



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA
Faculte des Sciences Appliquées
Département Génie Mécanique

Mémoire Présenté pour l'obtention du Diplôme de MASTER
ACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Energétique

Thème

*Étude de la convection naturelle dans
un mélange binaire*

Présenté par :
Beddiaf Imed Eddine Et Trabelsi Ayoub Abdelhai

Devant le Jury composé de :

Mme .J. DAMENE	MCB	U. Kasdi Merbah Ouargla	Président
Mme .B. RECIOUI	MCB	U. Kasdi Merbah Ouargla	Examineur
Mme .I. ALLOUI	MCB	U. Kasdi Merbah Ouargla	Encadreur

Année Universitaire 2022/2023

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu Tout-Puissant pour nous avoir accordé le courage et les moyens nécessaires pour réaliser ce modeste travail afin d'obtenir notre diplôme de Master. En même temps, nous tenons à remercier tous ceux qui nous ont été chers et qui ont contribué directement ou indirectement au développement de ce travail, notamment :

- Notre encadrante, Mme ALLOUI IMANE, qui nous a beaucoup aidés par sa présence quotidienne, ses orientations et ses précieux conseils. C'est elle qui nous a proposé ce sujet et nous a fourni de nombreux détails nécessaires pour le clarifier
- Tous nos professeurs du département de génie mécanique qui ont participé à notre formation.
- Nos vifs remerciements sont adressés aux membres de jury, **Mme:J. DAMENE ; Mme:B.RECIOUI** qui ont bien voulu nous faire l'honneur d'examiner notre travail.



Dédicace

Du fond du cœur, je dédie ce modeste travail en signe de reconnaissance et de respect :

- A ma très chère mère qui est ma protection de toujours.
- A mon père tard qui a consacré sa vie pour que je gagne la mienne.
- A mes frères.
- A toute la famille *TRABELSI ,HADJADI*.
- À tous ceux qui m'ont soutenu, de la part des enseignants et des autres, pour atteindre ce stade.
- A tous mes amis :
marwan,mouhi,douma,ramzi,imad,mounder,ramsi,mensaf,amjine,Aidou
et à tous les autres sans exception.



DÉDICACE

Je dédie cette thèse à mes chers parents, qui ont toujours été à mes côtés et m'ont soutenu tout au long de ces années d'études. En témoignage de ma profonde gratitude pour tous les efforts et les ressources qu'ils ont investis dans ma réussite académique.

À toute ma famille

À tous mes amis et mes proches

À toutes les personnes qui me connaissent et que je connais

À tous les enseignants en mécanique et le personnel administratif,

Et à tous ceux qui apprécient le travail bien fait et ne reculent jamais face aux obstacles de la vie.

BOUDIAF IMED EDDINE



Sommaire

Remerciements.....	I
Dédicace.....	III
Sommaire	IV
Liste de figures.....	VII
Liste de tableaux	IX
Nomenclature	X
Symboles Grecques.....	XI
Introduction générale	1.
1.2. But de l'étude.....	2
1.3. Contenu du mémoire.....	2
Chapitre I : Généralités sur les milieux poreux et Revue bibliographique	
I.1 Introduction.....	4
I.2 Milieu poreux.....	4
I.2.1 Loi de Darcy	5
I.2.2 La porosité	6
I.2.3 La perméabilité	7
I.2.4 Types de perméabilité.....	8
I.2.5 Viscosité effective	9
I.3.Revue bibliographique	9
I.4.Conclusion	24
Chapitre II : Modèle physique et Formulation Mathématique	
II.2 Description du problème	26
II.3 Hypothèses simplificatrices.....	27
II.4 Approximation de Boussinesq-Oberbeck.....	27
II.5 Equations générales dans un milieu poreux	28
II.5.1 Equation de continuité	28
II.5.2 Équation de conservation de la quantité de mouvement : Loi de Darcy	29

II.5.3 Equation de conservation d'énergie	30
II.5.4 Equation de conservation des espèces	31
II.6 Équations en formulation de fonction de courant	31
II.7 Conditions initiale et aux limites hydrodynamiques, thermiques et massiques	32
II.8 Equations gouvernantes adimensionnelles	32
II.9 Conditions initiale et aux limites adimensionnelles correspondantes	34
II.10 loi de la variation de la perméabilité	35
II.11 Transfert thermique et massique	35
II.11.1 Le nombre de Nusselt	35
II.11.2 Le nombre de Sherwood	35
II.12 Conclusion	35

Chapitre III :Solution numérique

III.1 Introduction.....	38
III.2 Méthode des volumes finis	38
III.2.1 Principe de la Méthode	39
III.2.2 Maillage et le volume fini	39
III.2.3 Forme conservatrice des équations et équation de transport	40
III.3 Intégration sur le volume de contrôle	41
III.4 Méthode implicite aux directions alternées	44
III.4.1 Schéma implicite en x explicite en y	44
III.4.2 Schéma explicite en x et implicite en y.....	44
III.4.3 Traitement des conditions aux limites.....	45
III.5 Résolution des équations.....	46
III.6 Algorithme de calcul	46
III.7 Conclusion	47

Chapitre IV Résultats et discussion.....

IV.1 Introduction	49
IV.2 Profils des fonctions de courant, isothermes et iso-concentrations.....	49
IV.2 .1 Cas de perméabilité constante ($c = 0$)	50
IV.2.2 Cas de perméabilité variable.....	52
IV.3 Effet de la variation de la perméabilité sur les profils des vitesses.....	53

IV.4 Effet de la perméabilité sur les profils des températures.....	54
IV.5 Effet de la perméabilité sur les profils des concentrations	55
IV.6 Effet de la perméabilité sur les profils des courant Ψ	56
IV.7 Effet du nombre de Rayleigh sur les taux de transfert	57
IV.7.1 L'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur	57
IV.7.2 L'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert massique	58
IV.7.3 Effet du nombre de Rayleigh sur l'intensité de l'écoulement	59
IV.8. Conclusion.....	60
Conclusion générale.....	62
Références Bibliographiques	64

Liste de figures

Figure I.1 : Représentation d'un milieu poreux.....	5
Figure I.2 L'effet du rapport de flottabilité (N) sur le transfert de masse global à travers une couche poreuse avec une flottabilité combinée ($Ra_c = 200, H/L = 1$).....	10
Figure I. 3 Vitesse moyenne du fluide u^- et nombre de Nusselt $(Nu)^-$ en fonction de l'angle d'inclinaison $\alpha, D = 1$	11
Figure I-4 : Nusselt nombre pour : Nickel Foametal ($Da=1.048 \times 10^{-4}$).....	12
Figure I.5 : Nombre moyen de Nusselt entraîné par transfert de masse et Transfert de chaleur entraîné par Row, nombre moyen de Sherwood.....	12
Figure I-6 : (a) Paramètres de Nusselt et b) de Sherwood pour $Gr_m = 100$ et 10	13
Figure I-7 : L'effet de Ra sur Nu et Sh pour les modèles bidimensionnels et tridimensionnels, pour $N = -0.8, (Pr=10, Le =10, Da = 10^{-3})$	14
Figure I-8 : Effet de N sur (a) Nu et (b) Sh correspondant à une solution dans le sens inverse des aiguilles d'une montre pour $Ra=100$ et valeurs typiques de Le	15
Figure I-9 : Nombre de Nusselt vs Ra_T pour différents $Ha, Le = 1, \phi = 1$ et $N = 1$	16
Figure I-10 : L'effet du rapport de flottabilité sur les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood pour $\gamma=45^\circ, Pr=0.7, Le=2, Ha=10, \phi=0, Ra=10^5$, et $-5 \leq N \leq 5$	17
Figure I-11 : (a) Nombre moyen de Nusselt et (b) Nombre moyen de Sherwood pour $Da=10^{-4}, Ra=5 \times 10^6, Pr=4.5, A=2, N=-5$ avec nombre de Lewis et angle d'inclinaison différents.....	18
Figure I-12 : Nombre moyen de Sherwood pour différents lieux de chauffage.....	19
Figure I-13 : Effets du nombre de Rayleigh Ra sur les taux de transfert de chaleur et de masse pour $N = 1, Le = 2$, et avec différentes valeurs de longueur de source et 2): Sh ...	20
Figure I-14 : Nombre global de Nusselt en fonction de l'angle d'inclinaison α pour différentes valeurs du rapport de flottabilité N	21
Figure I-15 : Nombres moyens de Nusselt (à gauche) et de Sherwood (à droite) pour différents rapports d'aspect, $Le = 3$ et $N = -0.2$	22
Figure I-16 : Température à $y = h$	23
Figure II.1 . Schéma du modèle physique	26
Figure III.1 : Volume de contrôle bidimensionnel.....	39

Figure III.2 : prédiction de Sp pour différents schémas en fonction du nombre de Peclet	42
Figure IV.1 Profils de la fonction de courant, des isothermes, des iso-concentrations prédits par la solution numérique des équations gouvernantes pour : $Ra^* = 2, Le = 10, N = 0.05, A = 4, c = 0. (\Psi = 0.587, Nu = 1.142, Sh = 4.678)$	50
Figure IV.2 Profils de la fonction de courant, des isothermes, des iso-concentrations prédits par la solution numérique des équations gouvernantes pour : $Ra^* = 50, Le = 10, N = 0.05, A = 4, c = 0. (\Psi = 7.252, Nu = 5.023, Sh = 8.944)$	51
Figure IV.3 : Profils de la fonction de courant, des isothermes, des iso-concentrations prédits par la solution numérique des équations gouvernantes pour :	52
$Ra^* = 50, Le = 10, N = 0.05, A = 4, c = 1. (\Psi = 7.079, Nu = 4,621, Sh = 8.162)$..	52
Figure IV.4 : Profils de la fonction de courant, des isothermes, des iso-concentrations prédits par la solution numérique des équations gouvernantes pour $Ra^* = 50, Le = 10, N = 0.05, A = 4, c = 2. (\Psi = 6.538, Nu = 3.219, Sh = 4.868)$	53
Figure IV.5 : l'effet de la variation de la perméabilité sur le profil de la vitesse horizontale u à $x=0$ pour les valeurs ($c=0, c=1, c=2$).....	54
Figure IV.6 : l'effet de la variation de la perméabilité sur les profils de la température T à $x=0$ ($c=0, c=1, c=2$).....	55
Figure IV.7 : l'effet de la variation de la perméabilité sur le profil de la concentration S à $x=0$ ($c=0, c=1, c=2$).....	56
Figure IV.8 : l'effet de la variation de la perméabilité sur le profil de des courant Ψ à $x=0$ ($c=0, c=1, c=2$).....	57
Figure IV.9 : Diagrammes du nombre de Nusselt en fonction de Rayleigh pour, $Le=10, A=4, c=0, c=1, c=2$	58
Figure IV.10 : Diagrammes du nombre Sherwood en fonction de Rayleigh Pour $Le=10, A=4, c=0, c=1, c=2$	59
Figure IV.11 : Diagrammes de Ψ_{max} en fonction de de Rayleigh Pour : $Le=10, A=4, c=0, c=1, c=2, N=0.05$	60

Liste de tableaux

Tableau (III.1) : spécification des coefficients et des termes des équations gouvernantes...40

Nomenclature

Lettres latines

H'	Hauteur de la cavité selon Y(m)
L'	Longueur de la cavité selon X(m)
K	Perméabilité sans dimension du milieu poreux
K_r'	Perméabilité de référence du milieu poreux (m^2)
Nu	nombre de Nusselt
q'	Flux constant de chaleur par unité de surface (W/m^2)
A	rapport de forme de la cavité (H'/L')
g	accélération gravitationnelle (m/s^2)
λ	Conductivité thermique ($w/m.k$)
ΔT	Écart caractéristique de température
d	diamètre du pore.
Ra	Nombre de Rayleigh
t	temps adimensionnel ($t'\alpha/H'^2$)
T	température adimensionnelle ($T' - T'_0/\Delta T'$)
T_0	Température de référence à $x = y = 0$
u	vitesse adimensionnelle dans la direction x
v	vitesse adimensionnelle dans la direction y
x	coordonnée cartésienne adimensionnelle
y	coordonnée cartésienne adimensionnelle
X	Axe des coordonnées adimensionnel (x'/H')
Y	Axe des coordonnées adimensionnel (y'/H')
t_s	Terme source
vp	Le volume du pore

Symboles Grecques

ϑ	viscosité cinématique du fluide, m^2/s
μ	Viscosité dynamique du fluide
β_T	Coefficient d'expansion volumique thermique du fluide K^{-1}
ρc_f	Capacité thermique du fluide
ρc_p	Capacité thermique du milieu poreux
α	Diffusivité thermique du fluide, $(k/\rho c_f) m^2/s$
φ	La fonction à déterminer (Ψ , ou T)
$\bar{\varphi}$	La valeur moyenne de la fonction φ
$\overline{\varphi^0}$	La fonction au temps « t »
$\overline{\varphi^1}$	La fonction au temps « t+ Δt »
ρ	la masse volumique du fluide, Kg/ m^3
Ψ	fonction de courant (Ψ'/α)
ε'	La porosité du milieu poreux
\mathcal{D}	Coefficient de diffusion de l'équation de transport

INTRODUCTION GENERALE

1.1 Introduction générale

L'étude de la convection naturelle thermosolutale dans les milieux poreux est un domaine de recherche qui s'intéresse au comportement des fluides composés de deux substances différentes, soumis à des différences de température et de concentration. La convection naturelle se produit lorsque les différences de température induisent des mouvements de fluide spontanés, sans l'application de forces extérieures.

Ce phénomène est d'une grande importance dans de nombreux domaines naturels tels que la géophysique, ou industriels tels que l'ingénierie des procédés, la climatisation, etc. La convection thermosolutale dans les milieux poreux est présente dans des applications bien spécifiques, on cite : La gestion des réservoirs pétroliers, la gestion des aquifères et des risques de pollution, la gestion des sites de stockage de déchets (ménagers, chimiques, ultimes, nucléaires...), la géothermie, l'hydrothermalisme, la géométrie des corps minéralisés, et la mécanique des séismes.

Comprendre la convection naturelle dans ces milieux permet de prédire les transferts de chaleur et de masse, d'optimiser la conception des systèmes et d'avoir une meilleure gestion.

Des études sur la convection naturelle dans les milieux poreux saturés par des mélanges binaires ont été menées en utilisant des méthodes numériques telles que les volumes finis, les éléments finis, les méthodes de différences finies, etc. Ces méthodes permettent de discrétiser le domaine de solution, d'approximer les équations de conservation de la masse, de l'énergie et de la quantité de mouvement, et de résoudre numériquement ces équations pour obtenir des résultats prédictifs.

Ce mémoire présente une étude numérique sur la convection naturelle thermosolutale dans un milieu poreux saturé par un mélange binaire, en utilisant la méthode des volumes finis. Les résultats une fois obtenus permettront de mieux comprendre les phénomènes de transfert de chaleur et de masse associés à la convection

naturelle dans les mélanges binaires, et fournissent des informations précieuses pour la conception et l'optimisation des systèmes impliquant ce type de convection.

1.2. But de l'étude

L'objectif de notre travail est d'étudier numériquement la convection naturelle thermosolutale au sein d'une cavité rectangulaire horizontale remplie d'un milieu poreux saturé par un fluide binaire. La cavité considérée sera soumise à des flux de chaleur et de concentration constants (conditions de Neumann), appliquées aux parois horizontales, tandis que les parois verticales seront adiabatiques et imperméables.

La loi de Darcy et l'approximation de Boussinesq seront prises en considération dans la formulation du problème. Les paramètres de contrôle ressortis une fois les équations gouvernantes développées, permettront de voir leur influence sur les profils de la fonction de courant, sur les profils de vitesse et sur les profils de la température et de la concentration, et sur le taux de transfert de chaleur et de masse en termes du nombre de Nusselt et de Sherwood.

1.3. Contenu du mémoire

Dans le premier chapitre, nous exposons les notions fondamentales du milieu poreux et proposons une analyse bibliographique de la convection naturelle double diffusive dans les cavités poreuses.

La formulation mathématique du problème, dans laquelle sont présentées les équations fondamentales régissant le système et les conditions aux limites associées, viendra après dans le deuxième chapitre.

Une explication du processus numérique utilisé pour analyser les équations cinétiques et énergétiques est fournie dans le troisième chapitre.

L'étude des effets de différents paramètres de contrôle, notamment le nombre de Rayleigh et la perméabilité du milieu poreux, sur la structure de l'écoulement et sur les profils de températures et de concentrations sera abordée dans le quatrième chapitre, ainsi qu'une interprétation des résultats obtenus.

Enfin, une conclusion générale qui confirme les principaux résultats de l'étude ainsi que des perspectives d'avenir.

Chapitre I : Généralités sur les milieux poreux et Revue bibliographique

I.1 Introduction

La compréhension de la convection naturelle dans les systèmes géologiques comme les réservoirs d'hydrocarbures, les formations géothermiques et les aquifères ainsi que dans les processus industriels comme les réacteurs catalytiques et les échangeurs de chaleur est grandement facilitée par la recherche sur la convection naturelle dans un mélange binaire dans un milieu poreux. Les systèmes complexes appelés milieux poreux présentent des caractéristiques spécifiques telles que des caractéristiques de diffusion et de transport de masse qui diffèrent de celles des fluides homogènes ainsi que des hétérogénéités structurales importantes.

La convection naturelle se produit dans un milieu poreux lorsque de la chaleur, de la masse ou de la quantité de mouvement sont injectées ou extraites de la surface. Les lois de conservation de la masse, de l'énergie et de la quantité de mouvement, ainsi que celles qui régissent le transfert de chaleur et de masse, régissent la convection naturelle dans un milieu poreux. La convection naturelle dans un milieu poreux se comporte différemment en fonction de diverses variables, notamment les caractéristiques physiques des fluides, la conception du système de chauffage et la géométrie du milieu poreux.

Ce chapitre a pour objectif de définir le concept de milieu poreux, d'expliquer ses propriétés et de présenter des études antérieures qui se sont intéressées à ce sujet ou qui sont liées à celui-ci. En somme, nous cherchons à fournir une base de connaissances sur le milieu poreux pour permettre une meilleure compréhension de ce phénomène et de ses implications potentielles.

I.2 Milieu poreux

On appelle un milieu poreux toute matrice solide comportant des vides ou cavités au travers desquelles un fluide peut s'écouler (figure I.1). Un milieu poreux est un matériau solide qui contient des espaces vides ou des pores, généralement remplis de liquide ou de gaz. Les pores peuvent être de tailles différentes, allant de quelques nanomètres à plusieurs millimètres, et peuvent être interconnectés ou non. Les milieux poreux se trouvent dans de

nombreux contextes naturels et industriels, tels que les sols, les roches, les filtres, les catalyseurs, les matériaux de stockage d'énergie et les tissus biologiques.

