à travers un milieu poreux a été dérivée dans les sections précédents (chapitre 2) Commesuit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left(\beta_c \frac{A_y k_y}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \Delta y + \frac{\partial}{\partial z} \left(\beta_c \frac{A_z k_z}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \Delta z + q_{sc} = \frac{V_b \phi c}{a_c B^0} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.1)$$

Pour un écoulement unidimensionnel, cette équation a la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x + q_{sc} = \frac{V_b \phi c}{a_c B^0} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.2)$$

Ou;

β_c : Facteur de conversion de transmissibilité dont la valeur numérique est égale à 1,127.

A_x, A_y, A_z : Aire de la section transversale dans les directions (x, y, z), ft^2 .

B : Facteur de volume de formation, RB/STB.

k_x, k_y, k_z : Perméabilité dans les directions des directions (x, y, z), Darcy.

V_b : Volume, ft^3 .

B^0 : Facteur de volume de formation initial, RB/STB.

a_c : Facteur de conversion de volume dont la valeur numérique est égale à 5,6145.

q_{sc} : Cadence de production aux conditions standards, STB/jour.

ϕ : Porosité, fraction.

4.4 Schémas explicites et implicites :

Suivant la façon de discrétisation de l'équation aux dérivées partielles, deux cas se distinguent pour la méthode des différences finies (Hoffmann et Chiang, 2000):

4.4.1 Schéma explicite :

Si les dérivées spatiales dans l'équation sont exprimées en termes de variables au temps j connu, le schéma est dit alors explicite. C'est-à-dire, les caractéristiques de l'écoulement à un temps donné sont exprimées en fonction des caractéristiques de celui-ci supposées connues à l'instant précédent, de ce fait, ce qui se passe au temps dt ne dépend que du passé au temps t (Figure (2-2)).

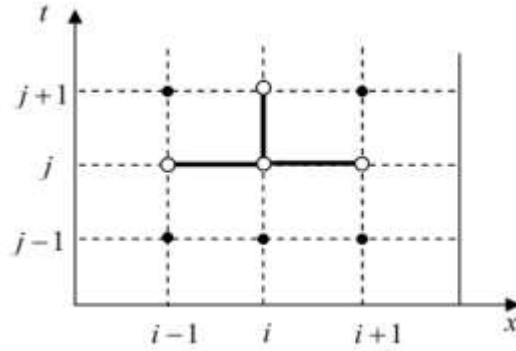
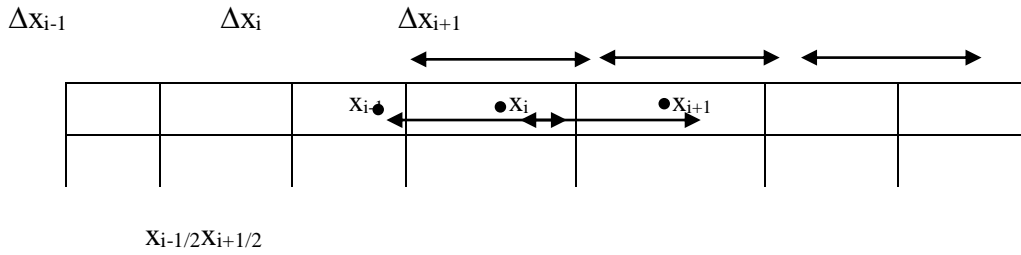


Figure 4-2. Schéma explicite.

Les sections précédentes ont défini l'approximation par différence centrale de la dérivée première comme suit :



$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_i \approx \frac{1}{\Delta x_i} \left[\left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}} - \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \right] \quad (4.3)$$

L'utilisation de l'équation (4.3) pour approximer la dérivée spatiale au point de grille i et la substitution des résultats dans le côté gauche de l'équation (4.2) donne :

$$\frac{1}{\Delta x_i} \left[\left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}} - \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \right] \Delta x_i + q_{sc} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^0} \frac{\partial p}{\partial t} \right)_i \quad (4.4)$$

Maintenant, l'utilisation de différences centrales de $(\partial p / \partial x)_{i+\frac{1}{2}}$ et $(\partial p / \partial x)_{i-\frac{1}{2}}$ donne :

$$(\partial p / \partial x)_{i+\frac{1}{2}} = \frac{P_{i+1} - P_i}{x_{i+1} - x_i} = \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}} \quad (4.5)$$

$$(\partial p / \partial x)_{i-\frac{1}{2}} = \frac{P_i - P_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = \frac{P_i - P_{i-1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}} \quad (4.6)$$

$$\Delta x_{i-\frac{1}{2}} = \frac{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i}{2} ; \quad \Delta x_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}}{2}$$

La substitution des équations (4.5) et (4.6) dans l'équation (4.4) donne :

$$\left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B}\right)_{i+\frac{1}{2}} (P_{i+1} - P_i) - \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B}\right)_{i-\frac{1}{2}} (P_i - P_{i-1}) + q_{sc} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^o}\right)_i \frac{\partial p_i}{\partial t} \quad (4.7)$$

Ou;

$$T_{i+\frac{1}{2}}(P_{i+1} - P_i) - T_{i-\frac{1}{2}}(P_i - P_{i-1}) + q_{sc} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^o}\right)_i \frac{\partial p_i}{\partial t} \quad (4.8)$$

Les coefficients $T_{i+\frac{1}{2}}$ et $T_{i-\frac{1}{2}}$ sont appelées transmissibilités du milieu poreux et sont définies par :

$$T_{i+\frac{1}{2}} = \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B}\right)_{i+\frac{1}{2}} \quad (4.9)$$

$$T_{i-\frac{1}{2}} = \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B}\right)_{i-\frac{1}{2}} \quad (4.10)$$

Pour une grille uniforme centrée sur les blocs, les espacements entre les centres des blocs sont les mêmes et sont égaux aux dimensions des blocs Δx . C'est,

$$\Delta x_{i-\frac{1}{2}} = \Delta x_i = \Delta x_{i+\frac{1}{2}} = \Delta x \quad (4.11)$$

