

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA



FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE ET SCIENCES DE LA MATIERE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de magistère en électronique

Option : Micro-ondes et Traitement du Signal

Par : **M. BELHEDRI Abdelkrim**

Thème

Influence de la supraconductivité à haute température de transition sur la résonance d'une plaque rectangulaire réalisée sur un substrat à anisotropie de type électrique et magnétique

Devant le jury composé de :

Président :	Pr. AIADI	Kamal Eddine	Prof.	U. Ouargla
Rapporteur :	Dr. MESSAI	Abderraouf	M.C.(A)	U. Constantine 1
Examineurs :	Dr. BOULAKROUNE	M'hamed	M.C.(A)	U. Ouargla
	Pr. FORTAKI	Tarek	Prof.	U. Batna

REMERCIEMENTS

Toutes mes considérations et toute ma gratitude à mon Promoteur, le Dr. **Abderaouf MESSAI**, Maitre Conférence A à l'université de Constantine pour son suivi, sa collaboration, son orientation et son encouragement pour mettre à terme ce travail.

Je tiens aussi à remercier le Professeur **Kamal Eddine AIADI**, Professeur à l'université de Ouargla, pour avoir accepté de présider le jury de soutenance.

Mes sincères remerciements au Dr. **M'hamed BOULAKROUNE**, Maitre Conférence A, université de Ouargla, qui a bien veillé sur le bon déroulement de notre formation de poste graduation, et d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Mes vives remerciements au Professeur **Tarek FORTAKI**, Professeur à l'université de Batna, pour avoir accepté d'examiner ce travail et pour sa collaboration, son orientation et son encouragement.

Je n'oublie jamais de remercier toutes les personnes, de l'université de Ouargla, qui m'ont enseignés pendant les cycles de graduation et de poste- graduation.

INTRODUCTION GENERALE.....	2
BIBLIOGRAPHIE	4

Chapitre 1 : Généralités sur les antennes microbandes

1.1 Introduction	7
1.2 Avantages et inconvénients	7
1.3 Caractéristiques des antennes microbandes	8
1.3.1 Forme des antennes microbandes	8
1.3.2 Les substrats.....	9
1.3.2.1 Les matériaux diélectriques utilisés	10
1.3.2.2 Critères de choix du substrat	10
1.3.2.3 Anisotropie du substrat	11
1.4 Principe de fonctionnement d'une antenne microbande	12
1.4.1 Puissance perdue par ondes de surfaces	14
1.4.2 Mécanisme de radiation	14
1.5 Techniques d'excitation des antennes microbandes	15
1.5.1 Alimentation par ligne microbande	15
1.5.2 Alimentation par câble coaxial	16
1.5.3 Alimentation par fente	16
1.5.4 Alimentation par couplage de proximité	17
1.6 Méthodes d'analyse	18
1.6.1 Méthodes approximatives	19
1.6.1.1 Modèle de la ligne de transmission	19
1.6.1.2 Modèle de la cavité et modèle généralisé de la cavité	21
1.6.2 Méthodes Full-wave	22
1.6.2.1 Méthodes des moments	22
1.7 Conclusion	23
BIBLIOGRAPHIE	25

Chapitre 2 : Formulation théorique

2.1 Introduction	27
2.2 Théorie de la fonction de Green	27
2.2.1 Equations de Maxwell	27
2.2.2 Equations de Maxwell dans le domaine spectral (domaine de Fourier)	28
2.2.3 Les équations de propagation du champ E et H.....	28
2.2.4 Détermination des dyades de Green spectral	35
2.3 Formulation des équations intégrales du champ électrique.....	38
2.4 Résolution des équations intégrales par la méthode des moments «Galerkin»	39
2.4.1 La fréquence de résonance et la bande passante.....	41
2.4.2 Choix des fonctions de base dans la procédure de Galerkin	42
2.4.3 Détermination de la transformée de Fourier des fonctions de base	42
2.5 Méthode d'analyse.....	44
2.5.1 Tenseur spectral de Green pour une antenne ayant un patch supraconducteur	49
2.5.2 Equation intégrale du champ électrique	51
2.5.3 Résolution de l'équation intégrale.....	52
2.6 Conclusion	54
BIBLIOGRAPHIE	55

Chapitre 3 : Résultats et discussions

3.1 Introduction	<u>57</u>
3.2 Résultats et discussions	<u>57</u>
3.2.1 Validation des résultats.....	57
3.3 Effet de l'anisotropie uniaxiale de type électrique sur la fréquence de résonance ...	58
3.3.1 Effets des constantes diélectriques sur la fréquence de résonance	58
3.3.2 Effets de l'épaisseur du substrat sur la fréquence de résonance	60
3.4 Effet de la supraconductivité sur la fréquence de résonance.....	63
3.4.1 Effet de la température.....	63
3.4.2 Effet de l'épaisseur du patch.....	64

3.4.3 Effet des dimensions du patch	66
3.4.3.1 Substrat isotrope	66
3.4.3.2 Substrat anisotrope	69
3.4.4 Effet de l'épaisseur du substrat	71
3.4.4.1 Substrat isotrope	71
3.4.4.2 Substrat anisotrope	73
3.5 Conclusion	75
BIBLIOGRAPHIE	76
CONCLUSION GENERALE	78
ANNEXE A.....	81

INTRODUCTION

GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Leur origine date de 1953, les antennes microbandes sont largement utilisées dans la bande des fréquences microondes à cause de leur simplicité et leur compatibilité avec la technologie des circuits imprimés, faisant d'elles faciles à fabriquer [1]. Elles ont beaucoup attirés l'attention des chercheurs et ingénieurs et ont été largement utilisées dans les systèmes radio fréquences et microondes, comme les télécommunications, les radars, la navigation, la télédétection, les systèmes biomédicales, les véhicules aérospatiaux, la télémétrie et les communications par satellite [2]-[3].

Les antennes microbandes ont été largement utilisées durant les dernières années à cause de leurs bonnes caractéristiques ; elles sont minces légères, faible coût, conformes etc.... Mais leurs performances électriques souffrent de sérieux inconvénients y compris : la bande passante étroite, pertes dues à l'alimentation, une haute polarisation croisée et une faible capacité de supporter les puissances [4]. Avec l'évolution de la théorie et de la technologie, certains de ces inconvénients ont été surmontés, ou au moins atténués à un certain niveau [4].

Le développement rapide des marchés, spécialement dans les systèmes de communication personnels (PCS), les communications satellitaires mobiles, la diffusion directe (DBS), les réseaux locaux sans fil (WLAN) et les systèmes intelligents véhicules-routes (IVHS), suggèrent que la demande sur les antennes microbandes va accroître encore plus loin. Entre temps la demande croissante appelle à une poursuite de leur développement [4].

Pour l'analyse et la conception des antennes microbandes, il y a plusieurs techniques déjà développées, tels que le model de cavité et le modèle de la ligne de transmission, cependant, la précision de ces modèles approximatifs est limitée et seulement adaptables pour analyser les antennes à formes simples et régulières ou à substrats minces. L'approche du domaine spectral est largement utilisée dans l'analyse et la conception des antennes microbandes. Dans une telle approche, la fonction spectrale dyadique de Green qui relie les champs électriques tangentiels avec les courants est développée [2].

Récemment, un grand intérêt a été observé dans le développement et l'utilisation de matériaux supraconducteurs à haute température critique. De nombreux travaux de recherche ont

montrés que la puissance dissipée dans la bande millimétrique est très grande, surtout dans le cas où le matériau du patch est un conducteur normal [5]. Pour diminuer la puissance dissipée et améliorer le gain, les patches à base de matériaux supraconducteurs sont utilisés.

Les composants micro-ondes passifs supraconducteurs tels que antennes, filtres, lignes de transmission et déphaseurs ont montré une supériorité significative relativement aux composants correspondants fabriqués avec des conducteurs normaux tels que l'or, l'argent et le cuivre en raison des avantages des supraconducteurs. Les avantages d'utiliser des matériaux supraconducteurs à haute température critique en hyperfréquences incluent : 1) très faible pertes ; ce qui veut dire réduction de l'atténuation et du niveau de bruit, 2) dispersion très petite jusqu'à des fréquences de quelques dizaines de GHz, 3) miniaturisation des dispositifs micro-ondes ; ce qui permet une large échelle d'intégration et 4) réduction dans le temps de propagation des signaux dans les circuits. Les antennes microbandes supraconductrices à hautes températures critiques ont un gain élevé relativement à celui des antennes conventionnelles, mais elles souffrent de la bande passante extrêmement étroite, ce qui limite sévèrement leurs applications [6]-[9].

Il a été montré que le paramètre le plus sensible, lors l'estimation des performances des antennes microbandes, est la constante diélectrique du substrat. Cependant, plusieurs matériaux de substrats pratiques utilisés dans la fabrication de ce type d'antennes exhibent un taux significatif d'anisotropie, spécialement l'anisotropie uniaxiale. Parmi ces substrats pratiques nous citons le Saphire, l'Epsilam-10, le Fluorure de Magnésium et la Nitrure de Bore.

L'étude des substrats microondes anisotropiques est d'un grand intérêt pour au moins deux raisons [10] :

1. Plusieurs substrats pratiques ont un taux significatif d'anisotropie qui peut affecter les performances des circuits imprimés et antennes. Une caractérisation et une conception précise doivent être prises en compte.
2. Il est possible que l'utilisation, de tels matériaux, pourrait avoir un effet bénéfique sur le circuit ou les performances de l'antenne.

Ce mémoire traite l'influence de la supraconductivité à haute température de transition sur la résonance d'une plaque rectangulaire réalisée sur un substrat à anisotropie de type électrique. Il s'articule sur trois chapitres :

Le premier chapitre constitue un aperçu général sur les antennes patches : constitution, avantages et inconvénients, principe de fonctionnement, techniques d'alimentation et les différentes méthodes d'analyse.

Dans le deuxième chapitre nous avons étudié une structure simple qui est composée d'un patch supraconducteur de forme rectangulaire, posé sur un substrat qui présente une anisotropie uniaxiale de type électrique. Une formulation mathématique a été faite pour déterminer les équations du tenseur de Green avec les paramètres de l'anisotropie, et l'apparition de l'impédance de surface du patch supraconducteur dans le tenseur.

Le troisième chapitre étudie la résolution numérique des équations intégrales. Il traite les résultats numériques obtenus sous forme de courbes et de tableaux, pour pouvoir les comparer avec les travaux déjà faits et disponibles dans la littérature.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] D. John L. Volakis, "antenna engineering handbook," fourth edition, mcgraw-hill, 2007.
- [2] A. Boufrioua, "Spectral-Domain Analysis of A Resistive Patch Antenna With Uniaxial Substrate", 17th International Conference on Telecommunications, pp. 362-367, 2010.
- [3] Z. Chen, M. Y. W. Chia, "Broadband Planar Antennas Design and Applications," Institute for Infocom Research, Singapore, John Wiley & Sons, 2006.
- [4] D. G. Fang, "Antenna Theory and Microstrip Antennas," Taylor & Francis Group, LLC, 2010.
- [5] O. Barkat, "Etude et Synthèse des Caractéristiques de Réseaux d'Antennes Imprimées Supraconductrice dans la Bande Millimétrique," Thèse de Doctorat, Université Mentouri, Constantine, 2009.

- [6] M. Amir, F. Chebbara, T. Fortaki, L. Djouane, "Analysis of rectangular microstrip antenna using high temperature superconducting (HTS) patch," International Conference on Signals, Circuits and Systems, pp. 1-4, 2008.
- [7] T. Fortaki, M. Amir, S. Benkouda, A. Benghalia "Study of High T_c Superconducting Microstrip Antenna," PIERS ONLINE, VOL. 5 NO. 4, 2009.
- [8] S. Benkouda, "contribution à l'étude des problèmes de caractérisation des antennes microrubans à plaques rayonnantes parfaitement conductrices et supraconductrices," Thèse de Doctorat, Université de Batna.
- [9] L. Djouane, "Analyse des performances des antennes à structures planaires fonctionnant en mode unifr quence et bifr quence," Thèse de Doctorat, Université de Batna.
- [10] D. M. Pozar, "Radiation and Scattering from a Microstrip Patch on a Uniaxial Substrate", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-35, NO. 6, pp. 613-621, June 1987.

CHAPITRE 1

GENERALITES SUR LES ANTENNES MICROBANDES

1.1 Introduction

Les antennes microbandes, souvent appelées antennes microrubans ou patches, sont largement utilisées dans la bande des fréquences micro-ondes [1], à cause de leurs simplicité et compatibilité avec la technologie des circuits imprimés faisant d'elles faciles à produire, en étant que simple élément ou ensemble d'éléments.

Le concept d'antenne microbande a été proposé pour la première fois par Deschamps en 1953 [1]-[3]. Un brevet a été publié en France en 1955 par Gutton et Baissinot [2] [3]. Dès le début des années 1970, grâce au développement de la technologie des circuits imprimés et la disponibilité de substrats de bonnes qualité avec des pertes minimales et des propriétés mécaniques meilleures, plusieurs applications d'antennes microbandes ont été réalisées.

Une antenne microbande, dans sa configuration la plus simple (fig.1.1), se compose d'une plaque rayonnante et d'un plan de masse séparés par un substrat diélectrique.

Les conducteurs, généralement en cuivre ou en or (conductivité élevée) peuvent avoir une forme géométrique arbitraire; mais les formes régulières sont les plus utilisées afin de faciliter leur modélisation et analyse.

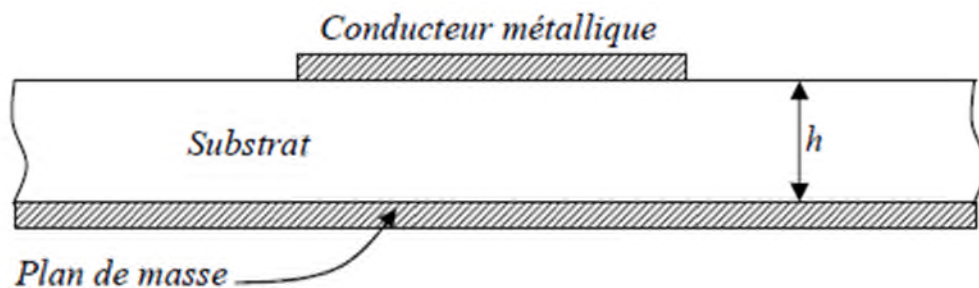


Figure 1.1 : structure d'une antenne microbande

1.2 Avantages et inconvénients

Les antennes microbandes présentent plusieurs avantages. Elles sont utilisées dans les avions à haute performance, les vaisseaux spatiaux, les satellites et les missiles ; où la taille, le poids, le coût, les performances, la facilité d'installation et le profil aérodynamique sont des contraintes. Les antennes microbandes répondent à ces besoins [4]. Actuellement, il y a d'autres applications gouvernementales et commerciales, comme la radio mobile et les

communications sans fil qui présentent des spécifications similaires [4]. Les antennes microbandes ont un profil bas. Elles sont conformes avec les surfaces planaires et non planaires [2]-[4] [6], simple, leur fabrication est peu couteuse avec l'utilisation de la technologie moderne des circuits imprimés et mécaniquement rigides lorsqu'elles sont montées sur des surfaces rigides [4]-[5].

Les antennes microbandes présentent des inconvénients majeurs. Elles ont un faible rendement, une faible puissance, un facteur de qualité très élevé (parfois dépasse les 100), une pureté de polarisation faible, un rayonnement d'alimentation parasite et une bande de fréquence étroite [4].

Le tableau suivant donne un résumé des avantages et inconvénients des antennes microbandes [3].

Tableau1.1 tableau résumant les avantages et les inconvénients des antennes microbandes

Avantages	Inconvénients
Profil bas	Mauvais rendement
Poids faible	Bande passante étroite
Simple à fabriquer	Radiations parasites des alimentations, des jonctions et des ondes de surface
Conforme	Problème de tolérance
Cout de fabrication faible	Nécessite un substrat de bonne qualité avec une bonne tolérance de température
Peut être intégrée dans les circuits	Les structures empilées haute performance nécessitent des systèmes d'alimentations complexes
Facilité de création de structures empilées simples	Difficultés d'atteindre une bonne pureté de polarisation

1.3 Caractéristiques des antennes microbandes

1.3.1 Forme des antennes microbandes

Le radiateur devrait être un matériau avec moins de pertes ohmiques avec une grande conductivité à la fréquence de travail, qui peut être fixé à un substrat diélectrique. La

forme peut être rectangulaire, carrée, circulaire, triangulaire, elliptique, annulaire, pentagonale ou leurs variations.

