

رقم الترتيب :  
رقم التسلسل :

# جامعة قاصدي مرباح ورقلة

كلية الرياضيات و علوم المادة

قسم الفيزياء



مذكرة تخرج لنيل شهادة

**ماستر أكاديمي**

مجال : علوم المادة

فرع : فيزياء

التخصص : فيزياء إشعاعات، كاشف و بصريات الكترونية

من إعداد الطائب: مفتاح نصرالدين

الموضوع

**النماذج المستخدمة لحساب الناقلية الكهربائية للبلازما**

نوقشت يوم : 2014/06/10

أمام لجنة المناقشة المكونة من :

رئيسا	جامعة ورقلة	أستاذ محاضر أ	دويس السعيد
ممتحنا	جامعة ورقلة	أستاذ تعليم عال	شبحي إسماعيل
مقررا	جامعة ورقلة	أستاذة محاضر ب	قريشة سليمة

2014/2013

# إهداء

إلى والديَّ الكريمين أسأل الله أن يوفقني إلى برهما  
إلى إخوتي:

الزهرة، محمد رضا، يوسف، معمر، أسماء

إلى الأصدقاء:

عبد الرحمان، عبد الحميد، طه، حسن، عزالدين

اسامة، صدام، محسن، خالد

إلى الزملاء:

عبد الباقي، مختار، طه، حسن، عباذ، توفيق

نصرالدين

## شكر و عرفان

الشكر أولاً و أخيراً لله عز وجل الذي كان خير معين لي في هذا البحث فوفقت

بفضله إلى تقديمه على هذه الصورة .

أتقدم بالشكر الجزيل إلى أستاذتي قريشة سليمة على قبولها مؤطراً لي، و وقتك إلى

جانبنا و منحتنا من جهدها و وقتها الكثير في إنجاز هذا العمل.

نتقدم بفائق الشكر و التقدير إلى كل أعضاء لجنة المناقشة:

الأستاذ دويس السعيد، على قبوله ترؤس لجنة مناقشتي، و الأستاذ اسماعيل شيجي على

تشريفه لي بقبول المشاركة في تقييم مذكرتي، مما يعطي عملي هذا قيمة أكبر.

لابد لنا و نحن نخطو خطواتنا الأولى في البحث العلمي من وقفة نعود فيها إلى أعوام

خلت قضيبتها في رحاب جامعتي الوادي و ورقلة مع أساتذتنا الكرام، الذين قدموا لنا

الكثير، بإذلين بذلك جهودا كبيرة في بناء جيل الغد لتبعث الأمة من جديد، نقدم

أسمى كلمات الشكر و الامتنان و التقدير و الاحترام و المحبة إلى الذين حملوا أقدس

رسالة في الحياة، إلى الذين مهدوا لنا طريق العلم و المعرفة، إلى جميع أساتذتنا الأفاضل.

i	إهداء
ii	كلمة شكر
1	مقدمة عامة
	<b>الفصل الأول: عموميات حول البلازما</b>
3	مقدمة
3	1. لمحة تاريخية
3	2. تعريف البلازما
4	كيف نميز البلازما عن الغاز الحار؟
4	3. أشكال البلازما
4	1.3 البلازما الطبيعية
5	2.3 البلازما الصناعية
5	4. بعض خصائص البلازما
6	1.4 التوصيل الكهربائي في البلازما
6	2.4 ذبذبات البلازما و حركة الموجة
6	5. أهم المقادير في فيزياء البلازما
6	1.5 نصف قطر ديبياي
7	2.5 طول موجة ديبروغلي الحرارية
7	3.5 طول لاندائو
7	4.5 نصف قطر الكرة الإلكترونية
8	5.5 نصف قطر الكرة الأيونية
8	6.5 وسيط الترابط $\Gamma$
8	7.5 تردد البلازما
9	8.5 درجة الحرارة البلازما
9	6. الإشعاع في البلازما
9	7. معالجة البلازما

## الفصل الثاني : الناقلية الكهربائية في المواد

11	مقدمة
11	1. الشحنة الكهربائية
11	2. النواقل والعوازل
12	1.2 المواد الناقلية
12	2.2 المواد العازلة
12	3.2 المواد شبه الناقلية
13	3. التيار الكهربائي
13	1.3 شدة التيار الكهربائي
13	2.3 كثافة التيار
14	4. الناقلية الكهربائية
15	1.4 قانون أوم
16	2.4 المقاومة الكهربائية
16	3.4 الناقلية الكهربائية للشوارد
17	5. آلية التوصيل الكهربائي
18	1.5 قانون فيرمي
19	2.5 قانون نارنست أينشتاين
19	3.5 النموذج الكلاسيكي للتوصيل الكهربائي
	<b>الفصل الثالث: حساب الناقلية الكهربائية في البلازما</b>
21	1. حساب الناقلية الكهربائية لبلازما خفيفة الكثافة
22	1.1 حركة البلازما
23	2.1 الناقلية الكهربائية في البلازما
24	3.1 ثابت الوسط الكهربائي
27	2. الناقلية الكهربائية لبلازما في مجالات كهربائية و مغناطيسية ثابتة و عمودية
29	3. الناقلية الكهربائية لبلازما ضعيفة التأين
30	4. الناقلية الكهربائية لبلازما شديدة التأين
	خلاصة عامة
	المراجع

# مقدمة عامة

## مقدمة عامة

تُعد البلازما أحد أهم مواضيع الفيزياء الحديثة، ذلك أنها لم تدخل علم الفيزياء إلا في الثلث الأول من القرن الميلادي العشرين. إن دراسة البلازما مهمة، ذلك أن 99% من مادة الكون بحالة بلازما؛ فالشمس و النجوم كرات هائلة من البلازما.

كثيراً ما تتم دراسة البلازما من خلال الإشعاع الكهرومغناطيسي الصادر عنها، إذ يُحلّل الطيف الوارد منها كيفياً لمعرفة العناصر التي تشكل البلازما، و كميّاً لمعرفة تراكيزها و درجات حرارتها.

باعتبار البلازما وسطاً يضم عدداً ضخماً من الجسيمات المشحونة المتحركة بحرية داخلها، فإنها تُعدُّ ناقلاً جيداً للكهرباء<sup>[1]</sup>. تتبادل هذه الجسيمات المشحونة التأثيرَ مع الحقل الكهرومغناطيسي الموضعي، كما أن الحركة المُنظَّمة لها تُحدِثُ تياراتٍ كهربائيةً و تغيراتٍ لكثافة الشحنة، تؤدي إلى نشوء حقول كهرومغناطيسية.

نسعى من خلال هذا العمل إلى معرفة بعض النماذج المستخدمة لحساب الناقلية الكهربائية في البلازما.

تتضمن هذه المذكرّة ثلاثة فصولٍ و خلاصةً عامة.

الفصل الأول: سردنا فيه دراسة عامة حول البلازما؛ تاريخها و تعاريفها، و أشكالها، بعض خصائصها و أهم المقادير في فيزياء البلازما و كذا أهميتها.

الفصل الثاني: تطرقنا فيه إلى شدة التيار و كثافته، و المقاومة الكهربائية. تناولنا بإسهاب الناقلية الكهربائية في المواد

و تصنيفها حسب ناقليتها إلى نواقل، و أشباه نواقل و عوازل، و كذا الناقلية الكهربائية في الشوارد و بعض آليات التوصيل الكهربائي في المواد الناقلة.

الفصل الثالث: أدرجنا فيه بعض النماذج المستخدمة لحساب الناقلية الكهربائية للبلازما، من بينها الناقلية الكهربائية في البلازما المتأينة جزئياً و المتأينة بشكل كامل. تحدثنا فيه عن الناقلية الكهربائية في بلازما خفيفة الكثافة. تطرقنا

أيضاً للناقلية الكهربائية للبلازما في مجالات كهربائية و مغناطيسية ثابتة و عمودية ..... في الأخير حوصلنا ما قمنا

به في خلاصة عامة.



# الفصل الأول

## عموميات حول البلازما

## مقدمة:

إن معظم المواد التي تشكل الكون في حالة بلازما، و تشترك كل أنواع البلازما بأنها تخضع و تفسر بنفس الآليات و تديرها نفس القوانين الفيزيائية. تُعرف البلازما بالحالة الرابعة للمادة كونها تختلف عن الحالة الصلبة، السائلة، و الغازية؛ فهي عبارة عن حالة مخففة للمادة، تشبه الغاز، إلا أنها مؤلفة من جسيمات مشحونة و إلكترونات و أيونات موجبة متناسب معين يجعل الوسط إجمالاً متعادلاً كهربائياً[1].

### 1. لمحة تاريخية:

أول من اعتبر حالة مادية رابعة، هو الفيزيائي الإنكليزي Sir William Crookes عام 1879 م ، و هي تعرف اليوم بالبلازما، أُدخل مصطلح البلازما للفيزياء أول الأمر عام 1928م من قبل الفيزيائي الأمريكي Dr. Irving Langmuir في مقال له لوصف الغاز المؤين المحتوى في أنبوب التفريغ، لأنه رأى أنها تشبه بلازما الدم، و نظراً للأهمية الكبيرة لفيزياء الأوساط الطبيعية، و التطبيقات الصناعية تم تطويرها بشكل معتبر معتمدين على قوانين الفيزياء الحديثة.