Les sections précédentes ont défini l'approximation de la différence directe à la dérivée première au niveau de base t^{n+1} :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{P(t^{n+1}) - P(t^n)}{\Delta t} \quad (4.12)$$

Avec la notation;

$$P^n = P(t^n)$$

$$P^{n+1} = P(t^{n+1})$$

L'équation (4.12) est réécrite pour le centre de bloc i avec un signe égal plutôt qu'un signe d'approximation :

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} = \frac{P_i^{n+1} - P_i^n}{\Delta t} \quad (4.13)$$

Substitution de l'équation (4.12) à l'équation (4.7) écrite au niveau du temps t^n résulte en ;

$$\left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B}\right)_{i+\frac{1}{2}}^n (P_{i+1}^n - P_i^n) - \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B}\right)_{i-\frac{1}{2}}^n (P_i^n - P_{i-1}^n) + q_{sc} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^o \Delta t}\right)_i (P_i^{n+1} - P_i^n) \quad (4.14)$$

Ou, en termes de transmissibilités ;

$$T_{i+\frac{1}{2}}^n(P_{i+1}^n - P_i^n) - T_{i-\frac{1}{2}}^n(P_i^n - P_{i-1}^n) + q_{sc_i} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^o \Delta t}\right)_i (P_i^{n+1} - P_i^n) \quad (4.15)$$

L'approximation en différence directe des équations d'écoulement aboutit à une procédure de calcul explicite pour les pressions au nouveau niveau de temps (désignées n+1 dans les équations aux différences finies).

La résolution de l'équation de différence directe eq (4.15) pour la quantité inconnue P_i^{n+1} donne l'expression;

$$p_i^{n+1} = p_i^n + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j}\right)_i q_{jsc_i} + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j}\right)_i \times \left[T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n p_{i+1}^n - \left(T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n + T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n \right) p_i^n + T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n p_{i-1}^n \right] \quad (4.16)$$

Donc la formule de schéma explicite est donnée par :

$$p_i^{n+1} = p_i^n + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j}\right)_i q_{jsc_i} + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j}\right)_i \times \left[T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n p_{i+1}^n - \left(T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n + T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n \right) p_i^n + T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n p_{i-1}^n \right]$$

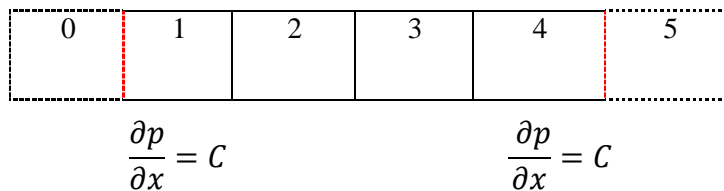
Conditions aux limites :

L'équation donnée par :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = C \quad (4.17)$$

L'équation est utilisée pour un gradient de pression spécifié à la limite externe du champ. Il est valable pour toutes les limites de gradient de pression spécifiées et peut être utilisé pour modéliser un réglage sans limite d'écoulement $C = 0$. En général, C peut être une fonction du temps.

Pour cette discussion, cependant, considérons que C est constant. Car l'équation (4.18) englobe les limites de type sans écoulement, c'est la condition la plus couramment utilisée pour les limites externes dans la simulation de réservoir, l'équation (4.18) doit être discrétisé avant de pouvoir être intégré dans le simulateur de réservoir aux différences finies.



Cette figure montre un système de grille ID centré sur un bloc sur un milieu poreux. Dans la figure, les limites se situent sur les bords des première et dernière cellules de la grille (ainsi que sur les bords le long de la longueur du support).

On peut utiliser l'éq (4.18) pour compléter le système d'équations, l'approximation par différence centrale d'équation (4.18), écrit à la limite gauche ($x = x_{1-\frac{1}{2}}$) dans la figure précédente, est :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{P_1 - P_0}{x_1 - x_0} = C$$

Où;

$$P_0 = P_1 - C(x_1 - x_0) \quad (4.19)$$

De même, l'approximation par différence centrale peut être utilisée dans l'équation (4.18) pour la limite du côté droit ($x = x_{4+\frac{1}{2}}$) dans la figure précédente pour obtenir;

$$P_5 = P_4 - C(x_5 - x_4) \quad (4.20)$$

Ces deux équations supplémentaires sont utilisées pour compléter le système d'équations dans le simulateur de réservoir pour le réservoir ID illustré dans la figure précédente.

Pour une frontière sans écoulement ($C = 0$), les équations (4.19) et (4.20) indiquent que, pour une grille centrée sur un bloc, les pressions des cellules de la grille juste à l'extérieur du réservoir sont égales aux pressions des cellules de la grille limite juste à l'intérieur du réservoir, si l'on substitue les pressions pour une frontière sans écoulement ($P_0 = P_1$ et $P_4 = P_5$).

Les équations de chaque gridblock (dans le cas de l'approximation par différence arrière) pour la figure précédente peut s'écrire comme suit :

Gridblock 1;

$$T_{1+\frac{1}{2}}^n (P_2^{n+1} - P_1^{n+1}) - T_{1-\frac{1}{2}}^n (P_1^{n+1} - P_0^{n+1}) + q_{sc1} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^o \Delta t} \right)_1 (P_1^{n+1} - P_1^n) \quad (G1)$$

Gridblock 2;

$$T_{2+\frac{1}{2}}^n (P_3^{n+1} - P_2^{n+1}) - T_{2-\frac{1}{2}}^n (P_2^{n+1} - P_1^{n+1}) + q_{sc2} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^o \Delta t} \right)_2 (P_2^{n+1} - P_2^n) \quad (G2)$$

Gridblock 3;

$$T_{3+\frac{1}{2}}^n (P_4^{n+1} - P_3^{n+1}) - T_{3-\frac{1}{2}}^n (P_3^{n+1} - P_2^{n+1}) + q_{sc3} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^o \Delta t} \right)_3 (P_3^{n+1} - P_3^n) \quad (G3)$$

