



UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA

FACULTE DES SCIENCES  
ET SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE  
ET  
D'ELECTRONIQUE

N° d'ordre :  
N° de série :

Mémoire

Présenté pour l'obtention du diplôme de

**MAGISTER**

Spécialité : Génie Mécanique  
Option : Thermo-Energétique

Par : AIBOUD Soraya

Thème

**GENERATION D'ENTROPIE DANS UN FLUIDE  
CONDUCTEUR EN PRESENCE D'UN CHAMP  
MAGNETIQUE TRANSVERSAL**

*Soutenu publiquement le : 27/06/2007  
Devant le jury composé de :*

Dr. N. SETTOU	M.Confèrence Université Kasdi Merbah, OUARGLA	Président
Dr. H. GUEDDA	M.Confèrence Centre Universitaire d'El-Oued, El-OUED	Examineur
Pr. M.T MEFFAH	Proesseur Université Kasdi Merbah, OUARGLA	Examineur
Dr. S. SAOULI	M.Confèrence Université Kasdi Merbah, OUARGLA	Rapporteur

*A mon Mari Salah*

*A ma famille Yamina*

*A mon fils Islam Serradj Eddinne*

*A ma fille Houyem Ser El-Houda*

*A mes familles, la famille Aboud et la famille Saouli*

## REMERCIEMENT

Je remercie Monsieur SAOULI Salah Maître de Conférences au département de génie des procédés à la faculté des sciences et sciences de l'ingénieur, université Kasdi Merbah, Ouargla, pour avoir encadrer ce travail et pour ses précieuses interventions.

Je remercie Monsieur SETTOU Noureddine, Maître de Conférences au département de mécanique à la faculté des sciences et sciences de l'ingénieur, université Kasdi Marbah, Ouargla, pour l'intérêt qu'il porte à ce travail et aussi d'avoir accepté de présider ce jury.

Je remercie vivement Messieurs GUEDDA Habib, Maître de Conférences au département de physique à l'institut des sciences exactes, centre universitaire d'El-Oued et MAFTAH Mohamed Tayeb, Professeur au département de physique à la faculté des sciences et sciences de l'ingénieur, université Kasdi Merbah, Ouargla, pour avoir acceptés de juger ce travail.

Je remercie vivement Messieurs KHALFAOUI FETHI, HADJ MOHAMED MAHFOUD, BOUZID NOURREDINE, CHACHA AHMED DJAMAL, AYADI KAMEL, KOUDIA BRAHIM et BOUAFIA MOHAMED.

Je remercie également mes amies de la promotion, Mesdemoiselles HADJAJ SOUAD et REZAIGUIA YAMINA.

## RESUME

Le but de ce travail est d'étudier la génération de l'entropie dans un fluide laminaire et conducteur s'écoulant dans un canal constitué de deux plans parallèles chauffés ou sur un plan incliné soumis à un flux de chaleur sous l'action d'un champ magnétique transversal avec et sans l'effet de génération de la chaleur par dissipation visqueuse. L'influence du champ magnétique appliquée et de la dissipation visqueuse sur la vitesse, la température et la génération de l'entropie est examinée.

**Mots clés:** Canal, champ magnétique, dissipation visqueuse, plan incliné, deuxième loi, thermodynamique.

## ABSTRACT

The purpose of this work is to investigate the entropy generation in a laminar, conducting liquid flow inside a channel made of two parallel heated plates or flowing along an inclined heated plate under the action of a transverse magnetic field with and without the effect of heat generation by viscous dissipation. The influence of the applied magnetic field and the viscous dissipation on velocity, temperature and entropy generation is examined.

**Keywords:** Channel, Inclined plate, magnetic field, second-law, thermodynamics, viscous dissipation.

## الخلاصة

الهدف من هذا البحث هو دراسة توليد الأنتروبي في مائع رقائقى وناقل يتدفق داخل رواق خاضع لتدفق حراري على جوانبه أو على مستوى مائل مسخن تحت تأثير حقل مغناطيسي عمودي على اتجاه السيلان مع مراعاة وجود أو عدم وجود تأثير الحرارة الناتجة عن التدد اللزج. في هذا البحث يدرس تأثير الحقل المغناطيسي المطبق على السرعة، درجة الحرارة وتوليد الأنتروبي.

**الكلمات المفتاحية:** رواق، مستوى مائل، حقل مغناطيسي، التدد اللزج، المبدأ الثاني، الترموديناميك.

**TABLE DES MATIERES**

<b>NOMENCLATURE</b>	4
<b>LISTE DES FIGURES</b>	7
<b>INTRODUCTION</b>	10
<b>CHAPITRE I. ANALYSE THERMODYNAMIQUE DE LA DEGRADATION D'ENERGIE</b>	12
I.1. Processus réversible et processus irréversible	13
I.2. Entropie	14
I.3. Entropie des systèmes à un constituant. Température absolue	15
I.4. Production d'entropie due au flux de chaleur	15
I.5. Production d'entropie en convection	17
<b>CHAPITRE II. ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE</b>	20
<b>CHAPITRE III. FORMULATION THEORIQUE</b>	26
III.1. Equations de bilan	27
III.1.1. Equation de continuité	27
III.1.2. Equation du mouvement	27
III.1.3. Equation de la chaleur	28
III.2. Equations de bilan en coordonnées cartésiennes	28
III.2.1. Equation de continuité	29
III.2.2. Equations du mouvement	29
III.2.3. Equation de la chaleur	29
III.3. Taux de génération d'entropie	29
III.4. Ecoulement établi	30
III.5. Profils analytiques de la vitesse	31
III.5.1. Cas d'un canal	31

---

III.5.2. Cas d'un plan incliné	33
III.6. Profils analytiques de la température en absence de la dissipation visqueuse	35
III.6.1. Cas d'un canal	35
III.6.2. Cas d'un plan incliné	38
III.7. Profils analytiques de la température en présence de la dissipation visqueuse	41
III.7.1. Cas d'un canal	41
III.7.2. Cas d'un plan incliné	42
III.8. Taux de génération d'entropie	44
<b>CHAPITRE IV. RESULTATS ET INTERPRETATION</b>	<b>45</b>
IV.1. Profils analytiques de la vitesse	46
IV.1.1. Cas d'un canal	46
IV.1.2. Cas d'un plan incliné	46
IV.2. Profils analytiques de la température en absence de la dissipation visqueuse	48
IV.2.1. Cas d'un canal	48
IV.2.2. Cas d'un plan incliné	50
IV.3. Génération d'entropie en absence de la dissipation visqueuse	52
IV.3.1. Cas d'un canal	52
IV.3.2. Cas d'un plan incliné	54
IV.4. Profils analytiques de la température en présence de la dissipation visqueuse	57
IV.4.1. Cas d'un canal	57
IV.4.2. Cas d'un plan incliné	58
IV.5. Génération d'entropie en présence de la dissipation visqueuse	60
IV.5.1. Cas d'un canal	60
IV.5.2. Cas d'un plan incliné	63
<b>CONCLUSION</b>	<b>66</b>

**BIBLIOGRAPHIE**

68

## NOMENCLATURE

$A$	Surface, $m^2$
$\vec{B}$	Champ magnétique, T
$Br$	Nombre de Brinkman, $\mu u_m^2 / \lambda \Delta T$
$Br/\Omega$	Groupe adimensionnel
$C_p$	Chaleur spécifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
$\mathcal{D}/Dt$	Dérivée particulaire
$e$	Charge électrique, C
$\vec{E}$	Champ électrique, $V.m^{-1}$
$\vec{F}$	Force massique, $N.kg^{-1}$
$Ha$	Nombre de Hartman, $BL\sqrt{\sigma/\mu}$ , $B\delta\sqrt{\sigma/\mu}$
$\vec{J}$	Vecteur densité du courant électrique, $A.m^{-2}$
$L$	Demi-largeur du canal, m
$N_B$	Nombre de génération d'entropie due à l'induction magnétique
$N_C$	Nombre de génération d'entropie due à la conduction axiale de la chaleur
$N_F$	Nombre de génération d'entropie due aux frottements du fluide
$N_S$	Nombre de génération d'entropie total
$N_Y$	Nombre de génération d'entropie due à la conduction transversale de la chaleur
$O$	Origine des coordonnées
$P$	Pression, Pa
$Pe$	Nombre de Peclet, $\rho u_m C_p L / \lambda$ , $\rho u_m C_p \delta / \lambda$
$q$	Flux de chaleur pariétal, $W.m^{-2}$



$\vec{q}$	Vecteur flux de chaleur, $W.m^{-2}$
$Q$	Quantité de chaleur, J
$\vec{R}$	Vecteur, $A.T.m^{-2}$
$Re$	Nombre de Reynolds magnétique, $\eta\sigma u_m L$ , $\eta\sigma u_m \delta$
$S$	Entropie, $J.K^{-1}$
$S_G$	Taux de génération d'entropie, $W.m^{-3}.K^{-1}$
$T$	Température, K
$\vec{u}$	Vecteur vitesse, $m.s^{-1}$
$\hat{u}$	Energie interne, J
$U$	Vitesse axiale adimensionnelle
$x$	Distance axiale, m
$X$	Distance axiale adimensionnelle
$y$	Distance transversale, m
$Y$	Distance transversale adimensionnelle

*Symboles grecs*

$\alpha$	Constante scalaire
$\delta$	Epaisseur du film liquide, m
$\varepsilon$	Coefficient (0 ou 1)
$\Delta T$	Différence de température de référence
$\vec{\nabla}$	Opérateur Nabla
$\Phi$	Fonction de dissipation visqueuse, $s^{-2}$
$\eta$	Perméabilité magnétique, $H.m^{-1}$
$\mu$	Viscosité dynamique, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
$\lambda$	Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$

---

$\theta$	Température adimensionnelle
$\Omega$	Différence de température adimensionnelle
$\theta$	Angle d'inclinaison, rad
$\rho$	Densité du fluide, $\text{kg.m}^{-3}$
$\hat{\rho}$	Densité du fluide, $\text{m}^{-3}$
$\sigma$	Conductivité électrique, $\Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$

*Indices*

$b$	Mélange
$e$	Externe
$i$	Interne
$m$	Valeur maximale
$0$	Valeur initiale, valeur de référence

## LISTE DES FIGURES

Figure 1. Représentation bidimensionnelle des transferts associés à la convection

Figure III.1. Particule fluide en présence des champs magnétique et électrique

Figure III.2. Ecoulement laminaire d'un fluide dans un canal

Figure III.3. Ecoulement laminaire d'un fluide sur un plan incliné

Figure IV.1. Profils de la vitesse en fonction de la distance transversale dans un canal pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

Figure IV.2. Profils de la vitesse en fonction de la distance transversale dans un film liquide pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

Figure IV.3. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs de la distance axiale.

Figure IV.4. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

Figure IV.5. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

Figure IV.6. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs de la distance axiale.

Figure IV.7. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

Figure IV.8. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

Figure IV.9. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

Figure IV.10. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

Figure IV.11. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du groupe adimensionnel.

Figure IV.12. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

Figure IV.13. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

Figure IV.14. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du groupe adimensionnel.

Figure IV.15. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

Figure IV.16. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

Figure IV.17. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

Figure IV.18. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

Figure IV.19. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

Figure IV.20. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

Figure IV.21. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du groupe adimensionnel.

Figure IV.22. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

Figure IV.23. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

Figure IV.24. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du groupe adimensionnel.

## INTRODUCTION

Lors de l'étude des problèmes de convection, seul le premier principe de la thermodynamique (principe de la conservation d'énergie) est utilisé à côté des principes de la conservation de masse et de la quantité du mouvement. La tendance contemporaine dans l'analyse des transferts de chaleur et la conception des systèmes thermiques est l'application du deuxième principe de la thermodynamique en se basant sur le concept de la minimisation de la génération d'entropie. La génération d'entropie est associée à l'irréversibilité thermodynamique qui est commune à tout les processus de transfert de chaleur. Différentes sources sont responsables de la génération d'entropie comme le gradient de température et les frottements visqueux. La génération d'entropie détruit le travail utile, de ce fait il est important de comprendre les mécanismes derrière cette fonction de génération d'entropie.

Ce travail concerne l'étude de la génération d'entropie dans un fluide conducteur en écoulement laminaire, permanent et établi dans un canal horizontal et sur un plan incliné en présence d'un champ magnétique transversal.

Ce mémoire est divisé en quatre chapitres. Le premier chapitre est consacré à l'analyse thermodynamique de la dégradation d'énergie, au concept d'entropie et la génération d'entropie. L'analyse bibliographique concernant l'étude de la génération d'entropie dans les problèmes de convection est exposée dans le deuxième chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à l'aspect théorique du problème de génération d'entropie. Les équations de bilan sont résolues et les profils de la vitesse et de la température en absence et présence de la dissipation visqueuse sont obtenus et utilisés pour calculer le nombre de génération d'entropie en fonction des nombres adimensionnels caractérisant l'écoulement et le transfert de chaleur.

Les résultats obtenus et leurs interprétations sont donnés dans le quatrième chapitre. Enfin, le mémoire est terminé par une conclusion.

**CHAPITRE I**  
**ANALYSE THERMODYNAMIQUE DE LA DEGRADATION**  
**D'ENERGIE**



Le fonctionnement de tout système réel ou procédé s'effectue en présence d'irréversibilité. Ces irréversibilités se traduisent par une perte d'énergie noble ou mécanisable.

Il est de la plus haute importance pour l'ingénieur de localiser, chiffrer ces pertes d'énergie noble de façon à pouvoir améliorer le fonctionnement de son système ou procédé.

Aussi ce chapitre a-t-il pour but d'analyser les principaux modes de dégradation d'énergie. Les plus importants sont liés aux transferts de la chaleur et de la quantité du mouvement [1].

### I.1. Processus réversible et processus irréversible

Considérons les équations qui décrivent un processus quelconque dépendant du temps. Si ces équations sont invariantes quant au signe algébrique de la variable temps, le processus est dit réversible, dans le cas contraire il est dit irréversible. Dans les équations décrivant les processus réversibles, le temps apparaît seulement par sa valeur arithmétique.

Par exemple, nous pouvons considérer l'équation d'onde qui exprime la propagation des ondes dans un milieu non absorbant :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (I.1)$$

Il est clair que cette équation est invariante par substitution de  $-t$  à  $t$  et la propagation décrite par cette équation est par conséquent un processus réversible.

D'un autre côté, l'équation de Fourier pour la température, qui est de la forme

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (I.2)$$

n'est pas invariante par une telle substitution et elle décrit un processus irréversible : l'approche irréversible de l'équilibre thermique. Dans cet état d'équilibre, la température sera constante dans tout le système comme dans le cas d'un système isolé.

La plupart des processus physico-chimiques habituels comme la diffusion, la conduction de la chaleur ou l'électricité, les réactions chimiques, etc., sont des processus irréversibles [2].

## I.2. Entropie

Le second principe de la thermodynamique postule l'existence d'une fonction d'état, appelée entropie (mot grec qui signifie évolution) et possédant les propriétés suivantes :

a) L'entropie du système est une propriété extensive. Si un système est formé de différents éléments, alors l'entropie totale est égale à la somme des entropies de chaque élément.

b) La variation d'entropie peut être scindée en deux parts. En désignant par  $dS_e$  le flux d'entropie, dû aux échanges avec l'extérieur, et par  $dS_i$  la contribution due aux modifications intérieures du système, nous avons :

$$dS = dS_e + dS_i \quad (I.3)$$

L'accroissement d'entropie  $dS_i$ , dû aux modifications à l'intérieur du système, n'est jamais négatif. Il est nul lorsque le système ne subit que des modifications réversibles, mais il est positif si le système comporte des processus irréversibles.

$$dS_i = 0 \quad (\text{processus réversible}) \quad (I.4)$$

$$dS_i > 0 \quad (\text{processus irréversible}) \quad (I.5)$$

Pour les systèmes isolés, il n'existe pas de flux d'entropie si bien que les équations (I.3) et (I.5) se réduisent à :

$$dS = dS_i \geq 0 \quad (I.6)$$

Pour les systèmes isolés, cette relation est équivalente à la proposition classique suivant laquelle l'entropie ne peut jamais décroître de sorte que dans ce cas le comportement

de la fonction entropie fournit un critère qui nous permet de détecter la présence d'un processus irréversibles.

