



جامعة قاصدي مرباح ورقلة  
كلية الرياضيات و علوم المادة  
قسم الفيزياء



أطروحة دكتوراه  
في الطور الثالث ل م د  
مجال: علوم المادة  
فرع: فيزياء  
تخصص: إشعاع و مادة

مقدمة من طرف: قبي سارة

بعنوان:

تأثير الفعل الكمومي على دوال توزيع مشتقات الحقل الكهربائي الموضوعي في  
البلازما باستخدام تفاعل W.Ebeling

نوقشت علناً يوم: الأربعاء 14 جوان 2023 م

أمام اللجنة:

رئيساً	جامعة ورقلة	أستاذ تعليم عالٍ	خلفاوي فتحي
ممتحناً	جامعة ورقلة	أستاذ تعليم عالٍ	شهرة ثورية
ممتحناً	جامعة ورقلة	أستاذ تعليم عالٍ	دويس السعيد
ممتحناً	جامعة بسكرة	أستاذ تعليم عالٍ	وهاب عبد الوهاب
ممتحناً	جامعة غرداية	أستاذ تعليم عالٍ	شيني كلثوم
مقرراً	جامعة ورقلة	أستاذ محاضر أ	قريشة سليمة

## إهداء

إلى سندي في الحياة والديّ العزيزين

إلى رمز الوفاء زوجي

إلى رمز العطاء أختي "دليلة"، وكافة أنسي في الحياة إخوتي و أخواتي

إلى فرحتي في الحياة ابنتي "رزان"

إلى جميع أساتذتي الكرام حفظهم الله و رعاهم

أهدي هذا العمل

## شكر وعرافان

أحمد الله عز وجل الذي وفقني و منحني الصحة و العافية و العزيمة لإتمام هذا العمل، فالحمد لله حمداً كثيراً طيباً مبارك فيه.

أتقدم بالشكر الخالص للأستاذة الفاضلة فريشة سليمة أستاذ محاضر أ، بجامعة قاصدي مراح ورقلة على قبولها تأطيري و على ما بذلته من جهد و صبر في مختلف مراحل إعداد هذه الأطروحة، جزاها الله عني خير الجزاء.

أتقدم بالشكر الجزيل للأستاذ. خلفاوي فتحي، أستاذ تعليم عالٍ بجامعة ورقلة، على تكريمه بقبول ترؤس لجنة مناقشتي، و قَبَل ذلك مساعداته الجبارة، و على عطائه العلمي الذي كان لنا نِعْمَ العونُ.

أقدم خالص شكري لأستاذتي شهرة ثورية أستاذ تعليم عالٍ بجامعة ورقلة، على قبولها عضواً ممتحناً في لجنة مناقشتي.

الشكر موصول لأستاذي، دويس السعيد، أستاذ تعليم عالٍ بجامعة ورقلة، على دعمه العلمي و مساعدته لي أثناء إنجاز هذه الأطروحة، و على قبوله الدعوةً للانتساب إلى لجنة المناقشة.

أشكر الأستاذ وهاب عبد الوهاب، أستاذ تعليم عالٍ بجامعة بسكرة على قبوله المشاركة في لجنة تقييم هذه الأطروحة مما يعطي لعملي قيمة أكبر.

أشكر أستاذتي الكريمة شيني كلثوم، أستاذ تعليم عالٍ بجامعة غرداية، على تشجيعها المتواصل و دعمها العلمي، و على تكريمها بالمشاركة في تقييم هذا العمل.

أقدم تشكراتي العميقة للأستاذين مفتاح الطيب و شيحي اسماعيل، على مساعدتهما الجبارة لي أثناء إنجاز هذه الأطروحة.

أشكر كل القائمين على مخبر فيزياء الإشعاع و البلازما و فيزياء السطوح (LRPPS) على توفيرهم لنا كل الإمكانيات و الظروف المتاحة لديهم.

## الفهرس

i		إهداء
ii		تشكرات
1		مقدمة عامة
6		مراجع المقدمة
8	الفصل الأول: معارف عن البلازما	
9	ما هي البلازما	1.1
9	أمثلة عن البلازما	2.1
9	1.2.1 بلازما طبيعية	
9	2.2.1 بلازما اصطناعية	
9	تاريخ فيزياء البلازما	3.1
10	معايير البلازما	4.1
10	1.4.1 تقارب البلازما	
10	2.4.1 حجم التفاعلات في البلازما	
11	3.4.1 تردد البلازما	
11	أنواع البلازما	5.1
11	1.5.1 بلازما باردة	
11	2.5.1 بلازما ساخنة	
11	حرارة البلازما	6.1
12	1.6.1 بلازما في وضع توازن ترموديناميكي (بلازما حرارية)	
12	2.6.1 بلازما خارج التوازن الترموديناميكي (بلازما لأحرارية)	
12	بعض المعاملات و المقادير المهمة في منظومة البلازما	7.1
12	1.7.1 درجة تأين البلازما $\alpha$	
13	2.7.1 تردد البلازما $\omega_p$	
14	طول ديبي $\lambda_D$	3.7.1
15	كمون ديبي	4.7.1

16	5.7.1	طول لاندائو	
16	6.7.1	نصف قطر الكرة الإلكترونية ( $r_e$ )	
17	7.7.1	طول موجة دي بروغلي الحرارية ( $\Lambda, \lambda_T$ )	
17	8.7.1	معامل (وسيط) التزاوج $\Gamma$	
18	9.7.1	درجة التكميم $\eta$	
18	8.1	أشكال الخطوط الطيفية وتعريضاتها	
18	1.8.1	التعريض الطبيعي	
19	2.8.1	تعريض ستارك	
19	3.8.1	تعريض دوبلر	
19	4.8.1	تأثير زيمان	
20	9.1	نموذج البلازما بمركب واحد OCP	
20	10.1	البلازما الكمومية	
22		مراجع الفصل الأول	
24		<b>الفصل الثاني: تفاعل W. Ebeling و حساب الدالة القطرية</b>	
24	1.2	مقدمة	
25	2.2	أشباه الكمونات pseudopotential	
25	1.2.2	تفاعل ديباي	
25	2.2.2	تفاعل كلبج	
26	3.2.2	تفاعل دوتش deutsch	
26	4.2.2	تفاعل W. Ebeling	
27	1.4.2.2	تحديد $r_1$	
27	3.2	دالة الترابط القطرية	
30	4.2	نتائج و مناقشات	
32		مراجع الفصل الثاني	
33		<b>الفصل الثالث: حساب دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي في البلازما باستخدام</b>	
		<b>W. Ebeling تفاعل</b>	
33	1.3	مقدمة	
34	2.3	الجهود السابقة لحساب دول توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي	
34	1.2.3	توزيع Holtsmark	

35	توزيع Ecker-Muller	2.2.3
35	توزيع B.Mozer و M.Baranger	3.2.3
35	نموذج الجسيم المستقل	4.2.3
36	التقريب الآسي ذو المعامل القابل للتكليف (APEX)	5.2.3
36	اعمال S.P. Sadykova and W. Ebling et a	6.2.3
37	الحساب العددي لدالة توزيع الحقل الكهربائي الموضعي	3.3
37	وصف الحملة الفيزيائية	1.3.3
37	وصف برنامج حساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي	2.3.3
38	المحاكاة العددية بطريقة مونت كارلو	3.3.3
41	مركبات الحقل الكهربائي الموضعي باستخدام كمن W. Ebeling من أجل الحساب العددي MC	4.3.3
42	نتائج و مقارنات	4.3
42	دالة توزيع الحقل الكهربائي لكمن إيبيلين غير المحجوب	1.4.3
43	دالة توزيع الحقل الكهربائي لكمن W. Ebeling بتضمين الحجب	2.4.3
45	مقارنة بين عملنا و عمل APEX	3.4.3
46	المقارنة مع عمل Sadykova	4.4.3
47	سلوك دوال توزيع الحقل الموضعي	5.4.3
49	الحساب التحليلي لدالة توزيع الحقل	5.3
53	أثر درجة التكميم على سلوك دوال توزيع الحقل لأنواع مختلفة من التفاعلات	6.3
56	مراجع الفصل الثالث	
58	الفصل الرابع: الحساب التحليلي لدوال توزيع المشتقات الفضائية لمركبات الحقل الكهربائي الموضعي	
58	مقدمة	1.4
59	الحساب التحليلي لدوال توزيع مشتقات الحقل الكهربائي الموضعي الأيوني	2.4
60	حساب دالة توزيع المشتقة القطرية $\frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial z}$	1.2.4
61	إيجاد عبارة دالة التوزيع من أجل $\mathbf{r} < \mathbf{r}_1$	1.1.2.4
63	إيجاد عبارة دالة التوزيع من أجل $\mathbf{r} > \mathbf{r}_1$	2.1.2.4

65	2.2.4	حساب دالة التوزيع غير القطرية $\frac{\partial E_z}{\partial x}$	
66	1.2.2.4	إيجاد عبارة دالة التوزيع من أجل: $r < r_1$	
67	2.2.2.4	إيجاد عبارة دالة التوزيع من أجل: $r > r_1$	
70	3.2.4	نتائج و مقارنات	
73	3.4	الحساب العددي لدوال توزيع المشتقات الفضائية للحقل الكهربائي الموضعي	
73	1.3.4	مقدمة	
74	4.4	وصف برنامج حساب دوال توزيع المشتقات	
76	5.4	نتائج و مقارنات	
76	1.5.4	سلوك دوال توزيع المشتقات بتغير المركبات	
77	2.5.4	سلوك دوال توزيع المشتقات القطرية و اللاقطرية مع تغيير بعض المعاملات الفيزيائية	
77	1.2.5.4	سلوك دوال التوزيع بتغيير الحقل المشترك للهيئات	
79	2.2.5.4	سلوك دوال توزيع المشتقات بثبات درجة التكميم و تغير معامل تزاوج البلازما	
80	3.2.5.4	سلوك دوال توزيع المشتقات بثبات معامل تزاوج البلازما و تغيير درجة التكميم	
81	6.4	حساب الانتقال الطيفي: $2p \rightarrow 1s$	
81	1.6.4	تأثير رباعي القطب الأيوني على شكل الخط الطيفي	
82	7.4	حساب السماحية الكهربائية	
85		مراجع الفصل الرابع	
86		خلاصة عامة	
91		ملحق	
91	.1	خطوات حساب دالة التوزيع القطرية باستخدام كمون كلبج	
92	.2	خطوات حساب دالة توزيع المشتقة القطرية باستخدام كمون دوتش	
93	.3	خطوات حساب دالة توزيع المشتقة القطرية باستخدام كمون إيلينغ غير المحجب	

- 93 1.3 إيجاد عبارة دالة التوزيع من أجل:  $r < r_1$
- 94 2.3 إيجاد عبارة دالة التوزيع من أجل:  $r > r_1$
- 95 .4 خطوات حساب دالة الجزء الحقيقي للسماحية الكهربائية



# مقدمة عامة

## مقدمة عامة

حقق علم البلازما تقدماً كبيراً بسبب أهميته البالغة في الطبيعة وشموله لأسس المعارف في الفيزياء الحديثة و تطبيقاته الصناعية المتعددة، فأهميته تزداد يوماً بعد يوم تبعاً لتزايد استخدامها و تنوعها؛ فهو يعتبر مفتاح تكنولوجيا هذا العصر سواء في علوم طاقة الاندماج النووي أو بلازما المواد أو بلازما الإلكترونيات و غيرها. تُدرّس البلازما من خلال الإشعاع الكهرومغناطيسي الصادر عنها؛ فالبحت في الخطوط الطيفية الصادرة عن المشعات المغمورة داخل البلازما أداة مفيدة و جيدة لتشخيص البلازما من حيث كثافتها، درجات حرارتها، و معرفة العناصر المتكونة منها[1].

إن كل خط من الخطوط الصادرة عن البلازما لا يوافق طولاً موجياً محدداً؛ بل يمثل عرض شديداً الضيق من الأطوال الموجية، تتناقص شدتها على طريقي هذا الخط. يُولي علم الأطياف اهتماماً بالغاً في البحت في أشكال هذه الخطوط و أسباب تعريضها[2].

عديدة هي الأسباب التي تؤدي إلى تعريض الخطوط الطيفية، نذكر منها التعريض الطبيعي[3]، تعريض دوبلر، التعريض الناتج عن التصادمات مع جسيمات الوسط و التعريض الناتج عن الحقول الموضعية الناشئة عن الجسيمات المشحونة، أو ما يسمى بفعل ستارك. لفعل ستارك مساهمة معتبرة في تعريض الخطوط الطيفية، و يستخدم على نطاق واسع لتقدير كثافة البلازما في المختبر أو في الغلاف الجوي النجمي[4].

يُسبب اختلاف السلم الزمني في البلازما وجود صنفين من الحقول الكهربائية الموضعية فيها؛ فيوجد مركبة عالية التردد ناشئة عن الإلكترونات و مركبة منخفضة التردد ناشئة عن الأيونات[5،6].

كانت البلازما المتداولة سابقا ذات كثافات منخفضة، و يُعد صالحا معالجة تأثير الأيونات المحدثة للاضطراب عند المشع و كأنها حقل كهربائي موحد منتج من طرف كل أيونات البلازما [7,8] ؛ أي يصح افتراض أن الحقل الكهربائي الموضوعي متجانس عند المشع، و يتم تضمين فعله في عبارة خط الطيف بدوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي. لكن مع تطور التكنولوجيا الحديثة جعلت تطبيقات عملية لفيزياء البلازما الكثيفة ممكنة، مما يؤدي لظهور تأثير الحقل الكهربائي من رتب أعلى [9].

يُسبب ارتفاع كثافة البلازما نقص المسافات البينية بين أيوناتها، مما يؤدي لظهور تدرجات الحقل الكهربائي الموضوعي (لا تجانس الحقل) بالقرب من نواة المشع. تمتلك هذه التدرجات مساهمة مهيمنة على لاتناظر خط الطيف الناتج نتيجة تفاعل عزم رباعي القطب الذري مع الحقل الكهربائي الموضوعي الأيوني غير المتجانس [10]. و عليه فمن الضروري إدخال فعل ستارك في الصيغة النهائية لخط الطيف، و يتم هذا بدوال توزيع مشتقات الحقل الكهربائي الموضوعي الأيوني [11]. كما أنه مع زيادة كثافة البلازما ترتفع النسبة بين طول موجة ديبروغلي الحرارية و المسافة المتوسطة بين الجسيمات و بالتالي تبدأ التأثيرات الكمومية في لعب دور مهم في تحديد خصائص البلازما [12].

من المعلوم أن كمون كولوم لا صلاحية له عندما تؤخذ التأثيرات الكمومية بعين الاعتبار؛ فكمون كولوم غير معرف عند المسافات البينية الصغيرة جدا. لاستدراك ذلك قام Kelbg و زملاؤه بجامعة روستوك منذ 1962 بتطوير طريقة الكمون الفعال إلى وسيلة فعالة في فيزياء البلازما. جاءت فكرة Kelbg لتعويض كمون كولوم بالكمون الفعال الذي يكون معرفاً عند المسافات الصفرية لأجل التأثيرات الكمومية. بما أن عبارة Kelbg كانت معقدة للغاية، تم اقتراح عدة تقريبات أجدى في الاستعمال، من بينها اقتراح W.Ebeling عبارة أبسط من عبارة كلبج و دقيقة أيضا عند المسافات الصفرية مبنية على أساس اعتبار كمون كلبج عند  $r=0$  و كمون كولوم عند المالا نهاية [13].

تناولت عديد الأبحاث بإسهاب مسألة حساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي في البلازما بمركبته. أما مسألة مشتقات الحقول فيوجد نقص ملحوظ في الأعمال المنشورة، فلم نجد سوى أعمال Kilcrease [8] الذي قام بدراسة دوال التوزيع الاحتمالي المشترك لتدرج الحقل الكهربائي الموضوعي المقيد لبلازما الأرغون شبيه الهيدروجين، عند حقول مشروطة مختلفة باستخدام المحاكاة العددية للديناميكا الجزيئية MD، و التقريبات التحليلية المتمركزة على نموذج APEX، حيث تمت معالجة الأيونات بالتقريب شبه الساكن، و باعتماد نموذج ديباي للسحابة الالكترونية. أما اضطرابات الالكترونات الديناميكية فُعُولت بشكل منفصل لاحظ Kilcrease أن توزيع المشتقات يقترّب من الشكل الغاوسي من أجل الحقول الضعيفة، أما عند القيم الكبرى للحقل فان التوزيعات تظهر انحرافا و تخرج عن الشكل الغاوسي.

نذكر أعمال شياحي إسماعيل [9]، قام بحساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي الأيوني و مشتقاته الفضائية في كلا من الاتجاهين العمودي و الموازي للحقل باستخدام المحاكاة العددية موني كارلو، كانت أهم نتائجه:

- دوال توزيع الحقل مؤلفة من مركبتين غاوسيتين.
- دالة توزيع المشتقات في اتجاه الحقل مؤلفة من مركبتين غاوسيتين.
- دالة توزيع المشتقات في اتجاه الحقل لبلازما ذات معامل تزواج واحد ليست واحدة.
- دالة توزيع المشتقات في الاتجاه المتعامد مع الحقل لبلازما ذات معامل تزواج واحد واحدة.

قامت قريشة سليمة [14,6] بحساب دوال توزيع المشتقات الفضائية للحقل الكهربائي من خلال التقريبات التحليلية مستخدمة نموذج الجسيم المستقل، كما قامت بحساب المشتقات الفضائية عدديا باستخدام المحاكاة العددية موني كارلو. كانت نتائجهما بالنسبة للحساب التحليلي مخالفة لما توصل إليه Kilcrease، حيث توصلت إلى أن دالة توزيع المشتقة  $\frac{\partial E_z}{\partial z}$  مؤلفة من جمع دالتين غاوسيتين، أما دالة توزيع المشتقة  $\frac{\partial E_z}{\partial x}$  و  $\frac{\partial E_z}{\partial y}$  فهما متساويتان و ذاتا شكل لورنتزي.

أما بالنسبة لنتائج المحاكاة MC فتحصلت على:

- تطابق دوال توزيع المشتقات القطرية فيما بينها، وكذا اللاقطرية فيما بينها.
- تطابق دوال توزيع المشتقات القطرية واللاقطرية لبلازما ذات صنف واحد و معامل تزواج واحد، مهما كانت الكثافة و درجة الحرارة.
- عدم تناظر جناحي توزيع الدوال القطرية، على عكس ما لوحظ في التوزيع اللاقطري.

أما في عمل آخر [15] قامت قريشة و آخرون بحساب دالة توزيع المشتقات الفضائية الموازية للحقل تحليليا، باستخدام نموذج الجسيمات المستقلة، أهم ما توصلوا إليه أن دوال التوزيع تعتمد على احتمال وجود الحقل أكثر مما تعتمد على قيمة الحقل نفسه.

جميع البحوث آنفة الذكر عاجلت مسألة دوال توزيع الحقل و مشتقاته دون أن تأخذ التأثيرات الكمومية بعين الاعتبار. تناول كلا من Sadykova [5,4]، و دويس [16] مركبة الحقل ذات التردد المرتفع باعتبار الأفعال الكمومية، لكننا لم نجد أي عمل قام بإدخال التأثيرات الكمومية عند دراسة مركبة الحقل ذات التردد المنخفض (الناشئة عن أيونات البلازما)، لهذا ارتأينا أن نقدم في هذه الأطروحة مساهمتنا في حساب دوال توزيع الحقل و مشتقاته لمركبة الحقل ذات التردد المنخفض مع الأخذ بعين الاعتبار التأثيرات الكمومية.

تتكون الأطروحة من مقدمة عامة و أربعة فصول و خاتمة.

ففي الفصل الأول "عموميات حول البلازما": سنعطي وصفا عاما للبلازما، أمثلة عنها، تاريخها و أشكالها، بعض خصائصها و أهم المعاملات الضرورية لدراسة و معالجة الظواهر التي تحدث فيها، كما سنتطرق إلى الأطياف الصادرة عنها من حيث أهميتها و أشكالها و أسباب تعريضاتها.

أما في الفصل الثاني "كمون إيلينغ و حساب الدالة القطرية": فستحدث فيه على الفعل الكمومي في البلازما و متى يكون ضروري إدخاله، كما سنعرض مختلف أشباه كمونات التفاعل. سنحسب حدود التأثير الكمومي اللازم معرفته في كمون إيلينغ (W. Ebeling)، و من ثم سنقوم بحساب دالة الترابط القطرية و عرض نتائجها.

في الفصل الثالث " حساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي في البلازما ": سنتعرف على الحقول الكهربائية الموضوعية؛ تعريفها، أهميتها، دورها في تعريض الخطوط الطيفية الصادرة عن المشعات في البلازما، و كيف يتم تضمين فعلها في الصيغة النهائية لخط الطيف، كما سنعرض الجهود السابقة التي بُذلت لحساب دوال توزيعها ابتداءً من Holtsmark [17] الذي عالج المسألة كلاسيكياً، حتى sadykova [4] التي قامت بإدخال الفعل الكمومي لحساب مركبة الحقل ذات التردد المرتفع. بعدها سنقدم مساهمتنا في حساب دوال توزيع مركبة الحقل ذات التردد المنخفض باعتبار كمون إيلينغ هو التفاعل السائد بين أيونات البلازما، لأجل أخذ التأثيرات الكمومية التي عادة ما يتم إهمالها عند أخذ كمون ديبياي بطريقتين: أولاً عن طريق الحساب العددي بطريقة مونتي كارلو MC، مع شرح مفصل لهذه الطريقة و ذكر مختلف الخطوات الأساسية التي تركز عليها، بعدها نعرض أهم النتائج التي توصلنا إليها و نقارنها بنتائج أخرى. ثانياً سنقوم بحساب دوال توزيع الحقل تحليلاً، مع عرض مختلف خطوات الحساب، و بعدها نجري مقارنة بين نتائجنا التحليلية و العددية. و في آخر الفصل سنختبر كمون إيلينغ بإجراء مقارنة بينه و بين مختلف الكمونات في بلازما كلاسيكية و أخرى كمية.

بينما في الفصل الرابع " الحساب التحليلي و العددي لمشتقات الحقل الكهربائي الموضوعي في البلازما ": سنتناول دوال توزيع مشتقات الحقل؛ مفهومها، أثرها على شكل الخط الطيف الناتج، و كيف يتم تضمينها في الصيغة النهائية لخط الطيف. بعدها نقدم مساهمتنا في حسابها تحليلاً باستخدام نموذج الجسيم المستقل، و عددياً باستخدام المحاكاة العددية بطريقة مونتي كارلو، مع عرض النتائج التي تحصلنا عليها في كلا الطريقتين. بعدها نجري تطبيق على طيف الليثيوم المؤين  $Li^{+2}$  للانتقال الطيفي لخط:  $Ly - \alpha$  ، باستعمال دوال توزيع الحقل و مشتقاته التي حسبناهما سابقاً، و من ثم نحسب السماحية الكهربائية النسبية لهذه للبلازما.

أخيراً نختتم بملخص عام نبرز فيها أهم النتائج التي تحصلنا عليها، و نقدم بعض الآفاق التي قد تكون منطلقات لأعمال أخرى.

مراجع المقدمة العامة:

- [1] H.R. Griem, "Spectral Line Broadening by Plasmas", New York, Academic Press (1974).
- [2] مصطفى حمويلا، "الأطياف"، جامعة دمشق، صفحة 1 إلى 22، (1975-1976).
- [3] G. W. F. Drake, "Springer handbook of atomic, molecular, and optical physics", page (16-19), Springer Science & Business (2006).
- [4] S. Sadykova, W. Ebeling, I. Valuev, and . Sokolov, "Electric Microfield Distributions in  $Li^+$  Plasma With Account of the Ion Structure", Contrib. Plasma Phys, **Vol** 49, No. 1, 76 . 89 (2009).
- [5] S. Sadykova and W. Ebeling, "Electric Microfield Distributions in Dense One- and Two-Component Plasmas", Contrib. Plasma Phys, **Vol.** 47, No. 10, 659 – 669 (2007).
- [6] قريشة سليمة، "مساهمة في دراسة توزيعات المشتقات الفضائية للحقول الكهربائية الموضوعية في البلازما"، مذكرة الماجستير ، جامعة ورقلة (2008).
- [7] D.P. Kilcrease and M.S. Murillo and L. A. COLLINS, "Theoretical and Molecular dynamics studies of dense plasma microfield nonuniformity", Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, **Vol.** 58, No. 4-6, pp. 611-686 (1997).
- [8] D.P. Kilcrease and M.S. Murillo, "The ion electric microfield gradient joint probability distribution function for dense plasmas", Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, **Vol.** 65, 343-352 (2000).
- [9] شبحي اسماعيل، "حساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي ومشتقاته داخل البلازما، باستخدام المحاكاة العددية مونتي كارلو: تطبيق على طيف الهليوم"، رسالة دكتوراه، جامعة قسنطينة (2005).
- [10] C. Stehlé, D. Gilles, and A.V. Demura, "Asymmetry of Stark profile", Eur. Phys. J. D 12, 355–367 (2000).
- [11] J.Halenka and W. Olchawa, Eur. Phys. J. D 42, 425-433 (2007).
- [12] M. Sc. Saltanat Polatovna Sadykova, "Electric Microfield Distributions and Structure Factors in Dense Plasmas", PhD thesis, university zu Berlin(2011).
- [13] W Ebeling, A Filinov, M Bonitz, V Filinov and T Pohl, "The method of effective potentials in the quantum-statistical theory of plasmas", J. Phys. A: Math. Gen. 39 4309–4317 (2006).
- [14] S. Guerricha, S. Chihi, " valuation of the distribution functions of spatial derivatives of an ionic electric microfield in plasmas by using only the central interactions approach", J. Plasma Physics, **Vol.** 79, part 5, pp. 727–734(2013).
- [15] S. Guerricha, S. Chihi, and M. T. Meftah, " Distribution Function of Spatial Derivative of the Ion Electric Microfield Using the Independent Particles

- Model in Plasmas", *Contrib. Plasma Phys.* **Vol** 52, No. 9, 776 – 783 (2012).
- [16] S. Douis, " Propriétés statistiques des electrons dans un plasma haute température", Thèse de Doctorat, Université Ouargla(2013).
- [17] J. Holtsmark, *Ann. Phys.* 58, 577 (1919).



# الفصل الأول

## عموميات حول البلازما

## الفصل الأول: عموميات حول البلازما

### 1.1 ما هي البلازما؟

إن ما يميز حالات المادة الواحدة عن الأخرى، هي قوى الترابط بين الجسيمات المكونة لها؛ حيث تكون قوية جداً في الحالة الصلبة و ضعيفة في الحالة السائلة، بينما تكون شبه معدومة في الحالة الغازية. بتغيير درجة حرارة تتحول المادة من حالة إلى حالة أخرى لذلك تعتبر طورية. عندما ترفع درجة حرارة الغاز إلى حدود معينة تتصادم الذرات مع بعضها تصادمات عنيفة تتسبب في اقتلاع إلكتروناتها حينها تتشكل البلازما أو ما يسمى بالحالة الرابعة للمادة.

إن تحول الغاز إلى بلازما هو تحول غير طوري، فالبلازما خليط من الذرات المتعادلة كهربائياً و الإلكترونات السالبة و الأيونات الموجبة. تتناسب درجة التأين طردياً مع درجة الحرارة، إن الغاز الاعتيادي يحوي بعض الأيونات و الإلكترونات لكنها غير كافية لتجعله بلازما. تتسبب تدفقات الجسيمات المشحونة في البلازما في إنتاج تيارات، و مجالات مغناطيسية تؤدي إلى مجموعة من الظواهر المعقدة و المذهلة، ذات فائدة علمية و أحيانا جمال رائع.

تشكل البلازما 99% من المادة الكلية للكون المرئي، لذا فإن حالة البلازما هي أكثر حالات المادة شيوعاً. تعتبر الشمس و النجوم كتل كبيرة من البلازما الساخنة، كما أن بعض الكواكب تشكل البلازما أغلب مادتها، فكوكب المشتري مثلاً كتلة هائلة من البلازما [1-3]،..... إلخ



## 2.1 أمثلة عن البلازما

### 1.2.1 بلازما طبيعية

البرق و الصواعق، طبقة الايونوسفير، الشفق القطبي، الرياح الشمسية، السدم الغازية، النجوم، الفراغ بين الكواكب، و المجرات، ...

### 2.2.1 بلازما اصطناعية

شاشات البلازما، التفريغ، شعلة القطع، عوادم الصواريخ، الاندماج النووي، العديد من التطبيقات الأخرى التي لا تزال مجرد تجارب معملية أو نماذج أولية (الرادار، تحسين الاحتراق، معالجة النفايات، التعقيم،... الخ [4-7])

الحقل المغناطيسي ( $T$ )	درجة الحرارة ( $eV$ )	كثافة الجسيمات ( $m^{-3}$ )	سلم الطول ( $m$ )	
$10^{-10}$	1	$10^6$	$10^{16}$	الغاز بين النجوم
$10^{-8}$	10	$10^7$	$10^{10}$	الرياح الشمسية
$3 \cdot 10^{-5}$	$10^{-1}$	$10^{11}$	$10^5$	الأيونوسفير للأرض
$10^{-9}$	$10^2$	$10^{13}$	$10^8$	الهالة الشمسية
$10^{-1}$	$10^2$	$10^{18}$	$10^{-2}$	غاز التفريغ
5	$10^4 - 10^3$	$10^{20} - 10^{19}$	1	تجارب الاندماج
5	$10^4$	$10^{20}$	2	مفاعل الاندماج

الجدول (1.1): بعض المعاملات النموذجية للبلازما التي تحدث بشكل طبيعي، و البلازما المخبرية [8].

## 3.1 تاريخ فيزياء البلازما

يرجع أصل المفهوم الحديث لحالة البلازما إلى أوائل الخمسينيات فقط من القرن الماضي. يتشابه تاريخها مع العديد من التخصصات. قدمت ثلاثة مجالات أساسية مساهمات مبكرة فريدة لتطوير فيزياء البلازما كتخصص؛ التفريغ الكهربائي، الديناميكا المائية المغناطيسية (حيث يتم دراسة السوائل الموصلية مثل الزئبق) و النظرية الحركية.

يمكن إرجاع الاهتمام بظاهرة التفريغ الكهربائي إلى بداية القرن الثامن عشر، من طرف مايكل فاراداي (Michael Faraday) في ثلاثينيات القرن الثامن عشر و جوزيف جون طومسون (Joseph John Thomson) و جون سيلبي إدوارد تاونسند (John SeelyEdward Townsend) في مطلع القرن التاسع عشر، حيث وضعوا أسس الفهم الحالي للظواهر.

قدم الفيزيائي Iving langmuir الذي كان رائداً في دراسة الغازات المتأينة، مصطلح البلازما عام 1923م أثناء التحقيق في التفريغ الكهربائي. وجد أن بلازما قوس الزئبق تميل إلى الانتشار في جميع أنحاء غرف تفريغ الزجاج، و تملؤها مثل الهلام فأطلق عليها باليونانية (αμσαλπ)، و التي تعني الهلام أو المادة القابلة للتشكيل [8].

في سنة 1929 م استخدم لانجموير و لوي تونكس (Lowe Tonks) مصطلح البلازما لتعيين مناطق التفريغ التي يمكن أن تحدث فيها اختلافات دورية معينة للإلكترونات سالبة الشحنة، و أطلقوا على هذه التذبذبات تذبذبات البلازما.

في عام 1942م قدم الفيزيائي السويدي ألفن (Alvin) مفهوم الموجات المغناطيسية الديناميكية [10،9]. اعتبر الفيزيائيين ديفيد بوم (David Bohm) و ديفيد باينز (David Baines) سنة 1952 م، أن السلوك الجماعي للإلكترونات في المعادن يختلف عن سلوكها في الغازات المتأينة، حيث كان التطبيق العام لمفهوم البلازما موضع تقدير كامل. إن السلوك الجماعي للجسيمات المشحونة في المجالات المغناطيسية و مفهوم المائع الموصل متضمنان في الدراسات الديناميكية المغناطيسية المائية التي وُضعت أسسها في أوائل و منتصف القرن التاسع عشر من قبل فاراداي (Faraday) و أندريه ماري أمبير (Andre Marie Amber). (Amber).

لم يتم النظر في العديد من المشاكل الأساسية للتفاعل المتبادل بين الغازات المتأينة و المجالات المغناطيسية حتى ثلاثينيات القرن الماضي، عندما تم اكتشاف ظواهر شمسية و جيوفيزيائية جديدة.

#### 4.1 معايير البلازما

إن وصف البلازما بأنها وسط متعادل من الجسيمات السالبة و الموجبة الشحنة هو وصف ضعيف تعوزه الدقة، ذلك أن تعريف البلازما لا بد أن يتضمن ثلاثة معايير هي [2،11]:

**1.4.1 تقارب البلازما:** ينبغي أن تكون الجسيمات المشحونة متقاربة جداً لدرجة أن يؤثر كل جسيم

على الجسيمات القريبة منه؛ فالتأثير الجماعي هي الصفة المميزة للبلازما.

**2.4.1 حجم التفاعلات في البلازما:** يجب أن يكون نصف قطر ديبي صغيراً بالمقارنة مع الحجم الطبيعي للبلازما الموجودة، و هذا يعني أن مقدار التفاعلات الواقعة في قلب كتلة البلازما لها أهمية كبيرة بشكل يفوق تلك الواقعة على الحواف، آخذين في الاعتبار تأثير ما يحيط بالبلازما من الوسط المحيط بها.

**3.4.1 تردد البلازما:** يجب أن يكون تردد الإلكترونات في البلازما أكبر من تردد الإلكترونات بالحالة الطبيعية.

## 5.1 أنواع البلازما

تصنف البلازما وفقاً لدرجات الحرارة إلى [7]:

### 1.5.1 بلازما باردة

البلازما الباردة غالباً ما تكون متأينة جزئياً (ضعيفة التأين)، تتراوح درجة حرارتها بين مئات إلى عدة آلاف من الدرجات المئوية و بطاقة حركية بحدود (1eV)، يطلق عليها اسم التفريغ في الغازات و هي النوع المستخدم في أغلب البحوث العلمية.

### 2.5.1 بلازما ساخنة

تُصنّف البلازما بأنها ساخنة عندما تكون تامة التأين، و تعد الوسط الأساسي الذي يمكن أن تحدث فيه تفاعلات الاندماج النووي. تتراوح درجة حرارتها بين مئات إلى عدة ملايين من الدرجات الحرارية، و بطاقة حركية في حدود (10 eV).

## 6.1 حرارة البلازما

تُقاس حرارة البلازما إضافة إلى وحدة الكلفن بوحدة الإلكترون فولط، و هي قياس للطاقة الحركية الحرارية لكل جزيء. تكون الإلكترونات في الكثير من الأحيان قريبة من حالة التوازن الحراري الحركي (الترموديناميكي)، حيث تتوازن عن طريق الديناميكا الحرارية وحدها و بشكل أسرع من أن تتحول إليها من خلال الأيونات أو الذرات، لهذا السبب تكون حرارة الأيونات مختلفة عن حرارة الإلكترونات، و عادة ما تكون أبرد. استناداً للحرارة المرتبطة بالإلكترونات و الأيونات و الجسيمات المحايدة فإن البلازما يمكن تصنيفها على أنها حرارية (بلازما في وضع توازن ترموديناميكي) أو لحرارية (بلازما خارج التوازن الترموديناميكي) [7].