Gridblock 4;

$$T_{4+\frac{1}{2}}^n(P_5^{n+1} - P_4^{n+1}) - T_{4-\frac{1}{2}}^n(P_4^{n+1} - P_3^{n+1}) + q_{sc_4} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^o \Delta t} \right)_4 (P_4^{n+1} - P_4^n) \quad (G4)$$

Si nous substituons les pressions pour une frontière sans écoulement ($P_0 = P_1$ et $P_4 = P_5$) dans les équations (G1) et (G4), les termes contenant les pressions aux limites passent à zéro. C'est,

$$T_{1+\frac{1}{2}}^n(P_2^{n+1} - P_1^{n+1}) - T_{1-\frac{1}{2}}^n(P_1^{n+1} - P_0^{n+1}) + q_{sc_1} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^o \Delta t} \right)_1 (P_1^{n+1} - P_1^n)$$

$$-T_{4+\frac{1}{2}}^n(P_5^{n+1} - P_4^{n+1}) - T_{4-\frac{1}{2}}^n(P_4^{n+1} - P_3^{n+1}) + q_{sc_4} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^o \Delta t} \right)_4 (P_4^{n+1} - P_4^n)$$

Application numérique :

Pour $\Delta t = 10$ jours ;

$$V_b = \Delta x \Delta y \Delta z = (1000)(1000)(75) = 75 \times 10^6 \text{ ft}^3$$

$$A_x = \Delta y \Delta z = (1000)(75) = 75 \times 10^3 \text{ ft}^2$$

$$\left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_i = \frac{(5.615)(1)(10)}{(75 \times 10^6)(0.18)(3.5 \times 10^{-5})} = 1.188836$$

$$T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n = T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n = \beta c \frac{A_x k_x}{\mu B \Delta x} = (1.127) \frac{(75000)(0.015)}{(10)(1)(1000)} = 0.1268$$

On applique les conditions initiales à $n=0$; $P_i^0 = 6000 \text{ psi}$ pour gridblocks $i=1,2,\dots,5$

$$p_i^{n+1} = p_i^n + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_i q_{jsc_i} + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_i \times \left[T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n p_{i+1}^n - \left(T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n + T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n \right) p_i^n + T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n p_{i-1}^n \right]$$

Pour gridblock 1 ($i=1$), pas de temps 1 ($n=1$); $T_{x_{1-\frac{1}{2}}}^n = 0$ parce qu'il est à limite du réservoir.

$$p_1^1 = p_1^0 + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_1 q_{jsc_1} + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_1 \times \left[T_{x_{1+\frac{1}{2}}}^n p_2^0 - \left(T_{x_{1+\frac{1}{2}}}^n + T_{x_{1-\frac{1}{2}}}^n \right) p_1^0 + T_{x_{1-\frac{1}{2}}}^n p_0 \right]$$

$$p_1^1 = p_1^0 + 0 + 1.18836[0.1268 p_2^0 - (0.126840 + 0)p_1^0 + (0)p_0]$$

$$= p_1^{n0} + (0.1507)p_2^0 - (0.1507)p_1^0 + (0)p_0$$

$$= 6000 + (0.1507)(6000) - (0.1507)(6000) = 6000 \text{ psi}$$

Pour gridblock 2 ($i=2$), pas de temps 1 ($n=1$);

$$p_2^1 = p_2^0 + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_2 q_{j s c_2} + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_2 \times \left[T_{x_{2+\frac{1}{2}}}^n p_3^0 - \left(T_{x_{2+\frac{1}{2}}}^n + T_{x_{2-\frac{1}{2}}}^n \right) p_2^0 + T_{x_{2-\frac{1}{2}}}^n p_1^0 \right]$$

$$p_2^1 = p_2^0 + (0.1507)p_3^0 - (0.3013)p_2^0 + (0.1507)p_1^0$$

$$= 6000 + (0.1507)(6000) - (0.3013)(6000) + (0.1507)(6000) = 6000psi$$

Pour gridblock 3, pas de temps 1;

$$p_3^1 = p_3^0 + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_3 q_{j s c_3} + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_3 \times \left[T_{x_{3+\frac{1}{2}}}^n p_4^0 - \left(T_{x_{3+\frac{1}{2}}}^n + T_{x_{3-\frac{1}{2}}}^n \right) p_3^0 + T_{x_{3-\frac{1}{2}}}^n p_2^0 \right]$$

$$p_3^1 = 6000 + (0.1507)(6000) - (0.3013)(6000) + (0.1507)(6000) = 6000psi$$

Pour gridblock 4, pas de temps 1;

$$p_4^1 = p_4^0 + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_4 q_{j s c_4} + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_4 \times \left[T_{x_{4+\frac{1}{2}}}^n p_5^0 - \left(T_{x_{4+\frac{1}{2}}}^n + T_{x_{4-\frac{1}{2}}}^n \right) p_4^0 + T_{x_{4-\frac{1}{2}}}^n p_3^0 \right]$$

$$p_4^1 = p_4^0 + (1.18836)(-150) + (0.1507)p_3^0 - (0.3013)p_4^0 + (0.1507)p_3^0$$

$$= 6000 - (178.2540) + (0.1507)(6000) - (0.3013)(6000) + (0.1507)(6000) = 5821.75psi$$

Pour gridblock 5, pas de temps 1;

$$p_5^1 = p_5^0 + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_5 q_{j s c_5} + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_5 \times \left[T_{x_{5+\frac{1}{2}}}^n p_6^0 - \left(T_{x_{5+\frac{1}{2}}}^n + T_{x_{5-\frac{1}{2}}}^n \right) p_5^0 + T_{x_{5-\frac{1}{2}}}^n p_4^0 \right]$$

$$p_5^1 = p_5^0 + (0)p_6^0 - (0.1507)p_5^0 + (0.1507)p_4^0$$

$$p_5^1 = 6000 - (0.1507)(6000) + (0.1507)(6000) = 6000psi$$

C'est la fin du premier pas de temps. Maintenant, réglez. $p_i^n = p_i^{n+1}$, où $i=1,2,\dots,5$. C'est-à-dire, $p_1^1 = 6000psi$, $p_2^1 = 6000psi$, $p_3^1 = 6000psi$, $p_4^1 = 5821.75psi$, et $p_5^1 = 6000psi$, à $t=10$ jours, nous passons maintenant au suivant pas de temps.

