

Séparation d'un mélange linéaire instantané

TAHI Wassila, M.C. MOKRANI Karim

Faculté de Technologie, Département d'Electronique. Laboratoire LTII

Email : tahi_wassila@yahoo.fr

Résumé – Dans cet article, on s'intéresse à la séparation aveugle d'un mélange de sources. En premier lieu, nous présentons une méthode qui exploite l'indépendance des sources en utilisant uniquement les statistiques d'ordre deux, nous allons appliquer cette approche pour séparer les mélanges linéaires instantanés. Dans la deuxième partie, nous présentons la méthode qui utilise les statistiques d'ordre supérieur à deux par l'intermédiaire des fonctions de contraste. Enfin, nous appliquerons les différentes techniques sur des signaux audio réels, les résultats obtenus seront présentés.

Mots clés – mélange linéaire instantané, fonction d'autocorrélation, fonction de contraste.

I. INTRODUCTION

La séparation aveugle de sources réfère au problème d'extraction des signaux utiles à partir uniquement de l'observation de leurs mélanges. La séparation aveugle de sources est un sujet de recherche très actif en raison de ses nombreuses applications pratiques. Dans le domaine médical, on cherche à extraire les battements cardiaques d'un fœtus à partir d'enregistrements de signaux électrocardiogramme de la mère [1]. En communication, on trouve le "cocktail-party" problème [2], que l'on rencontre quand on enregistre plusieurs locuteurs qui s'expriment simultanément, et que l'on désire isoler un locuteur. En radar et sonar lorsque des signaux provenant de plusieurs émetteurs interfèrent au niveau de l'antenne du récepteur, et dans bien d'autres domaines.

L'absence de connaissance a priori relative au processus de mélange est toutefois compensée par une hypothèse fondamentale qui est l'indépendance statistique entre les signaux sources.

Partant de cette idée, différentes mesures de dépendance peuvent être utilisées. Ceci conduit au développement de plusieurs méthodes de séparation aveugle de sources.

II. METHODE ALGEBRIQUE

Cette méthode exploite l'hypothèse d'indépendance statistique des signaux sources en utilisant les statistiques d'ordre deux définies par les matrices d'autocorrélations.

II.1 POSITION DE PROBLEME

Nous disposons d'un mélange linéaire instantané de sources dont le modèle est donné par :

$$x(t) = As(t) \quad (1)$$

où: $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_K(t)]^T$ est le vecteur des observations, $s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ est le vecteur des sources originales, A est la matrice de mélange de dimension $K \times K$.

La résolution de problème de séparation aveugle d'un mélange linéaire instantané consiste à trouver une matrice B de telle sorte que les signaux $y(t)$ définis par:

$$y(t) = Bx(t) \quad (2)$$

avec: $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_K(t)]^T$, représentent les sources estimées et soient aussi indépendants que possible.

II.2 PRINCIPE DE LA METHODE

Le principe de la séparation se déroule en deux étapes distinctes : blanchiment spatial [3] et estimation de la matrice Q de séparation.

Le blanchiment consiste à trouver une matrice W qui, appliquée aux observations $x(t)$, fournit des signaux

$$z(t) = Wx(t) \quad (3)$$

avec: $z(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_K(t)]^T$, tel que la matrice d'autocorrélation de vecteur $z(t)$ soit égale à la matrice identité Id_K .

$$\Gamma_{z,z}(0) = Id_K \quad (4)$$

La matrice W définie par :

$$W = D^{-1/2}U^T \quad (5)$$

où: U est une matrice orthogonale composée des vecteurs propres de $\Gamma_{xx}(0)$, et D est une matrice orthogonale composée des valeurs propres de $\Gamma_{xx}(0)$

La deuxième étape consiste à estimer la matrice orthogonale Q qui nous permet de restituer les sources originales $s(t)$.

Pour l'estimation de la matrice Q , on utilise les autocorrélations des observations pour des retards non nuls. Ainsi, la fonction d'autocorrélation des observations blanchies [3] est :

$$\begin{aligned} \Gamma_{z,z}(\tau) &= E(z(t)z(t-\tau)^T) \\ &= WAE(s(t)s(t-\tau)^T)A^T W^T \\ &= Q^T \Gamma_{s,s}(\tau) Q \end{aligned} \quad (6)$$

Sachant que les sources sont indépendantes, la matrice d'autocorrélation des signaux sources $\Gamma_{s,s}(\tau)$ est une matrice diagonale pour tout retard τ .