### 1.6.1 بلازما في وضع توازن ترموديناميكي (بلازما حرارية)

يتألف الغاز المتأين من إلكترونات و أيونات و جسيمات محايدة، تتبادل التأثير فيما بينها بواسطة قوى كولوم و فاندرفالس، في هذه الحالة تكون مختلف أنواع الجسيمات الناتجة في الغاز المتأين في وضع تأين حراري متوازن، و هكذا يُوصف الوسط بكثافة كل نوع من هذه الجسيمات:  $(n_e, n_i, n_0)$  كثافة الجسيمات المحايدة، كثافة الأيونات و كثافة الإلكترونات على الترتيب و بدرجة الحرارة  $T$  للجحمة ككل، حيث تكون جميع مكونات البلازما ذات درجة حرارة واحدة؛ أي تكون بحالة توازن حراري مع بعضها البعض، كما أن القيم:  $\alpha, n, T$  لا تكون مستقلة بالنسبة لغاز أحادي الذرة و مؤين مرة واحدة، تمثل  $\alpha$  درجة تأين الغاز أو البلازما.

### 2.6.1 بلازما خارج التوازن الترموديناميكي (بلازما لأحرارية)

توجد طرائق أخرى تسمح بتأين الغاز، و غالباً ما يُستخدم تأثير فعل الحقل الكهربائي الخارجي، في هذه الحالة يخرج الوسط المتأين عن وضع التوازن الترموديناميكي، و تكون الحالة المستقرة مميزة بالثوابت  $(\alpha, n_e, n_i, n_0, T_e, T_i, T_0)$ . تكون للأيونات و الجسيمات المحايدة درجة حرارة محيطها، بينما تكون درجة حرارة الإلكترونات أكبر منها بكثير.

## 7.1 بعض المعاملات و المقادير المهمة في منظومة البلازما

### 1.7.1 درجة تأين البلازما $\alpha$

تكون الغازات في حالاتها العادية عازلة كهربائياً، و تصبح ناقلةً إذا أُخضعت إلى حقول كهربائية شديدة. تُشير درجة التأين في الغاز أو البلازما إلى كمية الذرات التي فقدت أو كسبت إلكترونات، و تكون الحرارة العامل القوي المتحكّم بذلك. تُقسّم الغازات حسب درجة تأينها إلى قسمين كبيرين: غازات ضعيفة التأين، و غازات شديدة التأين. تُعرّف درجة تأين غاز [13] بـ:

$$\alpha = \frac{n_e}{n_0 + n_e} \quad (1.1)$$

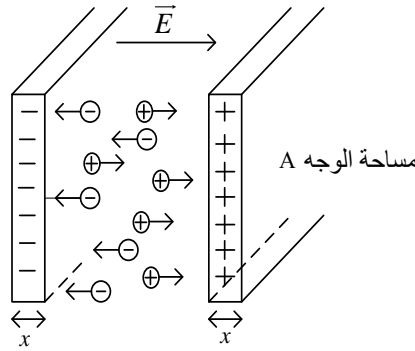
حيث:  $n_0$  الكثافة العددية للجسيمات المحايدة الشحنة، و  $n_e$  الكثافة العددية للإلكترونات. تتغير  $\alpha$  عملياً بين 1 و  $10^{-4}$ .

### 2.7.1 تردد البلازما $\omega_p$

هو المعيار الأساسي للأزمة في فيزياء البلازما. يوافق تردد البلازما تردد الاهتزاز الطبيعي الكهروستاتيكي النموذجي؛ عندما تتعرض البلازما إلى اضطراب خارجي فإن ذلك سيؤدي إلى إزاحة الشحنات عن وضع اتزانها، مما يتسبب في ظهور حقول داخلية معاكسة تعمل على زيادة الحركة الجماعية للشحنات لتعيدها إلى وضع اتزانها، تتميز هذه الحركة بتردد طبيعي يطلق عليه تردد البلازما.

لكل صنف من مكونات البلازما تردد خاص، يعتبر تردد الإلكترون أكثر أهمية و هو سريع نسبي. عادة ما يعبر عن تردد البلازما بتردد الإلكترون [14].

لإيجاد تردد الإلكترونات في البلازما نعتبر حجم صغير من البلازما يحوي عدداً متساوياً من الشحنات الموجبة و السالبة، نطبق حقل كهربائي  $\vec{E}$  عليها، و بذلك سنتنظم البلازما نفسها كما بالشكل (1.1) الموضح أسفله.



الشكل (1.1): شكل تخطيطي لبلازما مسلط عليها حقل كهربائي

خارجي

القوة المؤثرة على الإلكترونات:

$$\vec{F} = m_e \vec{\gamma} = -|q_e| \vec{E} \quad (2.1)$$

$|q_e|$ : شحنة الإلكترون،  $m_e$  كتلة الإلكترون،  $\vec{E}$  الحقل الكهربائي الناشئ عن الصفيحتين وسط البلازما و يمكن حسابه انطلاقاً من:

$$E = 2 \times \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (3.1)$$

تمثل  $\sigma$  الكثافة السطحية للشحنة.

في هذه المسألة الشحنة  $Q$  موزعة حجمياً في الصفيحة التي سمكها  $x$  و مساحة وجهها  $A$ ، و لنرمز للكثافة الحجمية بالرمز  $\rho$ ، إذن:



$$Q = \rho \cdot \tau = \rho A x \quad (4.1)$$

من جانب آخر:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{\rho A x}{A} = \rho x = n_e |q_e| x \quad (5.1)$$

$$\therefore E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{n_e |q_e| x}{\epsilon_0} \quad (6.1)$$

بتعويض قيمة الحقل من المعادلة (6.1) في معادلة الحركة (2.1)، و إسقاطها على المحور الأفقي سنحصل على:

$$m_e \ddot{x} = -\frac{n_e q_e^2}{\epsilon_0} x \quad (7.1)$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{n_e q_e^2}{\epsilon_0 m_e} x = 0 \quad (8.1)$$

المعادلة (8.1) هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية تعبر عن حركة اهتزازية بتواتر  $\omega_{pe}$ ، حيث:

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}} = 5.64 \times 10^4 \sqrt{n_e (cm^{-3})} \quad (9.1)$$

وحدة قياس التردد (التواتر):  $[\omega_{pe}] = S^{-1}$

أما التردد الأيوني في البلازما فيمكن حسابه بطريقة مشابهة للتردد الإلكتروني و نحصل على:

$$\omega_{pi} = \sqrt{\frac{4\pi n_i Z^2 e^2}{m_i}} \quad (10.1)$$

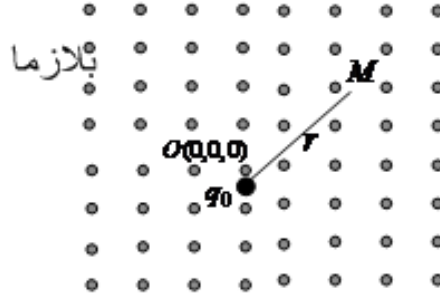
### 3.7.1 طول ديبي $\lambda_d$

يعرّف طول ديبي على أنه المسافة التي عندها تقريبا يحدث حجب لتأثير الشحنة، كما يسمى البعد الحرج للتفاعلات الجماعية، و هو مقياس الطول الذي يميز فرضية شبه الحياد في البلازما، و ظاهرة حجب الشحنات الموجبة بالشحنات السالبة. ترجع تسميتها إلى العالم الهولندي بيتر ديبي ( Peter Debye).

داخل البلازما تتبع الأيونات و الإلكترونات مسارات عشوائية و تتحرك بسرعات كبيرة. إن أية شحنة موجبة تجذب الإلكترونات و تطرد الأيونات، مما يؤدي لظهور غيمة إلكترونية حولها تقوم بدور حاجز كهروستاتيكي. بسبب التهيح الحراري فإن الشحنات لا يمكنها أن تكون ساكنة تماماً على الأقطاب، بل ستكون غيمة غير ثابتة بالقرب من القطب. يتسبب هذا في إخماد حقل كولوم بشكل أسي عند مسافة تقارب طول ديبي [16,15].

### 4.7.1 كمون ديبي

أحد الكمونات (الجهود) المهمة و التي تتفاعل الأيونات من خلالها داخل البلازما يُدعى جهد ديبي (Debye)، يمكن إيجاد صيغة هذا الكمون كما يلي:  
 لتكن شحنة كهربائية  $q_0$  في مبدأ الإحداثيات الشكل (2.1).



الشكل (2.1): إيجاد كمون ديبي في البلازما.

الكمون الكهربائي الكولومي الناتج عن الشحنة  $q_0$  عند موضع  $M$  يبعد مسافة  $r$  عن المبدأ هو:

$$V(r) = \frac{q_0}{r} \quad (cgs) \quad (11.1)$$

لنهتم بالتوزيع المكاني للشحنات (الإلكترونات) حول الأيون  $q_0$  الشكل (2.1).  
 لتكن  $n_e$  كثافة الإلكترونات و  $T$  درجة الحرارة، باستعمال معادلة بواسون:

$$\Delta V(r) = -\frac{1}{\epsilon_0} q_0 \delta(\vec{r}) - \frac{1}{\epsilon_0} (-|e|) \langle \rho_e(\vec{r}) \rangle \quad (12.1)$$

حيث:  $\delta(\vec{r})$  دالة ديراك المعرفة بـ:

$$\delta(\vec{r}) = \begin{cases} \infty & ; \vec{r} = 0 \\ 0 & ; \vec{r} \end{cases} \quad (13.1)$$

باستعمال توزيع ماكسويل - بولتزمان:

$$\langle \rho_e(\vec{r}) \rangle = n \left( e^{-\frac{|e|V}{KT}} - 1 \right) \quad (14.1)$$

$K$  ثابت بولتزمان، عندما يكون  $|e|V \ll KT$  يمكننا كتابة:

$$\langle \rho_e(\vec{r}) \rangle = n \left( 1 + \frac{|e|V}{KT} - 1 \right) = \frac{n|e|V}{KT} \quad (15.1)$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta V(r) &= -\frac{1}{\epsilon_0} q_0 \delta(\vec{r}) - \frac{1}{\epsilon_0} (-|e|) \cdot \frac{n|e|V}{KT} \\ &= \frac{ne^2V}{\epsilon_0 KT} - \frac{q_0}{\epsilon_0} \delta(\vec{r}) \end{aligned} \quad (16.1)$$

$$\Rightarrow \Delta V(r) - \frac{ne^2V}{\epsilon_0 KT} = -\frac{q_0}{\epsilon_0} \delta(\vec{r}) \quad (17.1)$$

حل المعادلة التفاضلية (17.1) سيكون:

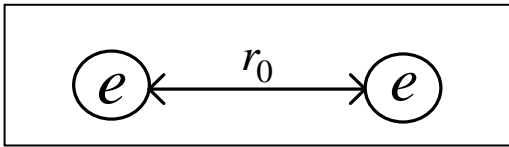
$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r} e^{-r/\lambda_d} \quad ; \quad V(r = \infty) = 0 \quad (18.1)$$

تعبّر العلاقة الأخيرة (18.1) عن كمون (جهد) ديبي و يُدعى المقدار  $\lambda_d$  طول ديبي، و هو معياراً لِنفاذ الحقل الكهربائي داخل الغيمة، إذ يقترب الجهد من الإضمحلال التام تقريباً على بُعد بضعة أمثال من هذا الطول. إن حجم الغيمة متعلق بدرجة الحرارة، إذ تكون هذه الغيمة كبيرةً عندما تكون درجة الحرارة عالية، أمّا سُمكها فهو طول ديبي  $\lambda_d$ . يُعطى طول ديبي بالعلاقة التالية:

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{KT}{4\pi n_e e^2}} \cong 6.9 \sqrt{\frac{T(K)}{n_e(cm^{-3})}} \quad (cgs) \quad (19.1)$$

### 5.7.1 طول لاندوا ( $r_0$ )

يُدعى البُعد التقليدي للاقتراب الأدنى، و هو المسافة التي يمكن أن يقتربها جسيما من بعضهما البعض؛ حينها تكون الطاقة الكامنة الكولومية المتوسطة للتفاعل الثنائي تساوي الطاقة الحركية الحرارية المتوسطة. يُستخدم هذا الطول في تحليل ظواهر التصادمات، و ارتباطات الموضوع في البلازما [17،1]، و يُحدّد بين إلكترونين ( $e-e$ ) ب:



الشكل (2.2): رسم توضيحي لطول لاندوا بين إلكترونين

$$kT = \frac{e^2}{r_0} \Rightarrow r_0 = \frac{e^2}{kT} \quad (cgs) \quad (20.1)$$

### 6.7.1 نصف قطر الكرة الإلكترونية ( $r_e$ )

و هو يميّن البُعد المتوسط بين إلكترونين، و يُستخرج من [2]:

$$\frac{4}{3} \pi r_e^3 n_e = 1 \quad \Rightarrow \quad r_e = \sqrt[3]{\frac{3}{4 \pi n_e}} \quad (21.1)$$

### 7.7.1 طول موجة دي بروغلي الحرارية $(\Lambda, \lambda_T)$

يُعطي هذا الطول تقديراً للطبيعة الموجية الكمية لجسيمات البلازما، و يعرف بـ [17]:

$$\lambda_T = \frac{h}{\sqrt{2 \pi m k T}} \quad (22.1)$$

حيث  $m$  كتلة الجسيم، و  $h$  ثابت بلانك.

يمثل الطول الموجي لديروغلي تقريباً الامتداد المكاني لوظيفة موجة الجسيمات، فكلما كانت أكبر كانت التأثيرات الكمومية أكبر أهمية. من تعريف  $\lambda_T$  واضح أن السلوك الكمي سيتم الوصول إليه بسهولة أكبر للإلكترونات مقارنة بالأيونات بسبب تباين الكتلة الكبيرة.

### 8.7.1 معامل التزواج $\Gamma$ (وسيط)

لمعرفة مدى التزواج بين جسيمات البلازما في الجملة، فإننا ننظر إلى معامل التزواج، و هو يمثل النسبة بين الطاقة الكامنة المتوسطة و الطاقة الحركية المتوسطة للجسيمات [17].

$$\Gamma = \frac{\text{الطاقة الكامنة المتوسطة لتفاعل جسيم مع جسيم مجاور له}}{\text{الطاقة الحركية المتوسطة له}}$$

فهو للإلكترونات:

$$\Gamma_{ee} = \frac{e^2}{k T r_e} \quad (23.1)$$

أما للأيونات:

$$\Gamma_{ii} = \frac{(Ze)^2}{k T r_i} \quad (24.1)$$

أما بين الإلكترونات و البروتونات فهو:

$$\Gamma_{ei} = \frac{Ze^2}{k T r_{ei}} \quad (25.1)$$

حيث:  $r_{ei} = \frac{r_e + r_i}{2}$

عندما يكون  $\Gamma \ll 1$  فإن للطاقة الحركية الدور الأكبر في وصف سلوك الجسيمات؛ أي أن التزواج بين هذه الجسيمات ضعيف، و يقال عن البلازما أنها مثالية، أمّا عندما يكون  $\Gamma \geq 1$  فإن ذلك يدل على أن التزواج شديد، و تُدعى بلازما مرتبطة.

### 9.7.1 درجة التكميم $\eta$

يمكن تمييز أهمية التأثير الكمومي في البلازما بدراسة درجة التكميم، و التي تعني مقارنة بين طول موجة ديبروغلي الحرارية  $\lambda_T$  و المسافة المتوسطة بين جسيمات البلازما  $r_e$  [18,17]:

$$\eta = \frac{\lambda_T}{r_e} = \frac{h}{r_e \sqrt{2\pi m K_B T}} \quad (26.1)$$

في حالة:  $1 \ll \frac{\lambda_T}{r_e}$  يمكن معالجة البلازما كلاسيكياً، أما إذا كانت:  $\frac{\lambda_T}{r_e} \geq 1$  فإن التأثيرات الكمومية على المسافات الصغيرة مهمة و لا يمكن إهمالها، و البلازما تدرس كمياً.

### 8.1 أشكال الخطوط الطيفية و تعريضاتها

يُعد البحث في أشكال الخطوط الطيفية و تعريضاتها الصادرة عن المشعات الهيدروجينية، و أشباه الهيدروجين في البلازما أساسياً في المطيافية الذرية للبلازما. يحدث تعريض الخطوط الطيفية الصادرة عن المشعات في البلازما بسبب أجهزة القياس أو لأسباب فيزيائية جوهرية [19]. بناءً على نوع التعريض يمكن نمذجة شكل خط الطيف بواسطة؛ دالة غوس، دالة لورنتز أو تركيبهما؛ شكل فويت (voigt).  
ينمذج الخط الطيفي المتمركز حول الطول الموجي  $\lambda_0$  مثلاً على شكل دالة غوس بالصيغة [20]:

$$P_G(\lambda) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^2} \quad (27.1)$$

حيث:  $\sigma = \frac{\Delta\lambda}{2\sqrt{2\ln 2}}$  ،  $\Delta\lambda$  : فهو العرض في منتصف الارتفاع

كما ينمذج بالشكل اللورنتزي بالصيغة:

$$P_L(\lambda) = \frac{\Delta\lambda/2}{\pi((\Delta\lambda/2)^2 + (\lambda - \lambda_0 - d)^2)} \quad (28.1)$$

حيث:  $d$  تمثل الانزياح

أما على شكل فويت (voigt). فيكتب كما يلي:

$$P_V(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_G(\lambda') P_L(\lambda - \lambda') d\lambda' \quad (29.1)$$

### 1.8.1 التعريض الطبيعي

في غياب أي تأثير خارجي على الخط الطيفي يكون للخط عرضاً محدوداً سببه التعريض الطبيعي، حسب مبدأ الارتياب لهيزنبرغ فإن المستويات الطاقوية في النظام الكمومي تظهر ارتياباً طبيعياً قدره [19]:

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\tau} \quad (30.1)$$

حيث:  $\Delta E$  يمثل الارتياح في طاقة المستوي

إذا كان  $\tau_i$  هو متوسط الحياة للمستوي  $i$  ذي طاقته  $E_i$ ، فإن المستوي يمتلك عرضاً  $\Delta E_i$ . يؤدي هذا التعريض في المستويات الطاقوية إلى تعريض طبيعي  $\Delta\omega$  في الخط الطيفي، ينتج عنه خط ذي شكل لورنتزي، يعطى:

$$\Delta\omega = \frac{\delta E_i + \delta E_j}{h} \quad (31.1)$$

يلاحظ هذا التعريض في الحالات التي يفترض فيها أن ضغط الغاز ضعيف، لكن غالباً ما يتم إهماله.

### 2.8.1 تعريض ستارك

ينتج تعريض ستارك عن التفاعل بين الجسيمات المشحونة و الذرة المشعة في الوسط. يسبب الحقل الكهربائي للجسيمات المشحونة رفع جزئي لتوالد المستويات الطاقوية في الذرة، يمتلك هذا التعريض مساهمة معتبرة في الخط الطيفي، و يكون الخط المنبعث ذا شكل لورانتزي.

### 3.8.1 تعريض دوبلر

يسود هذا التعريض عموماً في الحالات التي تكون فيها درجة الحرارة عالية و الكثافة منخفضة، يرجع سببه إلى السرعة النسبية للذرات المشعة مقارنة بالمراقب. فإذا انبعث إشعاع بطول موجي  $\lambda_0$  فإن المراقب سيستقبله بطول موجي آخر مزاح بمقدار  $\Delta\lambda$  حيث [21]:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{v_s}{c} \lambda_0 \quad (32.1)$$

$c, v_s$  يمثلان سرعة الذرة المشعة و الضوء على التوالي.

بافتراض توزيع سرعات ماكسويل للجسيمات:

$$v_{th} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} \quad (33.1)$$

فإن تعريض دوبلر  $\Delta\lambda_D$  سيكتب كما يلي:

$$\Delta\lambda_D (A^0) = 7.1710^{-10} \lambda_0 \sqrt{\frac{T(K)}{m(u m a)}} \quad (34.1)$$

$m$  كتلة الذرة المشعة،  $\lambda_0$  الطول الموجي عند مركز المشع. يتميز خط الطيف الناتج عن هذا التعريض بالشكل الغاوسي.

### 4.8.1 تأثير زيمان

هو ظاهرة انشقاق خط الطيف المنبعث عن المشع (أيون، ذرة) إلى عدة خطوط متوازية تحت تأثير الحقل المغناطيسي؛ يرجع سبب الانشقاق إلى تحلل المستويات الطاقوية و انفصالها بمسافات تتناسب مع الحقل المغناطيسي، يترجم هذا باضطراب في الخط الطيفي المشاهد [22، 23].

### 9.1 نموذج البلازما بمركب واحد OCP

أحد النماذج المفضلة في الميكانيكا الإحصائية المطبقة في فيزياء البلازما هو نموذج OCP؛ يفترض أن النظام يتكون من جسيمات نقطية متماثلة مشحونة كهربائياً، تتفاعل فيما بينها من خلال جهد كولوم و مغمورة في خلفية مستمرة و متجانسة من الشحنات المعاكسة، لضمان حيادية الشحنة الكلية. تكمن بساطة هذا النموذج في أنه يتعامل مع نوع واحد من الشحنة المتحركة، لأن النوع الآخر من الشحنة منمذج من خلال العمق المستمر.

يملك نموذج OCP ميزة الثبات، و التي تسمح لنا بتقليل عدد المتغيرات الحرارية؛ فبدلاً من التعامل مع درجة الحرارة و الكثافة كل على حدة نستعمل بعد واحد هو معامل التزواج. رغم تميز هذا النموذج بالبساطة إلا أنه يحافظ على الخصائص الأساسية للمواد الأيونية، إنه نموذج مثالي [25،24].

### 10.1 البلازما الكمومية

كانت البلازما المتداولة سابقاً ذات كثافات و درجات حرارة منخفضة و هي حالات تمهل فيها التأثيرات الكمومية تقريباً، لذا كانت الأنظمة تعالج كلاسيكياً. مكّنت التكنولوجيا الحديثة خاصة أجهزة أشباه الموصلات المصغرة و الأجهزة النانوية من ظهور تطبيقات عملية لفيزياء البلازما الكثيفة، حيث تؤدي الطبيعة الكمية للجسيمات دوراً جد مهم.

عندما تبدأ التأثيرات الكمومية في لعب دور مهم، يتم إدخال مقياس طول إضافي و هو الطول الموجي  $\lambda_T$  للجسيمات المشحونة [18]. إن التأثير الكمومي في البلازما يمكن تمييز أهميته بدراسة درجة التكميم، و التي تمثل مقارنة بين الطاقة الحرارية  $E_T$  مع طاقة فيرمي  $E_F$ ، و التي بدورها تعادل مقارنة بين المسافة المتوسطة بين جسيمات البلازما  $r_e = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi n_e}}$  و طول موجة دبروغلي الحرارية  $\lambda_T$ ، و عليه يمكننا كتابة:

$$\frac{E_F}{E_T} \equiv \frac{\lambda_T}{r_e} = \eta \quad (35.1)$$

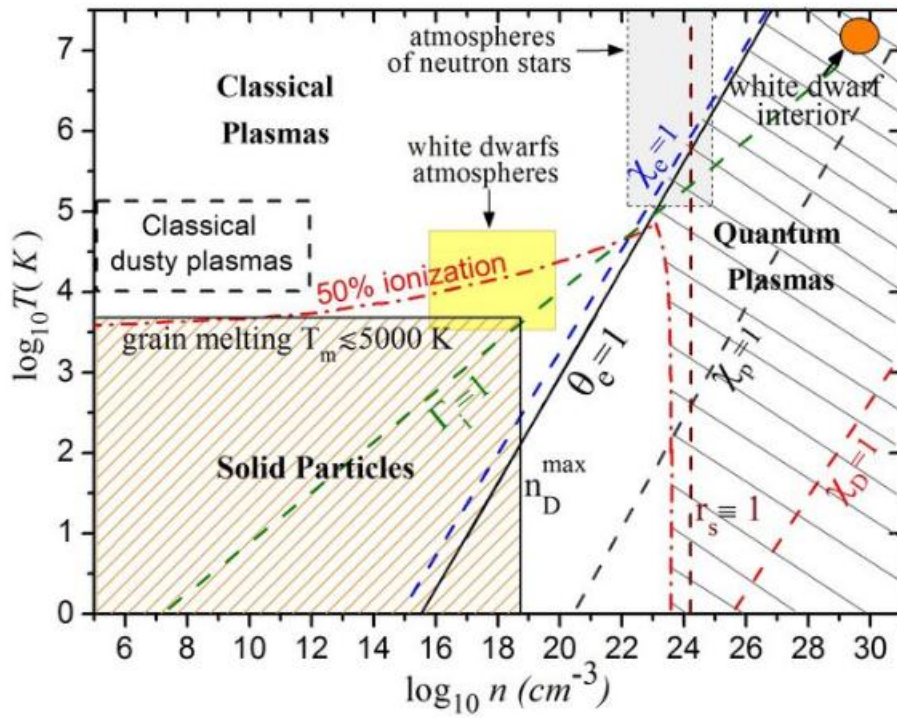
حيث:

$$E_F = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 n_e)^{2/3}}{2m} \quad (36.1)$$

أي أن البلازما تكون كمومية إذا كانت المسافة المتوسطة بين جسيمين منها من رتبة طول موجة ديروغلي، يمكن القول أن المسافات البينية التي يظهر عندها المفعول الكمومي تحقق [18,26]:

$$\lambda_T = r_e, 2r_e, 3r_e \dots$$

عند الكثافات العالية حيث تكون طاقة فيرمي أكبر من الطاقة الحرارية ( $E_F > K_B T$ )، تكون التأثيرات الكمومية هي السائدة (أي أن ضغط انحلال الإلكترون يتجاوز الضغط الحراري). في بلازما شديدة التزاوج حيث:  $n_e \lambda_D^3 < 1$ ، تهيمن تأثيرات تفاعل كولوم على التأثيرات الحرارية، و عندما يتحقق:  $E_F > e^2 n^{1/3}$  فإن التأثيرات الكمومية تهيمن على تلك الناتجة عن تفاعلات كولوم (أي أن طاقة فيرمي تتجاوز الطاقة الكامنة لجزيئات الجوار)، مما ينتج عنه بلازما كمية مثالية تقريبا. يوضح الشكل (3.1) الشروط التي تعالج فيها البلازما كيميا أو كلاسيكيا [27].



الشكل (3.1): الشروط التي تعالج فيها البلازما كيميا أو كلاسيكياً



## مراجع الفصل الأول

- [1] شيحي اسماعيل، "حساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي ومشتقاته داخل البلازما، باستخدام المحاكاة العددية مونتي كارلو: تطبيق على طيف الهليوم"، رسالة دكتوراه، جامعة قسنطينة (2005).
- [2] قريشة سليمة، "مساهمة في دراسة توزيعات المشتقات الفضائية للحقول الكهربائية الموضوعية في البلازما"، مذكرة الماجستير، جامعة ورقلة (2008).
- [3] قريشة سليمة، "استخدام نموذج الجسيمات المستقلة لحساب دوال توزيع المشتقات الفضائية للحقل الكهربائي الأيوني الموضوعي في البلازما"، رسالة دكتوراه علوم، جامعة ورقلة، (2013).
- [4] بهاء حسين صالح ربيع "أساسيات في فيزياء البلازما"، مطبعة الرائد، بغداد، ص 11، (2009).
- [5] M. Sc. Saltanat Polatovna Sadykova, , "Electric Microfield Distributions and Structure Factors in Dense Plasmas", PhD thesis, university zu Berlin (2011).
- [6] Paul M. Bellan , "Fundamentals of Plasma Physics", page 3.
- [7] Jean-Luc Raimbault," Introduction a la Physique des Plasmas," Master 2 APIM et PIE, Université Paris-Sud (2012-2013).
- [8] Robert J Goldston and Paul H Rutherford, "Introduction to plasma physics", IOP Publishing Ltd (1995).
- [9] W. Crookes, "On a Fourth State of Matter", Proceedings of the Royal Society of London, Vol. 30, pp. 469-472 (1879 - 1880).
- [10] Jean-Loup Delcroix et Abraham Bers, "Physique des plasmas", InterEditions/ CNRS Editions (1994).
- [11] د. علاء الدين عبد الله النعيمي و د. قاسم محمود علي و د. إبراهيم محمد علي الجوادي، "الفيزياء التطبيقية الحديثة"، الصفحة 591 و ما يليها، دار الجيل للنشر و الطباعة و التوزيع، الطبعة الثانية (2005).
- [12] د. وليد مصطفى صهيوني، "مقدمة في فيزياء البلازما"، عمان (2006).
- [13] H. Hidalgo; "Dépôt chimique en phase vapeur de couches minces d'alumine dans une post-décharge micro-onde"; Thèse de Doctorat, Université de Limoges (2003).
- [14] R. Fitzpatrick, "Introduction to Plasma Physics", a graduate level lecture course, The Institute for Fusion Studies The University of Texas at Austin, page (7,8), (1998).
- [15] M. Rax, "Physique des Plasmas", Dunod, Paris (2005).
- [16] P. Debye, E. Hückel. Zur theorie der elektrolyte. I. Gefrierpunktserniedrigung und verwandte erscheinungen. Physik. Z, 24, 185 (1923), page 10.
- [17] M. Baus, J. P. Hansen, Phys.Rep ,Vol 59, 11-94 (1980).

- [18] G. Manfredi Fields Inst. Commun. 46 263 (2005).
- [19] G. W. F. Drake, "Springer handbook of atomic, molecular, and optical physics", page (16-19), Springer Science & Business (2006).
- [20] A. Escarguel, "Caractérisation spatio-temporelle de plasmas créés par impulsion laser dans un liquide : application à l'étude de l'élargissement Stark de la raie Balmer alpha de l'hydrogène", PhD thesis, Université d'Aix-Marseille 1 (1998).
- [21] M. Ribière, " Spectroscopies d'émission et d'absorption appliquées à l'analyse de plasmas produits par laser", Thèse de Doctorat, Université de Rouen Français, (2008).
- [22] K. Chenini, "Etude des effets microscopiques de l'opacité et de la non homogénéité des champs électriques locaux sur la redistribution du rayonnement dans les plasmas denses et chauds", Thèse de Doctorat, Université Ouargla (2011).
- [23] Y. Ben nana, "Hydrodynamics of laser welding of metal alloys plates and electronic broadening", PhD thesis, University Ouargla (2021).
- [24] S. Douis, "Propriétés statistiques des électrons dans un plasma haute température", Thèse de Doctorat, Université Ouargla (2013).
- [25] M. N. Tamashiro, Yan Levin, Marcia C. Barbosa, "The one-component plasma: a conceptual approach" ( 1999).
- [26] A. Baños, J. Plasma Phys. 1, 305 (1967).
- [27] M. Bonitz, Zh. A. Moldabekov and T. S. Ramazanov " Quantum hydrodynamics for plasmas—quo vadis? ", Physics of Plasmas, (2019).

## الفصل الثاني

كمون W.Ebeling و حساب دالة

الارتباط القطرية

## الفصل الثاني: كمون W. Ebeling و حساب الدالة القطرية

### 1.2 مقدمة

من المعلوم جداً أن تفاعل كولوم لا صلاحية له عند المسافات البينية الصغيرة جداً. لاستدراك ذلك قام Kelbg و زملاؤه بتطوير طريقة الكمون الفعّال ، و التي تم تقديمها في كيمياء الكم بواسطة Helmon و في الفيزياء الإحصائية بواسطة Morita ، إلى طريقة فعّالة في فيزياء البلازما. فكرة Kelbg جاءت لتعويض كمون كولوم بالكمون الفعّال الذي يكون معرّفًا أيضاً عند المسافات الصفرية. نجح Kelbg في الحصول على العبارة الصحيحة من أجل الدرجة الأولى لـ  $e^2$ . بمأن هذه الأخيرة معقدة للغاية، قامت مجموعة من جامعة روستوك بتطوير نظريته. من بين هؤلاء، اقترح W.Ebeling تفاعلاً مشابهاً لتفاعل كولوم عند الملائمة، و تم اقتراح عدة تقريبات أجدى في الاستعمال [1].

إحدى أبسط هذه التقريبات أُقترحت من طرف Zelener et al [2]، كما اقترحت عبارة بسيطة أخرى من طرف Deutsch [3]، من جهة أخرى أُسست أول تقنيات MC لبلازما كثيفة بناءً على الكمون الفعّال البسيط المقترح من طرف Zelener، و كذا الديناميكا الجزيئية MD المرتكز على تقريبات Deutsch. هناك بعض الدراسات التي تستخدم كمون Deutsch، لكن هذا الأخير لا يعطي نفس القيمة التي يعطيها التفاعل الأصلي لـ Kelbg عند الصفر [1]. عندما يصبح الطول  $\lambda_T$  طول موجة

ديروغلي الحرارية للجسيمات من رتبة المسافة المتوسطة بين الجسيمات  $r_e$ ، فإنه لا يمكننا إهمال الأفعال الكمومية [4].

نسعى في هذه الأطروحة إلى حساب دوال توزيع الارتباط القطرية، دوال توزيع الحقل، و مشتقات الحقل الكهربائي الموضوعي الأيوني في البلازما، مع الأخذ بعين الاعتبار التأثيرات الكمومية التي عادة ما تحمل عند استعمال تفاعل ديباي بين الأيونات. لأجل ذلك سنستخدم الحساب التحليلي و المحاكاة العددية مونتي كارلو، و سنعمد الكمون (التفاعل) المقترح من طرف W.Ebeling مع بعض التعديلات الطفيفة عليه. تتركز هذه التعديلات على إدخال مفعول الحجب في هذا التفاعل.

## 2.2 أشباه الكمونات pseudopotential

ديناميكا البلازما لا تتعلق بفيزياء الأيون المشع فقط، بل تتعداه للبلازما المحيطة بهذا الأيون. تؤدي كمونات التفاعل بين الجسيمات المشحونة في البلازما دوراً مهماً جداً في حساب عديد المقادير في منظومة البلازما؛ كالحقول الكهربائية الموضعية و تدرجاتها، ترابط المواضع، و الناقلية الكهربائية، ..... الكمون الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية  $Ze$  عند موضع  $r$  في البلازما يختلف عن كمونها في الفراغ.