Pour gridblock 1, pas de temps 2;

$$p_1^2 = p_1^1 + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_1 q_{j s c_1} + \left(\frac{a_c B_j^\phi \Delta t}{V_b \phi C_j} \right)_1 \times \left[T_{x_{1+\frac{1}{2}}}^n p_2^1 - \left(T_{x_{1+\frac{1}{2}}}^n + T_{x_{1-\frac{1}{2}}}^n \right) p_1^1 + T_{x_{1-\frac{1}{2}}}^n p_0 \right]$$

$$p_1^2 = p_1^1 + 0 + 1.18836[0.1268p_2^1 - (0.126840 + 0)p_1^2 + (0)p_0]$$

$$p_1^2 = 6000 + (0.1507)(6000) - (0.1507)(6000) = 6000psi$$

Pour gridblock 2, pas de temps 2;

$$p_2^2 = p_2^1 + (0.1507)p_3^1 - (0.3013)p_2^1 + (0.1507)p_1^1$$

$$p_2^2 = 6000 + (0.1507)(6000) - (0.3013)(6000) + (0.1507)(6000) = 6000psi$$

Pour gridblock 3, pas de temps 2;

$$p_3^2 = p_3^1 + (0.1507)p_4^1 - (0.3013)p_3^1 + (0.1507)p_2^1$$

$$p_3^2 = 6000 + (0.1507)(5821.75) - (0.3013)(6000) + (0.1507)(6000) = 5973.14psi$$

Pour gridblock 4, pas de temps 2;

$$p_4^2 = p_4^1 - (178.254) + (0.1507)p_5^1 - (0.3013)p_4^1 + (0.1507)p_3^1$$

$$p_4^2 = 5821.75 - 178.254 + (0.1507)(6000) - (0.3013)(5821.75) + (0.1507)(6000) = 5697.21psi$$

Pour gridblock 5, pas de temps 2;

$$p_5^2 = p_5^1 + (0)p_6^1 - (0.1507)p_5^1 + (0.1507)p_4^1$$

$$p_5^2 = 6000 - (0.1507)(6000) + (0.1507)(5821.75) = 5973.14psi$$

C'est la fin du deuxièmepas de temps. Cette procédure est répétée jusqu'à la fin de la simulation.

Les courbes 1, 2, et 3 montrent les résultats de cette simulation explicite.

1. Pour $\Delta t = 10$ jours:

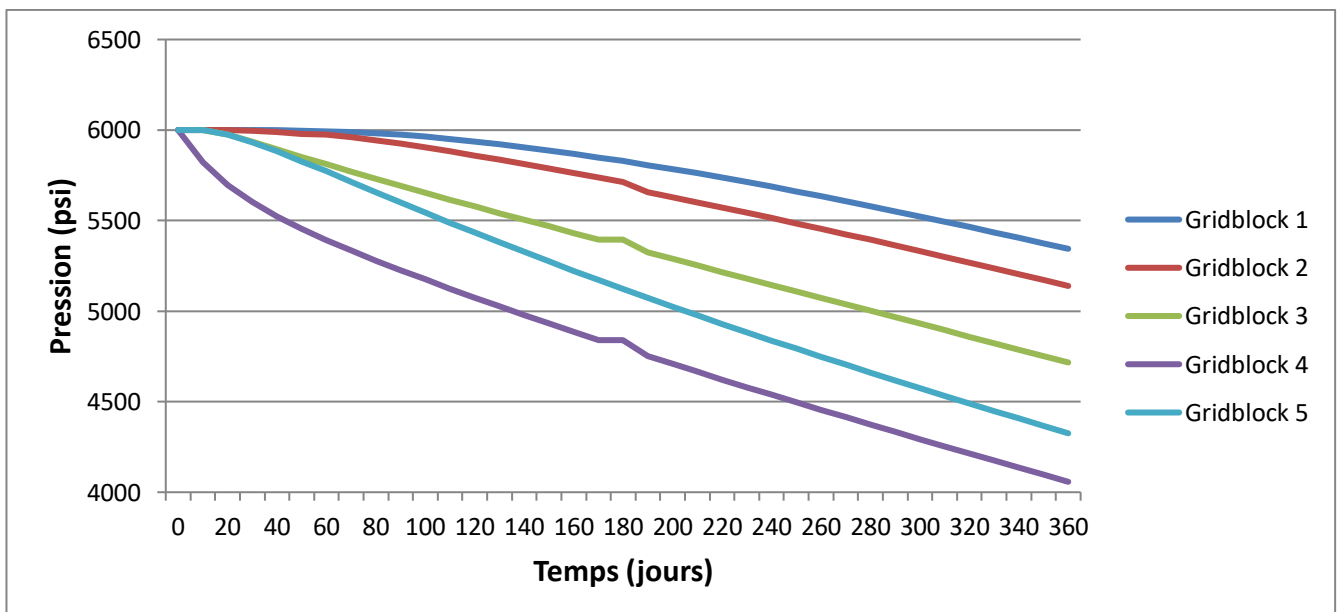


Figure 4-3. Courbe des résultats de simulation explicite pour $\Delta t = 10$ jours.