### 2. تعاريف البلازما:

تعتبر البلازما الحالة الرابعة للمادة؛ فبتسخين الحالة الصلبة تصبح سائلة و مع زيادة التسخين تتحول إلى حالة غازية، و عند درجات حرارة عالية جداً أكثر من 5000 k تصبح الطاقة الحركية للجسيمات من رتبة طاقة التأين للجسيمات المعتدلة، و بهذا تكون المادة قد بلغت طور البلازما[2].

البلازما نادرة جداً في محيطنا القريب ، غير أنه من الممكن توليدها صناعياً، فالغاز في النيون و التفلور بلازما ، كما أن القوس الكهربائي المستخدم في عمليات اللحام، و اللهب الخارج من الصواريخ المنطلقة ، و الكرة الملتهبة المتولدة عن القنبلة الذرية، جميعها أمثلة عن البلازما.

من خلال ما سبق يمكن أن نقدم للبلازما التعاريف التالية :

✓ البلازما (بالإنكليزية: Plasma) أو الهَيُولَى، هي حالة متميزة من حالات المادة يمكن و صفها بأنها غاز متأين تكون فيه الإلكترونات حرة و غير مرتبطة بالذرة أو بالجزيئة [3].

✓ البلازما خليط من الذرات المتعادلة كهربائيا و الإلكترونات السالبة و الأيونات الموجبة. تتناسب درجة التأين طرديا مع درجة الحرارة. إن الغاز الإعتيادي يحتوي بعض الأيونات و الإلكترونات، لكنها غير كافية لتجعله بلازما، فإذا سخن مثل هذا الغاز فإنه سيتحول تدريجيا إلى بلازما، دون أن ينتقل انتقالا حادا ، كما يحصل عند تحول الصلب إلى سائل [4].

### - كيف نميز البلازما عن الغاز الحار ؟

الفرق يكمن في الخواص الكهرومغناطيسية ، فالبلازما موصل كهربائي ، يسيطر على تصرفها حقلان كهربائي و مغناطيسي، بينما يُعد الغاز الإعتيادي عازلاً كهربائياً، فهو لا يستجيب بشكل واضح لتأثير الحقل الكهربائي أو المغناطيسي[4].

### 3. أشكال البلازما:

#### 3.1. البلازما الطبيعية:

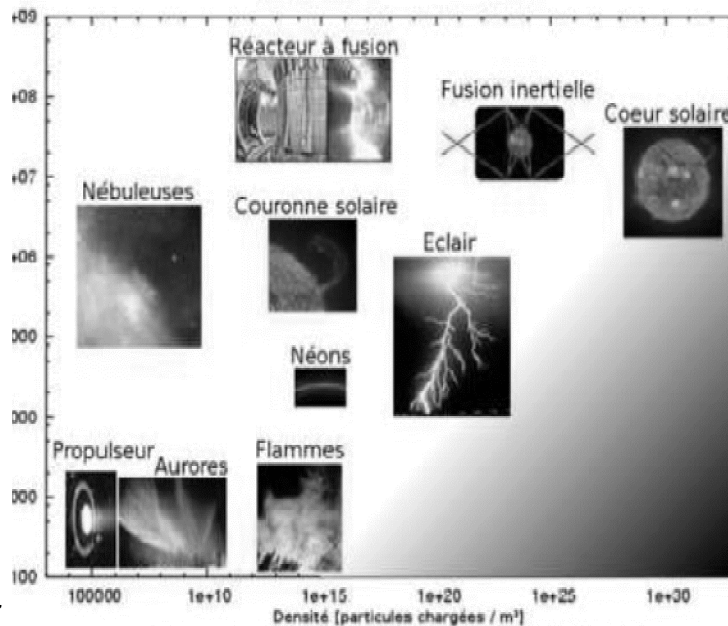
جل أنواع البلازما الطبيعية في حالة مثالية؛ حيث متوسط الطاقة الحركية الحرارية لمكوناتها يفوق متوسط الطاقة الكامنة الكهربائية المتبادلة بين جسيماتها. ينقسم هذا النوع من البلازما إلى [3]:

✓ بلازما طبيعية كونية: تمثل البلازما الطبيعية الكونية النسبة الكبيرة في هذا الكون كالبلازما الموجودة على سطح الشمس؛ فالغيوم المضئعة المحيطة بسطحها المشع تبلغ درجة حرارتها 5700K، أما بلازما مركز الشمس درجة حرارتها 17 مليون كلفن. مثال آخر البلازما على سطوح النجوم، حيث تبلغ درجة حرارتها  $10^4$  K، بينما البلازما في جوف النجوم حرارتها تقدر بـ  $10^7$  K ، بلازما الرياح الشمسية، .....

✓ بلازما طبيعية أرضية : تحدث على مستوى كوكب الأرض تمثل نسبة أقل من سابقتها، ومن أمثلتها البلازما الموجودة في غلاف جو الأرض و المعروفة باسم الكرة المتأينة (الأيونوسفير)، البرق، الصواعق، الغاز في المصابيح الفوسفورية، .....

### 2.3. البلازما الصناعية:

البلازما نادرة جدا في محيطنا القريب، لذا لجأ الإنسان لتوليدها صناعيا فالغاز في مصابيح التألُق (مصابيح الفلوريسنت) بلازما، القوس الكهربائي المستخدم في عمليات اللحام، الاندماج النووي،...جميعها أمثلة عن البلازما [3]. الشكل (1) يبين بعض الأمثلة عن البلازما.



### 4. بعض خصائص البلازما

تلغي في وسط البلازما

من أهم خصائص البلازما

الشكل (1.1): مختلف اشكال البلازما

بفعل التيارات المتحرزة [4].

### 1.4. التوصيل الكهربائي في البلازما:

بما أن البلازما غاز عالي التأين، يضم عددا هائلا من الجسيمات المشحونة المتحركة بحرية داخلها، فإنها تعد موصلا جيدا للكهرباء. تتبادل هذه الجسيمات التأثير مع الحقل الكهرومغناطيسي الموضعي، كما أن الحركة المنظمة لها تحدث تيارات كهربائية و تغيرات لكثافة الشحنة، تؤدي إلى نشوء حقول كهرومغناطيسية [3].

## 2.4. ذبذبات البلازما و حركة الموجة:

من صفاتها المهمة أيضا قابليتها لحمل الذبذبات و بث الموجات. و يمكن أن تُحَدَّث أنواعٌ مختلفة من السلوك التذبذبي، إلا أن هذه الذبذبات قد تكون معقدة جدا بسبب الميزة غير الخطية للمعادلات الهيدروديناميكية لها. لقد نوقشت الذبذبات الكهروستاتيكية في البلازما لأول مرة من قبل Tonks و Langmuir. في الحقيقة يوجد نوعان محتملان من الذبذبات الكهروستاتيكية، ذبذبات التردد العالي التي تكون سريعة جدا، إذ يصعب على الأيونات الثقيلة أن تتبعها، و ذبذبات الأيونات التي تكون بطيئة جدا، بحيث أن الإلكترونات تتوزع دائما حول الأيونات بنمط إحصائي [4].

## 5. أهم المقادير في فيزياء البلازما:

### 1.5. نصف قطر ديبي :

قبل التطرق إلى نصف قطر ديبي Debye لابد من الإشارة إلى ظاهرة مهمة تحدث في البلازما؛ و هي ظاهرة الحجب، و المقصود به حجب شحنة من البلازما بواسطة سحابة من الشحنات المعاكسة. من هذه الظاهرة استنتج بُعْد ديبي الذي يعتبر أحد أهم خصائص البلازما، حيث نصف قطر ديبي يشير إلى أقصر مسافة تتحرك فيها الإلكترونات عشوائيا في البلازما و يعطى بالعلاقة التالية [5].

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{KT}{4\pi e^2 n_e}} \approx 6.9 \sqrt{\frac{T}{n_e}} \quad (\text{CGS})$$

حيث: T : درجة الحرارة بالكلفن،  $n_e$  : الكثافة الإلكترونية، K: ثابت بولتزمان

### 2.5. طول موجة ديبروغلي الحرارية :

يُعطي هذا الطول تقديرا للطبيعة الموجية الكمية لجسيمات البلازما ، و يعرف بـ [6] :

$$\Lambda = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mKT}}$$

حيث: M: كتلة الجسيم ،  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  : ثابت بلانك المختزل

3.5. طول لانداو :

و يدعى البعد التقليدي للإقتراب للأدنى، و هو يمثل المقدار الذي تتساوى فيه الطاقة الكامنة الكولومية المتوسطة

للتفاعل الثنائي مع الطاقة الحركية المتوسطة و يستخدم هذا الطول في تحليل ظواهر التصادمات، و ارتباطات الموضع

في البلازما [6]. يحدد بـ:

$$\frac{1}{2}KT = \frac{e^2}{r_0} \quad \text{حيث: } r_0 = \frac{e^2}{kT} \text{ ، } k \text{ ثابت بولتزمان ، } e \text{ الشحنة الإلكترونية، } T \text{ درجة الحرارة المطلقة}$$

4.5. نصف قطر الكرة الإلكترونية:

يميز نصف قطر الكرة الإلكترونية البعد المتوسط بين إلكترونين و يعطى بالعلاقة التالية:

$$r_e = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi n_e}}$$

$n_e$  : الكثافة الإلكترونية

5.5. نصف قطر الكرة الأيونية:

يميز نصف قطر الكرة الأيونية البعد المتوسط بين أيونين ، تعطى العبارة بالعلاقة التالية:

$$r_i = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi n_i}}$$

$n_i$  : الكثافة الأيونية

6.5. وسيط الترابط  $\Gamma$  :