يتم تعريف طاقة التفاعل (كمون) كولوم بين جسيمين  $i$  و  $j$ ، تفصلهما مسافة  $r$  على النحو التالي:

$$U(r) = \frac{Z_i Z_j e^2}{r} \quad (1.2)$$

حيث:  $Z_i e$ ،  $Z_j e$  الشحنتين الفعليتين للأيونين  $i$  و  $j$

### 1.2.2 تفاعل ديباي

يعتبر فعل الحجب في البلازما خاصية أساسية مميزة لها، فكمون كولوم للجسيمات المشحونة المغمورة داخل البلازما يُحجب على مسافة من رتبة طول ديباي. لهذا تتفاعل الأيونات داخل البلازما من خلال جهد يُدعى جهد ديباي (Debye)، له الصيغة [5]:

$$U_{i,j}(r) = \frac{Z_i Z_j e^2}{r} e^{-r/\lambda_D} \quad (2.2)$$

### 2.2.2 تفاعل كلبج

عندما تزداد كثافة البلازما تنخفض النسبة بين طول لاندو و طول موجة ديبرغلي، و عليه يصبح من الضروري أخذ التأثيرات الكمومية عند المسافات الصفرية بعين الاعتبار. لقد عالج كلبج هذه المسألة

من خلال نظرية الاضطرابات، فتوصل إلى كمون معرف عند المسافات الصغرى بالصيغة (3.2) بدلا من كمون كولوم [6].

$$U_{ij\text{Kelbg}}(r) = Z_i Z_j e^2 \left( \frac{1 - \exp(-r^2/\lambda_T^2)}{r} + \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma_{ij} \lambda_T} (1 - \text{erf}(\gamma_{ij} r/\lambda_T)) \right) \quad (3.2)$$

$\text{erf}(\gamma_{ij} r/\lambda_T)$  تدعى دالة الخطأ، بينما  $\gamma_{ij}$  معامل له القيمة  $\gamma_{ij} = \frac{U_{ij\text{Kelbg}}(0)}{U_{ij\text{Exact}}(0)}$  حسب العبارة

الأصلية لكليج.

### 3.2.2 تفاعل دوتش Deutsch

عبارة كليج معقدة جداً، لذا اقترحت عدة تقريبات و عبارات أبسط أجدى في الاستعمال. إحدى أبسط هذه التقريبات اقترحت من طرف Deutsch، و هي تُستخدم غالباً في المحاكاة العددية MC و من أجل بلازما مكثفة. هذا التفاعل استعمل في الكيمياء الكمية من طرف Kramers و Hellmann، و في نظرية التحليل الكهربائي من طرف Glauber و Juchnovskii. أما في المحاكاة MD فاستعمل من طرف Hansen.

يُعرف كمون دوتش كما يلي [1]:

$$U_{ij\text{Deut}}(r) = \frac{Z_i Z_j e^2}{r} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r}{\lambda_T}\right) \right] \quad (4.2)$$

### 4.2.2 تفاعل W. Ebeling

اقترح W.Ebeling صيغةً أبسط بكثير من صيغة Kelbg، توفر الدقة أيضاً عند النقطة  $r=0$ . قد تكون هذه الصيغة مفيدة لعمليات المحاكاة [1].

يتم تعريف كمون W.Ebeling على النحو التالي:

$$U_{ij}(r) = \begin{cases} \frac{e_i e_j}{\lambda_{T_{ij}}} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma_{ij}} - \frac{r}{\lambda_{T_{ij}}} \right) & \text{if } r < r_1 \\ \frac{e_i e_j}{r} & \text{if } r > r_1 \end{cases} \quad (5.2)$$

حيث:

$$\gamma_{ij} = \frac{U_{ij}^{Kelbg}(0)}{U_{ij}^{Exact}(0)} \quad (6.2)$$

إن اقتراح W. Ebeling بني على أساس كمون Kelbg عند  $r=0$  و كمون كولوم في المالاخاية. رغم أن تفاعل W.Ebeling معرّف بين الإلكترونات، إلا أن W. Ebeling نفسه أقرّ (في مراسلة خاصة) بتعميم تفاعله بين الأيونات أيضاً.

### 1.4.2.2 تحديد $r_1$

المسألة الأساسية في تطبيق تفاعل W.Ebeling لحساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي في البلازما هي إيجاد حدود التأثير الكمومي؛ بمعنى تحديد  $r_1$ . إن المقاربة التي بنيت عليها كل حساباتنا العددية هي على أساس ما اقترحه W.Ebeling من صيغة بسيطة جدا للكمون، تكون دقيقة عند الأبعاد الصفرية، كما أنها قد تكون مفيدة للمحاكاة [1].

حيث تستنبط  $r_1$  من شرط استمرار الكمون. هذا التقريب يقود إلى قوى ضعيفة، تكون محددة عند الأبعاد الصغيرة، و كولومية للأبعاد الأكبر. و حيث تعيننا في هذا المقام مسألة حدود التأثير الكمومي، و الذي لا يظهر إلا عند الأبعاد الصغيرة جدا، فإننا سنعتبر  $r_1$  التي أشار إليها W.Ebeling هي الحد الفاصل بين الفعلين، الكلاسيكي و الكمومي؛ و حيث أن W.Ebeling لم يحدد  $r_1$  فإننا سنسعى إلى البحث عن  $r_1$ ، و ذلك انطلاقاً من اعتبارات W.Ebeling ذاتها [1].

من المعلوم جدا أن الكمون دالة مستمرة دوماً، لذا ينبغي أن تتساوى قيمته على طرفي  $r_1$ ، و يمكننا أن نكتب:

$$\frac{e^2}{\lambda_T} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{r_1}{\lambda_T} \right) = \frac{e^2}{r_1} \quad (7.2)$$

بعد ترتيب حدود المساواة سنحصل على المعادلة التالية:

$$r_1^2 - \lambda_T \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} r_1 + \lambda_T^2 = 0 \quad (8.2)$$

يكون للمعادلة (8.2) حل حقيقي، إذا كان:  $\gamma \leq \frac{\sqrt{\pi}}{2}$  لذا سنأخذ في حساباتنا  $\gamma = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sim 0.88$ ، يقابل ذلك البعد الأدنى الذي يتساوى عنده الكمونان  $r_1 = \lambda_T$ .

### 3.2 دالة الترابط القطرية

نعرف احتمال إيجاد جسيمين (1) و (2) متموضعين عند  $\vec{r}_1$  و  $\vec{r}_2$  في الفضاء بـ  $P_s(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$  [6] حيث:

$$\iint P_s(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 = 1 \quad (9.2)$$

ندخل دالة الترابط القطرية  $g(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  المعرفة في الحجم  $V$  بالعلاقة التالية:

$$g(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = V^{-2} P_s(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (10.2)$$

عندما تكون أحد الجسيمات في مبدأ الإحداثيات تصبح العلاقة (10.2) كما يلي:

$$\frac{1}{V} \int g(\vec{r}) d\vec{r} = 1 \quad (11.2)$$

يمكن التعبير عن دالة الترابط القطرية بين جسيمين بدلالة طاقة التفاعل  $U(r)$  بين هذين الجسيمين كالآتي [6]:

$$g(r) = \text{Exp}\left(-\frac{U(r)}{kT}\right) \quad (12.2)$$

بتعويض علاقة طاقة W. Ebeling (5.2) في العلاقة (12.2) نحصل على صيغة دالة الترابط القطرية بين جسيمين  $i$  و  $j$  كما يلي:

$$g_{W.Ebeling}(r) = \begin{cases} \text{Exp}\left[-\frac{Z_i Z_j e^2}{kT \lambda_T} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{r}{\lambda_T}\right)\right] & \text{if } r < r_1 \\ \text{Exp}\left[-\frac{Z_i Z_j e^2}{kT r}\right] & \text{if } r > r_1 \end{cases} \quad (13.2)$$

لتيسير برمجة علاقة دالة الترابط الزوجية (13.2)، سنسعى للحصول عليها بدون وحدات من خلال الخطوات الموالية، و ذلك بوضع:

$$y = \frac{r}{r_e}, \quad v = \frac{r_e}{\lambda_D}, \quad \frac{1}{\eta} = \frac{r_e}{\lambda_T}$$

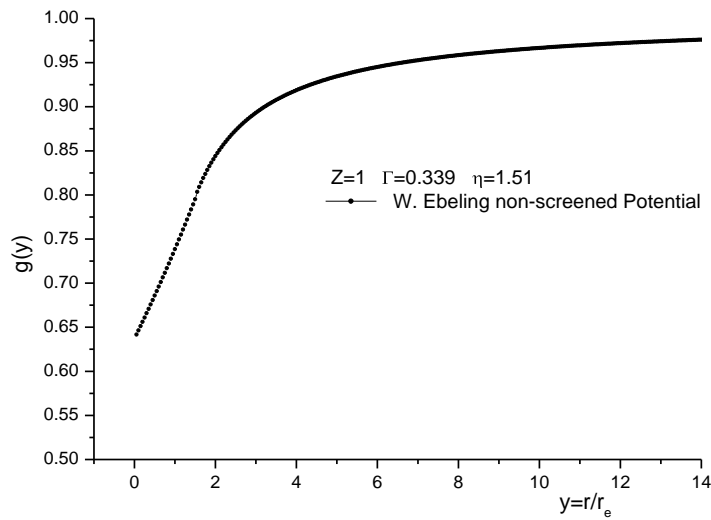
باعتبار بلازما الهيدروجين  $Z = 1$ ، فإن معامل تزاوج البلازما سيكون:  $\Gamma_{ii} = \Gamma_{ee} = \Gamma$  بتعويض المعاملات أعلاه في العلاقة (13.2) نجد:

$$g_{W.Ebeling}(y) = \begin{cases} \text{Exp}\left[-\frac{\Gamma}{\eta} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{y}{\eta}\right)\right] & \text{if } y < y_1 \\ \text{Exp}\left[-\frac{\Gamma}{y}\right] & \text{if } y > y_1 \end{cases} \quad (14.2)$$



## 4.2 نتائج و مناقشات

لقد أجرينا البرمجة بلغة الفورترن للعلاقة (14.2) فحصلنا على المنحنى المبين في الشكل (1.2)



الشكل (1.2): دالة الترابط القطرية لكمون W. Ebeling غير المحجب

من خلال الشكل (1.2) يمكننا ملاحظة أنه:

عندما تؤول المسافات بين الجسيمات إلى الصفر يقل الارتباط و  $g(r)$  تتناقص، بينما لما تؤول المسافات إلى ما لانهاية فإن الارتباط يزداد، و  $g(r) \sim 1$  وهو أمر متوقع. كما نلاحظ أن نسق المنحنى غير شاذ عن منحنيات دوال الارتباط القطرية المعروفة. هذه النتيجة جعلتنا نطمئن أكثر على المقاربة المتبعة، و على كمون إيبيلينغ المستعمل.

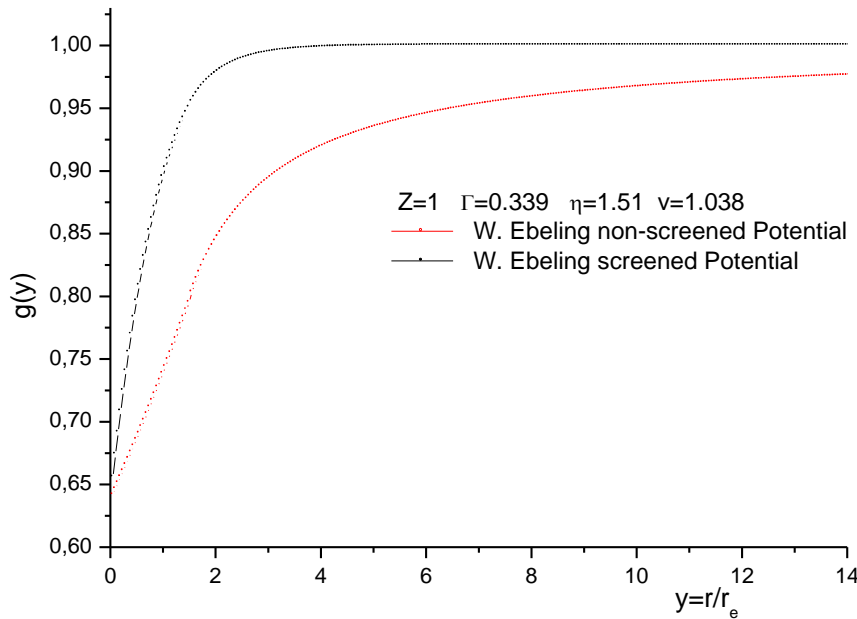
نضيف عامل المحجب لطاقة تفاعل إيبيلينغ (5.2) ثم نعوضها في العلاقة (12.2) لنحصل على صيغة دالة الترابط القطرية كما يلي:

$$g_{\text{Screened W. Ebeling}}(r) = \begin{cases} \text{Exp} \left[ -\frac{Z_i Z_j e^2}{KT \lambda_T} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{r}{\lambda_T} \right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \right] & \text{if } r < r_1 \\ \text{Exp} \left[ -\frac{Z_i Z_j e^2}{KT r} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \right] & \text{if } r > r_1 \end{cases} \quad (15.2)$$

أما صيغة دالة الترابط القطرية باعتبار تفاعل إيبيلينغ المحجب (15.2)، و من دون وحدات فهي:

$$g_{\text{Screened W. Ebeling}}(y) = \begin{cases} \text{Exp} \left[ -\frac{\Gamma}{\eta} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{y}{\eta} \right) e^{-y\nu} \right] & \text{if } y < y_1 \\ \text{Exp} \left[ -\frac{\Gamma}{y} e^{-y\nu} \right] & \text{if } y > y_1 \end{cases} \quad (16.2)$$

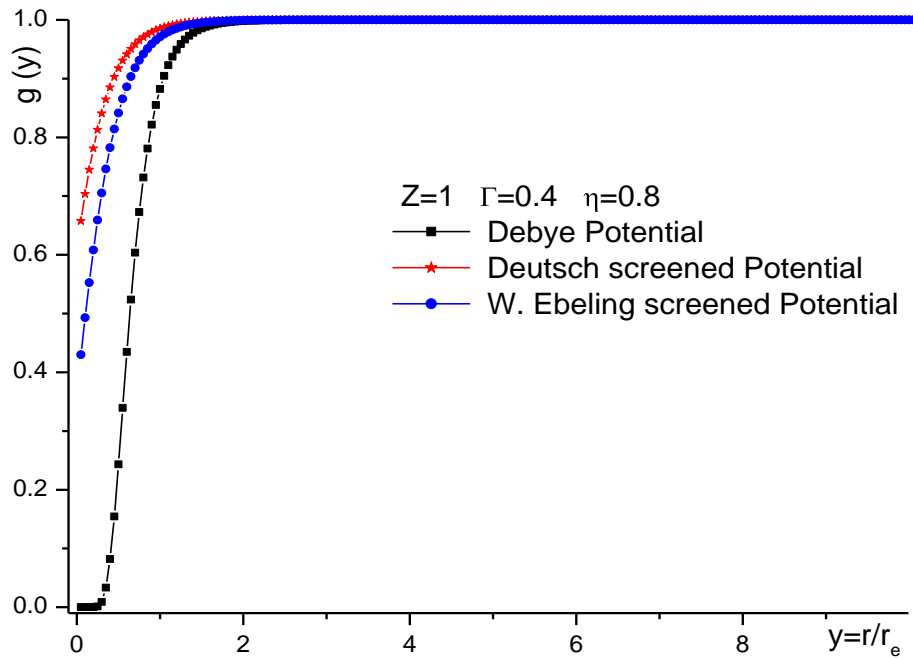
يبين الشكل (2.2) مقارنة بين توزيع دالتي الترابط القطرية لكمون ايبيلين باعتبار الحجب و بدونه.



الشكل (2.2): مقارنة بين دالتي الترابط القطرية لكمون W. Ebeling باعتبار الحجب و من دون الحجب.

نلاحظ بوضوح تباين المنحنيين خاصة عند المسافات الصغيرة و المتوسطة، يُعزى ذلك ربما؛ عندما تتضمن المسألة عامل الحجب فإن قوة التنافر الكهربائية تتناقص بين الجسيمات المتشابهة، مما يؤدي إلى ارتفاع عامل الارتباط لديها (تقاربها أكثر) مقارنة مع نفس الوسط من دون عامل الحجب. نلاحظ كذلك، بازدياد المسافات البينية بين الجسيمات يزداد الارتباط بوجود الحجب بشكل أسرع مما عليه من دون وجود الحجب، و هو ما يمكن إرجاعه للسبب السابق. إن تحليلاً أكثر دقةً و إسهاباً في هذا الباب مطلوب.

أردنا اختبار كمون W. Ebeling مرة أخرى ، فقارنّا نتائجنا التي تحصلنا عليها، مع دوال توزيع الارتباط القطرية لكمون ديبياي و كمون دوتش لبلازما مُؤَلَّفَة من الأيونات  $H^+$ ، عند معامل تزواج واحد هو  $\Gamma=0.4$  و درجة تكميم عالية نسبياً  $\eta=0.8$  ، و هما الوسيطان اللذان يحددان المعطيات الفيزيائية للبلازما بدلا من درجة الحرارة و الكثافة. فكانت النتائج موضحة في الشكل (3.2).



الشكل (3.2): مقارنة بين دوال توزيع الترابط القطرية لكمون إيبيلينغ المحجب، كمون ديبياي و كمون دوتش

يبدو جلياً مدى التشابه بين دوال توزيع الترابط القطرية لكمون دوتش و كمون إيبيلينغ المحجب، إذ كانت لهم الهيئة نفسها و السلوك نفسه، من حيث النسق العام للمنحنيات، و إنزياحهما بشكل واضح عن دالة التوزيع القطرية لكمون ديبياي خاصة عند المسافات الصفرية، يمكن تفسيره عند أخذ التأثيرات الكمومية بعين الاعتبار فإن المسافات الصغيرة جداً لا تحمل و بذلك يزداد احتمال اقتراب الأيونات من بعضها البعض.

مراجع الفصل الثاني

- [1] W. Ebeling, A. Filinov, M. Bonitz, V. Filinov and T. Pohl; "The method of effective potentials in the quantum-statistical theory of plasmas", J. Phys. A: Math. Gen. 39, 4309 (2006).
- [2] B. V. Zelener, G. E. Norman and V. S. Filinov, Teplophys. Vyss. Temp. 12, 267 (1974).
- [3] C. Deutsch, Phys. Lett. A 60, 317 (1977).
- [4] Marc Baus, Jean-Pierre Hansen, "statistical mechanics of simple coulomb systems", Physics Reports (Review Section of Physics Letters), **Vol** 59, N° 1, 1 (1980).
- [5] S. Ichimaru, "Statistical Plasma Physics", **Vol** I: Basic Principles, Addison-Wesley, Tokyo, (1992). page (7-16).
- [6] B. Held, "physique des plasmas froids", Masson, Paris(1994).

## الفصل الثالث

حساب دوال توزيع الحقل الكهربائي

الموضعي في البلازما

## الفصل الثالث: حساب دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي

### في البلازما باستخدام تفاعل W. Ebeling

#### 1.3 مقدمة

تتميز البلازما على السلم المجهري بانحراف ملحوظ عن شروط شبه التعادل و ظهور حقول كهربائية قوية بسبب انفصال الشحنة. تسمى هذه الحقول بالحقول الموضوعية، و هي ضرورية على مستوى السلم المجهري [1].

يؤثر توزيع الحقول الموضوعية على العمليات الأولية في البلازما (التأين، إعادة الترتيب) كما أنها تتحكم في العديد من الظواهر الضوئية [2]. إن معرفة دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي في البلازما عامل مهم جداً في حل و معالجة عديد المسائل في البلازما، خاصة ما تعلق بحساب تعريض، أو إزاحة أو عدم تماثل خطوط الطيف الصادرة عنها. نخص بالذكر توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي عند الأيون أو الذرة المشعة الذي يحدد تعريض ستارك للخطوط الطيفية.

تتضمن مساهمة الحقول الموضوعية في تعريض ستارك مساهمة الحقول الناشئة عن إلكترونات البلازما، و يطلق عليها اسم مركبة الحقل ذات التردد المرتفع، و التي تعالج بنظرية التصادمات. كما تتضمن مساهمة الحقول الناشئة عن أيونات البلازما، و التي تسمى مركبة الحقل ذات التردد المنخفض، و يتم معالجتها غالباً كشيء ساكنة [3-4]

إن الصيغة التحليلية للخط الطيفي تستوجب معرفة دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي الأيوني من الرتبة الأولى، و التي تعني كيفية توزع مقادير الحقل الكهربائي الناشئ عن الأيونات عند موضع المشع، على مجال مستمر من القيم [5]، و هو ما سنتناوله في هذا الفصل. كما تتطلب معرفة دوال توزيع الحقل

الكهربائي من الرتبة الثانية و يُقصد بها دوال توزيع المشتقات الجزئية للحقل الكهربائي الموضعي [6]، و هي محور الفصل القادم.

يتم تضمين تأثير الحقل الكهربائي الموضعي، وهو المعروف بفعل ستارك، في الصيغة الطيفية بترتيب مختلفة التقريب؛ فمن الرتبة الأولى يتم بدوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي، و تؤدي إلى تعريض الخطوط، و أمّا من الرتبة الثانية فيتم بدوال توزيع المشتقات الفضائية للحقل الموضعي، و تؤدي إلى لاتناظر الخطوط الطيفية [7].

تستند طرق حساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي على الحسابات التحليلية، و التي تعتمد على بعض التقريبات حسب النموذج النظري المتبع. كما تستنبط من المحاكاة العددية؛ التحريك الجزئي MD و محاكاة مونتي كارلو MC، و هي الطريقة المعتمدة في حساباتنا العددية و سيتم الحديث عنها بشكل مفصل لاحقاً.

خلال هذا الفصل سنقوم بالحساب العددي، و التحليلي لدوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي في البلازما بتطبيق جهد ايبيلين المحجب.

### 2.3 الجهود السابقة لحساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي:

#### 1.2.3 توزيع Holtsmark:

أول نموذج لحساب دوال توزيع الحق الكهربائي الموضعي في البلازما كان قد قُدم من طرف J. Holtsmark عام 1919، كما كان أول من خاض في تعريض ستارك للخطوط الطيفية في البلازما [8]، إذ افترض أن الأيونات لا تتفاعل فيما بينها، حيث تهيمن الطاقة الحركية على الطاقة الكامنة، و هو ما يكون عند درجات الحرارة الكبيرة جداً، و يقابل ذلك معامل تزاوج ضئيل جداً  $\Gamma \ll 1$ ، أمّا عندما يكون  $\Gamma \sim 0.1$  فإن هذا التقريب يصبح غير دقيق [9].

يعطي توزيع هولتسمارك احتمال إيجاد قيمة معينة للحقل الكهربائي الموضعي  $E$  عند موضع

معطى في بلازما مثالية. يتم تحديد توزيع الحقل الموضعي من خلال محصلة الحقول:  $\vec{E} = \sum_{i=1}^N \frac{e_i}{r_i^3} \vec{r}_i$

الناجمة عن عدد كبير جداً من الشحنات النقطية  $e_i$  عند نقطة حيادية ثابتة داخل حجم  $\Omega$ ، و يتم التعبير عنه كالتالي:

$$P(\beta) = \frac{2\beta}{\pi} \int_0^{\infty} l^* T(1^*) \sin(\beta l^*) dl^* \quad (1.3)$$

حيث:  $T(I^*)$  هي تحويل فوري،  $\beta = E/E_0$ ،  $l^* = l E_0$ ،  $E_0 = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r_a^2}$  و  $r_a$  هي المسافة المتوسطة بين الجسيمات.

بفرض أن توزيع الشحنات عشوائي تماماً يكون:

$$T(I^*) = \exp\left(-l^{*3/2}\right) \quad (2.3)$$

لقد أصبح هذا النموذج فيما بعد يُتخذ نهاية تنتهي إليها جميع النماذج الأخرى، عند شروط الحرارة العالية و (أو) الكثافة الضئيلة.

### 2.2.3 توزيع Ecker-Muller

تم إدخال مفهوم الحجب الإلكتروني في توزيع Ecker-Muller، حيث يفترض أن كمون أيون البلازما محجوب بالكثافة، و يخضع لقانون ديبي مع إهمال تفاعل الأيونات فيما بينها. يعتبر هذا التوزيع صالحاً فقط إذا كانت البلازما ضعيفة التزاوج. يكمن الاختلاف بين توزيع Hotsmark، و توزيع Ecker-Muller في تعبير هذا الأخير عن الحقل الكهربائي لأيونات البلازما بواسطة حقل ديبي كما يلي [5]:

$$\vec{E} = Z_p e \left(1 + \frac{r}{\lambda_D}\right) \exp\left(\frac{-r}{\lambda_D}\right) \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (3.3)$$

$\vec{r}$ : شعاع الموضع الممتد من الأيون إلى المشع

كما وُصف الحجب الإلكتروني بالجهد الفعال Yukawa المدخل من طرف Hoffman، و Theimer، و هو شبيهٌ بجهد Debye.

### 3.2.3 توزيع M.Baranger و B.Mozer

عندما تكون  $\Gamma \sim 1$  أي البلازما مترابطة، فإنه غيرٌ ممكن إهمال التزاوجات بين جسيماتها. لقد طُوِّرت عدة تقريبات لأخذ هذه الترابطات بعين الاعتبار. تركزت جهود العديد من الباحثين على إدخال التأثيرات الجماعية في نظرية دوال توزيع الحقول الموضوعية. لعل M.Baranger و B.Mozer هما أول من أحرزا تقدماً ملحوظاً في هذا المجال. قام كل منهما بكتابة توزيعات مركبتي الحقل الموضوعي المنخفضة، و العالية التردد كنشر يتعلق بدوال الارتباط، لكن هذا التقريب يعتبر صالحاً فقط لبلازما ذات درجة حرارة عالية و كثافة منخفضة [9].

### 4.2.3 نموذج الجسيم المستقل

لقد كان M.lewis و H.Margenau أول من اقترحا نموذج الجسيم المستقل عام 1958، و هو ينطلق من اعتبار التفاعلات مركزيةً فقط (تفاعلات الأيونات فيما بينها مهمة و غير مهمة)، و تخضع



لجهد كولوم. الاختلاف بين نموذج الجسيم المستقل و نموذج (B-M) يكمن في اختيار كمون التفاعل؛ في حين يكون الكمون عاريا (تفاعل كولوم) في نموذج (H-M) بينما يُعتبر محجوبا وفقا لنظرية P.Debye - E.Hckel في النموذج السابق.

بعد ذلك كانت مساهمات Hooper عام 1966 بنموذج تقريب الإحداثيات الجماعية، و هو يُدخل بعين الاعتبار كل التفاعلات [5].

### 5.2.3 التقريب الأسي ذو المعامل القابل للتكيف (APEX)

APEX هي النظرية الأولى التي أعطت نتائج عددية موثوق بها لبلازما شديدة التزاوج. تعتمد هذه التقنية على الصيغة التي قدمها Iglesias [10,11]؛ عبر Iglesias عن المعادلة المميزة  $T(l)$  بدلالة دوال الارتباط الزوجي  $g(r, \lambda)$  بدلا من دوال الارتباط للعديد من الجسيمات كما استخدمت في الأعمال التي قبله.

$$\ln T(l) = n \int_0^\infty d\lambda \int_0^\infty \phi(r) [g(r; \lambda) - 1] dr \quad (4.3)$$

### 6.2.3 أعمال S.P. Sadykova and W. Ebeling et al

قامت Sadykova و رفقتها بحساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي في بلازما ذات مركب واحد؛  $n = n_e$  باستخدام طريقة تكامل المعادلة (Integral-equation method) المقترحة من قبل Iglesias. كما عالجت مسألة بلازما بمركبتين؛  $n = n_e + n_i = 2n_e$  باستخدام تقنية تكامل معامل التزاوج (The coupling-Parameter integration technique) المقترحة من قبل Ortner et al [14-12]، لإدخال الترابط بين الأنظمة الفرعية إلكترون-أيون. لقد أخذت التأثيرات الكمومية و فعل الحجب بعين الاعتبار من خلال استخدام كمون كلبج المحجب التالي:

$$\Phi_{ab}(r) = \frac{e_a e_b}{4\pi\epsilon_0} \tilde{\Phi}(r) \quad (5.3)$$

حيث:

$$\tilde{\Phi}(r) = \frac{1}{2\pi^2 r} \int_0^\infty \frac{4\pi k \tilde{F}(k) \sin(kr)}{4\pi + \chi^2 \tilde{F}(k)} dk \quad (6.3)$$

مع:

$$\tilde{F}(k) = \frac{8\pi}{k^3 \lambda_{ab}} \exp(-\lambda_{ab}^2 k^2 / 4) \int_0^{k \lambda_{ab} / 2} \exp(t^2) dt \quad (7.3)$$

$$\chi = \frac{1}{r_D^2} = \sum_a \frac{n_a e_a^2}{\epsilon_0 k_B T} ; a = e, i \quad (8.3)$$

$\tilde{F}(k)$  هي تحويل فوريي لكمون كلبج، بينما  $r_D$  نصف قطر ديبياي.

كما قام الفريق بحساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي لبلازما بمركبتين باستخدام محاكاة الديناميكا الجزيئية MD عند درجة حرارة ثابتة و معاملات تزواج مختلفة  $0.2 \leq \Gamma \leq 1.2$  باستخدام كمون كلبج و كمون كلبج المصحح ذو الصيغة التالية [2]:

$$U_{ab}(r) = \frac{e_a e_b}{4\pi\epsilon_0} F(r) - K_B T \tilde{A}_{ab}(\zeta_{ab}) \exp\left(-\left(r/\lambda_{ab}\right)^2\right) \quad (9.3)$$

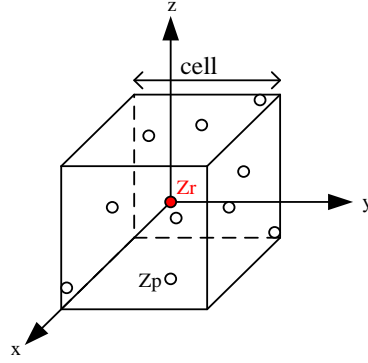
### 3.3 الحساب العددي لدالة توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي

#### 1.3.3 وصف الجملة الفيزيائية

لمعالجة مركبة الحقل الكهربائي الموضوعي ذات التردد المنخفض نعتبر البلازما المدروسة مجموعة أيونات نقطية مغمورة في خلفية متجانسة و مُعَادِلَة كهربائيا، تشغل حجما محدودا، و لها درجة حرارة مطلقة محددة. تتفاعل هذه الأيونات فيما بينها متأثرة بفعل الحجب و الأفعال الكمومية فيما بينها من خلال جهد W. Ebeling المحجب. يُفترض أيضا أن البلازما متوازنة حراريا و متعادلة ماكروسكوبيا. تتعلق دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي الأيوني لبلازما ذات مركب واحد بالتفاعل بين الأيون المشع و الأيونات الأخرى المحدثه للاضطراب من جهة (تفاعلات مركزية)، و بتفاعل الأيونات المحدثه للاضطراب فيما بينها (تفاعلات لا مركزية) من جهة أخرى.

#### 2.3.3 وصف برنامج حساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي

قمنا بإنشاء برنامج بلغة الفورترن يحسب دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي لبلازما ذات شروط فيزيائية محددة، مستخدمين في ذلك المحاكاة العددية مونت كارلو MC. تُوزع الأيونات عشوائيا داخلية مكعبة كما بالشكل (1.3)؛ إذ أن كل المواضع داخلها متساوية الإحتمال. يُحدّد ضلع الخلية بالمعطيات الفيزيائية، و هي: الشحنة الأيونية و الكثافة الإلكترونية و درجة الحرارة، و كذا بالمعطيات العددية التي يُزوّد بها البرنامج، أما مركز الخلية فبه أيون. يُختار عدد الأيونات في الخلية بشكل مناسب، يجعل التفاعل لا يمتد إلى الخلايا المجاورة.



الشكل (1.3): خلية المحاكاة المكعبة

### 3.3.3 المحاكاة العددية بطريقة مونتي كارلو

تعتبر تقنية مونتي كارلو أداة جيدة لحل المسائل الصعبة والمعقدة، و التي تستغرق وقتنا طويلا؛ كالتكاملات متعددة الأبعاد (حساب دوال الارتباط و توزيعات الحقول الموضوعية،..) فهي أداة قوية و مرنة الاستعمال كونها لا تحوي معادلات تفاضلية يتوجب حلها [5,15].

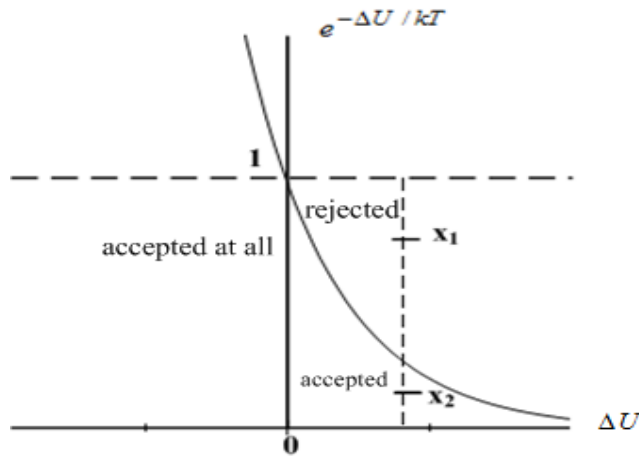
إن الفكرة الأساسية لطريقة مونتي كارلو لحساب متوسط المقدار الفيزيائي  $A$ ، هي توليد عدد كبير من الهياكل العشوائية لعدد محدود من الجسيمات، داخل خلية لها شكل يناسب الظاهرة المدروسة، و التي تعتبر كوحدة عنصرية من محيط البلازما. بعدها يتم حساب طاقة التفاعل لكل الهياكل [16] مع تضمين خوارزمية Metropolis [4]، و التي تستند إلى طريقة الاختيار الأفضل للعينات.