2. Pour $\Delta t = 15$ jours.

Les résultats finaux sont inclus dans la courbesuivant :

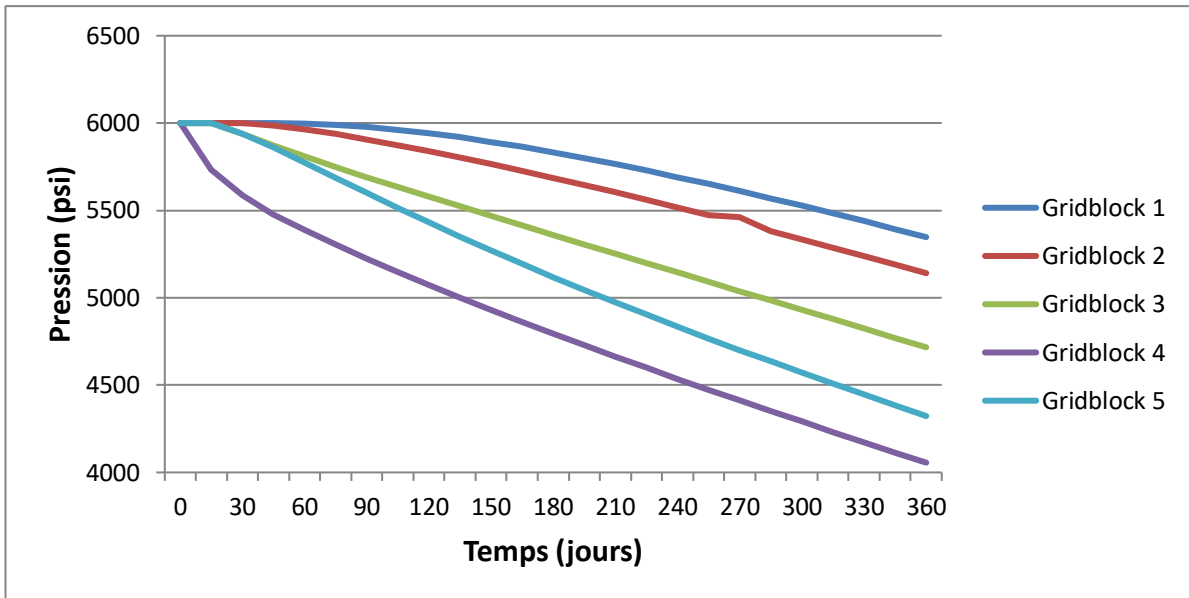


Figure 4-4. Courbe des résultats de simulation explicite pour $\Delta t = 15$ jours.

3. Pour $\Delta t = 30$ jours:

Les résultats finaux sont inclus dans la courbe suivant:

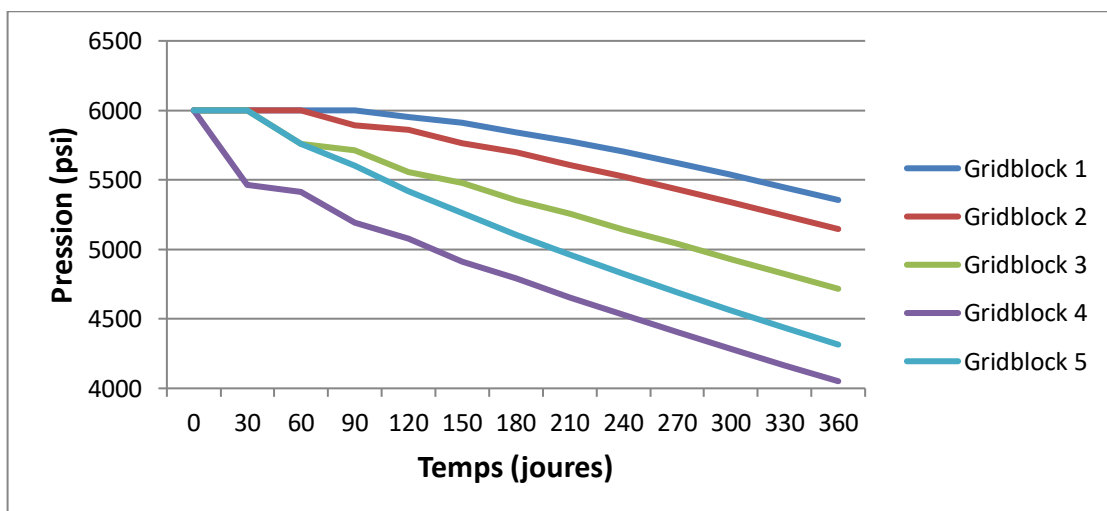


Figure 4-5. Courbe des résultats de simulation explicite pour $\Delta t = 30$ jours.

4.4.2 Schéma implicite :

A l'opposé, si les caractéristiques de l'écoulement à un temps donné sont approchées en fonction de la solution précédente trouvée au temps t , et des valeurs recherchées au temps même du calcul, la liaison est implicite, et le schéma est dit par conséquent implicite (Figure(4-6)).

Ceci impose la résolution simultanée des équations algébriques obtenues à chaque pas de temps. Le schéma en question possède l'avantage d'être inconditionnellement stable et offre une flexibilité dans le choix du temps de calcul, mais pour des systèmes ayant des conditions aux limites complexes, cette méthode devient vite compliquée en plus du volume de calcul induit.

Parmi ces schémas, nous citons celui de Preissmann (Cunge, 1988), le schéma de Beam et Warming (Fennema et Chaudhry, 1989) et le schéma de Vasiliev (Chaudhry, 2008). L'ensemble de ces schémas a reçu de larges applications dans le domaine des écoulements à surface libre.

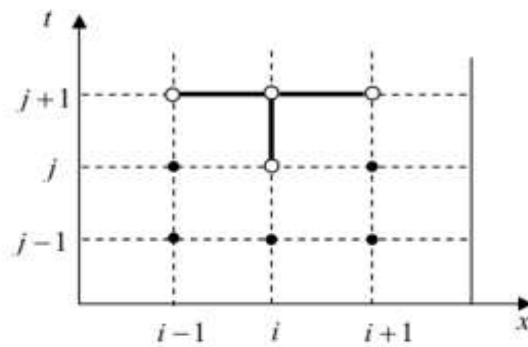


Figure 4-6. Schéma implicite.