La figure 1.2 montre des radiateurs types de différentes formes. Plus de variations complexes des formes élémentaires sont utilisées pour des conceptions particulières. La sélection d'une forme particulière est conditionnée pour des besoins spécifiques en termes de polarisation, bande passante, gain etc. Généralement les caractéristiques de l'antenne dépendent de la forme et des dimensions du patch ; de l'épaisseur et de la constante diélectrique du substrat et de la technique d'excitation.

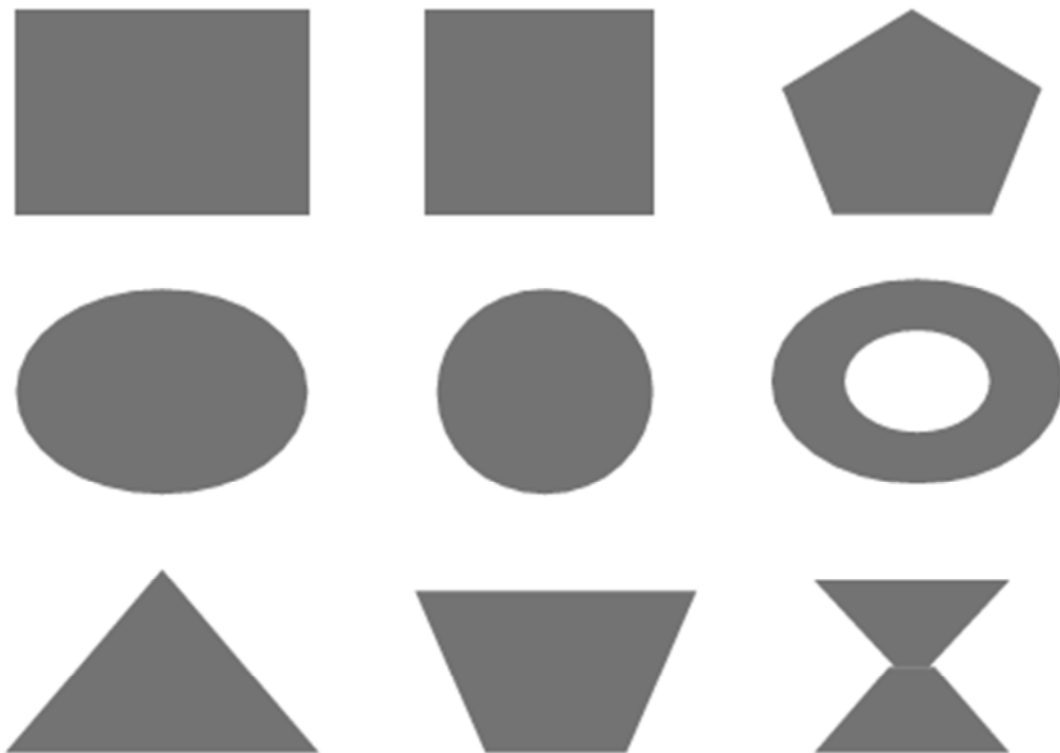


Figure 1.2 différentes formes des antennes microbandes

1.3.2 Les substrats

Il existe une multitude de matériaux diélectriques pour les substrats. Les paramètres importants sont : le diélectrique ($2 < \epsilon_r < 16$ dans la bande RF ou micro ondes), les pertes dans le diélectrique qui sont représentés par une tangente ($0,0001 < \delta < 0,06$) ou la partie imaginaire de la constante diélectrique et le coût [6]. A cause de leur faible coût, leur facilité de fabrication et leurs bonnes surfaces d'adhésion, les plastics sont couramment utilisés

dans la bande RF, malgré qu'ils possèdent des coefficients de dilatation thermique larges, des propriétés diélectriques médiocres, une stabilité faible en dimensions et une conductivité thermique faible en comparaison avec d'autres matériaux comme la céramique et le saphir.

Une autre considération à prendre en compte dans le choix du substrat est l'effet de la constante diélectrique sur les caractéristiques de radiation. Une grande constante diélectrique entraîne, généralement, une faible radiation des patches. Les substrats sont de type isotrope ou anisotrope. Un substrat isotrope est un substrat dont les propriétés sont identiques quelle que soit la direction d'observation. Le cas contraire s'appelle substrat anisotrope.

1.3.2.1 Les matériaux diélectriques utilisés

Le substrat joue un rôle double dans la technologie microbande. Il est à la fois un matériau diélectrique, où viennent se graver les circuits, et une pièce mécanique, car il supporte la structure. Cela implique des exigences à la fois sur le plan mécanique et électrique, parfois difficiles à concilier. D'épaisseur généralement faible devant la longueur d'onde de fonctionnement ($h \ll \lambda_0$), le substrat diélectrique affecte le comportement et les performances électromagnétiques de l'antenne [7]. On préfère souvent utiliser des substrats à faibles pertes diélectriques ($\tan\delta < 10^{-3}$) qui favorisent le rendement de l'antenne et ceux à permittivité relative faible ($\epsilon_r < 3$) qui améliorent le rayonnement tout en diminuant les pertes par ondes de surface pour une épaisseur donnée.

Les matériaux utilisés sont [8]: Les matériaux céramiques, Les matériaux semi-conducteurs, Les matériaux ferromagnétiques, Les matériaux synthétiques, etc ...

1.3.2.2 Critères de choix du substrat

Les substrats possèdent aussi des qualités en tant que métaux, leurs propriétés électromagnétiques sont caractérisées essentiellement par trois grandeurs physiques: la conductivité, la constante diélectrique relative et l'angle de perte. Les substrats exploités dans la conception des antennes imprimées sont nombreux et doivent être compatibles avec le matériau de patch [9].

La conception des antennes microbandes dans le domaine des ondes millimétriques est guidée par les critères suivants, pour le choix du substrat [7]-[8]:

- Possibilité d'excitation par onde de surface.
- Effets de la constante et de la tangente de perte diélectrique sur la dispersion.
- Importance des pertes par diélectrique et par conducteur.
- Anisotropie dans le substrat.
- Effets de l'environnement tels que la température, l'humidité, ...
- Conditions mécaniques: Physiquement, le matériau doit résister aux contraintes mécaniques, conserver sa forme originale. Son facteur d'expansion doit être voisin de celui de la métallisation, car il est confronté à de fortes températures lors des soudures. Enfin, son état de surface doit être le plus parfait possible.
- Coût de fabrication.

1.3.2.3 Anisotropie du substrat

L'anisotropie est définie comme étant la dépendance de la constante diélectrique du substrat sur l'orientation du champ électrique appliqué. Pour obtenir les propriétés électriques et mécaniques nécessaires, des matériaux de remplissage appropriés sont généralement ajoutés pendant le processus de fabrication du substrat. Ces remplisseurs ont une tendance de supposer des orientations préférées. Ceci peut mener aux effets d'anisotropies à quelques substrats pratiques, comme le Saphir et le PTFE [7]. La valeur, de la constante diélectrique, citée par le fabricant est généralement pour le cas où le champ électrique appliqué est perpendiculaire à la plaque conductrice, qui est habituellement suffisante pour la plupart des antennes microbandes. Le concepteur devrait, cependant, soigneusement vérifier les effets anisotropes du substrat avec lequel il travaille. Si $\epsilon_z > \epsilon_x$, on a une anisotropie uniaxiale positive, et si $\epsilon_z < \epsilon_x$ on a une anisotropie uniaxiale négative. La plupart des substrats utilisés dans le domaine des micro-ondes sont d'anisotropie uniaxiale négative avec des rapports d'anisotropie ϵ_z / ϵ_x moins de 1.4.

Anisotropie uniaxiale

Un substrat, à anisotropie uniaxiale de type électrique, est caractérisé par une permittivité tensorielle de la forme

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

ε_0 : permittivité en espace libre

ε_x : permittivité dans la direction perpendiculaire à l'axe optique

ε_z : permittivité dans la direction de l'axe optique

1.4 Principe de fonctionnement d'une antenne microbande [10]

Pour comprendre comment fonctionne une antenne microbande, considérons la coupe donnée dans la figure 1.3. Au point **a** du conducteur supérieur, on a déposé une source ponctuelle (densité de courant de surface), qui rayonne dans toutes les directions. Une partie du signal émis est réfléchi par le plan de masse, puis par le conducteur supérieur et ainsi de suite. Certains des rayons aboutissent sur l'arête du conducteur (point **b**), qui les diffracte.

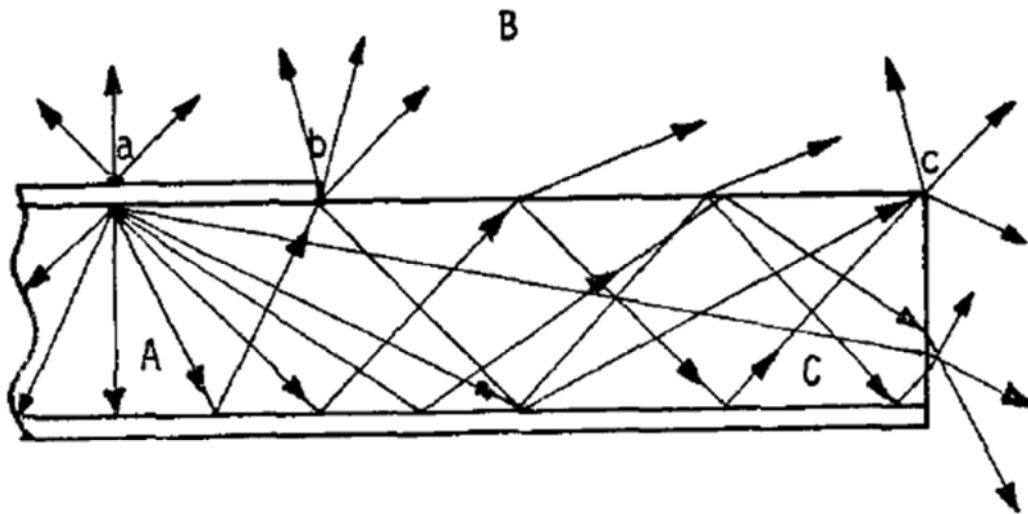


Figure 1.3 Trajectoires des rayons dans une antenne microruban (coupe). La figure montre l'existence de trois régions distinctes.

Cette figure peut être divisée en trois régions distinctes :

Région A : dans le substrat, entre les deux plans conducteurs, les rayons sont de plus en plus concentrés. Le champ électromagnétique s'accumule dans cette région de l'espace. Cette propriété est très utile pour la propagation du signal le long d'une ligne microbande.

Région B : dans l'air, au-dessus du substrat, le signal se disperse librement dans l'espace et contribue au rayonnement de l'antenne. Comme les courants de surface circulent surtout sur la face inférieure du conducteur supérieur (coté diélectrique) [1] [10], le rayonnement paraît surtout être émis par le voisinage immédiat des arêtes. Certains modèles simplifiés mettent à profit cette constatation : ils considèrent le rayonnement d'un ensemble de fentes fictives, situées sur le pourtour de l'antenne.

Région C : certains rayons atteignent les surfaces de séparation avec une incidence rasante et restent piégés à l'intérieur du diélectrique. Il s'agit du mécanisme de la réflexion totale, dont font usage les fibres optiques. Une onde de surface est alors guidée par le bord du diélectrique, ne contribuant pas directement au rayonnement de l'antenne. Toutefois, quand cette onde atteint le bord du substrat (point **C**), elle est diffractée et génère un rayonnement parasite. Dans le cas d'une antenne en réseau, l'onde de surface crée un couplage entre les éléments du réseau. Le diagramme de rayonnement de l'antenne peut être perturbé par la présence d'ondes de surface, notamment au niveau des lobes secondaires. On pourrait en principe faire usage des ondes de surface pour alimenter les éléments d'un réseau.

On peut associer des plages de fréquence aux trois régions précédentes :

Plage de fréquence A : en basse fréquence, les champs restent surtout concentrés dans la région A. il y a alors propagation sans rayonnement. La structure qui en résulte est une ligne de transmission ou un des éléments dérivés.

Plage de fréquence B : à plus haute fréquence, le rayonnement dans l'air devient significatif et la structure se comporte comme une antenne. Il reste néanmoins une importante concentration des champs entre les deux conducteurs (énergie réactive emmagasinée dans la zone du champ proche). Comme les diélectriques présentent toujours certaines pertes, il en résulte une absorption du signal. Le rendement d'une antenne microbandes reste de ce fait assez modeste.

Plage de fréquence C : bien qu'une onde de surface puisse, en principe, se propager quelle que soit la fréquence du signal, c'est surtout au-dessus d'une certaine fréquence limite que ces ondes jouent un rôle significatif. La structure devient alors un lanceur d'ondes de surface. Elle ne peut plus être utilisée comme antenne, à moins que l'on ne dispose d'une transition adéquate, qui effectue le passage d'une onde de surface à une onde rayonnée.

1.4.1 Puissance perdue par ondes de surfaces [11]

Les ondes de surfaces liées au substrat diélectrique peuvent être excitées par le résonateur, puisqu'elles ne contribuent pas au modèle de rayonnement primaire du résonateur. La puissance de l'onde de surface est généralement considérée comme mécanisme de perte. La puissance de l'onde de surface peut également se diffracter à partir des bords du substrat ou d'autres discontinuités et ainsi dégrader le modèle de rayonnement du résonateur ou ses caractéristiques de polarisation.

Lors de la conception d'une antenne microbandes, les dimensions et les propriétés du substrat doivent être choisies avec soins, afin d'assurer que le fonctionnement à la fréquence du signal se situera bien dans la deuxième plage de fréquence (**B**, rayonnement). Il faut encore noter que ces trois plages ne sont pas séparées par des cloisons nettes, mais plutôt qu'il y a des transitions graduelles entre-elles. Le choix des dimensions résulte par conséquent d'un compromis, qui tient compte de la quantité d'effets parasites pouvant être tolérée. Un paramètre jouant un rôle crucial est l'épaisseur du substrat. Un substrat très mince a tendance à concentrer les champs dans le diélectrique, ce qui réduit le rendement. On peut améliorer ce dernier en prenant un substrat plus épais. Malheureusement, cela augmente aussi la probabilité d'exciter des ondes de surface.

1.4.2 Mécanisme de radiation

Au premier coup d'œil, il apparaît surprenant qu'une antenne microbande peut fonctionner tout à fait bien, du moment que ça consiste à un courant électrique de surface horizontal (correspondant au courant du patch) suspendue (via le substrat) au-dessus du plan de masse [1]. Le patch et le plan de masse, ensemble, forment une cavité résonnante (remplie avec un substrat diélectrique). La cavité présente des pertes, dues non seulement aux pertes des matériaux (conducteur et diélectrique), mais aussi aux radiations dans l'espace (radiation désirables).

En négligeant les pertes des matériaux, le facteur de qualité de l'antenne est inversement proportionnel à l'épaisseur du substrat, donc la bande passante de l'antenne est proportionnelle à l'épaisseur du substrat. Le niveau du champ à l'intérieur de la cavité du patch, à la fréquence de résonance, est proportionnel au facteur de qualité. Cela veut dire que le courant de surface sur le patch, qui est principalement sur la face inférieure du patch [1] [10], est inversement proportionnel à l'épaisseur du patch. Cette augmentation dans

l'amplitude du courant de surface, à la fréquence de résonance, lorsque le substrat devient mince, provoque une réduction du niveau de radiation d'un facteur proportionnel à l'épaisseur du patch [1].

1.5 Techniques d'excitation des antennes microbandes

Les antennes microbandes sont excitées en utilisant plusieurs méthodes. Elles sont classées comme étant des excitations avec contact ou sans contact.

Dans les méthodes d'excitation avec contact, la puissance RF est acheminée au patch rayonnant en utilisant un élément de contact. Dans la deuxième classe d'excitation, le couplage électromagnétique est utilisé pour transmettre la puissance de la ligne microbande au patch rayonnant.

Les quatre techniques d'alimentation les plus utilisées sont :

- La ligne microbande;
- Le câble coaxial ;
- Le couplage par fente ;
- Le couplage de proximité.

1.5.1 Alimentation par ligne microbande

La ligne microbande d'alimentation constitue également un élément rayonnant mais dont la largeur est généralement très inférieure par rapport à celle du patch figure 1.4. Ce type d'alimentation est facile à mettre en œuvre et permet une adaptation d'impédance facile, par simple positionnement du point de contact. Par contre on a un rayonnement parasite qui peut devenir considérable.