هو مقياس مدى ترابط جسيمات البلازما، عندما يكون  $\Gamma \geq 1$  فإن ذلك يدل على أن التزاوج شديد، أمّا

عندما يكون  $\Gamma \ll 1$  فإن للطاقة الحركية الدور الأكبر في وصف سلوك الجسيمات؛ أي أن التزاوج بين هذه

الجسيمات ضعيف [15]، حيث تتحرك الجسيمات بحرية كبيرة و بتصادمات قليلة ما يعني أن التأثير البيني بينها ضعيفا [8]، و يقال عن البلازما أنها مثالية [16] .

$$\Gamma_{ee} = \frac{e^2}{KTr_e} \text{ : بالنسبة للإلكترونات}$$

$$\Gamma_{ii} = \frac{(ze)^2}{KTr_i} \text{ : بالنسبة للأيونات}$$

$$\Gamma_{ei} = \frac{ze^2}{KTr_{ei}} \text{ ، حيث : } \Gamma_{ei} = \frac{r_e+r_i}{2}$$

K : ثابت بولتزمان ، T : درجة الحرارة المطلقة ، Z : العدد الشحني للأيون

### 7.5. تردد البلازما:

عند حدوث اضطراب داخلي أو خارجي في البلازما فإنه يؤدي إلى إزاحة جسيماتها (إلكترونات، أيونات) عن وضع التوازن ذلك بسبب تراكم الشحنات الكهربائية، لكنها سرعان ما تعود لحالتها الطبيعية. هذا التصرف الذي تتميز به البلازما يؤدي إلى حركة جسيماتها حركة اهتزازية غير متخامدة، تتميز بنبض الحركة الإلكترونية  $\omega_{pe}$  و بنبض الحركة الأيونية  $\omega_{pi}$  حيث [7] :

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}}$$

$$\omega_{pi} = \sqrt{\frac{4\pi (ze)^2 n_i}{m_i}}$$

حيث:

$n_e$  : الكثافة الإلكترونية       $m_e$  : كتلة الإلكترون      e : شحنة الإلكترون

$n_i$  : الكثافة الأيونية.       $m_i$  : كتلة الايون      (ze) : شحنة الأيون

$$f_{pe,i} = \frac{\omega_{pe,i}}{2\pi} \text{ كما تتميز هذه الحركة بالتردد الإلكتروني و الأيوني:}$$

### 8.5. درجة حرارة البلازما:

غالباً ما تملك الإلكترونات و الأيونات في البلازما توزيعين مختلفين لدرجة الحرارة؛ بسبب تواتر الصدمات بين الأيونات فيما بينها أو الإلكترونات فيما بينها، عندئذٍ كل نوع من الجزيئات يمكن أن يكون في حالة توازن حراري مستقل عن النوع الآخر [4].

## 6. الإشعاع في البلازما:

إن الكشف عن البلازما و دراستها يتم بتشخيص الإشعاع الكهرومغناطيسي المنبعث عنها؛ ضوء، أشعة سينية، موجات راديوية، . . . إن هذا الإشعاع لا يرتبط بخصائص مشع معزول فقط، بل بخصائص البلازما المحيطة بها تُعدُّ الخطوط الطيفية للإمتصاص و الإنبعاث مفيدة لتشخيص الكثافة الإلكترونية و درجة الحرارة في البلازما [4].

## 7. معالجة البلازما:

مع أن التحليل النظري للبلازما بسيط نسبياً، ذلك أن القوى بين الجسيمات معروفة بدقة، و الوصف بالميكانيك التقليدي ممكن عموماً، إلا أن دراستها لم تتطور إلا مؤخراً. تستحيل معالجة البلازما بشكل كافٍ معالجة عينية بحتة، بل من الضروري استخدام النظرية الحركية. إن التعقيد في حالة البلازما بشتى أشكالها، قاد إلى عدد كبير من طرائق التحليل النظري المختلفة تماماً.

توجد ثلاث صياغات تقريبية توفر لنا النظرة الهامة لما يحدث داخل البلازما:

✓ نظرية التوازن: تستند إلى افتراض أن التصادمات بين الجسيمات المشحونة تكون كافية لتجعل توزيع الجسيمات في كيان البلازما خاضعاً لتوزيع بولتزمان - ماكسويل السريع [3] :

$$N_j(\vec{v})dV_x dV_y dV_z = N_{0j} \left(\frac{m_p}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{-m_p v^2}{2kT}\right) dV_x dV_y dV_z$$

حيث  $N_{0j}$  عدد الجسيمات من الصنف  $j$  لوحدة الحجم في البلازما و  $V_x$  ،  $V_y$  ،  $V_z$  مركبات السرعة و  $m_p$  كتلة الجسيمات من النوع  $j$  و  $T$  درجة الحرارة المطلقة.



- نظرية المدار: تعالج حركة الجسيمات المشحونة في حقول كهربائية و مغناطيسية مفترضة، قد تكون توابع للموضع و الزمن. تمثل هذه النظرية تقريباً جيداً لحركة جسيم في البلازما عندما لا تؤدي التصادمات بين الجسيمات الدور الرئيس، أي عندما يكون متوسط المسار الحر للتصادمات كبيراً مقارنة بالأبعاد المميزة للمدار؛ و تعالج التصادمات في هذه الحالة كإضطراب.

✓ المعالجة الهيدرومغناطيسية : حيث تستخدم المعادلات الكهرومغناطيسية الكلاسيكية (معادلات ماكسويل)،

و تدمج مع المعادلات الكلاسيكية لحركة الموائع، و هي معالجة عينية للبلازما؛ و تعد تقريبا جيدا عندما يكون متوسط المسار الحر للتصادمات صغيرا جدا بالنسبة إلى المسافات الفيزيائية المهمة في منظومة البلازما.

بفضل تطور علم الفلك الراديوي، ثم الأبحاث الفضائية، أمكن استغلال بلازما المحيط الأرضي (الأيونوسفير) و

المغنطوسفير و الرياح الشمسية و هالة الشمس . . بصيغة أعم، يمكن القول أن البلازما اليوم تؤدي دوراً جد مهم في

الفيزياء الفلكية و الكونية، ذلك أن الجزء الأكبر من الكون مؤلف من مادة في حالة بلازما [7].

# الفصل الثاني

## الناقلية الكهربائية في المواد

## مقدمة:

سنهتم في هذا الفصل بكيفية حساب الناقلية الكهربائية لبعض المواد، من خلال معرفة بعض خصائصها الكهربائية و تصنيفها حسب ناقليتها للكهرباء؛ إلى ناقل و شبه ناقل و عازل. سنتطرق أيضاً لبعض المفاهيم الكهربائية؛ شدة التيار الكهربائي، كثافة التيار، قانون أوم، المقاومة الكهربائية، و بعض آليات التوصيل الكهربائي...

### 1. الشحنة الكهربائية:

أضحى في حكم المؤكد أن التأثيرات الكهربائية المتبادلة بين الأجسام هي إحدى أهم التأثيرات الجارية في الطبيعة، تفسر الخواص الفيزيائية و الكيميائية لمختلف المواد إلى حد كبير بالقوى الكهربائية. تنتج قوى التأثير الكهربائي عن وجود مقدار فيزيائي مميز للجسيمات يُدعى بالشحنة الكهربائية، تدعى الأجسام التي لا تتبادل التأثير الكهربائي بالأجسام المعتدلة كهربائياً، أو غير المشحونة.

تحتوي المواد على أعداد هائلة من الشحنات الكهربائية حيث الشحنات الموجبة تعادل و تساوي الشحنات السالبة و يقال عن الجسم في هذه الحالة أنه معتدل كهربائياً، أما إذا كانت كمية الشحنات الموجبة لا تساوي كمية الشحنات السالبة عندئذ نحصل على أجسام مشحونة كهربائياً إما بشحنة سالبة أو بشحنة موجبة [9].

### 2. النواقل و العوازل:

تختلف المواد في ناقليتها للكهرباء، فتصنف إلى مواد ناقلة، نصف ناقلة و أخرى عازلة [10]، كما يمكن لبعض المواد أن تكون موصلة في شروط معينة.

#### 1.2. المواد الناقلة :

النواقل هي تلك المواد التي تحتوي على عدد كبير من حاملات الشحنة الحرة. و تمتلك ناقلات الشحنة (و هي الإلكترونات في معظم الحالات) حرية التحرك في الوسط الناقل (و لكنها لا تغادر سطوحها)، و تستجيب لأضعف المجالات الكهربائية، هذه الناقلات هي المسؤولة عن تكوين التيار الكهربائي في الموصل طالما وُجدَ مجال كهربائي

مسلط على الموصل من مصدر خارجي للطاقة. يمكن ذكر المعادن، المحاليل الكهربائية و الغازات المتأينة كأمثلة عن الأجسام الناقلة.

## 2.2. المواد العازلة:

تُعرف العوازل بأنها المواد التي تكون إلكترونات التكافؤ في ذراتها مرتبطة ارتباطاً وثيقاً بالذرة، لذا تحتاج إلى حقل كهربائي قوي جداً للتخلص من جذب النواة [11]، و تنحصر استجابة الجسيمات المشحونة إلى المجال الكهربائي في قدرتها على الإنحراف قليلاً عن مواضعها الأصلية، و لكنها غير قادرة على تغيير مواضعها المحددة داخل الجزيئات، إذا توخينا الدقة فإن هذا الوصف ينطبق على العازل المثالي حيث لا توجد شحنات حرة يمكنها التحرك تحت تأثير حقل كهربائي خارجي، تشمل العوازل أغلب المواد العضوية كالمطاط و الخشب و الكحول، ....