La compréhension des propriétés des milieux poreux est importante dans de nombreux domaines scientifiques et techniques, tels que la géologie, l'ingénierie des matériaux, la physique des fluides, la biologie, la chimie, la géotechnique et bien d'autres. Les études des milieux poreux peuvent porter sur des phénomènes tels que la diffusion, la convection, la rétention, l'adsorption, la perméabilité, la porosité et la fracturation. La modélisation mathématique et la simulation numérique sont des outils importants pour comprendre et prédire le comportement des milieux poreux dans différents scénarios.

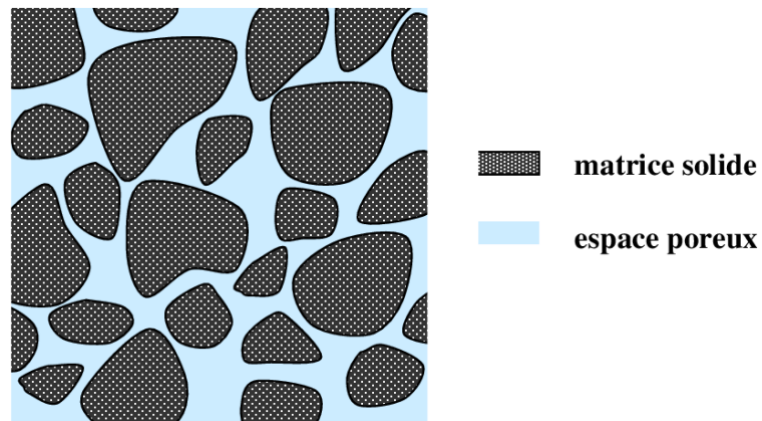


Figure I.1 : Représentation d'un milieu poreux.

I.2.1 Loi de Darcy

Le mouvement d'un fluide à travers un milieu poreux est décrit par la loi de Darcy, une règle empirique. Afin d'expliquer comment l'eau se déplace à travers les couches de sable, le physicien français Henry Darcy a proposé cette théorie en 1856. Selon la loi de Darcy, la différence de pression hydraulique entre deux points est directement proportionnelle au débit volumique d'un fluide à travers un milieu poreux, tandis que la longueur et la viscosité du milieu poreux sont inversement proportionnelles. Cette loi peut être définie mathématiquement à l'aide de la syntaxe suivante :

$$\vec{v} = \frac{k}{\mu} (\vec{\nabla}p - \rho \vec{g}) \quad (1.1)$$

Où : v est la vitesse de filtration, ρ et μ sont respectivement, la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide, k la perméabilité du milieu poreux, p le gradient de pression appliquée et g la vectrice accélération de la pesanteur. La loi de Darcy s'applique au milieu poreux homogène et isotrope parcouru par un écoulement à faible vitesse. [1]

I.2.2 La porosité

La porosité relative, symbolisée par la lettre ε_{re} , représente le rapport entre le volume des pores et le volume total d'un matériau. Elle est exprimée en pourcentage. Elle inclut tous les types de pores, y compris les pores fermés ou inaccessibles, qui ne contribuent pas à la circulation des fluides. La porosité relative peut être calculée à partir de l'équation :

$$\varepsilon_{re} = \frac{v_p}{v_t} \quad (1.2)$$

Où v_p est le volume des pores et v_t est le volume total.

La porosité effective, symbolisée par la lettre ε_{ef} , représente le rapport entre le volume des pores interconnectés et accessibles aux fluides et le volume total d'un matériau. Elle est également exprimée en pourcentage. La porosité effective est donc une mesure plus pertinente pour évaluer la capacité d'un matériau à stocker ou à transporter des fluides. Elle est calculée à partir de l'équation :

$$\varepsilon_{ef} = \frac{v_p}{v_f} \quad (1.3)$$

Où v_p est le volume des pores interconnectés et v_f est le volume de fluide qui peut être occupé par ces pores

Il est important de distinguer la porosité relative et la porosité effective car elles peuvent avoir des impacts différents sur les propriétés et le comportement d'un matériau. Par exemple, un matériau peut avoir une porosité relative élevée mais une porosité effective faible, ce qui signifie qu'il contient de nombreux pores fermés qui ne contribuent pas à la

circulation des fluides. D'un autre côté, un matériau peut avoir une porosité relative faible mais une porosité effective élevée, ce qui signifie qu'il est capable de stocker ou de transporter des fluides de manière efficace malgré un faible volume de pores. [2]

I.2.3 La perméabilité

La perméabilité exprime la facilité avec laquelle un fluide peut traverser un milieu poreux lorsqu'il est soumis à un gradient de pression. Une formule empirique courante pour déterminer la perméabilité des milieux poreux à partir de la porosité et de la taille des pores est la relation de Kozeny-Carmen (1973) :

$$k = \frac{d^2 \cdot \varepsilon^3}{36C_0(1-\varepsilon)^2} \quad (1.4)$$

Où : d désigne une dimension caractéristique des éléments constituant la matrice poreuse et C_0 une constante dépendant de la forme des grains ($3.6 < C_0 < 5$)

L'expression de la relation Kozeny-Carmen fournie dans la question est précise et peut être utilisée pour calculer la perméabilité de milieux poreux non consolidés constitués d'éléments identiques à géométrie simple. La taille de grain typique et la taille moyenne des pores du milieu poreux peuvent être utilisées comme dimension caractéristique (d) dans l'équation.

Elle est spécifique à l'écoulement unidirectionnel d'un fluide incompressible à travers une colonne poreuse composée de particules sphériques, mais l'équation d'Ergun est similaire à celle de Kozeny-Carmen par d'autres aspects. Les termes de viscosité et d'inertie du fluide sont également inclus dans l'équation d'Ergun. Dans des conditions d'écoulement spécifiques, cette équation peut être utilisée pour calculer la perméabilité d'un milieu poreux constitué de particules sphériques. [3]

$$k = \frac{d^2 \varepsilon^3}{150(1-\varepsilon)^2} \quad (1.5)$$

I.2.4 Types de perméabilité

Il existe plusieurs types de perméabilité en fonction de la nature du fluide et du milieu poreux en question. Voici quelques exemples

- a) **Perméabilité intrinsèque** : C'est la perméabilité d'un milieu poreux à un fluide donné, déterminée en l'absence d'autres fluides.
- b) **Perméabilité absolue** : C'est la perméabilité d'un milieu poreux à un fluide donné, mesurée en présence de tous les fluides qui peuvent être présents.
- c) **Perméabilité relative** : C'est la perméabilité d'un fluide dans un milieu poreux comparée à la perméabilité de l'eau. La perméabilité relative est utilisée pour décrire le comportement d'un fluide dans un réservoir pétrolier, elle 'exprime d'une manière générale comme suit :

$$K = \frac{k.g}{\nu} \quad (1.6)$$

Où : k la perméabilité intrinsèque et a les dimensions d'une surface (L^2) ;

g : L'accélération de la pesanteur (L / T^2)

ν : La viscosité cinématique du fluide ($L^2 T^{-1}$)

- d) **Perméabilité effective** : C'est la perméabilité d'un milieu poreux pour un fluide donné lorsque la porosité est partiellement remplie par un autre fluide. Par exemple, la perméabilité effective d'un aquifère contenant de l'eau et de l'huile dépendra de la proportion d'eau et d'huile présente dans le port.

Ces différents types de perméabilité peuvent être mesurés expérimentalement ou calculés à l'aide de modèles mathématiques, en fonction des propriétés du milieu poreux et des fluides impliqués. [4]

I.2.5 Viscosité effective

La viscosité effective d'un milieu poreux dépend des propriétés des fluides qui remplissent les pores de la roche ainsi que des caractéristiques géométriques de la structure poreuse.

Si le fluide dans les pores de la roche est un seul fluide homogène avec une viscosité constante, alors la viscosité effective du milieu poreux est égale à la viscosité du fluide remplissant les pores. Dans ce cas, on peut écrire :

$$\mu_{ef} = \mu_{fl} \quad (1.7)$$

Cependant, dans la plupart des cas, le milieu poreux contient plusieurs fluides ayant des propriétés différentes, tels que l'eau, l'huile et le gaz. Dans ce cas, la viscosité effective du milieu poreux doit être calculée en prenant en compte la fraction volumique de chaque fluide ainsi que leur viscosité respective, une formule couramment utilisée pour calculer la viscosité effective d'un milieu poreux est la loi de Darcy-Weisbach.

I.3.Revue bibliographique :

Dans cette section, on présente les travaux de recherche antérieurs les plus proches de notre cas d'étude, portant sur la convection naturelle ou double diffusive dans les milieux fluides et poreux, dans un ordre chronologique, en précisant les résultats les plus pertinents.

Les travaux d'**OSVAIR V. TREVISAN et ADRIAN BEJAN**, [5] décrivent une étude approfondie du phénomène de la convection naturelle à l'intérieur d'une couche poreuse avec transfert de chaleur et de masse. La convection naturelle est induite par la combinaison des effets de flottabilité dus à la fois aux changements de température et de concentration. La première partie de l'étude consiste en une vaste série de simulations numériques réalisées dans la gamme des paramètres de contrôle suivants : le nombre de Lewis $0,01 < Le < 100$, le nombre de Rayleigh modifié par Darcy $50 \leq Ra \leq 10^4$, le rapport de flottabilité $-5 \leq N \leq 3$ et le rapport d'aspect géométrique de la couche poreuse. $H/L = 1$.

Dans la deuxième partie, l'étude du phénomène est basée sur l'analyse d'échelle : les principales conclusions de cette partie, qui sont les prédictions d'ordre de grandeur des taux

de transfert de chaleur et de la masse et leurs domaines de validité respectifs comme le montre la figure I-1, se sont révélées être cohérent avec les résultats obtenus à partir d'expériences numériques séparées.

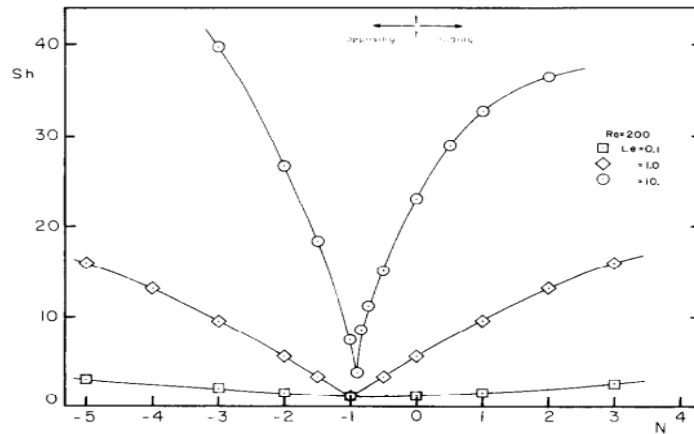


Figure I.2 L'effet du rapport de flottabilité (N) sur le transfert de masse global à travers une couche poreuse avec une flottabilité combinée ($Ra_c = 200$, $H/L = 1$)

SARA L. MOYA et EDUARDO RAMOS [6] ont étudié l'écoulement convectif bidimensionnel dans un matériau poreux saturé par un fluide et de géométrie rectangulaire oblique, l'analyse est faite en résolvant numériquement les équations de masse, de quantité de mouvement et d'équilibre énergétique à l'aide de la loi de Darcy et l'approximation de Boussinesq.

Les conditions aux limites appliquées considèrent que les deux murs opposés sont maintenus à des températures constantes mais différentes tandis que les autres murs ont été isolés thermiquement. Les paramètres externes pris en compte étaient l'angle d'inclinaison, le rapport d'aspect et le nombre de Darcy. Ils ont trouvé trois principaux modes de convection : la conduction, la convection pour les cellules simples et multiples ainsi que leurs propriétés.

Les nombres de Nusselt locaux et globaux sont affichés en fonction des paramètres externes. Plusieurs solutions pour un rapport d'aspect égal à l'unité ont été explorées. Ils ont trouvé plus d'une solution lorsque la paroi inférieure est à une température plus élevée et en position horizontale ou quasi horizontale.

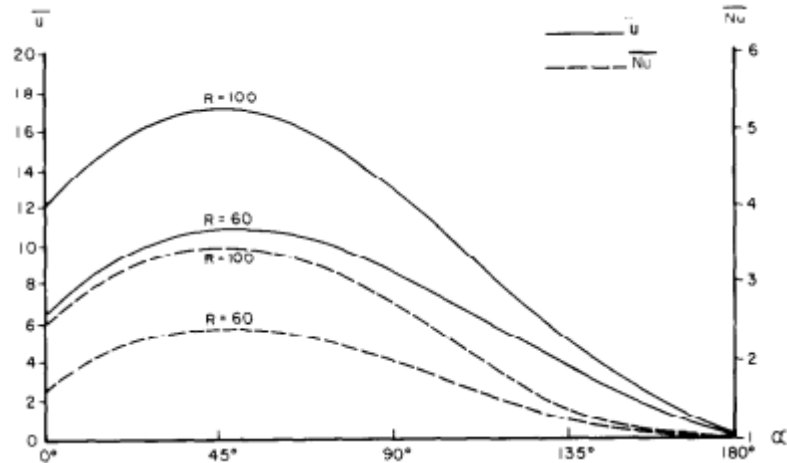


Figure I. 3 Vitesse moyenne du fluide \bar{u} et nombre de Nusselt $(Nu)\bar{}$ en fonction de l'angle d'inclinaison α , $D = 1$.

J.P. Hartnett et W.J. Minkowycz [7] ont étudié expérimentalement l'état d'équilibre du transfert de chaleur convectif dans des conteneurs rectangulaires partiellement poreux de rapport d'aspect 5. Les conditions aux limites adiabatiques et isothermes sont appliquées pour les bordures horizontales et verticales, respectivement.

Ensuite, ils ont divisé la boîte verticalement en une région poreuse saturée de liquide et une région remplie de liquide au moyen d'une occlusion divisée. Ils ont effectué des mesures de différents nombres de Rayleigh, de matériaux poreux et d'épaisseurs de zones poreuses. Les résultats sont concordants, auparavant, il était prédit que le transfert de chaleur pouvait être réduit en remplissant partiellement la boîte avec un matériau poreux au lieu de la remplir complètement. Une corrélation a été développée exprimant le nombre de Nusselt en termes de paramètres directeurs.

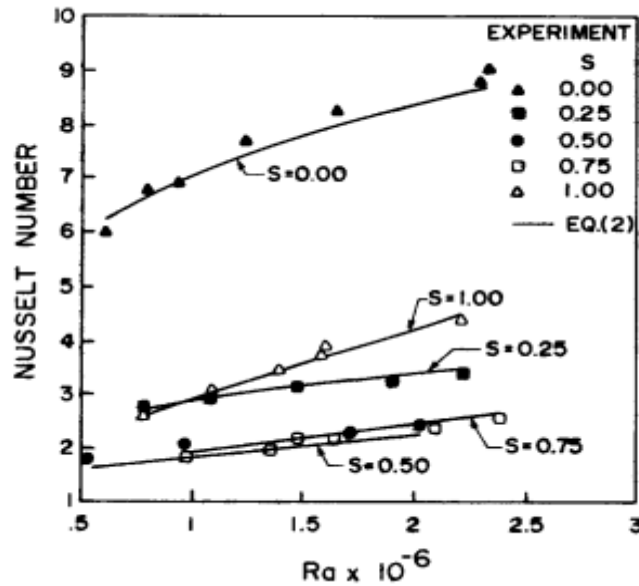


Figure I-4 : Nusselt nombre pour : Nickel Foametal ($Da=1.048 \times 10^{-4}$)

C. BIGHEIN, I. F. HAGHIGHAT et F. ALLARDt [8] ont fait l'étude numérique de la convection thermosolutale dans une cavité carrée remplie d'air, soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration. Dans la première série de simulations numériques, l'influence de la force de flottabilité solutale sur le taux de transfert de chaleur ou de masse est étudiée. La deuxième partie traite de l'influence du nombre de Lewis sur le mouvement des fluides pour un écoulement entraîné par transfert de chaleur et un écoulement entraîné par transfert de masse.

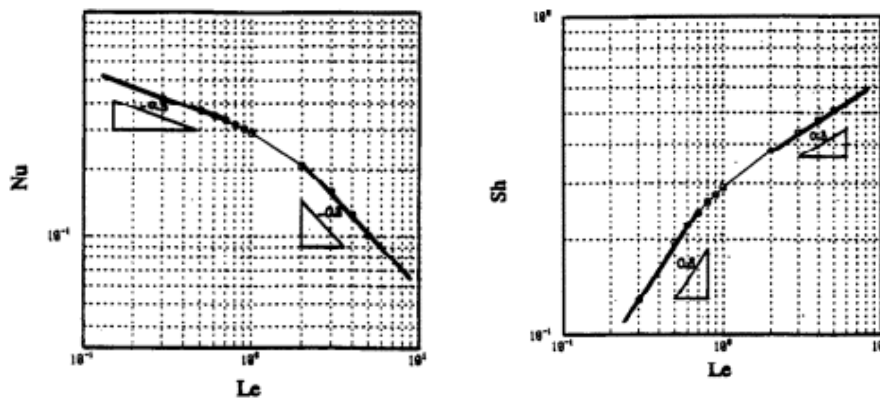


Figure I.5 : Nombre moyen de Nusselt entraîné par transfert de masse et Transfert de chaleur entraîné par Row, nombre moyen de Sherwood

Abdul Majeed A. Mohamad et Rachid Bennacer [9] ont étudié la double convection par diffusion naturelle dans un milieu poreux saturé dans une cavité. Ils ont considéré deux types de problèmes dans la littérature : les gradients de température et de masse imposés horizontalement sur la longueur de la cavité, et les gradients de température et de masse imposés verticalement sur la hauteur de la cavité (ils ont ajusté la valeur de Rayleigh-Bénard pour convection). Des analyses numériques et théoriques ont été réalisées sur ces problèmes par différents auteurs pour différentes valeurs du rapport de flottabilité (N).

Ils ont envisagé des solutions instables au même problème et ont identifié différents régimes d'écoulement. Cependant, ils se sont concentrés dans cette recherche sur l'analyse du flux, de la chaleur et du transfert de masse dans une cavité horizontale avec deux rapports à la hauteur pour un ensemble de nombres de Grashof et de Darcy. Ils ont fixé le nombre de Prandtl à 0,7 et Le à 10. Les travaux se concentrent sur le flux laminaire stable et le modèle de Darcy-Brinkman a été adopté dans l'analyse. Les résultats de cette recherche permettent de mieux comprendre le transfert de chaleur naturel par double diffusion dans un milieu poreux saturé dans une cavité et ont des implications pour des applications telles que la transformation des aliments, la composition du stockage des céréales, les processus électrochimiques, la diffusion souterraine des polluants et les systèmes géophysiques.