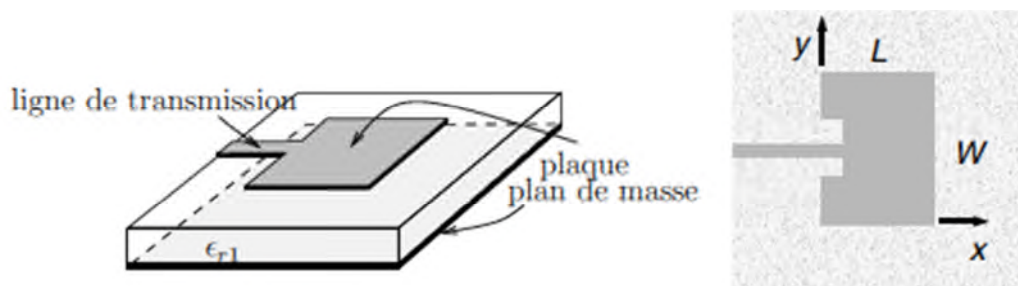


Figure 1.4 alimentation par ligne microruban

1.5.2 Alimentation par câble coaxial

L'alimentation par câble coaxial où le conducteur intérieur est attaché au patch et le conducteur externe au plan de masse est également largement utilisée. Ce type d'alimentation est facile à mettre en œuvre et à adapter, mais il offre une bande passante étroite et il est difficile à modéliser particulièrement pour des épaisseurs du substrat supérieures à 0.02λ .

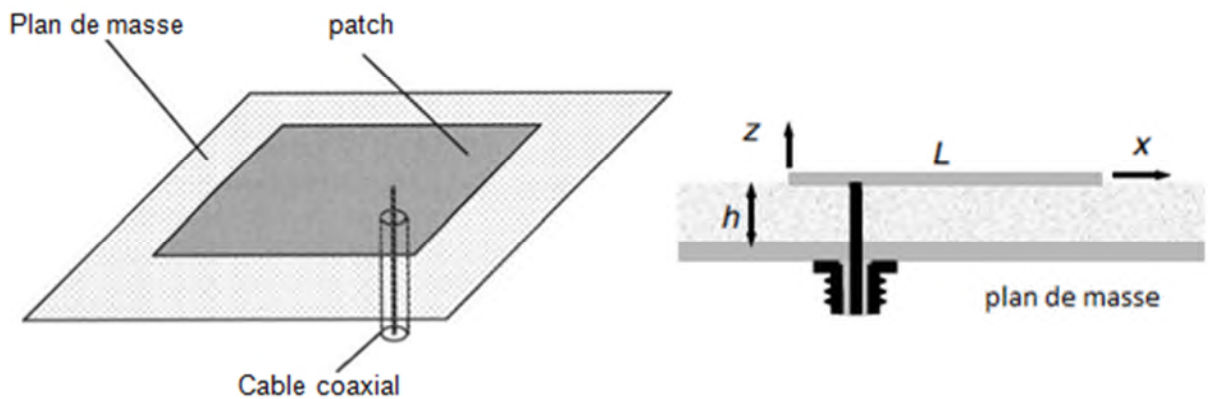


Figure 1.5 alimentation par câble coaxial

1.5.3 Alimentation par fente

L'alimentation par fente est difficile à mettre en œuvre de plus l'antenne résultante présente une bande passante étroite. Cependant il est facile à modéliser et présente un rayonnement parasite faible. Elle se compose de deux substrats diélectriques séparés par un plan de masse sur lequel est pratiquée une fente. La ligne d'alimentation se situe sur la face libre du substrat inférieur et l'élément rayonnant se trouve sur la face libre du substrat supérieur. Cette configuration permet une optimisation indépendante entre la ligne d'alimentation et l'élément rayonnant. En général, un diélectrique avec une permittivité élevée est utilisé pour les substrats inférieurs et un diélectrique épais avec une permittivité faible est utilisé pour les substrats supérieurs. Le plan de masse isole la ligne d'alimentation de l'élément rayonnant et limite l'interférence de l'élément parasite sur le diagramme de rayonnement et offre une plus grande pureté de polarisation.

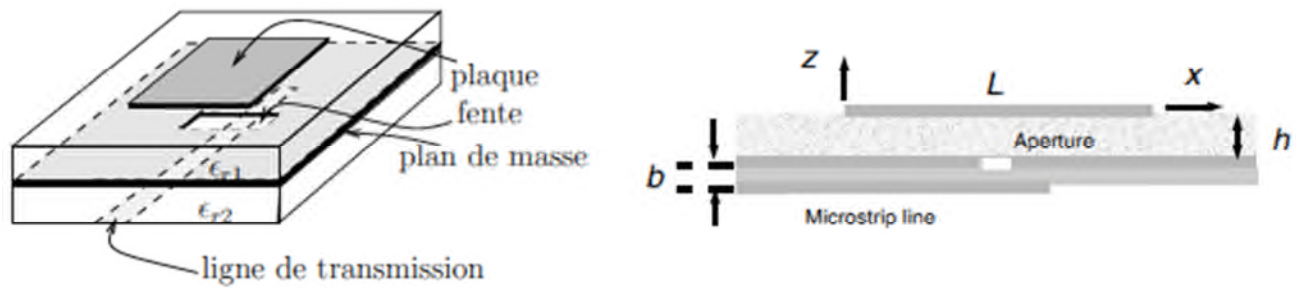


Figure 1.6 alimentation par fente

1.5.4 Alimentation par couplage de proximité

Parmi les différents types d'alimentation, le couplage par proximité. Ce type d'alimentation offre la meilleure bande passante. Le principal inconvénient de ce type d'alimentation est qu'il est difficile à mettre en œuvre.

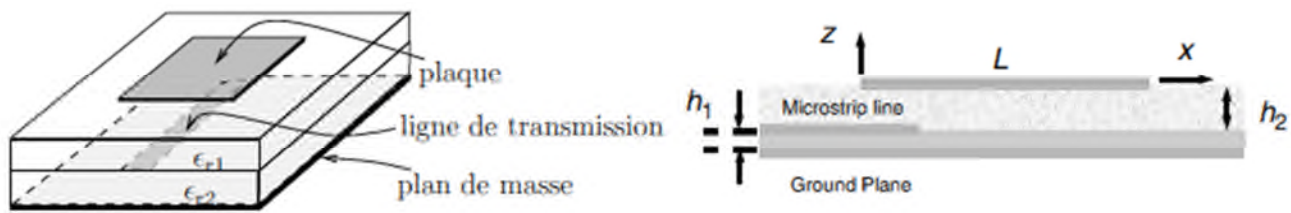


Figure 1.7 alimentation par couplage de proximité

Le tableau 1.2 résume les caractéristiques des différentes techniques d'alimentation.

Tableau 1.2 Comparaison des différentes techniques d'alimentation

caractéristiques	Alimentation par ligne microstrip	Alimentation par câble coaxial	Alimentation avec fente	Alimentation par couplage de proximité
Rayonnement parasite d'alimentation	plus	plus	Moins	minimum
Fiabilité	meilleure	Faible à cause de la soudure	Bonne	Bonne
Facilité de fabrication	facile	Nécessite une soudure et un perçage	Nécessité d'alignement	Nécessité d'alignement
Adaptation d'impédance	facile	facile	Facile	facile
Bande passante (atteinte avec adaptation d'impédance)	2-5%	2-5%	2-5%	13%

1.6 Méthodes d'analyse

Plusieurs méthodes sont utilisées pour l'analyse des antennes microbandes. La plupart de ces méthodes peuvent être classées dans l'une des deux catégories : méthodes approximatives et méthodes Full-wave [12]. Les méthodes approximatives sont basées sur des hypothèses simplificatrices donc elles ont des limitations et elles fournissent des solutions moins précises. Elles sont généralement utilisées pour la modélisation des antennes à élément unique à cause de la difficulté rencontrée dans la modélisation du couplage entre les différents éléments. Cependant, elles offrent un bon aperçu physique avec un temps de calcul généralement très petit [5] [12]. Les méthodes Full-wave tiennent compte de tous les mécanismes importants de l'onde et s'appuient énormément sur l'utilisation d'algorithmes numériques efficaces. Lorsqu'elles sont appliquées

convenablement, les méthodes Full-wave sont très précises et peuvent être employées pour la modélisation d'une variété d'antennes y compris les antennes réseaux. Ces méthodes ont tendance à être plus complexes et fournissent moins d'aperçu physique. Souvent, ces méthodes nécessitent plus de calculs et donc un temps de calculs élevé.

1.6.1 Méthodes approximatives

Dans notre modèle, nous allons prendre le cas d'une antenne de forme rectangulaire car en pratique, elle est simple et les caractéristiques sont attractives. Il existe des approches analytiques variées pour modéliser les antennes patches de forme rectangulaire. Les deux modèles, le modèle de la ligne de transmission et le modèle de cavité, sont très populaires et très pratiques [6]. Ces modèles considèrent l'antenne comme une ligne de transmission ou une cavité résonante [12].

1.6.1.1 Modèle de la ligne de transmission

L'antenne est fondamentalement considérée comme étant une ligne de transmission à sections ouvertes (open ended section) de longueur L et de largeur W . comme il est montré sur la figure 1.8. Les termes t et ϵ_r représentent, respectivement, l'épaisseur et la constante diélectrique relative du substrat. La fréquence de résonance pour le mode T_{m0} peut être évalué à

$$f_{rm} = \frac{mc}{2(L + \Delta L)\sqrt{\epsilon_{reff}}} \quad (1.2)$$

c : vitesse de la lumière

m : indice du mode

L : longueur du patch

ΔL : longueur équivalente après la prise en compte des champs

Le mode dominant est le mode T_{10}

$$\Delta L = 0,412t \frac{(\epsilon_{\text{reff}} + 0,3) \left(\frac{W}{t} + 0,264 \right)}{(\epsilon_{\text{reff}} - 0,258) \left(\frac{W}{t} + 0,8 \right)} \quad (1.3)$$

ϵ_{reff} est la constante diélectrique effective [6] [13]. Elle représente la constante diélectrique, homogène et fictive, de la structure réelle air-substrat [14] comme il est illustré sur la figure 1.8.

$$\epsilon_{\text{reff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + 10 \frac{t}{W} \right)^{-\alpha\beta} \quad (1.4)$$

$$\text{Avec } \alpha = 1 + \frac{1}{49} \log \frac{\left(\frac{W}{t} \right)^4 + \left(\frac{1}{52} \frac{W}{t} \right)^2}{\left(\frac{W}{t} \right)^4 + 0,432} + \frac{1}{18,7} \log \left[1 + \left(\frac{1}{18,1} \frac{W}{t} \right)^3 \right]$$

$$\beta = 0,564 \left(\frac{\epsilon_{\text{reff}} - 0,9}{\epsilon_{\text{reff}} + 3} \right)^{0,053}$$

Dans d'autres littératures [5] [15] [19], l'équation (1.3) s'écrit :

$$\epsilon_{\text{reff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + 10 \frac{t}{W} \right)^{-1/2}$$

ou

$$\epsilon_{\text{reff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + 12 \frac{t}{W} \right)^{-1/2}$$

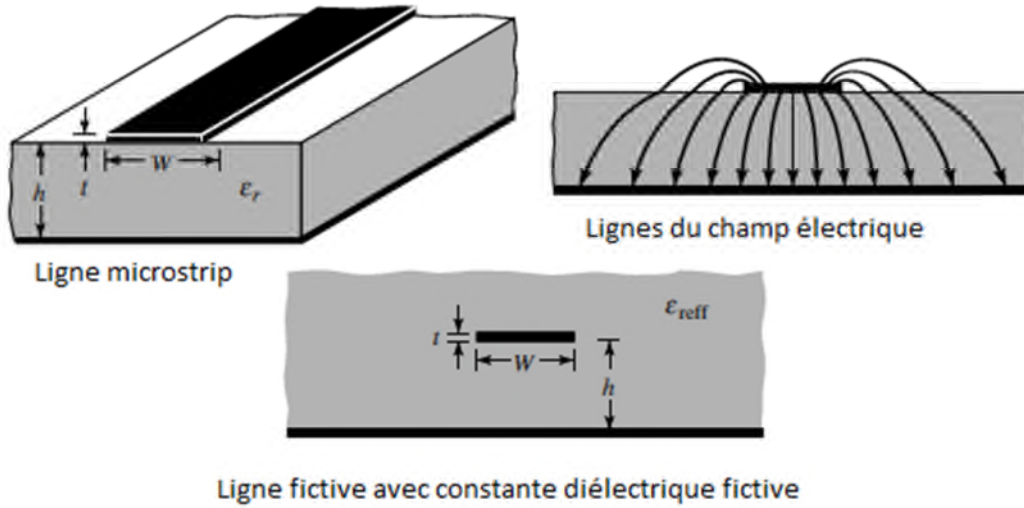


Figure 1.8 modèle de la ligne de transmission d'une antenne microbande

Dans ce modèle les inconnus sont la constante de propagation et l'impédance caractéristiques. Une fois déterminées, une ligne de transmission équivalente à l'antenne est obtenue. Le mode de propagation dominant est supposé être le mode TEM ou quasi TEM avec une variation négligeable dans la direction transverse. C'est une approximation valide si l'épaisseur du substrat est maintenue négligeable devant la longueur d'onde. Ce modèle néglige quelques effets physiques comme l'excitation des ondes de surface, les variations du champ sur les bords rayonnant, le couplage mutuel entre les éléments voisins, les effets des modes d'ordre élevés, etc. Malgré l'existence d'un modèle de la ligne de transmission pouvant traiter les patches de forme arbitraire, ce modèle reste toujours limité en terme de précision à cause des inconvénients cités auparavant.

1.6.1.2 Modèle de la cavité et modèle généralisé de la cavité

Ce modèle considère l'antenne patch avec le plan de masse comme une cavité remplie par un diélectrique [1]-[3] [6]. En principe le modèle de cavité peut supporter n'importe quelle antenne de forme arbitraire. Donc et due à la complexité mathématique, les antennes de formes régulières sont utilisées. Les effets des modes d'ordre supérieurs sont tenus en considération. Les fréquences de résonance des modes TM_{mn} supérieurs possibles sont déterminées comme suit [6].

$$f_{rmn} = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon_{\text{reff}}(L, W)}} \left[\left(\frac{m}{L + 2\Delta L(W)} \right)^2 + \left(\frac{n}{W + 2\Delta W(L)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.5)$$

Dans le modèle de la cavité, les effets des modes d'ordres supérieurs sont considérés en développant le champ électrique entre le patch et le plan de masse en termes des modes résonnants de la cavité. La méthode de la cavité peut déterminer la fréquence de résonance et l'impédance d'entrée mieux que le modèle de la ligne de transmission, seulement cette modélisation est limitée aux patches de formes régulières. Comme c'est le cas dans la modélisation par ligne de transmission, ce modèle devient moins précis avec l'augmentation de l'épaisseur du substrat ou de la valeur de sa permittivité relative [12] [16]. D'après [17], l'épaisseur du substrat doit être inférieure à $0,001\lambda_0$.

1.6.2 Méthodes Full-wave

Les méthodes Full-Wave sont appelées méthodes rigoureuses à cause de leurs précisions dans les calculs et peuvent traiter des patches de formes géométriques complexes. Ces méthodes sont [18] :

- La méthode des moments (MoM)
- La méthode des éléments finis (FEM)
- La méthode des différences finies : domaine temporel (FDTD)
- La méthode de la matrice des lignes de transmission (TLM)

1.6.2.1 Méthodes des moments

La méthode des moments dans le domaine spectral nécessite 3 étapes :

1. Détermination de la fonction de GREEN
2. Formulation de l'équation intégrale
3. Résolution de l'équation intégrale par la méthode des moments

La méthode des moments est, sans doute, la méthode la plus populaire. Cette méthode peut être appliquée dans le domaine spatial ou dans le domaine spectral [12]. Lorsque la méthode des moments est appliquée, la densité de courant sur l'antenne est la variable considérée et à partir de laquelle tous les paramètres de l'antenne sont déduits. Cette

méthode est implantée en remplaçant l'antenne par un courant de surface équivalent. La densité de courant de surface est discrétisée en un ensemble d'éléments appropriés appelés aussi fonctions de base, où les amplitudes sont les inconnus à déterminer. Maintenant, la fonction de Green propre au problème est employée pour exprimer le champ électromagnétique partout, en fonction des éléments de la densité de courant sur la surface de l'antenne. Les conditions aux limites pour les champs électrique et magnétique sont renforcées sur la surface de l'antenne en utilisant les fonctions de test. Cette procédure est appelée la procédure de test et résulte en un système linéaire d'équations intégrales. Ce système peut être exprimé sous forme de matrice et l'interaction entre les fonctions de base et les fonctions de test est prise en considération. Dans la plupart des cas, cette matrice, appelée aussi matrice d'interaction, est dense. Si les fonctions de base et les fonctions de test sont choisies identiques, la méthode est appelée méthode de Galerkin. Finalement, le système est résolu pour donner les différentes amplitudes des éléments de la densité de courant. Une fois la densité surfacique de courant déterminée, les autres paramètres de l'antenne tels que l'impédance d'entrée, le gain et les diagrammes de rayonnement sont facilement déduits. La méthode des moments, qui est d'actualité, n'est pas limitée par les conditions classiques imposées sur le substrat, et permet d'analyser des antennes de formes très variées, des structures empilées, des patchs conducteurs ou supraconducteurs imprimés sur des milieux multicouches.