## 3.2. المواد شبه الناقلة:

هناك مواد معينة تمتلك خواص كهربائية متوسطة بين الموصلات و العوازل، حيث لا تمتلك شحنات حرة كثيرة و لكن إذا ما طُعِّمت بذرات أخرى يمكن أن تتبرع لها بالإلكترونات، حينئذٍ تزداد ناقليتها و يطلق عليها أشباه نواقل [10].

بقدر ما يتعلق الأمر بسلوك هذه المواد في المجال الكهربائي الساكن فإن سلوكها يُعدُّ مشابهاً لسلوك الموصلات. و مع ذلك تكون الإستجابة العابرة لهذه المواد نوعاً ما أبطأ من الموصلات. نأخذ كمثال لأنصاف النواقل الجرمانيوم و السيليكون، .....

## 3. التيار الكهربائي:

ذكرنا سابقاً أن المواد الناقلة تحتوي على شحنات حرة تتحرك حركة عشوائية، و إذا ما أُخضعت لمجال كهربائي فإن حركة هذه الأخيرة تنتظم في اتجاه معين، مكونةً ما يسمى بالتيار الكهربائي [11]. في العديد من الموصلات تكون الإلكترونات ناقلات للشحنة، و لكنها في حالات أخرى قد تنقل الشحنة بواسطة أيونات موجبة أو سالبة،

فالشحنة المتحركة تولد تياراً، و عملية نقل الشحنة تدعى التوصيل و بتعبير أدق يعرف التيار الكهربائي  $I$  على أنه المعدل الزمني لانتقال الشحنة عبر نقطة معينة في منظومة موصلة.

أُصطلح تاريخياً على اعتبار جهة التيار جهة حركة الشحنات الموجبة فقط، فإذا كان التيار ناشئاً عن حركة شحنات سالبة، فإن التيار يكون في اتجاه معاكس لجهة حركتها.

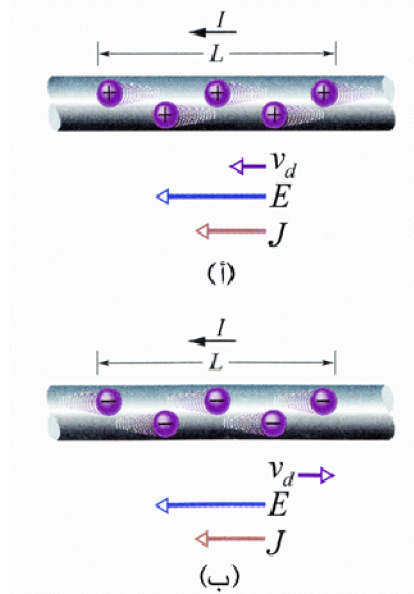
### 1.3. شدة التيار الكهربائي:

تُعرّف شدة التيار بأنها كمية الشحنة التي تمر خلال مقطع سلك ناقل في واحدة الزمن، فلو مرت شحنة قدرها  $dq$  خلال زمن قدره  $dt$  فشدة التيار تعطى [11].

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (1)$$

### 2.3. كثافة التيار:

إذا تعرضت قطعة من سلك موصل منتظم الشكل لمجال كهربائي  $\vec{E}$  أنظر الشكل(1)، فإن شحناته الحرة ستستجيب و تتحرك بسرعة  $\vec{v}$ ، لنأخذ الحالة ب مثلاً:



[9] الشكل (1.2): رسم تخطيطي يبين تدفق التيار في ناقل

إذا فرضنا أن كل إلكترون يتحرك بسرعة ثابتة مقدارها  $v$  ، ففي زمن قدره  $dt$  سيقطع مسافة  $vdt$  . وإذا كانت مساحة مقطع السلك  $S$  و كان  $n$  عدد الإلكترونات الحرة في وحدة الحجم فإن عدد الإلكترونات التي تمر من مقطع السلك في الزمن  $dt$  يساوي:

$$nsvdt \quad (2)$$

الشحنة الكلية التي تمر في هذه المسافة في الزمن  $dt$  هي [12]:

$$dq = nevsdt \quad (3)$$

حيث  $e$  شحنة الإلكترون

$$I = \frac{dq}{dt} = nevs \quad (4) \quad \text{و عليه:}$$

تُعرف نسبة تدفق شدة التيار إلى مساحة مقطع الموصل الكهربائي عند كل نقطة من نقاطه بكثافة التيار.

$$J = \frac{I}{A} = nev \quad (5) \quad \text{إذاً:}$$

#### 4. الناقلية الكهربائية:

الناقلية الكهربائية هي معيار لمدى قابلية الوسط لحركة الشحنة الكهربائية و تختلف المواد الموصلة بعضها عن بعض في مقدار كثافة التيار الذي يتكون نتيجة مجال كهربي  $E$  . و نسمي نسبة كثافة التيار الكهربائي إلى شدة المجال بالناقلية الكهربائية للمادة، و يرمز لها بالرمز  $\sigma$  [11] أي:

$$J = \sigma E \quad \text{و منه:} \quad \sigma = \frac{J}{E} = \frac{I}{SE} \quad (6)$$

كلما زادت ناقلية مادة ما زادت كثافة التيار لها عند قيمة معينة لشدة المجال الكهربي  $E$ ، تبلغ قيمتها بالنسبة للنواقل في حدود  $10^8 A/v.m$  ، أما بالنسبة للعوازل الجيدة فتبلغ  $10^{-13} A/v.m$  أو أقل من ذلك.

تتأثر الناقلية الكهربائية بعدة معاملات، منها التركيب الكيميائي للمواد، حالة إجهاد البنية البلورية، . . لذلك يمكن

اعتماد الناقلية الكهربائية في تصنيف المواد إلى نواقل، عوازل ، و شبه أنصاف نواقل. الجدول التالي يبين قيم الناقلية

لبعض المواد عند درجة الحرارة العادية [13].

النواقل	المادة	الناقلية $\sigma$ ( $\Omega^{-1}m^{-1}$ )	المادة	الناقلية $\sigma$ ( $\Omega^{-1}m^{-1}$ )	المادة	الناقلية $\sigma$ ( $\Omega^{-1}m^{-1}$ )
النحاس		$6.30 \times 10^7$	الجرمانيوم	$2.8 \times 10^{-2}$	الزجاج	$10^{-10} - 10^{-14}$
الفضة		$6.30 \times 10^7$	السيليكون	$1.6 \times 10^{-5}$	الكوارتز	$1.33 \times 10^{-18}$
الألمنيوم		$3.77 \times 10^7$	الماس	$3.70 \times 10^{-1}$	الميكافون	$10^{-11} - 10^{-15}$
التنغستانتان		$1.82 \times 10^7$	الماء المالح	$2.27 \times 10^1$	البرافين	$3.37 \times 10^{-17}$

#### 1.4 . قانون أوم:

سمى قانون أوم بهذا الإسم نسبة إلى العالم جورج سيمون أوم، الذي وضعه عام 1827 ، حيث وجد عمليا أن كثافة التيار  $J$  في المعدن تتناسب طرديا مع الحقل الكهربائي عند ثبوت درجة الحرارة أي:

$$J = \sigma E \quad (7)$$

حيث معامل التناسب  $\sigma$  ثابت تجريبي، يتغير من مادة إلى أخرى، يُعرف باسم الناقلية (الموصلية) النوعية للوسط و تعرف العلاقة باسم قانون أوم، و هي صحيحة لعدد كبير من المواد الموصلة الشائعة. في الحالة العامة ينبغي كتابة العلاقة السابقة بالشكل الآتي:

$$J = \sigma(E)E \quad (8)$$

إذ تكون الناقلية تابعة للحقل الكهربائي.

#### 2.4 . المقاومة الكهربائية:

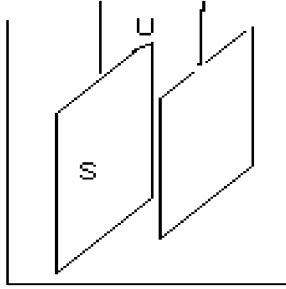
المقاومية الكهربائية هي مقلوب الناقلية، و هي تعبير عن ممانعة المادة لسريان التيار الكهربائي عبرها، مسببة تحويلاً للطاقة الكهربائية إلى حرارة أو ضوء أو أية أشكال أخرى للطاقة. قيمة المقاومة تعتمد على نوع المادة. المواد التي لها مقاومية منخفضة هي نواقل جيدة للكهرباء، بينما تعتبر المواد ذات المقاومية العالية عوازل جيدة.

$$\rho = \frac{EA}{I} \quad ; \quad \rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E}{J} \quad (9)$$

حيث  $A$  هي مساحة المقطع الموصل

### 3.4. الناقلية الكهربائية للشوارد:

عند تطبيق فرق في الجهد  $U$  على صفيحتين متوازيتين مساحة كل منهما  $S$  تبعدان عن بعضهما مسافة  $L$



مغمورتين في محلول أيوني الشكل (2) فإنه ينتج تيار كهربائي

يعبر الدارة شدته  $I$ ، يدل هذا على كون المحلول المحصور بين الصفيحتين

ناقل للكهرباء بمقاومة  $R$ .