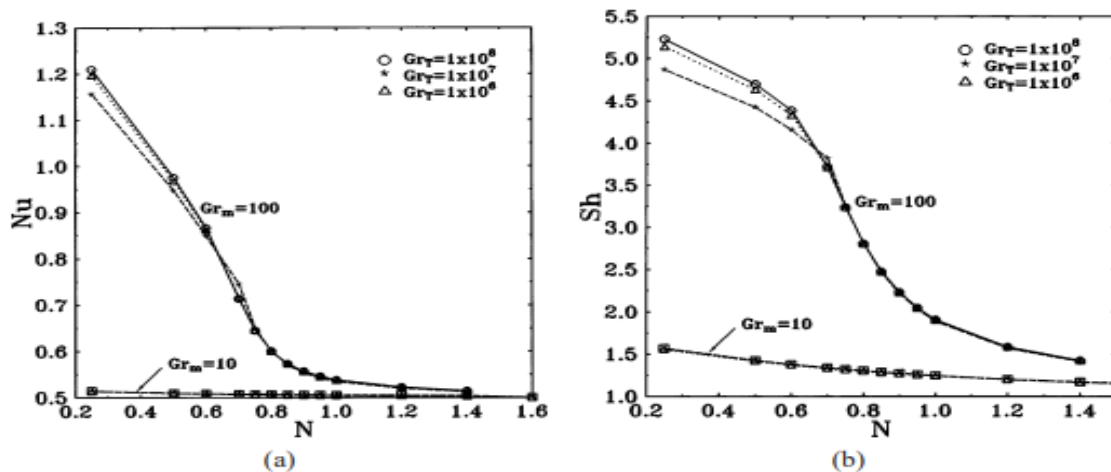


Figure I-6 : (a) Paramètres de Nusselt et (b) de Sherwood pour $Gr_m = 100$ et 10.

A.A. Mohamad et R. Bennacer [10] ont étudié numériquement les écoulements bidimensionnels et tridimensionnels du transfert de chaleur et de masse dans une cavité horizontale remplie par un milieu poreux saturé et d'un rapport d'aspect égal à deux. Ils ont

ensuite chauffé la cavité de manière différentielle et l'ont stratifié, puis ils ont forcé les espèces à se concentrer verticalement. Le nombre de Prandtl est fixé à 10 (solutions aqueuses).

Le nombre de Lewis a été varié dans la plage de 1,0 à 1000 pour couvrir une large gamme de dispersion matérielle des espèces dans l'eau. Le travail a porté sur le flux laminaire stable. Ensuite, ils ont comparé les résultats des modèles 2D et 3D. Et ils ont obtenu des résultats intéressants pour une large gamme de rapports de flottabilité matière fondue/réfractaire. La différence de taux de transfert de chaleur et de masse entre eux et les simulations 3D et 2D prédites n'est pas si significative, bien que l'écoulement montre une structure 3D. Cela est dû au fait que le flux étendu est très faible par rapport au flux principal.

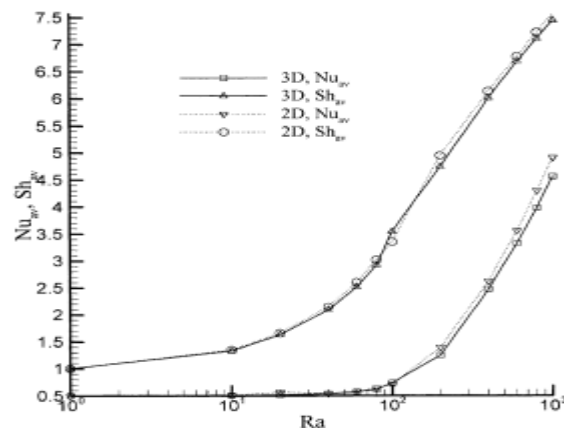


Figure I-7 : L'effet de Ra sur Nu et Sh pour les modèles bidimensionnels et tridimensionnels, pour $N = -0,8$, ($Pr=10$, $Le = 10$, $Da = 10^{-3}$).

La convection naturelle double diffusive dans une cavité poreuse bidimensionnelle soumise à des gradients verticaux et horizontaux de température et de concentration a été étudiée par **M. Bourich, A. Amahmid, M. Hasnaoui [11]**. L'étude est centrée sur l'influence des forces solutales de flottabilité, induites par un gradient de concentration horizontal, sur la multiplicité des solutions obtenues dans le problème de Bernard classique. Les résultats obtenus montrent que l'effet de N sur le comportement dynamique du fluide et le transfert de chaleur et de masse dépend du type de solution, du nombre de Lewis Le et du nombre de Rayleigh Ra . Il est démontré que la plage de N pour laquelle une solution donnée est maintenue dépend à la fois de Le et de Ra . Deux types différents de transitions ont été observés ; pour $Ra < Ra_{cr}$ la transition de la MCF vers la MTF est directe, alors que pour $Ra \geq Ra_{cr}$, cette transition se produit en cascade. Toutes les transitions s'accompagnent

d'augmentations du transfert de chaleur, mais parfois, elles conduisent à une diminution du transfert de masse.

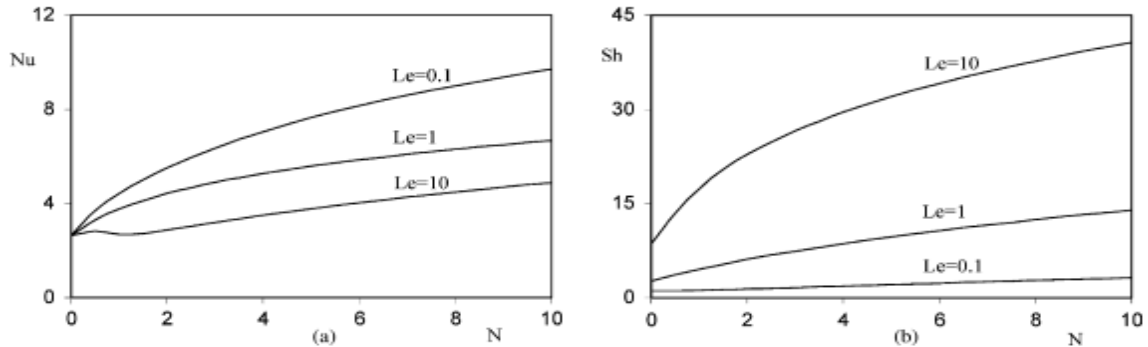


Figure I-8 : Effet de N sur (a) Nu et (b) Sh correspondant à une solution dans le sens inverse des aiguilles d'une montre pour Ra=100 et valeurs typiques de Le.

Mohamed A. Teamah [12] a imposé dans ses travaux de recherche des températures constantes et une concentration constante le long des parois gauche et droite de l'enceinte, et un champ magnétique uniforme a été appliqué dans une direction horizontale. Il a considéré le régime permanent, les équations de transport sont résolues pour la continuité, la quantité de mouvement, l'énergie et le transport des espèces.

Des résultats numériques ont été enregistrés pour l'effet du nombre de Rayleigh de convection et de génération de chaleur ou du coefficient d'absorption et du nombre de Hartmann sur les profils rhéologiques, la température et la concentration en plus de la densité dimensionnelle. De plus, les résultats attendus pour la moyenne des nombres de Nusselt et de Sherwood sont présentés et discutés pour divers paramètres, il a mené cette étude pour un rapport d'aspect fixe, $A = 2$, un nombre de Lewis $Le = 1$ et un nombre de Prandtl $Pr = 0,7$. L'étude couvre les domaines de

$$10^3 \leq Ra_T \leq 2 \times 10^6, 0 \leq Ha \leq 200, -50 \leq \phi \leq 25 \text{ et } -10 \leq N \leq 10$$

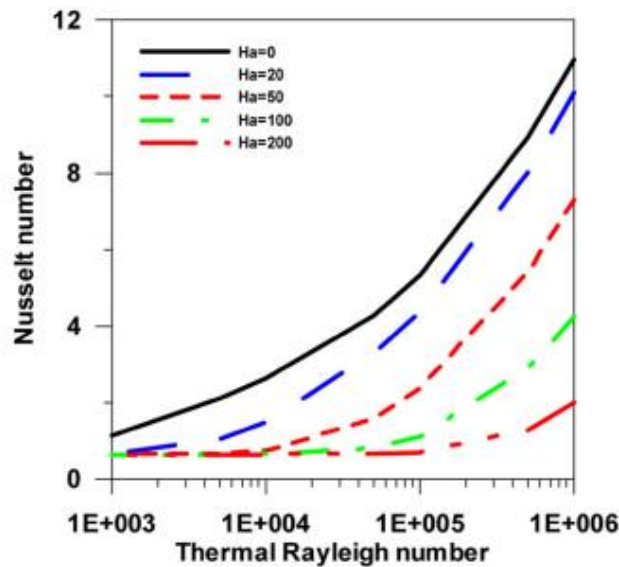


Figure I-9 : Nombre de Nusselt vs Ra_T pour différents Ha , $Le = 1$, $\phi = 1$ et $N = 1$.

Des études analytiques et numériques de convection naturelle à double diffusion dans une enceinte peu profonde remplie d'un fluide non newtonien ont été effectuées par **A. Bahlaoui** [12]. Dans cette étude, les deux parois verticales étaient soumises à des flux de chaleur et de masse uniformes, tandis que les parois supérieure et inférieure étaient isolées et imperméables au transfert de masse. Il a examiné l'influence de différents paramètres (facteur de forme, nombre de Lewis, nombre de rapports de flottabilité, nombre de Prandtl, nombre de Rayleigh thermique) sur l'écoulement de fluide et les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse. Il a trouvé que l'augmentation de la valeur numérique de Rayleigh plus de 100 augmente les transferts thermiques et de masse. Il a également observé que le taux de flottabilité n'influence pas les transferts de chaleur et de masse par convection qu'au-delà de la valeur de 10.

Les travaux numériques de (**Mohamed A. Teamah***, **Ahmed F. Elsafty**, **Enass Z. Massoud**) [13] s'intéressent au flux convectif naturel à double diffusion dans une cavité rectangulaire inclinée dont les côtés les plus courts sont isolés et étanches. Ils ont imposé des températures et des concentrations constantes le long des côtés les plus longs de l'enceinte. De plus, ils ont appliqué un champ magnétique uniforme perpendiculaire aux côtés les plus longs. Ils ont considéré l'état d'équilibre du système lamellaire. Ils ont ensuite résolu les équations de continuité, de conservation quantité de mouvement, d'énergie et de transport

en utilisant la technique des volumes finis. Ensuite, ils ont vérifié la validité du code numérique utilisé et ont trouvé un bon accord avec des résultats publiés.

Ils ont enregistré les résultats numériques de l'effet du nombre de Rayleigh sur la chaleur, sur les vitesses sur les températures et les concentrations. De plus, les résultats du nombre moyen du Nusselt et de Sherwood sont présentés et discutés pour diverses conditions paramétriques. Cette étude a été faite pour un nombre de Prandtl fixe, $Pr=0,7$; un rapport d'aspect, $A=2$ et un nombre de Lewis, $Le=2$. Les calculs réalisés correspondent à : Le nombre de Rayleigh allant de 10^3 à 5×10^5 , une plage d'angle d'inclinaison $0^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$, une plage de coefficient d'absorption sans dimension et génération de chaleur $-40 \leq \phi \leq 40$, une plage de rapport de flottabilité- $-5 \leq N \leq 5$ et enfin une plage de nombre Hartmann

$0 \leq Ha \leq 70$.

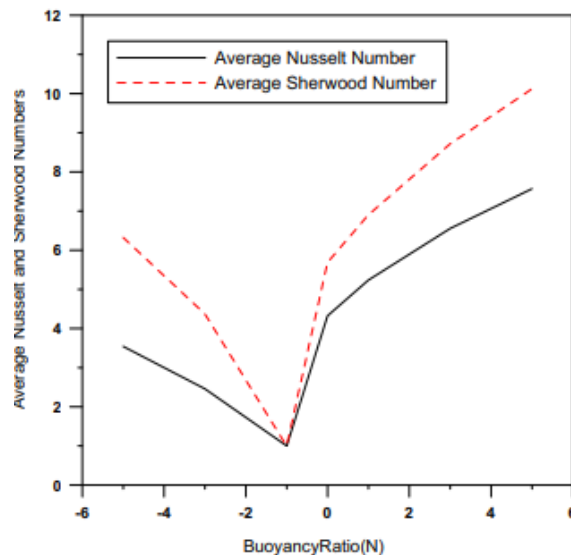


Figure I-10 : L'effet du rapport de flottabilité sur les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood pour $\gamma=45^\circ$, $Pr=0.7$, $Le=2$, $Ha=10$, $\phi=0$, $Ra=10^5$, et $-5 \leq N \leq 5$

K. Al-Farhany A. Turan [14] ont étudié numériquement le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle bidimensionnelle à double diffusion dans un milieu poreux rectangulaire incliné. Deux parois opposées de la cavité sont maintenues à des températures et concentrations différentes ; tandis que les deux autres parois sont adiabatiques. Le modèle généralisé avec l'approximation de Boussinesq est utilisé pour résoudre les équations gouvernantes. Le flux est entraîné par un effet combiné de flottabilité dû à la fois aux variations de température et de concentration.

Les résultats montrent qu'à mesure que le rapport d'aspect augmente, les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood diminuent, bien qu'ils diminuent lorsque l'angle d'inclinaison augmente. Pour les effets du taux de flottabilité, le nombre de Nusselt augmente lorsque le taux de flottabilité augmente pour ($N > 1$) et également lorsqu'il diminue pour ($N < 1$). C'est le même comportement pour le nombre de Sherwood. De plus, le nombre de Nusselt diminue lorsque le nombre de Lewis augmente et le nombre de Sherwood augmente lorsque le nombre de Lewis augmente.

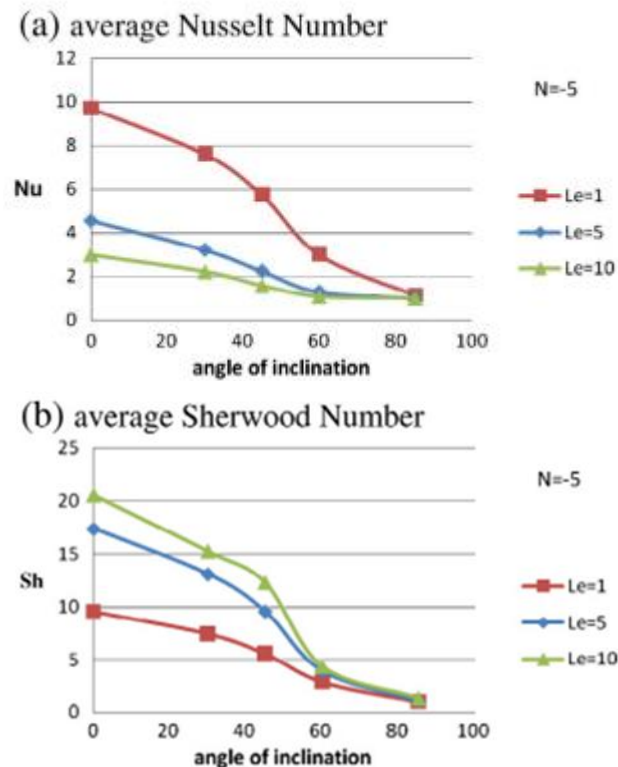


Figure I-11 : (a) Nombre moyen de Nusselt et (b) Nombre moyen de Sherwood pour $Da=10^{-4}$, $Ra=5 \times 10^6$, $Pr=4.5$, $A=2$, $N=-5$ avec nombre de Lewis et angle d'inclinaison différents

Rasoul Nikbakhti, Asghar B. Rahim [15] ont fait une étude numérique. La cavité considérée est décrite comme suit : La partie active de la paroi latérale gauche a été fixée à une température plus élevée. La longueur de la partie thermiquement active est égale à la moitié. Ils considéraient que la partie supérieure et inférieure de la cavité et la partie inactive des parois latérales étaient fixes et imperméables au transfert de masse. La disposition des parois thermiquement actives a un effet significatif sur le taux de transfert de chaleur et de

masse, et pour explorer cet effet et atteindre le taux optimal à l'intérieur de la cavité, ils ont examiné les différentes positions relatives des régions actives.

Les équations gouvernantes sous leur forme adimensionnelle décrivant la convection naturelle double diffusive d'un écoulement laminaire bidimensionnel non compressible sont : une fonction de vortex, la température ou l'énergie, la concentration et une fonction d'écoulement. Les auteurs ont considéré le système lamellaire en régime permanent. Les équations différentielles apparues sont résolues à l'aide de la méthode des différences finies par la méthode d'hyper-relaxation successive (SOR). Ensuite, ils ont obtenu les résultats pour différentes sections de chauffage et différents paramètres tels que le rapport d'aspect, le rapport de flottement et le nombre de Schmidt. Le taux de transfert de chaleur et de masse dans la cavité est également mesuré en termes de nombres moyens de Nusselt et de Sherwood.

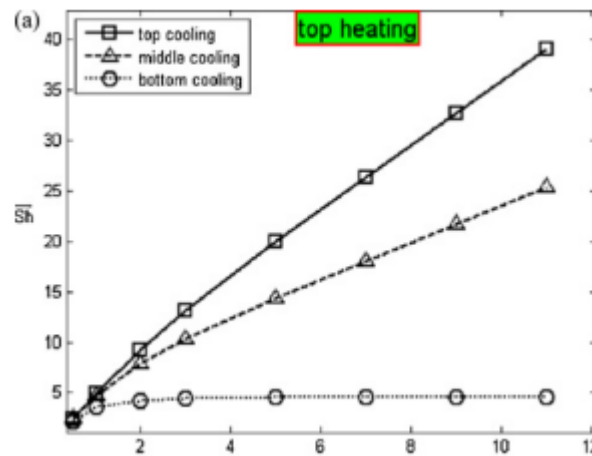


Figure I-12 : Nombre moyen de Sherwood pour différents lieux de chauffage.

Fakher Oueslati, Brahim Ben-Beya, Taieb Lili [16] Et également étudié convection naturelle à double diffusion avec génération d'entropie bidimensionnelle. Ils ont examiné la boîte de chauffage vertical partiel et les sources de salage pour un rapport d'aspect de $A = 4$. Ils ont utilisé une méthodologie numérique basée sur la méthode des volumes finies, la technologie complète des mailles multiples et les effets de divers paramètres à savoir : Le nombre de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 2 \times 10^5$) Le rapport de flottabilité ($-8 \leq N \leq 8$), ($0 \leq \eta \leq 3$), Le nombre de Lewis ($10 \leq Le \leq 100$) et la longueur de la source ($0,25 \leq d \leq 2$).

Ils ont ensuite déterminé les corrélations entre les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood en fonction de (Ra, d) et (Le, d) , respectivement. Leurs résultats numériques pour cette étude ont montré que, lorsque le nombre de Lewis augmente dans la plage de 10 -100, les taux de transfert de chaleur et de masse se sont considérablement améliorés. En termes de phénomène d'irréversibilité à l'état stationnaire, par rapport au macro univers, les profils par rapport à N montrent que le critère d'irréversibilité est dominé par la génération d'entropie due au frottement des fluides.

