

# Commande Prédicative Non Linéaire à un pas de la Machine Asynchrone

Khansa Bdirina<sup>(1)</sup>, Hilal Naimi<sup>(1)</sup>, et Ramdhan Hajer<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> Université de Djelfa

<sup>(2)</sup> King Saoud university, Arabia Saudi  
khansabdirina@yahoo.fr

**Résumé**— Cet article avait pour but de présenter l'apport et les éléments constitutifs fondamentaux d'un outil de commande prédictive des systèmes non linéaires. En effet l'étude a été consacrée à la loi de commande prédictive à un pas. L'importance de ce type de commande réside de son effet anticipatif par exploitation de la trajectoire à suivre dans le futur, d'autre part, il est possible d'exploiter pleinement les informations de trajectoires prédéfinies, dont le but de cette stratégie est de faire coïncider la sortie du processus avec une consigne dans le futur. Par contre la plupart des lois de contrôle classiques, ne mettent pas en considération, le comportement futur de la commande à l'instant présent. Dans ce travail la commande prédictive a été appliquée à la structure cascade afin de contrôler la vitesse, flux rotorique et le couple de la machine asynchrone triphasée qui présente aujourd'hui le servomoteur de choix pour les applications industrielles.

*Mots clés*— Commande prédictive à un pas, structure cascade, fonction de cout, flux rotorique

## I. INTRODUCTION

Le concept de la commande prédictive réside dans la création d'un effet anticipatif, cette structure de commande, développée pour les systèmes linéaires, n'a connu un réel essor en tant que technique de commande avancée que depuis les années 80 [1]. Cet essor est dû à sa robustesse vis-à-vis des incertitudes structurées ou non structurées. En général le modèle dynamique des processus physiques est non linéaire et l'établissement des lois de commande prédictive pour ces processus nécessite la minimisation de la fonction de cout en ligne, opération qui est très complexe [2].

Afin d'éviter ce problème d'optimisation en ligne, plusieurs commandes prédictives non linéaires hors ligne ont été proposées [3], [4], [5]. La prédiction de l'écart de

poursuite à un pas est obtenus en utilisant le développement de Taylor d'ordre  $r_i$  du signal de sortie et de référence, où  $r_i$  est le degré relatif de la  $i^{\text{ème}}$  sortie du système, la solution de la minimisation du critère quadratique à un pas établit la loi de commande.

Dans ce travail la commande prédictive à un pas a été appliquée à la machine asynchrone au structure cascade pour poursuivre la vitesse, le flux rotorique et le couple de référence. Le choix de la machine asynchrone réside dans sa fiabilité, robustesse, faible cout et facilité à entretenir ainsi que son domaine d'application très vaste : pompage, ventilation, machines à outils, tractions ferroviaires,....ect

## II. MODELE MATHÉMATIQUE DE LA MACHINE ASYNCHRONE

Nous nous plaçons dans le cas d'une machine asynchrone triphasée et symétrique alimentée en tension dont le rotor est à cage. Les hypothèses permettant de mettre en place le modèle de Park sont : le circuit magnétique est non saturé, l'entrefer est parfaitement lisse, la densité de courant est uniforme dans les conducteurs élémentaires et les pertes dans le fer est négligeables. Le système d'équation de la machine asynchrone dont le référentiel est lié au stator, s'explique sous forme [7], [8]

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i(t) \\ y_i(t) = h_i(x) \end{cases} \quad (1)$$

Supposons que le vecteur d'état  $x=(x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)$  est choisi comme suit

$$x = (i_{ds} \ i_{qs} \ \varphi_{dr} \ \varphi_{qr} \ \Omega)^T$$

$$u = [v_{ds} \ v_{qs}]^T$$

$i_{ds}, i_{qs}$ : courants statoriques dans le repère (d,q),

$\varphi_{dr}, \varphi_{qr}$  : flux rotoriques dans le repère (d,q),  
 $\Omega$  : vitesse de moteur,  
 $v_{ds}, v_{qs}$  : tensions d'alimentation dans le repère (d,q)  
 Les matrices de représentation sont données par :