يمكننا تلخيص الخطوات الأساسية لطريقة مونتي كارلو كالاتي:

- 1- اختيار خلية المحاكاة بشكل يناسب الظاهرة المدروسة.
- 2- تُوزع الأيونات داخل الخلية توزيعا عشوائيا، ثم تحسب طاقة التفاعل للنظام (الطاقة الكامنة للجلمة بهذه الهيئة)، و نعتبرها  $U_{old}$ .
- 3- توليد هيئة عشوائية جديدة للنظام، ثم تحسب طاقة التفاعل لهذه الهيئة  $U_{new}$ .
- 4- إذا كانت  $\Delta U = U_{new} - U_{old} \leq 0$  فإن الهيئة الجديدة تقبل؛ لأن هناك توجه نحو الطاقات الدنيا. و يتم الاحتفاظ بها؛ بعدها يتم الرجوع للخطوة (3) لتوليد هيئة جديدة.
- 5- أما إذا كانت  $\Delta U > 0$ ، أي أن طاقة الهيئة الجديدة أكبر من طاقة الهيئة القديمة، فالانتقال مقبول وفق الشرط التالي: يُقارن معامل بولترمان  $e^{-\Delta U / kT}$  المتعلق بهذا الانتقال مع عدد عشوائي  $x$   $0 < x < 1$ ، فإذا كان هذا المعامل أكبر من العدد العشوائي، فالهيئة الجديدة مقبولة و إلا فالانتقال مرفوض و تبقى

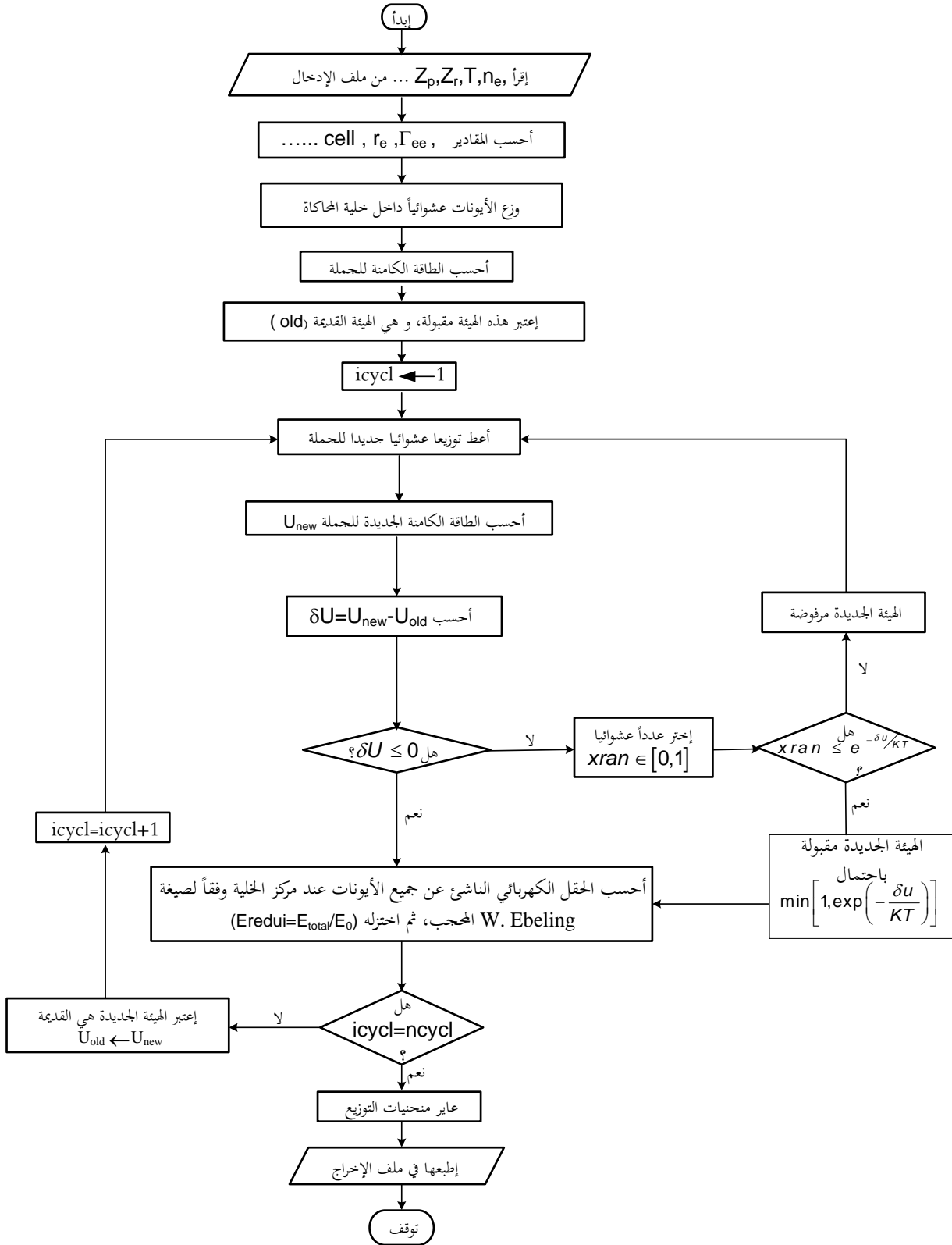
الجملة في حالتها الابتدائية ثم العودة إلى الخطوة (3) وهكذا... ، و هو ما يدعو إلى قبول أيّ تغيير في الجملة باحتمال هو أصغر القيمتين 1 أو  $e^{-\Delta U / kT}$  ، مثلما يُوضحه الشكل (2.3).  
 6- أخيراً يتم حساب القيمة المطلوبة، بإجراء متوسط إحصائي لها على كل الهياكل المقبولة على النحو التالي [17،16،4]:

$$\langle A \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N A(i) \exp(-\beta u(i))}{\sum_{i=1}^N \exp(-\beta u(i))} \quad (10.3)$$



الشكل (2.3): اختيار الهياكل وفق معيار Metropolis

الشكل (3.3) يبين مخطط انسياب خوارزمية حساب دوال التوزيع باستخدام طريقة مونتج كارلو، حيث:  
 $npart$  عدد الأيونات في خلية المحاكاة.  
 $\Gamma_{ee}$  معامل التزاوج إلكترون-إلكترون.  
 $Z_p$  شحنة الأيون المسبب للاضطراب، بينما  $Z_r$  شحنة الأيون المشع.  
 cell طول ضلع خلية المحاكاة.



الشكل (3.3) مخطط انسياب خوارزمية حساب دوال التوزيع باستخدام طريقة مونت كارلو

### 4.3.3 مركبات الحقل الكهربائي الموضعي باستخدام كمون W. Ebeling من أجل الحساب العددي MC

تُعطى الطاقة الكامنة للتفاعل بين الأيونين  $i$  و  $j$  وفقاً لصيغة W. Ebeling بـ :

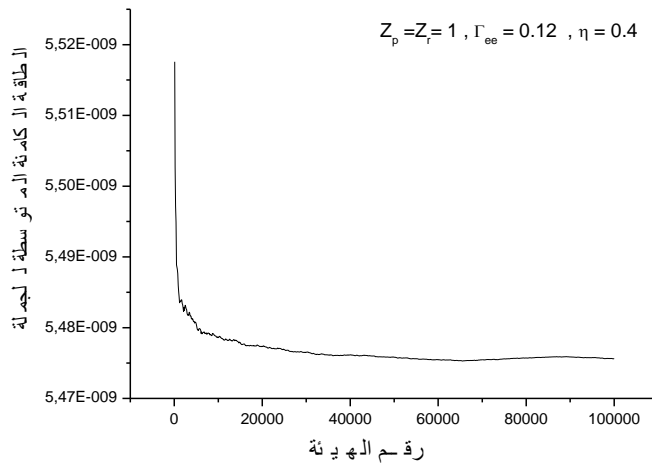
$$U_{ij \text{ w. Ebeling}}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) = \begin{cases} \frac{Z_i Z_j e^2}{\lambda_T} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma_{ij}} - \frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}{\lambda_T} \right) & \text{if } r < r_1 \\ \frac{e_i e_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} & \text{if } r > r_1 \end{cases} \quad (11.3)$$

الحقل الكهربائي الناشئ عن أحد الأيونات عند موضع المشع، و هو معتبرٌ عند مبدأ الإحداثيات، هو:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{npart} \vec{E}_i = \begin{cases} \sum_{i=1}^{npart} \frac{Z_p e}{\lambda_T^2} \frac{\vec{r}_{i0}}{r_{i0}} & \text{if } r_{i0} < r_1 \\ \sum_{i=1}^{npart} \frac{Z_p e}{r_{i0}^3} \vec{r}_{i0} & \text{if } r_{i0} > r_1 \end{cases} \quad (12.3)$$

$r_{i0}$  المسافة بين الأيون المضطرب  $i^{th}$  و مركز خلية المحاكاة.

لقد أنجزنا برنامجاً بلغة الفورترن، يعتمد على المحاكاة العددية مونت كارلو وفقاً للخوارزمية الموضحة في الشكل (3.3)، حيث لا يُبدأ بحساب دوال توزيع الحقل إلا بعد مرور الحملة بعدة آلاف من الهيئات، بعد أن تكون قد اقتربت من مرحلة الاتزان الترموديناميكي، مثلما يوضح الشكل (4.3)، ثم تُوزَّع على سلم المقادير الممكنة لها.



الشكل (4.3): تناقص الطاقة الكامنة للحملة بتزايد عدد الهيئات.

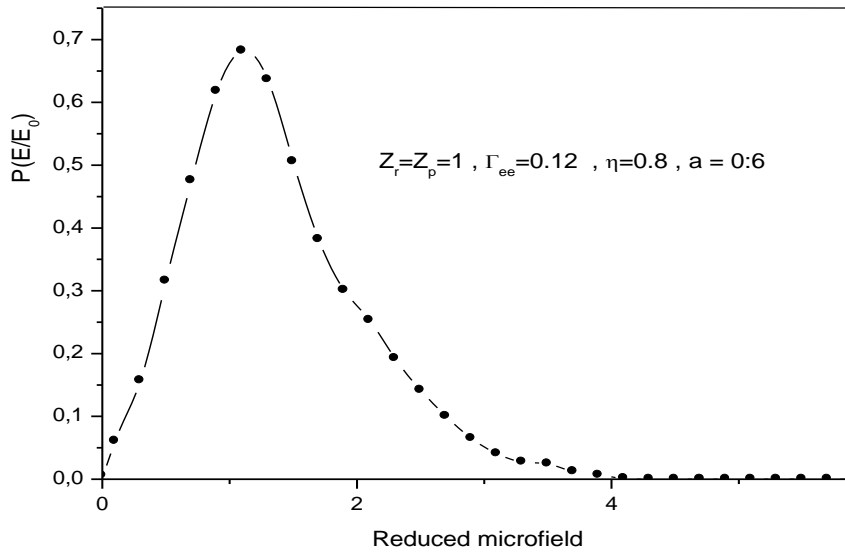
## 4.3 نتائج و مقارنات

فيما يأتي بعض التوزيعات المتحصل عليها باستخدام كموون إيبيلينغ عند شروط مختلفة لمعامل التزاوج و درجة التكميم، و من ثم مقارنتها مع أعمال أخرى.

## 1.4.3 دالة توزيع الحقل الكهربائي لكمون إيبيلينغ غير المحجوب

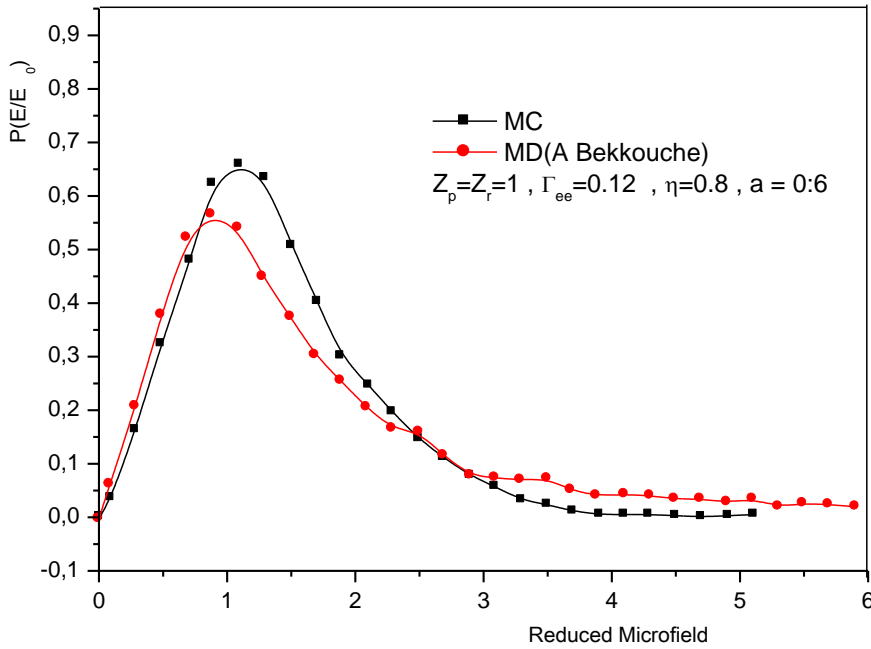
باستخدام تفاعل W. Ebeling تم الحصول على دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي في بلازما الهيدروجين، باستخدام المحاكاة العددية مونتي كارلو كما يوضحه الشكل (5.3)، عند معامل تزاوج  $\Gamma_{ee} = 0.12$  و درجة تكميم  $\eta = 0.8$ ؛ و هما الوسيطان اللذان يحددان المعطيات الفيزيائية للبلازما بدلا من درجة الحرارة و الكثافة.

حيث:  $a = \frac{r_e}{\lambda_D}$ ، بينما  $E_0 = e/r_e^2$  تمثل وحدة الحقول الكهربائية.



الشكل(5.3): دالة توزيع الحقل الكهربائي باعتبار تفاعل إيبيلينغ بدون حجب

إن طريقة MC بسيطة نسبيا؛ ذلك أنها تتجنب الغوص في تفاصيل المعادلات التفاضلية للحركة، بينما طريقة MD أكثر وثوقا؛ فهي تتبّع كل تفاصيل المسارات التي تسلكها الجسيمات أثناء تفاعلاتها المتبادلة، و المتسلسلة. قمنا بمقارنة دالة توزيع الحقل المحصل عليها في الشكل (5.3) بدلالة توزيع الحقل الكهربائي باستخدام الديناميكا الجزيئية (عمل بكوش عبد الله) فكانت النتائج ممثلة بالشكل (6.3).



الشكل (6.3): مقارنة بين دوال توزيع الحقل الكهربائي محسوبة بـ MC و MD ، باعتبار كمون إيلينغ غير المحجب

يبدو التقارب واضحاً بين المنحنيين من حيث الهيئة العامّة، و أنّهما يسارعان بالاضمحلال جهة الحقول الكبيرة، أمّا ما يظهر من تباين للتنتائج فيمكن رده إلى اختلاف طريقة الحساب فيما بينهما. بالمقارنة مع منحنى MD يمكن القول أن طريقة MC موثوق بها، و يمكن اعتمادها لحساب مقادير فيزيائية أخرى.

### 2.4.3 دالة توزيع الحقل الكهربائي لكمون W. Ebeling بتضمين الحجب

باعتبار أيونات البلازما ساكنة فإن الإلكترونات تشكل سحباً شحنية حول الأيونات تحجب الشحنة الأيونية عند بعد يساوي تقريباً بضع أمثال من طول ديبي [18]. لذا قمنا بتضمين هذا الفعل في كمون W. Ebeling، و افترضنا أن كل أيون يحدث للإضطراب ذو شحنة فعلية  $Z_{pe}$  يتفاعل مع أيون مركزي (مشع) ذي شحنة  $Z_r e$ . كما أخذنا تفاعل الأيونات المحدثّة للاضطراب فيما بينها بعين الاعتبار.

وفقاً لذلك تُعطى طاقة تفاعل إيلينغ المحجب بين الأيونين  $i$  و  $j$  بـ :



$$U_{W.Ebeling}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) = \begin{cases} \frac{Z_i Z_j e^2}{\lambda_T} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma_{ij}} - \frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}{\lambda_T} \right) e^{-\frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}{\lambda_D}} & \text{if } |\vec{r}_i - \vec{r}_j| < r_1 \\ \frac{Z_i Z_j e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} e^{-\frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}{\lambda_D}} & \text{if } |\vec{r}_i - \vec{r}_j| > r_1 \end{cases} \quad (13.3)$$

حيث  $\vec{r}_i$  شعاع الموضع للأيون  $i$

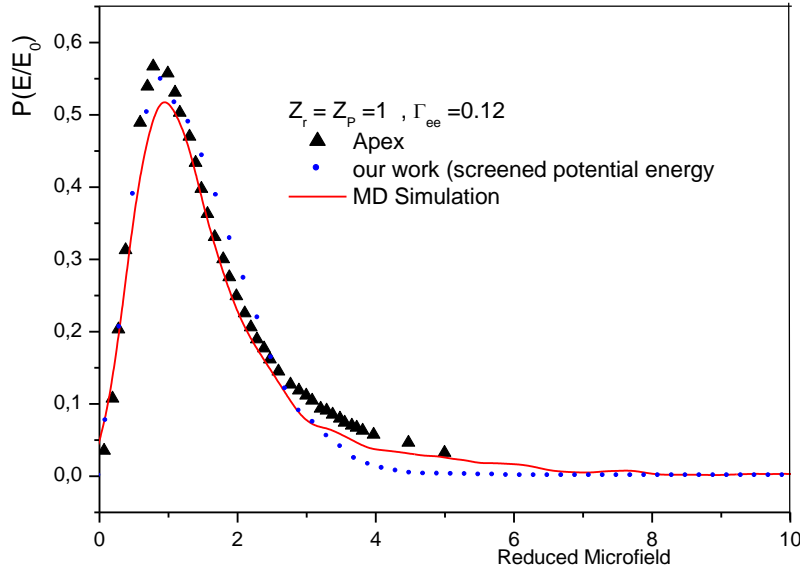
بناءً على العلاقة (13.3) فإن الحقل الكهربائي الناشئ عن الأيونات عند موضع المشع، و هو معتبر عند مبدأ الإحداثيات، سيكون:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{npart} \vec{E}_i = \begin{cases} \sum_{i=1}^{npart} \frac{Z_p e}{\lambda_T} e^{-\frac{r_{i0}}{\lambda_D}} \left( \frac{1}{\lambda_T} + \frac{1}{\lambda_D} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma_{ij}} - \frac{r_{i0}}{\lambda_T} \right) \right) \vec{r}_{i0} & \text{if } r_{i0} < r_1 \\ \sum_{i=1}^{npart} Z_p e \left( 1 + \frac{r_{i0}}{\lambda_D} \right) e^{-\frac{r_{i0}}{\lambda_D}} \frac{\vec{r}_{i0}}{r_{i0}^3} & \text{if } r_{i0} > r_1 \end{cases} \quad (14.3)$$

حيث  $\vec{r}_{i0}$  شعاع الموضع الممتد من الأيون إلى المبدأ.

يبين الشكل (7.3) مقارنة بين دوال توزيع الحقل باعتماد ثلاثة طرق، APEX، كمون W.Ebeling المحجب باستخدام MC و MD، عند معامل تزواج ضعيف  $\Gamma_{ee} = 0.12$  و درجة تكميم

$$\eta = 0.8$$



الشكل (7.3) مقارنة بين دوال توزيع الحقل باعتماد ثلاث طرق، APEX، كمون W.Ebeling المحجب باستخدام MC و MD.

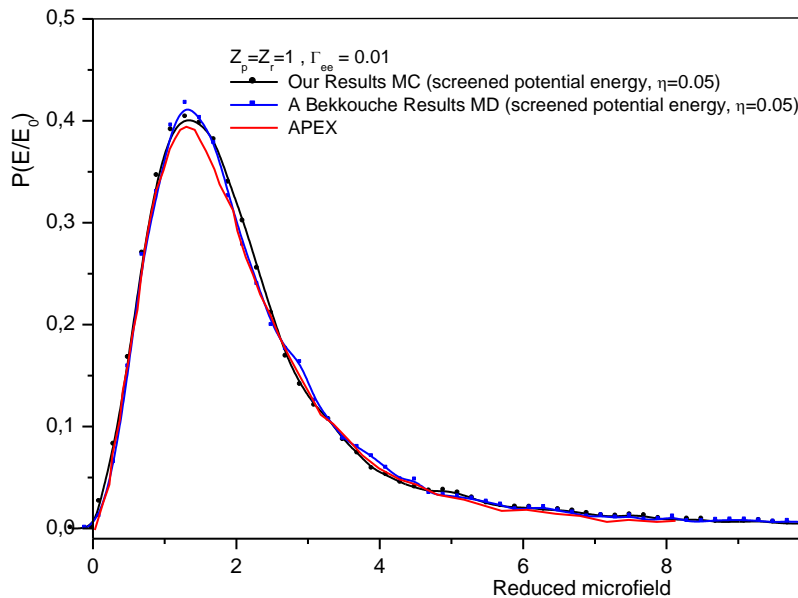
فيما يتعلق بالشكل العام للتوزيعات يُظهر الشكل (7.3) تقارباً واضحاً، خاصة بين توزيعي كمون ايبيلين المحجب باستخدام MC و MD أكثر مما هو عليه في الشكل (6.3) من دون حجب، كما يمكن ملاحظة أن قيمة الحقل الأكثر احتمالاً ثابتة في الحالات السابقة.

يقلل فعل الشاشة (الحجب) لكمون W. Ebeling من تأثير الأيونات على بعضها البعض، لذلك فإن احتمال وجود حقول موضعية قوية يتناقص، كما أنه يقترب من التوزيع المعطى بواسطة الديناميكا الجزئية. بالإضافة إلى ذلك، نلاحظ أن تأثير الحجب أيضاً يزيح القيمة الأكثر احتمالاً للحقل نحو القيمة التي قدمتها MD

يمكن تبرير التباين عن نموذج APEX بسبب التأثيرات الكمية التي أخذناها بعين الاعتبار أثناء عمليات المحاكاة لدينا؛ فالبلازما المدروسة لها طبيعة كمومية ( $\eta = 0.8$ )، في حين لم يأخذ APEX ذلك بعين الاعتبار.

### 3.4.3 مقارنة بين عملنا و عمل APEX

APEX هو اختصار لـ "التقريب الآسي للمعامل القابل للتكييف"، و الذي تم تطويره بواسطة Iglesias et al [19]. لبلازما ضعيفة التزاوج  $\Gamma_{ee} = 0.01$  كان توزيع الحقل الكهربائي الشكل (8.3) جيداً، حيث قارنا نتائجنا بنتائج Iglesias et al [20]، حيث يُلاحظ انسجام تام بين التوزيعين.



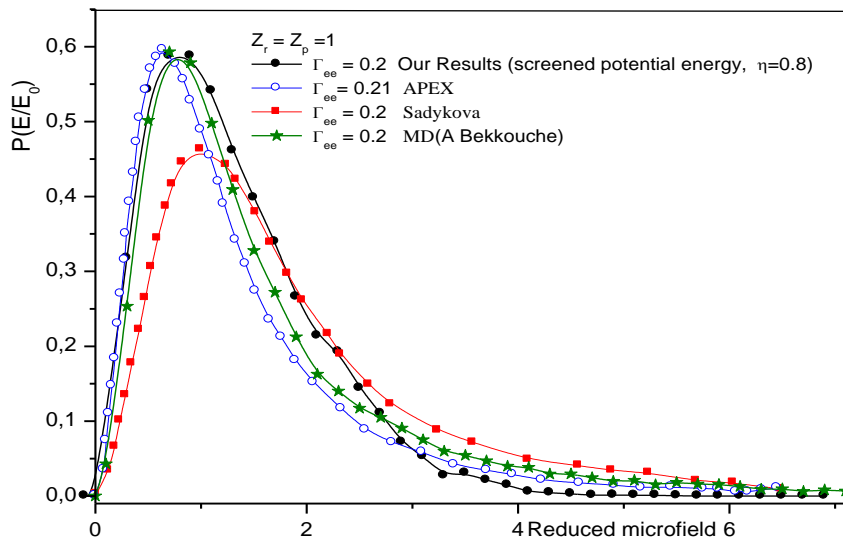
الشكل (8.3): مقارنة بين نتائجنا بـ MC و MD مع APEX عند بلازما ذات ترابط و درجة تكميم ضعيفة

على الرغم من أننا أخذنا في الشكل (8.3) بعين الاعتبار الأفعال الكمية في الحساب، إلا أن نتائجنا تطابقت مع تلك الكلاسيكية التي أجراها APEX، عند الشروط الفيزيائية نفسها دون اعتبارات كمية. يمكن تبرير التوافق السابق كما يلي: لظروف البلازما المدروسة حيث معامل تزواج البلازما ضعيف ( $\Gamma = 0.01$ ) و درجة التكميم ضعيفة أيضاً ( $\eta = 0.05 \ll 1$ ) (يوافق ذلك طاقة حركية عالية) يمكن دراسة البلازما كلاسيكياً، وإهمال الأفعال الكمية. كل ذلك يدل على سلامة النموذج الذي تبنيناه و الحساب الذي أجريناه.

من جهة أخرى فإنه بالرغم من أخذ الاعتبارات الكمية في الحسبان إلا أن تأثيراتها لم تظهر في نتائج حساباتنا إلا عندما ازدادت درجة تكميم البلازما؛ فلقد انزاح توزيع الحقل عندما اقتربت درجة التكميم من الواحد ( $\eta = 0.8$ ) حيث معامل التزواج  $\Gamma = 0.2$ ، (الشكل (9.3))، بينما عند APEX حصل فقط انزياح التوزيعات نحو اليسار، إذ لم تؤخذ الأفعال الكمية في الحسبان، و هو ما كان متوقعاً.

#### 4.4.3 المقارنة مع عمل Sadykova

لقد حسبنا دوال توزيع الحقول الكهربائية الموضوعية الأيونية في البلازما باستخدام محاكاة مونت كارلو MC، مع الأخذ بعين الاعتبار التأثيرات الكمومية في المسافات البينية الأيونية القصيرة. للمقارنة اخترنا عمل Sadykova و W. Ebeling [19]، عند نفس معامل التزواج كما يوضحه الشكل (9.3)



الشكل (9.3): مقارنة بين أربع طرق: APEX، نموذج Sadykova، و عملنا بطريقتي (MD، MC) باعتبار كمول

W. Ebeling المحجب

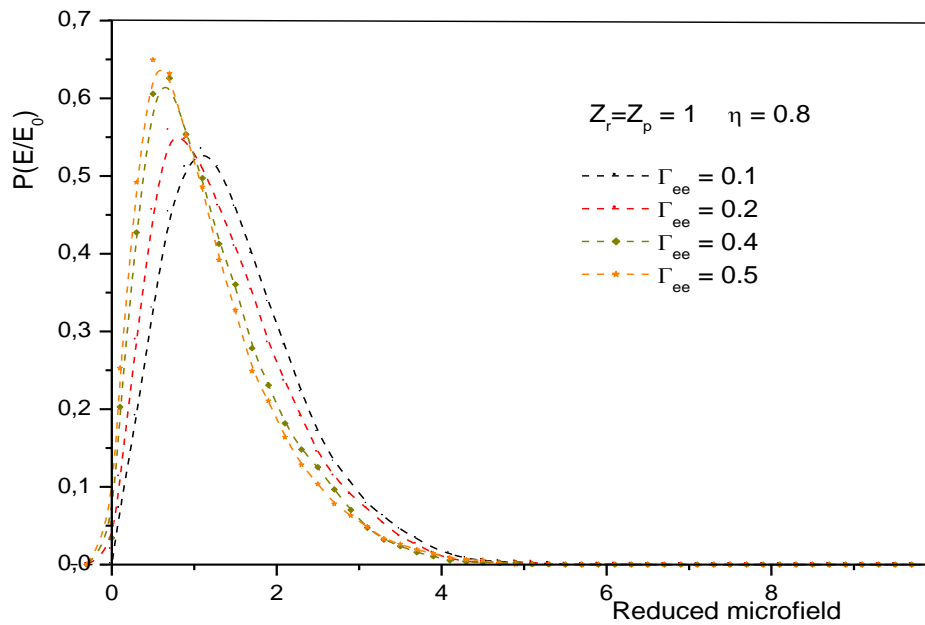
من الواضح جداً مدى التقارب بين توزيعي الدوال المحسوبة بطريقتي MD و MC، بينما كانا مختلفين تماماً عن توزيع Sadykova. يمكن تبرير هذا الاختلاف بنوع الجهد المستخدم؛ استخدمنا جهد

إبيلينغ و حسبنا مركبة الحقل منخفضة التردد، بينما استخدمت ساديكوف و الآخرون كمون G. Kelbg المحجب و حسبت مركبة الحقل عالية التردد، من ناحية أخرى استخدمنا المحاكاة العددية MC، بينما حسبت Sadykova et al دالة التوزيع بشكل تحليلي.

### 5.4.3 سلوك دوال توزيع الحقل الموضعي

بغرض فحص سلوك دوال توزيع الحقول الموضعية، قمنا بتغيير مختلف المعاملات بشكل منفصل؛ (معامل التزاوج، درجة التكميم، نوع البلازما).

النتائج المتحصل عليها تم تلخيصها في الأشكال (10.3)، (11.3) و (12.3).



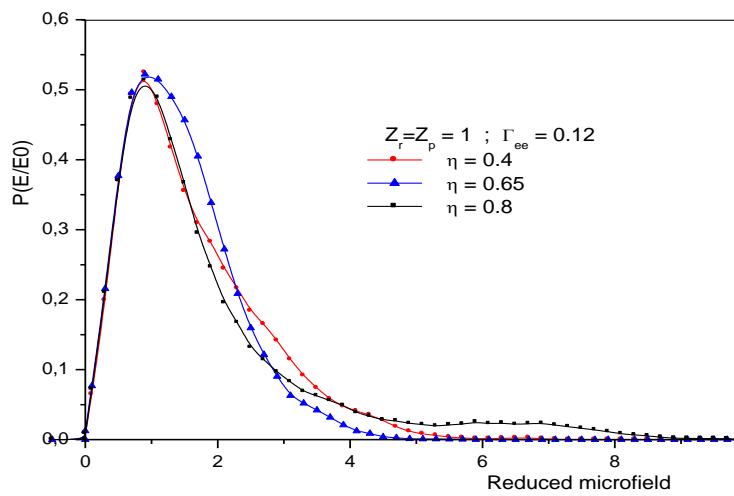
الشكل (10.3): توزيع الحقل الكهربائي محسوبة ب MC عند معاملات تزاوج مختلفة

يتضح من الشكل (10.3) أنه مع زيادة معامل التزاوج تتسارع دوال توزيع الحقل الموضعي بالأضمحلال جهة اليمين، و تنزاح قمة التوزيع نحو الحقول الضعيفة (كما يوضحه الجدول 3.1)، و يضيق عرضها و تزداد قيمتها القصوى (مما يضمن تنظيم التوزيع). يمكن تفسير ذلك على النحو التالي: مع زيادة معامل التزاوج في البلازما، يميل النظام إلى الحالة الصلبة؛ إذن لا توجد تصادمات مفاجئة بين الأيونات؛ و بالتالي لا توجد حقول موضعية قوية هناك. لذلك من المرجح أن يكون لدينا حقول موضعية ضعيفة.

الجدول 3.1: قيم الحقل الأكثر احتمالا لمقادير مختلفة لمعامل التزاوج، و درجة تكميم ثابتة  $\eta = 0.8$

0.5	0.4	0.2	0.1	معامل التزاوج $\Gamma_{ee}$
0.71	0.77	0.92	1.1	قيمة الحقل الاكثر احتمالا ( $E_{prob}$ in $E_0$ unit)

بالنسبة إلى ثبات معامل التزاوج  $\Gamma_{ee} = 0.12$  و تغيير درجة التكميم، ستكون دوال توزيع الحقول كما في الشكل (11.3).



الشكل (11.3): دوال التوزيع عند درجات تكميم مختلفة

من خلال الشكل (11.3) يمكننا تسجيل الملاحظات التالية:

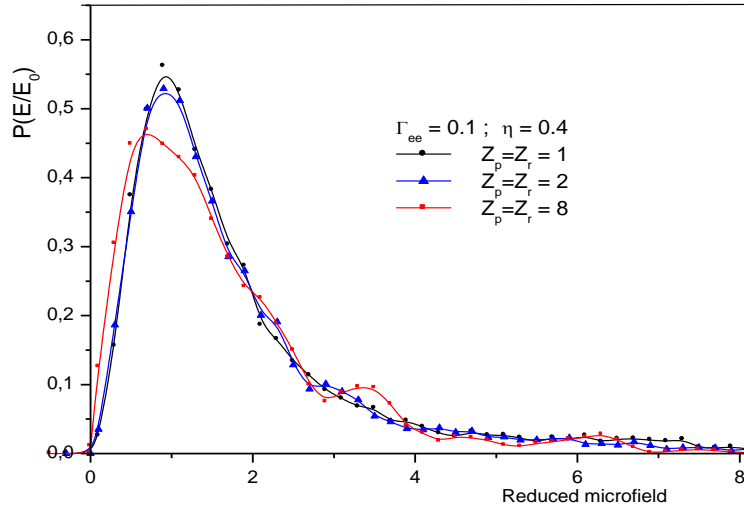
مع تغيير درجة التكميم يلاحظ ثبات قيمة الحقل الأكثر احتمالا، و من هذا المنطلق فإن الحقل الأكثر احتمالا يتعلق بمعامل التزاوج لا بدرجة التكميم.

كلما إزدادت درجة التكميم:

قل عرض التوزيع وأسرعت بإضمحلال جهة الحقول الكبيرة.

قمنا كذلك بتفحص دوال توزيع الحقل الكهربائي عندما تتغير الشحنة الأيونية للبلازما، مع إبقاء

كل من معامل التزاوج و درجة التكميم ثابتتين، فكانت الدوال الممثلة بالشكل (12.3).



الشكل (12.3): دوال توزيع الحقل الموضعي لأنواع مختلفة من البلازما

يبدو جلياً من الشكل (12.3)، اتساع و انخفاض قمة توزيع دوال الحقل و انزياحها جهة الحقول الضعيفة كلما ارتفع العدد الذري  $Z$ . يُعزى ذلك ربما: عندما تزداد الشحنة الفعلية  $Z$ ، تزداد قوة التنافر بين الأيونات أيضاً، مما يجعل المسافة بين الأيونات أكبر؛ و من ثم فإن احتمال وجود حقل ضعيف معين سيكون أقل.

### 5.3 الحساب التحليلي لدالة توزيع الحقل

المقدار الفيزيائي الذي سنهتم به هو الحقل الكهربائي الموضعي الأيوني، و هو ناشئ عن أيونات البلازما. نفترض أن كل أيون يحدث للإضطراب ذو شحنة فعلية  $Zpe$  يتفاعل مع أيون مركزي (مشع) ذي شحنة  $Z_r e$ .

تُعرّف دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضعي على أنها كثافة الاحتمال لإيجاد حقل كهربائي له قيمة محددة عند موضع ما.

إن احتمال وجود شعاع حقل كهربائي  $\vec{E}$  يساوي  $\vec{\epsilon}$  عند المبدأ، سواء أكان مشحوناً أم لا، هو  $Q(\vec{\epsilon})d\vec{\epsilon}$  [4]، حيث:  $\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$  المحصلة الشعاعية للحقول الكهربائية الناشئة عن جميع الأيونات عند موضع الأيون المشع.

إذا اعتبرنا أن النظام يُوصف بالميكانيك الإحصائي الكلاسيكي فإن  $Q(\vec{\epsilon})$  تكتب كما يلي:

$$Q(\vec{\epsilon}) = \langle \delta(\vec{\epsilon} - \vec{E}) \rangle \quad (15.3)$$

القيمة الوسطى لدالة توزيع ديراك  $\langle \delta(\vec{\varepsilon} - \vec{E}) \rangle$

نأخذ  $F(\vec{K})$  تحويل فورييه [22,21] لـ  $Q(\vec{\varepsilon})$  المعرف بالعلاقة:

$$\begin{aligned} F(\vec{K}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} Q(\vec{\varepsilon}) e^{i \vec{K} \cdot \vec{\varepsilon}} d\vec{\varepsilon} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \delta(\vec{\varepsilon} - \vec{E}) \rangle e^{i \vec{K} \cdot \vec{\varepsilon}} d\vec{\varepsilon} \end{aligned} \quad (16.3)$$

$$F(\vec{K}) = \langle e^{i \vec{K} \cdot \vec{E}} \rangle \quad (17.3)$$

بينما التحويل العكسي يُعطي:

$$Q(\vec{\varepsilon}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i \vec{K} \cdot \vec{\varepsilon}} F(\vec{K}) d\vec{K} \quad (18.3)$$

$F(\vec{K})$  يدعى طيف الدالة و يساوي [23]:

$$F(\vec{K}) = e^{n_e S(\vec{K})} \quad (19.3)$$

$$n_e S(\vec{K}) = n_e \int (e^{i \vec{K} \cdot \vec{E}} - 1) d\vec{r} \quad (20.3)$$

$$n_e S(\vec{K}) = 2\pi n_e \int_0^\infty \int_0^\pi (e^{i k E \cos \theta} - 1) r^2 dr \sin \theta d\theta \quad (21.3)$$

نستخدم برنامج Wolfram لمعالجة التكامل (21.3) على الزاوية  $\theta$ .