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait un aperçu général sur les antennes microbandes. Nous avons parlé de leurs domaines d'utilisations, leurs avantages et inconvénients, leur principe de fonctionnement ainsi que leurs caractéristiques. Parmi ces caractéristiques celles du substrat, telle que l'anisotropie uniaxiale, que nous allons voir son effet sur la fréquence de résonance du patch.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] D. John, L. Volakis, "Antenna Engineering Handbook," fourth edition, McGraw-Hill, 2007.
- [2] R. Garg, P. Bharatia, I. Bahl, A. Ittipiboon, "Microstrip Antenna Design Handbook," Artech House, 2001.
- [3] J. R. James, P. S. Hall, "Handbook of Microstrip Antennas," Peter Peregrinus Ltd.London U.K, 1989.
- [4] C. A. Banalis, "Antenna Theory Analysis and Design," second edition, John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [5] Y. T. Lo, S. W. Lee, "Antenna Handbook," Volume 2, Antenna theory, Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.
- [6] Z. Chen, M. Y. W. Chia, "Broadband Planar Antennas Design and Applications," Institute for Infocom Research, Singapore, John Wiley & Sons, 2006.
- [7] A. Boufrioua, "Contribution à l'Etude des Antennes à Patch Résistif et Parfaitement Conducteur Tenant Compte d'une Source d'Excitation et des Nouvelles Formes Asymptotiques de Courant," Thèse de Doctorat, Université Mentouri, Constantine, 2006.
- [8] F. Benmeddour, "Etude et Réalisation d'un Résonateur Microruban de Forme Circulaire," Thèse de Doctorat, Université Mentouri, Constantine, 2012.
- [9] O. Barkat, "Etude et Synthèse des Caractéristiques de Réseaux d'Antennes Imprimées Supraconductrice dans la Bande Millimétrique," Thèse de Doctorat, Université Mentouri, Constantine, 2009.
- [10] S. Benkouda, "Contribution à l'Etude des Problèmes de Caractérisation des Antennes Microrubans à Plaques Rayonnantes Parfaitement Conductrices et Supraconductrices," Thèse de Doctorat, Université de Batna, 2012.
- [11] L. Benachour, "Modélisation des Structures Planaires de Formes Régulières Implantées sur Substrat d'une Anisotropie Tensorielle," Mémoire de Magistère, Université de Constantine, 2008.

- [12] F. Chebbara, “Etudes des Caractéristiques de Résonnance et de Rayonnement des Antennes Microbandes Réalisées avec des Matériaux ayant une Anisotropie de Type Electrique et Magnétique,” Thèse de Doctorat, Université de Batna, 2011.
- [13] S. K. Behera, “Novel Tuned Rectangular Patch Antenna as a Load for Phase Power Combining,” Thèse Ph. D., Jadavpur University, Kolkata, 2002.
- [14] Z. Sidi Ali Mebarek, “Support de Transmission et Composants Micro-ondes,” OPU, 1995.
- [15] D. G. Fang, “Antenna Theory and Microstrip Antennas,” Taylor & Francis Group, LLC, 2010.
- [16] D. Kherdouche, “Modélisation des Antennes Microbandes par une Analyse Tridimensionnelle Rigoureuse en Utilisant une Méthode Intégrale,” Thèse de Doctorat, Université Mentouri, Constantine, 2009.
- [17] J. P. Domino, A. Papiernik, “Survey of Analytical and Numerical Models for Probbed Microstrip Antenna,” IEEE prose microwave antenna propagation. Vol 141, N°1, pp. 15-22, Fevrier 1994.
- [18] C. Zebiri, “Effet de l’Anisotropie Tensorielle sur les paramètres des structures planaires,” Thèse de Doctorat, Université de Mentouri de Constantine, 2011.
- [19] D. M. Pozar, “Microwave Engineering,” Fourth Edition, University of Massachusetts at Amherst, John Wiley & Sons, Inc., 2012.

CHAPITRE 2

FORMULATION THEORIQUE

Formulation théorique

2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons formuler mathématiquement les équations du tenseur de Green d'une antenne microbande, réalisée par un patch dont le matériau est un élément supraconducteur, posé sur un substrat présentant une anisotropie tensorielle uniaxiale de type électrique.

La première étape consiste à déterminer le tenseur de Green d'un patch conducteur de forme rectangulaire et l'apparition des paramètres de l'anisotropie uniaxiale dans ces équations. La deuxième étape consiste à introduire l'effet de la supraconductivité du patch sur le tenseur de Green.

2.2 Théorie de la fonction de Green

2.2.1 Equations de Maxwell

Considérons une onde électromagnétique qui se propage dans une région loin des sources ($\rho=0$, $j=0$). La dépendance temporelle est en régime harmonique ($e^{i\omega t}$).

Les équations de maxwell champ-champ s'écrivent:

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = -i\omega\mu_0 \bar{H} \quad (2.1)$$

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{D} = 0 \quad (2.2)$$

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = \bar{\epsilon} \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = i\omega \bar{\epsilon} \bar{E} \quad (2.3)$$

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{B} = 0 \quad (2.4)$$

Avec :

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H} \quad (2.5)$$

$$\bar{D} = \bar{\epsilon} \cdot \bar{E} \quad (2.6)$$

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

B : l'induction magnétique en Tesla ($T = \text{wb/m}$) ; E : le champ électrique en volt/mètre (V/m).

H : le champ magnétique en ampère/mètre (A/m) ; μ : la perméabilité magnétique en Henri/mètre (H/m)

ε : la permittivité diélectrique en Farad/mètre (F/m); ω : la fréquence angulaire en radian/seconde (rad/s).

2.2.2 Equations de Maxwell dans le domaine spectral (domaine de Fourier)

Soit $\bar{A}(x, y, z)$ un vecteur quelconque, la transformée de Fourier bidimensionnelle est définie par :

$$\tilde{\bar{A}}(k_x, k_y, z) = \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \bar{A}(x, y, z) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy$$

$$\bar{A}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \tilde{\bar{A}}(k_x, k_y, z) e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

$$\bar{\nabla}_x \bar{E} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \bar{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) - \bar{j} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) + \bar{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$$

En utilisant les propriétés de la transformée de Fourier suivantes:

$$\widetilde{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)} = ik_x \tilde{f}$$

$$\widetilde{\left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)} = ik_y \tilde{f}$$

$$\widetilde{(\bar{\nabla}_x \bar{E})} = \bar{i} \left(ik_y \tilde{E}_z - \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial z} \right) - \bar{j} \left(ik_x \tilde{E}_z - \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial z} \right) + \bar{k} (ik_x \tilde{E}_y - ik_y \tilde{E}_x)$$

$$= \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ ik_x & ik_y & \frac{\partial}{\partial z} \\ \tilde{E}_x & \tilde{E}_y & \tilde{E}_z \end{vmatrix} = \tilde{\bar{\nabla}}_x \tilde{\bar{E}}$$

Avec :

$$\tilde{\bar{\nabla}} = ik_x \bar{i} + ik_y \bar{j} + \frac{\partial}{\partial z} \bar{k} \quad (2.8)$$

2.2.3 Les équations de propagation du champ E et H

Les équations (2.1) et (2.3) dans le domaine spectral s'écrivent :

$$\widetilde{\nabla}_x \widetilde{E} = -i\omega\mu_0 \widetilde{H} \quad (2.9)$$

$$\widetilde{\nabla}_x \widetilde{H} = i\omega\epsilon \widetilde{E} \quad (2.10)$$

A partir des équations (2.9) et (2.10); qui sont les équations de maxwell champ-champ dans le domaine spectral, nous allons écrire l'équation de propagation [1].

Soit $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$ trois vecteurs quelconques, on a : $\overline{A}_x(\overline{B}_x \overline{C}) = \overline{B} \cdot (\overline{A} \cdot \overline{C}) - (\overline{A} \cdot \overline{B}) \cdot \overline{C}$

$$\widetilde{\nabla}_x (\widetilde{\nabla}_x \widetilde{E}) = \widetilde{\nabla} \cdot (\widetilde{\nabla} \cdot \widetilde{E}) - (\widetilde{\nabla} \cdot \widetilde{\nabla}) \cdot \widetilde{E}$$

On sait que :

$$\overline{\nabla} \cdot \overline{E} = 0 \Rightarrow \widetilde{\nabla} \cdot \widetilde{E} = 0 \xrightarrow{(2.9)} \widetilde{\nabla}^2 \widetilde{E} - i\omega\mu_0 (\widetilde{\nabla}_x \widetilde{H}) = \overline{0}$$

$$\xrightarrow{(2.10)} \widetilde{\nabla}^2 \widetilde{E} + \omega^2 \epsilon \mu_0 \widetilde{E} = \overline{0} \quad \text{avec : } \widetilde{\nabla}^2 = \tilde{\Delta} \text{ est le Laplacien.}$$

A partir de l'équation (2.8) nous avons : $\widetilde{\nabla}^2 = -(k_x^2 + k_y^2) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

L'équation de propagation s'écrit donc comme suit :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \widetilde{E} + k_z^2 \widetilde{E} = \overline{0} \quad (2.11)$$

$$\text{Avec : } k_z^2 = k^2 - k_s^2; k_s^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (2.12)$$

$$k^2 = \omega^2 \epsilon \mu_0$$

A partir des équations (2.1) et (2.3) on a :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y = i\omega\epsilon_0 \epsilon_x E_x \end{cases} \quad (2.13a)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} H_x - \frac{\partial}{\partial x} H_z = i\omega\epsilon_0 \epsilon_x E_y \end{cases} \quad (2.13b)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x = i\omega\epsilon_0 \epsilon_z E_z \end{cases} \quad (2.13c)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\mu_0 H_x \end{cases} \quad (2.14a)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -i\omega\mu_0 H_y \end{cases} \quad (2.14b)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega\mu_0 H_z \end{cases} \quad (2.14c)$$

À partir des équations (2.2), (2.13a), (2.13b) et (2.13c) on a :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial x} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_x \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x \right) = 0$$

$$i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x \frac{\partial}{\partial x} E_x + i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x \frac{\partial}{\partial y} E_y + i\omega\varepsilon_0\varepsilon_z \frac{\partial}{\partial z} E_z = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} E_x + \frac{\partial}{\partial y} E_y + \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \frac{\partial}{\partial z} E_z = 0 \quad (2.15)$$

De la même manière, à partir des équations (2.4), (2.14a), (2.14b) et (2.14c) on a

$$\frac{\partial}{\partial x} H_x + \frac{\partial}{\partial y} H_y + \frac{\partial}{\partial z} H_z = 0 \quad (2.16)$$

Multiplions par $\left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)$ l'équation (2.14b), on obtient:

$$-\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} E_x + \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z = i\omega\mu_0 \frac{\partial}{\partial x} H_y \quad (2.17)$$

Multiplions par $\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)$ l'équation (2.14a), on obtient :

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} E_z - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} E_y = -i\omega\mu_0 \frac{\partial}{\partial y} H_x \quad (2.18)$$

Ajoutons les équations (2.17) et (2.18) on aura :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z + \frac{\partial^2}{\partial y^2} E_z - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial}{\partial x} E_x + \frac{\partial}{\partial y} E_y \right) - i\omega\mu_0 \left(\frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x \right) = 0 \quad (2.19)$$

Combinons les équations (2.15) et (2.13c) avec (2.19) on obtient :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z + \frac{\partial^2}{\partial y^2} E_z + \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \frac{\partial}{\partial z} E_z + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_z E_z = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z + \frac{\partial^2}{\partial y^2} E_z + \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \frac{\partial}{\partial z} E_z + k_0^2 \varepsilon_z E_z = 0 \quad (2.20)$$

Avec $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$

Multiplions l'équation (2.13b) par $\left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)$, et l'équation (2.13a) par $\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)$ on obtient :

$$-\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} H_x + \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_z = -i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x \frac{\partial}{\partial x} E_y \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} H_z - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} H_y = i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x \frac{\partial}{\partial y} E_x \quad (2.22)$$

Ajoutons les deux équations (2.21) et (2.22) on obtient :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} H_z + \frac{\partial^2}{\partial y^2} H_z - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial}{\partial x} H_x + \frac{\partial}{\partial y} H_y \right) + i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x \left(\frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x \right) = 0 \quad (2.23)$$

Combinons les équations (2.16) et (2.14c) avec l'équation (2.23) on obtient :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} H_z + \frac{\partial^2}{\partial y^2} H_z + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_z + k_0^2 \varepsilon_x H_z = 0 \quad (2.24)$$

A partir des équations (2.20) et (2.24), on peut déterminer les constantes de propagation pour E_z et H_z .

La transformée de Fourier de l'équation (2.20) donne :

$$(ik_x)^2 \tilde{E}_z + (ik_y)^2 \tilde{E}_z + \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{E}_z + \varepsilon_z k_0^2 \tilde{E}_z = 0$$

$$-k_x^2 \tilde{E}_z - k_y^2 \tilde{E}_z + \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{E}_z + \varepsilon_z k_0^2 \tilde{E}_z = 0$$

$$\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{E}_z + (\varepsilon_z k_0^2 - k_s^2) \tilde{E}_z = 0, \text{ d'où la constante de propagation :}$$

$$k_a^2 = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} (\varepsilon_z k_0^2 - k_s^2) \quad (2.25)$$

La transformée de Fourier de l'équation (2.24), avec la même transformation que précédemment, donne :

$$k_b^2 = \varepsilon_x k_0^2 - k_s^2 \quad (2.26)$$

Nous allons à présent déterminer les composantes transversales en fonction des composantes longitudinales (E_z, H_z)

$$\frac{\partial}{\partial z} (2.14b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x - \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z = -i\omega \mu_0 \frac{\partial}{\partial z} H_y$$

En remplaçant l'équation (2.13a) dans la dernière équation on trouve :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial x} &= -i\omega\mu_0 \left\{ \frac{\partial H_z}{\partial y} - i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x E_x \right\} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) E_x &= \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial x} - i\omega\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial y}\end{aligned}\quad (2.27a)$$

Multiplions l'équation (2.14a) par $\frac{\partial}{\partial z}$ nous obtenons :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial y} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = -i\omega\mu \frac{\partial H_x}{\partial z}$$

En remplaçant l'équation (2.13b) dans cette dernière équation on trouve :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial y} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} &= -i\omega\mu_0 \left\{ \frac{\partial H_z}{\partial x} + i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x E_y \right\} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) E_y &= \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial y} + i\omega\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial x}\end{aligned}\quad (2.27b)$$

Multiplions l'équation (2.13b) par $\frac{\partial}{\partial z}$ nous obtenons

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial x} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x \frac{\partial E_y}{\partial z}$$

En remplaçant l'équation (2.14a) dans la dernière équation on trouve :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial x} &= i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x \left\{ \frac{\partial E_z}{\partial y} + i\omega\mu_0 H_x \right\} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) H_x &= \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial x} + i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x \frac{\partial E_z}{\partial y}\end{aligned}\quad (2.28a)$$

Multiplions l'équation (2.13a) par $\frac{\partial}{\partial z}$ nous obtenons

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x \frac{\partial E_x}{\partial z}$$