### 1.3. Entropie des systèmes à un constituant. Température absolue

Considérons d'abord un système fermé contenant un seul constituant, tout processus irréversible étant exclu ( $dS_i = 0$ ). Nous définissons l'entropie par la formule explicite

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad (1.7)$$

où  $T$  est une quantité positive appelée température absolue, qui satisfait aux conditions suivantes :

- a)  $T$  est positive
- b)  $T$  est une fonction universelle de la température du système obtenue par la mesure d'une propriété arbitraire comme la résistance électrique.
- c)  $T$  est une propriété intensive.
- d)  $T$  est une fonction croissante de la température « empirique » du système.

### 1.4. Production d'entropie due au flux de chaleur

Considérons un système composé de deux phases fermées, I et II, maintenues respectivement à des températures uniformes  $T_I$  et  $T_{II}$ . Par application de la formule (1.7) à chacune des phases, nous avons pour le système entier, l'entropie étant une variable extensive :

$$dS = dS_I + dS_{II} \quad (1.8)$$

Nous pouvons partager la chaleur reçue par chaque phase en deux parts :

$$dQ_I = dQ_{II} + dQ_{Ie} \quad (1.9)$$

$$dQ_{II} = dQ_{IIi} + dQ_{IIe} \quad (1.10)$$

où  $dQ_{II}$  est la chaleur reçue par la phase I en provenance de la phase II et  $dQ_{Ie}$  celle fournie à la phase I par l'extérieur. En tenant compte de l'équation (I.7), nous avons pour la variation d'entropie de tout le système :

$$dS = \frac{dQ_I}{T_I} + \frac{dQ_{II}}{T_{II}} = \frac{dQ_{Ie}}{T_I} + \frac{dQ_{IIe}}{T_{II}} + dQ_{II} \left( \frac{1}{T_I} - \frac{1}{T_{II}} \right) \quad (I.11)$$

La variation d'entropie se compose de deux parties. La première

$$dS_e = \frac{dQ_{Ie}}{T_I} + \frac{dQ_{IIe}}{T_{II}} \quad (I.12)$$

est due à l'échange de chaleur avec l'extérieur, tandis que la seconde :

$$dS_i = dQ_{II} \left( \frac{1}{T_I} - \frac{1}{T_{II}} \right) \quad (I.13)$$

provient d'un flux de chaleur irréversible à l'intérieur du système. En accord avec l'équation (I.5) nous pouvons postuler que la production d'entropie est réellement positive. En fait :

$$dQ_{II} > 0, \text{ si } \frac{1}{T_I} - \frac{1}{T_{II}} > 0 \quad (I.14)$$

$$dQ_{II} < 0, \text{ si } \frac{1}{T_I} - \frac{1}{T_{II}} < 0 \quad (I.15)$$

La production d'entropie ne devient nulle que lorsque l'équilibre thermique est établi, c'est-à-dire quand :

$$T_I = T_{II} \quad (I.16)$$

Par ailleurs, nous utiliserons souvent le taux de génération d'entropie par unité de temps :

$$S_G = \frac{dS_i}{dt} = \frac{dQ_{II}}{dt} \left( \frac{1}{T_I} - \frac{1}{T_{II}} \right) \quad (I.17)$$

Cette équation de forme simple est d'une grande importance. Au second membre apparaît le produit de la vitesse du processus irréversible  $\frac{dQ_{II}}{dt}$  par la fonction d'état

$\left(\frac{1}{T_I} - \frac{1}{T_{II}}\right)$ . La direction du flux de chaleur est déterminée par le signe de cette fonction, qui peut en conséquence être considérée comme sa cause « macroscopique ».

### 1.5. Taux de génération d'entropie en convection

Les irréversibilités associées au transfert de chaleur convectif sont dues à deux causes principales : une différence de température finie comme dans le cas de la conduction, puis les frottements associés au mouvement du fluide.

Considérons l'élément de volume  $dx dy dz$  comme le système thermodynamique étudié [1].

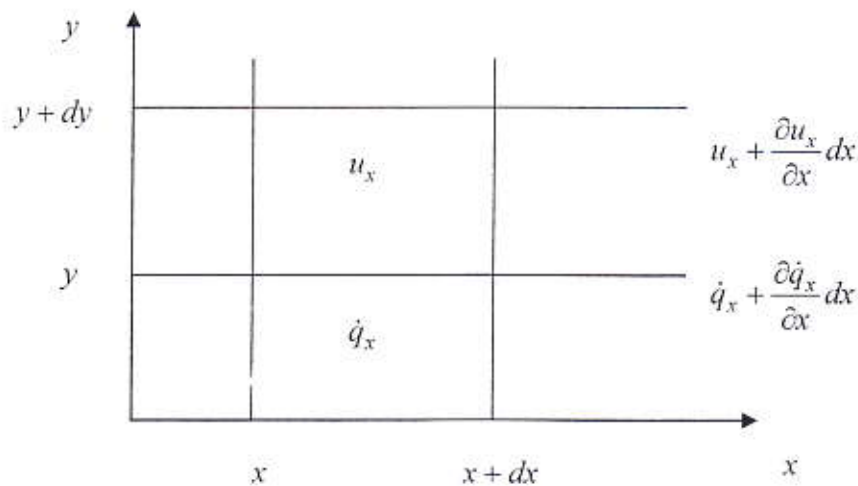


Figure I.1. Représentation bidimensionnelle des transferts associés à la convection

Le taux de génération d'entropie par unité de volume est :

$$S_G = \frac{\dot{q}_x + \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx}{T + \frac{\partial T}{\partial x} dx} dydz - \frac{\dot{q}_x}{T} dydz + \left(s + \frac{\partial s}{\partial x} dx\right) \left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx\right) \left(\hat{\rho} + \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial x} dx\right) dydz - \hat{\rho} s u_x dydz + \frac{\partial(\hat{\rho} s)}{\partial t} dx dy dz \quad (1.18)$$

Le premier terme correspond au transfert d'entropie associé au transfert de chaleur. Le deuxième terme correspond à l'entropie convectée dans et hors du système. Le dernier terme représente l'accumulation d'entropie dans le volume de contrôle. En divisant l'équation (I.18) par l'élément de volume, on a :

$$S_G = \frac{1}{T} \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} - \frac{\dot{q}_x}{T^2} \frac{\partial T}{\partial x} + \hat{\rho} \left( \frac{\partial s}{\partial t} + u_x \frac{\partial s}{\partial x} \right) + s \left( \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} + u_x \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial x} + \hat{\rho} \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) \quad (I.19)$$

Compte tenu de l'équation de continuité et en généralisant pour le cas tridimensionnel,

$$\frac{D\hat{\rho}}{Dt} + \hat{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (I.20)$$

il vient :

$$S_G = \frac{1}{T} \vec{\nabla} \cdot \vec{q} - \frac{\vec{q}}{T^2} \cdot \vec{\nabla} T + \hat{\rho} \frac{Ds}{Dt} \quad (I.21)$$

Ecrivons à présent la conservation de l'énergie interne dans le cas où il n'y a pas de sources de chaleur internes :

$$\hat{\rho} \frac{D\hat{u}}{Dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} - P \vec{\nabla} \cdot \vec{u} + \mu \Phi \quad (I.22)$$

Le premier terme représente la variation de l'énergie interne volumique, le second terme le transfert de chaleur par conduction ; le troisième terme le travail des forces de pression ; le dernier terme la fonction de dissipation visqueuse.

A partir du premier principe de la thermodynamique, on l'égalité suivante :

$$ds = \frac{d\hat{u}}{T} + \frac{P}{T} dv \quad (I.23)$$

et en calculant la dérivée particulière de l'entropie définie par l'équation (I.23) ; on trouve :

$$\hat{\rho} \frac{Ds}{Dt} = \frac{\hat{\rho}}{T} \frac{D\hat{u}}{Dt} - \frac{P}{\hat{\rho}T} \frac{D\hat{\rho}}{Dt} \quad (I.24)$$

Par combinaison des équations (I.20), (I.21), (I.22) et (I.24), il vient pour le taux de génération d'entropie :

$$S_G = -\frac{\vec{q}}{T^2} \cdot \vec{\nabla}T + \frac{\mu}{T} \Phi \quad (1.25)$$

compte tenu de la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla}T \quad (1.26)$$

L'équation (1.25) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$S_G = \frac{\lambda (\vec{\nabla}T)^2}{T^2} + \frac{\mu}{T} \Phi \quad (1.27)$$

**CHAPITRE II**  
**ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE**



Un modèle pour l'étude et l'optimisation des machines thermiques avec deux réservoirs de chaleur est présenté par FEIDT et al. [3]. Le modèle mathématique est basé sur le premier et le deuxième principe de la thermodynamique appliqué au cycle et au système en entier, et sur les équations du transfert de chaleur appliquées aux sources et aux puits de chaleur. Les irréversibilités internes et externes du cycle sont considérées en considérant les termes de la génération de l'entropie. Les contraintes imposées au système composé par le moteur et les deux réservoirs de chaleur (à savoir, l'efficacité du moteur, la puissance délivrée, le flux de la chaleur et le nombre d'unité de transfert de l'échangeur de chaleur) permettent de terminer les conditions optimales et les intervalles limites des variations des paramètres du système. LI et YANG [4] ont étudié la production d'entropie lors de la condensation en film de la vapeur qui s'écoule sur un cylindre elliptique. Leur analyse concerne l'influence des paramètres géométriques sur la production d'entropie lors de la condensation. La production d'entropie dans un milieu très chaud en écoulement turbulent est traité par CALDAS et SEMIÃO [5]. Ils ont étudié l'interaction du rayonnement thermique et la turbulence et son effet sur la production d'entropie.

L'application du deuxième principe de la thermodynamique et du concept de l'exergie à l'évaluation des turbines à vapeur est traitée par ZALETA-AGUIR et al. [6]. SAIDI et MONTAZERI [7] ont appliqué le deuxième principe de la thermodynamique à un générateur magnétohydrodynamique et ont identifié les différentes sources d'irréversibilité dans un tel système. Le transfert de chaleur et la production d'entropie dans un fluide en convection forcée dans un milieu poreux contenu dans un canal à section rectangulaire est traité par HOOMAN et al. [8]. Ils ont obtenu les expressions du nombre de Nusselt, le nombre de Bejan et le nombre de production d'entropie en fonction des paramètres du système. BUTCHER et REDDY [9] ont considéré le rendement de la récupération de la chaleur en fonction des conditions de fonctionnement du système de génération de chaleur. LAYEK et al. [10] ont

étudié numériquement la production d'entropie dans les chauffes air solaires à paroi rugueuse. La caractérisation des systèmes stratifiés de stockage d'énergie en utilisant le concept de la production d'entropie est considérée par PANTHALOOKARAN et al. [11].

En convection forcée dans un milieu poreux dans un tube circulaire à paroi isotherme, la production d'entropie est étudiée par HOOMAN et EJLALI [12]. Pour déterminer l'épaisseur optimale des ailettes en convection forcée TAUFIQ et al. [13] ont étudié la production d'entropie et en incluant les paramètres de coût dans leurs analyse. Le débit optimal pour l'écoulement laminaire en convection forcée dans un tube hélicoïdale est déterminé par KO [14] en étudiant la production d'entropie. Une étude numérique et expérimentale a été réalisé par NAPHON [15] pour étudier la production d'entropie dans un échangeur de chaleur à tubes concentriques horizontaux. En ce qui concerne, la production d'entropie dans les fluides non- newtoniens, MAHMUD et FRASER [16], ont étudié le cas d'un écoulement en convection forcée dans un tube à section circulaire. Pour un liquide ruisselant sur une paroi poreuse soumise à un flux de chaleur, MAKINDE et OSALUSI [17] ont étudié la production d'entropie en fonction des paramètres de l'écoulement. La production d'entropie lors de l'injection d'hydrogène dans la combustion du gaz naturel dans un moteur à cylindres est considérée par RAKOPOULOS et KYRITSIS [18]. La détermination du rapport de courbure optimal d'un liquide en écoulement laminaire dans un tube hélicoïdal dont la paroi est soumise un flux de chaleur en utilisant la production d'entropie a été entreprise par KO [17]. DUNG et YANG [20] ont étudié l'optimisation de la condensation de la vapeur sur un tube horizontal isotherme.

L'étude numérique de la production d'entropie en convection forcée dans un tube rectangulaire est réalisée par KO [21]. KO et TING [22] ont étudié numériquement aussi la production d'entropie dans un tube chauffé en présence de convection forcée. En présence d'un mélange de deux gaz en convection libre dans un canal à parois verticales, la production

d'entropie est étudiée par BOULAMA et al. [23]. L'application du concept de la production d'entropie pour étudier l'optimisation des systèmes thermiques en présence du rayonnement a été traitée par CALDAS et SEMIAO [24]. Pour le cas de la conduction de la chaleur en régime variable dans un mur, la production d'entropie a été considérée par STRUB et al. [25]. L'effet de la gravitation sur la structure et la production d'entropie dans une flamme confinée a été étudiée par DATTA [26].

La production d'entropie dans les piles à combustible à électrolyte polymère a été étudiée par SAIDI et al. [27]. L'optimisation et la génération d'entropie dans un tube hélicoïdale en convection forcée et en régimes laminaire et turbulent ont été traités par KO et TING [26]. OZTOP [28] a étudié la production d'entropie dans un demi-cylindre à paroi chauffée dans le cas d'un écoulement laminaire. L'application de la production d'entropie dans l'étude de la performance d'un milieu générateur de chaleur a été considéré par GHODOOSI [30]. La performance des turbulateurs à anneaux coniques a été étudiée par le concept de la production d'entropie par YAKUT et al. [31].

Pour le cycle d'adsorption à balancement de pression utilisé dans les processus de séparation, KEARNS et WEBLEY [32] ont étudié la production d'entropie pour déterminer les sources d'irréversibilité dans un tel système. L'étude de la production d'entropie dans un cycle de réfrigération à absorption utilisant le couple eau-ammoniac a été réalisé par ADEWUSI et ZUBAIR [31]. JEONG [34] a traité la production d'entropie dans chaque composante d'un réfrigérateur à compression. L'effet du rayonnement sur la convection mixte en présence de l'effet magnétohydrodynamique dans un canal vertical contenant un milieu poreux a été étudié par MAHMUD et FRASER [35]. Les mêmes auteurs ont étudié la production d'entropie en convection laminaire et libre dans une enceinte à parois sinusoïdales [36]. LAVRIC et al. [37] ont étudié la production d'entropie dans les réacteurs chimiques. MAHMUD et FRASER [38] ont calculé la production d'entropie lors de la rotation de deux

cylindres concentriques. Ils ont étudié aussi [39], la production d'entropie dans plusieurs problèmes fondamentaux de la convection forcée. La production d'entropie dans un fluide non-newtonien en convection forcée et en régime laminaire dans un canal a été considéré dans le travail de MAHMUD et FRASER [40]. Ils ont aussi considéré la production d'entropie dans l'espace annulaire de deux tubes concentriques [41]. Aussi ils se sont intéressés à la production d'entropie en convection mixte en présence du rayonnement dans un fluide dans un canal vertical [42].

DEMIREL et KAHRAMAN [43] ont calculé la production d'entropie dans lit contenu dans un tube dont les parois sont asymétriquement chauffées. La production d'entropie dans des tubes ayant des sections géométriques différentes est traite par ŞAHIN [44].

La production d'entropie et son utilisation dans l'analyse des processus a été entreprise par GYFTOPOULOS [45]. La production d'entropie dans les lit dans des tubes a été traité par DEMIREL et AL-ALI [46] et DEMIREL [47]. L'étude numérique de la production d'entropie dans un canal vertical avec des ailettes internes en présence de convection mixte a été réalisée par CHENG et al. [48]. CARRINGTON et SUN [49, 50] ont utilisé la méthode des volumes finis pour évaluer la production d'entropie dans les écoulements externes lors du transfert de chaleur et de masse avec un fluide à une espèce ou un fluide à plusieurs espèces. Dans le cas d'un fluide se trouvant dans un état supercritique, la production d'entropie dans ce cas a été considérée par EGRICAN et UYGUR [51].