De même, si le niveau de temps de base est supposé être t^{n+1} , l'approximation de la différence vers l'arrière de la dérivée première devient ;

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} = \frac{P_i^{n+1} - P_i^n}{\Delta t} \quad (4.21)$$

Bien que les équations (4.12) et (4.15) soient identiques, les niveaux de temps de base dans les deux approximations sont différents. Substitution dans les équations (4.7);

$$\left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B \Delta x} \right)_{i+\frac{1}{2}} (P_{i+1}^{n+1} - P_i^{n+1}) - \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B \Delta x} \right)_{i-\frac{1}{2}} (P_i^{n+1} - P_{i-1}^{n+1}) + q_{sc_i} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^0 \Delta t} \right)_i (P_i^{n+1} - P_i^n) \quad (4.22)$$

Ou en termes de transmissibilité $T_{x_{i+\frac{1}{2}}}$ et $T_{x_{i-\frac{1}{2}}}$;

$$T_{x_{i+\frac{1}{2}}}(P_{i+1}^{n+1} - P_i^{n+1}) - T_{x_{i-\frac{1}{2}}}(P_i^{n+1} - P_{i-1}^{n+1}) + q_{sc_i} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^o \Delta t} \right)_i (P_i^{n+1} - P_i^n) \quad (4.23)$$

Si nous évaluons la transmissibilité à P^n . Nous pouvons évaluer les coefficients des éqs. Explicitement avec les pressions connues. Pour le moment, nous utiliserons explicitement le traitement des coefficients reportons la discussion de la linéarisation dans les sections suivantes, l'eq (4.21) peut maintenant s'écrire comme;

$$T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n (P_{i+1}^{n+1} - P_i^{n+1}) - T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n (P_i^{n+1} - P_{i-1}^{n+1}) + q_{sc_i} = \left(\frac{V_b \phi c}{a_c B^o \Delta t} \right)_i (P_i^{n+1} - P_i^n) \quad (4.24)$$

Donc la formule de schéma implicite est donné par:^[14]

$$T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n p_{i+1}^{n+1} - \left[\left(\frac{v_b \phi c_j}{a_c B_j^o \Delta t} \right)_i + T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n + T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n \right] p_i^{n+1} + T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n \times p_{i-1}^{n+1} = - \left[q_{jsc_i} + \left(\frac{v_b \phi c_j}{a_c B_j^o \Delta t} \right)_i p_i^n \right] \quad (4.25)$$

On résoudre le problème décrit dans l'exemple 1 en utilisant la formulation de différence finis implicite utiliser un pas de tempstaille de $\Delta t = 15$ jours;

$$T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n p_{i+1}^{n+1} - \left[\left(\frac{v_b \phi c_j}{a_c B_j^o \Delta t} \right)_i + T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n + T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n \right] p_i^{n+1} + T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n \times p_{i-1}^{n+1} = - \left[q_{jsc_i} + \left(\frac{v_b \phi c_j}{a_c B_j^o \Delta t} \right)_i p_i^n \right]$$

Nous appliquons maintenant les conditions initiales à $n = 0$, $P_{i=0} = 6000$ psi pour les gridblocks $i=1,2,\dots,5$

Pour $\Delta t=15$ jouses, nous avons calculé les quantités suivantes dans l'exemple (1).

$$\left(\frac{v_b \phi c_j}{a_c B_j^o \Delta t} \right)_i = 0.561$$

$$T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n = T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n = \left[\beta_c \left(\frac{A_x k_x}{\mu_i B_i^o \Delta x} \right) \right]_{i-1/2}^n = \left[\beta_c \left(\frac{A_x k_x}{\mu_i B_i^o \Delta x} \right) \right]_{i+1/2}^n = 0.1268$$

Pour Gridblock 1, pas de temps 1,

$$T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n p_2^1 - \left[\left(\frac{v_b \phi c_j}{a_c B_j^o \Delta t} \right)_i + T_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n + T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n \right] p_1^1 + T_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n \times p_0 = \left[q_{jsc_i} + \left(\frac{v_b \phi c_j}{a_c B_j^o \Delta t} \right)_i p_1^0 \right]$$

$$(0.1268)p_2^1 - (0.56100 + 0.1268 + 0)p_1^1 + (0)p_0 = [0 + (0.56100)(6000)]$$

Où $T_{x_{1-1/2}}^n = 0$ pour une condition aux limites sans débit

$$(0.1268)p_2^1 - (0.6878)p_1^1 + 0p_0^1 = -3365.98$$

Pour Gridblock 2, pas de temps 1,

$$(0.1268)p_2^1 - (0.56100 + 0.1268 + 0.1268)p_2^1 + 0.1268p_1^1 = -[0 + (0.56100)(6000)]$$

$$(0.1268)p_3^1 - (0.8146)p_2^1 + (0.1268)p_1^1 = -3365.98$$

Pour le gridblock 3, pas de temps 1,

$$(0.1268)p_4^1 - (0.56100 + 0.1268 + 0.1268)p_3^1 + 0.1268p_2^1 = -[0 + (0.56100)(6000)]$$

$$(0.1268)p_4^1 - (0.8146)p_3^1 + (0.1268)p_2^1 = -3365.98$$

Pour le gridblock 4, pas de temps 1,

$$(0.1268)p_5^1 - (0.56100 + 0.1268 + 0.1268)p_4^1 + 0.1268p_3^1 = -[-150 + (0.56100)(6000)]$$

$$(0.1268)p_5^1 - (0.8146)p_4^1 + (0.1268)p_3^1 = -3215.98$$

Pour le gridblock 5, pas de temps 1,

$$(0)p_6^1 - (0.56100 + 0 + 0.1268)p_5^1 + (0.1268)p_4^1 = -[0 + (0.56100)(6000)]$$

