Régime auto-pulsé du laser monomode à élargissement homogène : zone de prédictibilité

S.Ayadi [1]
[1]USTHB, Faculté de physique, Laboratoire Lasers, BP32, El Alia, 16111, Alger, Algérie

Résumé

On présente une méthode analytique originale basée sur un développement en séries de Fourier, dont la troncature au troisième ordre permet l'obtention de l'expression analytique de la fréquence propre aux solutions permanentes, dans le régime périodique du système laser monomode à élargissement homogène. ceci permet l'évaluation directe des fréquences de ces solutions pulsées en termes des paramètres de contrôle du système dynamique. Ce type de solutions permet de délimiter la zone des paramètres de contrôle pour lesquels le système est prédictible de celles où l'imprédictibilité semble dominante.

mots-clés : Laser , Lorenz-Haken, instabilité, auto-pulsé, chaos .

I. Introduction

Le modèle le plus simple du laser est celui d'un système monomode à élargissement homogène. Il est décrit par un système de trois équations différentielles analogues aux équations de Lorenz et que l'on désigne communément par modèle de Lorenz-Haken ou Laser-Lorenz [1,2] :

$$\dot{E}(t) = -k\{E(t) + 2CP(t)\} \qquad (1a)$$
$$\dot{P}(t) = -\gamma_{\perp}\{-P(t) + E(t)P(t)\} \qquad (1b)$$
$$\dot{D}(t) = -\gamma_{//}\{D(t) + 1 + E(t)P(t)\} \qquad (1c)$$

Où E(t) représente le champ électrique dans la cavité laser, P(t) et D(t) sont respectivement la polarisation et l'inversion de population (N_1-N_2) du milieu atomique. k, $\gamma_{||}$ et $\gamma_{\perp}$ sont respectivement les taux de relaxation du champ électrique, de l'inversion de la population et de la polarisation du milieu laser . $2C$ désigne le taux de pompage.

La simplicité de ce modèle n'enlève rien à la complexité des solutions instables qu'il contient, comme en témoignent le nombre incalculable de publications qui lui sont consacrées depuis plus de 30 ans. Par contre, bien que son étude numérique soit simple, son étude analytique a toujours été limitée à l'analyse de petits signaux, telles que l'analyse de stabilité linéaire, qui permet l'obtention d'informations sur les conditions d'émergence de solutions instables :
seuil d'instabilité $2C_{2th} = \dfrac{(k+1)(k+1+\gamma)}{(k-1-\gamma)} + 1$ et condition de mauvaise cavité : $k \succ 1+\gamma$.

$$k \to \frac{k}{\gamma_{\perp}}, \ \gamma = \frac{\gamma_{//}}{\gamma_{\perp}}$$

On constate qu'au dessus du deuxième seuil laser le régime continu se déstabilise et le laser fonctionne alors en régime pulsé périodiquement (en intensité) pour des valeurs de γ faibles et pour des valeurs plus élevées le signal est chaotique .

II. Expressions analytiques

La fréquence des oscillations dans le régime transitoire a été étudiée dans plusieurs ouvrages et prend la forme analytique suivante au seuil d'instabilité:

$$\Delta_t^{\,2} = \frac{2k\gamma(k+1)}{(k-\gamma-1)} \qquad (2)$$

Notre méthode analytique appliquée dans le régime pulsé périodiquement consiste à décomposer les variables dynamiques E(t) , P(t) et D(t) du système laser sur la base de ses harmoniques jusqu'a l'ordre 3 pour le champ électrique [3,4] .

Les grandes lignes de notre procédé ont été préalablement faites dans les publications[3,4,5] qui suggèrent d'écrire les solutions analytiques du système III.1 sous forme d'une sommation d'harmoniques d'ordre impair pour le champ et la polarisation et d'ordre pair pour l'inversion de population. Sans oublier de mettre en évidence la constante autour de laquelle ces pulsations évoluent, ce qui conduit à extraire une seconde fréquence propre:

$$\Delta_p = \sqrt{\frac{3\gamma + 2k(1+2\gamma)}{24+6k+9\gamma}} \qquad (3)$$

Cette fréquence ne fait intervenir que les paramètres intrinsèques du laser à savoir γ et k et ne présente aucune dépendance en 2C, aspect déjà rencontré en faisant l'analyse de stabilité linéaire où on a pu soustraire la fréquence de relaxation Δ_t qui est une fréquence propre au système.