En remplaçant l'équation (2.14b) dans la dernière équation on trouve :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 H_z}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} &= i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x \left\{ \frac{\partial E_z}{\partial x} - i\omega\mu_0 H_y \right\} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) H_y &= \frac{\partial^2 H_z}{\partial y \partial z} - i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x \frac{\partial E_z}{\partial x}\end{aligned}\quad (2.28b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) E_x = \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial x} - i\omega\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) E_y = \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial y} + i\omega\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial x} \end{array} \right. \quad (2.29a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) E_x = \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial x} - i\omega\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) E_y = \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial y} + i\omega\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial x} \end{array} \right. \quad (2.29b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) H_x = \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial x} + i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x \frac{\partial E_z}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) H_y = \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial y} - i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x \frac{\partial E_z}{\partial x} \end{array} \right. \quad (2.30a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) H_x = \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial x} + i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x \frac{\partial E_z}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) H_y = \frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial y} - i\omega\varepsilon_0\varepsilon_x \frac{\partial E_z}{\partial x} \end{array} \right. \quad (2.30b)$$

Dans le domaine spectral, les équations (2.29a), (2.29b), (2.30a) et (2.30b) s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) \tilde{E}_x = ik_x \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z + \omega\mu_0 k_y \tilde{H}_z \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) \tilde{E}_y = ik_y \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z - \omega\mu_0 k_x \tilde{H}_z \end{array} \right. \quad (2.31a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) \tilde{E}_x = ik_x \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z + \omega\mu_0 k_y \tilde{H}_z \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) \tilde{E}_y = ik_y \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z - \omega\mu_0 k_x \tilde{H}_z \end{array} \right. \quad (2.31b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) \tilde{H}_x = ik_x \frac{\partial}{\partial z} \tilde{H}_z - \omega\varepsilon_0\varepsilon_x k_y \tilde{E}_z \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) \tilde{H}_y = ik_y \frac{\partial}{\partial z} \tilde{H}_z + \omega\varepsilon_0\varepsilon_x k_x \tilde{E}_z \end{array} \right. \quad (2.32a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) \tilde{H}_x = ik_x \frac{\partial}{\partial z} \tilde{H}_z - \omega\varepsilon_0\varepsilon_x k_y \tilde{E}_z \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2 \right) \tilde{H}_y = ik_y \frac{\partial}{\partial z} \tilde{H}_z + \omega\varepsilon_0\varepsilon_x k_x \tilde{E}_z \end{array} \right. \quad (2.32b)$$

Tenant compte de l'équation de propagation ($\frac{\partial^2}{\partial z^2} = -k_z^2$), k_z peut être k_a ou k_b , et les équations (2.31a), (2.31b), (2.32a) et (2.32b) ; les composantes transversales en fonction des composantes longitudinales s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{E}_x = \frac{ik_x\varepsilon_z \partial \tilde{E}_z}{\varepsilon_x k_s^2 \partial z} + \omega\mu_0 \frac{k_y \tilde{H}_z}{k_s^2} \\ \tilde{E}_y = \frac{ik_y\varepsilon_z \partial \tilde{E}_z}{\varepsilon_x k_s^2 \partial z} - \omega\mu_0 \frac{k_x \tilde{H}_z}{k_s^2} \end{array} \right. \quad (2.33a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{E}_x = \frac{ik_x\varepsilon_z \partial \tilde{E}_z}{\varepsilon_x k_s^2 \partial z} + \omega\mu_0 \frac{k_y \tilde{H}_z}{k_s^2} \\ \tilde{E}_y = \frac{ik_y\varepsilon_z \partial \tilde{E}_z}{\varepsilon_x k_s^2 \partial z} - \omega\mu_0 \frac{k_x \tilde{H}_z}{k_s^2} \end{array} \right. \quad (2.33b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{H}_x = \frac{ik_x \partial \tilde{H}_z}{k_s^2 \partial z} - \omega\varepsilon_0\varepsilon_z \frac{k_y \tilde{E}_z}{k_s^2} \\ \tilde{H}_y = \frac{ik_y \partial \tilde{H}_z}{k_s^2 \partial z} + \omega\varepsilon_0\varepsilon_z \frac{k_x \tilde{E}_z}{k_s^2} \end{array} \right. \quad (2.34a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{H}_x = \frac{ik_x \partial \tilde{H}_z}{k_s^2 \partial z} - \omega\varepsilon_0\varepsilon_z \frac{k_y \tilde{E}_z}{k_s^2} \\ \tilde{H}_y = \frac{ik_y \partial \tilde{H}_z}{k_s^2 \partial z} + \omega\varepsilon_0\varepsilon_z \frac{k_x \tilde{E}_z}{k_s^2} \end{array} \right. \quad (2.34b)$$

$$\text{Avec : } k_s^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (2.35)$$

A partir des équations (2.33a) et (2.33b) on peut écrire :

$$\tilde{\vec{E}} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

A partir des équations (2.34a) et (2.34b) on peut aussi écrire :

$$\tilde{\vec{H}} = \begin{bmatrix} \tilde{H}_y \\ -\tilde{H}_x \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Les exposants e et h dans les équations (2.36) et (2.37) dénotent les ondes TM et TE , respectivement.

e^e, e^h, h^e , et h^h Sont définis par :

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} i \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} \\ \omega \mu_0 \tilde{H}_z \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} \omega \varepsilon_0 \varepsilon_z \tilde{E}_z \\ i \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

A partir de l'équation de propagation (2.11) la forme générale des composantes longitudinales \tilde{E}_z et \tilde{H}_z est :

$$\tilde{E}_z = A_1 e^{-ik_a z} + B_1 e^{+ik_a z} \quad (2.40a)$$

$$\tilde{H}_z = A_2 e^{-ik_b z} + B_2 e^{+ik_b z} \quad (2.40b)$$

On remplace par (2.40a) et (2.40b) dans (2.38) et (2.39), on obtient après quelques manipulations :

$$\bar{e}(k_s, z) = \bar{A} e^{-ik_a z} + \bar{B} e^{+ik_b z} \quad (2.41)$$

$$\bar{h}(k_s, z) = \bar{g}(k_s) \cdot [\bar{A} e^{-ik_a z} - \bar{B} e^{+ik_b z}] \quad (2.42)$$

Dans les équations (2.41) et (2.42); $\bar{A}(2 \times 1)$ et $\bar{B}(2 \times 1)$ sont deux vecteurs inconnus et

$$\begin{aligned} \bar{g}(k_s) &= \text{diag}[g^e(k_s), g^h(k_s)] \\ &= \text{diag}\left[\frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x}{k_a}, \frac{k_b}{\omega \mu_0}\right] \end{aligned} \quad (2.43)$$

Voir annexe A.

2.2.4 Détermination des dyades de Green spectral

Considérant maintenant que la région où l'onde se propage est limitée entre les deux plans z_{j-1} , et z_j comme montré dans la figure suivante :

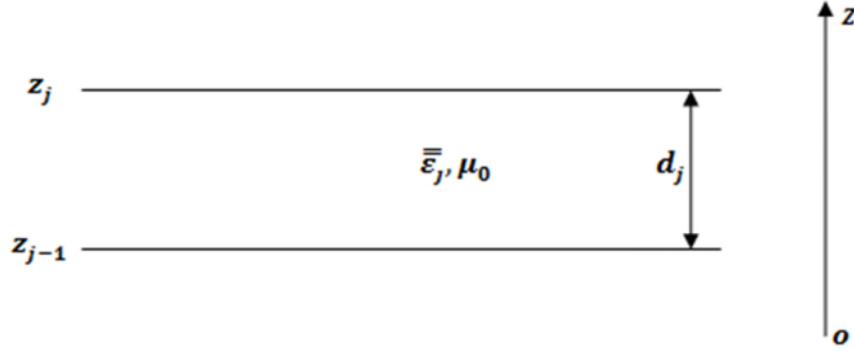


Figure 2.1: Représentation d'une couche j limitée entre deux plans $z = z_{j-1}$, et $z = z_j$, caractérisée à la fois par une permittivité tensorielle $\bar{\bar{\epsilon}}_j$, et une perméabilité μ_0

En écrivant les équations (2.41) et (2.42) dans le plan $z = z_{j-1}$, puis dans le plan $z = z_j$, et par élimination des inconnus \bar{A} et \bar{B} , une relation liant les composantes \bar{e} et \bar{h} sur les deux interfaces de la couche est obtenue :

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{T}_j \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$\bar{T}_j = \begin{bmatrix} \bar{T}_j^{11} & \bar{T}_j^{12} \\ \bar{T}_j^{21} & \bar{T}_j^{22} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

$$\bar{T}_j^{11} = \bar{T}_j^{22} = \begin{bmatrix} \cos(k_{a_j} d_j) & 0 \\ 0 & \cos(k_{b_j} d_j) \end{bmatrix} \quad (2.46a)$$

$$\bar{T}_j^{12} = -i \sin(k_{z_j} d_j) \bar{g}_j^{-1} = \begin{bmatrix} -i \frac{k_{a_j}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_x} \sin(k_{a_j} d_j) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_0}{k_{b_j}} \sin(k_{b_j} d_j) \end{bmatrix} \quad (2.46b)$$

$$\bar{T}_j^{21} = -i \sin(k_{z_j} d_j) \bar{g}_j = \begin{bmatrix} -i \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_x}{k_{a_j}} \sin(k_{a_j} d_j) & 0 \\ 0 & -i \frac{k_{b_j}}{\omega \mu_0} \sin(k_{b_j} d_j) \end{bmatrix} \quad (2.46c)$$

Si l'interface $z = z_j$ est dépourvue de courants électriques, alors (2.44) s'écrit donc :

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{T}_j \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Si l'interface $z = z_j$ contient des courants électriques, nous avons :

$$\tilde{H}_y(z_j^-) - \tilde{H}_y(z_j^+) = \tilde{J}_x(z_j) \quad (2.48a)$$

$$\tilde{H}_x(z_j^-) - \tilde{H}_x(z_j^+) = -\tilde{J}_y(z_j) \quad (2.48b)$$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}_y(z_j^-) \\ -\tilde{H}_x(z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{H}_y(z_j^+) \\ -\tilde{H}_x(z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(z_j) \\ \tilde{J}_y(z_j) \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

En remplaçant par (2.37) dans (2.49) nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h^e(z_j^-) \\ h^h(z_j^-) \end{bmatrix} - \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h^e(z_j^+) \\ h^h(z_j^+) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(z_j) \\ \tilde{J}_y(z_j) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} h^e(z_j^-) \\ h^h(z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h^e(z_j^+) \\ h^h(z_j^+) \end{bmatrix} &= \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(z_j) \\ \tilde{J}_y(z_j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j^e(z_j) \\ j^h(z_j) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Avec :

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} j^e \\ j^h \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

A partir de l'équation (2.51) on peut montrer que :

$$\tilde{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j^e \\ j^h \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J}(z_j) \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

A partir des équations (2.44) et (2.53) on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} = \bar{T}_j \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J}(z_j) \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Si le milieu où $z < z_{j-1}$ est un conducteur parfait (le plan de masse) alors :

$$\bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) = \bar{0} \quad (2.55)$$

Si le milieu où $z > z_j$ est l'air, tenant compte de la condition de rayonnement on aura à partir des équations (2.41) et (2.42) :

$$\bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) = \bar{g}_{j+1}(k_s) \cdot \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \quad (2.56)$$

Les équations (2.47), (2.54), (2.55) et (2.56) forment les équations de base pour la détermination du tenseur spectral de Green.

Le tenseur spectral de Green $\bar{\bar{G}}$ relie le champ électrique transverse avec le courant dans le plan du patch par la relation suivante :

$$\tilde{\bar{\mathbf{E}}} = \bar{\bar{G}} \cdot \tilde{\bar{\mathbf{J}}} \quad (2.57)$$

Avec :

$$\tilde{\bar{\mathbf{E}}} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix}, \bar{\bar{G}} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix}, \tilde{\bar{\mathbf{J}}} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix}$$

Dans la représentation TM(e), et TE(h), le tenseur spectral de Green $\bar{\bar{Q}}$ relie le champ électrique transverse \bar{e} avec le courant \bar{J} dans le plan du patch par la relation suivante:

$$\bar{e} = \bar{\bar{Q}} \cdot \bar{J} \quad (2.58)$$

Avec :

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix}, \quad \bar{Q} = \begin{bmatrix} Q^e & 0 \\ 0 & Q^h \end{bmatrix}, \quad \bar{J} = \begin{bmatrix} j^e \\ j^h \end{bmatrix}$$

Après avoir effectué quelques manipulations algébriques simples, nous pouvons montrer la relation qui existe entre le tenseur diagonal \bar{Q} et le tenseur de green $\bar{\bar{G}}$:

$$\bar{\bar{G}} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \bar{Q} \cdot \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

2.3 Formulation des équations intégrales du champ électrique

Après avoir calculé la fonction tensorielle spectrale de Green, nous allons à présent nous intéresser à formuler l'équation intégrale du champ électrique [2].

A partir de l'équation (2.57) on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Le champ électrique rayonné dans l'espace est obtenu à partir de la transformée de Fourier :

$$\tilde{E}_x(k_x, k_y, z) = G_{xx} \cdot \tilde{J}_x + G_{xy} \cdot \tilde{J}_y \quad (2.61a)$$

$$\tilde{E}_y(k_x, k_y, z) = G_{yx} \cdot \tilde{J}_x + G_{yy} \cdot \tilde{J}_y \quad (2.61b)$$

Le champ électrique rayonné dans l'espace est obtenu à partir de la transformée de Fourier inverse aux équations (2.61a) et (2.61b) [3]:

$$E_x(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} [G_{xx} \cdot \tilde{J}_x + G_{xy} \cdot \tilde{J}_y] e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (2.62a)$$

$$E_y(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} [G_{yx} \cdot \tilde{J}_x + G_{yy} \cdot \tilde{J}_y] e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (2.62b)$$

Nous savons que les champs électriques transverses, E_x et E_y , sont nuls sur un conducteur parfait, donc :

$$\iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} [G_{xx} \cdot \tilde{J}_x + G_{xy} \cdot \tilde{J}_y] e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (2.63a)$$

$$\iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} [G_{yx} \cdot \tilde{J}_x + G_{yy} \cdot \tilde{J}_y] e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (2.63b)$$

2.4 Résolution des équations intégrales par la méthode des moments «Galerkin»

La première étape dans la résolution des équations intégrales permet de convertir les équations intégrales en un système homogène d'équations linéaires.

Nous savons que E_x et E_y sont nuls sur un conducteur parfait, on aura donc:

$$\iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{xx} \cdot \tilde{J}_x e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{xy} \cdot \tilde{J}_y e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (2.64a)$$

$$\iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{yx} \cdot \tilde{J}_x e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{yy} \cdot \tilde{J}_y e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (2.64b)$$

Pour résoudre les équations (2.64a) et (2.64b) on utilise la méthode des moments procédure de Galerkin qui consiste à développer la distribution du courant sur le patch en série de fonctions de base connues avec des coefficients non connus:

$$J_x(x, y) = \sum_{n=1}^N a_n J_{xn}(x, y) \quad (2.65a)$$

$$J_y(x, y) = \sum_{m=1}^M b_m J_{ym}(x, y) \quad (2.65b)$$

En substituant la transformée de Fourier de (2.65a) et (2.65b) dans (2.64a) et (2.64b) nous aurons :

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N a_n \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{xx} \cdot \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \\ + \sum_{m=1}^M b_m \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{xy} \cdot \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \end{aligned} \quad (2.66a)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N a_n \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{yx} \cdot \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \\ + \sum_{m=1}^M b_m \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{yy} \cdot \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \end{aligned} \quad (2.66b)$$

En multipliant (2.66a) par $J_{xk}(x, y)$, $k = \overline{1, N}$ et en intégrant sur le domaine du patch $((x, y) \in \text{patch})$ on trouve (2.67a).

En multipliant (2.66b) par $J_{yl}(x, y)$, $l = \overline{1, M}$ et en intégrant sur le domaine du patch on trouve (2.67b).

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N a_n \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xx} \cdot \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) dk_x dk_y \\ + \sum_{m=1}^M b_m \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xy} \cdot \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y = 0 \end{aligned} \quad (2.67a)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N a_n \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yx} \cdot \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) dk_x dk_y \\ + \sum_{m=1}^M b_m \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yy} \cdot \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y = 0 \end{aligned} \quad (2.67b)$$

Les équations (2.67a) et (2.67b) peuvent être écrites sous une forme matricielle [4]:

$$\begin{bmatrix} (Z_{kn}^1)_{N \times N} & (Z_{km}^2)_{N \times M} \\ (Z_{ln}^3)_{M \times N} & (Z_{lm}^4)_{M \times M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (a_n)_{N \times 1} \\ (b_m)_{M \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{0} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Avec :

$$Z_{kn}^1 = \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xx} \cdot \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (2.69a)$$

$$Z_{km}^2 = \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xy} \cdot \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (2.69b)$$

$$Z_{ln}^3 = \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yx} \cdot \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (2.69c)$$

$$Z_{lm}^4 = \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yy} \cdot \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (2.69d)$$

Avec : $k, n = \overline{1, N}$ et $l, m = \overline{1, M}$

On aboutit, donc, à un système d'équations homogènes. Pour éviter une solution triviale, il faut que le déterminant de la matrice Z soit nul, ($\det(Z)=0$).