$$f(x) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\omega L_s} (R_s + \frac{M}{L_r T_r}) x_1 + \omega_s x_2 + \frac{M}{\sigma L_s L_r T_r} x_3 + \frac{pM}{\sigma L_s L_r} x_5 x_4 \\ -\omega_s x_1 - \frac{1}{\omega L_s} (R_s + \frac{M}{L_r T_r}) x_2 - \frac{pM}{\sigma L_s L_r} x_5 x_3 + \frac{M}{\sigma L_s L_r T_r} x_4 \\ \frac{M}{T_r} x_1 - \frac{1}{T_r} x_3 + (\omega_s - p x_5) x_4 \\ \frac{M}{T_r} x_2 - (\omega_s - p x_5) x_3 - \frac{1}{T_r} x_4 \\ -p \frac{M}{j L_r} x_4 x_1 + p \frac{M}{j L_r} x_3 x_2 - \frac{f}{j} x_5 - \frac{1}{j} C_r \end{pmatrix}$$

$$g(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} h_1 = p \frac{M}{L_r} (x_2 x_3 - x_1 x_4) \\ h_2 = (x_3^2 + x_4^2) \end{cases}$$

Avec

$L_s, L_r$  sont les inductances statorique et rotorique,  
 $L_m$  est l'inductance mutuelle,  
 $R_s, R_r$  sont les résistances statoriques et rotoriques  
 $T_r = L_r/R_r$  est le coefficient de temps rotorique,  
 $p$  est le nombre de paires de poles,  
 $J$  est le moment d'inertie,  
 $f$  est le coefficient de frottement,

### III. COMMANDE PRÉDICTIVE NON LINÉAIRE

Soit le système non linéaire

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i(t) \\ y(t) = h(x) \end{cases} \quad (2)$$

Où  $x(t)$  est le vecteur des variables d'état,  $u(t)$  est le vecteur de commande et  $y(t)$  est le vecteur de sortie, les fonctions  $f, g, h$  sont supposées être réelles et possèdent des dérivées partielles continues

L'objectif classique en commande est d'exiger de la sortie du système commandé d'atteindre une consigne le plus rapidement possible. Dans le contexte prédictif, l'erreur de poursuite prédite est minimisée sur un horizon fini. Le modèle de prédiction d'un système non linéaire est une

fonction continue qui nous permet de calculer la sortie du système à l'instant futur  $(t+h)$ , où  $h>0$  est l'horizon de prédiction

Le modèle prédictive de sortie basé sur le développement en série de Taylor est donné par

$$y(t+h) = y(t) + V_y(x, h) + \Lambda(h)W(x)u \quad (3)$$

Où

$$V_y(x, h) = (v_1(x, h) \quad v_2(x, h) \quad \dots \quad v_m(x, h))^T$$

Avec

$$v_i(x, h) = h L_f h_i(x) + \frac{h^2}{2!} L_f^2 h_i(x) + \dots + \frac{h^{r_i}}{r_i!} L_f^{r_i} h_i(x)$$

$$\Lambda(h) = \text{diag} \left( \frac{h^{r_1}}{r_1!}, \frac{h^{r_2}}{r_2!}, \dots, \frac{h^{r_m}}{r_m!} \right)$$

$$W(x) = (w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_m)^T$$

Avec

$$w_i(x) = (L_{g1} L_f^{r_i-1} h_i(x) \quad \dots \quad L_{gm} L_f^{r_i-1} h_i(x))$$

#### A. Trajectoire de référence

Pour que la sortie  $y(t)$  du système non linéaire(2) puisse suivre la trajectoire de référence  $y_{ref}(t)$ , il faut qu'elle soit  $r$  dérivable,  $r$  est le degré relatif de la sortie  $y(t)$ . Cette condition garantit la contrôlabilité de la sortie tout le long de la trajectoire  $y_{ref}(t)$  [6].

Par conséquent on peut appliquer le développement de Taylor à l'ordre  $r$  au signal de référence :

$$y_{ref}(t+h) = y_{ref}(t) + d(t, h) \quad (4)$$

Où

$$d(t, h) = (d_1(t, h) \quad d_2(t, h) \quad \dots \quad d_m(t, h))^T$$

Avec

$$d_i(t, h) = h \dot{y}_{refi} + \frac{h^2}{2!} \ddot{y}_{refi} + \dots + \frac{h^{r_i}}{r_i!} y_{refi}^{(r_i)}$$

Dans le cas où cette condition n'est pas vérifiée, un modèle de trajectoire de type exponentiel est utilisé pour générer la trajectoire de référence  $y_{ref}(t)$  à partir de la consigne  $y_d(t)$  [5]. La trajectoire de référence  $y_{ref}(t)$  est dans ce cas la solution de l'équation différentielle suivante :

$$y_{ref}(t) + \gamma_1 \frac{dy_{ref}}{dt} + \gamma_2 \frac{d^2y_{ref}}{dt^2} \dots + \gamma_r \frac{d^r y_{ref}}{dt^r} = y_d \quad (5)$$