Où $T_{x+1/2}^n = 0$ pour une condition aux limites sans débit

$$(0)p_6^1 - (0.6878)p_5^1 + (0.1268)p_4^1 = -3365.98$$

Pour trouver les pressions des Gridblocks 1, 2, 3, 4 et 5 après 15 jours de production, les systèmes d'équations qui représentent ces cinq gridblocks sont formulés comme suit :

$$\begin{bmatrix} -0.6878 + 0.1268 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +0.1268 & -0.8146 + 0.1268 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +0.1268 & -0.8146 + 0.1268 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +0.1268 & -0.8146 + 0.1268 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +0.1268 & -0.6878 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1^1 \\ p_2^1 \\ p_3^1 \\ p_4^1 \\ p_5^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3365.98 \\ -3365.98 \\ -3365.98 \\ -3215.98 \\ -3365.98 \end{bmatrix}$$

Comme nous l'avons étudié précédemment, ce système d'équations linéaires peut être résolu en utilisant l'une des méthodes suivantes :

Gauss-élimination

Gauss-Jordanie

Jacobi

Gauss-Seidel

La solution qui utilise une technique directe donne

$$p_1^{n+1} = 5999,08 \text{ psi}$$

$$p_2^{n+1} = 5995,02 \text{ psi}$$

$$p_3^{n+1} = 5968,94 \text{ psi}$$

$$p_4^{n+1} = 5805,44 \text{ psi}$$

$$p_5^{n+1} = 5964,13 \text{ psi}$$

Notez que, dans ce problème, la mise à jour des pressions n'affecte pas les coefficients sur côté gauche de l'équation, mais seulement ceux du côté droit, c'est parce que nous avons supposé que μ_i et β_i étaient constants. Si ces propriétés dépendaient de la pression, nous mettrions à jour les coefficients à ce stade.

Donc,

Pour Gridblock 1, pas de temps 2,

$$(0.1268)p_2^2 - (0.6878)p_1^2 = -[0 + 0.56100(5999.08)]$$

$$(0.1268)p_2^2 - (0.6878)p_1^2 = -3365.47$$

Pour Gridblock 2, pas de temps 2,

$$(0.1268)p_3^2 - (0.8146)p_2^2 + (0.1268)p_1^2 = -[0 + (0.561000)(5995.02)]$$

$$(0.1268)p_3^2 - (0.8146)p_2^2 + (0.1268)p_1^2 = -3363.19$$

Pour Gridblock 3, pas de temps 2,

$$(0.1268)p_4^2 - (0.8146)p_3^2 + (0.1268)p_2^2 = -3348.56$$

Pour Gridblock 4, pas de temps 2,

$$(0.1268)p_5^2 - (0.8146)p_4^2 + (0.1268)p_3^2 = -[(-150) + (0.56100)(5805.44)]$$

$$(0.1268)p_5^2 - (0.8146)p_4^2 = -3106.83$$

Pour Gridblock 5, pas de temps 2,

$$(0)p_6^2 - (0.56100 + 0 + 0.1268)p_5^2 + (0.1268)p_4^2 = -[0 + (0.56100)(5964.13)]$$

$$(0)p_6^1 - (0.6878)p_5^1 + (0.1268)p_4^1 = -3345.88$$

Pour trouver les pressions des Gridblocks 1, 2, 3, 4 et 5 après 30 jours de production, les systèmes d'équations qui représentent ces cinq gridblocks sont formulés comme suit :

$$\begin{bmatrix} -0.6878 & +0.1268 & 0 & 0 & 0 \\ +0.1268 & -0.8146 & +0.1268 & 0 & 0 \\ 0 & +0.1268 & -0.8146 & +0.1268 & 0 \\ 0 & 0 & +0.1268 & -0.8146 & +0.1268 \\ 0 & 0 & 0 & +0.1268 & -0.6878 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1^2 \\ p_2^2 \\ p_3^2 \\ p_4^2 \\ p_5^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3365.47 \\ -3363.19 \\ -3348.56 \\ -3106.83 \\ -3345.88 \end{bmatrix}$$

La solution qui utilise une technique directe donne

$$p_1^{n+1} = 5996,29 \text{ psi}$$

$$p_2^{n+1} = 5983,93 \text{ psi}$$

$$p_3^{n+1} = 5922,46 \text{ psi}$$

$$p_4^{n+1} = 5655,35 \text{ psi}$$

$$p_5^{n+1} = 5907,21 \text{ psi}$$

C'est la fin du deuxième pas de temps. La procédure continue jusqu'à la fin des simulations comme les résultats sont présentés dans la courbe 4.

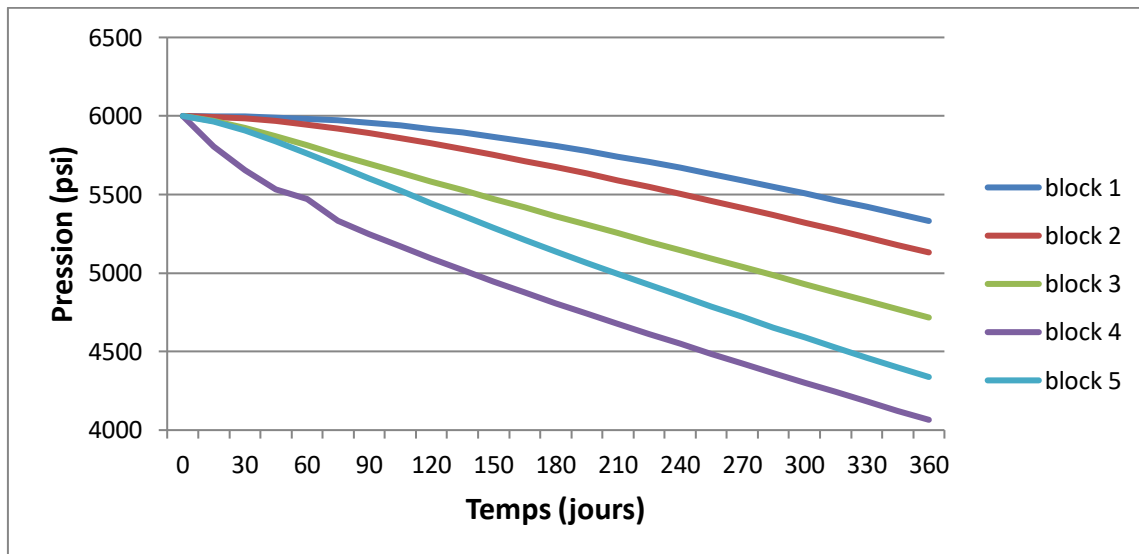


Figure 4-7. Courbe des résultats de simulation implicite pour $\Delta t = 30$ jours.