Lors des transferts de chaleur et de masse dans les écoulements externes, POULIKAKOS et JOHNSON [52] ont étudié la production d'entropie résultant de cette combinaison. BEJAN [53], a étudié la production d'entropie afin de l'utiliser dans la conception des appareils de transfert de chaleur et de masse. Aussi, il a traité l'utilisation de la production d'entropie dans les processus de génie thermique [54]. L'analogie entre la production d'entropie et l'électricité a été considérée par THOMA [55].

L'influence d'un champ magnétique sur la production d'entropie dans canal transversal à parois isothermes en présence de convection mixte avec absorption et génération de chaleur interne a été considérée par MAHIMUD et al. [56]. La génération d'entropie dans un canal rempli d'un milieu poreux et soumis à un champ magnétique en présence d'une convection mixte a été étudiée par TASNIM et al. [57].

**CHAPITRE III**  
**FORMULATION THEORIQUE**

### III.1. Equations de bilan

En présence d'un champ électromagnétique, le mouvement d'un fluide conducteur se modifié considérablement. En effet, l'application du champ électromagnétique induit un courant qui à son tour fait apparaître une nouvelle force appelée la force de Lorentz. Le nombre de Reynolds magnétique est supposé très petit de sorte que le champ magnétique induit est négligé.

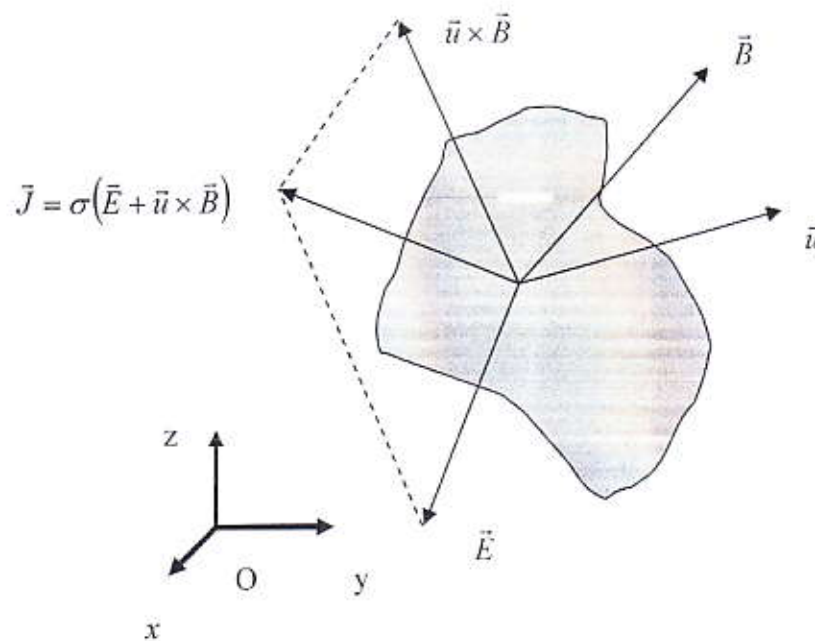


Figure III.1. Particule fluide en présence des champs magnétique et électrique

Les équations de bilan pour un fluide newtonien conducteur en écoulement laminaire, incompressible et permanent en présence d'un champ électromagnétique sont [58]:

#### III.1.1. Equation de continuité

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (\text{III.1})$$

#### III.1.2. Equation du mouvement

$$\rho(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = \rho \vec{F} - \nabla P + \mu(\nabla^2) \vec{u} + \vec{J} \times \vec{B} \quad (\text{III.2})$$

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (\text{III.3})$$

### III.1.3. Equation de la chaleur

$$\rho C_p \vec{u} \cdot \vec{\nabla} T = \lambda(\vec{\nabla} \cdot \vec{T}) + \mu \Phi + \frac{(\vec{J})^2}{\sigma} \quad (\text{III.4})$$

le dernier terme de l'équation (III.4) est la chaleur produite par effet Joule dans le fluide et  $\Phi$  représente la dissipation visqueuse. Pour un fluide newtonien, la dissipation visqueuse est :

$$\Phi = 2 \sum_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2 + \sum_{ij} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (\text{III.5})$$

## III.2. Equations de bilan en coordonnées cartésiennes

A présent explicitons les équations de bilan en coordonnées cartésiennes. Définissons les vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{B}$  et  $\vec{E}$  par leurs composantes par rapport à un repère cartésien  $O(x, y, z)$  :

$$\vec{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k} \quad (\text{III.6})$$

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k} \quad (\text{III.7})$$

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} \quad (\text{III.8})$$

définissons aussi le vecteur courant par ces composantes :

$$\vec{J} = J_x \vec{i} + J_y \vec{j} + J_z \vec{k} \quad (\text{III.9})$$

en utilisant l'équation (III.3), ces composantes sont :

$$\begin{aligned} J_x &= \sigma(E_x + u_y B_z - u_z B_y) \\ J_y &= \sigma(E_y + u_z B_x - u_x B_z) \\ J_z &= \sigma(E_z + u_x B_y - u_y B_x) \end{aligned} \quad (10)$$

Appelons  $\vec{R}$  le produit vectoriel du vecteur courant et du vecteur champ magnétique.

$$\vec{R} = \vec{J} \times \vec{B} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k} \quad (\text{III.11})$$

Les composantes de ce vecteur sont alors :



$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (\text{III.3})$$

### III.1.3. Equation de la chaleur

$$\rho C_p \vec{u} \cdot \vec{\nabla} T = \lambda(\vec{\nabla})^2 T + \mu \Phi + \frac{(\vec{j})^2}{\sigma} \quad (\text{III.4})$$

le dernier terme de l'équation (III.4) est la chaleur produite par effet Joule dans le fluide et  $\Phi$  représente la dissipation visqueuse. Pour un fluide newtonien, la dissipation visqueuse est :

$$\Phi = 2 \sum_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2 + \sum_{ij} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (\text{III.5})$$

### III.2. Equations de bilan en coordonnées cartésiennes

A présent explicitons les équations de bilan en coordonnées cartésiennes. Définissons les vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{B}$  et  $\vec{E}$  par leurs composantes par rapport à un repère cartésien  $O(x, y, z)$  :

$$\vec{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k} \quad (\text{III.6})$$

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k} \quad (\text{III.7})$$

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} \quad (\text{III.8})$$

définissons aussi le vecteur courant par ces composantes :

$$\vec{J} = J_x \vec{i} + J_y \vec{j} + J_z \vec{k} \quad (\text{III.9})$$

en utilisant l'équation (III.3), ces composantes sont :

$$\begin{aligned} J_x &= \sigma(E_x + u_y B_z - u_z B_y) \\ J_y &= \sigma(E_y + u_z B_x - u_x B_z) \\ J_z &= \sigma(E_z + u_x B_y - u_y B_x) \end{aligned} \quad (10)$$

Appelons  $\vec{R}$  le produit vectoriel du vecteur courant et du vecteur champ magnétique.

$$\vec{R} = \vec{J} \times \vec{B} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k} \quad (\text{III.11})$$

Les composantes de ce vecteur sont alors :

$$\begin{aligned}
 R_x &= \sigma \left[ (E_y + u_z B_x - u_x B_z) B_z - (E_z + u_x B_y - u_y B_x) B_y \right] \\
 R_y &= \sigma \left[ (E_z + u_x B_y - u_y B_x) B_x - (E_x + u_y B_z - u_z B_y) B_z \right] \\
 R_z &= \sigma \left[ (E_x + u_y B_z - u_z B_y) B_y - (E_y + u_z B_x - u_x B_z) B_x \right]
 \end{aligned} \tag{III.12}$$

Après ces calculs, les équations de bilan en coordonnées cartésiennes s'écrivent comme :

### III.2.1. Equation de continuité

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \tag{III.13}$$

### III.2.2. Equations du mouvement

$$\rho \left( u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = \rho F_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + R_x \tag{III.14}$$

$$\rho \left( u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = \rho F_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) + R_y \tag{III.15}$$

$$\rho \left( u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \rho F_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + R_z \tag{III.16}$$

### III.2.3. Equation de la chaleur

$$\rho C_p \left( u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \mu \Phi + \frac{J_x^2 + J_y^2 + J_z^2}{\sigma} \tag{III.17}$$

où la dissipation visqueuse  $\Phi$  est :

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)^2 \right] \tag{III.18}$$

### III.3. Taux de génération d'entropie

En présence d'un champ magnétique et un champ électrique, le taux de génération d'entropie est [59]:

$$S_G = \frac{\lambda}{T_0^2} (\vec{\nabla} T)^2 + \frac{\mu \Phi}{T_0} + \frac{1}{T_0} \left[ (\vec{J} - e\vec{u}) (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \right] \tag{III.19}$$

posons que :

$$S_G = (S_G)_C + (S_G)_F + (S_G)_M \quad (III.20)$$

avec

$$(S_G)_C = \frac{\lambda}{T_0^2} \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (III.21)$$

$$(S_G)_F = \frac{2\mu}{T_0} \left[ \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{T_0} \left[ \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (III.22)$$

$$(S_G)_M = \sigma (E_x^2 + E_y^2 + E_z^2) + 2\sigma [E_x(u_y B_z - u_z B_y) + E_y(u_z B_x - u_x B_z) + E_z(u_x B_y - u_y B_x)] - e(E_x u_x + E_y u_y + E_z u_z) + \sigma [(u_y B_z - u_z B_y)^2 + (u_z B_x - u_x B_z)^2 + (u_x B_y - u_y B_x)^2] \quad (III.23)$$

Le premier terme de l'équation (III.20) représente le taux de génération d'entropie dû au transfert de chaleur, le second terme représente le taux de génération d'entropie dû aux frottements visqueux et le troisième terme représente le taux de génération d'entropie dû aux effets électromagnétiques.

### III.4. Écoulement établi

Un écoulement établi est un écoulement dont le profil de transversal de la vitesse est le même quelque soit la section (transversale à l'écoulement) où on mesure ce profil. Les écoulements établis ne peuvent donc se rencontrer qu'en écoulement avec section de passage invariable le long de l'écoulement : écoulement entre deux plaques planes séparées par une distance invariable, écoulement en conduite cylindrique de section constante. Considérons l'écoulement bidimensionnel et établi d'un fluide newtonien. Soit  $x$  la direction de l'écoulement et  $y$  la direction perpendiculaire à l'écoulement. Comme l'écoulement est

établi, on a par définition  $u_x = u_x(y)$  et donc  $\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0$ . L'équation de continuité implique que

$\frac{\partial u_y}{\partial y} = 0$ . L'intégration de cette équation stipule que  $u_y = u_y(x)$  au plus. Comme on a que

$u_y(0) = 0$  à la paroi, on en conclut finalement que  $u_y(x) = 0$  partout.

$$u_x = u_x(y) = u(y) \quad (\text{III.24})$$

Comme le champ magnétique appliqué est transversal, on a :

$$\vec{B} = B\vec{j} \quad (\text{III.25})$$

Le système d'équations (III.14), (III.15) et (III.16) se réduit à l'équation suivante :

$$\rho F_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u(y)}{\partial y^2} \right) + R_x = 0 \quad (\text{III.26})$$

L'équation (III.12) se simplifie et devient :

$$R_x = -\sigma u(y)B^2 \quad (\text{III.27})$$

en combinant les équations (III.26) et (III.27), on obtient l'équation du mouvement en présence d'un champ magnétique :

$$\rho F_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u(y)}{\partial y^2} \right) - \sigma u(y)B^2 = 0 \quad (\text{III.28})$$

Avec les mêmes simplifications et en négligeant la conduction de chaleur dans la direction axiale, l'équation de la chaleur (III.17) devient :

$$\rho C_p u(y) \frac{\partial T(x, y)}{\partial x} = \lambda \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial y^2} + \sigma B^2 u^2(y) + \varepsilon \mu \left( \frac{\partial u(y)}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{III.29})$$

où  $\varepsilon$  est coefficient égal à 1 si le terme de la dissipation visqueuse est pris en compte dans l'équation de la chaleur et 0 s'il est omis.

### III.5. Profils analytiques de la vitesse

#### III.5.1. Cas d'un canal

Soit un fluide conducteur s'écoulant à l'intérieur d'un canal horizontal de hauteur  $2L$  dont les parois sont soumises à un flux de chaleur pariétal  $q$  et placé dans un champ magnétique transversal  $\vec{B}$ . Dans ce cas, la force extérieure est nulle et le mouvement est maintenu par le gradient de pression, ainsi l'équation du mouvement est :

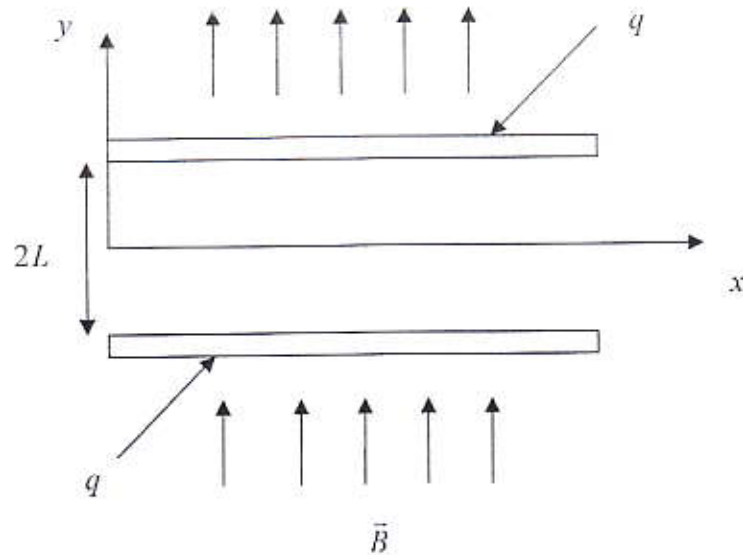


Figure III.2. Ecoulement laminaire d'un fluide dans un canal horizontal

$$\mu \frac{\partial^2 u(y)}{\partial y^2} - \sigma B^2 u(y) = \frac{dP}{dx} \quad (\text{III.30})$$

les conditions aux limites pour cette équation sont :

$$\text{Condition d'adhérence} \quad u(-L) = 0 \quad (\text{III.30a})$$

$$\text{Symétrie axiale} \quad \frac{\partial u(0)}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.30b})$$

La solution de l'équation (III.30) est :

$$u(y) = C_1 \exp\left(B \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} y\right) + C_2 \exp\left(-B \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} y\right) - \frac{1}{\sigma B^2} \frac{dP}{dx} \quad (\text{III.31})$$

en utilisant les conditions aux limites (III.30a) et (III.30b), le profil de la vitesse  $u(y)$  est :

$$u(y) = -\frac{1}{\sigma B^2} \frac{dP}{dx} \left[ 1 - \frac{\cosh\left(B\sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} y\right)}{\cosh\left(BL\sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}\right)} \right] \quad (\text{III.32})$$

Introduisant les variables adimensionnelles suivantes pour la vitesse et la distance transversale,  $U(Y) = \frac{u(y)}{u_m}$ ,  $Y = \frac{y}{L}$ , la vitesse adimensionnelle s'écrit :

$$U(Y) = \frac{\cosh(Ha) - \cosh(HaY)}{\cosh(Ha) - 1} \quad (\text{III.33})$$

où  $Ha$  est le nombre de Hartman défini par:

$$Ha = BL\sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} \quad (\text{III.34})$$

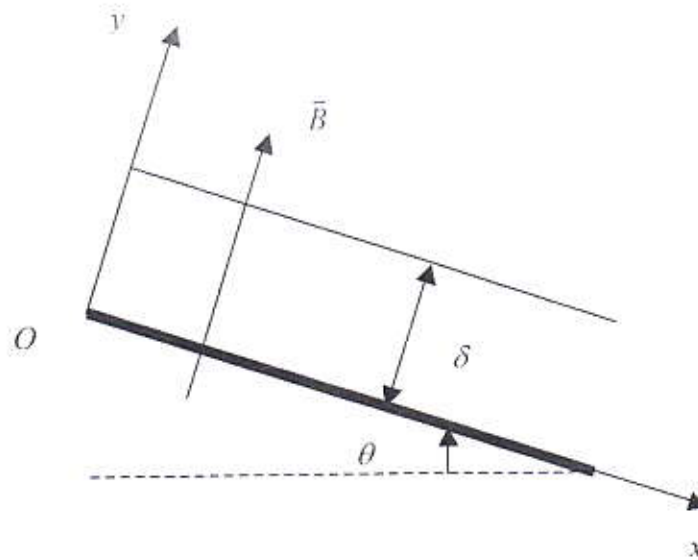
et

$$u_m = -\frac{1}{\sigma B^2} \frac{dP}{dx} \left( \frac{\cosh(Ha) - 1}{\cosh(Ha)} \right) \quad (\text{III.35})$$

Le nombre de Hartman exprime le rapport entre la force de Lorentz et les forces visqueuses dans l'écoulement.