2.4.1 La fréquence de résonance et la bande passante

Le déterminant de la matrice Z est une fonction de la fréquence, et la solution qui annule le déterminant pour avoir une solution non triviale est la fréquence complexe qui est la fréquence de résonance de l'antenne [3-6].

La fréquence de résonance, le facteur de qualité et la bande passante sont données respectivement par:

$$f = f_r + if_i \quad (2.70)$$

$$Q = \frac{f_r}{2f_i} \quad (2.71)$$

$$BW = \frac{1}{Q} = \frac{2f_i}{f_r} \quad (2.72)$$

Où

f_i : est la partie imaginaire de la fréquence de résonance.

f_r : est la partie réelle de la fréquence de résonance.

2.4.2 Choix des fonctions de base dans la procédure de Galerkin

Théoriquement, il existe plusieurs types et formes de fonctions de base, cependant dans les études pratiques le nombre des fonctions utilisées est limité. Ces fonctions doivent vérifier certaines considérations qui doivent être en rapport direct avec la géométrie du patch. Généralement les fonctions sinusoïdales sont utilisées pour étudier les géométries triangulaires et rectangulaires, alors que les fonctions de Bessel sont réservées aux formats annulaires et circulaires. Le choix de ces fonctions influe sur la vitesse de la convergence des résultats numériques (pour le calcul de la fréquence de résonance). D'autre part le mauvais choix de ces fonctions peut donner des résultats erronés.

Dans notre étude nous allons utiliser des fonctions de base qu'est formés par l'ensemble des modes TM d'une cavité rectangulaire avec murs latéraux magnétiques, ces modes sont donnés par :

$$J_{xk}(x, y) = \sin \left[\frac{n_1 \pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \right] \cos \left[\frac{n_2 \pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \right] \quad (2.73a)$$

$$J_{ym}(x, y) = \sin \left[\frac{m_2 \pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \right] \cos \left[\frac{m_1 \pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \right] \quad (2.73b)$$

Les courants donnés par les équations sont définis uniquement sur la plaque rayonnante et nuls en dehors de cette dernière, les couples (n_1, n_2) et (m_1, m_2) sont des nombres entiers, le choix de ces membres dépend du mode étudié, dans notre étude nous intéressons au mode TM_{01} .

2.4.3 Détermination de la transformée de Fourier des fonctions de base

La transformée de Fourier des équations (2.73a) (2.73b) issues du modèle de la cavité peut être écrite sous la forme :

$$\tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) = \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \sin \left[\frac{n_1 \pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \right] \cos \left[\frac{n_2 \pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \right] e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (2.74a)$$

$$\tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) = \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \sin \left[\frac{m_2 \pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \right] \cos \left[\frac{m_1 \pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \right] e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (2.74b)$$

$$\begin{aligned}\tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) &= \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \sin\left[\frac{n_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{n_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy \\ \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\frac{n_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] e^{-ik_x x} dx \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\left[\frac{n_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] e^{-ik_y y} dy \\ \tilde{J}_{xn} &= \tilde{I}_{xx} \cdot \tilde{I}_{xy}\end{aligned}\tag{2.75a}$$

$$\begin{aligned}\tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) &= \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \sin\left[\frac{m_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{m_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy \\ \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\left[\frac{m_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] e^{-ik_x x} dx \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\frac{m_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] e^{-ik_y y} dy \\ \tilde{J}_{ym} &= \tilde{I}_{yx} \cdot \tilde{I}_{yy}\end{aligned}\tag{2.75b}$$

Après calculs on trouve :

$$\tilde{I}_{xx} = \frac{i \cdot a}{2} \left[e^{-i\frac{n_1\pi}{2}} \text{sinc}\left[\left(k_x + \frac{n_1\pi}{a}\right)\frac{a}{2}\right] - e^{i\frac{n_1\pi}{2}} \text{sinc}\left[\left(k_x - \frac{n_1\pi}{a}\right)\frac{a}{2}\right] \right]\tag{2.76a}$$

$$\tilde{I}_{xy} = \frac{b}{2} \left[e^{-i\frac{n_2\pi}{2}} \text{sinc}\left[\left(k_y + \frac{n_2\pi}{b}\right)\frac{b}{2}\right] + e^{i\frac{n_2\pi}{2}} \text{sinc}\left[\left(k_y - \frac{n_2\pi}{b}\right)\frac{b}{2}\right] \right]\tag{2.76b}$$

$$\tilde{I}_{yx} = \frac{a}{2} \left[e^{-i\frac{m_1\pi}{2}} \text{sinc}\left[\left(k_x + \frac{m_1\pi}{a}\right)\frac{a}{2}\right] + e^{i\frac{m_1\pi}{2}} \text{sinc}\left[\left(k_x - \frac{m_1\pi}{a}\right)\frac{a}{2}\right] \right]\tag{2.76c}$$

$$\tilde{I}_{yy} = \frac{i \cdot b}{2} \left[e^{-i\frac{m_2\pi}{2}} \text{sinc}\left[\left(k_y + \frac{m_2\pi}{b}\right)\frac{b}{2}\right] - e^{i\frac{m_2\pi}{2}} \text{sinc}\left[\left(k_y - \frac{m_2\pi}{b}\right)\frac{b}{2}\right] \right]\tag{2.76d}$$

2.5 Méthode d'analyse

La structure étudiée est une antenne patch rectangulaire dont l'élément rayonnant est un supraconducteur avec un substrat qui présente une anisotropie tensorielle uniaxiale de type électrique.

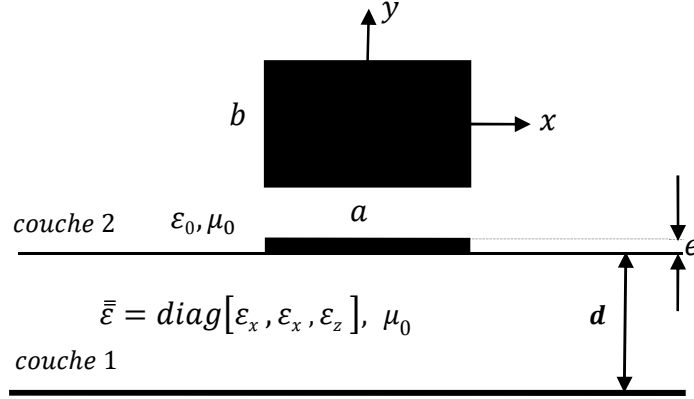


Figure 2.2 : La structure étudiée.

Le plan de masse est un conducteur parfait supposé infini alors :

$$\bar{e}_1(k_s, z_0^+) = \bar{0} \quad (2.77)$$

Tenant compte de la continuité du champ électrique et la discontinuité du champ magnétique dans le plan du patch on aura :

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_2(k_s, z_1^+) \\ \bar{h}_2(k_s, z_1^+) \end{bmatrix} = \bar{T}_1 \begin{bmatrix} \bar{e}_1(k_s, z_0^+) \\ \bar{h}_1(k_s, z_0^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J}(z_1) \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

Tenant compte de la condition de rayonnement on aura à partir des équations (2.41) et (2.42) :

$$\bar{h}_2(k_s, z_1^+) = \bar{g}_2(k_s) \cdot \bar{e}_2(k_s, z_1^+) \quad (2.79)$$

On peut simplifier les équations (2.77), (2.78), et (2.79) comme suit :

$$\bar{e}_1 = \bar{0} \quad (2.80)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_2 \\ \bar{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}_1^{11} & \bar{T}_1^{12} \\ \bar{T}_1^{21} & \bar{T}_1^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{h}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J} \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

$$\bar{h}_2 = \bar{g}_0 \cdot \bar{e}_2 \quad (2.82)$$

Dans la représentation TM(e) et TE(e), le tenseur spectral de Green $\bar{\bar{Q}}$ relie le champ électrique tangentiel, \bar{e}_2 , avec le courant \bar{J} dans le plan du patch.

$$\bar{e}_2 = \bar{\bar{Q}} \cdot \bar{J} \quad (2.83)$$

En remplaçant l'équation (2.80) dans l'équation (2.81) on trouve :

$$\bar{e}_2 = \bar{\bar{T}}_1^{12} \cdot \bar{h}_1 \quad (2.84)$$

$$\bar{h}_2 = \bar{\bar{T}}_1^{22} \cdot \bar{h}_1 - \bar{J} \quad (2.85)$$

$$\bar{h}_1 = (\bar{\bar{T}}_1^{12})^{-1} \cdot \bar{e}_2 \quad (2.86)$$

En remplaçant les équations (2.85) et (2.86) dans l'équation (2.82) on trouve :

$$\bar{\bar{g}}_0 \cdot \bar{e}_2 = \bar{\bar{T}}_1^{22} \cdot (\bar{\bar{T}}_1^{12})^{-1} \cdot \bar{e}_2 - \bar{J}$$

$$\left[\bar{\bar{T}}_1^{22} \cdot (\bar{\bar{T}}_1^{12})^{-1} - \bar{\bar{g}}_0 \right] \cdot \bar{e}_2 = \bar{J}$$

$$\bar{e}_2 = \left[\bar{\bar{T}}_1^{22} \cdot (\bar{\bar{T}}_1^{12})^{-1} - \bar{\bar{g}}_0 \right]^{-1} \cdot \bar{J}$$

Par identification avec l'équation (2.83) :

$$\bar{\bar{Q}} = \left[\bar{\bar{T}}_1^{22} \cdot (\bar{\bar{T}}_1^{12})^{-1} - \bar{\bar{g}}_0 \right]^{-1} \quad (2.87)$$

Avec :

$$\bar{\bar{T}}_1^{12} = \begin{bmatrix} -i \frac{k_a}{\omega \epsilon_0 \epsilon_x} \sin(k_a d_1) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_0}{k_b} \sin(k_b d_1) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_1^{22} = \begin{bmatrix} \cos(k_a d_1) & 0 \\ 0 & \cos(k_b d_1) \end{bmatrix}$$

$$(\bar{\bar{T}}_1^{12})^{-1} = \begin{bmatrix} i \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_x}{k_a \cdot \sin(k_a d_1)} & 0 \\ 0 & i \frac{k_b}{\omega \mu_0 \cdot \sin(k_b d_1)} \end{bmatrix}$$

$$\bar{T}_1^{22} \cdot (\bar{T}_1^{12})^{-1} = \begin{bmatrix} i \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x \cos(k_a d_1)}{k_a \sin(k_a d_1)} & 0 \\ 0 & i \frac{k_b \cos(k_b d_1)}{\omega \mu_0 \sin(k_b d_1)} \end{bmatrix}$$

$$\bar{g}_0 = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x}{k_a} & 0 \\ 0 & \frac{k_b}{\omega \mu_0} \end{bmatrix}$$

$$\bar{T}_1^{22} \cdot (\bar{T}_1^{12})^{-1} - \bar{g}_0 = \begin{bmatrix} i \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x \cos(k_a d_1)}{k_a \sin(k_a d_1)} - \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x}{k_a} & 0 \\ 0 & i \frac{k_b \cos(k_b d_1)}{\omega \mu_0 \sin(k_b d_1)} - \frac{k_b}{\omega \mu_0} \end{bmatrix}$$

$$[\bar{T}_1^{22} \cdot (\bar{T}_1^{12})^{-1} - \bar{g}_0]^{-1} = \bar{Q} = \begin{bmatrix} Q^e & 0 \\ 0 & Q^h \end{bmatrix}$$

Avec :

$$(Q^e)^{-1} = i \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x \cos(k_a d_1)}{k_a \sin(k_a d_1)} - \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x}{k_a}$$

$$(Q^h)^{-1} = i \frac{k_b \cos(k_b d_1)}{\omega \mu_0 \sin(k_b d_1)} - \frac{k_b}{\omega \mu_0}$$

$$Q^e = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x} \left[\frac{k_a \sin(k_a d_1)}{\cos(k_a d_1) + i \sin(k_a d_1)} \right] \quad (2.88a)$$

$$Q^h = -i \omega \mu_0 \left[\frac{\sin(k_b d_1)}{k_b \cos(k_b d_1) + i k_b \sin(k_b d_1)} \right] \quad (2.88b)$$

$$Q^e = \frac{-i \omega \mu_0}{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_x} \left[\frac{k_a \sin(k_a d_1)}{\cos(k_a d_1) + i \sin(k_a d_1)} \right]$$

$$Q^h = \frac{-i \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0}{\omega \varepsilon_0} \left[\frac{\sin(k_b d_1)}{k_b \cos(k_b d_1) + i k_b \sin(k_b d_1)} \right]$$

$$Q^e = \frac{-i\omega\mu_0}{\varepsilon_x} \left[\frac{k_a \sin(k_a d_1)}{k_0^2 \cos(k_a d_1) + i k_0^2 \sin(k_a d_1)} \right] \quad (2.89a)$$

$$Q^h = \frac{-i}{\omega\varepsilon_0} \left[\frac{k_0^2 \sin(k_b d_1)}{k_b \cos(k_b d_1) + i k_b \sin(k_b d_1)} \right] \quad (2.89b)$$

Avec $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$:

A partir de l'équation (2.59) et l'expression de \bar{Q} on obtient :

$$\begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s^2} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q^e & 0 \\ 0 & Q^h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix}$$

Après quelques manipulations simples on trouve :

$$G_{xx} = \frac{1}{k_s^2} (k_x^2 Q^e + k_y^2 Q^h) \quad (2.90)$$

$$G_{xy} = G_{yx} = \frac{k_x k_y}{k_s^2} (Q^e - Q^h) \quad (2.91)$$

$$G_{yy} = \frac{1}{k_s^2} (k_y^2 Q^e + k_x^2 Q^h) \quad (2.92)$$

Après substitution de Q^e et Q^h dans les équations (2.90), (2.91), et (2.92) on trouve :

$$G_{xx} = \frac{1}{k_s^2} \left\{ -\frac{i\omega\mu_0 k_x^2}{\varepsilon_x} \left[\frac{k_a \sin(k_a d_1)}{k_0^2 \cos(k_a d_1) + i k_0^2 \sin(k_a d_1)} \right] - \frac{i k_y^2}{\omega\varepsilon_0} \left[\frac{k_0^2 \sin(k_b d_1)}{k_b \cos(k_b d_1) + i k_b \sin(k_b d_1)} \right] \right\}$$

$$G_{xy} = G_{yx} = \frac{k_x k_y}{k_s^2} \left\{ \frac{-i\omega\mu_0}{\varepsilon_x} \left[\frac{k_a \sin(k_a d_1)}{k_0^2 \cos(k_a d_1) + i k_0^2 \sin(k_a d_1)} \right] + \frac{i}{\omega\varepsilon_0} \left[\frac{k_0^2 \sin(k_b d_1)}{k_b \cos(k_b d_1) + i k_b \sin(k_b d_1)} \right] \right\}$$

$$G_{yy} = \frac{1}{k_s^2} \left\{ \frac{-i\omega\mu_0 k_y^2}{\varepsilon_x} \left[\frac{k_a \sin(k_a d_1)}{k_0^2 \cos(k_a d_1) + i k_0^2 \sin(k_a d_1)} \right] - \frac{i k_x^2}{\omega\varepsilon_0} \left[\frac{k_0^2 \sin(k_b d_1)}{k_b \cos(k_b d_1) + i k_b \sin(k_b d_1)} \right] \right\}$$

Après réarrangement on aboutit à :

$$G_{xx} = \frac{1}{ik_s^2 \omega \varepsilon_0} \left\{ \left[\frac{k_0^2 k_x^2 k_a \sin(k_a d_1)}{\varepsilon_x k_0^2 \cos(k_a d_1) + i \varepsilon_x k_0^2 \sin(k_a d_1)} \right] + \left[\frac{k_y^2 k_0^2 \sin(k_b d_1)}{k_b \cos(k_b d_1) + i k_b \sin(k_b d_1)} \right] \right\}$$

$$G_{xy} = G_{yx} = \frac{1}{ik_s^2 \omega \varepsilon_0} \left\{ \left[\frac{k_0^2 k_x k_y k_a \sin(k_a d_1)}{\varepsilon_x k_0^2 \cos(k_a d_1) + i \varepsilon_x k_0^2 \sin(k_a d_1)} \right] - \left[\frac{k_x k_y k_0^2 \sin(k_b d_1)}{k_b \cos(k_b d_1) + i k_b \sin(k_b d_1)} \right] \right\}$$

$$G_{yy} = \frac{1}{ik_s^2 \omega \varepsilon_0} \left\{ \left[\frac{k_0^2 k_y^2 k_a \sin(k_a d_1)}{\varepsilon_x k_0^2 \cos(k_a d_1) + i \varepsilon_x k_0^2 \sin(k_a d_1)} \right] + \left[\frac{k_x^2 k_0^2 \sin(k_b d_1)}{k_b \cos(k_b d_1) + i k_b \sin(k_b d_1)} \right] \right\}$$