Une attention particulière est portée au comportement cyclique de l'écoulement qui apparaît car N est dans la plage $(0,87-0,99)$ en dehors de laquelle il reste constant. Selon le phénomène de génération d'entropie, ils ont observé que la génération d'entropie totale $Stot$ et le nombre de Bejan Be oscillent à la même fréquence, mais en phases opposées et avec des capacités différentes.

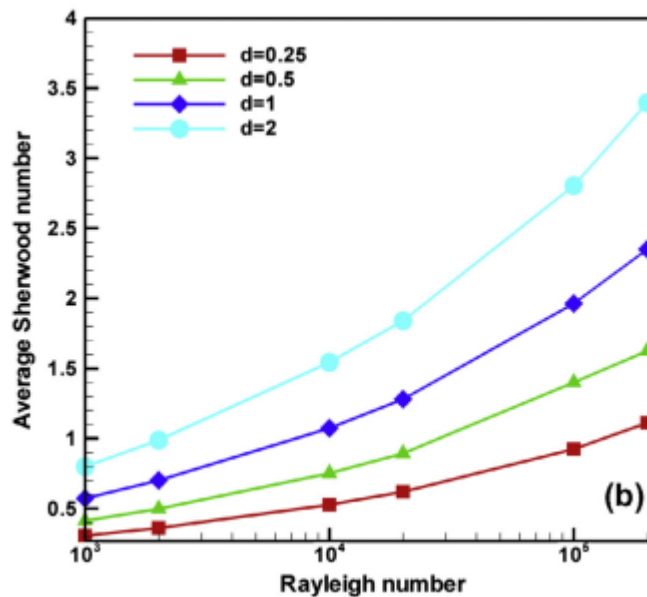


Figure I-13 : Effets du nombre de Rayleigh Ra sur les taux de transfert de chaleur et de masse pour $N = 1$, $Le = 2$, et avec différentes valeurs de longueur de source ($d = 0,25, 0,5, 1$ et 2): Sh

A. LATRECHE, M. DJEZZAR [17] ont fait une étude numérique de la convection naturelle à double diffusion dans une cavité carrée et inclinée remplie de milieu poreux saturé par un fluide. Des gradients de chaleur et de soluté sont appliqués sur les deux parois horizontales de la cavité, tandis que les deux autres parois sont imperméables et adiabatiques. Le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq ont été utilisés pour résoudre les équations gouvernantes. Le flux est entraîné par un effet de flottabilité combiné dû aux

variations de température et de concentration. Ils ont utilisé une approche par volumes finis pour résoudre les équations gouvernantes adimensionnelles. Ils ont trouvé que des changements importants se produisent sur la structure d'écoulement et sur les isothermes et les iso-concentrations dans l'enceinte lorsque des modifications sont apportées au nombre de Rayleigh-Darcy modifié et à l'angle d'inclinaison de l'enceinte.

A. LATRECHE, M. DJEZZAR [18] ont étudié l'effet du coefficient de flottabilité sur la double convection naturelle à l'intérieur d'une cavité poreuse inclinée saturée d'une barrière. L'écart sous l'effet du coefficient de flottabilité résultant de la température change la concentration. Pour résoudre les équations gouvernantes ils ont utilisé la méthode des volumes finis. Les résultats ont été présentés sous la forme de lignes de flux, de lignes isothermes, des iso concentrations et de nombre de Sherwood correspondant à différentes valeurs des facteurs non dimensionnels.

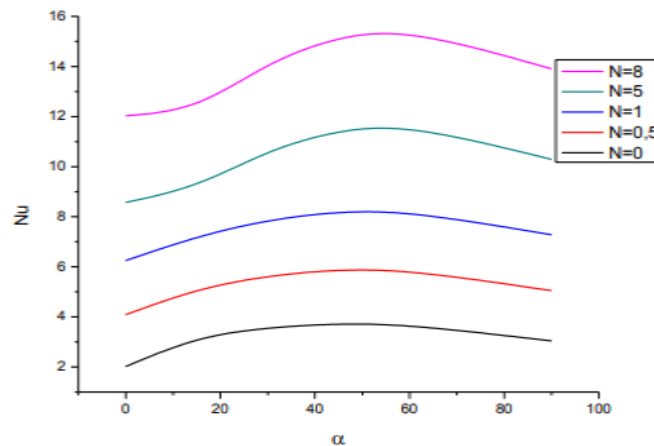


Figure I-14 : Nombre global de Nusselt en fonction de l'angle d'inclinaison α pour différentes valeurs du rapport de flottabilité N

Rasoul Nikbakhti et Javad Khodakhah [19] dans cette étude, une investigation numérique du transfert de chaleur et de masse par convection naturelle à double diffusion dans une cavité remplie de fluide newtonien a été faite. Ils maintenaient les parties actives de deux parois verticales de la cavité à des températures et concentrations constantes mais différentes, tandis que les deux autres parois, ainsi que les régions inactives des parois latérales, considéraient la chaleur comme constante et imperméable au transfert de masse. La longueur de la partie thermiquement active est égale à la moitié de la hauteur. Les formes

adimensionnelles des équations de transport qui décrivent la convection naturelle de diffusion de l'écoulement incompressible bidimensionnel sont les fonctions de température ou d'énergie, la concentration et la fonction de courant.

Les équations différentielles couplées sont estimées via FDM (Finite Difference Method). Ils ont utilisé la méthode de relaxation successive (SOR) pour résoudre l'équation de la fonction de débit. L'analyse a été effectuée pour une cavité avec différents rapports d'aspect allant de 0,5 à 11 pour trois ensembles différents de cloisons partiellement actives. Les résultats sont représentés graphiquement en termes de fluidité, isothermes et iso concentrations. De plus, le taux de transfert de chaleur et de masse dans la cavité a été mesuré en termes de la moyenne des nombres de Nusselt et de Sherwood pour divers paramètres, notamment le nombre thermique de Grashof, le nombre de Lewis, le rapport de flottabilité et le rapport d'aspect.

Ils ont découvert que l'ordre de placement des parois partiellement thermiquement actives et le rapport de flottabilité affectent de manière significative le modèle d'écoulement et les performances de transfert de chaleur et de masse dans la cavité.

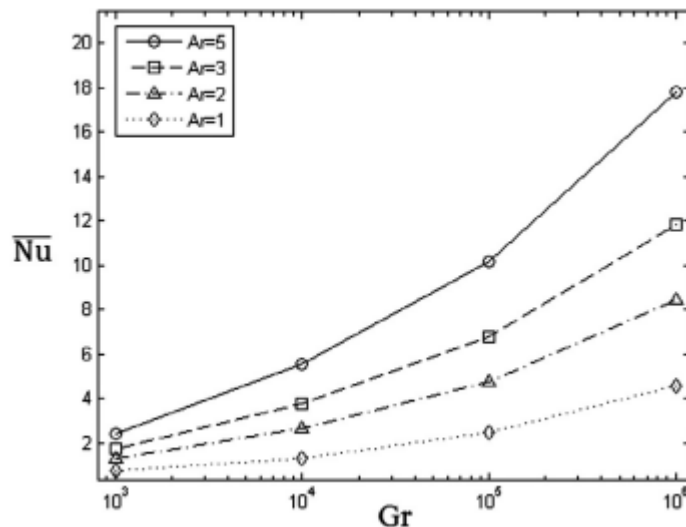


Figure I-15 : Nombres moyens de Nusselt (à gauche) et de Sherwood (à droite) pour différents rapports d'aspect, $Le = 3$ et $N = -0.2$

M. Pavankumar Reddy et J. V. Ramana Murthy [20] ont étudié le transfert de chaleur dans une plaque rectangulaire avec les deux côtés adjacents maintenus à des températures constantes et avec les deux autres côtés adjacents maintenus à un flux de chaleur constant. La plaque est isolée sur les surfaces supérieure et inférieure afin que la chaleur ne s'échappe pas.

Ils ont utilisé deux méthodes : analytique et méthode numérique et ils ont constaté que la solution analytique converge très rapidement avec 20 termes et est suffisamment précise alors que la solution numérique prend des centaines d'itérations même avec des itérations de Gauss-Seidel et n'est pas aussi précise qu'une solution analytique. Ils ont remarqué que, comme q_2 , le flux de chaleur augmente, la température augmente également.

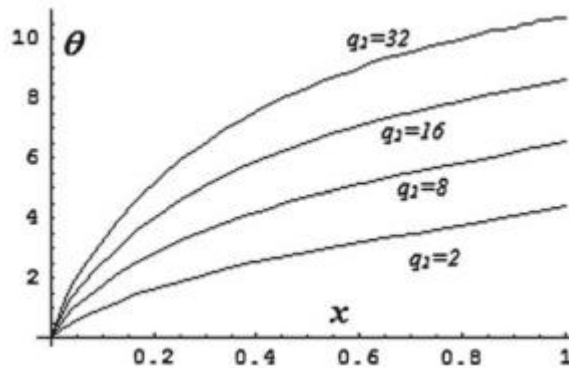


Figure I-16 : Température à $y = h$

J. Sharath Kumar Reddy et D. Bhargavi [21] ont étudié analytiquement l'écoulement de fluide dans des canaux à plaques parallèles partiellement remplis de milieu poreux en supposant une condition d'écoulement pleinement développée. L'insert poreux d'épaisseur, l_p , placé symétriquement au milieu du canal. Le problème est caractérisé par le nombre de Darcy, Da . Ils ont constaté que la vitesse pleinement développée dans la région fluide diminue et la vitesse dans la région poreuse augmente pour une fraction poreuse inférieure, à mesure que le coefficient de saut de contrainte augmente.

B. Suresh Babu, G. Srinivas et G. V. P. N. Srikanth [22] ont proposé un modèle mathématique pour le transfert convectif de chaleur et de masse de deux fluides non miscibles dans un canal vertical de largeur variable avec des effets de diffusion thermique. Les effets des paramètres pertinents sont étudiés en détail. De plus, le taux de transfert de chaleur, de transfert de masse et de contrainte de cisaillement près des deux parois ont été analysés.

I.4. Conclusion

D'après la revue bibliographique présentée ci-dessus, plusieurs travaux de recherche se sont intéressés à l'étude de la convection naturelle double diffusive, dans des milieux fluides ainsi que dans des milieux poreux, les conditions aux limites et les géométries considérées dépendent de la spécificité de l'étude.

Une fois les équations gouvernantes établies, la résolution peut être numérique ou analytique selon le cas considéré, plusieurs méthodes peuvent être appliquées, et la variété des paramètres de contrôle peut enrichir l'étude en termes de résultats exprimant l'intensité de l'écoulement, le transfert de chaleur ou de masse.

Notre cas d'étude sur la convection naturelle bidimensionnelle traite la double diffusion dans une cavité rectangulaire horizontale, rempli de milieu poreux saturé par un fluide homogène. On a choisi d'appliquer les conditions de Neumann aux parois actives, la loi de Darcy et l'approximation de Boussinesq ont été considérées. Le chapitre suivant traite le modèle physique et mathématique ainsi que les équations gouvernantes

Chapitre II : Modèle physique et Formulation Mathématique

II.1 Introduction

L'étude de la convection naturelle thermosolutale dans les milieux poreux saturés prend une place de plus en plus importante en raison du défi considérable qu'elle représente dans les nouveaux problèmes liés aux effets concurrentiels de la chaleur et de la masse.

L'importance des milieux poreux dans les phénomènes et processus industriels et technologiques est maintenant bien établie. Cependant, malgré l'essor des moyens des études, des lacunes subsistent en termes de connaissances de base, notamment la compréhension des phénomènes de transfert de chaleur et de transfert de masse dans les systèmes comprenant des milieux poreux.

Dans ce chapitre on va présenter la mise en équation du problème physique considéré, en se basant sur les équations de quantité de conservation de masse, de la conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie, et de la conservation des espèces.

II.2 Description du problème

Notre travail porte sur l'étude de l'écoulement, de transfert de chaleur et de transfert de masse dans les milieux poreux. Pour cela nous considérons un milieu poreux saturé par un fluide binaire dans une enceinte rectangulaire de largeur L' et de hauteur H' , (voir fig. II.1). Les parois actives horizontales de la cavité sont exposées aux effets du flux de chaleur q' et du flux massique j' , tandis que les autres parois sont supposées imperméables et adiabatiques, (conditions de Neumann).

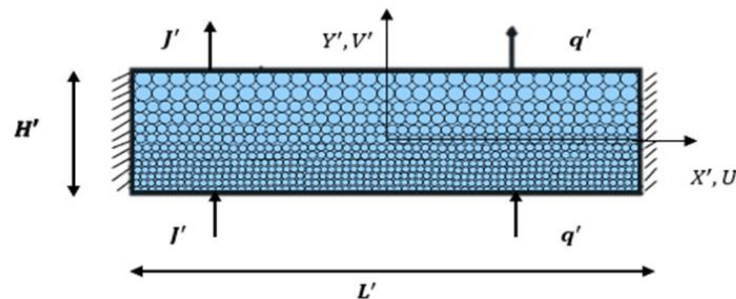


Figure II.1. Schéma du modèle physique

Avant d'établir les équations gouvernantes décrivant le phénomène de la convection naturelle on va exposer les hypothèses simplificatrices.

II.3 Hypothèses simplificatrices

Pour simplifier la formulation du problème de milieu poreux, certaines hypothèses doivent être établies pour créer un modèle mathématique illustrant ce problème physique.

Nous adoptons donc les hypothèses suivantes :

- Le fluide est newtonien et incompressible.
- L'écoulement est stationnaire et bidimensionnel.
- L'écoulement est laminaire.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Le repère de l'étude est situé au centre de la cavité (Figure II.1).
- Le travail induit par les forces visqueuses et de pression est négligeable, le modèle de Darcy et L'approximation de Boussinesq sont appliqués.

II.4 Approximation de Boussinesq-Oberbeck

Dans le cadre de l'approximation d'Oberbeck-Boussinesq où les variations de température et de concentration sont considérées suffisamment faibles pour que la masse volumique puisse s'exprimer comme une fonction linéaire de la température locale et de la fraction massique :

Les propriétés thermo physiques du fluide sont constantes et sont évaluées à la température et à la concentration de référence. Cependant, la densité du fluide dans le terme des forces de volume varie linéairement avec la température et la concentration. Elle est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T(T' - T'_0) - \beta_S(S' - S'_0)] \quad (\text{II.1})$$

Où T et S représentent respectivement la température du mélange fluide et la concentration du soluté en un point donné du système.

ρ_0 est la densité du mélange et S représente la fraction massique du soluté. T_0 et S_0 sont des grandeurs de référence qui représentent généralement les valeurs de la température et de la concentration dans le système.

Dans la relation (II.1), β_T et β_S sont les coefficients d'expansion volumique thermique et solutale du fluide, respectivement. Ils sont définis par :

$$\begin{cases} \beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T'} \right)_{p', S'} \\ \beta_S = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial S'} \right)_{p', T'} \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

II.5 Equations générales dans un milieu poreux

Pour étudier le phénomène de convection naturelle en milieu poreux nous avons utilisé le modèle de Darcy, qui néglige les forces d'inertie et les forces visqueuses, ce modèle est valide lorsque les conditions suivantes sont satisfaites :

$$\begin{cases} \varepsilon' \leq 0.8 \\ Da \leq 10^{-6} \\ Re_p < 1 \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

ε' est la porosité du milieu poreux, $Da = \frac{k}{H^2}$, est le nombre de darcy.

$Re_p = \frac{v_p d}{\nu}$: Nombre de Reynolds.

Avec v_p : le volume du pore et d : diamètre du pore.

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ Viscosité cinématique du fluide.

Pour résoudre le problème en utilise les équations suivantes :

II.5.1 Equation de continuité :

L'équation de conservation de la masse (équation de continuité), pour un écoulement s'écrit

$$\operatorname{div}(\rho v) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.4})$$

En tenant compte des simplifications considérées (fluide incompressible) l'équation précédente se réduit à :

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \quad (\text{II.5})$$

Les variables u' et v' sont les composantes du champ de vitesse dans les directions x' et y' respectivement.

II.5.2 Équation de conservation de la quantité de mouvement : Loi de Darcy

Pour étudier la variation de la quantité de mouvement d'un fluide dans le milieu poreux considéré on va adopter le modèle de Darcy, selon ce modèle, la vitesse de filtration est donnée par :

$$\vec{V} = -\frac{k}{\mu} (\vec{\nabla} p - \rho \vec{g}) \quad (\text{II.6})$$

Où \vec{V} est la vitesse de filtration, μ est la viscosité dynamique du fluide, K est la perméabilité du milieu poreux et $\vec{\nabla} P'$ le gradient de pression appliqué. En tenant compte de l'approximation de Boussinesq, la projection de l'équation sur les deux axes donne les composantes de la vitesse comme suit :

Suivant la direction x'

$$u' = -\frac{k'}{\mu} \left(\frac{\partial P'}{\partial x'} \right) \quad (\text{II.7})$$

Suivant la direction y'

$$v' = -\frac{k'}{\mu} \left[\frac{\partial P'}{\partial y'} + \rho_0 \cdot g (1 - \beta_T (T' - T'_0) - \beta_s (S' - S'_0)) \right] \quad (\text{II.8})$$

En dérivant l'équation (II.7) par rapport à la direction y' et (II-8) par rapport à x' et en tenant compte que la perméabilité est variable et suit une loi linéaire variant selon l'axe verticale y' :

$$\frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{u'}{k'(y')} \right) = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 p'}{\partial x' \partial y'} \right) \quad (\text{II.9})$$

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{v'}{k'(y')} \right) = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 p'}{\partial y' \partial x'} - \rho_0 g \left(\beta_T \frac{\partial(T'+T'_{i0})}{\partial x'} - \beta_s \frac{\partial(S'+S'_{i0})}{\partial x'} \right) \right) \quad (\text{II.10})$$

On simplifie l'équation en faisant la soustraction entre les équations (II-9) et (II-10), on aura l'équation de la forme :

$$\frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{u'}{k'(y')} \right) - \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{v'}{k'(y')} \right) = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 p'}{\partial x' \partial y'} \right) + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 p'}{\partial y' \partial x'} - \rho_0 g \left(\beta_T \frac{\partial(T'+T'_{i0})}{\partial x'} - \beta_s \frac{\partial(S'+S'_{i0})}{\partial x'} \right) \right) \quad (\text{II.11})$$

Sous forme simplifiée et en introduisant l'expression de la viscosité cinématique, on aura :

$$\frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{1}{K'(y')} \cdot u' \right) - \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{1}{K'(y')} \cdot v' \right) = - \left[\frac{\beta_T g}{\vartheta} \left(\frac{\partial T'}{\partial x'} + \frac{\beta_s}{\beta_T} \frac{\partial S'}{\partial x'} \right) \right] \quad (\text{II.12})$$

II.5.3 Equation de conservation d'énergie :

En appliquant le premier principe de la thermodynamique à l'écoulement dans le cas général.