### III.5.2. Cas d'un plan incliné

Considérons un plan incliné d'un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontal et soumis à un flux de chaleur pariétal  $q$ . Sur ce plan s'écoule sous l'effet de la gravitation un fluide newtonien conducteur d'épaisseur  $\delta$  et de surface libre et adiabatique en présence d'un champ magnétique transversal  $\vec{B}$ .



**Figure III.3. Ecoulement laminaire d'un fluide sur un plan incliné**

L'équation du mouvement dans ce cas se réduit à :

$$\mu \frac{\partial^2 u(y)}{\partial y^2} - \sigma B^2 u(y) = -\rho g \sin \theta \quad (\text{III.36})$$

Les conditions aux limites dans ce cas sont :

Condition d'adhérence  $u(0) = 0$  (III.36a)

Surface libre  $\frac{\partial u(\delta)}{\partial y} = 0$  (III.36b)

la solution de l'équation du mouvement est :

$$u(y) = C_1 \exp\left(B \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} y\right) + C_2 \exp\left(-B \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} y\right) + \frac{\rho g \sin \theta}{\sigma B^2} \quad (\text{III.37})$$

en utilisant les conditions aux limites (III.36a) et (III.36b), le profil de vitesse  $u(y)$  est défini par l'expression suivante:

$$u(y) = \frac{\rho g \sin \theta}{\sigma B^2} \left( 1 - \frac{\cosh\left(B \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} (\delta - y)\right)}{\cosh\left(B \delta \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}\right)} \right) \quad (\text{III.38})$$

Introduisons les variables adimensionnelles suivante pour la vitesse et la distance

transversale  $U(Y) = \frac{u(y)}{u_m}$ ,  $Y = \frac{y}{\delta}$ . la vitesse adimensionnelle devient alors:

$$U(Y) = \frac{\cosh(Ha) - \cosh(Ha(1-Y))}{\cosh(Ha) - 1} \quad (\text{III.39})$$

où  $Ha$  est le nombre de Hartmann défini par:

$$Ha = B\delta \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} \quad (\text{III.40})$$

et

$$u_m = \frac{\rho g \sin \theta}{\sigma B^2} \left( \frac{\cosh(Ha) - 1}{\cosh(Ha)} \right) \quad (\text{III.41})$$

### III.6. Profils analytiques de la température en absence de la dissipation visqueuse

#### III.6.1. Cas d'un canal

En absence de la dissipation visqueuse ( $\varepsilon = 0$ ), l'équation de la chaleur (équation (III.29)) s'écrit comme:

$$u(y) \frac{\partial T(x,y)}{\partial x} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial y^2} + \frac{\sigma B^2}{\rho C_p} u^2(y) \quad (\text{III.42})$$

les conditions aux limites dans ce cas sont:

$$\text{Température d'entrée} \quad T(0, y) = T_0 \quad (\text{III.42a})$$

$$\text{Flux de chaleur pariétal} \quad -\lambda \frac{\partial T(x, -L)}{\partial y} = q \quad (\text{III.42b})$$

$$\text{Symétrie par rapport à l'axe central} \quad \frac{\partial T(x, 0)}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.42c})$$

Définissons les variables adimensionnelles suivantes pour la distance axiale et la température :



$$X = \frac{ax}{u_m L^2}, \quad \Theta(X, Y) = \frac{T(x, y) - T_0}{\Delta T} \quad (\text{III.43})$$

où  $a = \lambda / \rho C_p$ , est la diffusivité thermique et  $\Delta T$  est la différence de température de référence définie par :

$$\Delta T = \frac{qL}{\lambda} \quad (\text{III.44})$$

L'équation de la chaleur adimensionnelle est donc :

$$U(Y) \frac{\partial \Theta(X, Y)}{\partial X} = \frac{\partial^2 \Theta(X, Y)}{\partial Y^2} + BrHr^2 U^2(Y) \quad (\text{III.45})$$

Les conditions aux limites (III.42a), (III.42b) et (III.42c) sous leurs formes adimensionnelles sont :

$$\Theta(0, Y) = 0 \quad (\text{III.45a})$$

$$\frac{\partial \Theta(X, -1)}{\partial Y} = -1 \quad (\text{III.45b})$$

$$\frac{\partial \Theta(X, 0)}{\partial Y} = 0 \quad (\text{III.45c})$$

Pour trouver la solution de l'équation (III.45), la méthode de séparation de variables est utilisée. La solution est supposée de la forme [60] :

$$\Theta(X, Y) = \theta_1(X)\theta_2(Y) + \theta_1(X) + \theta_2(Y) \quad (\text{III.46})$$

Le premier terme dans le membre droit de l'équation (III.46) est important dans le cas où les effets d'entrée sont pris en considération, le deuxième terme est due à l'augmentation de la température à cause du flux de chaleur pariétale accumulé et le troisième terme est due à l'augmentation de la température dans la direction transversale à cause de la de la pénétration du flux de chaleur pariétal dans le fluide. Négligeant les effets d'entrée et supposons que le système a déjà franchi l'étape de la transition initiale. Dans ce cas, le premier terme du membre droit de l'équation (III.46) disparaît. La combinaison des équations (III.45) et (III.46), fourni deux équations différentielles ordinaires qui sont :

$$\frac{\partial \Theta_1(X)}{\partial X} = \alpha \quad (\text{III.47})$$

$$\frac{\partial^2 \Theta_2(Y)}{\partial Y^2} = \alpha U(Y) - BrHa^2 U^2(Y) \quad (\text{III.48})$$

en intégrant les équations (III.47) et (III.48) et en ajoutant les solutions obtenues, la solution de l'équation de la chaleur (III.45) est donc la suivante :

$$\begin{aligned} \Theta(X, Y) = & \alpha X + \frac{\alpha}{(\cosh(Ha) - 1)} \left[ \frac{Y^2}{2} \cosh(Ha) - \frac{\cosh(HaY)}{Ha^2} \right] - \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha) - 1)^2} \left[ \frac{Y^2}{2} \cosh^2(Ha) \right. \\ & \left. - \frac{2}{Ha^2} \cosh(Ha) \cosh(HaY) + \frac{1}{8Ha^2} \cosh(2HaY) + \frac{Y^2}{4} \right] + C_1 Y + C \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

où  $C_1$  et  $C$  sont des constants d'intégration.

utilisant les conditions aux limites (III.45b) et (III.45c), les constants  $\alpha$  et  $C_1$  sont alors :

$$\alpha = \frac{D_1}{D_2}, \quad C_1 = 0 \quad (\text{III.50})$$

où  $D_1$  et  $D_2$  sont définies par:

$$D_1 = 1 + \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha) - 1)^2} \left[ \cosh^2(Ha) - \frac{2}{Ha} \cosh(Ha) \sinh(Ha) + \frac{1}{4Ha} \sinh(2Ha) + \frac{1}{2} \right] \quad (\text{III.51})$$

$$D_2 = \frac{Ha \cosh(Ha) - \sinh(Ha)}{Ha(\cosh Ha - 1)} \quad (\text{III.52})$$

Pour calculer la constante d'intégration  $C$ , la température de mélange définie par l'équation suivante est utilisée:

$$\Theta_b(X) = \frac{1}{A} \int_A \Theta(X, Y) dA \quad (\text{III.53})$$

où  $A$  est la surface de la section transversale du canal.

En remplaçant l'expression de la surface dans l'équation (III.53), on obtient l'expression suivante pour la température de mélange:

$$\Theta_b(X) = \int_0^1 \Theta(X, Y) dY \quad (III.54)$$

La condition au limite (III.45a), montre que:

$$\Theta_b(0) = 0 \quad (III.55)$$

substituant l'équation (III.49) dans l'équation (III.54) et utilisant l'équation (III.55), la constante d'intégration  $C$  est donc:

$$C = -\frac{\alpha}{(\cosh(Ha)-1)} \left[ \frac{\cosh(Ha)}{6} - \frac{\sinh(Ha)}{Ha^3} \right] + \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha)-1)^2} \left[ \frac{\cosh^2(Ha)}{6} - \frac{2\cosh(Ha)\sinh(Ha)}{Ha^3} + \frac{\sinh(2Ha)}{16Ha^3} + \frac{1}{2} \right] \quad (III.56)$$

### III.6.2. Cas d'un plan incliné

En absence de la dissipation visqueuse ( $\varepsilon = 0$ ), l'équation de la chaleur (équation (III.29)) pour le cas du plan incliné s'écrit comme :

$$u(y) \frac{\partial T(x, y)}{\partial x} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial y^2} + \frac{\sigma B^2}{\rho C_p} u^2(y) \quad (III.57)$$

Les conditions aux limites dans ce cas sont :

$$\text{Température d'entrée} \quad T(0, y) = T_0 \quad (III.58a)$$

$$\text{Flux de chaleur pariétal} \quad -\lambda \frac{\partial T(x, 0)}{\partial y} = q \quad (III.58b)$$

$$\text{Surface supérieure adiabatique} \quad \frac{\partial T(x, \delta)}{\partial y} = 0 \quad (III.58c)$$

Définissons les variables adimensionnelles suivantes pour la distance axiale et la température :

$$X = \frac{ax}{u_m \delta^2}, \quad \Theta(X, Y) = \frac{T(x, y) - T_0}{\Delta T} \quad (III.60)$$

où  $a = \lambda / \rho C_p$ , est la diffusivité thermique et  $\Delta T$  est la différence de température de référence définie par :

$$\Delta T = \frac{q\delta}{\lambda} \quad (\text{III.61})$$

L'équation de la chaleur adimensionnelle est donc :

$$U(Y) \frac{\partial \Theta(X, Y)}{\partial X} = \frac{\partial^2 \Theta(X, Y)}{\partial Y^2} + BrHa^2 U^2(Y) \quad (\text{III.62})$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\Theta(0, Y) = 0 \quad (\text{III.63a})$$

$$\frac{\partial \Theta(X, 0)}{\partial Y} = -1 \quad (\text{III.64b})$$

$$\frac{\partial \Theta(X, 1)}{\partial Y} = 0 \quad (\text{III.64c})$$

En utilisant la méthode de séparation des variables, on obtient deux équations différentielles ordinaires qui sont :

$$\frac{\partial \Theta_1(X)}{\partial X} = \alpha \quad (\text{III.65a})$$

$$\frac{\partial^2 \Theta_2(Y)}{\partial Y^2} = \alpha U(Y) - BrHa^2 U^2(Y) \quad (\text{III.65b})$$

L'intégration de ces deux équations différentielles donne la solution de l'équation de la chaleur (III.62):

$$\begin{aligned} \Theta(X, Y) = & \alpha X + \frac{\alpha}{\cosh(Ha) - 1} \left[ \frac{Y^2}{2} \cosh(Ha) - \frac{\cosh(Ha(1-Y))}{Ha^2} \right] - \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha) - 1)^2} \left[ \frac{Y^2}{2} \cosh^2(Ha) \right. \\ & \left. - \frac{2}{Ha^2} \cosh(Ha) \cosh(Ha(1-Y)) + \frac{1}{8Ha^2} \cosh(2Ha(1-Y)) + \frac{Y^2}{2} \right] + C_1 Y + C \end{aligned} \quad (\text{III.66})$$

L'utilisation des conditions aux limites (III.64b) et (III.64c), donne pour les constants  $\alpha$  et  $C_1$  les relations suivantes :

$$\alpha = \frac{A_3 - A_4}{A_1 - A_2}, \quad C_1 = \frac{A_1 A_4 - A_2 A_3}{A_1 - A_2} \quad (\text{III.67})$$

Les coefficients  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$  sont définis par :

$$A_1 = \frac{\sinh(Ha)}{Ha(\cosh(Ha)-1)}, A_2 = \frac{\cosh(Ha)}{\cosh(Ha)-1}$$

$$A_3 = \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha)-1)^2} \left( \frac{2}{Ha} \cosh(Ha)\sinh(Ha) - \frac{1}{4Ha} \sinh(2Ha) \right) - 1 \quad (III.68)$$

$$A_4 = \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha)-1)^2} \left( \cosh^2(Ha) + \frac{1}{2} \right)$$

Pour calculer la constante d'intégration  $C$ , la température de mélange définie par l'équation suivante est utilisée:

$$\Theta_b(X) = \frac{1}{A} \int_A \Theta(X, Y) dA \quad (III.69)$$

où l'élément de section  $dA$  et la section  $A$  du film liquide sont :

$$dA = \delta dY, A = \int_0^1 \delta dY = \delta \quad (III.70)$$

Dans ce cas, l'équation (III.69) s'écrit :

$$\Theta_b(X) = \int_0^1 \Theta(X, Y) dY \quad (III.71)$$

La condition aux limites définie par l'équation (III.63a), devient :

$$\Theta_b(0) = 0 \quad (III.72)$$

En combinant les équations (III.66), (III.71) et (III.72), la constante d'intégration  $C$  est donc :

$$C = \frac{\alpha}{(\cosh(Ha)-1)} \left[ \frac{\sinh(Ha)}{Ha^3} \right] - \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha)-1)^2} \left[ \frac{2}{Ha^3} \cosh(Ha)\sinh(Ha) - \frac{1}{16Ha^3} \sinh(2Ha) \right] - \frac{\alpha}{\delta(\cosh(Ha)-1)} + \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha)-1)^2} \left[ \frac{1}{6} \cosh^2(Ha) + \frac{1}{12} \right] \quad (III.73)$$

### III.7. Profils analytiques de la température en présence de la dissipation visqueuse

#### III.7.1. Cas d'un canal

En présence de la dissipation visqueuse ( $\varepsilon = 1$ ), l'équation de la chaleur (équation (III.29)) s'écrit comme:

$$u(y) \frac{\partial T(x,y)}{\partial x} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial y^2} + \frac{\sigma B^2}{\rho C_p} u^2(y) + \frac{\mu}{\rho C_p} \left( \frac{\partial u(y)}{\partial y} \right)^2 \quad (III.74)$$

Les conditions aux limites sont:

$$\text{Température d'entrée} \quad T(0,y) = T_0 \quad (III.75a)$$

$$\text{Flux de chaleur pariétal} \quad -\lambda \frac{\partial T(x,-L)}{\partial y} = q \quad (III.75b)$$

$$\text{Symétrie sur l'axe central} \quad \frac{\partial T(x,0)}{\partial y} = 0 \quad (III.75c)$$

En utilisant les équations (III.43) et (III.44), l'équation de chaleur adimensionnelle est :

$$U(Y) \frac{\partial \Theta(X,Y)}{\partial X} = \frac{\partial^2 \Theta(X,Y)}{\partial Y^2} + BrHa^2 U^2(Y) + Br \left( \frac{\partial U(Y)}{\partial Y} \right)^2 \quad (III.76)$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\Theta(0,Y) = 0 \quad (III.77a)$$

$$\frac{\partial \Theta(X,-1)}{\partial Y} = -1 \quad (III.77b)$$

$$\frac{\partial \Theta(X,0)}{\partial Y} = 0 \quad (III.77c)$$

Avec la même procédure de séparation des variables, la solution de l'équation (III.76) est :

$$\Theta(X,Y) = \alpha X + \frac{\alpha}{(\cosh(Ha)-1)} \left[ \frac{Y^2}{2} \cosh(Ha) - \frac{\cosh(HaY)}{Ha^2} \right] - \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha)-1)^2} \left[ \frac{Y^2}{2} \cosh^2(Ha) - \frac{2}{Ha^2} \cosh(Ha) \cosh(HaY) \right] + C \quad (III.78)$$

où  $\alpha$  et  $C$  sont des constants d'intégration.