La méthode de séparation se repose sur la diagonalisation conjointe [3][4], d'un ensemble de matrices

d'autocorrélation. On utilise plusieurs retards τ_i non nuls, on diagonalise simultanément (ou conjointement) les matrices $\Gamma_{z,z}(\tau_i)$. On aura la matrice de séparation B :

$$B = \hat{Q}W \quad (7)$$

Et on obtient :

$$y(t) = Bx(t) \quad (8)$$

où: $y(t)=[y_1(t), y_2(t), \dots, y_K(t)]^T$, représentent les sources estimées.

II.3 DISCUSSION

Pour que la méthode de séparation aveugle de sources basée sur la diagonalisation conjointe qui utilise les statistiques d'ordre deux, soit applicable, il faut faire appel à des hypothèses supplémentaires sur les sources: les termes diagonaux de la matrice d'autocorrélation des signaux sources $\Gamma_{s,s}(\tau)$ soient tous différents, c'est à dire que les fonctions d'autocorrélation $\Gamma_{s_i,s_i}(\tau)$ des sources en τ soient non nulles et distinctes[3].

La séparation à l'ordre deux est essentiellement fondée sur la décorrélation des signaux sources. Cette décorrélation est une conséquence de l'indépendance des sources, son utilisation n'exploite pas complètement l'indépendance qui est une propriété bien plus forte que la décorrélation.

Nous intéresserons alors à l'utilisation d'une méthode de séparation qui exploite plus complètement l'indépendance des sources, cette technique est basée sur l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur à deux (SOS) [5].

III. METHODE FONDEE SUR LES FONCTIONS DE CONTRASTE

Cette méthode de séparation de sources est basée sur l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur à deux [6], définis par les fonctions de contraste.

III.1 POSITION DE PROBLEME

Considérons le modèle de mélange linéaire instantané :

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^K a_{ij} s_j(t) \quad \text{pour } i = 1, \dots, K \quad (9)$$

où: $x_i(t)$ représente les composantes de vecteur des signaux observés, $s_j(t)$ représente les composante de vecteur des signaux sources. Et a_{ij} pour $i = 1, \dots, K$, et $j = 1, \dots, K$, sont les coefficients d'une matrice notée A de dimension $(K \times K)$, appelée matrice de mélange.

Pour la séparation aveugle de sources dans le cadre d'un mélange linéaire instantané, nous devons identifier l'environnement de propagation, c'est-à-dire rechercher une matrice de séparation B et reconstruire les signaux sources.

$$y(t) = Bx(t) \quad (10)$$

où: $y(t)$ est le vecteur des estimés des signaux sources. Ainsi, le problème consiste à chercher la matrice de séparation B de sorte que les sources estimées soient aussi indépendantes que possible.

III.2 PRINCIPE DE LA METHODE

Le critère de séparation [7] basé sur l'information mutuelle est donné par :

$$I(y) = \sum_{i=1}^K H(y_i) - H(y) \quad (11)$$

$$C(B) = \sum_{i=1}^K H(y_i) - \log|\det B| \quad (12)$$

On cherche la matrice de séparation B qui permet d'obtenir des signaux :

$$y(t) = Bx(t), \quad (13)$$

avec: $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_K(t)]^T$ sont statistiquement indépendants.

La résolution du problème de séparation aveugle de sources en utilisant les fonctions de contraste, est basée sur l'optimisation d'une fonction objectif (fonction de contraste) de manière à assurer l'indépendance des entrées. Ainsi donc à l'exploitation de technique de descente de gradient [8] afin de minimiser le critère de séparation basé sur l'information mutuelle :

Initialisation :

B

Boucle : pour $t = 1, 2, 3,$

$$B^{(t+1)} = B^{(t)} - \lambda \hat{G}B^{(t)}.$$

$$y^{(t+1)} = B^{(t+1)}x^{(t+1)}.$$

Jusqu'à convergence.

III.3 DISCUSSION

Les SOS, sont des outils utilisés essentiellement en complément aux statistiques d'ordre deux. Elles donnent une description plus complète des données et de leurs propriétés.

Les SOS permettent la résolution de problèmes non résolus à l'ordre deux, ou l'amélioration des solutions déjà apportées à l'ordre deux.

Pour mettre en valeur l'apport des techniques de séparation aveugle de sources présentées, nous les avons appliquées sur des mélanges de signaux audio.

IV. SEPARATION DE SOURCES APPLIQUEE AUX SIGNAUX REELS

IV.1 METHODE ALGEBRIQUE

Nous disposons de deux enregistrements des signaux réels de parole. Les mélanges de deux signaux à l'aide de la matrice de mélange: $A = [1 \quad 1.5; 0.18 \quad 1]$ sont représentés par la figure 1.b

La figure 1.c montre le résultat de séparation par la méthode algébrique basée sur l'utilisation des statistiques d'ordre deux.