L'équation de l'énergie pour les deux phases solides est fluide est exprimée comme suit :

Phase solide:

$$(1 - \varepsilon')(\rho c)_s \frac{\partial T'}{\partial t'} = (1 - \varepsilon')\lambda_s \nabla^2 T' \quad (\text{II.13})$$

Phase fluide:

$$\varepsilon'(\rho c)_f \frac{\partial T'}{\partial t'} + (\rho c)_f \left(u' \frac{\partial T'}{\partial x'} + v' \frac{\partial T'}{\partial y'} \right) = \varepsilon' \lambda_f \nabla^2 T' + q' \quad (\text{II.14})$$

En ajoutant les deux équations des phases membre à membre on obtient :

$$(\rho c)_p \frac{\partial T'}{\partial t'} + (\rho c)_f \left(u' \frac{\partial T'}{\partial x'} + v' \frac{\partial T'}{\partial y'} \right) = \lambda_p \nabla^2 T' \quad (\text{II.15})$$

$(\rho c)_p$: La capacité calorifique du milieu poreux.

$(\rho c)_f$: La capacité calorifique du fluide.

λ_p : La conductivité thermique globale du milieu poreux.

On a:

$$(\rho C)_p = (1 - \varepsilon')(\rho C)_s + \varepsilon'(\rho c)_f \quad (\text{II.16})$$

$$\lambda_p = (1 - \varepsilon')\lambda_s + \varepsilon'\lambda_f \quad (\text{II.17})$$

II.5.4 Equation de conservation des espèces :

L'équation de conservation de la concentration s'écrit :

$$\varepsilon' \frac{\partial s'}{\partial t'} + u' \frac{\partial s'}{\partial x'} + v' \frac{\partial s'}{\partial y'} = D_p \nabla^2 N' \quad (\text{II.18})$$

ε' : La porosité du milieu poreux.

D_p : La diffusivité thermique du milieu poreux.

II.6 Équations en formulation de fonction de courant :

L'équation de continuité est la condition d'existence d'une fonction de courant Ψ' à partir de laquelle les composantes de la vitesse peuvent être reliées selon :

$$u' = \frac{\partial \Psi'}{\partial y'}, v' = \frac{\partial \Psi'}{\partial x'} \quad (\text{II.19})$$

Et en introduisant le jacobien J qui est un opérateur mathématicien ayant pour expression :

$$J(f, g) = \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial y} \quad (\text{II.20})$$

Les équations de gouvernance qui décrivent le comportement du système et qui sont la conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie et des espèces qui seront données en termes de la fonction de courant Ψ' comme suit:

$\nabla \left(\frac{1}{K'(y)} \nabla \Psi' \right) = -\frac{\beta_T g}{\vartheta} \left(\frac{\partial T'}{\partial x'} + \frac{\beta_s}{\beta_T} \frac{\partial S'}{\partial x'} \right)$, ou bien elle s'exprime aussi sous la forme plus simplifiée :

$$\nabla \left(\frac{1}{K'(y)} \nabla \Psi' \right) = -\frac{g \cdot \beta'_T}{v} \cdot \frac{\partial}{\partial x'} \left(T' + \frac{\beta_s}{\beta_T} S' \right) \quad (\text{II.21})$$

$$(\rho c)_p \frac{\partial T'}{\partial t} + (\rho c)_f J(\Psi', T') = k_p \nabla^2 T' \quad (\text{II.22})$$

$$\varepsilon' \frac{\partial S'}{\partial t} + J(\Psi', S') = D_p \nabla^2 S' \quad (\text{II.23})$$

II.7 Conditions initiale et aux limites hydrodynamiques, thermiques et massiques :

On impose des conditions d'imperméabilité sur les parois de la cavité, il en résulte que la vitesse perpendiculaire à la paroi du fluide s'annule, les parois verticales sont maintenues adiabatiques tandis que les parois horizontales sont soumises à un flux de chaleur constant, on aura :

$$\begin{cases} t' = 0, \quad \Psi' = 0, \quad T' = T'_0, \quad S' = S'_0 \\ x' = \pm L'/2, \quad \Psi' = 0, \quad \frac{\partial T'}{\partial x'} = 0, \quad \frac{\partial S'}{\partial x'} = 0 \\ y' = \pm H'/2, \quad \Psi' = 0, \quad \partial T' / \partial y' = -q' / \lambda', \quad \partial S' / \partial y' = -j' / \rho_0 D_p \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Où q' et j' sont respectivement le flux de chaleur et le flux de concentration appliqués sur les parois actives de notre cavité.

$$q' = -\lambda' \nabla T', \quad j' = -\rho_0 D_p \nabla N$$

II.8 Equations gouvernantes adimensionnelles :

Dans tous les problèmes physiques en règle générale, le comportement du système étudié est fonction d'un certain nombre de paramètres. La mise sous forme adimensionnelle est nécessaire pour différentes raisons. Du point de vue pratique, le système physique de départ est fonction d'un grand nombre de paramètres qu'il faudra fixer lors d'une quelconque simulation numérique ou analytique.

Le fait de rendre adimensionnel un problème permet de réduire considérablement le nombre de paramètres nécessaires à la résolution du système mathématique et de faire ressortir les paramètres adimensionnels caractéristiques d'une classe de problème donnée.

Les équations du problème sont rendues adimensionnelles à l'aide des grandeurs de référence suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} (x, y) = \left(\frac{x'}{H'}, \frac{y'}{H'} \right), (u, v) = \left(\frac{u'}{\alpha/H'}, \frac{v'}{\alpha/H'} \right) \\ k = \frac{k'}{k'_r}, \Psi = \frac{\psi'}{\alpha} \\ t = \frac{t'}{H'^2 / \sigma / \alpha}, \varepsilon = \frac{\varepsilon'}{\sigma} \\ T = \frac{T' - T'_{0}}{\Delta T^*}, S = \frac{S' - S'_{0}}{\Delta S^*} \end{array} \right. \quad (\text{II.25})$$

Où $\alpha = \lambda_p / (\rho C)_p$ est la diffusivité thermique du milieu poreux et K'_r est la perméabilité de référence au centre de la cavité.

Où α désigne la diffusivité thermique du milieu poreux et σ désigne le rapport des chaleurs massiques, et K'_r est la perméabilité de référence au centre de la cavité.

$$\alpha = \lambda_p / (\rho C)_p, \sigma = \frac{(\rho c)_p}{(\rho c)_f} \quad (\text{II.26})$$

Les différences caractéristiques de température et de concentration sont définies par :

$$\Delta T^* = \frac{q' H'}{\lambda_p}, \Delta S^* = \frac{j' H'}{D_p} \quad (\text{II.27})$$

En introduisant les variables adimensionnelles dans les équations (II.21), (II.22), et (II.23) on obtient les équations adimensionnelles suivantes :

$$\nabla^2 \frac{1}{k(y)} \Psi = -Ra^* \left(\frac{\partial T}{\partial x} + N \frac{\partial S}{\partial y} \right) \quad (\text{II.28})$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + j(T, \Psi) = \nabla^2 T \quad (\text{II.29})$$

$$\varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + j(S, \Psi) = \frac{1}{Le} \nabla^2 S \quad (\text{II.30})$$

Les paramètres de contrôle ressortis de cette opération d'adimensionnalisation, sont :

Le nombre de Rayleigh modifié Ra^*

$Ra^* = \frac{g \beta_T \bar{K}'_y H'}{\alpha \mu}$, avec $\bar{K}'_y = K'_r \int_{-1/2}^{1/2} K(y) dy$, qui est la perméabilité moyenne du milieu poreux

Le nombre de Rayleigh, caractérise le transfert de chaleur au sein du fluide, il exprime le rapport des forces d'inerties (poussée d'Archimède) sur les forces visqueuses.

Le rapport de flottabilité $N = \frac{\beta_s \Delta s}{\beta_T \Delta T}$

Le rapport des forces de volume solutal et thermique peut être positif ou négatif selon le signe du coefficient β_s . Deux situations peuvent se présenter, celle de la convection coopérante, lorsque le coefficient $\beta_s > 0$ ($N > 0$) les effets thermiques et solutaux dans ce cas coopèrent. La deuxième situation concerne la convection dite opposée, correspondante à $\beta_s < 0$ ($N < 0$) où les effets thermiques et solutaux s'opposent.

Le nombre de Lewis $le = \frac{\alpha}{D}$

Le nombre de Lewis compare la diffusivité de masse avec la diffusivité thermique. Il caractérise les écoulements de fluides, dans lesquels ont lieu simultanément un transfert de masse et un transfert de chaleur par conduction thermique

Le facteur de forme de la cavité $A = \frac{L'}{H'}$

II.9 Conditions initiale et aux limites adimensionnelles correspondantes

$$t=0, u = v = T = S = 0 \quad (\text{II.31})$$

$$x = \pm A/2, \Psi = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.32})$$

$$y = \pm 1/2, \Psi = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = -1, \frac{\partial S}{\partial y} = -1 \quad (\text{II.33})$$

II.10 loi de la variation de la perméabilité

Plusieurs études portant sur la convection naturelle dans les milieux poreux se sont intéressées à différentes lois de variation de la perméabilité, on peut citer par exemple la loi exponentielle et la loi parabolique. Pour notre cas d'étude on propose d'étudier une loi de variation linéaire donnée par l'expression suivante :

$$K(y) = 1 + cy \quad (\text{II.34})$$

II.11 Transfert thermique et massique :

II.11.1 Le nombre de Nusselt :

Ce nombre permet de caractériser la convection naturelle en termes de transfert de chaleur. Il est défini comme le rapport entre la convection thermique et la conduction thermique. Le nombre de Nusselt local est défini par la relation suivante :

$$Nu = \frac{q'H}{\lambda'\Delta T} = \frac{1}{\Delta T} \quad (\text{II.35})$$

Où : ΔT est la différence de température adimensionnelle évaluée à $x = 0$ telle que :

$$\Delta T = T\left(0, -\frac{1}{2}\right) - T\left(0, \frac{1}{2}\right)$$

II.11.2 Le nombre de Sherwood :

Ce nombre permet de caractériser la convection naturelle en termes de transfert de masse. Il est défini comme le rapport entre la convection de masse et la diffusion de masse. Il s'exprime comme suit :

$$Sh = \frac{j'H}{D_p\Delta S} = \frac{1}{\Delta S} \quad (\text{II.36})$$

Où ΔS est la différence de concentration adimensionnelle évaluée à $x = 0$ définie par :

$$\Delta S = S\left(0, -\frac{1}{2}\right) - S\left(0, \frac{1}{2}\right)$$

II.12 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté le modèle physique et la formulation mathématique de la convection naturelle thermosolutale dans une cavité rectangulaire horizontale remplie d'un milieu poreux saturé par un mélange binaire. Les conditions de Neumann ont été appliquées aux parois horizontales, et l'approximation de Boussinesq a

été considérée. L'utilisation des hypothèses simplificatrices a permis d'évaluer le système d'équations régissant le problème physique, qui est un système complexe d'équations aux dérivées partielles non linéaires et fortement couplées.

La résolution de ce système sera présentée dans le chapitre suivant en utilisant une approche numérique, qui sera la mieux adaptée à notre cas d'étude. Cela permettra d'avoir par le biais d'une approche numérique, la solution approchée.

Chapitre III : Solution numérique

III.1 Introduction

Les volumes finis sont une méthode numérique utilisée pour résoudre des équations aux dérivées partielles qui modélisent divers phénomènes physiques, tels que les écoulements de fluides, la conduction thermique, la diffusion de particules, etc.

L'objectif de l'analyse de tout phénomène physique est de déterminer les valeurs des différentes variables qui les distinguent en fonction de critères spécifiés.

Dans cette étude, la méthode des volumes finis a été utilisée pour la résolution des équations gouvernantes obtenues dans le chapitre précédent, ces équations sont aux dérivées partielles, elles sont non linéaires et fortement couplées. L'utilisation de cette méthode est bien adaptée pour notre cas d'étude à cause de son caractère de conservation. Un schéma centré a été choisi pour la discrétisation des équations, et par la méthode implicite aux directions alternées le système d'équations sera résolu, moyennant un programme en langage Fortran.

III.2 Méthode des volumes finis

Les méthodes de volumes finis sont adaptées pour les problèmes avec des frontières complexes et des conditions aux limites non homogènes. En pratique, pour résoudre une équation aux dérivées partielles avec la méthode des volumes finis, le domaine de calcul est découpé en volumes finis ou cellules. Les équations sont ensuite discrétisées pour chaque cellule en utilisant des approximations numériques. Ces approximations sont généralement basées sur des polynômes locaux, comme les fonctions linéaires ou quadratiques.

La méthode des volumes finis est largement utilisée dans de nombreux domaines scientifiques tels que la mécanique des fluides, la thermique, l'électromagnétisme, la physique des matériaux, etc. Elle est particulièrement utile pour simuler des phénomènes physiques complexes et pour analyser des systèmes réels.

En résumé, la méthode des volumes finis est une méthode numérique de résolution d'équations aux dérivées partielles qui consiste à discrétiser un domaine de calcul en volumes finis. Cette méthode est conservatrice, facilement utilisable avec des maillages non-structurés et adaptée aux problèmes avec des frontières complexes et des conditions aux limites non homogènes.

III.2.1 Principe de la Méthode

La technique des volumes finis comporte essentiellement les étapes suivantes :

- La division du domaine considéré en volumes de contrôle.
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- Ecriture des équations algébriques aux nœuds du maillage.
- Résolution du système algébrique non linéaire obtenu.

III.2.2 Maillage et le volume fini

Dans la méthode des volumes finis, le domaine de calcul est divisé en un nombre spécifique de volumes finis. A ces étapes, la variable dépendante considérée est calculée. En intégrant les équations de conservation à travers les volumes de contrôle pour chaque nœud, les équations algébriques définies à ces nœuds sont créées.

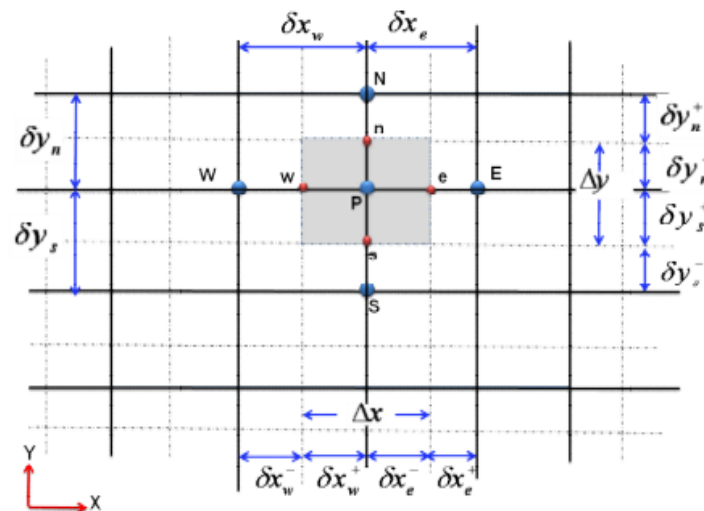


Figure III.1 : Volume de contrôle bidimensionnel.

Pour un nœud principal P, les points E et W (Est et Ouest) sont des voisins dans la direction x, tandis que N et S (Nord et Sud) sont ceux dans la direction y. Le volume de contrôle entourant P est montré par des lignes discontinues (Figure III.1), alors que les faces sont localisées aux points e et w dans la direction x, n et s dans la direction y.

III.2.3 Forme conservatrice des équations et équation de transport :

Equation de mouvement :

$$\nabla^2 \frac{1}{k(y)} \Psi = -Ra^* \left(\frac{\partial T}{\partial x} + N \frac{\partial s}{\partial y} \right) \quad (\text{III.1})$$

Equation d'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{V} \cdot T) = \nabla^2 T \quad (\text{III.2})$$

Equation de concentration :

$$\varepsilon \frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{V} \cdot S) = \frac{1}{Le} \nabla^2 S \quad (\text{III.3})$$

Les équations ci-dessus ont une forme généralisée qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{matrix} \frac{\partial \varphi}{\partial t} & + & \nabla \cdot (\vec{V} \cdot \varphi) & = & S \nabla \cdot (\nabla \varphi) & + & t_s \end{matrix} \quad (\text{III.4})$$

1 2 3 4

1 : Terme temporel.

2 : Terme convectif.

3 : Terme de diffusion.

4 : Terme source.

φ : La fonction à déterminer (Ψ , T ou S) et tous les termes de l'équation sont regroupés dans le tableau suivant :

Equations	φ	Terme transitoire	Terme convectif	Terme diffusif	Terme source	S
Quantité de mouvement	Ψ	0	0	$\nabla^2 \Psi$	$-Ra^* \left(\frac{\partial T}{\partial x} + N \frac{\partial s}{\partial y} \right)$	$\nabla \frac{1}{k(y)}$
Energie	T	$\frac{\partial T}{\partial t}$	$\nabla \cdot (\vec{V} \cdot T)$	$\nabla^2 T$	0	1
De concentration	S	$\frac{\partial s}{\partial t}$	$+\nabla \cdot (\vec{V} \cdot S)$	$\nabla^2 S$	0	$\frac{1}{Le}$

Tableau (III.1) : spécification des coefficients et des termes des équations gouvernantes

III.3 Intégration sur le volume de contrôle

La forme généralisée (III.4) peut être intégrée sur le volume de contrôle, tel qu'illustré sur la figure (III.1), nous obtenons :

Pour le terme transitoire :

$$\int_v \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_v \varphi \cdot dV = \frac{\partial}{\partial t} \bar{\varphi} \cdot \int_s^n \int_w^e dx \cdot dy = \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} (x_e - x_w) \cdot (y_n - y_s) = \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad (\text{III.5})$$

Où $\bar{\varphi}$ est la valeur moyenne de la fonction φ dans le volume de contrôle. En utilisant les différences finies, la dérivée dans le temps est approximée par une discrétisation implicite du premier ordre, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} = \frac{\bar{\varphi} - \bar{\varphi}^0}{\Delta t} \quad (\text{III.6})$$

Avec :

$\bar{\varphi}^0$ la fonction au temps « t » et $\bar{\varphi}$ la fonction au temps « t+Δt » donc :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} dV = \frac{\bar{\varphi} - \bar{\varphi}^0}{\Delta t} \cdot \Delta x \quad (\text{III.7})$$

On procède de la même manière pour tous les autres termes, commençant par le terme convectif, on aura l'équation :

$$\int_v \nabla \cdot (\vec{V} \cdot \varphi) dV = \int_s \vec{V} \cdot \varphi \cdot ds = \int_v \nabla \cdot (\vec{V} \cdot \varphi) dV = \frac{-\bar{U}_w \Delta y}{2} \cdot \bar{\varphi}_w + \frac{\bar{U}_e \Delta y}{2} \cdot \bar{\varphi}_E + \frac{\bar{V}_s \Delta x}{2} \cdot \bar{\varphi}_S + \frac{\bar{V}_n \Delta x}{2} \cdot \bar{\varphi}_N \quad (\text{III.8})$$

Où $d\vec{s}$ est le vecteur normal à la surface, dirigé vers l'extérieur et de longueur égale à l'élément de surface qu'il représente (figure III.1).