Pour un rapport rationnel entre ces deux fréquences le régime de fonctionnement du laser est périodique (Fig.1) les oscillations irrégulières dénuées de toute périodicité c'est à dire chaotiques (Fig.1) peuvent prendre place pour des paramètres de contrôle où le phénomène de compétition entre les deux fréquences est très important dans ce cas les deux fréquences ont un rapport irrationnel[5,6].

Le niveau de pompage $2C_p$ pour lequel le système entreprend des pulsations périodiques à la fréquence propre

$$2C_p = \frac{4(k+1+2\gamma)\,(2k+3\gamma+4k\gamma)}{3k\gamma(8+2k+3\gamma)} \qquad (4)$$

nous permet de délimiter une zone où le laser effectue des oscillations périodiques et d'accéder à des informations concluantes relatives au régime auto pulsé. Pour localiser la zone où le laser peut osciller, on met en égalité les taux de pompage $2C_p$ et $2C_{2th}$

Cette identité mène après quelques étapes de calcul à l'équations au troisième ordre en γ:

$$\begin{aligned}(24+32k+9k^2)\gamma^3 + (36+52k+35k^2+15k^3)\gamma^2 &+ \\ (12+40k+52k^2+36k^3+6k^4)\gamma + 8k(1-k^2) &= 0\end{aligned} \qquad (5)$$

La résolution de cette équation est représentée par une courbe (Fig.1). Le domaine à l'intérieur de cette courbe (C_p>C_{2th}) ayant un maximum à γ =0.11, désigne la zone de prédictibilité du système Laser-Lorenz : le laser fonctionne en pulsé. En dehors de cette zone le signal laser à des allures variées allant du pulsé au chaos. Ceci représente un premier pas vers la prédictibilité de l'évolution du système de Lorenz Haken.

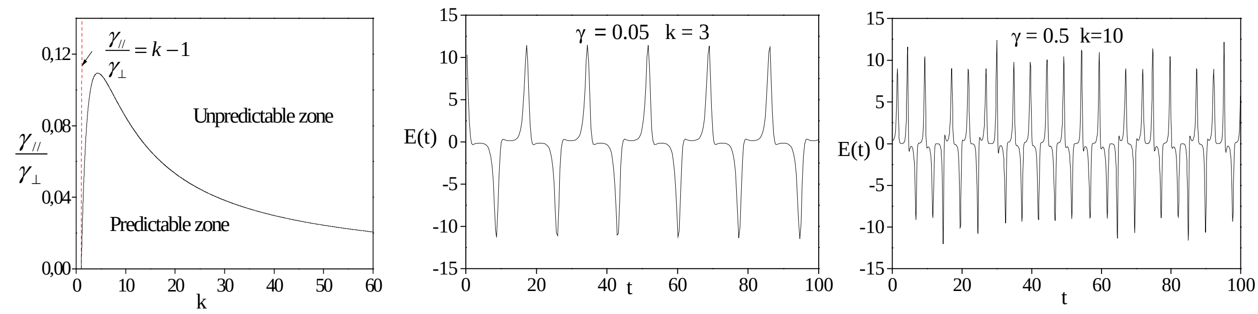

Fig. 1. *Zone de fonctionnement périodique pour $C_p > C_{2th}$*

Conclusion

A travers nos travaux on peut affirmer qu'on a bien analysé l'aspect dynamique du système Lorenz-Haken dans un large domaine des paramètres de contrôle. Ceci n'a pu être possible qu'à travers cette approche analytique basée sur un développement jusqu'à l'ordre trois de l'expression du champ électrique laser. Par cette étude on peut conclure que toute solution présentée par le système peut s'interpréter par les effets de compétition ou de blocage entre les fréquences du permanent et du transitoire. pour un quotient rationnel entre les deux fréquences propres la solution est périodique en contrepartie pour un rapport irrationnel les effets de compétitions entre les deux fréquences mènent le système vers le chaos.

References

[1] H. Haken, phys. Lett. A 53, 77 (1975)

[2] E. N. Lorenz, J. Atmos. Science 20, 130 (1963)

[3] S. Ayadi and B. Meziane, Opt. Quant. Elect. 39, 51 (2007)

[4] B. Meziane and S. Ayadi, Opt. Commun. 281. Issues 15-16 , 4061-4067 (2008)

[5] S. Ayadi and B. Meziane Proc.of SPIE Vol.6997 (SPIE-Europe-2008)

[6] S. Ayadi, « Instabilités lasers : Approche analytique ». Thèse de doctorat. USTHB (2008)