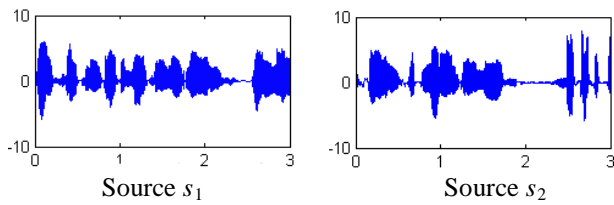


Fig. 1.a. Signaux originaux

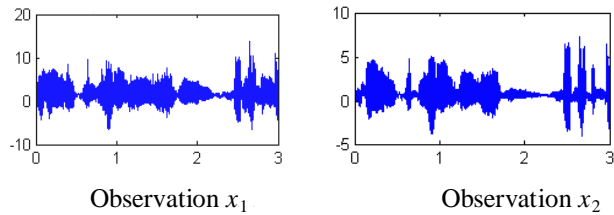


Fig. 1.b. Mélanges observés des signaux

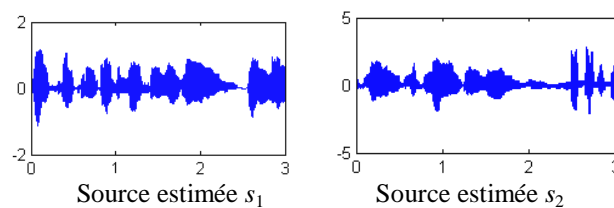


Fig. 1.c. Estimation des sources

On remarque que les signaux originaux ne sont pas bien restitués.

IV.2 FONCTION DE CONTRASTE POUR LA SEPARATION

On utilise les mêmes signaux audio et la même matrice de mélange que pour le cas de la méthode algébrique. On applique l'algorithme de séparation d'un mélange linéaire instantané basé sur l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur, les résultats sont montrés dans la figure 2.

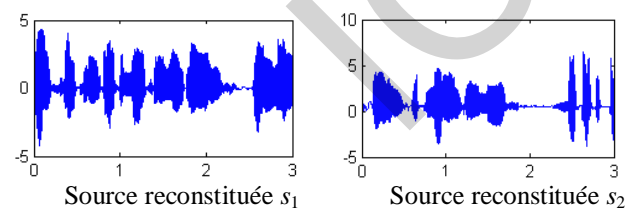


Fig. 2. Estimation des signaux sources

On peut constater la bonne restitution des signaux sources originaux, à partir de leurs mélanges instantanés.

Les signaux au format wave peuvent être écoutés pour évaluer les résultats.

V. CONCLUSION

Le travail présenté traite de la séparation aveugle de sources. Le problème revient à celui de la recherche des composantes indépendantes, en exploitant des informations statistiques différentes sur les signaux sources.

La méthode algébrique qui utilise les statistiques d'ordre deux, appliquée pour des mélanges linéaires instantané, ne donne pas toujours de bons résultats, car on recherche les composantes décorréélées. Nous avons

présenté une méthode qui exploite l'indépendance des signaux sources en utilisant les statistiques d'ordre supérieurs, cette approche revient à un problème d'optimisation d'une fonction de contraste. La simulation faite, donne une meilleure séparation.

REFERENCES

- [1] N. Budin, S. Abbound, « Real time multichannel abdominal fetal ECG monitor using a digital signal coprocessor », In *Comp Biol Med*, vol.24, pp.451-462, 1994.
- [2] C. Jutten, J. Herault, « Blind separation of source. Par I: An adaptative Algorithm Based on neuromimetic architecture », *signal processing*, n° 24, pp.1-10, 1991.
- [3] A. Belouchrani, J.F. Cardoso, « A blind source separation technique using second order statistics », *IEEE Transaction on Signal Processing*, vol.45, pp.210-220, 1997.
- [4] D.-T. Pham, « Joint approximate diagonalisation of positive definite matrices », *SIAMJ. on Matrix Anal. and Appl*, 22, n°4, pp.1136-1152, 2001.
- [5] J.-L. Lacoume, P. Comon « Statistique d'ordre supérieur pour le traitement du signal », Paris, 1997
- [6] P. Comon, « Independent component analysis, a new concept? », *Signal Processing*, vol.3(36), pp.287-314, April 1994.
- [7] A. Taleb, C. Jutten, « Batch algorithm for source separation in postnonlinear mixtures », In *Proc. Int. Workshop on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation, ICA1999*, pp.279-284, Aussois, France, January 1999.
- [8] A. Taleb, C. Jutten, « Source separation in post-nonlinear mixtures », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol 10(47), pp.2807-2820, October 1999.