4.4.3 Comparaison entre schéma implicite et explicite:

Le pas de temps Δt est généralement 100 à 1000 fois plus grand dans une analyse implicite que dans une analyse explicite.

Les pressions calculées à des instants identiques sont différentes, selon la taille du pas de temps utilisé dans le calcul.

Le transitoire de pression créé par le retrait de fluide du puits dans le griddblock 4 ne peut déplacer qu'une cellule par pas de temps. Il s'agit d'une propriété des méthodes explicites uniquement.

Dans le cas général, c'est-à-dire, avec plus d'un degré de liberté, k et m sont des matrices où m peut être diagonale, mais où k ne l'est jamais en pratique.

L'intégration implicite nécessite une opération coûteuse d'inversion de matrice de rigidité.

En utilisant les méthodes implicites, la solution au-delà d'un pas de temps peut alors être très coûteuse pour des systèmes lourds, surtout quand plusieurs pas de temps sont nécessaires pour tracer de manière adéquate le phénomène physique étudié. Les incréments de temps sont petits dans l'analyse explicite, donc l'hypothèse des petits déplacements est justifiée pendant un pas de temps ; ce n'est pas le cas des méthodes implicites. La solution nécessite des itérations et un critère de convergence dans les méthodes implicites, et pas dans les méthodes explicites.

Les méthodes implicites peuvent résoudre des problèmes en statique (contrairement à l'explicite) ou seulement en asymptotique. La statique doit pouvoir satisfaire chaque condition aux limites à chaque nœud. Ceci est impossible avec les méthodes explicites, étant donné que l'effet des conditions aux limites ou du chargement se propage entre élément à chaque pas de temps.

La méthode explicite convient donc pour résoudre des problèmes de propagation d'onde ou de dynamique rapide transitoire. Néanmoins dans quelques exemples, il peut être avantageux d'utiliser des méthodes explicites pour des solutions quasi statiques, qui sont approximativement des solutions statiques obtenues par fonctions (douces) de chargement dans le temps.

Conclusion générale :

Un gisement est formé d'un ou plusieurs réservoirs rocheux souterrains contenant des hydrocarbures liquides et/ou gazeux, souvent d'origine sédimentaires. La roche réservoir est poreuse et perméable, la structure est limitée par des barrières imperméables qui piègent les hydrocarbures. La disposition verticale des fluides contenus dans la structure est régie par la pesanteur.

Les milieux poreux sont en réalité constitués de domaines connexes présentant eux-mêmes des caractéristiques parfois très différentes : ainsi la taille des pores, leur forme ou le degré de compacité du milieu peuvent varier de manière importante sur une distance très faible. La perméabilité du milieu, c'est-à-dire l'aptitude du milieu à laisser passer un fluide dont il est saturé, peut donc être extrêmement hétérogène. En conséquence, l'avancée du front de déplacement des fluides sera plus rapide dans les couches les plus perméables que dans les autres couches, ce qui rend les déplacements de fluides très complexes. En effet, les hétérogénéités de perméabilité sont susceptibles de créer par exemple des canaux d'écoulement préférentiel. Ceux-ci augmentent significativement la rapidité de transformation d'un puits producteur d'huile en un puits à eau. Au contraire, des zones de faible perméabilité peuvent laisser inexploitées de grandes quantités d'huile.

La résolution numérique des équations d'écoulement par la méthode de différences finies a soulevé une préoccupation essentielle, cette méthode est en effet conçue pour résoudre les problèmes en donne comme résultat la fonction d'état, ici dans notre mémoire la pression. La vitesse de l'écoulement est donc déduite par différentiation de la variable d'état. Le principe de cette méthode c'est l'approximation des dérivées intervenant dans les équations à l'aide de développement en série de Taylor.

Références Bibliographiques

-
- [1] bu.umc.edu.dz/theses/sc-terre/ACH6800.pdf
- [2] https://www.carly-sa.fr/wp-content/uploads/2018/09/RLHCY_RLVCY_DOCTEC_12_07_FR.pdf
- [3] Mr. Hafsi Coures de reservoir engineering 2021
- [4] Energie-butane-propane/industrie-et-distribution/reservoirs
- [5] FAHS Hassane Mémoire de doctorat identification des parametres par approche inverse pour la simulation de l'hydrodynamique en milieux fracturés 2010
- [6] Chapitre 1 simulation du réservoir 7 2 S (3).pdf
- [7] Hui liu University of Calgary Méthodes de modélisation de puits dans la simulation de réservoir thermique 2020
- [8] Franck Ouaki Mémoire de Doctorat de l'Ecole polytechnique (Mémoire de Doctorat de l'Ecole Polytechnique (spécialité mathématiques appliquées) "Etude de schémas multi-échelles pour la simulation de réservoir" 2013
- [9] https://stringfixer.com/fr/Reservoir_simulator
- [10] Didier Linxe™ Méthodologie de simulation numérique en fonderie 2018
- [11] Ahmadie Elhouyoum Les paramètres nécessaires à la simulation
- [12] Salim Gareh Coures de simulation numérique en réservoir engineering chapitre (3) 2021
- [13] Hussein MUSTAPHA Mémoire de doctorat Simulation numérique de l'écoulement dans des milieux fracturés tridimensionnels 2005
- [14] Omar Falih Hasan Reservoir simulation –implicite et explicite difference formulation- 2021.