Finalement on trouve :

$$G_{xx} = \frac{1}{ik_s^2 \omega \varepsilon_0} \left\{ \left[\frac{k_0^2 k_x^2 k_a \sin(k_a d_1)}{T_e} \right] + \left[\frac{k_y^2 k_0^2 \sin(k_b d_1)}{T_m} \right] \right\} \quad (2.93)$$

$$G_{xy} = G_{yx} = \frac{1}{ik_s^2 \omega \varepsilon_0} \left\{ \left[\frac{k_0^2 k_x k_y k_a \sin(k_a d_1)}{T_e} \right] - \left[\frac{k_x k_y k_0^2 \sin(k_b d_1)}{T_m} \right] \right\} \quad (2.94)$$

$$G_{yy} = \frac{1}{ik_s^2 \omega \varepsilon_0} \left\{ \left[\frac{k_0^2 k_y^2 k_a \sin(k_a d_1)}{T_e} \right] + \left[\frac{k_x^2 k_0^2 \sin(k_b d_1)}{T_m} \right] \right\} \quad (2.95)$$

Avec :

$$T_e = \varepsilon_x k_0^2 \cos(k_a d_1) + i \varepsilon_x k_0^2 \sin(k_a d_1)$$

$$T_m = k_b \cos(k_b d_1) + i k_b \sin(k_b d_1)$$

$$k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$$

$$k_s^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$k_a^2 = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} (\varepsilon_z k_0^2 - k_s^2)$$

$$k_b^2 = \varepsilon_x k_0^2 - k_s^2$$

2.5.1 Tenseur spectral de Green pour une antenne ayant un patch supraconducteur

Le patch utilisé dans les structures étudiées est un supraconducteur, pour cette raison il faut tenir compte de son effet. En hyperfréquence, le supraconducteur présente une impédance de surface Z_s qui est déterminée par les équations de London et du model des deux fluides de Gorter et Casimir.

En partant du cas général où le patch est un conducteur parfait, les composantes du champ électrique tangentiel dans le domaine de Fourier sont exprimées en fonction des composantes de la densité de courant dans le patch comme suit :

$$\begin{cases} \tilde{E}_x(k_x, k_y) = G_{xx} \cdot \tilde{J}_x(k_x, k_y) + G_{xy} \cdot \tilde{J}_y(k_x, k_y) \\ \tilde{E}_y(k_x, k_y) = G_{yx} \cdot \tilde{J}_x(k_x, k_y) + G_{yy} \cdot \tilde{J}_y(k_x, k_y) \end{cases} \quad (2.96)$$

Où G_{xx}, G_{xy}, G_{yx} et G_{yy} sont les composantes de la fonction de Green sans tenir compte de l'effet supraconducteur.

En considérant le cas supraconducteur, les composantes tangentielles du champ électrique dans le patch seront données par :

$$\begin{cases} E_x^i(x, y, z) = Z_s \cdot J_x(x, y) \\ E_y^i(x, y, z) = Z_s \cdot J_y(x, y) \end{cases} \quad (2.97)$$

Où : i indique à l'intérieur du patch

Z_s : est l'impédance de surface du supraconducteur

J : est la densité de courant de surface

Z_s est reliée à la conductivité complexe σ par la relation suivante

$$Z_s = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma}} = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_1 - i\sigma_2}} \quad (2.98)$$

Lorsque l'épaisseur du patch e est très inférieure à la longueur de pénétration λ du supraconducteur ($e \ll \lambda$), Z_s peut être approximée à [4]

$$Z_s = \frac{1}{e \times \sigma} \quad (2.99)$$

et

$$\lambda = \lambda_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \right]^{\frac{-1}{2}} \quad (2.100)$$

Des travaux ont considéré qu'une épaisseur e inférieur à trois fois λ est suffisante pour approximer Z_s .

Les composantes du courant sont nulles en dehors du patch, par contre, celles du champ électrique ne le sont pas partout. Les composantes tangentielles du champ électrique dans le plan du patch sont définies par

$$\begin{cases} E_x = E_x^i + E_x^o \\ E_y = E_y^i + E_y^o \end{cases} \quad (2.101)$$

Où

$$E_\alpha^i = \begin{cases} E_\alpha & x, y \in \text{patch} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.102a)$$

$$E_\alpha^o = \begin{cases} 0 & x, y \in \text{patch} \\ E_\alpha & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.102b)$$

α : désigne la composante x ou y

En substituant les équations (2.97) et (2.101) dans (2.96), on trouve

$$\begin{cases} Z_s \cdot \tilde{J}_x(k_x, k_y) + \tilde{E}_x^o(k_x, k_y) = G_{xx} \cdot \tilde{J}_x(k_x, k_y) + G_{xy} \cdot \tilde{J}_y(k_x, k_y) \\ Z_s \cdot \tilde{J}_y(k_x, k_y) + \tilde{E}_y^o(k_x, k_y) = G_{yx} \cdot \tilde{J}_x(k_x, k_y) + G_{yy} \cdot \tilde{J}_y(k_x, k_y) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tilde{E}_x^o(k_x, k_y) = (G_{xx} - Z_s) \cdot \tilde{J}_x(k_x, k_y) + G_{xy} \cdot \tilde{J}_y(k_x, k_y) \\ \tilde{E}_y^o(k_x, k_y) = G_{yx} \cdot \tilde{J}_x(k_x, k_y) + (G_{yy} - Z_s) \cdot \tilde{J}_y(k_x, k_y) \end{cases} \quad (2.103)$$

Dans ce qui suit, pour un supraconducteur, $\begin{bmatrix} \tilde{E}_x(k_x, k_y) \\ \tilde{E}_y(k_x, k_y) \end{bmatrix}$ désigne $\begin{bmatrix} \tilde{E}_x^o(k_x, k_y) \\ \tilde{E}_y^o(k_x, k_y) \end{bmatrix}$

Alors, pour une structure ayant un patch supraconducteur, le champ électrique tangentiel est exprimé en fonction du courant dans le plan du patch comme suit [2] :

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x(k_x, k_y) \\ \tilde{E}_y(k_x, k_y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (G_{xx} - Z_s) & G_{xy} \\ G_{yx} & (G_{yy} - Z_s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(k_x, k_y) \\ \tilde{J}_y(k_x, k_y) \end{bmatrix} \quad (2.104)$$

2.5.2 Equation intégrale du champ électrique

Le tenseur de Green déterminé donne :

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = (G_{xx} - Z_s)\tilde{J}_x + G_{xy}\tilde{J}_y \\ \tilde{E}_y = G_{yx}\tilde{J}_x + (G_{yy} - Z_s)\tilde{J}_y \end{cases} \quad (2.105)$$

En appliquant la transformée de Fourier inverse au champ électrique transverse de l'équation (2.105), on obtient :

$$\begin{cases} E_x(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [(G_{xx} - Z_s)\tilde{J}_x + G_{xy}\tilde{J}_y] e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \\ E_y(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [G_{yx}\tilde{J}_x + (G_{yy} - Z_s)\tilde{J}_y] e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.106a) \\ (2.106b) \end{matrix}$$

En travaillant dans le domaine du patch, les champs électriques tangentiels des équations (2.106a) et (2.106b) deviennent nuls d'après la définition de E_x^o et E_y^o donnée par (2.102b), ce qui nous permet d'écrire :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (G_{xx} - Z_s)\tilde{J}_x e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy}\tilde{J}_y e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (2.107a)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx}\tilde{J}_x e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (G_{yy} - Z_s)\tilde{J}_y e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (2.107b)$$

2.5.3 Résolution de l'équation intégrale

Pour résoudre les équations (2.107a) et (2.107b) on utilise la méthode de Galarkin qui consiste à développer la distribution du courant inconnu en série de fonctions de base connues avec des coefficients inconnus :

$$J_x(x, y) = \sum_{n=1}^N a_n J_{xn}(x, y) \quad (2.108a)$$

$$J_y(x, y) = \sum_{m=1}^M b_m J_{ym}(x, y) \quad (2.108b)$$

En substituant la transformée de Fourier de (2.108a) et (2.108b) dans (2.107a) et (2.107b) on obtient :

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (G_{xx} - Z_s) \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (2.109a)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (G_{yy} - Z_s) \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (2.109b)$$

En multipliant (2.109a) par $J_{xk}(x, y)$ avec $k = \overline{1, N}$ et en intégrant sur le domaine du patch $[(x, y) \in \text{patch}]$ on trouve :

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (G_{xx} - Z_s) \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0 \quad (2.110a)$$

En multipliant (2.109b) par $J_{yl}(x, y)$ avec $l = \overline{1, M}$ et en intégrant sur le domaine du patch on trouve :

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (G_{yy} - Z_s) \tilde{J}_{yl}(k_x, k_y) \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0 \quad (2.110b)$$

Ces équations [4] peuvent être écrites sous la forme matricielle de la forme $\bar{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{0}$

$$\begin{bmatrix} (\bar{\mathbf{Z}}_{\mathbf{kn}}^1)_{N \times N} & (\bar{\mathbf{Z}}_{\mathbf{km}}^2)_{N \times M} \\ (\bar{\mathbf{Z}}_{\mathbf{ln}}^3)_{M \times N} & (\bar{\mathbf{Z}}_{\mathbf{lm}}^4)_{M \times M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (\mathbf{a}_n)_{N \times 1} \\ (\mathbf{b}_m)_{M \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{0})_{N \times 1} \\ (\mathbf{0})_{M \times 1} \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

Avec :

$$\bar{\mathbf{Z}}_{\mathbf{kn}}^1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot (G_{xx} - Z_s) \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (2.112a)$$

$$\bar{\mathbf{Z}}_{\mathbf{km}}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (2.112b)$$

$$\bar{\mathbf{Z}}_{\mathbf{ln}}^3 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (2.112c)$$

$$\bar{\mathbf{Z}}_{\mathbf{lm}}^4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot (G_{yy} - Z_s) \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (2.112d)$$

$k, n = 1, 2, 3, \dots, N$

$l, m = 1, 2, 3, \dots, M$

Pour éviter la solution triviale $\mathbf{C} = \mathbf{0}$ de l'équation (2.111), il faut que [4] :

$$\det(\bar{\mathbf{Z}}(\omega)) = 0 \quad (2.113)$$

L'équation (2.113) est satisfaite pour une fréquence complexe $f = \frac{\omega}{2\pi}$ qui est la fréquence de résonance de l'antenne. Une fois le problème de la fréquence de résonance f est résolu, le vecteur propre minimal de la matrice $\bar{\mathbf{Z}}(\omega)$ donne les coefficients du courant qui peut être obtenu sous forme numérique.

2.6 Conclusion

La formulation théorique du problème a passé par trois étapes, qui sont : la détermination de la fonction spectrale dyadique de Green, la formulation des équations intégrales et la solution de ces équations par la méthode des moments, procédure de Galerkin, qui consiste à utiliser des fonctions de base connues avec des coefficients inconnues. Dans notre cas l'impédance de surface du supraconducteur a été introduite dans le tenseur de Green.

Pour éviter une solution triviale, le déterminant de la matrice impédance doit être nul. La solution de l'équation donne la fréquence de résonance complexe ainsi que la bande passante et le facteur de qualité de l'antenne.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] D. M. Pozar, "Radiation and Scattering from a Microstrip Patch on a Uniaxial Substrate," IEEE transactions on antennas and propagation, Vol. AP-35, No. 6, pp. 613-621 June 1987.
- [2] T. Fortaki, M. Amir, S. Benkouda, and A. Benghalia, "Study of high Tc Superconducting Microstrip Antenna," Piers Online, Vol. 5, No. 4, pp. 346-354, 2009.
- [3] F. Chebbara, M. Amir, T. Fortaki and L. Djouan, "Influence of Antenna Parameters on the Radiation of a Rectangular Microstrip Patch Antenna," International Conference on Signals, Circuits and Systems, pp. 1-5, 2008.
- [4] M. Amir, F. Chebbara, T. Fortaki, L. Djouane, "Analysis of Rectangular Microstrip Antenna Using High Temperature Superconducting (HTS) Patch," International Conference on Signals, Circuits and Systems, pp. 1-4, 2008.
- [5] K. L. Wong, J. S. Row, C. W. Kuo, K. C. Huang, "Resonance of a Rectangular Microstrip Patch on a Uniaxial Substrate," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol. 41, No. 4, pp. 698-701, APRIL 1993.
- [6] W. C. Chew, Q. Liu, "Resonance Frequency of a Rectangular Microstrip Patch," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 36, No. 8, pp. 1045-1056, August 1988.

CHAPITRE 3

RESULTATS ET DISCUSSIONS

3.1 Introduction

Après la formulation théorique du problème dans le chapitre précédent, nous abordons la résolution numérique des équations intégrales. Ce chapitre traite les résultats numériques obtenus sous forme de courbes et de tableaux, pour pouvoir les comparer avec les travaux déjà faits et disponibles dans la littérature.

En premier lieu, nous avons étudié l'anisotropie uni-axiale de type électrique d'une antenne à patch conducteur et supraconducteur, de formes rectangulaires, posés sur un substrat anisotrope pour voir son effet sur la fréquence de résonance complexe, le facteur de qualité et la bande passante de l'antenne. En deuxième lieu, nous avons étudiés la supraconductivité du même patch posé sur un substrat isotrope, puis anisotrope et nous avons comparés les résultats obtenus pour voir son effet sur la fréquence de résonance, sur le facteur de qualité et sur la bande passante.

3.2 Résultats et discussions

3.2.1 Validation des résultats

Le mode utilisé dans notre étude est le mode TM_{01} . Pour valider nos résultats, nous allons les comparer avec ceux des références [1] et [2], calculés avec le modèle de cavité.

L'antenne est composée d'un patch supraconducteur de forme rectangulaire fabriqué avec le matériau $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ de la famille des YBCO. Le patch, de dimensions $a \times b = 1.5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$, possède les paramètres suivants : l'épaisseur $e = 350 \text{ nm}$, la profondeur de pénétration à 0 K

$\lambda_0 = 140 \text{ nm}$, la conductivité $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$, la température critique $T_c = 89 \text{ K}$. Il est posé sur différents substrats minces, de 0.2 mm , et présentent une anisotropie uniaxiale de type électrique qui sont le Saphire, l'Epsilam-10, le Pirolitic boron nitride et le PTFE. La température ambiante est de $T = 60 \text{ K}$.

Les fréquences de résonances, suivant le mode TM_{01} , qui est caractérisé par une composante dominante du courant selon l'axe des y, sont calculées avec la formule approximative suivante :

$$f_r = \frac{c}{2b\sqrt{\epsilon_r}}$$

f_r : la fréquence de résonance, c : la vitesse de la lumière, b : la largeur du patch, ϵ_r : la permittivité diélectrique relative du substrat.

Cette formule nous permet de prédire les valeurs initiales des fréquences dont on a besoin pour la convergence de nos calculs numériques.

Après calculs des fréquences de résonnances on a trouvé que nos résultats sont conformes avec ceux des références [1] et [2] représentés dans le tableau 3.1. D'après ce tableau, nous constatons que l'erreur est minimale (0.18%) pour le Saphire et est maximale (0.92%) pour le PTFE.