Les conditions aux limites (III.77b) et (III.77c) permettent de calculer les constants d'intégration. Ces constantes sont définies par les expressions suivantes :

$$\alpha = \frac{D_1}{D_2} \quad (\text{III.79})$$

où  $D_1$  et  $D_2$  sont :

$$D_1 = \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha)-1)^2} \left( \cosh^2(Ha) - \frac{2}{Ha} \cosh(Ha) \sinh(Ha) + \frac{1}{2Ha} \sinh(2Ha) \right) + 1 \quad (\text{III.80})$$

$$D_2 = \frac{Ha \cosh(Ha) - \sinh(Ha)}{Ha(\cosh(Ha)-1)} \quad (\text{III.81})$$

En combinant les équations (III.53), (III.54) et (III.78), la constante d'intégration  $C$  devient :

$$C = -\frac{\alpha}{(\cosh(Ha)-1)} \left[ \frac{\cosh(Ha)}{6} - \frac{\sinh(Ha)}{Ha^3} \right] + \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha)-1)^2} \left[ \frac{\cosh^2(Ha)}{6} - \frac{2}{Ha^3} \cosh(Ha) \sinh(Ha) + \frac{1}{8Ha^3} \sinh(2Ha) \right] \quad (\text{III.82})$$

### III.7.2. Cas d'un plan incliné

En présence de la dissipation visqueuse ( $\varepsilon = 1$ ), l'équation de la chaleur (équation (III.29)) s'écrit comme :

$$u(y) \frac{\partial T(x,y)}{\partial x} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial y^2} + \frac{\sigma B^2}{\rho C_p} u^2(y) + \frac{\mu}{\rho C_p} \left( \frac{\partial u(y)}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{III.83})$$

Les conditions aux limites sont :

$$\text{Température d'entrée} \quad T(0,y) = T_0 \quad (\text{III.84a})$$

$$\text{Flux de chaleur pariétal} \quad -\lambda \frac{\partial T(x,0)}{\partial y} = q \quad (\text{III.84b})$$

$$\text{Surface supérieure adiabatique} \quad \frac{\partial T(x,\delta)}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.84c})$$

En utilisant les équations (III.60) et (III.61), l'équation de la chaleur sous sa forme adimensionnelle est :

$$U(Y) \frac{\partial \Theta(X, Y)}{\partial X} = \frac{\partial^2 \Theta(X, Y)}{\partial Y^2} + BrHa^2 U^2(Y) + Br \left( \frac{\partial U(Y)}{\partial Y} \right)^2 \quad (III.85)$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\Theta(0, Y) = 0 \quad (III.86a)$$

$$\frac{\partial \Theta(X, 0)}{\partial Y} = -1 \quad (III.86b)$$

$$\frac{\partial \Theta(X, 1)}{\partial Y} = 0 \quad (III.86c)$$

Avec la même procédure de séparation des variables, la solution de l'équation (III.85) est :

$$\begin{aligned} \Theta(X, Y) = & \alpha X + \frac{\alpha}{(\cosh(Ha) - 1)} \left[ \frac{Y^2}{2} \cosh(Ha) - \frac{\cosh(Ha(1 - Y))}{Ha^2} \right] \\ & - \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha) - 1)^2} \left[ \frac{Y^2}{2} \cosh^2(Ha) - \frac{2}{Ha^2} \cosh(Ha) \cosh(Ha(1 - Y)) + \frac{1}{4Ha^2} \cosh(2Ha(1 - Y)) \right] \\ & + C_1 Y + C \end{aligned} \quad (III.87)$$

Les équations (III.86b) et (III.86c) donnent les expressions suivantes pour les constants d'intégration  $\alpha$  et  $C_1$  :

$$\alpha = \frac{A_3 - A_4}{A_1 - A_2}, \quad C_1 = \frac{A_1 A_4 - A_2 A_3}{A_1 - A_2} \quad (III.88)$$

où  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$  sont :

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\sinh(Ha)}{Ha(\cosh(Ha) - 1)}, \quad A_2 = \frac{\cosh(Ha)}{\cosh(Ha) - 1} \\ A_3 &= \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha) - 1)^2} \left( \frac{2}{Ha} \cosh(Ha) \sinh(Ha) - \frac{1}{2Ha} \sinh(2Ha) \right) - 1 \\ A_4 &= \frac{BrHa^2 \cosh^2(Ha)}{(\cosh(Ha) - 1)^2} \end{aligned} \quad (III.89)$$



En combinant les équations (III.69), (III.70), (III.71), (III.86a) et (III.87), la constante d'intégration  $C$  est :

$$C = \frac{\alpha}{(\cosh Ha - 1)} \left[ \frac{\sinh(Ha)}{Ha^3} \right] - \frac{BrHa^2}{(\cosh(Ha) - 1)^2} \left[ \frac{2}{Ha^3} \cosh(Ha) \sinh(Ha) - \frac{2}{16Ha^3} \sinh(2Ha) \right] - \frac{\alpha}{6(\cosh(Ha) - 1)} + \frac{BrHa^2 \cosh^2(Ha)}{6(\cosh(Ha) - 1)^2} - \frac{C_2}{2} \quad (III.90)$$

### III.8. Taux de génération d'entropie

Comme l'écoulement est établi et que la température ne dépend que de  $x$  et  $y$ , les équations (III.21), (III.22) et (III.23), se simplifient et l'expression suivante est obtenue pour le taux de génération d'entropie [58]:

$$S_G = \frac{\lambda}{T_0^2} \left[ \left( \frac{\partial T(x,y)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T(x,y)}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{T_0} \left( \frac{\partial u(y)}{\partial y} \right)^2 + \frac{\sigma B^2}{T_0} u^2(y) \quad (III.91)$$

Le nombre de génération d'entropie est défini par l'expression suivante:

$$N_S = \frac{\lambda T_0^2}{q^2} S_G \quad (III.92)$$

En utilisant les expressions adimensionnelles de la vitesse et de la température, l'équation (III.92) s'écrit sous la forme adimensionnelle suivante :

$$N_S = \frac{1}{Pe^2} \left( \frac{\partial \Theta(X,Y)}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Theta(X,Y)}{\partial Y} \right)^2 + \frac{Br}{\Omega} \left( \frac{\partial U(Y)}{\partial Y} \right)^2 + \frac{BrHa^2}{\Omega} U^2(Y) \quad (III.93)$$

$$N_S = N_C + N_Y + N_F + N_B \quad (III.94)$$

où  $Pe$  et  $\Omega$  sont respectivement le nombre de Peclet et la différence de température adimensionnelle.  $N_C$  et  $N_Y$ , sont respectivement les nombres de génération d'entropie due à la conduction de la chaleur dans la direction axiale et dans la direction transversale.  $N_F$  est le nombre de génération d'entropie dû aux frottements du fluide et  $N_B$  est le nombre de génération d'entropie dû au champ magnétique.

**CHAPITRE IV**  
**RESULTATS ET INTERPRETATION**

## IV.1. Profils analytiques de la vitesse

### IV.1.1. Cas d'un canal

Les profils de la vitesse  $U(Y)$  sont représentés sur la figure IV.1 pour différentes valeurs du nombre de Hartman  $Ha$ . Comme on peut le voir, l'application d'un champ magnétique  $\vec{B}$  aplati le profil de la vitesse au voisinage de l'axe central du canal. L'augmentation de la valeur du nombre de Hartman décélère le mouvement du fluide dans le canal. L'application d'un champ magnétique induit une force résistive qui agit dans la direction opposée de l'écoulement, causant ainsi une décélération du mouvement.

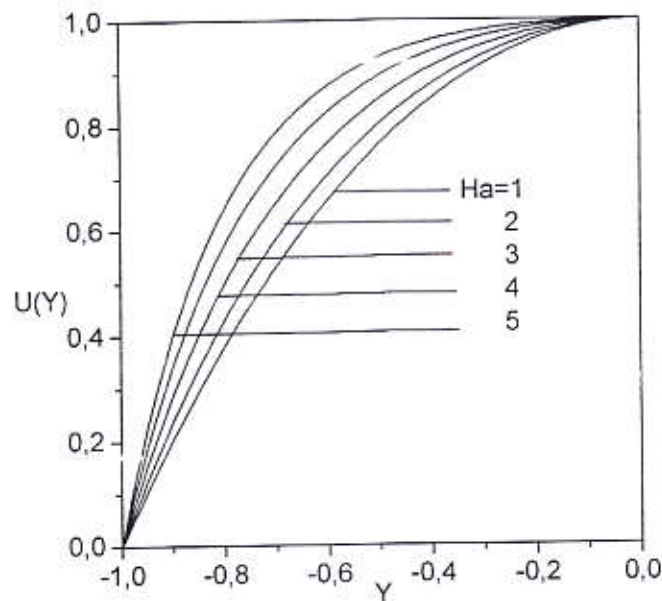
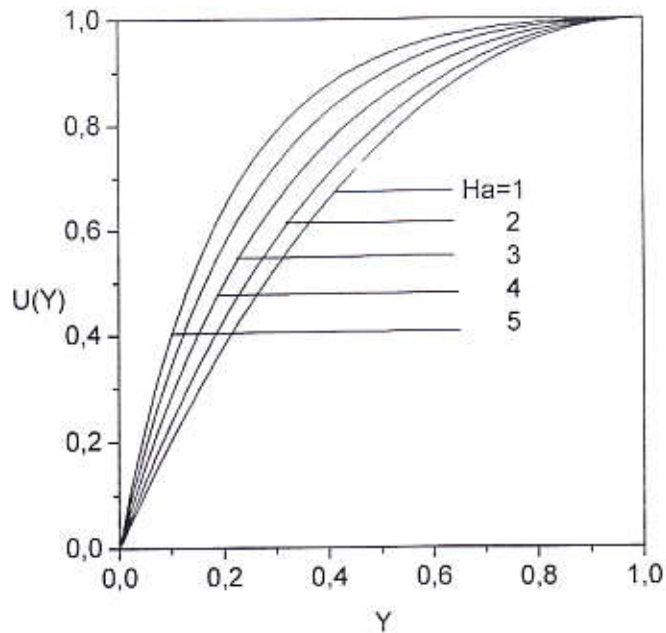


Figure IV.1. Profils de la vitesse en fonction de la distance transversale dans un canal pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

### IV.1.2. Cas d'un plan incliné

Les profils de la vitesse  $U(Y)$  sont représentés sur la figure IV.2 pour différentes valeurs du nombre de Hartman  $Ha$ . Comme on peut le voir, l'application d'un champ

magnétique  $\vec{B}$  aplati le profil de la vitesse au voisinage de la surface libre du film liquide. L'augmentation de la valeur du nombre de Hartman décélère le mouvement du fluide dans le canal. L'application d'un champ magnétique induit une force résistive qui agit dans la direction opposée de l'écoulement, causant ainsi une décélération du mouvement.



**Figure IV.2. Profils de la vitesse en fonction de la distance transversale dans un film liquide pour différentes valeurs du nombre de Hartman.**

## IV.2. Profils analytiques de la température en absence de la dissipation visqueuse

### IV.2.1. Cas d'un canal

Figure IV.3 présente les profils de la température  $\Theta(X,Y)$  à travers le fluide pour un nombre de Hartman  $Ha$  et un nombre de Brinkman  $Br$  donnés à des positions axiales différentes  $X$ . Pour une distance axiale fixée, la température est minimale sur l'axe central et maximale sur la paroi. Cependant, pour une distance transversale donnée, la température augmente, cela est dû au chauffage continu au quel est soumise la paroi. Pour une distance axiale  $X$  et un nombre de Brinkman  $Br$  donnés, l'effet du nombre de Hartman  $Ha$  sur le profil de la température  $\Theta(X,Y)$  est illustré sur la figure IV.4. L'augmentation du nombre de Hartman conduit à un profil de la température plus important à cause de la chaleur dissipée sous l'action de l'application du champ magnétique.

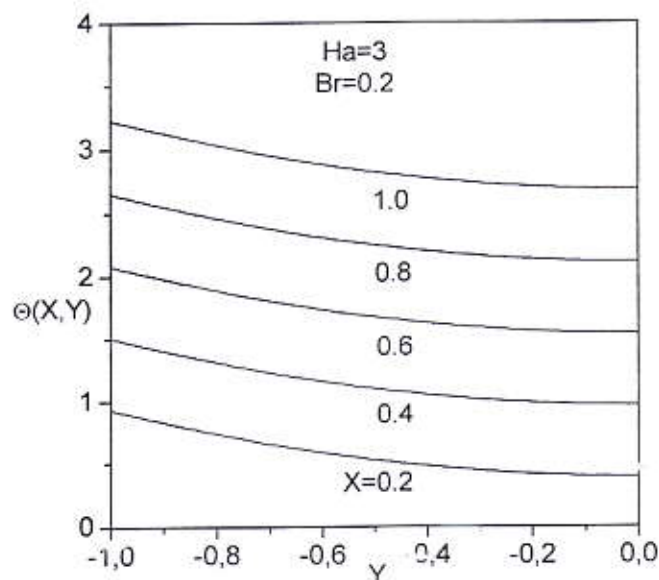


Figure IV.3. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs de la distance axiale.

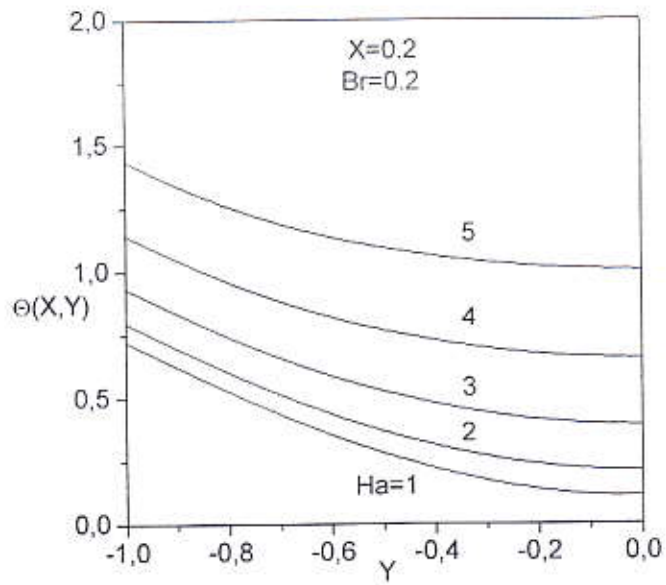


Figure IV.4. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

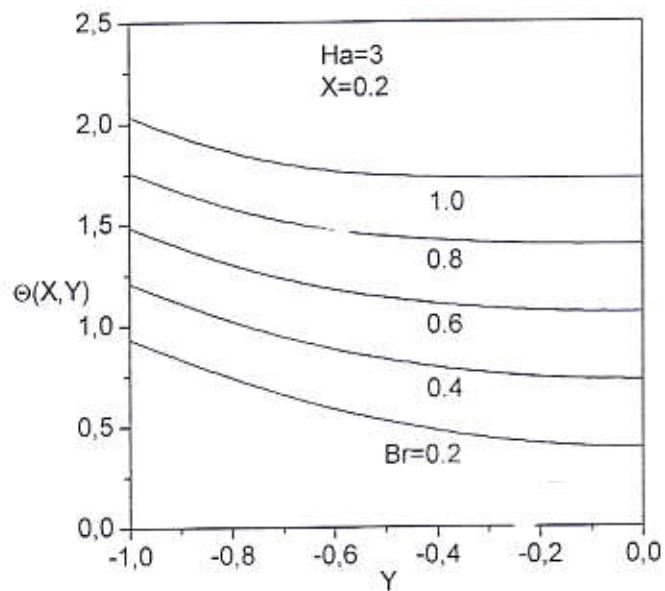


Figure IV.5. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

L'action du nombre de Brinkman  $Br$  sur les profils de température pour une position axiale  $X$  et un nombre de Hartman  $Ha$  donnés est illustrée sur la figure IV.5. Quand le nombre de Brinkman augmente, la température augmente en conséquence.