لدينا:  $\int (e^{A \cos \alpha} - 1) \sin \alpha d\alpha = \cos \alpha - \frac{e^{A \cos \alpha}}{A} + cts$  ، و عليه:

$$n_e S(\vec{K}) = 2\pi n_e \int_0^\infty r^2 dr \left\{ \cos \theta \Big|_0^\pi - \frac{e^{i k E \cos \theta}}{i k E} \Big|_0^\pi \right\} \quad (22.3)$$

بتعويض حدود التكامل و كتابة دالة exp على الشكل المثلي، نحصل على ما يلي:

$$\begin{aligned} n_e S(\vec{K}) &= 2\pi n_e \int_0^\infty r^2 dr \left\{ -2 + \frac{2i \sin kE}{i kE} \right\} \\ &= 4\pi n_e \int_0^\infty \left( \frac{\sin kE}{kE} - 1 \right) r^2 dr \end{aligned} \quad (23.3)$$

لتيسير برجة العلاقة (23.3) و من ثم إيجاد طيف الدالة  $F(\vec{K})$  سنضع المقادير المختزلة التالية:

$$r_e = \text{نصف قطر الكرة الإلكترونية} \quad , \quad y = \frac{r}{r_e} \quad , \quad v = \frac{r_e}{\lambda_D} \quad , \quad \frac{1}{\eta} = \frac{r_e}{\lambda_T} \quad , \quad x = K E_0 \quad , \quad \bar{E} = \frac{E}{E_0} \quad , \quad E_0 = \frac{e}{r_e^2}$$

الكرة الإلكترونية

باعتبار بلازما الهيدروجين  $Z = 1$  ، و بتعويض المعاملات أعلاه في علاقة الحقل باستخدام كمون إيبيلين

المحجب (14.3) نجد:

$$E(y) = \frac{e}{r_e^2} \begin{cases} \left(\frac{1}{\eta}\right)^2 \left[1 + \frac{v}{\eta} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{y}{\eta}\right)\right] \exp(-vy) & \text{if } y < y_1 \\ \frac{1}{y^2} (1 + vy) \exp(-vy) & \text{if } y > y_1 \end{cases} \quad (24.3)$$

ومن ثمَّ فإنَّ الحقل المختزل سيكون له الصيغة التالية:

$$\bar{E}(y) = \frac{E}{E_0} = \begin{cases} \left(\frac{1}{\eta}\right)^2 \left[1 + \frac{v}{v'} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{y}{\eta}\right)\right] \exp(-vy) & \text{if } y < y_1 \\ \frac{1}{y^2} (1 + vy) \exp(-vy) & \text{if } y > y_1 \end{cases} \quad (25.3)$$

نعوض بالمقادير المختزلة في العلاقة (23.3) و عليه:

$$n_e S(x) = 3 \int_0^{\infty} \left(\frac{\sin(x \bar{E})}{x \bar{E}} - 1\right) y^2 dy \quad (26.3)$$

أما طيف الدالة  $F(\bar{K})$  بدلالة المقادير المختزلة سيكون:

$$F(x) = \exp\left[n_e S(x)\right] = \exp\left[3 \int_0^{\infty} \left(\frac{\sin(x \bar{E})}{x \bar{E}} - 1\right) y^2 dy\right] \quad (27.3)$$

إن نشر العلاقة (18.3) باستخدام الإحداثيات الكروية يُعطي:

$$\mathbb{Q}(\vec{\varepsilon}) = \frac{2\pi}{(2\pi)^3} \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} e^{i k \varepsilon \cos \theta} \sin \theta d\theta F(k) k^2 dk \quad (28.3)$$

نعالج التكامل على الزاوية باستعمال برنامج wolfram:

$$\int_0^{\pi} e^{i k \varepsilon \cos \theta} \sin \theta d\theta = \frac{2 \sin(k \varepsilon)}{k \varepsilon} \quad (29.3)$$

نعوض قيمة التكامل من العلاقة (29.3) في العلاقة (28.3):

$$\mathbb{Q}(\vec{\varepsilon}) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{\sin(k \varepsilon)}{k \varepsilon} F(k) k^2 dk \quad (30.3)$$

من جانب آخر لدينا:  $x = k E_0 \Rightarrow dk = \frac{dx}{E_0}$

ندمج ثابت جديد:  $B = \frac{\varepsilon}{E_0} \Rightarrow k \varepsilon = xB$

بإدخال العلاقتين الأخيرتين في المعادلة (30.3) نجد:

$$\mathbb{Q}(\vec{\varepsilon}) = \frac{1}{2\pi^2 E_0^3} \int_0^{\infty} \frac{\sin(xB)}{xB} F(x) x^2 dx \quad (31.3)$$

باعتبار الجملة متماثلة المناحي يمكن كتابة:



$$4\pi Q(\vec{\varepsilon}) \varepsilon^2 d\varepsilon \equiv P(\varepsilon) d\varepsilon \quad (32.3)$$

حيث تُدعى  $P(\varepsilon)$  دالة توزيع الحقل الموضعي ذي الطويلة  $\varepsilon$ .

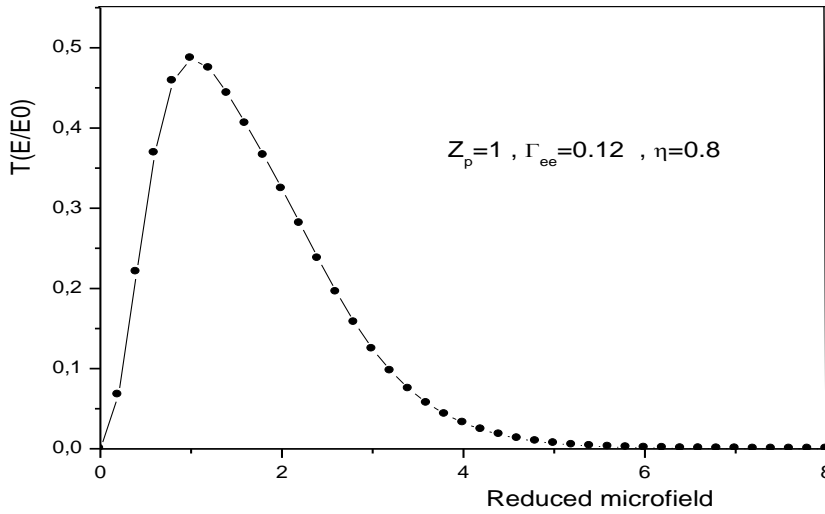
$$\therefore P(\varepsilon) = 4\pi \varepsilon^2 Q(\vec{\varepsilon}) = \frac{2\varepsilon^2}{\pi E_0^3} \int_0^\infty \frac{\sin(xB)}{xB} F(x) x^2 dx \quad (33.3)$$

أخيراً نكتب علاقة دالة توزيع الحقل بدلالة  $B$  كما يلي:

$$T(B) = E_0 P(\varepsilon) = \frac{2\varepsilon^2}{\pi E_0^2} \int_0^\infty \frac{\sin(xB)}{xB} F(x) x^2 dx \quad (34.3)$$

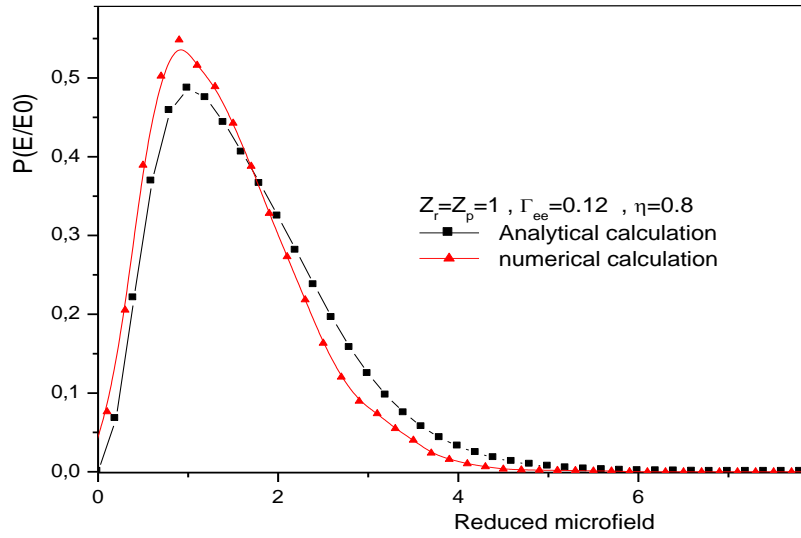
$$\therefore T(B) = \frac{2}{\pi} B \int_0^\infty \sin(xB) F(x) x dx \quad (35.3)$$

أبجرتنا برنامج بلغة الفورترن، و طبقنا المعادلة الأخيرة (35.3) لصيغة التوزيع من أجل بلازما هيدروجين ذات درجة تكميم  $\eta = 0.8$ ، و معامل تزواج  $\Gamma = 0.12$  فكانت النتائج كما هي موضحة في الشكل (13.3).



الشكل (13.3): دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضعي بالحساب التحليلي لتفاعل W. Ebeling المحجب

يبين الشكل (14.3) مقارنة بين النتائج العددية، و التحليلية لدوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي في البلازما عند نفس معامل التزواج و درجة التكميم.



الشكل (14.3): مقارنة بين الحساب العددي و التحليلي.

من خلال الشكل (14.3)، يبدو التقارب واضحاً بين نتائجنا التحليلية، و العددية لمنحنيات دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي من حيث الهيئة العامة للمنحنيات. يمكن عزو تباين نتائج الحسابين إلى اختلاف اعتبار التفاعل فيهما؛ ففي الحساب النظري اعتبرنا فقط طاقة التفاعل بين الأيون المشع و الأيونات المحدثة للاضطراب، و أهملنا بقية التفاعلات، في حين أخذنا في الحساب العددي كل التفاعلات بعين الاعتبار.

### 6.3 أثر درجة التكميم على سلوك دوال توزيع الحقل لأنواع مختلفة من التفاعلات

أردنا اختبار سلوك دالة توزيع الحقل الكهربائي باعتبار كمون إيلينغ و مقارنتها مع دوال توزيع الحقل لكمونات أخرى؛ كمون كلبج و كمون ديبي في شروط بلازما كمومية و أخرى كلاسيكية، فكانت النتائج كما هي مبينة في الشكلين (15.3) و (16.3). تُحسب طاقة التفاعل للبلازما باعتبار كمون كلبج بالصيغة التالية:

$$U_{i,j}^{Kelbg} = \sum_{all\ pairs} \frac{Z_i Z_j e^2}{r_{i,j}} \left[ 1 - \exp\left(\frac{-r_{i,j}^2}{\lambda_T^2}\right) + \frac{\sqrt{\pi} r_{i,j}}{\lambda_T} \left( 1 - \operatorname{erf}\left[\frac{r_{i,j}}{\lambda_T}\right] \right) \right] \quad (36.3)$$

سندخل عليها مفعول الحجب الذي تحدته الالكترونات، و بذلك ستكتب:

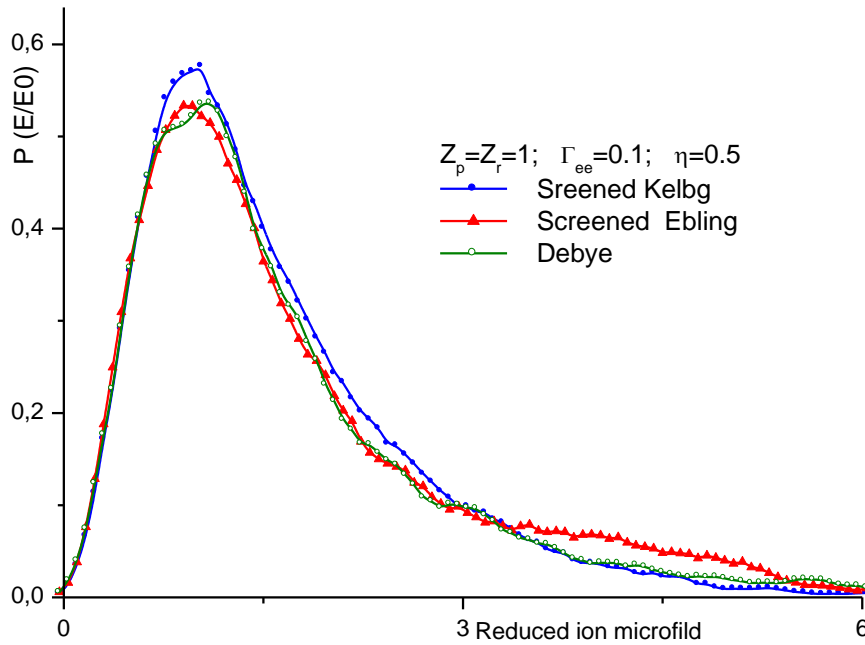
$$U_{i,j}^{Screened\ Kelbg} = \sum_{all\ pairs} \frac{Z_i Z_j e^2}{r_{i,j}} \left[ 1 - \exp\left(\frac{-r_{i,j}^2}{\lambda_T^2}\right) + \frac{\sqrt{\pi} r_{i,j}}{\lambda_T} \left( 1 - \text{erf}\left[\frac{r_{i,j}}{\lambda_T}\right] \right) \right] e^{\left(\frac{-r_{i,j}}{\lambda_D}\right)} \quad (37.3)$$

و عليه فإن الحقل الكهربائي الناتج عن كل الأيونات المحدثه للاضطراب عند الأيون المشع:

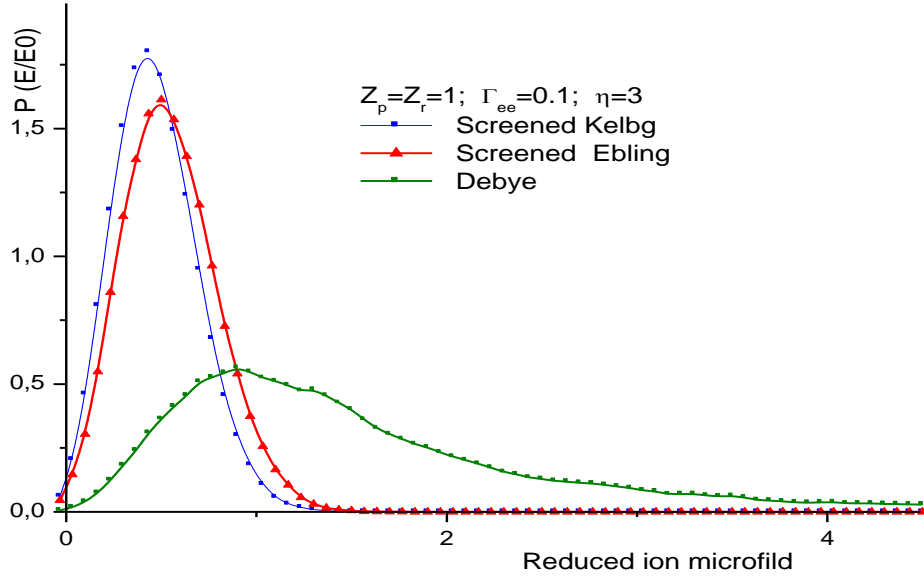
$$\vec{E}^{ScK} = \sum_{i=1}^{npart} \vec{E}_i^K = \sum_{i=1}^{npart} Z_p e \left[ -\frac{1}{r_{i0}^2} - \frac{1}{r_{i0} \lambda_D} + \left( \frac{1}{r_{i0}^2} + \frac{4}{\lambda_T^2} + \frac{1}{r_{i0} \lambda_D} \right) e^{\frac{-r_{i0}^2}{\lambda_T^2}} - \frac{\sqrt{\pi}}{\lambda_D \lambda_T} \left( 1 - \text{erf}\left(\frac{r_{i0}}{\lambda_T}\right) \right) \right] e^{\frac{-r_{i0}}{\lambda_D}} \frac{\vec{r}_{i0}}{r_{i0}} \quad (38.3)$$

حيث مشتقة دالة الخطأ تكتب بالصيغة التالية:

$$\frac{\partial \text{erf}(r/\lambda_T)}{\partial (r/\lambda_T)} = \frac{2}{\lambda \sqrt{\pi}} e^{\left(\frac{-r^2}{\lambda_T^2}\right)} \quad (39.3)$$



الشكل (15.3): دوال توزيع الحقل لكمون ديبياي و إيبلينغ و كلبج المحجبين في بلازما كلاسيكية.



الشكل (16.3): دالة توزيع الحقل لكمون إيلينغ نحو دالة توزيع لكمون كلبج في بلازما كمية.

يبين الشكل (15.3) مدى تطابق مختلف توزيع الكمونات في الحدود الكلاسيكية، يمكن تبرير هذا التطابق، بأنه لظروف البلازما المدروسة حيث درجة التكميم ضعيفة ( $\eta=0.5$ ) يمكن دراسة البلازما كلاسيكياً، وإهمال الأفعال الكمية. لكن مع زيادة درجة التكميم الموضح بالشكل (16.3) يبدو جلياً تقارب دالة توزيع الحقل لكمون إيلين وكمون كلبج في الحدود الكمومية و اختلافهم عن توزيع كمون ديبي. كما نلاحظ توجه نحو الحقول الضعيفة عند أخذ التأثيرات الكمومية بعين الاعتبار، وهذا ما ذكرته ساديكوف في مقالها [12،3،2]، يمكن أن يُعزى هذا إلى الدور المهم الذي تؤديه التأثيرات الكمومية في المسافات الصغيرة.

## مراجع الفصل الثالث:

- [1] A. V. Demura, "Review article on: Physical Models of Plasma Microfield"; International Journal of Spectroscopy, Volume 2010, 1-42 (2010).
- [2] S. Sadykova, "W. Ebeling, I. Valuev, and . Sokolov," Electric Microfield Distributions in  $Li^+$  Plasma With Account of the Ion Structure", Contrib. Plasma Phys, **Vol** 49, No. 1, 76 . 89 (2009).
- [3] S. P. Sadykova, W. Ebeling, I. M. Sokolov, and I. A. Valuevm "Molecular Dynamic Simulations of Electric Microfield Distributions in a Nonideal Electron-Positron Plasma", Plasma Physics, **Vol.** 36, No. 13, pp. 1161–1166(2010).
- [4] قريشة سليمة، "مساهمة في دراسة توزيعات المشتقات الفضائية للحقول الكهربائية الموضعية في البلازما"، مذكرة الماجستير، جامعة ورقلة (2008).
- [5] اسماعيل شحي، "حساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي و مشتقاتها داخل البلازما باستخدام المحاكاة العددية موني كارلو، تطبيق على طيف الهيليوم"، رسالة دكتوراه دولة، جامعة منتوري، قسنطينة، 2005.
- [6] Souhila ASKR11, Mohammed Tayeb Meftah, "Contribution to the study of the distribution functions of spatial derivatives of ion microfield in plasma", Annales des Sciences et Technologie, **Vol.** 3, N°2, Décembre(2011).
- [7] J. Halenka and W. Olchawa, Eur. Phys. J. D 42, 425-433 (2007).
- [8] J. Holtsmark, Ann. Phys. 58, 577 (1919).
- [9] قريشة سليمة، "استخدام نموذج الجسيمات المستقلة لحساب دوال توزيع المشتقات الفضائية للحقل الكهربائي ألابوني الموضعي في البلازما"، رسالة دكتوراه علوم، جامعة ورقلة، (2013).
- [10] C. A. Iglesias, H. E. DeWitt, and J. L. Lebowitz, Phys.Rev. A 31, 1698 (1985).
- [11] C. A. Iglesias and J. L. Lebowitz, Phys. Rev. A 28, 1667 (1983).
- [12] S. Sadykova and W. Ebeling, "Electric Microfield Distributions in Dense One- and Two-Component Plasmas", Contrib. Plasma Phys, **Vol** 47, No. 10, 659 – 669 (2007).
- [13] C. A. Iglesias, C F Hooper Jr and H E DeWitt Phys. Rev. A 28 361 (1983).
- [14] J. Ortner, I. Valuev, W. Ebeling, Contrib. Plasma Phys. **Vol** 40, 555-568 (2000).
- [15] Paul Coddington, "Monte Carlo Simulation for Statistical Physics", Northeast Parallel Architectures Center, Syracuse University, (January 1996).
- [16] K. Chenini et all, "Contribution to Calculation of Ion Microfield Nonuniformity Effect on the Asymmetry of Lyman- $\alpha$  Line in Dense Plasma", Contrib. Plasma Phys, **Vol** 51, No. 1, 34 – 43 (2011).
- [17] Hung T. Diep, " Physique statistique", (2006).

- [18] D. P. Kilcrease, Ph-D Thesis, University of Florida, (1991).
- [19] C. A. Iglesias et al., Phys. Rev. A 28, Num 3, 1667 (1983).
- [20] G. Kelbg Ann. Phys. (Leipzig) 13 354 (1963); 14 394 (1964).
- [21] عبدة بعاج، "تحويل فورييه"، كلية العلوم، قسم الرياضيات، جامعة دمشق.
- [22] عمران قوبا، "التحليل"، الجزء الخامس، من منشورات المعهد العالي للعلوم التطبيقية و التكنولوجيا، سوريا، 2018.
- [23] M. Sc. Saltanat Polatovna Sadykova, "Electric Microfield Distributions and Structure Factors in Dense Plasmas", PhD thesis, university zu Berlin(2011).

## الفصل الرابع

الحساب التحليلي و العددي لدوال توزيع  
مشتقات الحقل الكهربائي الموضعي في  
البلازما

## الحساب التحليلي لدوال توزيع المشتقات الفضائية لمركبات

### الحقل الكهربائي الموضعي

#### 1.4 مقدمة

في البلازما ذات الكثافات المنخفضة، عادة ما يُفترض أن الحقل الناشئ عن جميع أيوناتها موحد (متجانس) عند نواة المشع، و يُعامل مع التفاعلات بين المشع و البلازما في تقريب ثنائي القطب. مع زيادة كثافة البلازما تنخفض المسافات البينية بين الجسيمات، نتيجة لذلك تبدأ تدرجات الحقل (عدم تجانس الحقل) بالظهور قرب المشع.

سبق و أن ذكرنا، أن للحقول الموضعية مساهمة في تعريض الخط الطيفي الناتج، فإن لتدرجاتها أيضا مساهمة في عدم تناظره، و هذا بسبب التفاعل بينها و بين رباعي القطب الذري. لذا من الضروري تضمين فعل لاجتانس الحقل الموضعي في الصيغة النهائية للخط الطيفي، و يتم هذا بدوال توزيع مشتقات الحقل الموضعي [1,2].

يمكن التعبير عن شدة الخط الطيفي بالمعادلة [3]:

$$I(\omega) = \int d\bar{\varepsilon} \int d(\partial_{\mu}\varepsilon_{\nu}) \mathbb{Q}(\varepsilon) P(\partial_{\mu}\varepsilon_{\nu}|\varepsilon) J(\omega, \varepsilon, \partial_{\mu}\varepsilon_{\nu}) \quad (4.1)$$

حيث:  $\mathbb{Q}(\varepsilon)$  دالة احتمال الحقل الموضعي لقيمة  $\varepsilon$  للحقل.

$P(\partial_{\mu}\varepsilon_{\nu}|\varepsilon)$  دالة التوزيع المشروط لمشتقات الحقل، و هي المقدار الذي نحن بصدد دراسته في هذا العمل. نسعى بعملنا هذا إلى حساب دوال توزيع المشتقات الفضائية لمركبات الحقل الموضعي بتضمين كمون إيبيلينغ، و تفحص سلوكاتها المختلفة.



## 2.4 الحساب التحليلي لدوال توزيع مشتقات الحقل الكهربائي الموضعي الأيوني

تتألف البلازما التي سنعالجها من أيوناتٍ متماثلةٍ مغمورة في خلفية متجانسة و متعادلة كهربائياً، و هذا ما يسمى بنموذج OCP، العدد الإجمالي لهذه الأيونات  $N$ ، تشغل حجماً  $V$  و لها درجة حرارة مطلقة  $T$ . نأخذ فقط تلك التفاعلات التي تحدث بين المشع و الأيونات المحدثه للاضطراب، و هو ما يُعرف بنموذج الجسيم المستقل الذي اقترح من طرف M. Lewis و H. Hargenau سنة 1958 [4].

نقوم بتضمين الفعل الكمومي على المسافات الصغيرة من خلال استعمال كمون W. Ebeling المحجب و غير المحجب، ثم نقارنه مع كمون كليج و دوتش. تُعطى طاقة تفاعل ايلينغ المحجب بين الأيونين  $i$  و  $j$  ب [5]:

$$U_{W.Ebeling}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) = \begin{cases} \frac{Z_i Z_j e^2}{\lambda_T} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}{\lambda_T} \right) e^{-\frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}{\lambda_D}} & \text{if } |\vec{r}_i - \vec{r}_j| < r_1 \\ \frac{Z_i Z_j e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} e^{-\frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}{\lambda_D}} & \text{if } |\vec{r}_i - \vec{r}_j| > r_1 \end{cases} \quad (2.4)$$

حيث:  $\vec{r}_i$  شعاع الموضع للأيون  $i$

بناءً على العلاقة (2.4) فإن الحقل الكهربائي الناشئ عن أحد الأيونات عند موضع المشع، و هو معتبرٌ عند مبدأ الإحداثيات، سيكون:

$$\vec{E}_{W.Ebeling}(\vec{r}) = -\frac{1}{Z_p e} \overrightarrow{\text{grad}} U_{W.Ebeling} = \begin{cases} \frac{Z_p e}{\lambda_T} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \left( \frac{1}{\lambda_T} + \frac{1}{\lambda_D} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{r}{\lambda_T} \right) \right) \vec{r} & \text{if } r < r_1 \\ Z_p e \left( 1 + \frac{r}{\lambda_D} \right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \frac{\vec{r}}{r^3} & \text{if } r > r_1 \end{cases} \quad (3.4)$$

حيث  $\vec{r}$  شعاع الموضع الممتد من الأيون إلى المبدأ.

المقدار المطلوب في الصيغة الطيفية بالمعادلة (1.4)، هو مصفوفة دوال توزيع المشتقات الفضائية لمركبات الحقل الكهربائي الموضعي لكل القيم الممكنة للحقل الموضعي.

$$P \begin{pmatrix} \partial_x E_x & \partial_y E_x & \partial_z E_x \\ \partial_x E_y & \partial_y E_y & \partial_z E_y \\ \partial_x E_z & \partial_y E_z & \partial_z E_z \end{pmatrix}_e \quad (4.4)$$

لقد باشرنا في أعمال سابقة [2,6]، اختبار سلوك دوال توزيع المشتقات بتغيير المركبات، فتوصلنا إلى تتطابق دوال التوزيع القطرية فيما بينها، و كذا اللاقطرية فيما بينها، ذلك أنه لا يوجد اتجاه مفضل

عن الآخر بسبب تماثل المناحي الموجود في البلازما. إن هذه النتائج تساعدنا في اختزال حساب دوال توزيع المشتقات إلى حساب دالتين فقط؛ هما دالة توزيع المشتقة القطرية و دالة توزيع المشتقة اللاقطرية. سنبدأ بحساب إحدى مركبات هذا المؤثر، و هي  $P(\partial_z E_z)$  للقيمة الأكثر احتمالاً للحقل الموضوعي.

### 1.2.4 حساب دالة توزيع المشتقة القطرية $\frac{\partial E_z}{\partial z}$

تُكتبُ العبارة العامة للتوزيع كالتالي [7]:

$$P^{zz}(f, \varepsilon) = \left\langle \delta \left( f - \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) \delta(\varepsilon - E) \right\rangle \quad (5.4)$$

حيث:  $\langle \rangle$  تعني المتوسط الإحصائي على كل الأيونات،  $E = \left| \sum_j \vec{E}_{Ebe}(r_j) \right|$ ،  $\frac{\partial E_z}{\partial z} = \sum_j \frac{\partial E_{jz}^{Ebe}}{\partial z}$ ،  $f = \frac{\partial E_z}{\partial z}$

تعبّر المعادلة (5.4) عن التوزيع الاحتمالي للمشتقة  $f = \frac{\partial E_z}{\partial z}$ ، المشروط بالحقل الموضوعي ذي القيمة  $\varepsilon$  بغض النظر عن اتجاهه.

باستخدام تمثيل فورييه و إجراء المتوسط الحراري، يمكن كتابة:

$$P^{zz}(f, \varepsilon) = \frac{1}{Z_N} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta U} \delta \left( f - \sum_j \frac{\partial E_{jz}}{\partial z} \right) \delta \left( \varepsilon - \left| \sum_j E(r_j) \right| \right) d\vec{r}_1 \cdots d\vec{r}_N \quad (6.4)$$

حيث:  $\beta = \frac{1}{kT}$ ،  $T$  درجة الحرارة المطلقة،  $k$  ثابت بولتزمان،  $U_N$  الطاقة الكامنة للجملّة،

$\delta \left( \varepsilon - \left| \sum_j E(r_j) \right| \right)$  دالة توزيع ديراك،  $\sum_{j=1}^N \vec{E}(r_j)$  المحصلة الشعاعية للحقول الكهربائية الناشئة عن جميع

الأيونات عند موضع الأيون المشع،  $Z_N = \iint \dots \int e^{-\beta U} \prod_{j=1}^N d\vec{r}_j$  تُدعى دالة التقسيم، و هي مقدار يجعل

دالة الإحتمال معايرة.

$$P^{zz}(f, \varepsilon) = \frac{1}{Z_N} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega \left( f - \sum_j \frac{\partial E_{jz}}{\partial z} \right) - i\alpha \left( \varepsilon - \left| \sum_j E(r_j) \right| \right)} d\alpha d\omega \int \dots \int \exp(-\beta u) d\vec{r}_1 \cdots d\vec{r}_N \quad (7.4)$$

$$P^{zz}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\omega e^{i\omega f + i\alpha \varepsilon} \left[ \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 dr e^{-i\alpha E(r)} \int_0^\pi \sin \theta d\theta e^{-i\omega \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{u(r)}{KT}} \right]^N \quad (8.4)$$

حيث:  $i^2 = -1$  ،  $R$  نصف قطر الكرة التي تحوي  $N$  أيون بالكثافة  $n_i$  ،  $E(r)$  حقل إيبينغ المحجب، المعرف بالعلاقة (3.4)،  $\frac{\partial E_z}{\partial z}$  المشتقة الجزئية للمركبة  $E_z$  بالنسبة للإحداثي  $z$ ، و  $U$  طاقة التفاعل بين الأيون المشع و أحد الأيونات المتفاعلة معه.

#### 1.1.2.4 إيجاد عبارة دالة التوزيع من أجل $r < r_1$

تعطى عبارة الطاقة، الحقل الكهربائي، و مركبة الحقل  $E_z$  من أجل  $r < r_1$  كما يلي:

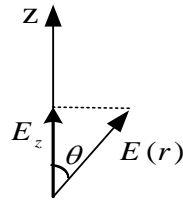
$$U_{<} = \frac{Z_p Z_r e^2}{\lambda_T} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{r}{\lambda_T} \right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (9.4)$$

$$E_{<}(r) = \frac{Z_p e}{\lambda_T} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \left( \frac{1}{\lambda_T} + \frac{1}{\lambda_D} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{r}{\lambda_T} \right) \right) \quad (10.4)$$

$$E_{z<}(r) = -\frac{Z_p e}{\lambda_T} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \left( \frac{1}{\lambda_T} + \frac{1}{\lambda_D} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{r}{\lambda_T} \right) \right) \frac{z}{r} \quad (11.4)$$

بإجراء الاشتقاق للمركبة  $E_z$  بالنسبة ل  $z$  ، و بالإستعانة بالتمثيل الشعاعي للحقل كما بالشكل

(1.4) ، و ترتيب العلاقات نحصل على:



$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{E_z}{E(r)} \Rightarrow E_z = z \frac{E(r)}{r}$$

الشكل (1.4): التمثيل الشعاعي للحقل و مركبته على المحور  $Z$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{Z_p e}{\lambda_T^2 \lambda_D} \left[ \left( 1 + (\lambda_D + \lambda_T) \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - r \right) \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{\lambda_D} \right) \cos^2 \theta - (\lambda_D + \lambda_T) \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - r \right] \frac{1}{r} e^{-\left(\frac{r}{\lambda_D}\right)} \quad (12.4)$$

نعوض عن عبارة الطاقة، الحقل و المشتقة في المعادلة (8.4) و بعد ترتيب الحدود يمكننا كتابة

$P_{<}^{zz}(f, \varepsilon)$  كما يلي:

$$P_{<}^{zz}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\omega e^{i(\omega f + \alpha \varepsilon)} [F]^N \quad (13.4)$$

$$F = \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 dr \times e^{-\frac{U(r)}{kT}} \times e^{-i\alpha \frac{Z_P e}{\lambda_T} \left( \frac{1}{\lambda_T} + \frac{1}{\lambda_D} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{r}{\lambda_T} \right) \right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}}} + i\omega \frac{Z_P e}{\lambda_D \lambda_T^2} \left( \lambda_D + \frac{\lambda_T \sqrt{\pi}}{\gamma} - r \right) \frac{e^{-\frac{r}{\lambda_D}}}{r} \times \int_0^\pi \sin\theta d\theta e^{-i\omega \frac{Z_P e}{\lambda_D \lambda_T^2} \left( 1 + \left( \lambda_D + \frac{\lambda_T \sqrt{\pi}}{\gamma} - r \right) \left( \frac{1}{\lambda_D} + \frac{1}{r} \right) \right) \cos^2\theta} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (14.4)$$

لتبسيط الحساب سنعتبر الدالتين AA ، BB كما يلي:

$$AA(r, \alpha, \omega) = \alpha \frac{Z_P e}{\lambda_T} \left( \frac{1}{\lambda_T} + \frac{1}{\lambda_D} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{r}{\lambda_T} \right) \right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} - \omega \frac{Z_P e}{\lambda_D \lambda_T^2} \left( \lambda_D + \frac{\lambda_T \sqrt{\pi}}{\gamma} - r \right) \frac{e^{-\frac{r}{\lambda_D}}}{r} \\ = \frac{Z_P e}{\lambda_D \lambda_T^2} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \left( \lambda_D + \frac{\lambda_T \sqrt{\pi}}{\gamma} - r \right) \left( \alpha - \frac{\omega}{r} \right) \quad (15.4)$$

$$BB(r, \omega) = \omega \frac{Z_P e}{\lambda_D \lambda_T^2} \left( 1 + \left( \lambda_D + \frac{\lambda_T \sqrt{\pi}}{\gamma} - r \right) \left( \frac{1}{\lambda_D} + \frac{1}{r} \right) \right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (16.4)$$

من ثم ستكتب عبارة F مبسطة بالصيغة:

$$F = \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 dr \times e^{-\frac{U(r)}{kT}} \times e^{-i AA(r, \alpha, \omega)} \times \int_0^\pi \sin\theta d\theta e^{-i BB(r, \omega) \cos^2\theta} \quad (17.4)$$

بإجراء تغيير للمتغير  $\theta$ ، وبإجراء بعض الحسابات اللازمة، سنصل إلى النتائج التالية:

$$F = \frac{4\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} dr (\cos AA - i \sin AA)(X_0 + iY_0) \quad (18.4)$$

حيث:  $X_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2BB}} \text{FRESC} \left( \sqrt{\frac{2BB}{\pi}} \right)$  ،  $Y_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2BB}} \text{FRESS} \left( \sqrt{\frac{2BB}{\pi}} \right)$  و هما دوال خاصة تُعرفان بتكامل جيب تمام، و جيب فرينل على الترتيب.

$$F = \left\{ \frac{4\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} dr [X_0 \times \cos AA + Y_0 \times \sin AA] \right\} + i \left\{ \frac{4\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} dr [Y_0 \times \cos AA - X_0 \times \sin AA] \right\} \quad (19.4)$$

$$F = \text{Re}(F) + i \text{Im}(F) = |F|(\cos \Delta + i \sin \Delta) = |F|e^{i\Delta} \quad (20.4)$$

حيث:  $|F|$  طولية العدد المركب F و  $\Delta$  زاويته.