En utilisant le schéma de différence centré de Patan Kar on peut écrire :

$$\bar{\varphi}_w = \frac{\bar{\varphi}_W + \bar{\varphi}}{2}; \quad \bar{\varphi}_e = \frac{\bar{\varphi}_E + \bar{\varphi}}{2}; \quad \bar{\varphi}_s = \frac{\bar{\varphi}_S + \bar{\varphi}}{2}; \quad \bar{\varphi}_n = \frac{\bar{\varphi}_N + \bar{\varphi}}{2} \quad (\text{III.9})$$

Ce qui donne en remplaçant dans le terme convectif :

$$\int_{\mathcal{V}} \nabla \cdot (\vec{V} \cdot \varphi) dV = \frac{-\bar{U}_w \Delta y}{2} \cdot \bar{\varphi}_w + \frac{\bar{U}_e \Delta y}{2} \cdot \bar{\varphi}_E + \frac{\bar{V}_s \Delta x}{2} \cdot \bar{\varphi}_S + \frac{\bar{V}_n \Delta x}{2} \cdot \bar{\varphi}_N \quad (\text{III.10})$$

Puisque :

$$[(\bar{U}_e - \bar{U}_w) \Delta y + (\bar{V}_n - \bar{V}_s) \Delta x] \cdot \frac{\bar{\varphi}}{2} = \underbrace{\left[\frac{\bar{U}_e - \bar{U}_w}{\Delta x} + \frac{\bar{V}_n - \bar{V}_s}{\Delta y} \right]}_{\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} = 0} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \frac{\bar{\varphi}}{2} = 0 \quad (\text{III.11})$$

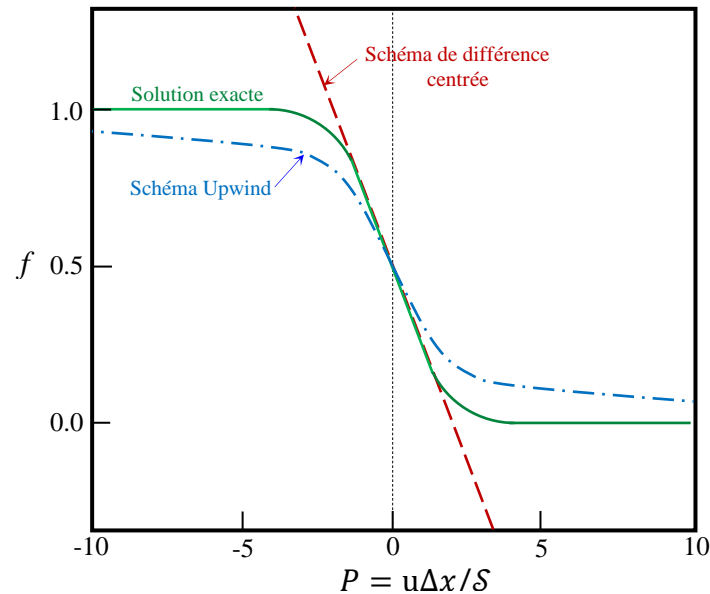


Figure III.2 : prédiction de S_p pour différents schémas en fonction du nombre de Peclet

Il est à noter ici que le schéma centré donne de bon résultat dans le cas des faibles nombres de Peclet du maillage, ce pendant pour des valeurs élevées du nombre de Peclet (dans le cas des écoulements de grande vitesse par exemple) ce schéma diverge de la solution exacte figure (III.2).

Pour remédier à ce problème on peut raffiner notre maillage (diminuer le Δx) et par conséquent diminuer le nombre de Peclet correspondant, le désavantage de ça est bien sur une augmentation du temps du calcul. Etant donné que dans notre étude le but n'est pas d'aller à de très grand nombre de Rayleigh qui engendrent des écoulements à forte vitesse, l'adoption du schéma de différence centrée est acceptable

Pour le terme diffusif :

$$\int_v \nabla \cdot (\bar{V} \cdot \varphi) dV = \bar{\varphi}_W \frac{\Delta y}{\Delta x} + \bar{\varphi}_E \frac{\Delta y}{\Delta x} + \bar{\varphi}_S \frac{\Delta x}{\Delta y} + \bar{\varphi}_N \frac{\Delta x}{\Delta y} + \bar{\varphi} \cdot \left(-\frac{2\Delta y}{\Delta x} - \frac{2\Delta x}{\Delta y} \right) \quad (\text{III.12})$$

Avec :

$$\left. \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x} \right|_w = \frac{\bar{\varphi} - \bar{\varphi}_W}{\Delta x}, \left. \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x} \right|_e = \frac{\bar{\varphi}_E - \bar{\varphi}}{\Delta x}, \left. \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial y} \right|_s = \frac{\bar{\varphi}_S - \bar{\varphi}}{\Delta y}, \left. \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial y} \right|_n = \frac{\bar{\varphi}_N - \bar{\varphi}}{\Delta y} \quad (\text{III.13})$$

Pour le terme source de l'équation de l'énergie :

$$\int_v t_S dV = \bar{t}_S \Delta x \cdot \Delta y \quad (\text{III.14})$$

$$\int_v \frac{\partial T}{\partial x} dV = \frac{\bar{T}_E - \bar{T}_W}{2} \Delta y = \left(\frac{\bar{T}_E - \bar{T}_W}{2 \cdot \Delta x} \right) \Delta x \cdot \Delta y \quad (\text{III.15})$$

$$\int_v \frac{\partial T}{\partial x} dV = \int_s^n \int_w^e \frac{\partial T}{\partial x} dx \cdot dy = \int_s^n (T_e - T_w) dy = (\bar{T}_e - \bar{T}_n) \Delta y \quad (\text{III.16})$$

$$\int_v \frac{\partial T}{\partial x} dV = \left(\frac{\bar{N}_E - \bar{N}_W}{2 \Delta x} \right) \Delta x \cdot \Delta y \quad (\text{III.17})$$

Pour le terme source de l'équation de concentration :

$$\int_v \nabla \cdot (\nabla \cdot T) dV = \left(\frac{\bar{T}_W - 2\bar{T} + \bar{T}_E}{\Delta x^2} + \frac{\bar{T}_S - 2\bar{T} + \bar{T}_N}{\Delta y^2} \right) \Delta x \cdot \Delta y \quad (\text{III.18})$$

En tenant compte des résultats (III.8), (III.13), l'équation (III.5) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$a_p \cdot \bar{\varphi} + a_W \cdot \bar{\varphi}_W + a_E \cdot \bar{\varphi}_e + a_S \cdot \bar{\varphi}_s + a_N \cdot \bar{\varphi}_n = b \quad (\text{III.19})$$

Avec :

$$a_p = \frac{1}{\Delta t} + 2 \cdot \delta \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)$$

$$a_E = \frac{u_e}{2 \cdot \Delta x} - \frac{\delta}{\Delta x^2}$$

$$a_W = \frac{-u_w}{2 \cdot \Delta x} - \frac{\delta}{\Delta x^2}$$

$$a_N = \frac{v_n}{2 \cdot \Delta x} - \frac{\delta}{\Delta x^2}$$

$$a_S = \frac{-v_s}{2 \cdot \Delta x} - \frac{\delta}{\Delta x^2}$$

Aussi sous la forme indicielle suivante :

$$a_{i,j} \cdot \bar{\varphi}_{i,j} + a_{i-1,j} \cdot \bar{\varphi}_{i-1,j} + a_{i+1,j} \cdot \bar{\varphi}_{i+1,j} + a_{i,j-1} \cdot \bar{\varphi}_{i,j-1} + a_{i,j+1} \cdot \bar{\varphi}_{i,j+1} = b_{i,j} \quad (\text{III.20})$$

III.4 Méthode implicite aux directions alternées

Cette méthode divise un pas de temps en deux : dans le premier demi pas, le système est résolu implicitement dans la direction x et explicitement dans la direction y. dans le second demi pas, la procédure est inversée.

III.4.1 Schéma implicite en x explicite en y

D'après ce schéma, l'équation (III.20) sera discrétisée implicitement en x et explicitement selon y on aura l'équation suivante :

$$A_i \bar{\varphi}_{i-1,j}^{0.5} + B_i \bar{\varphi}_{i,j}^{0.5} + C_i \bar{\varphi}_{i+1,j}^{0.5} = D_i \quad (\text{III.21})$$

Avec :

$$A_i = a_{i-1,j} ; B_i = a_{i,j} ; C_i = a_{i+1,j} \text{ et } D_i = b_{i,j} - a_{i,j-1} \bar{\varphi}_{i,j-1}^0 - a_{i,j+1} \bar{\varphi}_{i,j+1}^0 \quad (\text{III.22})$$

$\bar{\varphi}^0$ C'est la fonction au temps « t » et $\bar{\varphi}^{0.5}$ la fonction au temps « t+0.5.Δt »

Pour $i=2, n-1$ et $j=2, m-1$

III.4.2 Schéma explicite en x et implicite en y

Dans ce cas l'équation (III.22) s'écrit sous forme :

$$A'_j \bar{\varphi}_{i,j-1}^{0.5} + B'_j \bar{\varphi}_{i,j}^{0.5} + C'_j \bar{\varphi}_{i,j+1}^{0.5} = D'_j \quad (\text{III.23})$$

Avec :

$$A'_j = a_{i,j-1} ; B'_j = a_{i,j} ; C'_j = a_{i,j+1} \text{ et } D'_j = b_{i,j} - a_{i-1,j} \bar{\varphi}_{i-1,j}^{0.5} - a_{i+1,j} \bar{\varphi}_{i+1,j}^{0.5}$$

φ Est la fonction au temps « t+Δt »

Pour $i=2, n-1$ et $j=2, m-1$

III.4.3 Traitement des conditions aux limites

La condition frontière peut être écrite sous la forme généralisée suivante :

$$a\bar{\varphi}_{1,j} + b \left. \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x} \right|_{1,j} = c \quad (\text{III.24})$$

Où a, b et c sont des constantes.

Cette forme générale permet de retrouver les deux types de conditions aux limites utilisés dans notre étude à savoir, la condition du type Dirichlet ($a = 1, b = 0, \bar{\varphi}_{1,j} = c$) et la condition de type Newman ($a = 0, b = 1 \rightarrow \left. \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x} \right|_{1,j} = c$)

La dérivée spatiale de la fonction \bar{f} peut être approximée par différence finies comme suit:

$$\left. \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x} \right|_{1,j} = \frac{\varphi}{\Delta x} \quad (\text{III.25})$$

En remplaçant l'équation (III.25) dans (III.24) on retrouve la valeur de la fonction $\bar{\varphi}$ sur la frontière $i=1$ en fonction de la valeur adjacent au point $i = 2$ comme suit :

$$\bar{\varphi}_{1,j} = \frac{c \cdot \Delta x}{a \cdot \Delta x - b} - \frac{b}{a \cdot \Delta x - b} \bar{\varphi}_{2,j} \quad (\text{III.26})$$

En tenant compte de ce résultat, l'équation peut se réécrire pour $i=2$ sous la forme suivante :

$$B_2 \bar{\varphi}_{2,j} + C_2 \bar{\varphi}_{3,j} = D_2 \quad (\text{III.27})$$

Avec :

$$B_2 = B_2 - \frac{b}{a \cdot \Delta x} A_1, \quad D_2 = D_2 - \frac{c \cdot \Delta x}{a \cdot \Delta x + b} A_1$$

De la même façon et pour $i= n-1$ on trouve :

$$A_{n-1} \bar{\varphi}_{n-2,j} + B_{n-1} \bar{\varphi}_{n-1,j} = D_{n-1} \quad (\text{III.28})$$

Avec :

$$B_{n-1} = B_{n-1} - \frac{b}{a \cdot \Delta x + b} C_{n-1}, \quad D_{n-1} = D_{n-1} - \frac{c \cdot \Delta x}{a \cdot \Delta x + b} C_{n-1}$$

III.5 Résolution des équations

Pour résoudre le problème implicitement suivant x il faut faire un balayage suivant la direction y sur tous les points intérieurs du domaine de calcul. Pour un j donné l'équation (III.21) est appliquée du point $i=3$ jusqu'à $i=n-2$ et avec les conditions aux limites on forme le système matriciel tridiagonal suivant :

$$\begin{bmatrix} B_2 & C_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_3 & B_3 & C_3 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & A_i & B_i & C_i & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{n-1} & B_{n-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\varphi}_1 \\ \bar{\varphi}_2 \\ \cdot \\ \varphi_i \\ \cdot \\ \bar{\varphi}_{n-1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \cdot \\ D_i \\ \cdot \\ D_{n-1} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.29})$$

Ce système est résolu avec l'algorithme TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm) appelé aussi algorithme de thomas. La méthode est répétée pour tous les j variant de 2 à $m-1$.

De même manière le problème est résolu implicitement suivant y .

III.6 Algorithme de calcul

Pour chaque pas de temps, la procédure de calcul suivante est utilisée pour calculer les champs de vitesses, de températures et de concentrations :

1. Initialisation des champs de température, de concentration, et de mouvement ou utilisation de la solution au temps précédent.
2. Calcul de la fonction de courant
3. Calcul de u à partir de la fonction de courant
4. Calcul du champ de température et de concentration
5. Répéter jusqu'à obtenir la convergence.

Nous considérant cette convergence atteinte lorsque la condition de convergence, appliqué pour chaque quantité et à tous les points du maillage, obtenu à l'étape 5 et suffisamment petite pour que son n 'introduise pas de changement appréciable, c'est-à-dire lorsque :

$$\xi = \frac{|\bar{\varphi}^{k+1} - \varphi^k|}{\max|\bar{\varphi}^k|} \leq 10^{-6} \quad (\text{III.30})$$

III.7 Conclusion

Ce chapitre traite la méthode des volumes finis pour résoudre les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration dans une enceinte poreuse. Une simulation numérique bidimensionnelle a été effectuée pour étudier le comportement de l'écoulement du fluide, du champ de température et de la concentration. Les résultats de cette simulation sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre IV

Résultats et discussion

IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats obtenus par la méthode numérique basée sur la méthode des volumes finis, un programme en langage fortran a servi pour la simulation numérique. Notre problème concerne l'étude du comportement dynamique et thermodynamique d'un écoulement laminaire circulant dans une cavité horizontale rectangulaire de facteur de forme $A=4$, remplie d'un milieu poreux et saturé par un mélange binaire. La perméabilité du milieu poreux est considérée variable selon une loi linéaire, variant le long de l'axe vertical.

Les parois horizontales de la cavité sont soumises aux conditions de Neumann, tandis que les parois verticales sont adiabatiques et imperméables.

Nous nous intéressons à la vitesse, à la température et à la concentration dans certaines sections de la cavité, et les résultats porteront sur les profils de la fonction de courant, les profils de vitesse, de température et de concentration, ainsi que les taux de transfert de chaleur et de masse en termes de Nusselt et de Sherwood.

Le choix des paramètres de contrôle se base sur les résultats des recherches antérieurs similaires à notre étude, le nombre de Rayleigh thermique prendra des valeurs variées, ainsi que le coefficient c de variation de la perméabilité.

Les résultats ont été obtenus et comparés avec des ouvrages de littérature, et il a été constaté un très bon accord.

IV.2 Profils des fonctions de courant, isothermes et iso-concentrations

Des simulations numériques ont été effectuées afin de déterminer l'effet de la variation de la perméabilité sur le comportement d'écoulement et le transfert de chaleur et de masse.

Après plusieurs essais numériques on a constaté que le début de la convection s'effectue à de faibles valeurs de Rayleigh, on a représenté les résultats correspondant à cet état sur la figure IV.1. Pour le cas des figures, IV.2, IV.3, et IV.4, représentant les profils de la fonction du courant, des isothermes et des iso-concentrations, elles ont été tracées pour les valeurs suivantes : un nombre de Rayleigh modifié $Ra^* = 50$, un nombre de Lewis $Le = 10$, et un rapport de flottabilité $N = +0.05$.

La loi de variation de la perméabilité étant linéaire de la forme $k = 1 + c y$, la constante c prendra les valeurs : $c = 0$ (qui correspond à une perméabilité constante), $c = 1$, $c = 2$

IV.2 .1 Cas de perméabilité constante ($c = 0$)

Nous parlerons d'abord de la situation de la convection double diffusive sans variation de la perméabilité ($c = 0$), où les contours tracés sur la figure IV.1 correspondent au début de déclenchement de la convection, avec un nombre de Rayleigh $Ra^* = 2$. Les résultats numériques présentés, illustrent les lignes de courant, les isothermes et les iso-concentrations. On remarque que les isothermes sont stratifiées horizontalement et présentent une faible variation selon l'axe vertical, ce qui est traduit par une faible valeur de Nusselt qui s'approche de l'unité et qui traduit l'état presque conductif,

$$Nu = 1.142 \text{ et } \Psi = 0.587.$$

Les profils des concentrations montrent que le transfert de masse est plus fort que celui de la chaleur et ceci est traduit par un nombre de Sherwood plus élevé ($Sh = 4.678$).

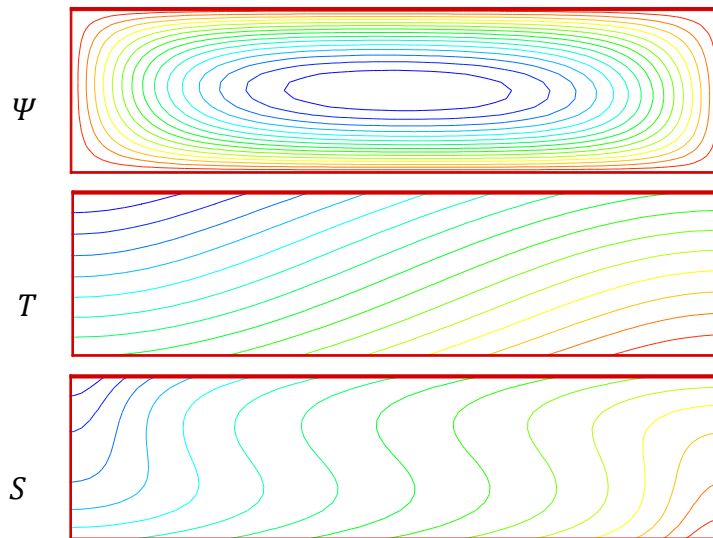


Figure IV.1 Profils de la fonction de courant, des isothermes, des iso-concentrations prédits par la solution numérique des équations gouvernantes pour : $Ra^* = 2, Le = 10, N = 0.05, A = 4,$

$$c = 0. (\Psi = 0.587, Nu = 1.142, Sh = 4.678)$$

Les résultats numériques présentés sur la figure IV.2, sont tracés pour un nombre de Rayleigh plus important $Ra^* = 50$, c'est-à-dire que la convection a été déclenchée et on est en présence d'une forte intensité d'écoulement convectif. Les résultats concernent les lignes de courant, les isothermes et les iso-concentrations. La région du cœur de l'enceinte subit un écoulement important à perméabilité constante, cet écoulement présente une structure parallèle et symétrique, avec une seule cellule de convection, ceci est dû aux conditions aux limites utilisées. Il a été trouvé dans la littérature que pour $A \geq 4$, l'écoulement devient parallèle et présente une seule cellule de convection.