#### IV.2.2. Cas d'un plan incliné

La figure IV.6 représente les profils de la température  $\Theta(X,Y)$  à travers le film liquide pour un nombre de Hartmann  $Ha$  et un nombre de Brinkman  $Br$  donnés à différentes distances axiales  $X$ . Pour une distance axiale donnée, la température décroît dans la direction transversale. Cependant, pour une direction transversale donnée, la température augmente le long de la direction axiale à cause du chauffage continu au quel le plan incliné est soumis. Pour une distance axiale  $X$  et un nombre de Brinkman  $Br$  donnés, l'effet du nombre de Hartman  $Ha$  sur le profil de la température  $\Theta(X,Y)$  est illustré sur la figure IV.7. L'augmentation du nombre Hartman conduit à un profil de la température plus important à cause de la chaleur dissipée par l'application du champ magnétique.

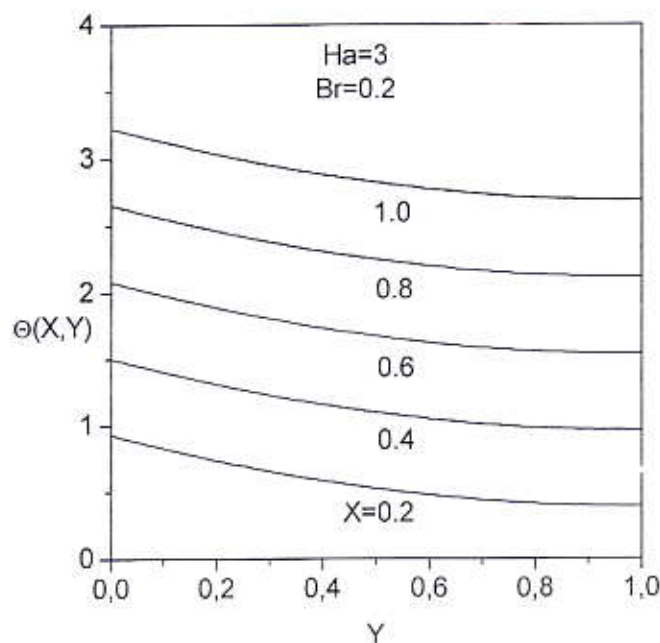


Figure IV.6. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs de la distance axiale.

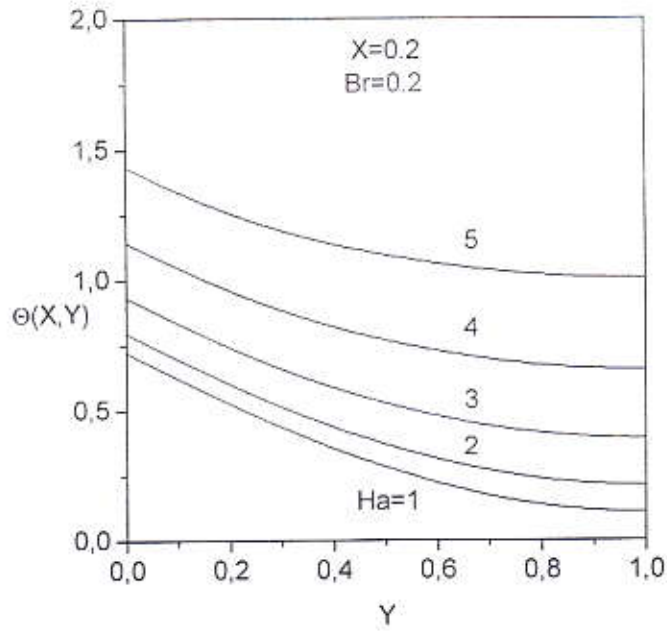


Figure IV.7. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

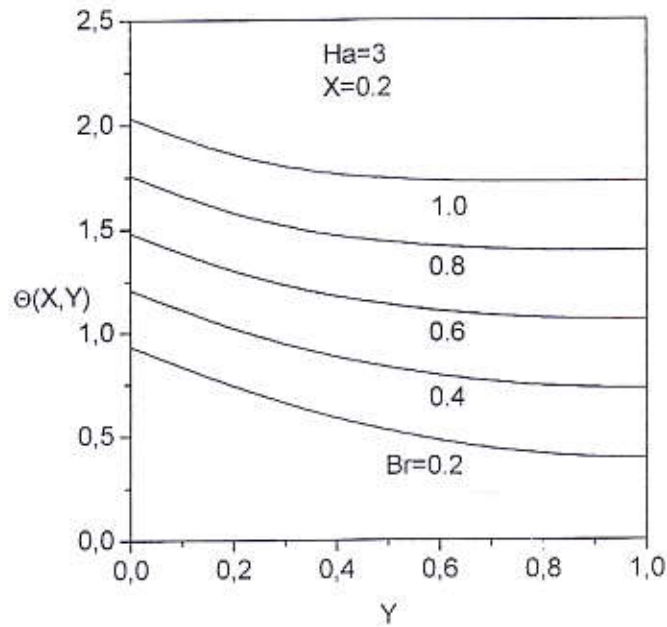


Figure IV.8. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.



L'influence du nombre de Brinkman  $Br$  sur les profils de la température pour une distance axiale  $X$  et un nombre de Hartman  $Ha$  donnés est illustré sur la figure IV.8. Quand le nombre de Brinkman augmente, la température augmente par conséquent.

### IV.3. Génération d'entropie en absence de la dissipation visqueuse [61], [62]

#### IV.3.1. Cas d'un canal

La distribution spatiale du nombre de génération d'entropie  $N_S$  pour différentes valeurs du nombre de Hartman  $Ha$  est représentée sur la figure IV.9. Quand le nombre de Hartman augmente, le nombre de génération d'entropie augmente en conséquence et montre un minimum près de la paroi chauffée.

La figure IV.10 illustre l'effet du nombre de Brinkman  $Br$  sur la distribution spatiale du nombre de génération d'entropie  $N_S$ . Ce nombre diminue quand le nombre de Brinkman augmente. Dans tout les cas la paroi chauffée et l'axe central agissent comme des concentrateurs d'irréversibilité.

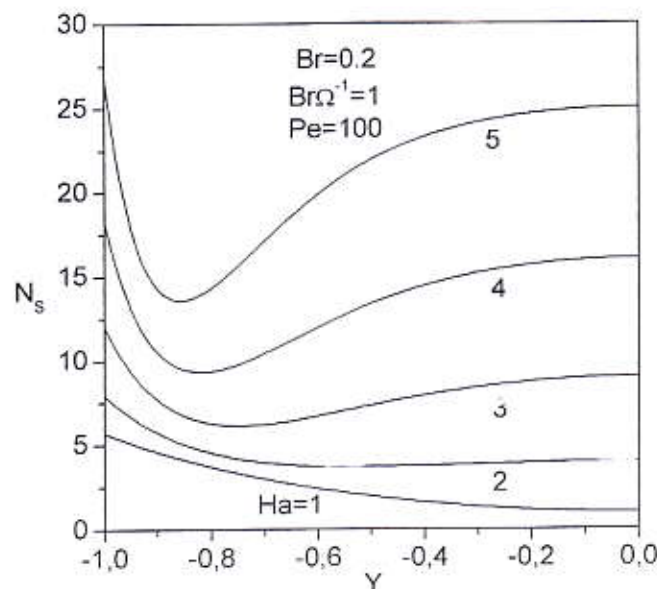


Figure IV.9. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

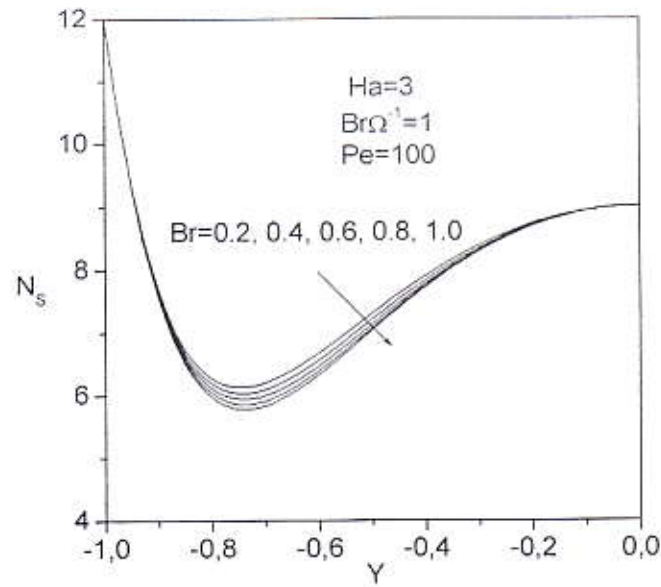


Figure IV.10. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

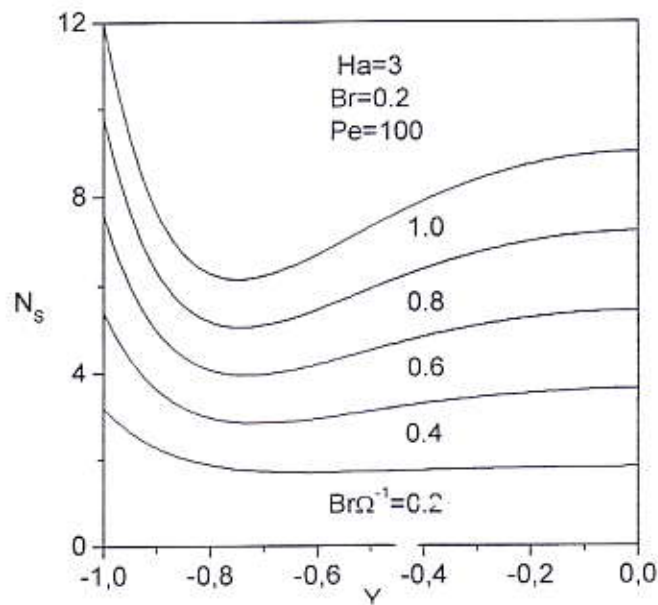


Figure IV.11. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du groupe adimensionnel.

L'effet du groupe adimensionnel  $Br\Omega^{-1}$  sur la distribution spatiale du nombre de génération d'entropie  $N_S$  est représenté sur la figure IV.11. Ce graphe montre que le nombre de génération d'entropie augmente avec l'augmentation du groupe adimensionnel.

### IV.3.2. Cas d'un plan incliné

L'effet du nombre de Hartman  $Ha$  sur la distribution spatiale du nombre de génération d'entropie  $N_S$  est représenté sur la figure IV.12. Quand le nombre de Hartman augmente, le nombre de génération d'entropie augmente dans la direction transversale et l'apparition de minimums près de la paroi chauffée devient évidente. Le nombre de génération d'entropie ne s'annule pas à la surface supérieure du film bien qu'elle soit libre et adiabatique. Ce ci est due au fait l'application du champ magnétique crée une génération d'entropie additionnelle à la surface supérieure.

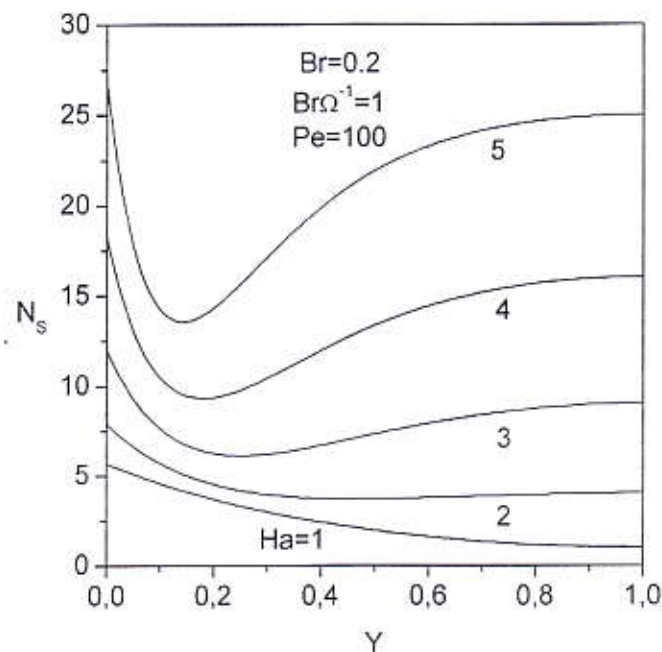


Figure IV.12. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

La figure IV.13 illustre l'effet du nombre de Brinkman  $Br$  sur la distribution spatiale du nombre de génération d'entropie  $N_S$ . Pour une position transversale donnée, le nombre de génération d'entropie est plus faible pour des nombres de Brinkman élevés. Dans tout les cas la paroi chauffée agit comme un concentrateur d'irréversibilité.

L'effet du groupe adimensionnel  $Br\Omega^{-1}$  sur la distribution spatiale du nombre de génération d'entropie  $N_S$  est représenté sur la figure IV.14. Il est clair que le nombre de génération d'entropie augmente quand le groupe adimensionnel augmente.

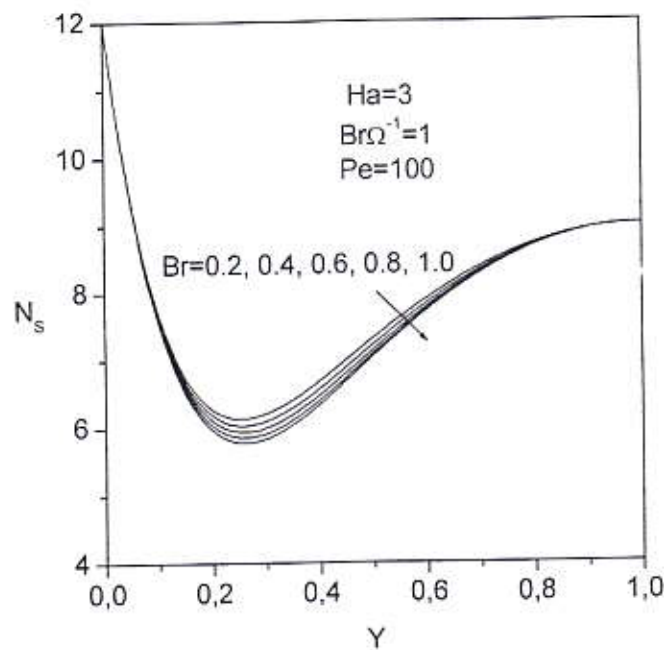


Figure IV.13. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

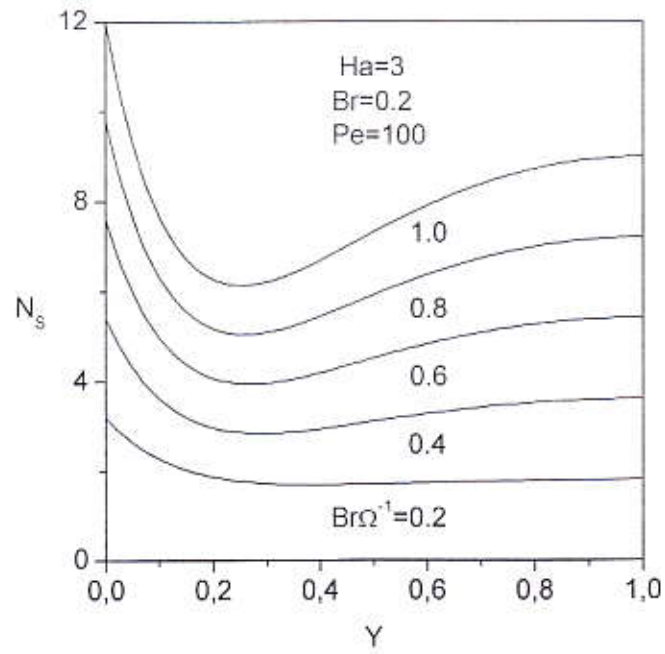


Figure IV.14. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du groupe adimensionnel.

## IV.4. Profils analytiques de la température en présence de la dissipation visqueuse

### IV.4.1. Cas d'un canal

Pour une distance axiale  $X$  et un nombre de Brinkman  $Br$  donnés, l'effet du nombre de Hartman  $Ha$  sur le profil de la température  $\theta(X,Y)$  est illustré sur la figure IV.15. L'augmentation du nombre de Hartman conduit à des profils de température plus élevés à cause de la chaleur dissipée par l'action du champ magnétique.

L'action du nombre de Brinkman  $Br$  sur le profil de température pour une distance axiale  $X$  et un nombre de Hartman  $Ha$  donnés est représenté sur la figure IV.16. Quand le nombre de Brinkman augmente, la température augmente en conséquence à cause de la chaleur générée par la dissipation visqueuse.