إذاً يمكن كتابة:

$$F^N = |F|^N [\cos(N \Delta) + i \sin(N \Delta)] \quad (21.4)$$

نعوض عن ذلك في العبارة (13.4) يكون:

$$P_{\times}^{zz}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega |F|^N [\cos(\omega f + \alpha \varepsilon) + i \sin(\omega f + \alpha \varepsilon)] [\cos(N \Delta) + i \sin(N \Delta)] \quad (22.4)$$

$$P_{\times}^{zz}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega |F|^N [\cos(\omega f + \alpha \varepsilon + N \Delta) + i \sin(\omega f + \alpha \varepsilon + N \Delta)] \quad (23.4)$$

للمبررات المذكورة صفحة 35 من المرجع [2]، فإن الجزء التخيلي سيكون معدوماً، و عليه ستصبح عبارة التوزيع كما يلي:

$$P_{\times}^{zz}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega |F|^N [\cos(\omega f + \alpha \varepsilon)] \quad (24.4)$$

المعادلة (24.4) هي دالة توزيع مشتقة الحقل  $f = \frac{\partial E_z}{\partial z}$  عند القيمة  $\varepsilon$  للحقل الموضوعي من أجل

$$r < r_1$$

#### 2.1.2.4 إيجاد عبارة دالة التوزيع من أجل: $r > r_1$

من أجل  $r > r_1$  فإن عبارة الطاقة و الحقل الكهربائي المحجب لإيلينغ فهي:

$$U_{\times} = \frac{Z_p Z_r e^2}{r} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (25.4)$$

$$E_{\times}(r) = Z_p e \left(1 + \frac{r}{\lambda_D}\right) \frac{e^{-\frac{r}{\lambda_D}}}{r^2} \quad (26.4)$$

أما مركبة الحقل  $E_z$  فتكتب:

$$E_{\times z}(r) = -Z_p e \left(1 + \frac{r}{\lambda_D}\right) \frac{z}{r^3} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (27.4)$$

نجري اشتقاق العلاقة (27.4) بالنسبة لـ  $z$  ثم نرتب حدودها فنحصل على:

$$\frac{\partial E_{\times z}}{\partial z} = -\frac{Z e}{r^3} \left[ \left(1 + \frac{r}{\lambda_D}\right) - \left(\frac{r^2}{\lambda_D^2} + \frac{3r}{\lambda_D} + 3\right) \cos^2 \theta \right] e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (28.4)$$

نعوض بالعبارات (25.4)، (26.4)، (28.4) في عبارة دالة التوزيع (8.4) فنجد:

$$P_{\gamma}^{zz}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\omega e^{i\omega f + i\alpha\varepsilon} \left[ \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 dr e^{-i\alpha \frac{Ze}{r^2} \left(1 + \frac{r}{\lambda_D}\right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}}} \right. \\ \left. \times \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta e^{+i\omega \frac{Ze}{r^3} \left[ \left(1 + \frac{r}{\lambda_D}\right) \left( \frac{r^2}{\lambda_D^2} + \frac{3r}{\lambda_D} + 3 \right) \cos^2\theta \right] e^{-\frac{r}{\lambda_D}}} e^{-\frac{u(r)}{kT}} \right]^N \quad (29.4)$$

$$P_{\gamma}^{zz}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega e^{i\omega f + i\alpha\varepsilon} [\mathbb{Z}]^N \quad (30.4)$$

حيث:

$$\mathbb{Z} = \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} dr e^{-iA(\alpha, \omega, r)} \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta e^{iB(\omega, r) \cos^2\theta} \quad (31.4)$$

مع:

$$A(\alpha, \omega, r) = \frac{Ze}{r^2} \left(1 + \frac{r}{\lambda_D}\right) \left(\alpha - \frac{\omega}{r}\right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (32.4)$$

$$B(\omega, r) = -\omega \frac{Ze}{r^3} \left(3 + \frac{3r}{\lambda_D} + \frac{r^2}{\lambda_D^2}\right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (33.4)$$

بإتباع نفس خطوات الحساب كما في حالة  $r < r_1$  سنصل إلى:

$$\mathbb{Z} = \left\{ \frac{4\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} dr [H_0 \times \cos A + K_0 \times \sin A] \right\} \\ + i \left\{ \frac{4\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} dr [K_0 \times \cos A - H_0 \times \sin A] \right\} \quad (34.4)$$

$$\mathbb{Z} = \text{Re}(\mathbb{Z}) + i \text{Im}(\mathbb{Z}) = |\mathbb{Z}|(\cos\Delta + i \sin\Delta) = |\mathbb{Z}|e^{i\Delta} \quad (35.4)$$

$$K_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2B}} \text{FRESS}\left(\sqrt{\frac{2B}{\pi}}\right) \quad , \quad H_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2B}} \text{FRESC}\left(\sqrt{\frac{2B}{\pi}}\right) \quad \text{نعرف:}$$

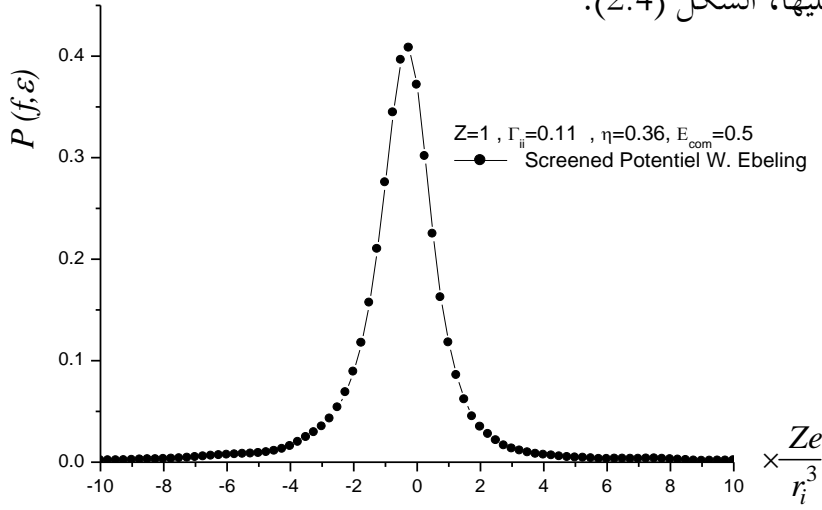
$$P_{\gamma}^{zz}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega |\mathbb{Z}|^N [\cos(\omega f + \alpha \varepsilon)] \quad (36.4)$$

يمكن تلخيص الحساب فيما يلي:

$$P_{\text{screened-Ebeling}}^{zz}(f, \varepsilon) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega |F|^N [\cos(\omega f + \alpha \varepsilon)] & \text{if } r < r_1 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega |Z|^N [\cos(\omega f + \alpha \varepsilon)] & \text{if } r > r_1 \end{cases} \quad (37.4)$$

للحصول على دالة التوزيع (37.4)، أنجزنا برامج قابلة للتنفيذ بلغة الفورتران و فيما يلي بعض

النتائج التي حصلنا عليها، الشكل (2.4).



الشكل (2.4) دالة توزيع المشتقة  $\frac{\partial E_z}{\partial z}$

و على هذا المنوال يمكن حساب بقية دوال التوزيع لبقية المركبات القطرية للمصفوفة.

### 2.2.4 حساب دالة التوزيع غير القطرية $\frac{\partial E_z}{\partial x}$

يمكننا التعبير عن توزيع هذه المشتقة كما يلي:

$$P^{zx}(f, \varepsilon) = \left\langle \delta\left(f - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right) \delta(\varepsilon - E) \right\rangle \quad (38.4)$$

$$P^{zx}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\omega e^{i\omega f + i\alpha \varepsilon} \left[ \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 dr e^{-i\alpha E(r)} \int_0^\pi \sin\theta d\theta e^{-i\omega \frac{\partial E_z}{\partial x}} \times e^{-\frac{U(r)}{kT}} \right]^N \quad (39.4)$$

حيث:  $E(r)$  حقل إيبيلينغ المحجب، المعرف بالعلاقة (3.4)، المشتقة الجزئية للمركبة  $E_z$

بالنسبة للإحداثي  $x$ ، و  $U$  طاقة التفاعل بين الأيون المشع و أحد الأيونات المتفاعلة معه.

### 1.2.2.4 إيجاد عبارة دالة التوزيع من أجل $r < r_1$

نجري الاشتقاق لمركبة الحقل  $E_z$  بالنسبة لـ  $x$ ، حيث:  $E_{z \leftarrow}(r) = -\frac{Z_p e}{\lambda_T} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \left( \frac{1}{\lambda_T} + \frac{1}{\lambda_D} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{r}{\lambda_T} \right) \right) \frac{z}{r}$

بعد ترتيب الحدود نحصل على:

$$\frac{\partial E_{z \leftarrow}}{\partial x} = \frac{Z_p e}{\lambda_T^2 \lambda_D} \frac{x z}{r^2} \left( 1 + (\lambda_D + \lambda_T \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - r) \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{\lambda_D} \right) \right) e^{-\left(\frac{r}{\lambda_D}\right)} \quad (40.4)$$

من جانب آخر لدينا:

$$\cos \theta = \frac{z}{r} \Rightarrow z = r \cos \theta, \quad x = r \sin \theta \cos \varphi$$

$$\therefore \frac{\partial E_{z \leftarrow}}{\partial x} = \frac{Z_p e}{\lambda_T^2 \lambda_D} \sin \theta \cos \theta \cos \varphi \left( 1 + (\lambda_D + \lambda_T \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - r) \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{\lambda_D} \right) \right) e^{-\left(\frac{r}{\lambda_D}\right)} \quad (41.4)$$

بالتعويض عن عبارة الحقل و مشتقه في عبارة التوزيع (39.4)، و بعد ترتيب الحدود، و بخطوات مماثلة لما سبق يمكننا كتابة:

$$P_{z \leftarrow}^{zx}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\omega e^{i(\omega f + \alpha \varepsilon)} [\mathfrak{R}]^N \quad (42.4)$$

حيث:

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{Z_N} \int_0^R r^2 dr \times e^{-\frac{U(r)}{kT}} \times e^{-i S} \times \int_0^\pi \sin \theta d\theta \times \int_0^{2\pi} d\varphi e^{-i T \cos \varphi} \quad (43.4)$$

أما الدالتين  $T(\omega, r)$ ،  $S(\alpha, r)$  فعبارتهم:

$$S(\alpha, r) = \alpha \frac{Z_p e}{\lambda_D \lambda_T^2} \left( \lambda_D + \frac{\lambda_T \sqrt{\pi}}{\gamma} - r \right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (44.4)$$

$$T(r, \omega, \theta) = \omega \frac{Z_p e}{\lambda_D \lambda_T^2} \left( 1 + \left( \lambda_D + \frac{\lambda_T \sqrt{\pi}}{\gamma} - r \right) \left( \frac{1}{\lambda_D} + \frac{1}{r} \right) \right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \sin \theta \cos \theta \quad (45.4)$$

يمكن حساب التكامل على الزاوية  $\varphi$  كالتالي:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{-i T \cos \varphi} &= \int_0^{2\pi} \cos[T \cos \varphi] d\varphi - i \int_0^{2\pi} \sin[T \cos \varphi] d\varphi \\ &= \int_0^{2\pi} \cos[T \cos \varphi] d\varphi \quad ; \int_0^{2\pi} \sin[T \cos \varphi] d\varphi = 0 \quad (\forall \varphi) \\ \therefore \int_0^{2\pi} d\varphi e^{-i T \cos \varphi} &= 2\pi J_0[T(\omega, r, \theta)] \end{aligned} \quad (46.4)$$



$J_0$  تسمى دالة بيسل من الرتبة صفر، و تُعرّف بـ  $J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \cos \theta) d\theta$  إذأً ستكون:

$$\Re = \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 dr \times e^{-\frac{U(r)}{kT}} \times e^{-i s} \times \int_0^\pi \sin \theta d\theta \times J_0[T(\omega, r, \theta)] \quad (47.4)$$

$$\begin{aligned} \Re &= \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 dr e^{-\frac{U(r)}{kT}} [\cos(s) - i \sin(s)] \int_{\theta=0}^\pi \sin \theta J_0[T(\omega, r, \theta)] d\theta \\ &= \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} dr \cos(s) \int_{\theta=0}^\pi \sin \theta J_0[T(\omega, r, \theta)] d\theta \\ &\quad - i \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} dr \sin(s) \int_{\theta=0}^\pi \sin \theta J_0[T(\omega, r, \theta)] d\theta \end{aligned} \quad (48.4)$$

$$\therefore \Re = \text{Re}(\Re) + i \text{Im}(\Re) = |\Re|(\cos \Delta + i \sin \Delta) = |\Re|e^{i\Delta} \quad (49.4)$$

حيث:

$$\text{Re}(\Re) = \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} \cos(S) dr \int_{\theta=0}^\pi \sin \theta J_0[T] d\theta \quad (50.4)$$

$$\text{Im}(\Re) = \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} \sin(S) dr \int_{\theta=0}^\pi \sin \theta J_0[T] d\theta \quad (51.4)$$

$$P_{\prec}^{zx}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\omega e^{i\omega f + i\alpha \varepsilon} |\Re|^N [\cos(N \Delta) + i \sin(N \Delta)] \quad (52.4)$$

نضرب الحدود مع بعضها البعض، و نرتب حدود العلاقة أعلاه، و للمبررات المذكورة صفحة 35

من المرجع [2]، فإن الجزء التحليلي من العلاقة (52.4) سيكون معدوماً، و عليه ستكتب عبارة التوزيع كما يلي:

$$P_{\prec}^{zx}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\omega |\Re|^N \cos(\omega f + \alpha \varepsilon) \quad (53.4)$$

المعادلة (53.4) هي دالة توزيع مشتقة الحقل  $f = \frac{\partial E_z}{\partial x}$  عند القيمة  $\varepsilon$  للحقل الموضوعي من أجل

$r < r_1$

2.2.2.4 إيجاد عبارة دالة التوزيع من أجل:  $r > r_1$

من أجل  $r > r_1$  لدينا مركبة الحقل  $E_z$ :  $E_{z>}(r) = -Z_p e \left(1 + \frac{r}{\lambda_D}\right) \frac{z}{r^3} e^{-\frac{r}{\lambda_D}}$

نجري اشتقاق العلاقة أعلاه بالنسبة لـ  $x$  ثم نرتب حدودها فنحصل

$$\frac{\partial E_{z>}}{\partial x} = -\frac{Z_p e}{r^3} Z x \left( \frac{3}{r^2} \left( 1 + \frac{r}{\lambda_D} \right) + \frac{1}{\lambda_D^2} \right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (54.4) \text{ على:}$$

باعتبار:

$$\cos \theta = \frac{z}{r} \Rightarrow z = r \cos \theta, \quad x = r \sin \theta \cos \varphi$$

$$\therefore \frac{\partial E_{z>}}{\partial x} = -Z_p e \sin \theta \cos \theta \cos \varphi \left( 3 \left( 1 + \frac{r}{\lambda_D} \right) + \frac{r^2}{\lambda_D^2} \right) \frac{e^{-\left(\frac{r}{\lambda_D}\right)}}{r^3} \quad (55.4)$$

بالتعويض عن عبارة الحقل و مشتقته في عبارة التوزيع، و بعد ترتيب الحدود يمكننا كتابة:

$$P_{>}^{zx}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\omega e^{i(\omega f + \alpha \varepsilon)} [\mathbb{N}]^N \quad (56.4)$$

حيث:

$$\mathbb{N} = \frac{1}{Z_N} \int_0^R r^2 dr \times e^{-\frac{U(r)}{kT}} \times e^{-i SS} \times \int_0^\pi \sin \theta d\theta \times \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i TT \cos \varphi} \quad (57.4)$$

دالتان معرفتان كما يأتي:

$$SS(\alpha, r) = \alpha \frac{Z_p e}{r^2} \left( 1 + \frac{r}{\lambda_D} \right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (58.4)$$

$$TT(r, \omega, \theta) = \omega \frac{Z_p e}{r^3} \left( 3 \left( 1 + \frac{r}{\lambda_D} \right) + \frac{r^2}{\lambda_D^2} \right) \sin \theta \cos \theta e^{-\left(\frac{r}{\lambda_D}\right)} \quad (59.4)$$

بخطوات مماثلة لما سبق نجد:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi e^{-i TT \cos \varphi} = \int_0^{2\pi} \cos[TT \cos \varphi] d\varphi - i \int_0^{2\pi} \sin[TT \cos \varphi] d\varphi = 2\pi J_0[TT] \quad (60.4)$$

$$; \int_0^{2\pi} \sin[TT \cos \varphi] d\varphi = 0 \quad (\forall \varphi)$$

إذاً ستكون:

$$\mathbb{N} = \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 dr \times e^{-\frac{U(r)}{kT}} \times e^{-i SS} \times \int_0^\pi \sin \theta d\theta \times J_0[TT] \quad (61.4)$$

$$\mathbb{N} = \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} dr \cos(SS) \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta J_0[TT] d\theta - i \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} dr \sin(SS) \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta J_0[TT] d\theta \quad (62.4)$$

$$\therefore \mathbb{N} = \text{Re}(\mathbb{N}) + i \text{Im}(\mathbb{N}) = |\mathbb{N}|(\cos\Delta + i \sin\Delta) = |\mathbb{N}|e^{i\Delta} \quad (63.4)$$

حيث:

$$\text{Re}(\mathbb{N}) = \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} \cos(SS) dr \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta J_0[TT] d\theta \quad (64.4)$$

$$\text{Im}(\mathbb{N}) = \frac{2\pi}{Z_N} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U(r)}{kT}} \sin(SS) dr \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta J_0[TT] d\theta \quad (65.4)$$

$$\therefore P_{\succ}^{zx}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\omega e^{i\omega f + i\alpha\varepsilon} |\mathbb{N}|^N [\cos(N\Delta) + i \sin(N\Delta)] \quad (66.4)$$

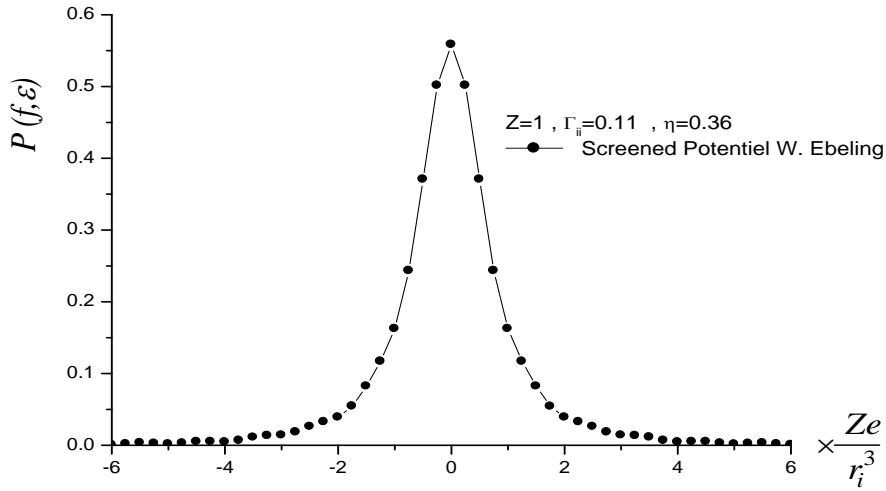
نرتب حدود العلاقة أعلاه، و للمبررات المشار إليها آنفاً فإن الجزء التخيلي من العلاقة (66.4) سيكون معدوماً و من ثمَّ نجد:

$$P_{\succ}^{zx}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\omega |\mathbb{N}|^N \cos(\omega f + \alpha\varepsilon) \quad (67.4)$$

المعادلة الأخيرة هي دالة توزيع مشتقة الحقل  $f = \frac{\partial E_z}{\partial x}$  عند القيمة  $\varepsilon$  للحقل الموضعي من أجل  $r < r_1$ . يمكن تلخيص الحساب فيما يلي:

$$P_{\text{screened-Ebeling}}^{Zx}(f, \varepsilon) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega |\mathbb{N}|^N [\cos(\omega f + \alpha\varepsilon)] & \text{if } r < r_1 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega |\mathbb{N}|^N [\cos(\omega f + \alpha\varepsilon)] & \text{if } r > r_1 \end{cases} \quad (68.4)$$

أنجزنا برنامجاً بلغة الفورترن و حسبنا التكامل (68.4)، فحصلنا على الشكل (4.3).

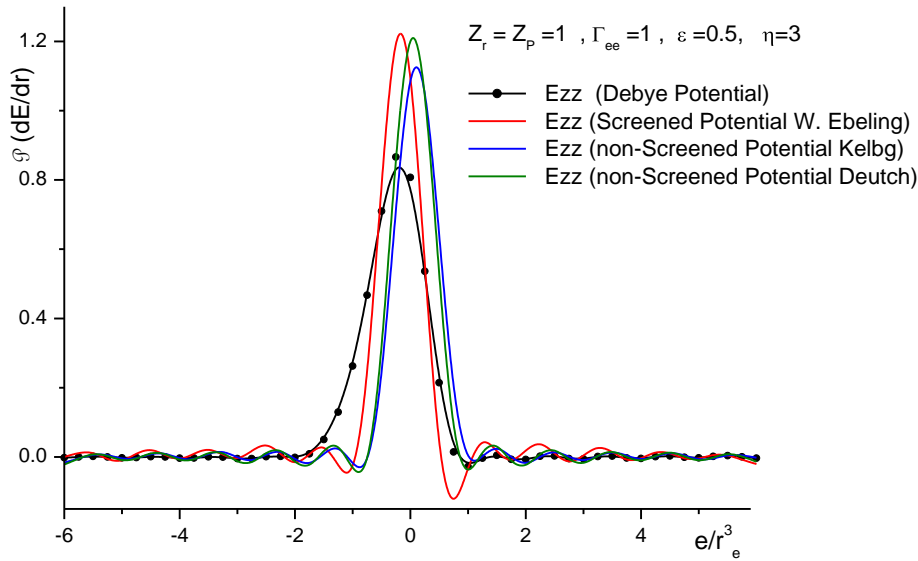


الشكل (3.4): دالة توزيع المشتقة  $\frac{\partial E_z}{\partial x}$

### 3.2.4 نتائج و مقارنات

لمعرفة تأثير الأفعال الكمية في دوال توزيع مشتقات الحقل الكهربائي الموضوعي، أجرينا مقارنة بين تفاعلات تأخذ بعين الاعتبار الأفعال الكمومية؛ كمون إيلينغ، كمون كلبج و كمون دوتش، و كمون ديبي الذي لا يأخذ بعين الاعتبار هذه الأفعال. يبين الشكل (4.4) مقارنة بين دالة توزيع المشتقة القطرية المحسوبة تحليليا لكمون إيلينغ غير المحجب و كمون كلبج و دوتش مع كمون ديبي لبلازما شديدة التزاوج و ذات درجة تكميم عالية.

تفصيل حساب دوال التوزيع للكمونات المختلفة موجودة بالملحق آخر الأطروحة.



الشكل (4.4): دوال توزيع المشتقة لأربعة كمونات مختلفة؛ كمون لكمون إيبيلين و كلبج و دوتش و دييبي.

من خلال الشكل (4.4) يمكننا ملاحظة أن القيمة الأكثر احتمالاً للمشتقة المحسوبة بكمون دييبي تقع في جوار الصفر؛ مما يعني أن تدرجات الحقل تكاد تكون منعدمة (الحقل متجانس)، بينما القيمة تختلف عن الصفر في حالة تطبيق الكمونات الأخرى؛ من هنا يمكننا القول أن نقول أن تدرجات الحقل تكون أكثر وضوحاً إذا أخذت التأثيرات الكمومية بعين الاعتبار.

## الحساب العددي لدوال توزيع المشتقات الفضائية للحقل الكهربائي الموضوعي

### 3.4 مقدمة

لقد تطرقنا في الفصل الثالث إلى البرنامج الذي يحسب دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي، و من خلاله يمكن استخلاص القيمة الأكثر احتمالاً للحقل الكهربائي عند شروط معينة. في هذا الفصل قمنا بإنجاز برنامج بلغة الفورترن يقوم بحساب دوال توزيع المشتقات الفضائية للحقل الكهربائي الموضوعي لبلازما ذات شروط فيزيائية محددة، باستخدام المحاكاة العددية مونت كارلو، عند قيمة ثابتة للحقل الموضوعي بغض النظر عن اتجاهه.

يتمُّ الحساب عند موضع مشحون يكون فيه المشع المغمور وسط البلازما ذا شحنة إجمالية غير معدومة، عادة ما تكون موجبة. يُوضَع الأيون المشع عند مركز الخلية المكعبة، و قد يكون من صنف الأيونات المكوّنة للبلازما التي تغمره، و قد يكون من صنف مختلف.

### 4.4 وصف برنامج حساب دوال توزيع المشتقات

يرتكز برنامج حساب المشتقات على الخطوات التالية:

- يُنشَأ ملف إدخال بيانات، توضع فيه كل المعطيات الفيزيائية و العددية التي يتطلبها تنفيذ البرنامج، كما سبق و أن تطرقنا إليها مع البرنامج العددي لحساب دالة توزيع الحقل. إلا أننا نضيف للمعطيات ( $Ecom$ )؛ الحقل المشروط و هو الحقل المشترك للهيئات، كما نعرّف للبرنامج ( $\Delta Ecom$ )؛ مقدار الإنزياح عن  $Ecom$ ، بحيث تُقبل فقط الهيئات التي تنشئ حقولاً بين:  $Ecom - \Delta Ecom$  و  $Ecom + \Delta Ecom$ .

- يُوزَع البرنامج الـ  $npart$  أيوناً داخل خلية المحاكاة توزيعاً عشوائياً.

- يحسب البرنامج مشتقات الحقل الكهربائي الناشئ عن كل الأيونات الموجودة داخل الخلية عند مركزها، و يستخدم لذلك صيغة كمون إيبينغ المحجب.
- يحسب المشتقات لكل الهياث المقبولة باستخدام الصيغ التالية:

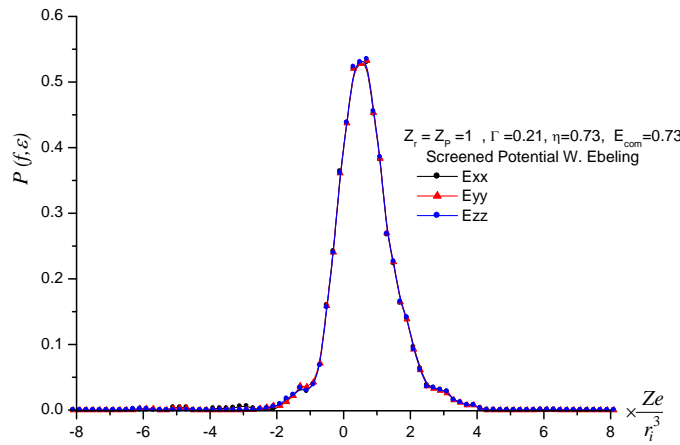
$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_f &= \begin{cases} \frac{Z_p e}{\lambda_T^2 \lambda_D r^2} \left[ -x^2 + (\lambda_D + \lambda_T \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma_{i,j}} - r) (-x^2 (\frac{1}{r} + \frac{1}{\lambda_D}) + r) \right] e^{-\frac{r}{\lambda_D}} & \text{if } r < r_1 \\
 \frac{-Z_p e}{r^3} \left\{ \left( 1 + \frac{r}{\lambda_D} \right) \left( 1 - 3 \left( \frac{x}{r} \right)^2 - \frac{x^2}{r \lambda_D} \right) + \frac{x^2}{r \lambda_D} \right\} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} & \text{if } r > r_1 \end{cases} \\
 \frac{\partial E_y}{\partial y} \Big|_f &= \begin{cases} \frac{Z_p e}{\lambda_T^2 \lambda_D r^2} \left[ -y^2 + (\lambda_D + \lambda_T \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma_{i,j}} - r) (-y^2 (\frac{1}{r} + \frac{1}{\lambda_D}) + r) \right] e^{-\frac{r}{\lambda_D}} & \text{if } r < r_1 \\
 \frac{-Z_p e}{r^3} \left\{ \left( 1 + \frac{r}{\lambda_D} \right) \left( 1 - 3 \left( \frac{y}{r} \right)^2 - \frac{y^2}{r \lambda_D} \right) + \frac{y^2}{r \lambda_D} \right\} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} & \text{if } r > r_1 \end{cases} \\
 \frac{\partial E_z}{\partial z} \Big|_f &= \begin{cases} \frac{Z_p e}{\lambda_T^2 \lambda_D r^2} \left[ -z^2 + (\lambda_D + \lambda_T \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma_{i,j}} - r) (-z^2 (\frac{1}{r} + \frac{1}{\lambda_D}) + r) \right] e^{-\frac{r}{\lambda_D}} & \text{if } r < r_1 \\
 \frac{-Z_p e}{r^3} \left\{ \left( 1 + \frac{r}{\lambda_D} \right) \left( 1 - 3 \left( \frac{z}{r} \right)^2 - \frac{z^2}{r \lambda_D} \right) + \frac{z^2}{r \lambda_D} \right\} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} & \text{if } r > r_1 \end{cases} \\
 \frac{\partial E_x}{\partial y} \Big|_f &= \begin{cases} \frac{Z_p e (xy)}{\lambda_T^2 \lambda_D r^2} \left[ 1 + (\lambda_D + \lambda_T \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma_{i,j}} - r) \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{\lambda_D} \right) \right] e^{-\left( \frac{r}{\lambda_D} \right)} & \text{if } r < r_1 \\
 \frac{Z_p e (xy)}{r^3} \left\{ \frac{3}{r^2} \left( 1 + \frac{r}{\lambda_D} \right) + \frac{1}{\lambda_D^2} \right\} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} & \text{if } r > r_1 \end{cases} \\
 \frac{\partial E_x}{\partial z} \Big|_f &= \begin{cases} \frac{Z_p e (xz)}{\lambda_T^2 \lambda_D r^2} \left[ 1 + (\lambda_D + \lambda_T \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma_{i,j}} - r) \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{\lambda_D} \right) \right] e^{-\left( \frac{r}{\lambda_D} \right)} & \text{if } r < r_1 \\
 \frac{Z_p e (xz)}{r^3} \left\{ \frac{3}{r^2} \left( 1 + \frac{r}{\lambda_D} \right) + \frac{1}{\lambda_D^2} \right\} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} & \text{if } r > r_1 \end{cases} \\
 \frac{\partial E_z}{\partial y} \Big|_f &= \begin{cases} \frac{Z_p e (zy)}{\lambda_T^2 \lambda_D r^2} \left[ 1 + (\lambda_D + \lambda_T \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma_{i,j}} - r) \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{\lambda_D} \right) \right] e^{-\left( \frac{r}{\lambda_D} \right)} & \text{if } r < r_1 \\
 \frac{Z_p e (yz)}{r^3} \left\{ \frac{3}{r^2} \left( 1 + \frac{r}{\lambda_D} \right) + \frac{1}{\lambda_D^2} \right\} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} & \text{if } r > r_1 \end{cases}
 \end{aligned} \right\} (69.4)$$

- إجراء متوسط لقيم المشتقات المحسوبة و توزيعها على سلم المقادير الممكنة لها. نشير إلى أن البرنامج لا يبدأ بحساب المشتقات إلا بعد وصول الجملة إلى مرحلة الاتزان الترموديناميكي، أي بعد مرورها بعدة آلاف من الهياث.

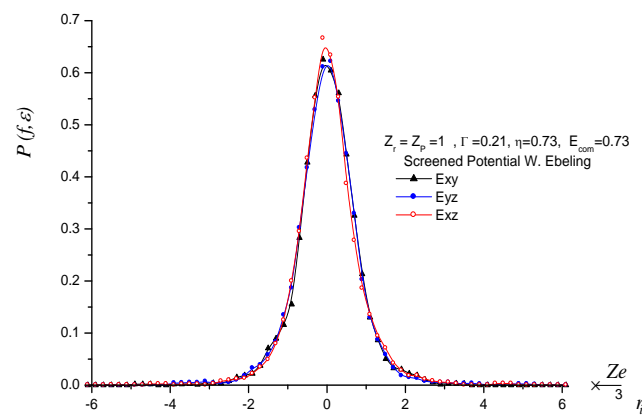
### 5.4 نتائج و مقارنات

#### 1.5.4 سلوك دوال توزيع المشتقات بتغير المُرَكَّبَات

من المتوقع أن تتطابق دوال التوزيع القطرية فيما بينها، و كذا اللاقطرية فيما بينها، ذلك أنه لا يوجد اتجاه مُفضَّل عن الآخر، بسبب تماثل المناحي الموجود في البلازما، لذلك قمنا بإجراء مقارنات للتأكد من ذلك، و أظهرناها في الشكلين (5.4) و (6.4).



الشكل (5.4): دوال توزيع المشتقات القطرية  $\frac{\partial E_x}{\partial x}$  ،  $\frac{\partial E_y}{\partial y}$  ،  $\frac{\partial E_z}{\partial z}$



الشكل (6.4): دوال توزيع المشتقات اللاقطرية  $\frac{\partial E_x}{\partial z}$  ،  $\frac{\partial E_y}{\partial z}$  ،  $\frac{\partial E_x}{\partial y}$

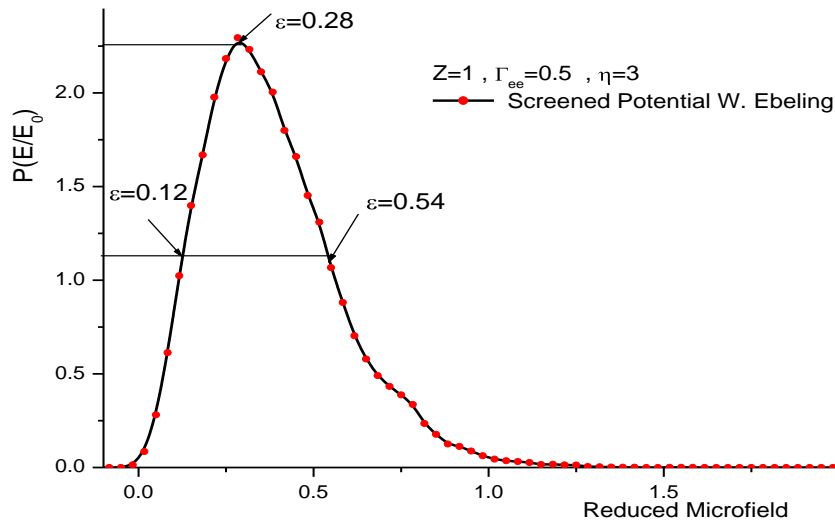


مثلاً كان منتظراً تطابقت منحنيات التوزيع للمشتقات القطرية فيما بينها، و الأمر نفسه للمشتقات اللاقطرية فيما بينها.