La distribution de température est symétrique par rapport à la direction horizontale et les isothermes et iso-concentrations sont stratifiées linéairement. Les résultats obtenus pour ce cas,, montrent que l'écoulement au centre de la cavité a une forte intensité $\Psi = 7.25$, ce qui est reflété aussi par le transfert de chaleur en terme de nombre de Nusselt $Nu = 5.023$, le nombre de Sherwood $Sh = 8.948$ indique un transfert de masse fort et qui est bien visible sur les iso-concentrations.

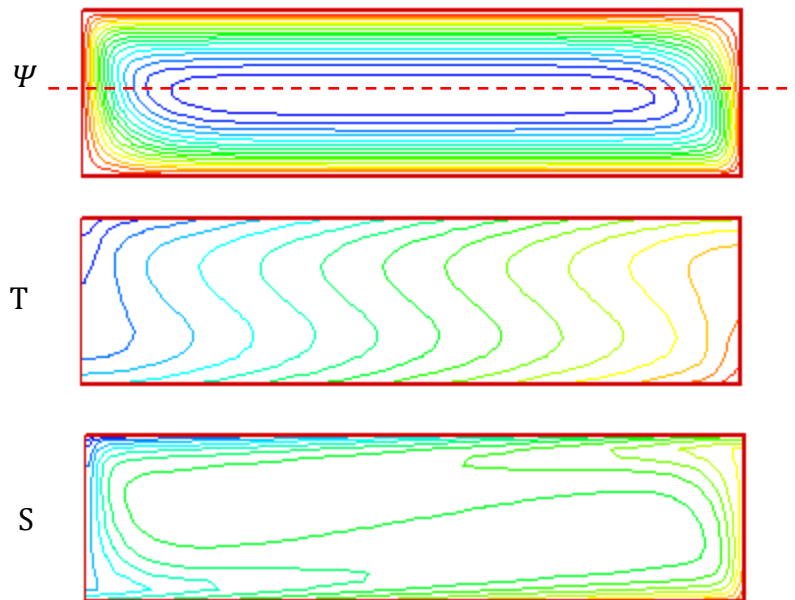


Figure IV.2 Profils de la fonction de courant, des isothermes, des iso-concentrations prédits par la solution numérique des équations gouvernantes pour : $Ra^* = 50, Le = 10, N = 0.05, A = 4, c = 0$. ($\Psi = 7.252, Nu = 5.023, Sh = 8.944$)

IV.2.2 Cas de perméabilité variable

Les Figures. IV.3 et IV. 4 illustrent les résultats pour une perméabilité variante selon la loi linéaire considérée, il s'avère que la perméabilité a une forte influence sur la structure de l'écoulement, ainsi que sur le transfert de chaleur et de masse.

Les lignes de courant de la figure IV.3 se sont décalées près de la paroi supérieure de la cavité, et l'intensité de l'écoulement pour les mêmes conditions ($\Psi = 7.079$) est légèrement inférieure à celle correspondant à une perméabilité constante ($\Psi = 7.252$). La même remarque est faite pour les lignes de courant de la figure IV.4.

Les isothermes sont des lignes stratifiées et déformées de gauche à droite sous l'influence de l'intensification de la convection d'autre part, les iso-concentrations largement déformées à cause d'un fort transfert de masse traduit par un nombre de Sherwood élevé.

L'augmentation du coefficient c de la loi de variation de perméabilité, fait diminuer l'intensité de l'écoulement ainsi que le taux de transfert de chaleur et de masse pour un même nombre de Rayleigh.

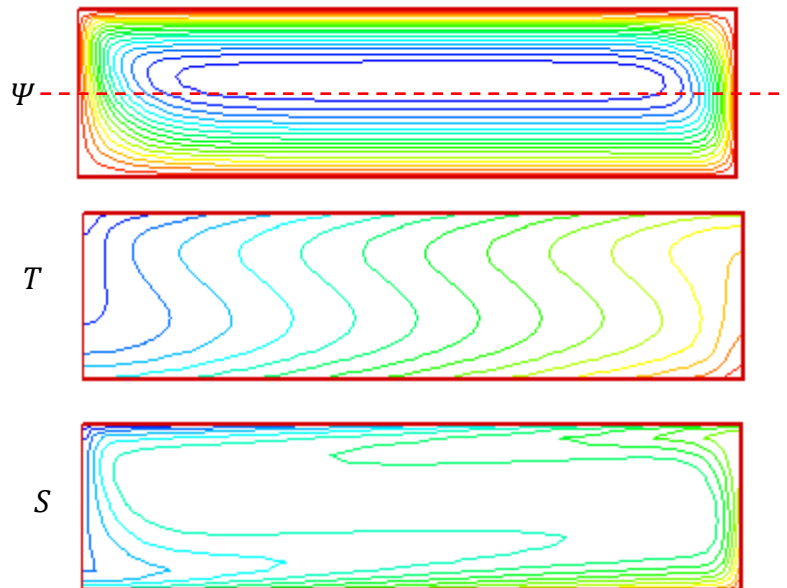


Figure IV.3 : Profils de la fonction de courant, des isothermes, des iso-concentrations prédits par la solution numérique des équations gouvernantes pour :

$$Ra^* = 50, Le = 10, N = 0.05, A = 4, c = 1. (\Psi = 7.079, Nu = 4.621, Sh = 8.162)$$

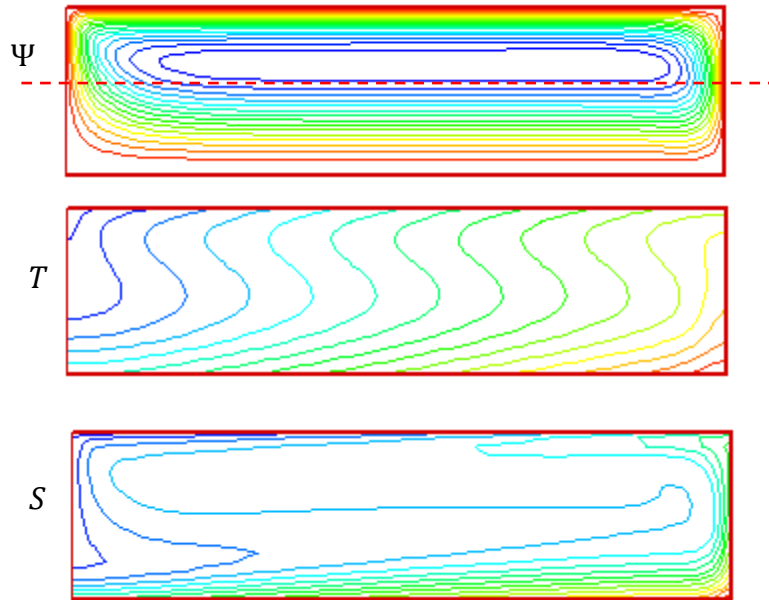


Figure IV.4 : Profils de la fonction de courant, des isothermes, des iso-concentrations prédits par la solution numérique des équations gouvernantes pour $Ra^* = 50, Le = 10, N = 0.05, A = 4,$

$$c = 2. (\Psi = 6.538, Nu = 3.219, Sh = 4.868)$$

IV.3 Effet de la variation de la perméabilité sur les profils des vitesses.

La figure IV 5 montre l'influence du coefficient de perméabilité c sur la distribution de la composante de vitesse u , ce graphique a été tracé pour un nombre de Lewis $Le=10$, $Ra^* = 50$, $A= 4$. $N=0.05$

D'après l'allure de la courbe, on voit que la vitesse augmente considérablement en allant de la partie inférieure de la cavité vers la paroi supérieure. Le cas de perméabilité constante présente une asymétrie par rapport au centre de la cavité, où elle s'annule.

Lorsque la perméabilité varie avec la loi linéaire, l'augmentation du coefficient c fait augmenter cette perméabilité d'une manière significative le long de l'axe vertical, ceci influe sur les profils de la vitesse et on voit clairement que cette dernière augmente près de la paroi supérieure, elle diminue près de la paroi inférieure et prend des valeurs très faibles pour le cas de $c=2$.

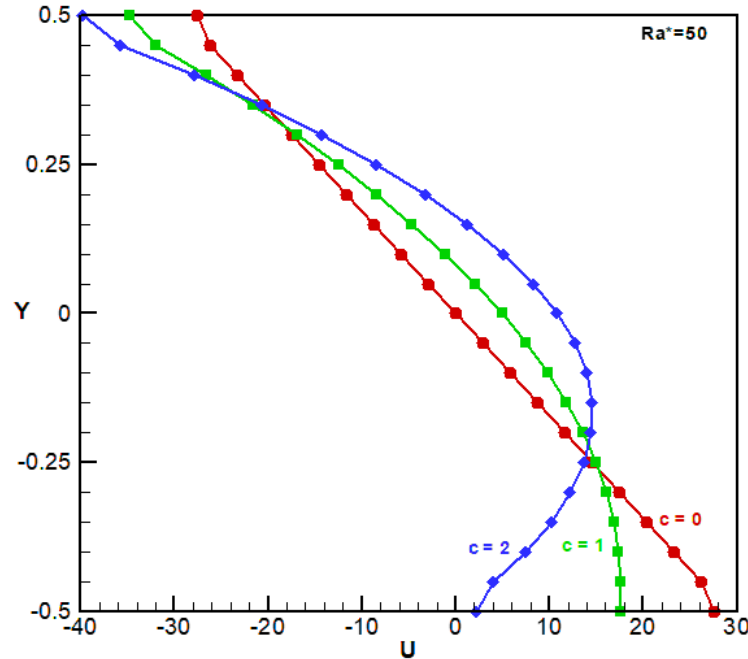


Figure IV 5 : l'effet de la variation de la perméabilité sur le profil de la vitesse horizontale u à $x=0$ pour les valeurs ($c=0$, $c=1$, $c=2$)

IV.4 Effet de la perméabilité sur les profils des températures.

La figure IV.6 montre l'influence du coefficient de perméabilité (c) sur la distribution de la température à l'intérieur de la cavité. Les autres paramètres utilisés dans le tracé sont $Ra^* = 50$, $Le=10$, $N= 0.05$.

Lorsque le coefficient de perméabilité c prend des valeurs différentes, la courbe de distribution de la température présente des comportements distincts. Pour une valeur de c non nulle, la température est relativement élevée près de la paroi inférieure de la cavité. En se déplaçant vers le centre de la cavité, la température diminue, ensuite, augmente de nouveau et atteint des valeurs inférieures à celles de la paroi inférieure.

Lorsque $c = 0$, la courbe de distribution de la température est antisymétrique par rapport au centre de la cavité. Cela est dû à l'homogénéité de la perméabilité, ce qui signifie que la perméabilité est uniforme dans la cavité. Cependant, pour des valeurs de c supérieures à zéro

($c = 1$, $c = 2$), la courbe de distribution de la température n'est plus antisymétrique par rapport au centre de la cavité. L'augmentation du coefficient de perméabilité entraîne une

augmentation de la température près de la paroi inférieure de la cavité et une diminution de la température près de la paroi supérieure. Ceci s'explique par l'application des conditions de Neumann.

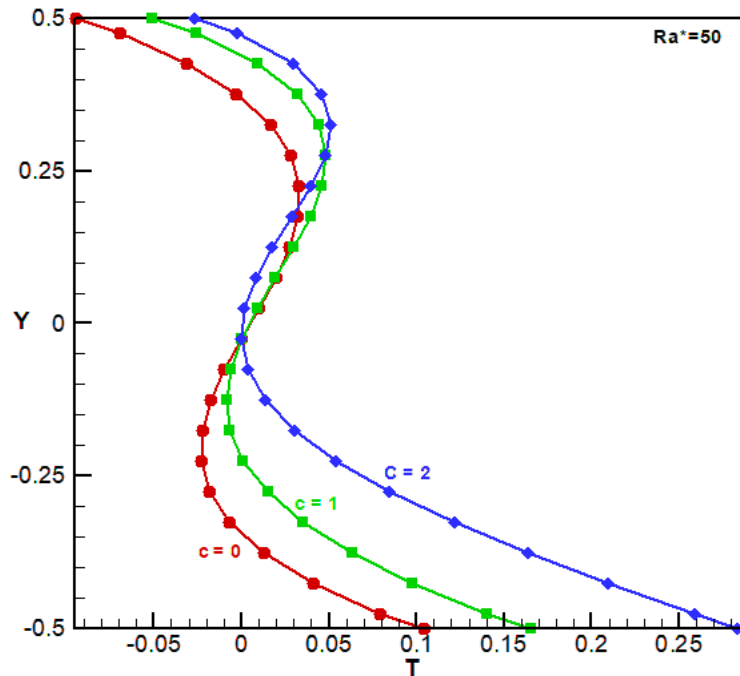


Figure IV.6 : l'effet de la variation de la perméabilité sur les profils de la température T à $x=0$ ($c=0, c=1, c=2$)

IV.5 Effet de la perméabilité sur les profils des concentrations

Les courbes de la figure IV 7 indiquent l'influence du coefficient de perméabilité c sur la distribution de la concentration. Ce graphique a été tracé pour $Ra^*=50$, $Le=10$, $N = 0.2$. On montre que la concentration est stratifiée selon la direction horizontale. Pour toute valeur de c les concentrations prennent des valeurs plus élevées à la paroi inférieure que celles à la paroi supérieure. Ceci est dû à l'influence de la perméabilité qui varie d'une façon linéaire avec l'axe vertical.

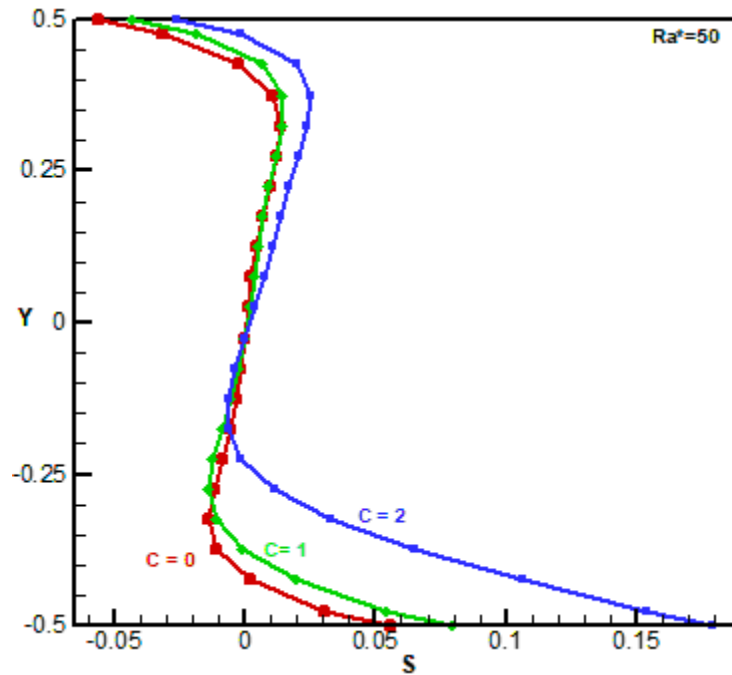


Figure IV 7 : l'effet de la variation de la perméabilité sur le profil de la concentration S à $x=0$ ($c=0, c=1, c=2$)

IV.6 Effet de la perméabilité sur les profils des courant Ψ :

La courbe IV.8 montre l'effet de la perméabilité sur la distribution de Ψ , pour $Ra^* = 50, Le=10, N=0.2$.

L'allure de la courbe montre une augmentation de la valeur de la fonction de courant allant d'une valeur nulle à la paroi inférieure de la cavité, atteignant un maximum, au centre puis diminue progressivement pour atteindre de nouveau la valeur nulle à la paroi supérieure, ceci est valable pour une perméabilité constante, et très en accord avec les conditions aux limites exigées aux parois.

Cependant pour des valeurs élevées de la perméabilité, l'allure de la courbe est semblable seulement on note que la valeur maximale n'est pas atteinte en plein centre de la cavité, mais à des valeurs décalées vers le haut, ceci est parfaitement acceptable avec la loi linéaire de variation de la perméabilité.

L'effet de l'augmentation du coefficient c de la perméabilité, agit en diminuant l'intensité de la fonction de courant.

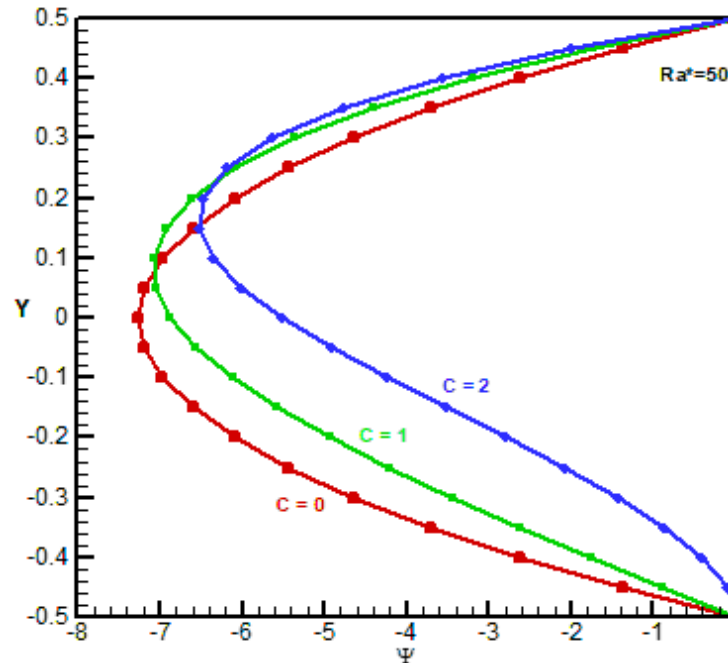


Figure IV 8 : l'effet de la variation de la perméabilité sur le profil de des courant Ψ à $x=0$ ($c=0$, $c=1$, $c=2$)

IV.7 Effet du nombre de Rayleigh sur les taux de transfert

IV.7.1 L'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur

L'augmentation du nombre de Rayleigh a un impact significatif sur le transfert de chaleur. Le nombre de Rayleigh est une mesure du rapport entre les forces de convection et les forces de gravité dans un fluide lors du transfert de chaleur. Lorsque le nombre de Rayleigh est faible, cela signifie que les forces de gravité dominent sur les forces de convection. Dans cette situation, le transfert de chaleur est limité et le nombre de Nusselt, qui caractérise l'efficacité du transfert de chaleur par convection, reste pratiquement constant et équivalent à l'unité. Cependant, à mesure que le nombre de Rayleigh augmente au-delà de la valeur de 10, les forces de convection deviennent de plus en plus importantes par rapport aux forces de gravité. Cela conduit à une augmentation significative du nombre de Nusselt, indiquant une amélioration du transfert de chaleur. Ainsi, à des valeurs élevées de Rayleigh, le transfert de chaleur est plus efficace. Il est intéressant de noter que lorsqu'on atteint un nombre de Rayleigh de 80, le transfert de chaleur devient constant pour des valeurs élevées. Cela signifie que l'augmentation

supplémentaire du nombre de Rayleigh n'affecte pas significativement le taux de transfert de chaleur.