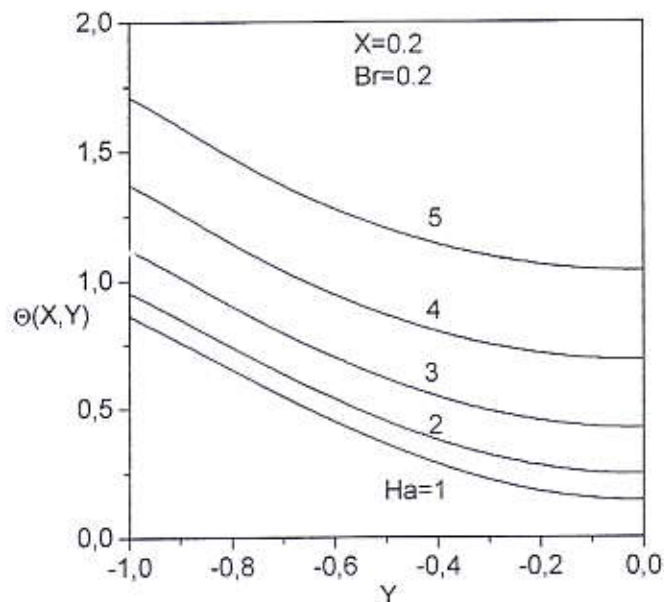
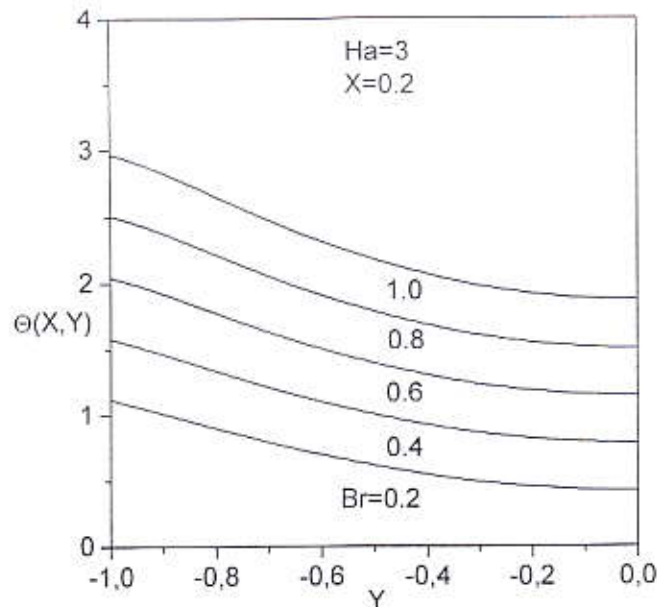


Figure IV.15. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.



**Figure IV.16. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.**

#### IV.4.2. Cas d'un plan incliné

Pour une distance axiale  $X$  et un nombre de Brinkman  $Br$  donnés, l'effet du nombre de Hartman  $Ha$  sur le profil de la température  $\theta(X, Y)$  est illustré sur la figure IV.17. L'augmentation du nombre de Hartman conduit à des profils de température plus élevés à cause de la chaleur dissipée par l'action du champ magnétique.

L'action du nombre de Brinkman  $Br$  sur le profil de température pour une distance axiale  $X$  et un nombre de Hartman  $Ha$  donnés est représenté sur la figure IV.18. Quand le nombre de Brinkman augmente, la température augmente en conséquence à cause de la chaleur générée par la dissipation visqueuse.

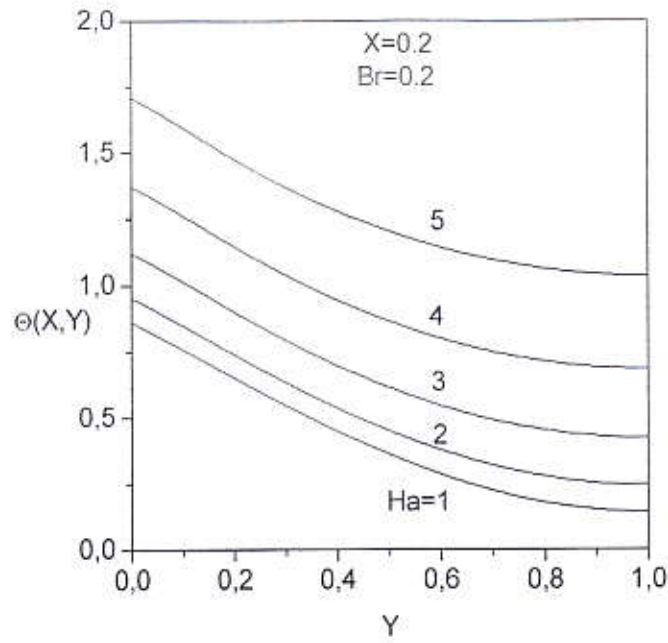


Figure IV.17. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

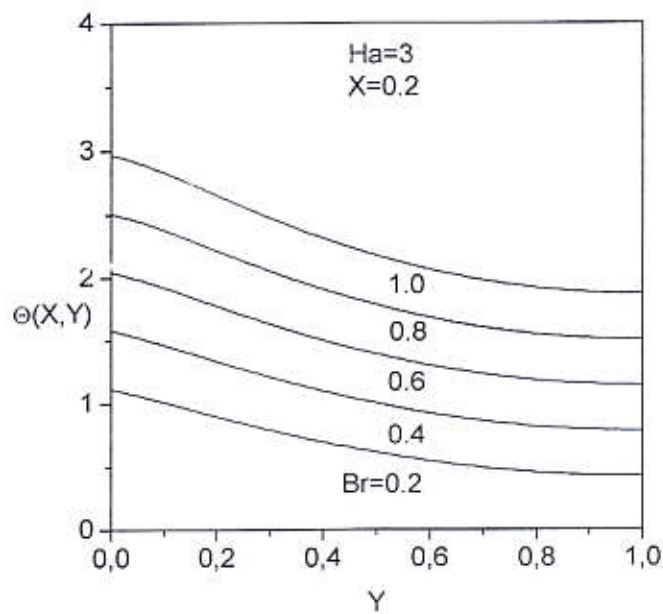


Figure IV.18. Profils de la température en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.



## IV.5. Génération d'entropie en présence de la dissipation visqueuse [63], [64]

### IV.5.1. Cas d'un canal

L'effet du nombre de Hartman  $Ha$  sur la distribution transversale du nombre de génération d'entropie  $N_S$  est représenté sur la figure IV.19. Quand le nombre de Hartman augmente le nombre de génération d'entropie augmente dans la direction transversale et un minimum apparaît près de la paroi chauffée. Sur l'axe centrale du canal où la vitesse et la température sont maximales (ou minimales) ce qui donne des gradients de vitesse et de température nuls donc ne produisant aucune entropie (second et troisième termes de l'équation (93)), le nombre de production d'entropie est très dépendant du nombre de Hartman qui est proportionnel au champ magnétique. La présence d'un champ magnétique crée une production additionnelle d'entropie (quatrième terme de l'équation (93)).

La figure IV. 20 illustre l'effet du nombre de Brinkman  $Br$ , pour un nombre de Hartman  $Ha$  et groupe adimensionnel  $Br\Omega^{-1}$ , sur la distribution transversale du nombre de génération d'entropie  $N_S$ , où il y a un minimum près de la paroi chauffée. Pour une distance transversale donnée, le nombre de génération d'entropie augmente avec l'augmentation du nombre de Brinkman. L'augmentation du nombre de Brinkman entraîne une forte génération d'entropie à cause du transfert de chaleur convective dans la direction transversale du fait de la dissipation visqueuse. Dans tout les cas la paroi chauffée agit comme une forte source d'irréversibilité.

L'effet du groupe adimensionnel  $Br\Omega^{-1}$ , sur la distribution transversale du nombre de génération d'entropie  $N_S$  est représenté sur la figure IV.21. Le groupe adimensionnel détermine l'importance relative de l'effet de la dissipation visqueuse. Pour de faibles valeurs de ce groupe adimensionnel, le nombre de génération d'entropie diminue le long de la

direction transversale. Pour des valeurs assez grandes du groupe adimensionnel, le nombre de génération d'entropie diminue au début puis augmente le long de la direction transversale.

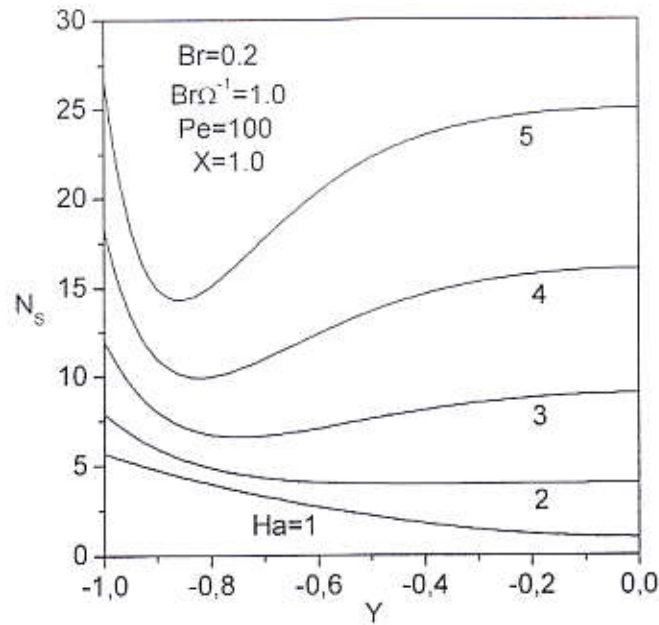


Figure IV.19. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

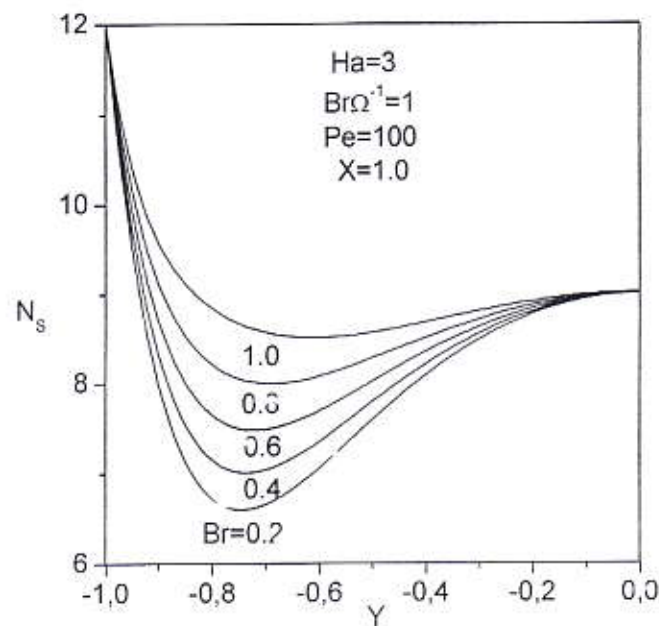


Figure IV.20. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

Pour une distance transversale donnée, le nombre de génération d'entropie augmente avec le groupe adimensionnel. Ceci est dû au fait que pour des valeurs assez grandes du groupe adimensionnel, les nombres de génération d'entropie dus aux frottements et à la présence du champ magnétique augmentent (troisième et quatrième termes de l'équation (93)).

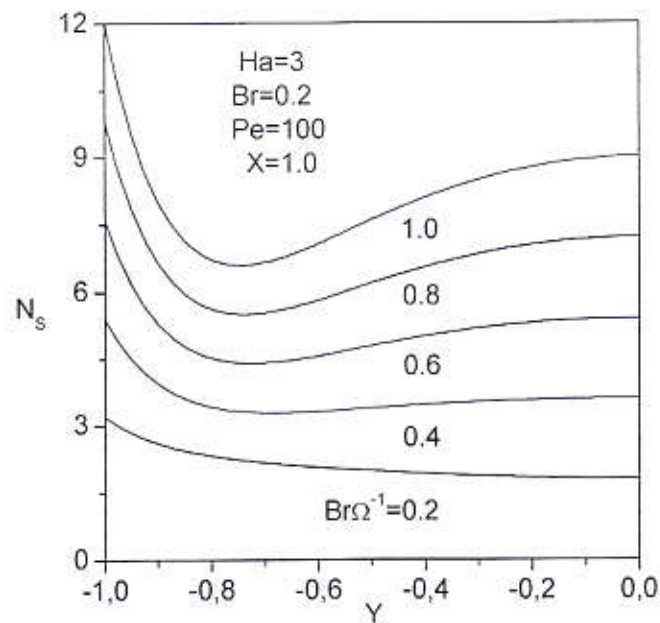


Figure IV.21. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du groupe adimensionnel.

### IV.5.2. Cas d'un plan incliné

L'effet du nombre de Hartman  $Ha$  sur la distribution transversale du nombre de génération d'entropie  $N_S$  est représenté sur la figure IV.22. Quand le nombre de Hartman augmente le nombre de génération d'entropie augmente dans la direction transversale et un minimum apparaît près de la paroi chauffée. Sur la surface libre et adiabatique où la vitesse et la température sont maximales (ou minimales) ce qui donne des gradients de vitesse et de température nuls donc ne produisant aucune entropie (second et troisième termes de l'équation (93)), le nombre de production d'entropie est très dépendant du nombre de Hartman qui est proportionnel au champ magnétique. La présence d'un champ magnétique crée une production additionnelle d'entropie (quatrième terme de l'équation (93)).

La figure IV. 23 illustre l'effet du nombre de Brinkman  $Br$ , pour un nombre de Hartman  $Ha$  et groupe adimensionnel  $Br\Omega^{-1}$ , sur la distribution transversale du nombre de génération d'entropie  $N_S$ , où il y a un minimum près de la paroi chauffée. Pour une distance transversale donnée, le nombre de génération d'entropie augmente avec l'augmentation du nombre de Brinkman. L'augmentation du nombre de Brinkman entraîne une forte génération d'entropie à cause du transfert de chaleur convective dans la direction transversale du fait de la dissipation visqueuse. Dans tout les cas la paroi chauffée agit comme une forte source d'irréversibilité.

L'effet du groupe adimensionnel  $Br\Omega^{-1}$ , sur la distribution transversale du nombre de génération d'entropie  $N_S$  est représenté sur la figure IV.24. Le groupe adimensionnel détermine l'importance relative de l'effet de la dissipation visqueuse. Pour de faibles valeurs de ce groupe adimensionnel, le nombre de génération d'entropie diminue le long de la direction transversale. Pour des valeurs assez grandes du groupe adimensionnel, le nombre de génération d'entropie diminue au début puis augmente le long de la direction transversale.

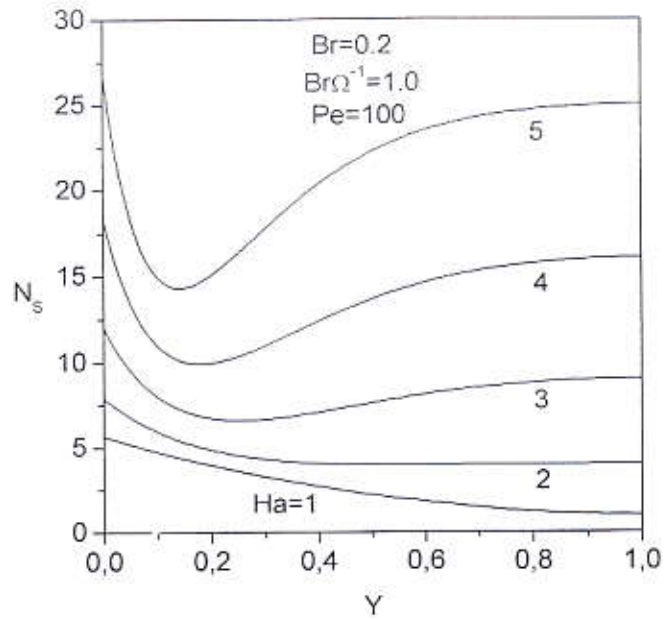


Figure IV.22. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Hartman.