### B. Commande prédictive à un pas

L'objectif de la commande prédictive non linéaire à un pas est de trouver une loi de commande  $u(t)$  qui fait coïncider la sortie  $y(t)$  avec le vecteur de référence  $y_{ref}(t)$  à l'instant  $(t+h)$  [3]. Ainsi donc le critère à minimiser est la fonctionnelle suivante :

$$J_1(y, y_{ref}, R, Q, u) = \frac{1}{2} \|y(t+h) - y_{ref}(t+T)\|_Q^2 + \frac{1}{2} \|u(t)\|_R^2 \quad (6)$$

Où  $Q \in \mathbf{R}^{m \times m}$  est une matrice définie positive et  $R \in \mathbf{R}^{m \times m}$  est une matrice semi-définie positive.

La solution optimale est ensuite obtenue par la minimisation du critère (6) pour le système non linéaire (2) par rapport au vecteur de commande  $u(t)$ ,

$$u(t) = [(\Lambda W)^T Q \Lambda W + R]^{-1} (\Lambda W)^T Q [e(t) + V_y(x, h) - d(t, x)] \quad (7)$$

Où  $e(t)$  est l'erreur de poursuite

$$e(t+h) = y(t+h) - y_{ref}(t+h)$$

## IV. COMMANDE PREDICTIVE CASCADE

La commande prédictive non linéaire cascade à pour but d'obtenir une structure cascade permettant le contrôle de deux variables (couple et vitesse) simultanément ainsi que le flux rotorique. La structure cascade est constituée de deux boucle Fig. 1, dont la dynamique de la boucle interne (couple) est plus rapide que la boucle externe (vitesse)

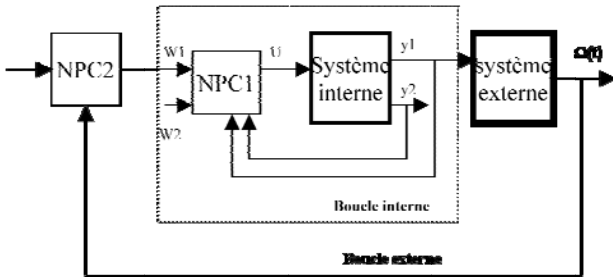


Fig. 1 : commande prédictive non linéaire cascade

Ainsi pour commander **la vitesse**  $\Omega(t)$  de la machine, nous allons utiliser l'équation mécanique

$$\dot{\Omega} = \frac{1}{J} y_1 - \frac{f}{J} \Omega \quad (8)$$

Il est nécessaire de définir les modèles de références correspondant au système

$$\text{- Pour le couple } y_1(t) : y_{ref1}(s) = \frac{w_0}{s + w_0} W1(s)$$

$$\text{Pour le flux } y_2(t) : y_{ref2}(s) = \frac{w_v^2}{s^2 + 2\xi_f w_f s + w_f^2} W2(s)$$

$$\text{- Pour la vitesse } \Omega(t) : \Omega_{ref}(s) = \frac{w_v^2}{s^2 + 2\xi_v w_v s + w_v^2} W3(s)$$

### A. Commande prédictive cascade à pas

Dans ce cas la fonction cout à minimiser pour la boucle interne est définie comme suit

$$J_1(y, y_{ref}, R1, Q1, u) = \frac{1}{2} \|y(t+h) - y_{ref}(t+T)\|_{Q1}^2 + \frac{1}{2} \|u(t)\|_{R1}^2 \quad (9)$$

Et la fonction de cout à minimiser pour la boucle externe est

$$J_1(y, y_{ref}, r1, q1, W1) = \frac{1}{2} \|\Omega(t+hv) - \Omega_{ref}(t+T)\|_{q1}^2 + \frac{1}{2} \|W1(t)\|_{r1}^2 \quad (10)$$

$q1$  est un scalaire positif non nul,  $r1$  est un scalaire positif  $h_v$  est l'horizon de prédiction de la vitesse mécanique

A partir de la minimisation des fonctions de cout  $J1$  et  $J2$ , on obtient :