الشكل (2): الناقلية الكهربائية للشوارد

عند تطبيق قانون أوم [16]:

$$U = R.I \quad ; \quad R = \rho.L/S \Rightarrow U = \rho.L.I/S$$

$$\frac{U}{L} = \rho.I/S \quad (10)$$

و عليه:

$$E = \rho.J \Rightarrow E = J/\sigma \Rightarrow J = \sigma.E \quad (11)$$

حيث  $\rho$ : المقاومة النوعية،  $J$ : كثافة التيار،  $\sigma$ : الناقلية الكهربائي،  $E$ : شدة المجال الكهربائي

إذاً حركة الأيونات  $\mu$  ستكون:

$$U = \mu.E \Leftrightarrow \mu = U/E \quad (12)$$

بينما كثافة التيار  $J$ :

$$J = F.C.V \Leftrightarrow J = n.e.z.V \quad (13)$$

من العلاقتين (12) و (13) يمكن كتابة:

$$J = F.C.\mu.E \quad (14)$$

بمقارنة العلاقتين (11) و (14) نستخلص:



$$\sigma = F. C. \mu \quad (15)$$

الناقلية الكهربائية لمحلول أيوني يحوي أيونات سالبة و موجبة تكون :

$$\sigma = F. C. (\mu_- + \mu_+) \quad (16)$$

### 5. آلية التوصيل الكهربائي:

يتم التوصيل الكهربائي في المعادن بواسطة ناقلات الشحنة، و هي تنقسم إلى ثلاثة أصناف [14]:

الإلكترونات: هي أحسن مثال معروف، ذات شحنة سالبة  $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

الثقوب: تنتج عن غياب إلكترون من السحابة الإلكترونية، فشحنتها إذاً موجبة و مقدارها  $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

و هي مهمة جداً في أشباه الموصلات.

في المواد الأيونية: تستطيع الأيونات أن تساهم في جزء من التوصيل، فكل أيون سيتحد مع شحنة أو أكثر.

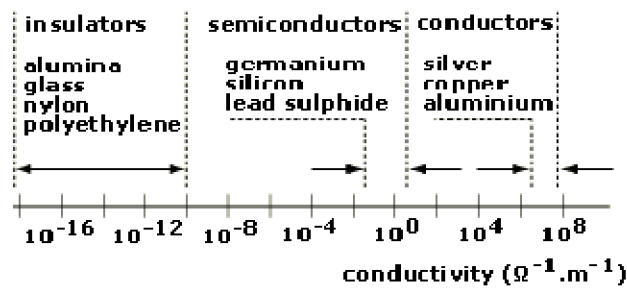
الأيونات تحمل شحنة سالبة، أما الكاتيونات فتحمل شحنة موجبة.

تعتمد ناقلية المواد على ثلاثة عوامل [15]؛ عدد حاملات الشحنة الموجودة، الشحنة التي تحملها، و كيفية تحرك

حاملات الشحنة، هذه الأخيرة تعتمد على قوة الحقل الكهربائي و على بنية المادة.

في المواد الأيونية، جميع أنواع الأيونات تقدم مساهمات في التوصيل الشامل.

تبعا للناقلية يمكن تصنيف المواد إلى ثلاث فئات مختلفة، نوجزها في المخطط الموالي:



شكل (3): تصنيف بعض المواد وفقا لناقليتها الكهربائية

### 1.5. قانون فيرمي

يهدف قانون فيرمي إلى ربط سرعة الانجراف بسرعة الإلكترون، و التي يمكن أن تقترب من سرعة فيرمي:

$$v_f = \sqrt{\frac{2E_f}{m}} \quad (17)$$

حيث:  $v_f$  سرعة الانجراف المحسوبة استناداً إلى اعتبارات فيرمي الإحصائية.

طاقة فيرمي  $E_f$ :

يمكن التعبير عن سرعة الانجراف بدلالة الحقل الكهربائي  $E$ ، و كتلة الإلكترون، و الزمن  $\tau$  المميز بين التصادمات بالمعادلة [15]:

$$v_d = \frac{eE}{m} \tau = \frac{eE}{m} \frac{d}{v_f} \quad (18)$$

كما يمكن التعبير عن توصيلية المواد بدلالة سرعة فيرمي و متوسط المسار الحر  $d$  للإلكترون في المعدن بالعلاقة:

$$\sigma = \frac{ne^2d}{mv_f} \quad (19)$$

**2.5. قانون نارنست أينشتاين:**

يسمح قانون نارنست أينشتاين بحساب الناقلية داخل الأوساط الأيونية بدلالة العوامل الأساسية الأخرى للمادة [17]:

$$\sigma = \frac{Dz^2e^2c}{kT} \quad (20)$$

$D$ : معامل انتشار الأيونات المدروسة،  $Z$ : العدد الذري للأيونات،  $e$ : الشحنة العنصرية،  $c$ : تركيز الأيونات،  $k$ : ثابت بولتزمان و هو يساوي:  $k = 1.3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ ،  $T$ : درجة الحرارة المطلقة.

**3.5. النموذج الكلاسيكي للتوصيل الكهربائي:**

متوسط السرعة الحرارية لغاز مثالي تعتمد على درجة الحرارة  $T$  [15]:

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} K_B T \quad (21) \quad \text{حيث:}$$

فمثلاً عند درجة حرارة الغرفة  $T = 300 \text{ K}$  يكون:  $v = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3K_B T}{m}} \cong 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\sigma = \frac{Ne^2\tau}{m} \quad , \quad v\tau = l \Rightarrow \tau = \frac{v}{l} \quad (22)$$

فإذا كان  $l$  مستقلاً عن  $T$  فإن:  $\tau \sim v \sim \sqrt{T}$

و بالتالي فهذا النموذج الكلاسيكي يتنبأ بأن:  $\sigma \sim T^{1/2}$  ، في حين تبين التجارب أن  $\sigma \sim T$ .

الفصل الثالث  
حساب الناقلية الكهربائية في  
البلازما

## 1. حساب الناقلية الكهربائية لبلازما خفيفة الكثافة:

باعتبار البلازما وسطاً يضم عدداً ضخماً من الجسيمات المشحونة المتحركة بحرية داخلها، فإنها تُعدُّ ناقلاً جيداً للكهرباء [7]. إذا كانت البلازما خفيفة الكثافة فتُوصف بأنها ذات أجسام بعيدة عن بعضها البعض، لذا يمكننا إهمال التأثيرات فيما بينها (يُهمَل التصادم بين جسيماتها) عندئذٍ يمكننا معاملتها على أساس كل جسيم فيها يتحرك في حقول كهربائية و مغناطيسية بدرجة كبيرة من الحرية (مثل حركة أجسام غاز مثالي) هذه المقاربة سُميت بمسألة الجسم المنفرد [18].

نعتبر بلازما خفيفة الكثافة حقولها الكهربائية و المغناطيسية متناوبة تكتب على الشكل التالي:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t} \quad (1)$$

معادلة حركة الشحنة  $q$  في الحقلين الكهربائي و المغناطيسي [19]:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (2)$$

حيث:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 e^{-i\omega t} \quad (3)$$

نوجه جملة المحاور بحيث  $\vec{B} = B_z \vec{e}_z$  نعوض كلا من (1) و (3) في العلاقة (2) فنجد:

$$-im\omega\vec{v} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (4)$$

بإسقاط العلاقة (4) على جملة المحاور الإحداثيات الكارتيزية و ترتيبها نحصل على [19]:

$$\begin{cases} \frac{q}{m} E_x = -i\omega v_x - \omega_c v_y \\ \frac{q}{m} E_y = \omega_c v_x - i\omega v_y \\ \frac{q}{m} E_z = -i\omega v_z \end{cases} \quad (5)$$

نضع:  $\omega_c \equiv (|q|B/m)$  و يُسمى بالتواتر الدوار .

إن جملة المعادلات (5) يمكن كتابتها بالصيغة المصفوية (6) ثمينة لحلها.

$$\begin{pmatrix} -i\omega & -\omega_c \\ \omega_c & -i\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \frac{q}{m} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$v_z = \frac{iq}{m\omega} E_z \quad (7)$$

إن حساب مركبات السرعة بدلالة مركبات الحقل الكهربائي يقود للعلاقات التالية:

$$\begin{cases} v_x = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \frac{q}{m} E_x & -\omega_c \\ \frac{q}{m} E_y & -i\omega \end{pmatrix} \\ v_y = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} -i\omega & \frac{q}{m} E_x \\ \omega_c & \frac{q}{m} E_y \end{pmatrix} \end{cases} \quad (8)$$

حيث:

$$\Delta = \begin{pmatrix} -i\omega & -\omega_c \\ \omega_c & -i\omega \end{pmatrix} \quad (9)$$

و عليه فحل المعادلة (5) سيكون:

$$\begin{cases} v_x = \frac{(q/m)}{\omega_c^2 - \omega^2} (-i\omega_c E_x + i\omega E_y) \\ v_y = \frac{-(q/m)}{\omega_c^2 - \omega^2} (\omega_c E_x + i\omega E_y) \\ v_z = \frac{iq}{m\omega} E_z \end{cases} \quad (10)$$

و هكذا تمكنا من تعيين مركبات سرعة الشحنة  $q$  بدلالة الحقلين الكهربائي و المغناطيسي.