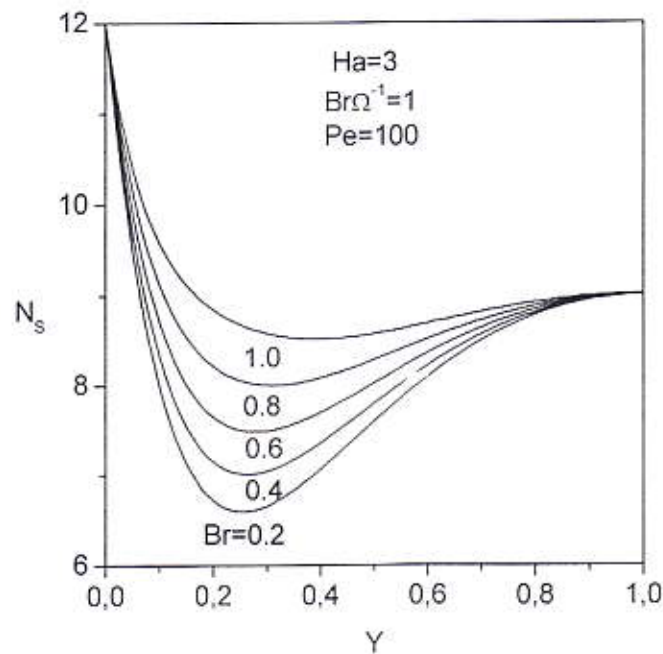


Figure IV.23. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du nombre de Brinkman.

Pour une distance transversale donnée, le nombre de génération d'entropie augmente avec le groupe adimensionnel. Ceci est dû au fait que pour des valeurs assez grandes du groupe adimensionnel, les nombres de génération d'entropie dus au frottements et à la présence du champ magnétique augmentent (troisième et quatrième termes de l'équation (93)).

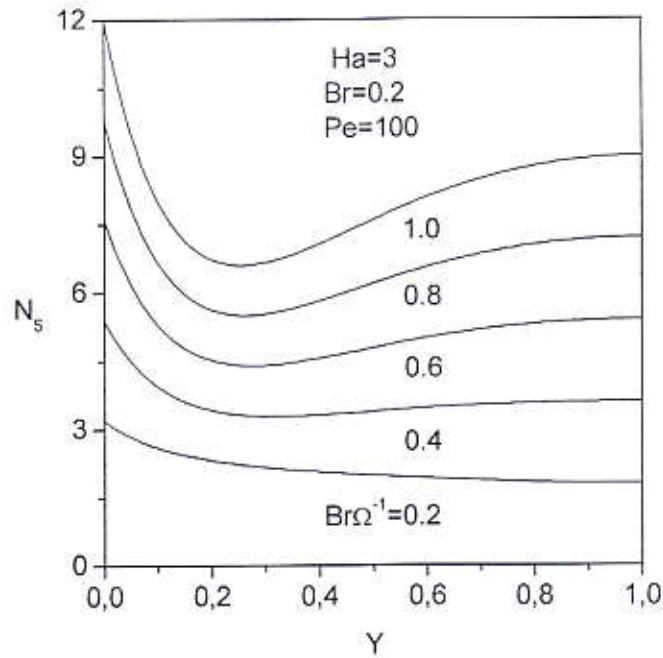


Figure IV.24. Profils du nombre de génération d'entropie en fonction de la distance transversale pour différentes valeurs du groupe adimensionnel.

## CONCLUSION

Ce travail présente l'application du deuxième principe de la thermodynamique à un fluide conducteur en écoulement dans un canal et sur un plan incliné en présence d'un champ magnétique transversal en absence et en présence de la dissipation visqueuse. Les profils de la vitesse et de la température sont obtenus et utilisés pour calculer le nombre de génération d'entropie. Les effets du nombre de Hartman, du nombre de Brinkman et le groupe adimensionnel sur la vitesse, la température et le nombre de génération d'entropie sont discutés.

Des résultats obtenus, les conclusions suivantes sont tirées:

- a) L'augmentation du nombre de Hartman aplati les profils de la vitesse.
- b) Les profils de la température augmentent avec l'augmentation des nombres de Hartman et de Brinkman.
- c) Le nombre de génération d'entropie augmente avec l'augmentation du nombre de Hartman, du nombre de Brinkman et du groupe adimensionnel.



## **BIBLIOGRAPHIE**

## CHAPITRE I

[1] FEIDT M., Thermodynamique et optimisation énergétique des systèmes et procédés. Technique et documentation, Paris, 1996.

[2] PRIGOGINE I., Introduction à la thermodynamique des processus irréversibles. Dunod, Paris, 1968.

## CHAPITRE II

[3] FEIDT M., COSTEA M., PETRE C., PETRESCU S., Optimization of the direct Carnot cycle. *Applied Thermal Engineering*, Volume 27, 2007, pp. 829-839.

[4] LI G.C., YANG S.A., Entropy generation minimization of free convection film condensation on an elliptical cylinder. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 46, 2007, pp. 407-412.

[5] CALDAS M., SEMIÃO V., The effect of turbulence-radiation interaction on radiative entropy generation and heat transfer. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Volume 104, 2007, pp. 12-23.

[6] ZALETA-AGUILAR A., CORREAS-USON L., KUBIAK-SZYSZKA J., SIERRA-ESPINOSA F.Z., Concept on thermoeconomic evaluation of steam turbines. *Applied Thermal Engineering*, Volume 2, 2007, pp. 457-466.

[7] SAIDI M.H., MONTAZERI A., Second law analysis of a magnetohydrodynamic plasma generator. *Energy*, 2007. (in press)

[8] HOOMAN K., GURGENCI H., MERRIKH A.A., Heat transfer and entropy generation optimization of forced convection in porous-saturated ducts of rectangular cross-section. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 50, 2007, pp. 2051-2059.

[9] BUTCHER C.J., REDDY B.V., Second law analysis of a waste heat recovery based power generation system. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 50, 2007, pp. 2355-2363.

[10] LAYEK A., SAINI J.S., SOLANKI S.C., Second law optimization of a solar air heater having chamfered rib-groove roughness on absorber plate. *Renewable Energy*, Volume 32, 2007, pp. 1967-1980.

[11] PANTHALOOKARAN V., HEIDEMANN W., MÜLLER-STEINHAGEN H., A new method of characterization for stratified thermal energy stores. *Solar Energy*, 2007 (in press).

[12] HOOMAN K., EJLALI A., Entropy generation for forced convection in a porous saturated circular tube with uniform wall temperature. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Volume 34, 2006, pp. 408-419.

[13] TAUFIQ B.N., MASJUKI H.H., MAHLIA T.M.I., SAIDUR R., FAIZUL M.S., NIZA MOHAMAD E., Second law analysis for optimal thermal design of radial fin geometry by convection. *Applied Thermal Engineering*, Volume 27, 2006, pp. 1363-1370.

- [14] KO T.H., Thermodynamic analysis of optimal mass flow rate for fully developed laminar forced convection in a helical coiled tube based on minimal entropy generation principle. *Energy Conversion and Management*, Volume 4, 2006, pp. 3094-3104.
- [15] NAPHON P., Second law analysis on the heat transfer of the horizontal concentric tube heat exchanger. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Volume 33, 2006, pp. 1029-1041.
- [16] MAHMUD S., FRASER R.A., Second law analysis of forced convection in a circular duct for non-Newtonian fluids. *Energy*, Volume 31, 2006, pp. 2226-2244.
- [17] MAKINDE O.D., OSALUSI E., Entropy generation in a liquid film falling along an inclined porous heated plate. *Mechanics Research Communications*, Volume 33, 2006, pp. 692-698.
- [18] RAKOPOULOS C.D., KYRITSIS D.C., Hydrogen enrichment effects on the second law analysis of natural and landfill gas combustion in engine cylinders. *International Journal of Hydrogen Energy*, Volume 31, 2006, pp. 1384-1393.
- [19] KO T.H., Thermodynamic analysis of optimal curvature ratio for fully developed laminar forced convection in a helical coiled tube with uniform heat flux. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 45, 2006, pp. 729-737.
- [20] DUNG S.C. AND YANG S.A., Second law based optimization of free convection film-wise condensation on a horizontal tube. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Volume 33, 2006, pp. 636-644.
- [21] KO T.H., Numerical investigation on laminar forced convection and entropy generation in a curved rectangular duct with longitudinal ribs mounted on heated wall. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 45, 2006, pp. 390-404.
- [22] KO T.H., TING K., Entropy generation and optimal analysis for laminar forced convection in curved rectangular ducts: A numerical study. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 45, 2006, pp. 138-150.
- [23] BOULAMA K.G., GALANIS N., ORFI J., Entropy generation in a binary gas mixture in the presence of thermal and solutal mixed convection. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 45, 2006, pp. 51-59.
- [24] CALDAS M., SEMIÃO V., Entropy generation through radiative transfer in participating media: analysis and numerical computation. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Volume 96, 2005, pp. 423-437.
- [25] STRUB F., CASTAING-LASVIGNOTTES J., STRUB M., PONS M., MONCHOUX F., Second law analysis of periodic heat conduction through a wall. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 44, 2005, pp. 1154-1160.
- [26] DATTA A., Effects of gravity on structure and entropy generation of confined laminar diffusion flames. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 44, 2005, pp. 429-440.

- [27] SAIDI M.H., EHYAEI M.A., ABBASI A., Optimization of a combined heat and power PEFC by exergy analysis. *Journal of Power Sources*, Volume 143, 2005, pp. 179-184.
- [28] KO T.H., TING K., Entropy generation and thermodynamic optimization of fully developed laminar convection in a helical coil. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Volume 32, 2005, pp. 214-223.
- [29] OZTOP H. F., Effective parameters on second law analysis for semicircular ducts in laminar flow and constant wall heat flux. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Volume 32, 2005, pp. 266-274.
- [30] GHODOOSI L., Entropy generation rate in uniform heat generating area cooled by conducting paths: criterion for rating the performance of constructal designs. *Energy Conversion and Management*, Volume 45, 2004, pp. 2951-2969.
- [31] YAKUT K., SAHIN B., CANBAZOGLU S., Performance and flow-induced vibration characteristics for conical-ring turbulators. *Applied Energy*, Volume 7, 2004, pp. 65-76.
- [32] KEARNS D.T., WEBLEY P.A., Application of an adsorption non-flow exergy function to an exergy analysis of a pressure swing adsorption cycle. *Chemical Engineering Science*, Volume 59, 2004, pp. 3537-3557.
- [33] ADEWUSI S.A., ZUBAIR S.M., Second law based thermodynamic analysis of ammonia-water absorption systems. *Energy Conversion and Management*, Volume 45, 2004, pp.2355-2369.
- [34] JEONG S., How difficult is it to make a micro refrigerator?. *International Journal of Refrigeration*, Volume 27, 2004, pp. 309-313.
- [35] MAHMUD S., FRASER R.A., Mixed convection-radiation interaction in a vertical porous channel: Entropy generation. *Energy*, Volume 28, 2003, pp. 1557-1577.
- [36] MAHMUD S., SADRUL ISLAM A.K.M., Laminar free convection and entropy generation inside an inclined wavy enclosure. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 42, 2003, pp.1003-1012.
- [37] LAVRIC V., BAETENS D., PLESU V., DE RUYCK J., Entropy generation reduction through chemical pinch analysis. *Applied Thermal Engineering*, Volume 2, 2003, pp. 1837-1845.
- [38] MAHMUD S., FRASER R.A., Analysis of entropy generation inside concentric cylindrical annuli with relative rotation. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 42, 2003, pp. 513-521.
- [39] MAHMUD S., FRASER R.A., The second law analysis in fundamental convective heat transfer problems. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 42, 2003, pp. 177-186.
- [40] MAHMUD S., FRASER R.A., Thermodynamic analysis of flow and heat transfer inside channel with two parallel plates. *Exergy, An International Journal*, Volume 2, 2002, pp. 140-146.

- [41] MAHMUD S., FRASER R.A., Second law analysis of heat transfer and fluid flow inside a cylindrical annular space. *Exergy, An International Journal*, Volume 2, 2002, pp. 322-329.
- [42] MAHMUD S., FRASER R.A., Analysis of mixed convection—Radiation interaction in a vertical channel: Entropy generation. *Exergy, An International Journal*, Volume 2, 2002, pp. 330-339.
- [43] DEMIREL Y., KAHRAMAN R., Thermodynamic analysis of convective heat transfer in an annular packed bed. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 21, 2000, pp. 442-448.
- [44] ŞAHİN A.Z., Irreversibilities in various duct geometries with constant wall heat flux and laminar flow. *Energy*, Volume 23, 1998, pp. 465-473.
- [45] GYFTOPOULOS E.P., Fundamentals of analyses of processes. *Energy Conversion and Management*, Volume 38, 1997, pp. 1525-1533.
- [46] DEMIREL Y., AL-ALI H.H., Thermodynamic analysis of convective heat transfer in a packed duct with asymmetrical wall temperatures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 40, 1997, pp. 1145-1153.
- [47] DEMIREL Y., Thermodynamic optimization of convective heat transfer in a packed duct. *Energy*, Volume 20, 1995, pp. 959-967.
- [48] CHENG C.H., MA W.P., HUANG W.H., Numerical predictions of entropy generations for mixed convective flows in a vertical channel with transverse fin array. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Volume 21, 1994, pp. 519-530.
- [49] CARRINGTON C.G., SUN Z.F., Second law analysis of combined heat and mass transfer in internal and external flows. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 13, 1992, pp. 65-70.
- [50] CARRINGTON C.G., SUN Z.F., Second law analysis of combined heat and mass transfer phenomena. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 34, 1991, pp. 2767-2773.
- [51] EGRICAN N., UYGUR S., Minimum entropy generation design method for the heat transfer process in the supercritical region. *Energy Conversion and Management*, Volume 32, 1991, pp. 375-385.
- [52] POULIKAKOS D., JOHNSON J.M., Second law analysis of combined heat and mass transfer phenomena in external flow. *Energy*, Volume 14, 1989, pp. 67-73.
- [53] BEJAN A., The thermodynamic design of heat and mass transfer processes and devices. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 8, 1987, pp. 258-276.
- [54] BEJAN A., Second law analysis in heat transfer. *Energy*, Volume 5, 1980, pp. 720-732.
- [55] THOMA J.U., Entropy and mass flow for energy conversion. *Journal of the Franklin Institute*, Volume 299, 1975, pp. 89-96.

[56] MAHMUD S., TASNIM S.H., MAMUN M.A.H., Thermodynamic analysis of mixed convection in a channel with transverse hydromagnetic effect. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 42, 2003, pp. 731-740.

[57] TASNIM S.H., SHOHEL S., MAMUN M.A.H., Entropy generation in a porous channel with hydromagnetic effect. *Exergy, An International Journal*, Volume 2, 2002, pp. 300-308.

### CHAPITRE III

[58] ZIENICKE E., BOECK T., KRASNOV D., Transition to turbulence in magnetohydrodynamic channel flow of liquid metals. NIC symposium, John von Neumann Institute for computing, Juelich, Germany, Volume 32, 2006, pp. 341-348.

[59] WOODS L. C., Thermodynamics of fluid systems, Oxford University Press, Oxford, 1975.

[60] MAHMUD S., FRASER R.A., Entropy generation. *Exergy, An International Journal*, Volume 2, 2002, pp. 330-339.

### CHAPITRE IV

[61] AIBOUD-SAOULI S., SAOULI S., SETTOU N., MEZA N., Thermodynamic analysis of laminar gravity-driven liquid film along an inclined plate with transverse hydromagnetic effect. *International Conference on fluid and Thermal Energy Conversion 2006 (FTEC 2006)*, Jakarta, Indonesia, December 10-14, 2006.

[62] AIBOUD-SAOULI S., SAOULI S., SETTOU N., MEZA N., The effect of a transverse magnetic field on entropy generation in laminar fluid flow in a channel. *International Conference on fluid and Thermal Energy Conversion 2006 (FTEC 2006)*, Jakarta, Indonesia, December 10-14, 2006.

[63] AIBOUD-SAOULI S., SETTOU N., SAOULI S., MEZA N., Second-law analysis of laminar fluid flow in a heated channel with hydromagnetic and viscous dissipation effects. *Applied Energy*, Volume 84, 2007, pp.279-289.

[64] AIBOUD-SAOULI S., SAOULI S., SETTOU N., MEZA N., Thermodynamic analysis of gravity-driven liquid film along an inclined heated plate with hydromagnetic and viscous dissipation effects. *Entropy*, Volume 8, 2006, pp. 188-199.