Pour la boucle externe, les commandes résultantes :

$$W_1 = -q_1 \alpha(h_v) \frac{e_v(t) + Z_v(h_v) - d_v(t, h_v)}{q_1 \alpha^2(h_v) + r_1} \quad (11)$$

Pour la boucle interne:

$$u(t) = -[(\Lambda(h)W(x)^T Q \Lambda(h)W(x) + R)]^{-1} (\Lambda(h)W(x))^T [e(t) + V_y(x, h) - d(t, h)] \quad (12)$$

V. RESULTATS DE SIMULATION ET INTERPRETATION

Les performances du régulateur prédictif non linéaire cascade sont évoluées en simulation. Le processus à contrôler est une machine à induction de 1.5KW utilisé par [8] dont les paramètres sont :

$$R_r = 2.61 \Omega, R_s = 4.287 \Omega, L_r = 0.368 H, \\ L_s = 0.404 H, L_m = 0.368 H, J = 0.0256 \text{ kgm}^2, \\ p=2 \text{ and } f= 0.0029 \text{ kg m}^2\text{s}^{-1}.$$

Les valeurs numériques des paramètres des modèles de références sont choisies comme suit :  $\zeta_v = 1, w_v = 10 \text{ rad/s}$  pour la trajectoire de vitesse,  $w_0 = 20 \text{ rad/s}$  pour la trajectoire de couple et  $\zeta_f = 1, w_f = 10 \text{ rad/s}$  pour la trajectoire du flux.

Pour évaluer la dynamique de poursuite de la vitesse, il a été considéré que la vitesse mécanique doit atteindre le palier de 100 rad/s avant l’instant  $t=2s$ , le palier -100 rad/s durant l’intervalle [2s-4s] et revenir à la vitesse 100 rad/s à partir de  $t=4s$ . Pour chaque structure de commande des simulations ont été effectuées afin d’obtenir les valeurs optimales des paramètres de réglages, pour la commande prédictive à un pas Fig. 2, les paramètres de réglage obtenus sont :

$$h=0.0004; R1=0.001*I2; Q1=1000*I2 ; \\ hc=h; q1=100000; r1=0.1; r1=0.007; \\ hv=0.9*0.0002;$$

La figure Fig. 2, illustre les performances de poursuite obtenues par la commande prédictive à un pas et . Ces résultats montrent une bonne dynamique de poursuite des variables contrôlées (couple, flux et vitesse)

La figure Fig. 3 montre les tensions de commande (Uds, Uqs) ainsi que le courant Ia statorique dont la norme est à l’intérieur des limites de saturation [8].

A noter que la commande prédictive à horizon fini donne des meilleurs performances par rapport à celle à un pas en terme de poursuite de trajectoire de référence, dont il est bien clair d’après les figures Fig. 2a) et Fig. 3a) que l’erreur de poursuite est moins important dans le cas de la commande prédictive à horizon fini. De plus on constate des faibles ondulations de couples dans le cas commande prédictive à pas

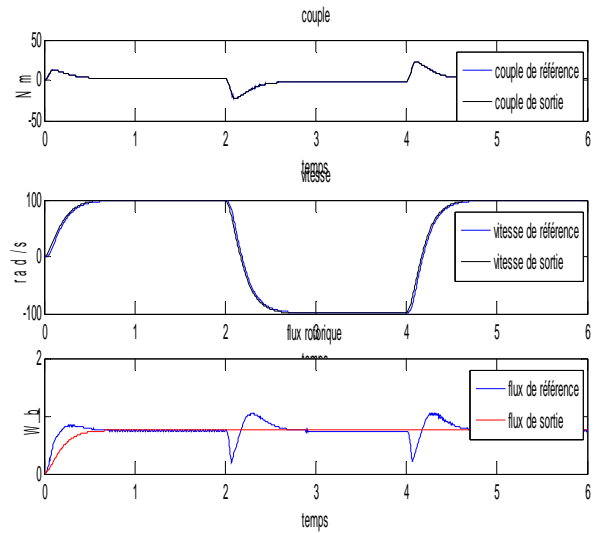


Fig. 2 commande prédictive non linéaire à pas d’une MAS dynamique de poursuite de couple vitesse et flux rotorique