#### 2.5.4 سلوك دوال توزيع المشتقات القطرية و اللاقطرية مع تغيير بعض المعاملات الفيزيائية

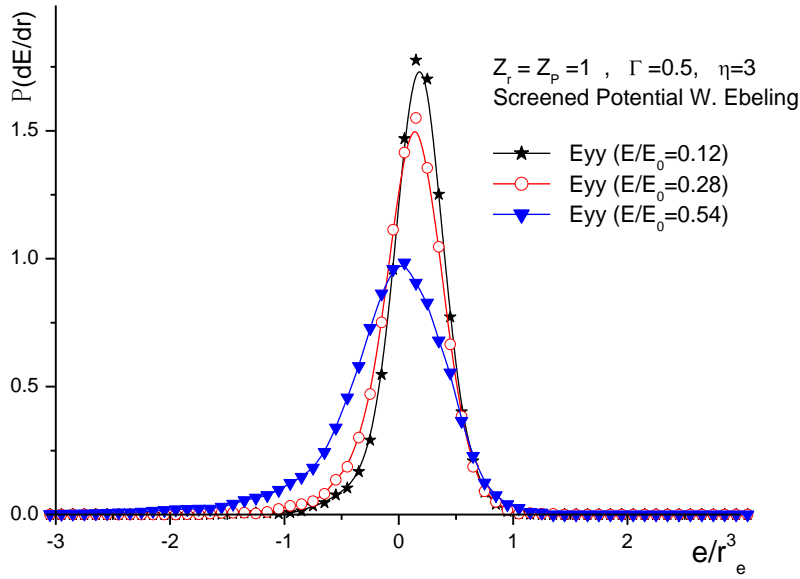
##### 1.2.5.4 سلوك دوال التوزيع بتغيير الحقل المشترك للهيئات

قصد ملاحظة سلوك دوال توزيع مشتقات الحقل الموضعي عندما يتغير الحقل  $\varepsilon$  المشترك للهيئات، قُمناً أولاً بإيجاد دالة توزيع الحقل الموضعي لبالزما لها  $Z_p = Z_r = 1$  و  $\eta = 3$  و  $\Gamma_{ee} = 0.5$ ، و استنبطنا منها قيمة الحقل الأكثر احتمالاً؛ و هي القيمة المقابلة لقمة توزيع الحقل الموضعي، و كذا القيمتين المقابلتين لنصف القيمة القصوى لهذه الدالة، هذه القيم تغطي الجزء المركزي من الطيف. كُمل ذلك موضح بالشكل (7.4).

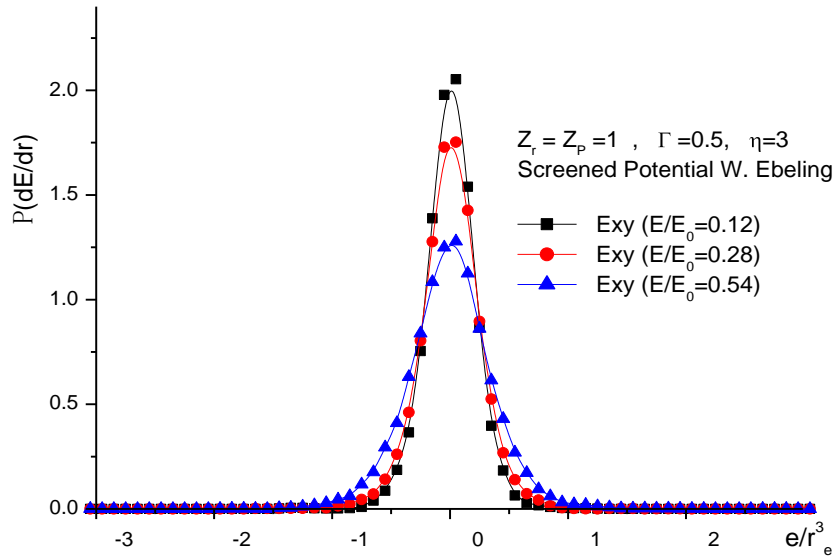


الشكل (7.4): دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضعي

نتائج دوال توزيع المشتقات القطرية و اللاقطرية ممثلة بالشكلين (8.4) و (9.4).



الشكل (8.4): دوال توزيع المشتقات القطرية بتغير الحقل المشترك للهيئات



الشكل (9.4): دوال توزيع المشتقات اللاقطرية بتغير الحقل المشترك للهيئات

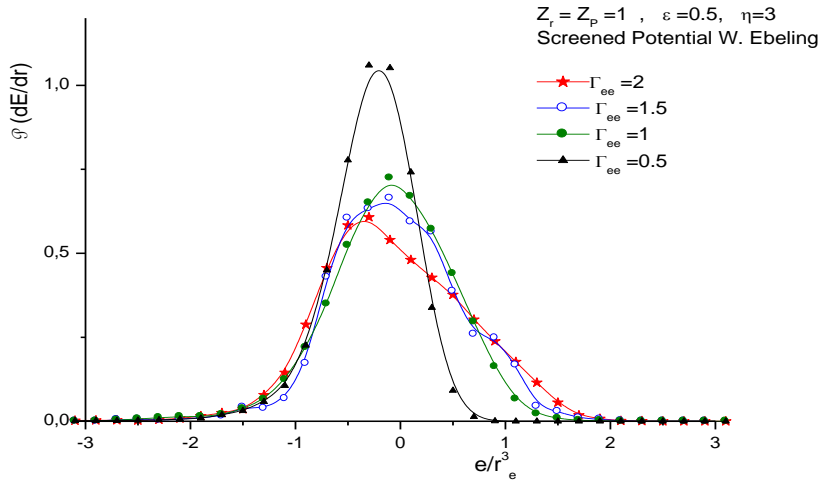
من خلال الشكلين (8.4) و (9.4) يمكننا تسجيل الملاحظات التالية:

- من الواضح أن دوال توزيع أن المشتقات القطرية و اللاقطرية ترتبط بقيم الحقل الموضعي.
- إزدیاد عرض دوال توزيع المشتقات و نقصان ارتفاعها، بإزدیاد الحقل المشترك للهيئات، سواءً للقطرية أو اللاقطرية.
- إنزیاح قمة التوزيع نحو اليسار، بإزدیاد قيمة الحقل Ecom ، للمركبة القطرية.
- أما دوال توزيع المركبات اللاقطرية  $\frac{\partial E_x}{\partial y}$  فهي متناظرة تماماً حول الصفر.

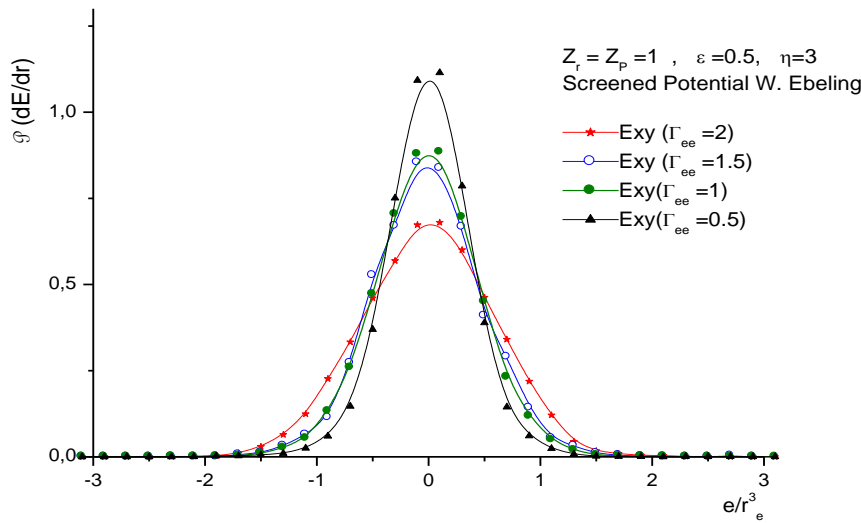
يمكن القول أن معظم القيم الأكثر احتمالاً تقع بجوار الصفر، مما يعني أن تدرجات الحقل الموضعي ضئيلة. هذا الاحتمال يتضاءل بسرعة، لأن معدل تناقصه يتضاءل كلما اتجهنا نحو جناحي التوزيع. كل هذا يمكن تلخيصه في حقيقة أن الحقل الموضعي متجانس تقريباً في مثل هذه الحالات.

#### 2.2.5.4 سلوك دوال توزيع المشتقات بثبات درجة التكميم و تغير معامل تزواج البلازما

قمنا بتفحص دوال توزيع المشتقات عندما يتغير معامل تزواج البلازما، فأهتمنا ببلازما من الهيدروجين عند كثافات و درجات حرارة مختلفة لكن لها درجة تكميم ثابتة و مرتفعة نسبياً  $\eta=3$  ، مع تغيير درجة تزواج البلازما. فكانت الدوال الممثلة بالشكلين (10.4) و (11.4).



الشكل (10.4): دوال توزيع المشتقات القطرية بتغير معامل تزواج البلازما



الشكل (11.4): دوال توزيع المشتقات اللاقطرية بتغيير معامل تزاوج البلازما

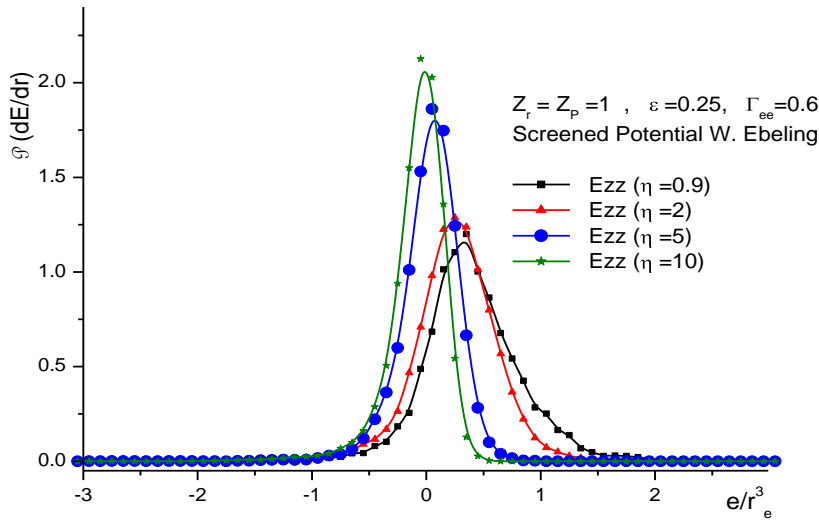
من اليسير أن نلاحظ من خلال الشكلين (10.4) و (11.4) أن دوال توزيع المشتقات لها

الخصائص التالية:

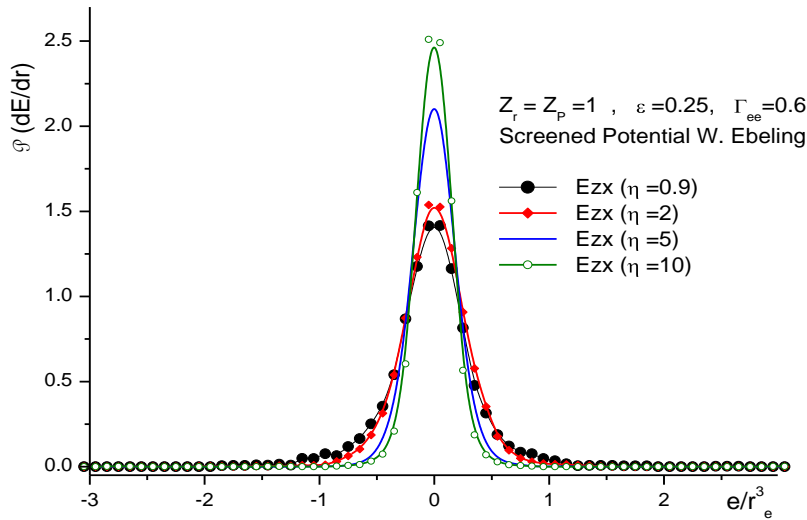
- المركبة القطرية غير متناظرة الجناحين، في حين أبدت اللاقطرية تناظرا ملحوظا.
- ثبات قمة توزيع المشتقات اللاقطرية مع تغيير  $\Gamma_{ee}$ .
- إزدياد عرض توزيع المشتقات و نقصان ارتفاعها، كلما كبرت  $\Gamma_{ee}$ ، سواءً للقطرية أو اللاقطرية.

#### 3.2.5.4 سلوك دوال توزيع المشتقات بثبات معامل تزاوج البلازما و تغيير درجة التكميم

من المعلوم لدى المشتغلين بحساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي، أن هذا الأخير لا يعتمد على الكثافة الإلكترونية و درجة الحرارة، كل على حدة، بل على معامل التزاوج، فإذا تساوت معاملات التزاوج لصنف واحد من البلازما، مهما كانت الكثافة الإلكترونية أو درجة الحرارة، فإن دالة توزيع الحقل الموضوعي واحدة [12]. أردنا اختبار صلاحية هذه الخاصية لدوال توزيع مشتقات الحقل، لبلازما الهيدروجين عند كثافات إلكترونية و درجات حرارة مختلفة، تؤدي كُلهما إلى معامل تزاوج واحد هو  $\Gamma_{ee} = 0.6$ ، لكن عند درجات تكميم مختلفة. الشكلان (12.4) و (13.4) يوضحان ذلك.



الشكل (12.4): دوال توزيع المشتقات القطرية بثبات معامل تزاوج و تغير درجة التكميم البلازما



الشكل (13.4): دوال توزيع المشتقات اللاقطرية بثبات معامل تزاوج و تغير درجة التكميم البلازما

من خلال الشكلين (12.4) و (13.4) نلاحظ عدم تطابق المنحنيات سواء لدوال التوزيع القطرية و اللاقطرية. كما يمكن رصد الخصائص التالية:

- المركبة القطرية غير متناظرة الجناحين.
- كلما كبرت درجة التكميم، ضاق توزيع المركبات القطرية و ارتفعت قيمتها و انزاحت نحو اليسار
- أما المشتقات اللاقطرية فأبدت تناظرا جيدا.
- كلما ازدادت درجة التكميم، ضاق توزيع المركبات اللاقطرية و ارتفعت قيمتها.

#### 6.4 حساب الانتقال الطيفي: $2p \rightarrow 1s$ ( $Ly - \alpha$ )

سنقوم في هذا الجزء باستغلال البرامج التي أنجزناها سابقاً لحساب دوال توزيع الحقل و مشتقات الحقل الكهربائي الموضعي لبلازما الليثيوم شبيه الهيدروجين، لأجل حساب الانتقال الطيفي  $2p \rightarrow 1s$  المعروف بخط:  $Ly - \alpha$  لنفس البلازما دون الأخذ بعين الاعتبار البنية الدقيقة، بعدها نستعمل خط الطيف الذي تحصلنا عليه لحساب السماحية الكهربائية في هذه البلازما.

#### 1.6.4 تأثير رباعي القطب الأيوني على شكل الخط الطيفي

سبق و أن ذكرنا بأن للتفاعلات بين مشعات الهيدروجين (أو أشباه الهيدروجين)، و الحقل الكهربائي الموضعي الأيوني في البلازما الكثيفة، مساهمة معتبرة في تعريض شكل الخط الطيفي الناتج، بينما التفاعل بين تدرجات الحقل الكهربائي الموضعي و رباعي القطب للمشح يسبب إزاحة و لاتناظر شكل خط الطيف، لذا وجب إدخال الحقل الكهربائي الموضعي بجميع رتبه في الصيغة النهائية للخط الطيفي. يتم التعبير عن الصيغة التحليلية للخط الطيفي متضمنة تأثير رباعي القطب الأيوني كدالة لطاقة الفوتون  $\omega$  كالتالي [8]:

$$I(\omega) = \int d\varepsilon \int d\varepsilon_{\mu\nu} \omega(\varepsilon, \varepsilon_{\mu\nu}) J(\omega, \varepsilon, \varepsilon_{\mu\nu}) \quad (70.4)$$

حيث:  $\mu, \nu$  ترمز إلى المؤشرات الفضائية  $x, y, z$ .

$$J(\omega, \varepsilon, \varepsilon_{\mu\nu}) \text{ دالة شكل الخط الطيفي للمشح في وجود الحقل } \mathcal{E} \text{ و مشتقاته الفضائية المعرفة بـ } \varepsilon_{\mu\nu} \\ \omega(\varepsilon, \varepsilon_{\mu\nu}) = Q(\varepsilon) P(\varepsilon_{\mu\nu} | \varepsilon) \quad (71.4)$$

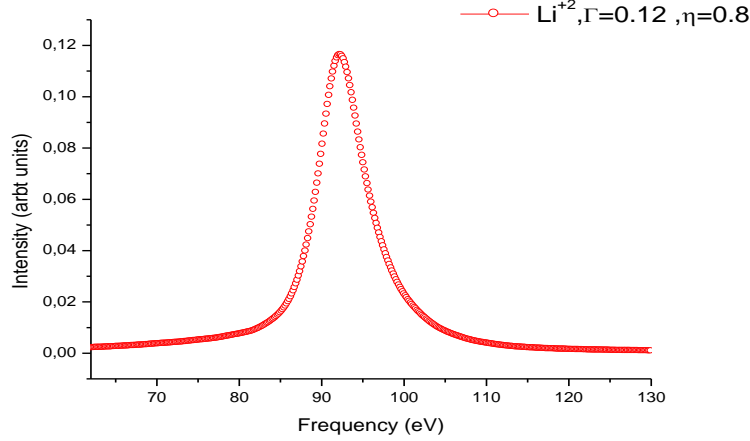
$Q(\varepsilon)$  هي دالة احتمال الحقل الموضعي الأيوني و  $P(\varepsilon_{\mu\nu} | \varepsilon)$  هي دالة الاحتمال لمشتقات الحقل  $\varepsilon_{\mu\nu}$  عند الحقل المشروط  $\mathcal{E}$ ، و هما الدالتان اللتان حسبناهما سابقاً.

للحصول على الصيغة النهائية لدالة شكل الخط متضمنة تأثير رباعي القطب الأيوني، نعوض المعادلة (71.4) في (70.4)، و بذلك يمكننا كتابة:

$$I(\omega) = \int d\varepsilon \int d\varepsilon_{\mu\nu} Q(\varepsilon) P(\varepsilon_{\mu\nu} | \varepsilon) J(\omega, \varepsilon, \varepsilon_{\mu\nu}) \quad (72.4)$$

لحساب الانتقال الطيفي للخط  $Ly - \alpha$  متضمن تأثير رباعي القطب الأيوني و بدون بنية دقيقة، لبلازما  $Li^{+2}$  النقي عند درجة التكميم  $\eta = 0.8$  و معامل تزواج  $\Gamma_{ee} = 0.12$ ، قمنا أولاً بحساب دالة توزيع الحقل للبلازما التي وصفناها آنفاً، بعدها قمنا بإيجاد دوال توزيع المشتقات لنفس البلازما، و من ثم استعنا

برنامج حسابي آخر يحسب الخط الطيفي وفق المعادلة (70.4). نشير إلى أننا قمنا بالحساب عند قيمة الحقل الأكثر احتمالاً. يوضح الشكل (14.4) منحنى خط الطيف المتحصل عليه بتأثير رباعي الأقطاب.



الشكل (14.4): فعل رباعي القطب الايوني على الخط:  $Ly - \alpha$  في بلازما  $Li^{+2}$  عند قيمة الحقل الأكثر احتمالاً.

يبدو واضحاً من المنحنى لاتناظر الجناحين، كما يلاحظ أيضاً انزياح قليل للذيل الأيسر جهة التواترات العليا.

#### 7.4 حساب السماحية الكهربائية

يمكن التعبير عن السماحية الكهربائية بالصيغة المركبة كما يلي [10,9]:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i \varepsilon''(\omega) \quad (74.4)$$

رغم أن المقادير الفيزيائية هي مقادير حقيقية و ليست مركبة، إلا أن لكل من الجزء الحقيقي و الجزء التخيلي للسماحية الكهربائية علاقة مباشرة بالقيم المقاسة؛ فالجزء التخيلي  $\varepsilon''(\omega)$  يرتبط مباشرة بامتصاص الموجة الكهرومغناطيسية من طرف النظام (معامل الامتصاص)، أي تخامد الموجة الكهرومغناطيسية كلما انغمست في الوسط و تسمى عادة بخسارة العازل. أما الجزء الحقيقي  $\varepsilon'(\omega)$  فله علاقة مباشرة بقرينة انكسار البلازما.

تعطى شدة الخط الطيفي  $I(\omega)$  بدلالة الجزء التخيلي للسماحية  $\varepsilon''(\omega)$  بالصيغة [10]

$$I(\omega) = \frac{\hbar \varepsilon''(\omega)}{4\pi^2 (1 - e^{-\beta\hbar\omega})} \quad (75.4)$$

و عليه فإن:

$$\varepsilon''(\omega) = \frac{I(\omega) 4\pi^2 (1 - e^{-\beta\hbar\omega})}{\hbar} \quad (76.4)$$



تمكننا المعادلة (76.4) من استغلال منحنى شدة الخط الطيفي الذي تحصلنا عليه في البند السابق لرسم الجزء التخيلي للسماحية الكهربائية.

انطلاقاً من الجزء التخيلي للسماحية الكهربائية سنحصل على الجزء الحقيقي بناءً على علاقة كرامر و كرونينغ (the Kramers-Kronig relation) التالية:

$$\varepsilon'(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \varepsilon''(\Omega) \frac{\Omega d\Omega}{\Omega^2 - \omega^2} \quad (77.4)$$

$$\Rightarrow \varepsilon''(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \varepsilon'(\Omega) \frac{\Omega d\Omega}{\omega^2 - \Omega^2} \quad (78.4)$$

تؤكد العلاقة (78.4) أن الجزء الحقيقي و التخيلي للسماحية الكهربائية ليسا منفصلين، فمعرفة أحدهما تقودنا إلى معرفة الآخر.

لأجل حساب السماحية الكهربائية لبلازما الليثيوم قمنا أولاً، بحساب الجزء التخيلي لها باستعمال منحنى خط الطيف المحسوب آنفاً كما بينه الشكل (14.4) وفق المعادلة (76.4). لحساب الجزء الحقيقي انطلاقاً من الجزء التخيلي وفقاً للمعادلة (77.4)، أنجزنا برنامج حسابي بلغة الفورترن لكن النتائج لم تك مرضية. بعدها استعنا بلغة المتلاب للحصول على الجزء الحقيقي وكانت نتائجه غير مرضية كذلك؛ لأن التكامل (78.4) يعتبر من التكاملات الشاذة و لم نتمكن من التغلب على هذا الشذوذ عددياً، فلجأنا إلى التفكير في حل هذه المسألة تحليلاً، حيث بحثنا عن دالة رياضية غير متناظرة الجناحين تكون مطابقة تماماً لمنحنى الجزء التخيلي فتحصلنا على الدالة التالية:

$$F(\omega) \cong \varepsilon''(\omega) = \frac{a(\omega^2 + g^2)}{(\omega - b)^2 + c^2} \quad (80.4)$$

حيث:  $a = 0.00015$  ،  $b = 92.6$  ،  $c = \sqrt{11}$  ،  $g = 3$ .

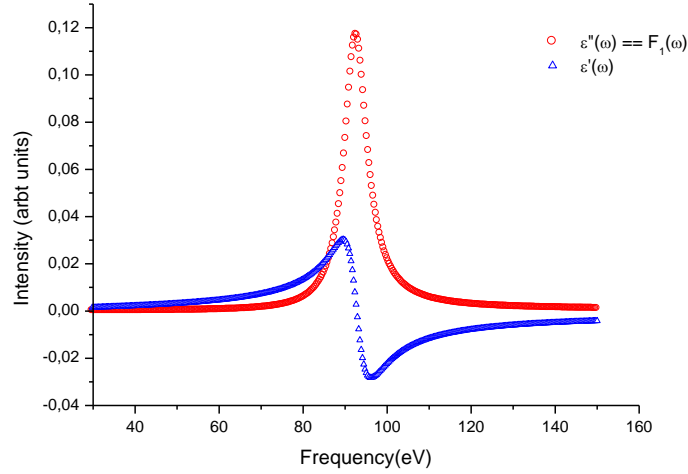
باستخدام علاقة كرامر و كرونينغ و نظرية الرواسب تمكننا من إيجاد عبارة الجزء الحقيقي المعرفة كما يلي:

$$\varepsilon'(\Omega) = \frac{-a\Omega}{\pi} J_1 - \frac{a\Omega}{\pi} (g^2 + \Omega^2) J_2 \quad (81.4)$$

$$J_2 = \frac{\pi}{c} \frac{(b^2 - \Omega^2 - c^2)}{\left[ (b - \Omega)^2 + c^2 \right] \left[ (b + \Omega)^2 + c^2 \right]}, \quad J_1 = \frac{\pi}{c}$$

تفاصيل الحساب مفصلة بالملحق آخر الأطروحة.

يوضح الشكل (15.4) نتائج حساب السماحية الكهربائية لبلازما الليثيوم التي تحصلنا عليها:



الشكل (15.4): الجزء الحقيقي والتخيلي للسماحية الكهربائية النسبية.

واضح جدا أن هيئة السماحية الكهربائية للبلازما بشقيها، الحقيقي و التخيلي، تماثل تماما ما هو موجود في المراجع المختلفة [11]، فالجزء التخيلي يشكل جرساً متناظرا حول تردد الرنين، يكون عرضه عند منتصف ارتفاعه الأعظمي مساويا لمعامل تخامد الوسط، أمّا بعيدا عند طرفي تردد الرنين فلا يكاد يكون امتصاص. أمّا الجزء الحقيقي للسماحية فيتزايد بازدياد التردد، في اتفاق واضح مع ظاهرة التبدد (ارتباط قرينة الانكسار بتردد الموجة)، حتى إذا اقترب تردد الموجة من تردد الرنين انهارت قيمة السماحية بحدّة، في اتفاق يعكس الامتصاص الأعظم لطاقة الموجة (تخامد الموجة الكهرمغناطيسية).

مراجع الفصل الرابع :

- [1] C. Stehlé, D. Gilles, and A.V. Demura, "Asymmetry of Stark profile", Eur. Phys. J. D 12, 355–367 (2000).
- [2] قريشة سليمة، مذكرة الماجستير، "مساهمة في دراسة توزيعات المشتقات الفضائية للحقول الكهربائية الموضوعية في البلازما"، جامعة ورقلة (2008).
- [3] D. P. Kilcrease and M. S. Murillo, J. Quant. Spect. Radiat. Transf, **Vol.** 65, 343 (2000).
- [4] M. Lewis and H. Margenau, Phys. Rev. 109, 842 (1958).
- [5] W. Ebeling, A. Filinov, M. Bonitz, V. Filinov and T. Pohl, "The method of effective potentials in the quantum-statistical theory of plasmas", J. Phys. A: Math. Gen. 39 4309–4317 (2006).
- [6] قريشة سليمة، "استخدام نموذج الجسيمات المستقلة لحساب دوال توزيع المشتقات الفضائية للحقل الكهربائي الأيوني الموضوعي في البلازما"، رسالة دكتوراه علوم، جامعة ورقلة، (2013).
- [7] L. E. REICHL, "A Modern Course in Statistical Physics", 2nd Edition, USA (1997).
- [8] D. P. Kilcrease, R. C. Mancini, and C. F. Hooper, "Ion broadening of dense-plasma spectral lines including field-dependent atomic physics and the ion quadrupole interaction", Physical Review E, **Vol.** 48(1993).
- [9] Donald A. MC Quarrie, "Statistical Mechanics", page (495-501), Harprer & Row publishers New York Evanston San Francisco London(1976).
- [10] K. E. Peiponen, E. M. Vartiainen and T. Asakura, "Dispersion,Complex Analysis and Optical Spetroscopy", Springer (1999).
- [11] Richard G. Geyer, "Dielectric characterization and reference materials", page (22-23), National Institute of Standards and Technology (U.S.)(1990).
- [12] C. F. Hooper, Jr, "Spectral Line Shapes", **Vol.** 4 - 8th International Conference on Spectral Line Shapes, pp. 161-194 (1987).

## خلاصة عامة

في هذا العمل قمنا أولاً بتمهيد لموضوعنا بتقديم وصف لحالة البلازما، و تذكير بأهم المعاملات و الوسائط الفيزيائية الخاصة بها. تحدثنا عن الخطوط الطيفية الصادرة عن المشعات فيها، مع توضيح الأسباب التي تؤدي إلى تعريضها. تلونا ذلك بالحديث عن البلازما الكمومية.

قدّمنا عرضاً موجزاً لإشكالية الحقول الموضعية عند المسافات الصغيرة، حيث تحدثنا عن تعويض جهد كولوم بالجهد الفعال المقترح من طرف كلبج، لكي يكون معرفاً عند المسافات القصيرة، حيث تظهر الأفعال الكمية. كما تناولنا أهمّ النماذج المقترحة لأشباه الكمونات؛ التي يتم بواسطتها إدخال التأثيرات الكمية عند المسافات الصغرية. لقد حسبنا دوال الترابط القطرية و دوال توزيع الحقول الموضعية و مشتقاتها مع أخذ التأثيرات الكمومية بعين الاعتبار و استغلينا جهداً معروفاً بجهد W. Ebeling (إيبيلينغ)، و هو شكل مبسط لجهد كلبج، و لتضمن التأثيرات الكمية حسبنا حدود ذلك.

باشرنا بعد ذلك في تطبيق كمون W. Ebeling لحساب دالة الارتباط القطرية؛ لأخذ التأثيرات الكمومية بعين الاعتبار، مرة من دون حجب و أخرى بإدخال مفعول الحجب عليه. أجرينا مقارنة بينهما فلاحظنا تباين واضح بين المنحنيين خاصة عند المسافات الصغيرة و المتوسطة. عزونا ذلك إلى معامل الحجب حيث بإدخاله تتناقص قوى التنافر الكهربائية، مما يؤدي إلى ارتفاع عامل الارتباط لديها. كما وجدنا أيضاً أنه بأخذ التأثيرات الكمومية يزداد احتمال اقتراب الأيونات من بعضها البعض. قارنّا بين دوال توزيع الترابط القطرية باعتبار تفاعل إيبيلينغ و كمونات أخرى فأبدت نتائجنا تقارباً واضحاً معها، إذ كانت لها الهيئة نفسها و السلوك نفسه، من حيث النسق العام للمنحنيات، كما وُجِدَ بعض الانزياح بيننا، الذي يمكن رده ببساطة إلى التفاعلات المعتبرة في الحسابات.

بعد ذلك تحدثنا عن دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي، و دوره في أطيف البلازما؛ ذلك أنه من المعتقد لدى الباحثين أنّها أحد الأسباب المؤدية إلى تعريض الخطوط الطيفية الصادرة عن البلازما. تناولنا كيف يتم إدخال هذه الدوال في الصيغة النهائية لخط الطيف. تلونا ذلك بحديث موجز عن المحاكاة العددية بطريقة مونتّي كارلو، و كيفية سير عملياتها لحساب المقادير التي نود الوصول إليها، من حيث الاختيار الأفضل للعينات و كيفية حساب المتوسط الإحصائي للمقادير الفيزيائية.

حسبنا دوال توزيع الحقل باعتبار تفاعل إيبيلينغ غير المحجب، ثم أدخل فعل الحجب على جهد إيبيلينغ و أجرينا مقارنة مع النتائج التي أعطتها الديناميكا الجزئية، فكان التقارب واضحاً. اعتمدنا جهد

إيلينغ المحجوب لحساب كل دوال الحقل، حيث نُورنت بأعمال أخرى، فكانت نتائج حساباتنا متفقة معها إلى حد بعيد.

تطابقت نتائجنا مع حسابات APEX عند درجة التكميم  $\eta = 0.01$  ، بينما تباينت عند  $\eta = 0.8$  ، يمكن تبرير التطابق لأن درجة التكميم ضعيفة و البلازما يمكن معالجتها كلاسيكيا و بالتالي لا يظهر أثر الفعل الكمومي على منحنيات التوزيع. أما التباين عن نموذج APEX فيفسر بالتأثيرات الكمية التي أخذناها بعين الاعتبار أثناء عمليات المحاكاة؛ فالبلازما المدروسة لها طبيعة كمومية ( $\eta = 0.8$ ) ، في حين لم يأخذ APEX ذلك بعين الاعتبار.

لقد حسبنا دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي باستخدام محاكاة مونت كارلو MC، و الديناميكا الجزئية MD عند نفس معامل التزاوج، مع الأخذ بعين الاعتبار التأثيرات الكمومية في المسافات البينية الأيونية القصيرة، و اخترنا للمقارنة عمل Sadykova. أظهرت النتائج تقاربا واضحا جدا بين توزيعي الدوال المحسوبة بطريقتي MD و MC ، بينما كانا مختلفين تماما عن توزيع Sadykova . يمكن تبرير هذا الاختلاف بنوع الجهد المستخدم؛ استخدمنا جهد إيلينغ و حسبنا مركبة الحقل منخفضة التردد، بينما استخدمت ساديكوف و الآخرون كمون G. Kelbg المحجب و حسبت مركبة الحقل عالية التردد، من ناحية أخرى استخدمنا المحاكاة العددية MC، بينما حسبت Sadykova et al دالة التوزيع بشكل تحليلي.

من جهة أخرى رُصدت سلوكات دوال توزيع الحقل بتغير معامل التزاوج، درجة التكميم و صنف البلازما، فكان ما يلي:

نتائج ثبات درجة التكميم و تغيير معامل التزاوج:

- كلما كَبُرَّ معامل تزاوج البلازما، ضاق التوزيع و ارتفعت قمته و انزاحت نحو الحقول الضعيفة، و أسرع بالاضمحلال جهة الحقول الكبيرة. يمكن تفسير ذلك أنه مع زيادة معامل التزاوج في البلازما، يميل النظام إلى الحالة الصلبة؛ إذن لا توجد تصادمات مفاجئة بين الأيونات؛ و بالتالي لا توجد حقول موضعية قوية هناك. لذلك من المرجح أن يكون لدينا حقول موضعية ضعيفة.

و مع ثبات معامل التزاوج و تغيير درجة التكميم تمكنا من تسجيل الملاحظات التالية:

- بازدياد درجة التكميم فإن دوال توزيع الحقل يقل عرضها و تتسارع بالاضمحلال جهة الحقول الكبيرة.  
- كما أن الحقل الأكثر احتمالا ظل ثابتاً تقريباً بتغيير درجة التكميم، مما جعلنا نحكم بأن الحقل الأكثر احتمالا ذو علاقة بمعامل التزاوج لا بدرجة التكميم.