### 1.1.1 حركة البلازما:

حركة البلازما ميزة تتمتع بها حركة شحنتها، و تُعرّف بأنها معامل تناسب بين سرعة الشحنة و الحقل الكهربائي [18].

$$\vec{v} = \bar{\mu} \cdot \vec{E} \quad (11)$$

الكمية  $\bar{\mu}$  تمثل حركة البلازما، و هي عبارة عن موتر (مصنوفة ذات خصائص معينة)، حيث جُداؤها مع شعاع الحقل يسمى جُداء موتر.

$$v_\alpha \equiv \sum_\beta \mu_{\alpha\beta} E_\beta \quad ; \quad \alpha, \beta = x, y, z \quad (12)$$

لدينا:

بناءً على ما سبق نكتب:

$$\begin{cases} v_x = \mu_{xx} E_x + \mu_{xy} E_y + \mu_{xz} E_z \\ v_y = \mu_{yx} E_x + \mu_{yy} E_y + \mu_{yz} E_z \\ v_z = \mu_{zx} E_x + \mu_{zy} E_y + \mu_{zz} E_z \end{cases} \quad (13)$$

إذا قارنا جملة المعادلات (10) مع جملة المعادلات (13) يتبين لنا:

$$\begin{cases} \mu_{xx} = \frac{-i\omega(q/m)}{\omega_c^2 - \omega^2} , \quad \mu_{xy} = \frac{\omega_c(q/m)}{\omega_c^2 - \omega^2} , \quad \mu_{xz} = 0 \\ \mu_{yx} = \frac{-\omega_c(q/m)}{\omega_c^2 - \omega^2} , \quad \mu_{yy} = \frac{-i\omega(q/m)}{\omega_c^2 - \omega^2} , \quad \mu_{yz} = 0 \\ \mu_{zx} = 0 , \quad \mu_{zy} = 0 , \quad \mu_{zz} = \frac{i(q/m)}{\omega_c^2 - \omega^2} \end{cases} \quad (14)$$

إذاً مصنوفة حركة البلازما ستكون [19]:

$$(\bar{\mu})_{\alpha\beta} \begin{bmatrix} \frac{-i\omega(q/m)}{\omega_c^2 - \omega^2} & \frac{\omega_c(q/m)}{\omega_c^2 - \omega^2} & 0 \\ \frac{-\omega_c(q/m)}{\omega_c^2 - \omega^2} & \frac{-i\omega(q/m)}{\omega_c^2 - \omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{i(q/m)}{\omega_c^2 - \omega^2} \end{bmatrix} \equiv \frac{i(q/m)}{\omega} \begin{bmatrix} -\frac{\omega^2}{\omega_c^2 - \omega^2} & \frac{-i\omega_c\omega}{\omega_c^2 - \omega^2} & 0 \\ \frac{i\omega_c\omega}{\omega_c^2 - \omega^2} & \frac{-\omega^2}{\omega_c^2 - \omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

### 2.1.1 الناقلية الكهربائية في البلازما:

تُعرّف الناقلية الكهربائية في البلازما بأنها معامل تناسب بين كثافة تيار الشحنات الكهربائية و الحقل الكهربائي [20].

$$\vec{j} \equiv \bar{\sigma} \cdot \vec{E} \quad (16)$$

الكمية  $\bar{\sigma}$  هي الناقلية الكهربائية للبلازما و هي مصفوفة ذات خصائص معينة حيث جُداؤها مع شعاع الحقل سيكون جُداء مصفوفي:

$$\alpha, \beta = x, y, z \quad : \quad \text{حيث} \quad J_\alpha \equiv \sum_\beta \sigma_{\alpha\beta} E_\beta \quad (17) \quad \text{لدينا:}$$

إذاً يمكن أن نكتب:

$$\begin{cases} J_x \equiv \sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y + \sigma_{xz} E_z \\ J_y \equiv \sigma_{yx} E_x + \sigma_{yy} E_y + \sigma_{yz} E_z \\ J_z \equiv \sigma_{zx} E_x + \sigma_{zy} E_y + \sigma_{zz} E_z \end{cases} \quad (18)$$

من ناحية أخرى لكثافة تيار الشحنات الصيغة التالية:

$$\vec{j} = \rho \vec{v} \quad (19)$$

يمكن ربط العلاقة (19) بحركية البلازما على الصورة التالية :

$$\vec{j} = nq\vec{v} \equiv nq\bar{\mu} \cdot \vec{E} = \bar{\sigma} \cdot \vec{E} \quad (20)$$

$$\bar{\sigma} = nq\bar{\mu} \quad (21) \quad \text{بالمطابقة:}$$

بتعويض (15) في العلاقة (21) نحصل على مصفوفة الناقلية الكهربائية للبلازما [20].

إذاً:

$$(\bar{\sigma})_{\alpha\beta} \equiv \frac{inq^2}{m\omega} \begin{bmatrix} -\frac{\omega^2}{\omega_c^2 - \omega^2} & \frac{-i\omega_c\omega}{\omega_c^2 - \omega^2} & 0 \\ \frac{i\omega_c\omega}{\omega_c^2 - \omega^2} & \frac{-\omega^2}{\omega_c^2 - \omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \end{bmatrix} \quad (22)$$

### 3.1 ثابت الوسط الكهربائي:

ثابت الوسط الكهربائي هو ميزة لوسط البلازما مثله مثل الناقلية و الحركية؛ و لإيجاد علاقته ننطلق من معادلات ماكسويل التي تربط بين حقول البلازما و قانون أوم كما يلي [19]:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \end{cases} \quad (23) \quad \text{لدينا:}$$

و انطلاقاً من قانون أوم:

$$\vec{j} \equiv \bar{\sigma} \cdot \vec{E} \quad (24)$$

و باعتبار الحقول دورية :

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \\ \vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \end{cases} \quad (25)$$

كما نعلم:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \text{و} \quad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (26)$$

$$\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$$

حيث:

نعوض كلا من (24) و (25) و (26) في معادلتى ماكسويل الثانية و الثالثة من العلاقة (23) فينتج:

$$i\vec{k} \times \vec{H} = \sigma \vec{E} - i\omega \epsilon_0 \vec{E} \quad (28)$$

بتعويض قيمة  $\vec{H}$  من المعادلة (28) في المعادلة (27) نحصل على العلاقة التالية:

$$i\vec{k} \times \frac{1}{\omega \mu_0} (\vec{K} \times \vec{E}) = \bar{\sigma} \cdot \vec{E} - i\epsilon_0 \omega \vec{E} \quad (29)$$

المعادلة الأخيرة تعين الحقل الكهربائي، و بفرض أن:  $\vec{E}$  عرضي، فإن العلاقة (29) ستأخذ الصيغة التالية:

$$\left\{ \frac{c^2 K^2}{\omega^2} \bar{I} - \left( \bar{I} - \frac{\bar{\sigma}}{i\epsilon_0 \omega} \right) \right\} \cdot \begin{Bmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{Bmatrix} = 0 \quad (30)$$

حيث:  $\bar{I}$  يرمز لمصفوفة الوحدة

$$(\bar{I})_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (31)$$

العلاقة (16) تحقق الحقلين:  $\vec{E}$ ،  $\vec{H}$ ، و مادام الحقلان غير معدومين فإن معاملهما هو المعدوم. فحتى يكون للحقلين وجود ينبغي أن تتحقق العلاقة التالية:

$$\frac{c^2 K^2}{\omega^2} \bar{I} = \left( \bar{I} - \frac{\bar{\sigma}}{i\epsilon_0 \omega} \right) \quad (32)$$

بالتعريف الكمية:  $\frac{c^2 K^2}{\omega^2} \bar{I}$  تمثل ثابت الوسط الكهربائي للبلازما و نرمز له برمز  $\mathcal{E}$  و هو عبارة عن موتر.

$$\bar{\mathcal{E}} \equiv \frac{c^2 K^2}{\omega^2} \bar{I} = \bar{I} - \frac{\bar{\sigma}}{i\epsilon_0 \omega} \quad (33)$$

واضح أن العلاقة (33) تربط بين الناقلية و ثابت الوسط الكهربائي، كما لدينا علاقات تربط بين ثابت الوسط الكهربائي و قرينة الوسط (شفافية الوسط حسب ابن الهيثم) و سرعتي الطور و الضوء و العدد الموجي و توتر الحقل كما يلي:

$$v = \frac{\omega}{K} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} = \frac{c}{n} \quad (34)$$

حيث أن ثابت الوسط الكهربائي الظاهر في العلاقة (33) هو ثابت الوسط الكهربائي النسبي ( $\mathcal{E} = \epsilon/\epsilon_0$ ).  
نعوض عن مصفوفة الناقلية الكهربائية بقيمتها في العلاقة (23) فنحصل على مصفوفة ثابت الوسط الكهربائي.



$$(\bar{\epsilon})_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - \frac{1}{i\epsilon_0\omega} (\bar{\sigma})_{\alpha\beta} \quad (35)$$

أخيراً نَحصل على موتر الوسط الكهربائي النهائية [20] :

$$(\bar{\epsilon})_{\alpha\beta} \equiv \begin{pmatrix} 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2} & \frac{i\omega_c\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2} & 0 \\ \frac{-i\omega_c\omega_p^2}{\omega(\omega_c^2 - \omega^2)} & 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \end{pmatrix} \quad (36)$$

حيث:  $\omega_p^2 = \frac{nq^2}{m_e\epsilon_0}$  . يسمى  $\omega_p$  تواتر البلازما.

و هكذا تمكنا من تعريف الحركة و الناقلية الكهربائيتين و ثابت الوسط الكهربائي للبلازما. لقد بدت هذه المقادير على شكل موترات تتعلق بتواتر الحقول  $\omega$  و التواتر الدوار  $\omega_c = (qB/m)$  (تواتر حركة الشحنات حول الحقول المغناطيسية) و تواتر البلازما  $\omega_p = \sqrt{(nq^2/m_e\epsilon_0)}$  و هي اهتزازات لشحنات البلازما.