On constate que l'effet de l'augmentation du coefficient de perméabilité tend à diminuer le taux de transfert de chaleur, ainsi sur la courbe on note que la valeur maximale de Nusselt atteinte pour $c=0$, est de 5.44 alors qu'elle n'est que de 3.21 pour $c=2$.

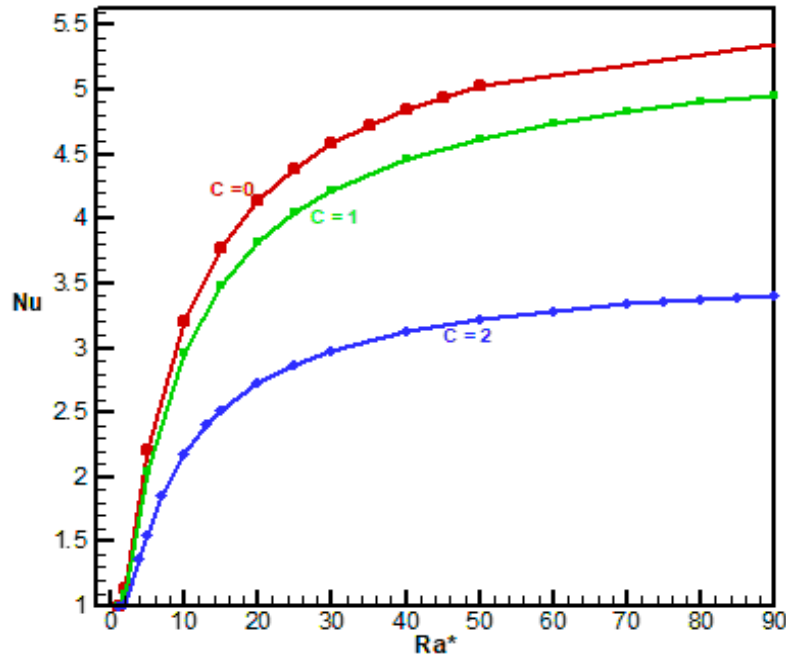


Figure IV.9: Diagrammes du nombre de Nusselt en fonction de Rayleigh pour, $Le=10$, $A=4$, $c=0$, $c=1$ $c=2$

IV.7.2 L'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert massique

La figure IV.10 illustre l'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de masse. Ainsi on remarque que pour une même valeur de c , et pour le début de déclenchement de la convection, une faible augmentation de Ra^* conduit à une augmentation importante du transfert de masse. Au fur et à mesure qu'on fait augmenter le nombre de Rayleigh, le nombre de Sherwood subit une légère augmentation, et atteint presque une valeur constante indépendante du nombre de Rayleigh.

La variation de c fait diminuer légèrement le nombre Sherwood. Il est important de noter que les courbes montrant l'évolution du nombre de Sherwood en fonction du

nombre de Rayleigh et du coefficient de perméabilité (c) peuvent différer pour le transfert de chaleur et le transfert de masse. Dans le cas du transfert de masse, la valeur maximale asymptotique est atteinte plus rapidement que pour le transfert de chaleur, en raison de l'influence du nombre de Lewis. L'augmentation de la perméabilité favorise à la fois le transfert de chaleur et le transfert de masse. Cependant, pour un nombre de Lewis donné, le transfert de masse atteint sa valeur maximale plus rapidement que le transfert de chaleur, ce qui est une conséquence directe de l'influence du nombre de Lewis sur le transfert de masse.

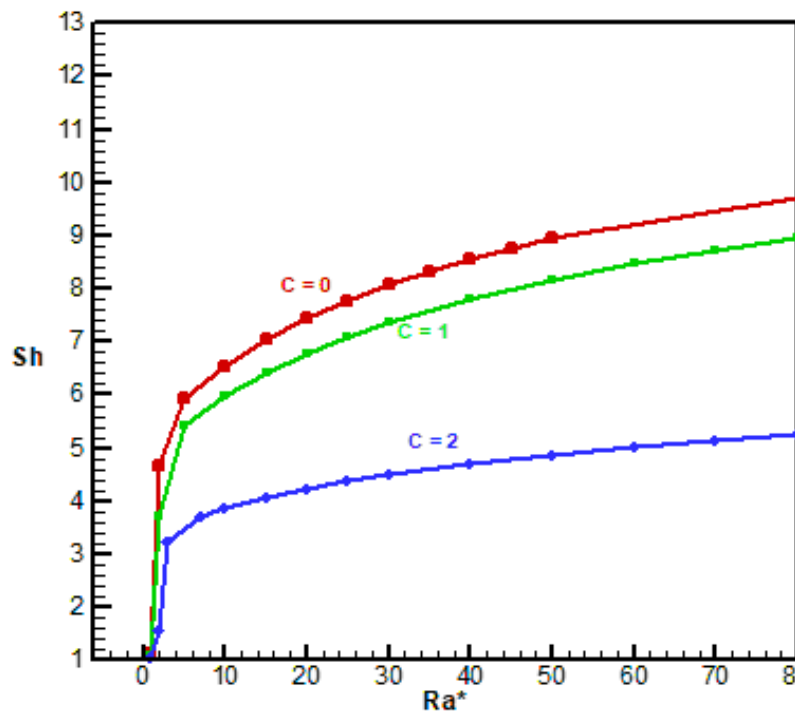


Figure IV.10: Diagrammes du nombre Sherwood en fonction de Rayleigh Pour $Le=10$, $A=4$, $c=0$, $c=1$, $c=2$

IV.7.3 Effet du nombre de Rayleigh sur l'intensité de l'écoulement

La courbe de la figure IV.11 montre l'effet du nombre de Rayleigh Ra^* sur l'intensité de l'écoulement. L'augmentation de Ra^* a un impact significatif sur les valeurs de Ψ , plus le nombre de Rayleigh est élevé, plus Ψ augmente.

Nous notons également que la courbe de la figure IV.11 confirme les résultats de la courbe IV. 8, plus la valeur de c est élevée, plus la valeur Ψ diminue.

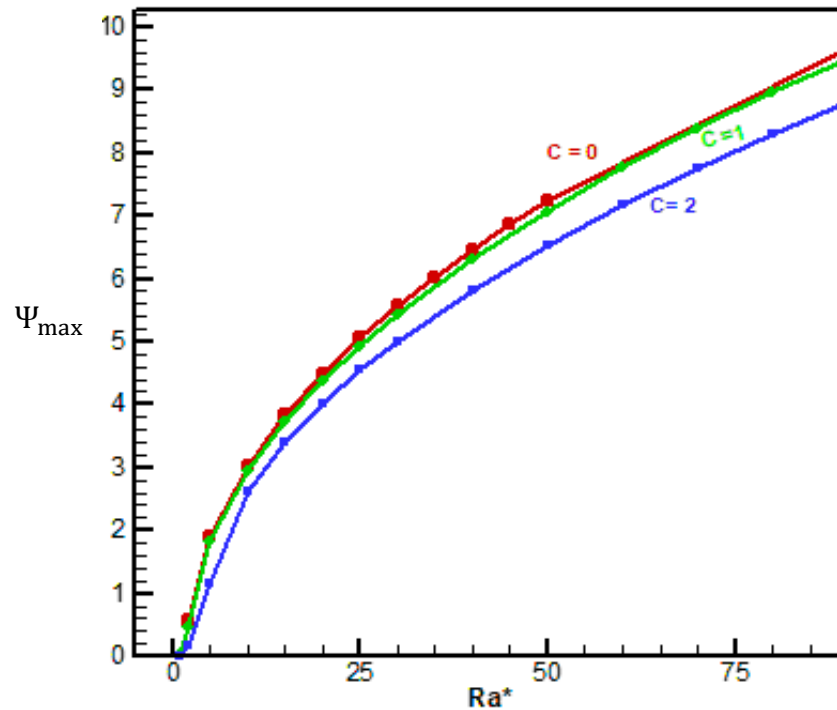


Figure IV.11: Diagrammes de Ψ_{\max} en fonction de Rayleigh Pour : $Le=10$, $A= 4$, $c=0$, $c=1$, $c=2$, $N= 0.05$

IV.8. Conclusion

En conclusion, cette étude nous a permis de mieux comprendre le comportement dynamique et thermodynamique d'un écoulement laminaire dans une cavité poreuse avec une variation de perméabilité. Les résultats obtenus soulignent l'importance des paramètres de contrôle étudiés et fournissent des informations précieuses sur les profils de vitesse, de température et de concentration, ainsi que sur les taux de transfert de chaleur et de masse. Ces résultats pourraient avoir des implications importantes dans la modélisation et la conception de systèmes impliquant des écoulements à travers des milieux poreux en mélange binaire.

Conclusion Générale

Conclusion générale

En conclusion, l'étude de la convection naturelle dans les mélanges binaires est un domaine de recherche essentiel pour comprendre les phénomènes de transfert de chaleur et de masse associés à ces systèmes. La convection naturelle, qui se produit en l'absence de forces extérieures, est largement présente dans de nombreux domaines tels que la géophysique, l'ingénierie des procédés et la climatisation.

Les méthodes numériques, telles que la méthode des volumes finis, ont permis d'analyser et de prédire le comportement des fluides composés de deux substances différentes soumises à des différences de température. Ces méthodes permettent de discrétiser le domaine de solution et de résoudre numériquement les équations de conservation de la masse, de l'énergie et de la quantité de mouvement. Les résultats obtenus grâce à ces simulations numériques fournissent des informations précieuses pour la conception et l'optimisation des systèmes utilisant la convection naturelle dans les mélanges binaires, tels que les systèmes de refroidissement, de chauffage et les réacteurs chimiques.

En somme, cette étude numérique contribue à l'avancement des connaissances sur la convection naturelle dans les mélanges binaires, et permet de mieux appréhender les phénomènes de transfert de chaleur et de masse qui s'y produisent. Les résultats obtenus ouvrent la voie à de nombreuses applications pratiques, telles que l'amélioration des systèmes de climatisation, la conception plus efficace des réacteurs chimiques et l'optimisation des performances des dispositifs de refroidissement et de chauffage.

Références

Bibliographiques

Références Bibliographiques

- [1]. Hassini et Mohammed Ali « L'effet de la variation de perméabilité sur les profils de vitesse, de température et déconcentration ». Mémoire de Master, Université Kasdi Merbah Ouargla, 2018/2019.
- [2]. Armando LENCASTRE. « Hydraulique Générale ». Livre, Imprimé en France et Université nouvelle - Lisbonne – Portugal, 1995, 633.
- [3]. Ramdane YOUNSI. « Simulation Numérique du transfert de Chaleur et de masse en Milieux Fluides et Poreux ». Mémoire de doctoral, Université Des sciences et de la Technologie Houari Boumediene, 2002
- [4]. Insaf BAZA, Katia KHERBOUCHE. « Essai de mesure de la perméabilité de quelques sols de la région de Ouargla ». Mémoire de Master, Université Kasdi Merbah Ouargla, 2016/2017.
- [5] OSVAIR V. TREVISAN and ADRIAN BEJAN Department of Mechanical Engineering and Materials Science, Duke University, Durham, NC 27706, U.S.A. (Received 20 August 1984 and in final form 24 January 1985)
- [6] ARA L. MOYA and EDUARDO RAMOS Laboratorio de Energia Solar, Instituto de Investigaciones en Materiales, Universidad National Autbnoma de Mbxico, 62580 Temixco, Mar., Mexico (Received 4 February 1985 and in final form 6 August 1986)
- [7] J.P. Hartnett and W.J. Minkowycz S. B. Sathe and T. W. Tong Department of Mechanical and Aerospace Engineering Arizona State University Tempe, AZ 85287 15, pp. 203-212, 1988
- [8] C. BIGHEIN, I_ F. HAGHIGHAT et F. ALLARDt .Centre de Thermique de l'INSA de Lyon, URA CNRS 1372, INSA bPt. 307, F.69621 Villeurbanne Cedex, France \$ Centre for Building Studies, Concordia University, Montreal, Quebec, Canada (Received 11 January 1991 and in_final, form 23 April 1991)
- [9] Abdul Majeed A. Mohamad et Rachid Bennacer Department of Mechanical and Manufacturing Engineering, University of Calgary, Calgary, T2N 1N4, Canada b IUSI, rue d'Eragny, 95031 Neuville-sur-Oise, France (Received 15 July 1999, accepted 2 February 2000).

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [10] A.A. Mohamad et R. Bennacer 2002 Department of Mechanical and Manufacturing Engineering, The University of Calgary, Calgary, AB, Canada T2N 1N4 b University de Cergy-Pontoise LEEVAM- Neuville Sur Oise 95031, France Received 26 October 2001; received in revised form 16 February 2002
- [11] M. Bourich, A. Amahmid, M. Hasnaoui 2003.Faculty of Sciences Semlalia, Department of Physics, Universite Cadi Ayyad, UFR TMF, BP 2390 Marrakesh, Morocco Received 15 July 2003; accepted 14 October 2003
- [12] Mohamed A. Teamah 2007.Mechanical Engineering Department, Alexandria University, Alexandria, Egypt Received 19 August 2006; received in revised form 4 February 2007; accepted 4 February 2007 Available online 29 March 2007
- [13] A. Bahlaoui 2008.Sultan Moulay Slimane University, Faculty of Sciences and Technologies, Physics Department, UFR of Sciences and Engineering of Materials, Team of Flows and Transfers Modelling (EMET), B.P. 523, Béni-Mellal 23000, Morocco 8 April 2008
- [14] Mohamed A. Teamah*, Ahmed F. Elsafty, Enass Z. Massoud.Mechanical Engineering Department, College of Engineering and Technology, Arab Academy for Science, Technology and Maritime Transport, Egypt 12 October 2011
- [15] K. Al-Farhany A. Turan. School of Mechanical, Aerospace and Civil Engineering, the University of Manchester, Manchester, UK 7 December 2011
- [16] Rasoul Nikbakhti, Asghar B. Rahimi.Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, P.O. Box No. 91775-1111, Mashhad, Iran 16 March 2012.
- [17] Fakher Oueslati *, Brahim Ben-Beya, Taieb Lili.Laboratory of Mechanic of Fluids, Physics Department, Faculty of Sciences of Tunis, University of Tunis El-Manar, 2092 El-Manar II, Tunis, Tunisia 28 September 2013
- [18] Latreche Abdelkrim *, Djezzar Mahfoud. Département de Physique, Université Mentouri Constantine1 Corresponding author International Journal of Physical Research, 2 (2) (2014) 78.8
- [19] A. LATRECHE, M. DJEZZAR 2014. Department of Physics, Constantine Mentouri Brothers University (Algeria) Reçu le 07/01/2014 – Accepté le 11/08/2014
- [20] Rasoul Nikbakhti et Javad Khodakhah 2015. Mashhad Aviation of Applied Science And. Technology Training Center, P.O. Box No. 91895-1466, Mashhad, Iran b Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, P.O. Box No. 91775-1111, Mashhad, Iran 9 August 2015

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [21] M. Pavankumar Reddy et J. V. Ramana Murthy 2019. M. Pavankumar Reddy (B) · J. V. Ramana Murthy Department of Mathematics, National Institute of Technology Warangal, Warangal 506004, Telangana, page 228-231 (2019)
- [22] J. Sharath Kumar Reddy et D. Bhargavi 2019. Department of Mathematics, National Institute of Technology, Warangal 506004, India 489-491 (2019)
- [23] B. Suresh Babu, G. Srinivas et G. V. P. N. Srikanth 2019. D. Srinivas Acharya and K. S. Reddy (eds.), Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Lecture Notes in Mechanical Engineering 537-546 (2019)

ملخص

في هذا العمل اجريت دراسات عديدة لمعرفة تأثير التغير في النفاذية على انتقال الحرارة والمادة للحمل الطبيعي في تجويف مسامي مملوء بمزيج ثنائي. يتعرض الجدران الأفقيان للتجويف الى تدفقات حرارة ومادية ثابتة، في حين أن الجدارين العموديين معزولان غير قابلين للتسرب. تم اخذ نموذج دارسي بعين الاعتبار عند صياغة المعادلات الرياضية كما تم استخدام تقريب بوسيناسك الخاص بالكثافة. استخدمت طريقة الاحجام المحدودة في المحاكاة الرقمية تم اعتماد قانون تغير خطي بالنسبة لنفاذية الوسط المسامي. بالنسبة لنتائج الدراسة فقد وجد ان لتغيير قيم معامل النفاذية c وكذا عدد راييلي تأثيرا كبيرا على انطلاق ظاهرة الحمل الحراري والمادي ومعدلات انتقال الحرارة والكتلة.

الكلمات المفتاحية: انتقال الحرارة والكتلة، الوسائط المسامية، النفاذية المتغيرة، الحمل الحراري، نموذج دارسي.

Résumé :

Dans cette étude, des études numériques sont menées pour examiner l'impact de la variation de la perméabilité sur le transfert de chaleur et de masse dans une cavité poreuse remplie d'un mélange binaire. Les parois horizontales de la cavité sont soumises à des flux de chaleur et de masse constants, tandis que les parois verticales sont isolées et imperméables. Un modèle Darcy est pris en compte lors de la formulation mathématique du problème. Une approximation de Boussinesq est utilisée pour tenir compte de la variation de densité. Les simulations numériques ont été obtenues en utilisant la méthode du volume fini. En ce qui concerne les valeurs de la perméabilité et du nombre de Rayleigh, il a été constaté que l'impact de la variation de perméabilité modifie considérablement le régime de convection naturelle, ce qui affecte à son tour les taux de transfert de chaleur et de masse.

Mots clés : transfert de chaleur et de masse, milieux poreux, perméabilité variable, convection naturelle, modèle darcy

Abstract:

In this study, numerical studies are conducted to examine the impact of permeability variation on heat and mass transfer in a porous cavity filled with a binary mixture. The horizontal walls of the cavity are subject to constant heat and mass fluxes, while the vertical walls are insulated and impermeable. A Darcy model is taken into account when formulating the problem mathematically. A Boussinesq approximation is used to account for density variation. Numerical simulations were obtained using the finite volume method. Regarding the values of permeability and Rayleigh number, it was found that the impact of permeability variation significantly changes the natural convection regime, which in turn affects the rates of heat transfer and mass.

Keywords: Heat and mass transfer, porous media, variable permeability, thermal load, Darcy model.