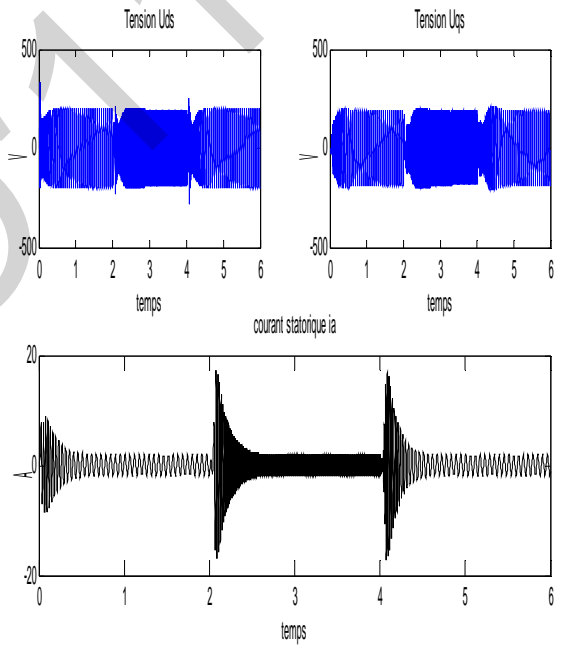


Fig.3

Fig. 3 commande prédictive non linéaire à pas d’une MAS Tensions statoriques Uds, Uqs courant statorique ia

## VI. CONCLUSION

Ce travail a porté sur la contribution au développement de structures de commande originales, basées sur une stratégie prédictive non linéaire où le mécanisme d'optimisation en ligne du critère quadratique

Une approche a été traitée : la commande prédictive à pas, dont le principe est basé sur le développement en série de Taylor de la sortie prédite et la référence, afin d'extraire la loi de commande optimisant l'erreur quadratique entre ces derniers. Cette approche a été appliquée sur un système non linéaire, celui de la MAS pour contrôler la vitesse de rotation, le flux rotorique et le couple à partir de la structure cascade.

Les résultats de simulations montrent clairement l'efficacité de cette approche en termes de poursuite de trajectoire de référence (vitesse, flux et couple). L'objectif de commande est atteint avec une bonne précision. Enfin l'inconvénient majeur de la commande prédictive à un pas est la nécessité d'effectuer plusieurs simulations pour obtenir les valeurs numériques optimales de paramètres de réglages.

## REFERENCES

- [1] [D.W., C. Mohtadi, "Generalized predictive control, Part1" The basic algorithm," Part II "Extension and interpretation", Automatica, Vol.32,n°2,1987,pp.137-160.
- [2] M.A. Henson, D.E. Seborg, "Non linear process control," New Jersey, Prentice Hall, 1997. H. Poor, *An Introduction to Signal Detection and Estimation*. New York: Springer-Verlag, 1985, ch. 4.
- [3] L. Ping, "Non linear predictive control of continuous nonlinear systems", Journal of Guidance, control and dynamics, vol.17, n°3, May-June 1994, pp.553-560.
- [4] S.N. Singh, M. Steinberg, R.D. Digirolamo, "Nonlinear predictive control of feedback linearizable systems and flight control system design," Journal of Guidance, control and dynamics, vol. 18, n°5, 1995, pp.1023-1028
- [5] M. Souroukh, C. Kravaris, "A continuous-time formulation of nonlinear model predictive control," International Journal of Control, vol.63, n°1, pp.121-146. Wang, "Fundamentals of erbium-doped fiber amplifiers arrays (Periodical style—Submitted for publication)," *IEEE J. Quantum Electron.*, submitted for publication.
- [6] R.M. Hirschorn, "Invertibility of nonlinear control systems", SIAM Journal on Control and Optimization, vol.17, 1979, pp.289-297.
- [7] D. I. Kim, I. J. Ha and M. S. Ko, "Control of induction motors via feedback linearization with input-output decoupling", *International Journal of Control*, 51(4), pp:863-883,1990.
- [8] P. Boucher, A. Benyahia and D. Dumur, "Feedback linearisation and multivariable cascaded predictive structure control of induction machine", *7 European Conf. On power Elec. and Appli.*, Trondheim, sept. 1997, pp.3825–3830.
- [9] R. Hedjar, R. Toumi, P. Boucher, D. Dumur "Cascaded Nonlinear Predictive Control of Induction Motor," Proceedings of 9<sup>th</sup> IEEE conference on control and application, Anchorage, Sept.2000, pp 698-703
- [10] P. Boucher, D. Dumur, "La commande prédictive", *Collection méthodes et pratiques de l'ingénieur*, Edition: Technip, Paris 1996.