2. الناقلية الكهربائية لبلازما في مجالات كهربائية و مغناطيسية ثابتة ومتعامدان فيما بينهما :

الناقلية الكهربائية في وجود حقل كهربائي و مغناطيسي تصبح عبارة على موتر  $\sigma_{ij}$  :

$$j_{ij} = \sigma_{ij} E_{ij} \quad (37) \quad \text{لدينا:}$$

لننظر أولاً في حركة جسيمات مشحونة مع شحنة كهربائية ساكنة  $q$  و ذلك في وجود حقل كهربائي  $E$  و مغناطيسي  $B$  عمودين حيث يكون  $(E \ll cB)$  ،  $c$  هي سرعة الضوء، في حالة عدم وجود تصادم بين الجسيمات المشحونة يمكن أن نكتب معادلة حركة الشحنة في الحقلين هي [21].

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (38)$$

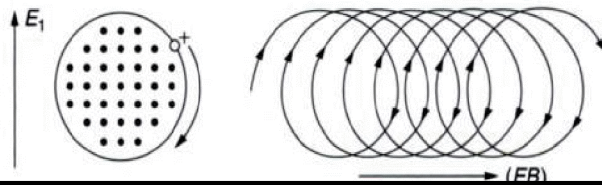
لا يوجد حل عام للعلاقة (38). لذلك نفرض حل عندما يكون الحقلان متعامدين من الشكل

$$\vec{v}(t) = \vec{\mu}(t) + \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \quad (39)$$

حيث السرعة  $\vec{\mu}$  تحقق العلاقة

$$m \frac{d\vec{\mu}}{dt} = q(\vec{\mu} \times \vec{B}) \quad (40)$$

العلاقة (40) تصف حركة الشحنة  $q$  في حقل مغناطيسي  $\vec{B}$ ، ولا وجود للحقل الكهربائي فيها. الجدير بالملاحظة هو أن الكمية  $\vec{v}_{EB} = (\vec{E} \times \vec{B})/B^2$  هي سرعة انسحاب ثابتة للشحنة  $q$  في الحقلين الثابتين المتعامدين. أما السرعة  $\vec{\mu}$  فهي سرعة دوران للشحنة  $q$  حول الحقل المغناطيسي.



$$\omega_B = \frac{eB}{m} \quad \text{: يُعطى تردد الحركة } \omega_B \text{ —}$$

أ. ينسحب مركز دوراتها خلال الحقلين بسرعة ثابتة قدرها  $\vec{v}_{EB} = (\vec{E} \times \vec{B})/B^2$ ، لا تتعلق بالشحنة ولا بالكتلة، مما يعني أن الحقل الكهربائي يجرف الشحنات السالبة والموجبة والخفيفة والثقيلة في اتجاه واحد، كما في الشكل (1.3) [21].

ب. وفي الوقت نفسه، تدور الشحنة على الحقل الكهربائي بالسرعة  $\vec{\mu}$  على دائرة نصف قطرها ثابت

$$R = \frac{m\mu}{|q|B} \quad (41)$$

وكأنه لا وجود لحقل الكهربائي. ولما كان الحقلان متعامدان فان العلاقة التالية محققة

$$|\vec{v}_{EB}| = \frac{|\vec{E} \times \vec{B}|}{B^2} = \frac{EB}{B^2} = \frac{E}{B} \quad (42)$$

إن جرف الشحنات في الحقلين الكهربائي والمغناطيسي يعود للحقل الكهربائي. فالشحنة خلال دوراتها حول الحقل المغناطيسي تتحرك مرة في اتجاه الحقل الكهربائي ومرة عكسه. عندما تكون في جهة اتجاه الحقل الكهربائي، يزيد من طاقتها وبالتالي من سرعتها، وعندما تكون في جهة تتحرك عكسه فينقص من طاقتها وبالتالي من سرعتها، وبما أن نصف قطر الدوران يتناسب مع سرعة الدوران، فان نصف قطر الدوران جهة الحركة في اتجاه الحقل أكبر من نصف القطر جهة الحركة عكس الحقل.

فالشحنة عندما تتحرك في اتجاه الحقل الكهربائي وبالتالي تتسارع، فتكسب منه طاقة وتزيد من سرعتها، ومن ثم يزيد نصف قطر دوراتها حول الحقل المغناطيسي. وعندما تتحرك عكس الحقل الكهربائي وبالتالي يكبحها، فتفقد من طاقتها وبالتالي تنقص سرعتها، من ثم ينقص نصف قطر دوراتها حول الحقل المغناطيسي. وعليه لا تعود الشحنة إلى موضعها الأصلي. فنقال عندئذ قد جرفها الحقل الكهربائي.

ويمكننا كتابة علاقة كثافة التيار البلازما على الشكل التالي

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \rho^i(\vec{r})\vec{v}^i(t) + \rho^e(\vec{r})\vec{v}^e(t) \quad (43)$$

حيث:  $\rho$  كثافة الشحنات،  $\rho = nq$  حيث  $n$  كثافة العددية (عدد الأجسام في وحدة الحجم) و  $q$  الشحنة الأساسية. أما  $i$  و  $e$ . في موترة الناقلية الكهربائية عنصرين مهمين؛ الأول يمثل الناقلية الطولية على الحقل الكهربائي  $\sigma_{\parallel}$ ، أما الناقلية الثانية عمودية على الحقول الكهربائية و المغناطيسية  $\sigma_{\perp}$ .

$$\sigma_{\perp} = \sigma_0 \frac{\left(\frac{\omega_B}{ven}\right)}{1 + \left(\frac{\omega_B}{ven}\right)^2}, \quad \sigma_{\parallel} = \frac{\sigma_0}{1 + \left(\frac{\omega_B}{ven}\right)^2} \quad (44)$$

$$\sigma_0 = \frac{n_e e^2}{m v_{en}} \quad \text{المعادلة (44) موضحة في المعادلة:}$$

مع غياب الحقل المغناطيسي، أو عندما يكون الحقل المغناطيسي ضعيفا و الضغط مرتفع أي:  $\omega_B \ll v_{en}$  يمكن إهمال الناقلية الكهربائية العرضية  $\sigma_{\perp}$ ، أما الناقلية الكهربائية الطولية  $\sigma_{\parallel}$  فتتناسب طرذاً مع  $\sigma_0$ .  
أما في وجود حقل مغناطيسي قوي و ضغط منخفض:  $\omega_B \gg v_{en}$ ، تصبح الإلكترونات محاصرة من المجال المغناطيسي و تبدأ بالانحراف عبر المجالات الكهربائية و المغناطيسية، عندئذٍ تُحمل الناقلية الكهربائية الطولية أما الناقلية الكهربائية العرضية فستصبح مستقلة عن الضغط و كتلة الجسيمات المشحونة [21].

$$\sigma_{\perp} \approx \frac{n_e e^2}{m \omega_B} = \frac{n_e e}{B} \quad (45)$$

### 3. الناقلية الكهربائية لبلازما ضعيفة التأين:

عندما تكون البلازما ذات تأين ضعيف يمكن تجاهل تفاعل الإلكترونات فيما بينها و تفاعل الإلكترونات مع الأيونات و الأخذ بعين الاعتبار فقط تصادمات الإلكترونات مع الذرات حيث درجات الحرارة منخفضة و درجة التأين منخفضة أيضاً يمكن اعتبار:

$$n_e = n_i$$

يُوصف هذا النظام بشكل جيد نموذج الغاز لورنتز و منه الناقلية الكهربائية تأخذ الصيغة التالية [22]:

$$\sigma = 2.82 \times 10^{-4} \frac{n_e (cm^{-3})}{v_{en} (sec^{-1})} \quad Ohm^{-1} cm^{-1} \quad (46)$$

$n_e$ : تركيز الإلكترونات،  $v_{en}$ : تردد تصادم الإلكترونات مع الذرات .

من العلاقة (46) نجد أن إلكترونات البلازما تساهم في الناقلية الكهربائية و هذا صحيح، عندما يكون تركيز الأيونات يتجاوز بكثير تركيز الإلكترونات ففي هذه الحالة تصبح مساهمة الأيونات مهمة في حساب الناقلية الكهربائية للبلازما.

### 4. الناقلية الكهربائية لبلازما شديدة التأين:

للتعبير عن الناقلية الكهربائية للبلازما المتأينة بقوة نفرض أن الأيونات قادرة على الحركة و أن الإلكترونات لا

تتفاعل مع بعضها البعض. مثل هذا النموذج يتوافق مع نموذج الغاز للورنتز المستخدم أعلاه لوصف موصلية البلازما

ضعيفة التأين، في هذه الحالة يؤخذ بعين الاعتبار تردد تصادم الإلكترون - محايد، و الإلكترون - أيون [22].