لقد تبين لنا أيضا أن دوال توزيع الحقل الكهربائي للبلازما الواحدة تتأثر باختلاف الأيون المشع. مع إبقاء كلا من معامل التزاوج و درجة التكسيم ثابتين، فرصدنا:

- اتساع و انخفاض قمة توزيع دوال الحقل و انزياحها جهة الحقول الضعيفة كلما ارتفع العدد الذري  $Z$ . يُفسر ذلك ربما؛ عندما تزداد الشحنة الفعلية  $Z$  تزداد قوة التنافر بين الأيونات أيضًا، مما يجعل المسافة بين الأيونات أكبر؛ و من ثم فإن احتمال وجود حقل ضعيف معين سيكون أقل.

قمنا كذلك بحساب دالة توزيع الحقل الكهربائي تحليليا، و أجرينا مقارنة بين نتائجنا العددية و التحليلية فكان التقارب واضحا بين التوزيعين من حيث الهيئة العامة للمنحنيات. أما ما ظهر من اختلاف بينهما يمكن عزو ذلك إلى اختلاف اعتبار التفاعل فيما بينهما؛ ففي الحساب النظري اعتبرنا فقط طاقة التفاعل بين الأيون المشع و الأيونات المحدثه للاضطراب، و أهملنا بقية التفاعلات، في حين أخذنا في الحساب العددي كل التفاعلات بعين الاعتبار.

هذا و إن النتائج التي توصلنا إليها من خلال برامج الحساب التحليلي، أو الحساب العددي فتحت الباب لمواصلة تطبيق كمون إيلينغ لحساب دوال توزيع مشتقات الحقل الكهربائي الموضعي في البلازما و من ثم إدخالها في الصيغة الطيفية لإيجاد الشكل النهائي للخط الطيفي، و استنباط لانتاظره الحاصل بسبب تدرجات الحقل الموضعي حول الأيون المشع.

لقد اخترنا في أعمال سابقة، سلوك دوال توزيع المشتقات بتغير المركبات، فتوصلنا إلى تطابق دوال التوزيع القطرية فيما بينها، و كذا اللاقطرية فيما بينها؛ ذلك أنه لا يوجد اتجاه مفضل عن الآخر بسبب تماثل المناحي الموجود في البلازما. إن هذه النتائج تساعدنا في اختزال حساب دوال توزيع المشتقات إلى حساب دالتين فقط؛ هما دالة توزيع المشتقة القطرية و دالة توزيع المشتقة اللاقطرية. باشرنا بحساب دالة توزيع المشتقة القطرية  $\frac{\partial E_z}{\partial z}$ ، و دالة التوزيع غير القطرية  $\frac{\partial E_z}{\partial x}$ ، تحليليا باستخدام نموذج الجسيم المستقل للقيمة الأكثر احتمالا للحقل الموضعي.

لمعرفة مدى تأثير الأفعال الكمية في دوال توزيع مشتقات الحقل الكهربائي الموضعي، أجرينا مقارنة بين تفاعلات تأخذ بعين الاعتبار الأفعال الكمومية؛ ككمون إيلينغ، كمون كلبج و كمون دوتش، و أخرى لا تأخذ بعين الاعتبار الأفعال الكمية ككمون ديباي في بلازما شديدة التزاوج و ذات درجة تكسيم عالية، و أمكننا ملاحظة أن القيمة الأكثر احتمالا للمشتقة المحسوبة بكمون ديباي تقع في جوار الصفر؛ مما يعني أن تدرجات الحقل تكاد تكون منعدمة (الحقل متجانس)، بينما القيمة تختلف عن

الصفري في حالة تطبيق الكمونات الأخرى؛ من هنا يمكننا القول أن نقول أن تدرجات الحقل تكون أكثر وضوحا إذا أخذت التأثيرات الكمومية بعين الاعتبار.

قمنا بعد ذلك بحساب دوال توزيع المشتقات الفضائية للحقل الكهربائي الموضوعي في البلازما، عدديا باستخدام محاكاة مونتج كارلو، عند قيمة ثابتة للحقل الموضوعي بغض النظر عن اتجاهه. يمكن إجمالاً ما خلصنا إليه من هذا العمل فيما يلي:

- تطابق منحنيات التوزيع للمشتقات القطرية فيما بينها، و الأمر نفسه للمشتقات اللاقطرية فيما بينها.
- دوال توزيع المشتقات القطرية و اللاقطرية ترتبط بقيم الحقل الموضوعي.
- إزدياد عرض دوال توزيع المشتقات و نقصان ارتفاعها، بازدياد الحقل المشترك للهياث، سواءً للقطرية أو اللاقطرية.
- إزدياد قمة التوزيع نحو اليمين، بازدياد قيمة الحقل Ecom، للمركبة القطرية.
- تناظر دوال توزيع المركبات اللاقطرية تماما حول الصفري.

يمكن القول أن معظم القيم الأكثر احتمالا تقع بجوار الصفري، مما يعني أن تدرجات الحقل الموضوعي ضئيلة. هذا الاحتمال يتضاءل بسرعة، لأن معدل تناقصه يتضاءل كلما اتجهنا نحو جناحي التوزيع. كل هذا يمكن تلخيصه في حقيقة أن الحقل الموضوعي متجانس تقريبا في مثل هذه الحالات.

تم التعرّف على مدى تأثير معامل التزاوج مع ثبوت درجة التكميم على دوال توزيع المشتقات و كانت النتائج كما يلي:

- المركبة القطرية غير متناظرة الجناحين، في حين أبدت اللاقطرية تناظرا ملحوظا.
- ثبات قمة توزيع المشتقات اللاقطرية مع تغير  $\Gamma_{ee}$ .
- إزدياد عرض توزيع المشتقات و نقصان ارتفاعها، كلما كبرت  $\Gamma_{ee}$ ، سواءً للقطرية أو اللاقطرية.
- أما مع ثبوت معامل التزاوج و تغيير درجة التكميم فتم تسجيل عدة ملاحظات هامة، يمكن تلخيصها فيما يلي:

- عدم تطابق المنحنيات سواء لدوال التوزيع القطرية و اللاقطرية.
- المركبة القطرية غير متناظرة الجناحين.
- كلما كبرت درجة التكميم، ضاق توزيع المركبات القطرية و ارتفعت قمتها و انزاحت نحو اليسار.
- أما المشتقات اللاقطرية فأبدت تناظرا جيدا.
- كلما ازدادت درجة التكميم، ضاق توزيع المركبات اللاقطرية و ارتفعت قمتها.

لقد سعينا في نهاية هذه الدراسة إلى تجميع النتائج التي توصلنا إليها في حساب دوال توزيع الحقل و مشتقات الحقل الكهربائي الموضوعي لبلازما الليثيوم شبيه الهيدروجين، لأجل حساب الانتقال الطيفي  $2p \rightarrow 1s$  المعروف بخط:  $Ly - \alpha$  لنفس البلازما دون الأخذ بعين الاعتبار البنية الدقيقة. بعدها استعملنا خط الطيف الذي تحصلنا عليه لحساب السماحية الكهربائية في هذه البلازما. كان منحنى السماحية الكهربائية للبلازما بشقيها، الحقيقي و التخيلي، مماثل تماما لما هو موجود في المراجع المختلفة، فالجزء التخيلي يشكل جرساً متناظراً حول تردد الرنين.

هذا و إن النتائج التي توصلنا إليها، فتحت الباب واسعاً قصد تطبيق أوسع في هذا المجال، يمكنها أن تكون - في المستقبل - منطلقات بحث لأعمال أخرى: معامل الانتشار، قرينة الانكسار، و الناقلية الكهربائية في البلازما،.....



### 1. خطوات حساب دالة التوزيع القطرية باستخدام كمون كلبج

يعطى كمون التفاعل بين الأيونين  $i$  و  $j$  حسب كلبج كما يلي:

$$U^K(r) = \frac{Z_i Z_j e^2}{r} \left[ 1 - \exp\left(\frac{-r^2}{\lambda_T^2}\right) + \frac{\sqrt{\pi} r}{\lambda_T} \left( 1 - \text{erf}\left(\frac{r}{\lambda_T}\right) \right) \right] \quad (1)$$

و عليه يكون الحقل عند المشع بالصيغة التالية:

$$E^K(r) = \frac{Z_p e}{r^2} \left( 1 + \exp\left(\frac{-r^2}{\lambda_T^2}\right) \right) \quad (2)$$

حيث مشتقة دالة الخطأ:  $\frac{\partial \text{erf}(r/\lambda_T)}{\partial(r/\lambda_T)} = \frac{2}{\lambda\sqrt{\pi}} e^{-\frac{r^2}{\lambda^2}}$  ، أما مركبة الحقل  $E_z$  فهي:

$$E_z^K(r) = Z_p e \left( 1 + \exp\left(\frac{-r^2}{\lambda_T^2}\right) \right) \frac{z}{r^3} \quad (3)$$

بإجراء الاشتقاق للمركبة  $E_z$  بالنسبة ل  $Z$  نحصل على:

$$\frac{\partial E_z^K}{\partial z} = \frac{Z e}{r^3} \left[ 1 + e^{-\frac{r^2}{\lambda_T^2}} - \left( 3 + \left( 3 + \frac{2r^2}{\lambda_T^2} \right) e^{-\frac{r^2}{\lambda_T^2}} \right) \cos^2 \theta \right] \quad (3)$$

بتعويض عبارتي الحقل  $E^K(r)$  و المشتقة الجزئية  $\frac{\partial E_z^K}{\partial z}$  في المعادلة (11.4) نحصل على:

$$P^K(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega e^{i\omega f + i\alpha\varepsilon} \left[ \mathbb{Z}^K \right]^N \quad (4)$$

حيث:

$$\mathbb{Z}^K = \frac{2\pi}{Z_N^K} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U^K(r)}{kT}} dr e^{-iG_0(\alpha, \omega, r)} \int_0^\pi \sin\theta d\theta e^{iF_0(\omega, r)\cos^2\theta} \quad (5)$$

$$G_0(\alpha, \omega, r) = \frac{Ze}{r^2} \left( \alpha + \frac{\omega}{r} \right) \left( 1 + e^{-\frac{r^2}{\lambda_T^2}} \right) \quad (6) \text{ و:}$$

$$F_0(\omega, r) = \omega \frac{Ze}{r^3} \left( 3 + \left( 3 + \frac{2r^2}{\lambda_T^2} \right) e^{-\frac{r^2}{\lambda_T^2}} \right) \quad (7)$$

$$Z_N^K = 4\pi \int_0^R r^2 e^{-\frac{U^K(r)}{kT}} dr \quad (8)$$

بإتباع نفس خطوات الحساب كما في كمون إيبيلينغ المحجب نحصل على:

$$P^K(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\omega \left| \mathbb{Z}^K \right|^N \left[ \cos(\omega f + \alpha\varepsilon + N\Delta) + i \sin(\omega f + \alpha\varepsilon + N\Delta) \right] \quad (9)$$

حيث  $Z^K = \text{Re}(Z^K) + i \text{Im}(Z^K)$  ،  $\Delta$  زاويته العدد المركب  $Z^K$  و  $|Z^K|$  هي طويلته، مع

$$\text{Re}(Z^K) = \left\{ \frac{4\pi}{Z_N^K} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U^K(r)}{kT}} dr \left[ X^K \times \cos G_0 + Y^K \times \sin G_0 \right] \right\} \quad (10)$$

$$\text{Im}(Z^K) = \left\{ \frac{4\pi}{Z_N^K} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U^K(r)}{kT}} dr \left[ Y^K \times \cos G_0 - X^K \times \sin G_0 \right] \right\} \quad (11)$$

$$\text{بينما: } X^K = \sqrt{\frac{\pi}{2F_0}} \text{FRES}C\left(\sqrt{\frac{2F_0}{\pi}}\right)$$

$$Y^K = \sqrt{\frac{\pi}{2F_0}} \text{FRESS}\left(\sqrt{\frac{2F_0}{\pi}}\right)$$

$$P_{ZZ}^{Kelbg}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega \left| Z^K \right|^N [\cos(\omega f + \alpha \varepsilon)] \quad (12)$$

## 2. خطوات حساب دالة توزيع المشتقة القطرية باستخدام كمون دوتش

كمون التفاعل بين أيونين 1 و 2 حسب دوتش يكتب كالتالي:

$$U^D(r) = \frac{Z_i Z_j e^2}{r} (1 - \exp(-\frac{r}{\lambda_T})) \quad (13)$$

و بذلك يكون الحقل الكهربائي الناشئ عن أحد الايونات عند المشع كما يلي:

$$E^D(r) = \frac{Z_p e}{r^2} (1 - (1 + \frac{r}{\lambda_T}) \exp(-\frac{r}{\lambda_T})) \quad (14)$$

أما مشتقة مركبته  $E_z$  بالنسبة ل  $Z$  :

بتعويض عبارة الحقل و مشتقته في عبارة التوزيع، و إتباع نفس خطوات الحساب نصل إلى:

$$P^D(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega e^{i\omega f + i\alpha \varepsilon} [C^D]^N \quad (15)$$

حيث:

$$C^D = \frac{2\pi}{Z_N^D} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U^D(r)}{kT}} dr e^{-iG^D(\alpha, \omega, r)} \int_0^\pi \sin \theta d\theta e^{iF^D(\omega, r) \cos^2 \theta} \quad (16)$$

أما:

$$G^D(\alpha, \omega, r) = \frac{Z_p e}{r^2} \left( \alpha + \frac{\omega}{r} \right) \left( 1 - \left( 1 + \frac{r}{\lambda_T} \right) e^{-\frac{r}{\lambda_T}} \right) \quad (17)$$

$$F^D(\omega, r) = \omega \frac{Z_p e}{r^3} \left[ 3 - \left( 3 - \frac{r}{\lambda_T} \right) \left( 1 + \frac{r}{\lambda_T} \right) - \frac{r}{\lambda_T} \right] e^{-\frac{r}{\lambda_T}} \quad (18)$$

و:  $Z_N^D = 4\pi \int_0^R r^2 e^{-\frac{U^D(r)}{kT}} dr$  ، نواصل على نفس خطوات الحساب فنجد:

$$P^D(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\omega \left| \mathbb{C}^D \right|^N [\cos(\omega f + \alpha \varepsilon + N \Delta)] + i \sin(\omega f + \alpha \varepsilon + N \Delta) \quad (19)$$

مع:

$$\text{Re}(\mathbb{C}^D) = \left\{ \frac{4\pi}{Z_N^D} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U^D(r)}{kT}} dr \left[ X^D \times \cos G^D + Y^D \times \sin G^D \right] \right\} \quad (20)$$

$$\text{Im}(\mathbb{C}^D) = \left\{ \frac{4\pi}{Z_N^D} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U^D(r)}{kT}} dr \left[ Y^D \times \cos G^D - X^D \times \sin G^D \right] \right\} \quad (21)$$

$$Y^D = \sqrt{\frac{\pi}{2F^D}} \text{FRESS} \left( \sqrt{\frac{2F^D}{\pi}} \right) , \quad X^D = \sqrt{\frac{\pi}{2F^D}} \text{FRESC} \left( \sqrt{\frac{2F^D}{\pi}} \right)$$

أخيراً نكتب:

$$P_{zz}^{Deut}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega \left| \mathbb{C}^D \right|^N [\cos(\omega f + \alpha \varepsilon)] \quad (22)$$

### 3. خطوات حساب دالة توزيع المشتقة القطرية باستخدام كمون إيبيلينغ غير المحجب

تُعطى طاقة تفاعل إيبيلينغ غير المحجب و سنرمز له اختصاراً no-sc بين الأيونين  $i$  و  $j$  بـ [1]:

$$U_{no-sc}^{Ebeling}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) = \begin{cases} \frac{Z_i Z_j e^2}{\lambda_T} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma_{ij}} - \frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}{\lambda_T} \right) & \text{if } |\vec{r}_i - \vec{r}_j| < r_1 \\ \frac{Z_i Z_j e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} & \text{if } |\vec{r}_i - \vec{r}_j| > r_1 \end{cases} \quad (23)$$

#### 1.3 إيجاد عبارة دالة التوزيع من أجل: $r < r_1$

من أجل  $r < r_1$  فإن عبارة الطاقة و الحقل الكهربائي لإيبيلينغ غير المحجب:

$$U_{<no-sc}^{Ebel} = \frac{Z_p Z_r e^2}{\lambda_T} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} - \frac{r}{\lambda_T} \right) \quad (24)$$

$$E_{<no-sc}^{Ebel}(r) = \frac{Z_p e}{\lambda_T^2} \quad (25)$$

أما مركبة الحقل  $E_z$  فتكتب:

$$E_{Zno-sc}^{Ebel}(r) = z \frac{Z_p e}{r \lambda_T^2} \quad (26)$$

بعد إجراء الاشتقاق للعلاقة (26) بالنسبة لـ  $z$

$$\frac{\partial E_{Zno-sc}^{Ebel}}{\partial z} = z \frac{Z_p e}{r \lambda_T^2} (1 - \cos^2 \theta) \quad (27) \text{ نجد:}$$

باتباع نفس خطوات الحساب كما في حالة كمون إيبيلينغ المحجب نحصل على:

$$P_{<no-sc}^{Ebel}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega |\mathbb{N}|^N [\cos(\omega f + \alpha \varepsilon)] \quad (28)$$

حيث الجزء الحقيقي و التخيلي للعدد المركب  $\mathbb{N}$  معرفان كما يلي:

$$\text{Re}(\mathbb{N}) = \left\{ \frac{4\pi}{Z_{Zno-sc}^{Ebel}} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U_{no-sc}^{Ebel}(r)}{kT}} dr \left[ X_{no-sc}^{Ebel} \times \cos G_{no-sc}^{Ebel} + Y_{no-sc}^{Ebel} \times \sin G_{no-sc}^{Ebel} \right] \right\} \quad (29)$$

$$\text{Im}(\mathbb{N}_{no-sc}^{Ebel}) = \left\{ \frac{4\pi}{Z_{Nno-sc}^{Ebel}} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U_{no-sc}^{Ebel}(r)}{kT}} dr \left[ Y_{no-sc}^{Ebel} \times \cos G_{no-sc}^{Ebel} - X_{no-sc}^{Ebel} \times \sin G_{no-sc}^{Ebel} \right] \right\} \quad (30)$$

أما:

$$X_{no-sc}^{Ebel} = \sqrt{\frac{\pi}{2F_{no-sc}^{Ebel}}} \text{FRESC} \left( \sqrt{\frac{2F_{no-sc}^{Ebel}}{\pi}} \right)$$

$$Y_{no-sc}^{Ebel} = \sqrt{\frac{\pi}{2F_{no-sc}^{Ebel}}} \text{FRESS} \left( \sqrt{\frac{2F_{no-sc}^{Ebel}}{\pi}} \right)$$

$$G_{no-sc}^{Ebel}(\alpha, \omega, r) = \frac{Z_p e}{\lambda_T^2} \left( \alpha + \frac{\omega}{r} \right) \quad (31)$$

$$F_{no-sc}^{Ebel}(\omega, r) = \omega \frac{Z_p e}{r \lambda_T^2} \quad (32)$$

### 2.3 إيجاد عبارة دالة التوزيع من أجل: $r > r_1$

أما من أجل  $r > r_1$  فإن عبارة الطاقة و الحقل الكهربائي لكمون إيبيلينغ غير المحجب فهي:

$$U_{>no-sc}^{Ebel} = \frac{Z_p Z_r e^2}{r} \quad (33)$$

$$E_{>no-sc}^{Ebel}(r) = \frac{Z_p e}{r^2} \quad (34)$$

أما مركبة الحقل  $E_z$ :

$$E_{no-sc}^{Ebel}(r) = z \frac{Z_p e}{r^2} \quad (35)$$

بإتباع نفس خطوات الحساب السابق:

$$P_{>no-sc}^{Ebel}(f, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\omega \left| Q_{no-sc}^{Ebel} \right|^N [\cos(\omega f + \alpha \varepsilon)] \quad (36)$$

الجزء الحقيقي و التخيلي للعدد المركب  $Q_{no-sc}^{Ebel}$  معرفان كما يلي:

$$\text{Re}(Q_{no-sc}^{Ebel}) = \left\{ \frac{4\pi}{Z_{Nno-sc}^{Ebel}} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U_{no-sc}^{Ebel}(r)}{kT}} dr \left[ X_{no-sc}^{Ebel} \times \cos G_{no-sc}^{Ebel} + Y_{no-sc}^{Ebel} \times \sin G_{no-sc}^{Ebel} \right] \right\} \quad (37)$$

$$\text{Im}(Q_{no-sc}^{Ebel}) = \left\{ \frac{4\pi}{Z_{Nno-sc}^{Ebel}} \int_0^R r^2 e^{-\frac{U_{no-sc}^{Ebel}(r)}{kT}} dr \left[ Y_{no-sc}^{Ebel} \times \cos G_{no-sc}^{Ebel} - X_{no-sc}^{Ebel} \times \sin G_{no-sc}^{Ebel} \right] \right\} \quad (38)$$

$$X_{no-sc}^{Ebel} = \sqrt{\frac{\pi}{2F_{no-sc}^{Ebel}}} \text{FRESC} \left( \sqrt{\frac{2F_{no-sc}^{Ebel}}{\pi}} \right) \text{ مع}$$

$$Y_{no-sc}^{Ebel} = \sqrt{\frac{\pi}{2F_{no-sc}^{Ebel}}} \text{FRESS} \left( \sqrt{\frac{2F_{no-sc}^{Ebel}}{\pi}} \right)$$

$$G_{no-sc}^{Ebel}(\alpha, \omega, r) = \frac{Z_p e}{r^2} \left( \alpha + \frac{\omega}{r} \right) \quad (39)$$

$$F_{no-sc}^{Ebel}(\omega, r) = \omega \frac{3Z_p e}{r^3} \quad (40)$$

#### 4. خطوات حساب دالة الجزء الحقيقي للسماحية الكهربائية

لدينا العبارة التحليلية للجزء التخيلي معرفة كالتالي:

$$F(\omega) \cong \varepsilon''(\omega) = \frac{a(\omega^2 + g^2)}{(\omega - b)^2 + c^2} \quad (41)$$

$$\text{حيث } g = 3, c = \sqrt{11}, b = 92.6, a = 0.00015$$

انطلاقاً من الجزء التخيلي للسماحية الكهربائية سنحصل على الجزء الحقيقي بناءً على علاقة كرامرز و

كرونينغ (the Kramers-Kronig relation) التالية:

$$\varepsilon'(\omega) = \frac{\omega}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon''(\Omega) d\Omega}{\omega^2 - \Omega^2} \quad (42)$$

بالتعويض بعبارة الدالة  $\varepsilon''(\omega)$  نجد:

$$\varepsilon'(\omega) = \frac{a\omega}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\Omega^2 + g^2)d\Omega}{(\omega^2 - \Omega^2)[(\Omega - b)^2 + c^2]} \quad (43)$$

لحساب نضيف ونطرح  $\Omega^2$  نحصل على:

$$\varepsilon'(\omega) = \frac{a\omega}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Omega^2 - \omega^2 + g^2 + \omega^2}{(\omega^2 - \Omega^2)[(\Omega - b)^2 + c^2]} d\Omega \quad (44)$$

$$\varepsilon'(\omega) = \frac{-a\omega}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Omega}{(\Omega - b)^2 + c^2} - \frac{a\omega}{\pi} (g^2 + \omega^2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Omega}{(\Omega^2 - \omega^2)[(\Omega - b)^2 + c^2]} \quad (45)$$

لتبسيط حساب التكامل (45) سنعتبر:

$$J_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Omega}{(\Omega - b)^2 + c^2} \text{ و } J_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Omega}{(\Omega^2 - \omega^2)[(\Omega - b)^2 + c^2]} \text{ فيكون:}$$

$$\varepsilon'(\omega) = \frac{-a\omega}{\pi} J_1 - \frac{a\omega}{\pi} (g^2 + \omega^2) J_2 \quad (46)$$

سنبدأ أولاً بحساب  $J_1$ :

باعتبار  $\Omega - b = cu$  يمكننا إجراء التحويل الآتي:  $d\Omega = c du$  ويكون:

$$J_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{c du}{c^2 u^2 + c^2} = \frac{1}{c} \arctang(u) \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\pi}{c} \quad (47)$$

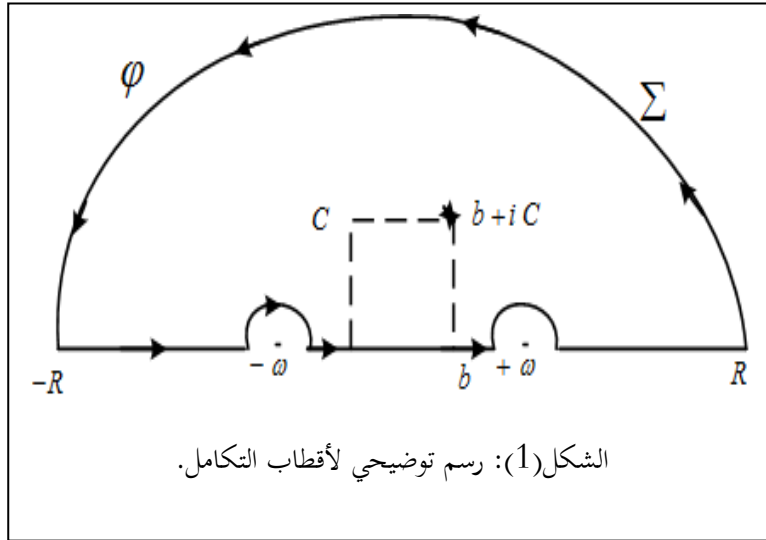
سنسعى الآن لحساب  $J_2$ ، يعد هذا التكامل من التكاملات الشاذة، ولتغلب على هذا الشذوذ

سنستعمل نظرية الرواسب:

نضع:

$$F(z) = \frac{1}{(z^2 - \omega^2)[(z - b)^2 + c^2]} \quad (48)$$

ونحسب التكامل في مستو تخيلي  $\int_{\varphi} F(z) dz$  كما هو موضح في الشكل:



داخل الشكل لدينا قطب  $(b+ic)$  ، وبالتالي:

$$\int_{\varphi} F(z) dz \equiv 2i\pi \operatorname{Res}[F(z), z = b+ic] \quad (49)$$

يمكن كتابة المعادلة (48) كالتالي:

$$\begin{aligned} F(z) &= \frac{1}{(z^2 - \omega^2)} \frac{1}{(z - b + ic)(z - b - ic)} \\ &= \frac{1}{(z^2 - \omega^2)} \frac{1}{(z - (b+ic))(z - (b-ic))} \end{aligned} \quad (50)$$

و بالتالي:

$$\operatorname{Res}[F(z), z = b+ic] = \frac{1}{\left[ (b+ic)^2 - \omega^2 \right] 2ic}$$

بالتعويض عن ذلك في المعادلة (49) يكون:

$$\int_{\varphi} F(z) dz \equiv \frac{\pi}{c \left[ (b+ic)^2 - \omega^2 \right]} \quad (51)$$

من ناحية أخرى، يمكننا تجزئ التكامل على  $\varphi$  إلى:

$$\begin{aligned} \int_{\varphi} F(z) dz &= \int_{-R}^{+R} F(x) dx + \int_{-\omega}^{-\omega} F(z) dz + \int_{+\omega}^{+\omega} F(z) dz + \int_{\Sigma} F(z) dz \\ &= J_2 + \int_{-\omega}^{-\omega} F(z) dz + \int_{+\omega}^{+\omega} F(z) dz + 0 \end{aligned} \quad (52)$$

بتعويض عن  $\int_{\phi} F(z) dz$  بما يساويها من المعادلة (51) في المعادلة (52) نحصل على:

$$J_2 = \frac{\pi}{c \left[ (b+ic)^2 - \omega^2 \right]} - i_1 - i_2 \quad (53)$$

حيث  $i_1$  و  $i_2$  هما التكامل على القوسين الصغيرين  $-\omega$  و  $+\omega$  على التوالي.  
سنبدأ بحساب  $i_1$  لدينا:

$$i_1 = \int_{-\omega}^{\omega} \frac{dz}{(z^2 - \omega^2) \left[ (z-b)^2 + c^2 \right]} \quad (54)$$

إذا أخذنا  $z = \omega + r e^{i\theta}$  حيث  $r$  هو شعاع القوس الصغير فان  $dz = r i e^{i\theta} d\theta$  و يصبح:

$$i_1 = \int_{\pi}^0 \frac{r i e^{i\theta} d\theta}{\left[ (\omega + r e^{i\theta})^2 - \omega^2 \right] \left[ (\omega + r e^{i\theta} - b)^2 + c^2 \right]} \quad (55)$$

بعد النشر وترتيب العلاقات نجد:

$$i_1 = i \int_{\pi}^0 \frac{d\theta}{\left[ 2\omega + r e^{i\theta} \right] \left[ (\omega - b)^2 + r^2 e^{2i\theta} + 2r(\omega - b)e^{i\theta} + c^2 \right]} \quad (56)$$

لما  $r$  يؤول إلى الصفر فان التكامل سيؤول إلى:

$$i_1 = i \int_{\pi}^0 \frac{d\theta}{2\omega \left[ (\omega - b)^2 + c^2 \right]} = \frac{-i \pi}{2\omega \left[ (\omega - b)^2 + c^2 \right]} \quad (57)$$

بإتباع نفس خطوات الحساب كما في  $i_1$  لحساب  $i_2$  نحصل على:

$$i_2 = \frac{+i \pi}{2\omega \left[ (\omega + b)^2 + c^2 \right]} \quad (58)$$

بالتعويض عن  $i_1$  و  $i_2$  في المعادلة (53) يصبح:

$$J_2 = \frac{\pi}{c \left[ (b+ic)^2 - \omega^2 \right]} + \frac{i \pi}{2\omega \left[ (\omega - b)^2 + c^2 \right]} - \frac{i \pi}{2\omega \left[ (\omega + b)^2 + c^2 \right]} \quad (59)$$

بعد تبسيط العلاقات تحصلنا على:

$$J_2 = \frac{\pi}{c} \frac{(b^2 - \omega^2 - c^2)}{\left[ (b - \omega)^2 + c^2 \right] \left[ (b + \omega)^2 + c^2 \right]} \quad (60)$$



بالتعويض عن عبارتي  $J_1$  و  $J_2$  في المعادلة (46) نتحصل على العبارة التحليلية للجزء الحقيقي:

$$\varepsilon'(\omega) = \frac{-a \omega \pi}{\pi c} - \frac{a \omega}{\pi} (g^2 + \omega^2) \frac{\pi}{c} \frac{(b^2 - \omega^2 - c^2)}{\left[ (b - \omega)^2 + c^2 \right] \left[ (b + \omega)^2 + c^2 \right]} \quad (61)$$

**مختصر:** يمتلك فعل ستارك مساهمة مهيمنة في تعريض و لانتاظر الخطوط الطيفية الصادرة عن المشعات الأيونية في البلازما. يتم تضمين فعل ستارك في الصيغة النهائية للخط الطيفي بدوال توزيع الحقل الكهربائي و مشتقاته الاتجاهية. تم في هذا العمل حساب هاتين الدالتين و دالة الارتباط القطرية في بلازما شديدة الحرارة و الكثافة، مستخدمين في ذلك الحساب التحليلي و محاكاة مونت كارلو (MC). لإنجاز هذه المهمة استخدمنا تفاعل W. Ebeling الذي يأخذ بعين الاعتبار الأفعال الكمومية عند المسافات البينية الصغيرة بين مختلف مكونات البلازما؛ من أيونات و إلكترونات و ذرات. اعتبرنا في حساب دوال التوزيع بالمحاكاة العددية كل التفاعلات البينية. تمت مقارنة النتائج التي تحصلنا عليها مع بحوث أخرى ذات الصلة حيث توافقت مع معظمها باتفاق كبير. تم استنتاج بعض سلوكيات دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضوعي و مشتقات الحقل. تم استخدام دوال الحقل و مشتقاته لحساب خط الطيف  $Ly - \alpha$  لبلازما  $Li^{+2}$  النقي، ثم أستعمل خط الطيف المتحصل عليه في حساب السماحية الكهربائية لهذه البلازما فكانت النتائج قابلة للمقارنة مع أخرى.

**الكلمات المفتاح:** فعل ستارك، محاكاة مونت كارلو، الحقل الكهربائي الموضوعي الأيوني، المشتقات الفضائية، تفاعل إيبيلينغ، السماحية الكهربائية.

**Abstract:** The Stark effect has a dominant contribution to the broadening and asymmetry of spectral line shapes of emitted radiation of ions in plasmas. This effect is included in the final formula of the spectral line through the electric microfield distribution functions and its spatial derivatives. In the present work, these two functions and the radial correlation function were calculated in extremely hot and dense plasma using analytical calculation and Monte Carlo (MC) simulation. To accomplish this task W. Ebeling interaction has been considered. This latter takes into account the quantum effects at small interdistances between different plasma constitutions: ions, electrons and atoms. All interactions between plasma constitutions have been taken into account to calculate the distribution functions.

Our results were compared with others. The most of results were agreed with them. Some behaviors of electric microfield distribution functions and their spatial derivatives have been deduced. The microfield functions and their spatial derivatives were used in calculation of the spectrum line Lyman-a of pure  $Li^{+2}$  plasma. The obtained spectral line was used into calculation the electrical permittivity of this plasma, and the results were comparable with others.

**Key words:** Stark effect, simulation Monte Carlo, microfields electric ion, space derivatives, W. Ebeling interaction, electric permittivity.

**Résumé:** L'effet Stark a une contribution dominante à l'élargissement et à l'asymétrie du profil des raies spectrales du rayonnement émis par les ions dans les plasmas. Cet effet est inclus dans la formule finale de la raie à travers les fonctions de distribution du microchamp électrique et ses dérivées spatiales. Dans ce travail, ces deux fonctions et la fonction de corrélation radiale ont été calculées pour un plasma extrêmement chaud et dense en utilisant le calcul analytique et la simulation Monte Carlo (MC). Pour accomplir cette tâche, l'interaction W. Ebeling a été considérée. Cette dernière prend en compte les effets quantiques aux courtes interdistances entre différentes constitutions de plasma: ions, électrons et atomes. Toutes les interactions entre les constitutions du plasma ont été prises en compte lors du calcul des fonctions de distribution. Nos résultats ont été comparés avec d'autres, et la plupart sont en bon accord avec eux. Certains comportements des fonctions de distribution des microchamps électriques et leurs dérivées spatiales ont été déduits. Les fonctions de microchamp et ses dérivées spatiales ont été utilisées dans le calcul du profil de la raie Lyman- $\alpha$  du plasma  $Li^{+2}$  pur. Le profil obtenu a été utilisé dans le calcul de la permittivité électrique de ce plasma; les résultats étaient comparables avec d'autres.

**Mots clés :** Effet stark, simulation de Monte Carlo, microchamps ion électrique, dérivées spatiales, interaction W. Ebeling, permittivité électrique.