إذاً:

$$v_{\Sigma} = v_{en} + n_e \langle v \rangle \sigma_{coul} \quad (47)$$

في هذه العلاقة يفترض أن تركيز الأيونات يساوي تركيز الإلكترونات،  $\langle v \rangle$  هو متوسط سرعة الإلكترون و

$\sigma_{coul}$  هو متوسط المقطع العرضي للتصادم.

$$\sigma_{coul} = \frac{4\pi}{9} \frac{e^4 \ln \Lambda}{(4\pi\epsilon_0 T_e)^2} = \frac{2.78 \cdot 10^{-14} \ln \Lambda}{(T_e, eV)} \text{ cm}^2 \quad (48)$$

بسبب المدى الطويل لتأثير قوة كولوم فإن التصادمات بين الإلكترونات و الأيونات تؤخذ بعين الاعتبار في

العلاقة (48)، يتم ذلك بضرب المقطع العرضي لتفاعل الجسيمات المشحونة بالحد:  $e^2 / (4\pi\epsilon_0 T_e)^2$  و

الذي يُسمى بلوغاريتم و عليه فالعلاقة (47) تأخذ الشكل التالي:

$$\ln \Lambda = \ln \left[ \frac{3}{2\sqrt{\pi}} \frac{(4\pi\epsilon_0 T_e)^{3/2}}{e^3 n_e^{1/3}} \right] = 13.57 + 1.5 \log(T_e, eV) - 0.5 \log n_e \quad (49)$$

اعتماداً على العلاقتين (48) و (49) يمكن حساب تردد إجمالي لتصادم الإلكترون - أيون و من خلال العلاقة (47)

يمكن حساب الناقلية الكهربائية عندما تتجاوز درجة التأين القيمة الحرجة في حوالي  $n_e/n_0 \geq 10^{-3}$ .

عندئذٍ تصبح الناقلية الكهربائية مستقلة تقريباً عن تركيز الإلكترونات  $n_e$ ، إلا من خلال لوغاريتم كولوم  $\ln \Lambda$  و

تصل قيمته القصوى [22].

$$\sigma = \frac{9\epsilon_0 T_e^2}{m \langle v \rangle e^2 \ln \Lambda} = 1.9 \times 10^2 \frac{(T_e, eV)^{3/2}}{\ln \Lambda} \text{ Ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1} \quad (50)$$

خاتمة عامة

## الخلاصة العامة

تعتبر الناقلية الكهربائية أحد أهم مقادير و خصائص الوسط البلازمي من خلالها يمكن التعرف على مميزات

هذا الوسط.

لقد سعى الباحثون في دراستها و حسابها بطرق و نماذج مختلفة تتفق أغلبها في كونها ذات نتائج مقارنة تستند

إما على الحسابات النظرية أو المعالجات التجريبية أو الحسابات العددية.

تُحسب الناقلية الكهربائية لوسط البلازما تبعاً لنوع البلازما المدروسة؛ فتُعامل البلازما خفيفة الكثافة كغاز مثالي

أين تكون التصادمات بين جسيماتها مهملة، و انطلاقاً من معادلة حركة الشحنة في حقلين؛ كهربائي و مغناطيسي و

بعض المعالجات الرياضية يمكن الحصول على صيغة الناقلية الكهربائية و هي مصفوفة ذات خصائص معينة. في هذه

المذكورة عرّجنا أيضاً على ثابت الوسط الكهربائي الذي يعتبر ميزة لوسط البلازما و لإيجاد علاقته ننتقل من معادلات

ماكسويل التي تربط بين حقول البلازما و قانون أوم، أما إذا خضعت البلازما لمجالات كهربائية و مغناطيسية ثابتة و

عمودية سيكون حساب الناقلية أكثر تعقيداً و فيه الكثير من التقريبات...

حاولنا في هذه المذكرة تقديم نماذج لحساب الناقلية الكهربائية لبلازما متأينة جزئياً في أبسط الحالات، تطرقنا أيضاً

لحساب الناقلية الكهربائية لبلازما شديدة التأين....

لجميع الحالات المدروسة تبين لنا أن الناقلية الكهربائية في البلازما تتعلق بدرجة الحرارة و تركيز الإلكترونات و

الأيونات و وسيط الترابط ...

هذا العمل يشجعنا و يفتح الباب واسعاً لمواصلة البحث في هذا المجال قصد رصد أدق للناقلية لحالات أخرى

أكثر تعقيداً لوسط البلازما و من ثم استخدامها في حساب بعض المقادير الكهربائية الأخرى.

## المراجع

- [1] إبراهيم محمد علي الجوادي علا الدين عبد الله النعيمي و قاسم محمود علي ، الفيزياء التطبيقية الحديثة ، دار الجليل للنشر و الطباعة و التوزيع، بيروت، الطبعة الثانية 2005 .
- [2] وليد مصطفى صهيوني ، مقدمة في فيزياء البلازما ، سلطنة عمان، يونيو 2006.
- [3] اسماعيل شيحي ، حساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي ومشتقاتها داخلا لبلازما باستخدام المحاكاة العددية مونتي كارلو تطبيق على طيف الهليوم ، رسالة دكتوراه دولة ، جامعة منتوري ، 2005 قسنطينة
- [4] قريشة سليمة ، مساهمة في دراسة توزيعات المشتقات الفضائية للحقول الكهربائية الموضعية في البلازما ، رسالة ماجستير ، جامعة قاصدي مرباح ، 2008، ورقة
- [5] سهيلة عسكري ، حساب دوال توزيع مشتقات الحقول الموضعية وتطبيق على طيف الهليوم ، رسالة ماجستير ، المركز الجامعي بالوادي ، 2011.
- [6] عبید سعيدة ، دراسة في ثلاثة ابعاد للمقادير الكهربائية في جهاز الرش المهبطي المغنطوني باستعمال طريقة الحجوم المنتهية ، رسالة ماجستير ، جامعة قاصدي مرباح ، 2012، ورقة .
- [7] قريشة سليمة ، استخدام نموذج الجسيمات المستقلة لحساب دوال توزيع المشتقات الفضائية للحقل الكهربائي الايوني الموضعي في البلازما ، اطروحة دكتوراه ، جامعة قاصدي مرباح ، 2013، ورقة.
- [8] محاضرات الدكتور ابراهيم سعد الله في فيزياء البلازما السنة الاولى ماستر 2012 ، جامعة الوادي.
- [9] الفيزياء التخصصية (نظري) الكهرباء 117 فيزياء ، طبعة 1429 هـ
- [10] د.محمد قيصرين ميرزا ، المفاهيم الاساس في الفيزياء العامة ، قسم الفيزياء -جامعة البحرين
- [11] ريتز- ميلفورد، ترجمة يحيى عبد الحميد الحاج علي الدكتور رحمان رستم عبد الله ، أساسيات النظرية الكهرومغناطيسية ، دار الكتب للطباعة و النشر -الموصل الجمهورية العراقية 1988 .
- [12] د.محمد بن علي أحمد آل عيسى ، الكهربية و المغناطيسية ، النشر والمطابع -جامعة الملك سعود ، المملكة العربية السعودية

[13] د.بيروك بوبكر، مدخل الى التيار الكهربائي و الكهرومغناطيسية ، ديوان المطبوعات الجامعية 2003.

[14] د . مناف عبد حسن ، النظرية الكهرومغناطيسية ، دار صفاء للنشر والتوزيع 2005.

[15] د . توفيق قسام ، الكهرومغناطيسية نظرية الحقل ، ديوان المطبوعات الجامعية 1987

[16] محمد كامل عبد العزيز و مجيد عبد الرحمن الكنهل ، الكهرومغناطيسية الهندسية ، 2005

[17] T.J.M. BOYD, J.J. SANDERSON, The Physics of Plasmas, Cambridge University Press, 2003, New York

[18] I.H.HUTCHINSON , Principles of Plasma Diagnostics,no2,Cambridge University Press ,New York,2002.

[19] B .Goldston ,A .Rutherford, INTRODUCTION TO PLASMA OF PHYSICS, Bristol and Philadelphia,1995.

[20] A. Fridman , Lawrence A. Kennedy,plasma Physics and Engineering

[21] V.E. FORTOV, I.T. IAKUBOV, A.G. KHRAPAK, Physics of Strongly Coupled Plasma, CLARENDON PRESS · OXFORD,2006



## ملخص :

تعتبر الناقلية الكهربائية أحد أهم مقادير و خصائص وسط البلازما، لقد تمكنا من حساب الناقلية الكهربائية لأوساط مختلفة من البلازما؛ حيث قمنا بدراسة البلازما خفيفة الكثافة و بلازما في وجود حقل كهرومغناطيسي و بلازما مثالية متأينة جزئياً، لقد تبين لنا أن ناقلية البلازما خفيفة الكثافة تأخذ شكل مصفوفة أما ناقلية البلازما في وجود حقل كهرومغناطيسي فتنقسم إلى نوعين ناقلية طولية  $\sigma_{\parallel}$  و ناقلية عرضية  $\sigma_{\perp}$ . لقد أظهرت الحسابات أن ناقلية البلازما لجميع الحالات المدروسة تتعلق بدرجة حرارة البلازما و تركيز الإلكترونات و الأيونات و وسيط الترابط.

كلمات مفتاحية: بلازما، ناقلية كهربائية، ثابت الوسط الكهربائي، حركية البلازما، كثافة التيار، تأين.

## Abstract

The electrical conductivity is one of the most important characteristics of a plasma medium. We were able to calculate the electrical conductivity of different plasma media, where we studied a light density plasma, a plasma in the presence of an electromagnetic field and a partially ionized ideal plasma. We have found that the conductivity of the light-density plasma takes the form of a matrix whereas the conductivity of a plasma in the presence of an electromagnetic field is divided into a longitudinal conductivity  $\sigma_{\parallel}$  and a transversal conductivity  $\sigma_{\perp}$ . Calculations have shown that the plasma conductivity for all studied cases is related to the plasma temperature, the concentration of plasma electrons and ions and the correlation factor.

**Keywords:** plasma, electrical conductivity, dielectric constant, plasma kinetics, current density, ionization.