Tableau 3.1 *comparaison de nos résultats calculés, des fréquences de résonnance, avec ceux des références [1] et [2] combinés, pour différents matériaux de substrats. $a = 1.5\text{ cm}$, $b = 1\text{ cm}$, $d = 0.2\text{ mm}$, $T_c = 89\text{ K}$, $e = 350\text{ nm}$, $\sigma_n = 10^6$, $\lambda_0 = 140\text{ nm}$ et $T = 60\text{ K}$*

Substrat anisotrope		Fréquence de résonnance (GHz)		Erreur (%)
Diélectrique	(ϵ_x, ϵ_z)	Nos résultats	Résultats de [1] et [2] combinés	
Saphire	(9.4, 11.6)	4.371	4.363	0.18
Epsilam-10	(13, 10.3)	4.631	4.620	0.24
Pyrolitic boron nitride	(5.12, 3.4)	7.996	8.034	0.47
PTFE	(2.88, 2.43)	9.428	9.515	0.92

3.3 Effet de l'anisotropie uniaxiale de type électrique sur la fréquence de résonnance

3.3.1 Effets des constantes diélectriques sur la fréquence de résonnance.

Pour voir les effets des constantes diélectriques, ϵ_x et ϵ_z sur la fréquence de résonnance, nous avons pris un film supraconducteur avec les paramètres suivants : $a = 1.5\text{ cm}$, $b = 1\text{ cm}$, $T_c = 89\text{ K}$, $e = 350\text{ nm}$, $\sigma_n = 10^6$, $\lambda_0 = 140\text{ nm}$ et $T = 60\text{ K}$, posé sur un substrat qui a une épaisseur, $d = 0.2\text{ mm}$.

Nous avons, en premier lieu, fixés $\epsilon_z = 5$ et nous avons variés ϵ_x . En deuxième lieu nous avons fixés $\epsilon_x = 5$ et nous avons varié ϵ_z . Les résultats sont donnés sur la figure 3.1.

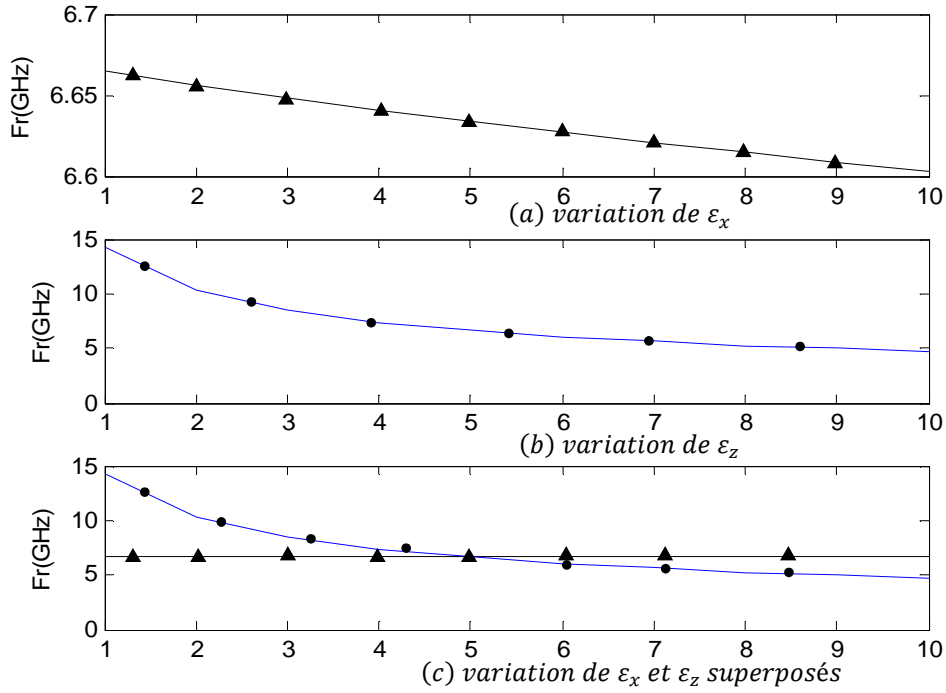


Figure 3.1 variation de la fréquence de résonance : (a) en fonction de ϵ_x avec $\epsilon_z = 5$; (b) en fonction de ϵ_z avec $\epsilon_x = 5$ (c) les deux courbes superposées.

La figure 3.1 montre la variation de la fréquence de résonance réelle en fonction des constantes diélectriques du substrat anisotrope. Sur la figure 3.1 (a), on a fait varier ϵ_x en laissant ϵ_z fixe, par contre dans la figure 3.1 (b), on a fait varier ϵ_z tout en laissant ϵ_x fixe. Sur les 2 courbes on voit que la fréquence de résonance diminue lorsque les constantes diélectriques ϵ_x et ϵ_z augmentent ; mais la variation de la fréquence n'est pas la même. Ceci est bien visible sur la courbe 3.1 (c), qui montre que la variation de la fréquence est plus importante avec la variation de ϵ_z beaucoup plus que celle de la variation de ϵ_x dans la plage où le rapport AR est supérieur à 1 et moins importante lorsque le rapport AR est inférieur à 1. On peut, donc, dire que la variation de la constante diélectrique dans l'axe optique présente beaucoup plus d'influence dans le calcul de la fréquence. Ceci est en très bon accord avec les résultats de [3].

Pour éviter des variations arbitraires des composantes diélectriques, ϵ_x et ϵ_z , nous avons étudié le rapport d'anisotropie, $AR = \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x}$, pour voir son effet sur la fréquence de résonance, nous avons, donc, dressé un tableau pour voir les variations de la fréquence de résonance en fonction de AR .

Tableau 3.2 *comparaison des différentes valeurs de fréquences de résonance pour différents rapports d'anisotropie avec différentes valeurs de constantes diélectriques d'un patch supraconducteur posé sur un substrat à anisotropie uniaxiale de type électrique.*

$AR = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}$	$(\varepsilon_x, \varepsilon_z)$	fréquence de résonance GHz	$(\varepsilon_x, \varepsilon_z)$	fréquence de résonance GHz
0.5	(4, 2)	10.323	(10, 5)	6.603
1	(4, 4)	7.401	(10, 10)	4.705
1.5	(4, 6)	6.073	(10, 15)	3.845

Dans le tableau 3.2, nous avons calculés les fréquences de résonances respectivement pour 3 rapports d'anisotropie AR : 0.5 ; 1 ; 1.5 pour différentes valeurs de $\varepsilon_x, \varepsilon_z$, de telle sorte à conserver le même rapport, pour voir son effet sur les fréquences. On voit que le rapport d'anisotropie peut nous renseigner sur le sens de variation des fréquences de résonance ; mais ne peut, en aucun cas, prédire la fréquence de résonance, même si le rapport AR est le même. La même déduction a été faite par [4].

3.3.2 Effets de l'épaisseur du substrat sur la fréquence de résonance

La figure 3.2 représente la variation de 3 courbes en fonction de l'épaisseur du substrat : une courbe avec $\varepsilon_x < \varepsilon_z$ (anisotropie positive), une courbe avec $\varepsilon_x = \varepsilon_z$ (isotropie) et une courbe avec $\varepsilon_x > \varepsilon_z$ (anisotropie négative). Ces courbes varient de la même manière, mais on remarque que lorsque l'épaisseur du substrat augmente l'écart entre les fréquences de résonances des 3 courbes augmente aussi, ce qui montre l'augmentation de l'effet de l'anisotropie sur la fréquence de résonance. Nous remarquons aussi que lorsque l'épaisseur du substrat augmente, la fréquence de résonance réelle diminue et la fréquence imaginaire augmente. La fréquence de résonance (partie réelle) et l'épaisseur du substrat sont inversement proportionnelles. Sur la figure 3.3, nous voyons que la partie imaginaire de la fréquence de résonance est proportionnelle à l'épaisseur du substrat. Cela veut dire que les pertes dans le substrat augmentent lorsque ce dernier augmente d'épaisseur.

Egalement pour la bande passante sur la figure 3.4, on remarque l'augmentation de l'effet de l'anisotropie, avec l'augmentation de l'épaisseur du substrat. Dans ce cas, il faut bien prendre en

considération l'anisotropie du substrat pour éviter que l'antenne résonne en dehors de sa bande passante [5].

Dans la pratique, la plus part des substrats utilisés présentent une anisotropie négative avec un rapport d'anisotropie $AR < 1.4$ [5].

La figure 3.4 représente la variation de la bande passante en fonction de l'épaisseur du substrat. Il est remarquable, que la bande passante et l'épaisseur du substrat sont proportionnelles, ce qui veut dire que pour améliorer la bande passante il faut augmenter l'épaisseur du substrat sans autant dépasser une certaine limite pour ne pas favoriser les ondes de surface [6].

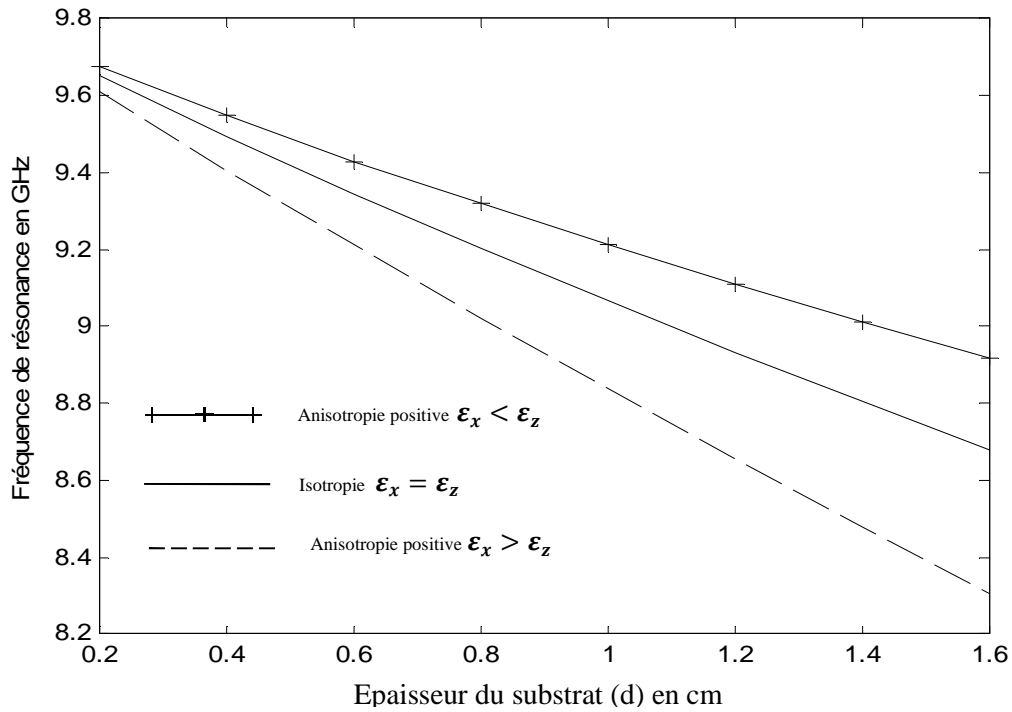


Figure 3.2 variation de la partie réelle de la fréquence de résonance complexe d'une antenne rectangulaire supraconductrice en fonction de l'épaisseur du substrat, $a \times b = 1.5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$, $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$, $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$, $T_c = 89 \text{ K}$, $e = 350 \text{ nm}$ et $T = 60 \text{ K}$.

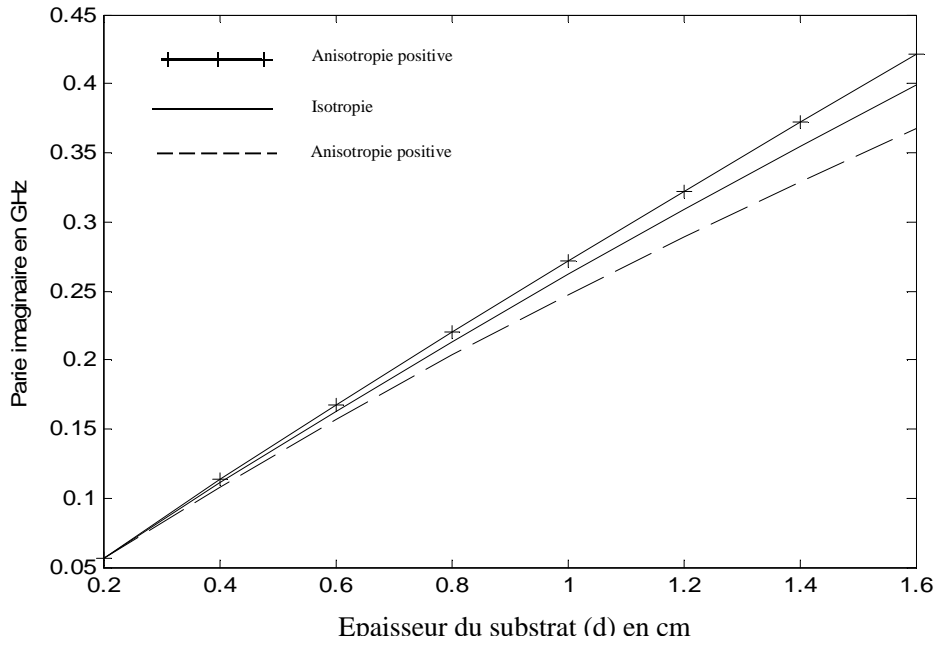


Figure 3.3 variation de la partie imaginaire de la fréquence de résonance d'une antenne rectangulaire supraconductrice en fonction de l'épaisseur du substrat, $a \times b = 1.5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$, $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$, $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$, $T_c = 89 \text{ K}$, $e = 350 \text{ nm}$ et $T = 60 \text{ K}$.

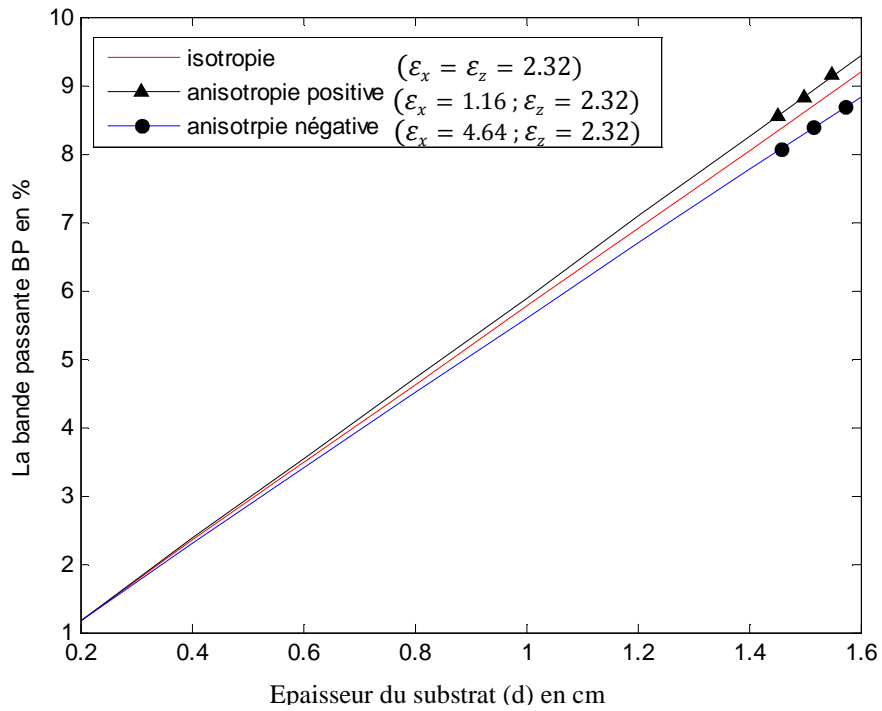


Figure 3.4 variation de la bande passante d'une antenne rectangulaire supraconductrice en fonction de l'épaisseur du substrat, $a \times b = 1.5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$, $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$, $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$, $T_c = 89 \text{ K}$, $e = 350 \text{ nm}$ et $T = 60 \text{ K}$.

3.4 Effet de la supraconductivité sur la fréquence de résonance

3.4.1 Effet de la température

Nous avons pris comme substrats le Saphire ($\epsilon_x = 9.4$ et $\epsilon_z = 11.6$) et l'Epsilam-10 ($\epsilon_x = 13$ et $\epsilon_z = 10.3$), de même épaisseur, $d = 0.2$ mm, sur lesquels est posé un film supraconducteur de dimensions $a \times b = 1.5$ cm \times 1 cm; $T_c = 89$ K, $e = 350$ nm, $\sigma_n = 10^6$, $\lambda_0 = 140$ nm.

D'après les résultats obtenus sur la figure 3.5, nous pouvons voir que l'augmentation de la température fait diminuer la fréquence de résonance. Cette diminution est importante au voisinage de la température de transition T_c : à titre d'exemple nous remarquons que la fréquence de résonance, pour le saphire, a diminué de 3.04% en passant de 80 K à 88.9 K. Sur la figure 3.6 nous avons représenté les variations de la bande passante en fonction de la température. Il est remarquable que la variation est significative seulement au voisinage de la température critique, T_c .

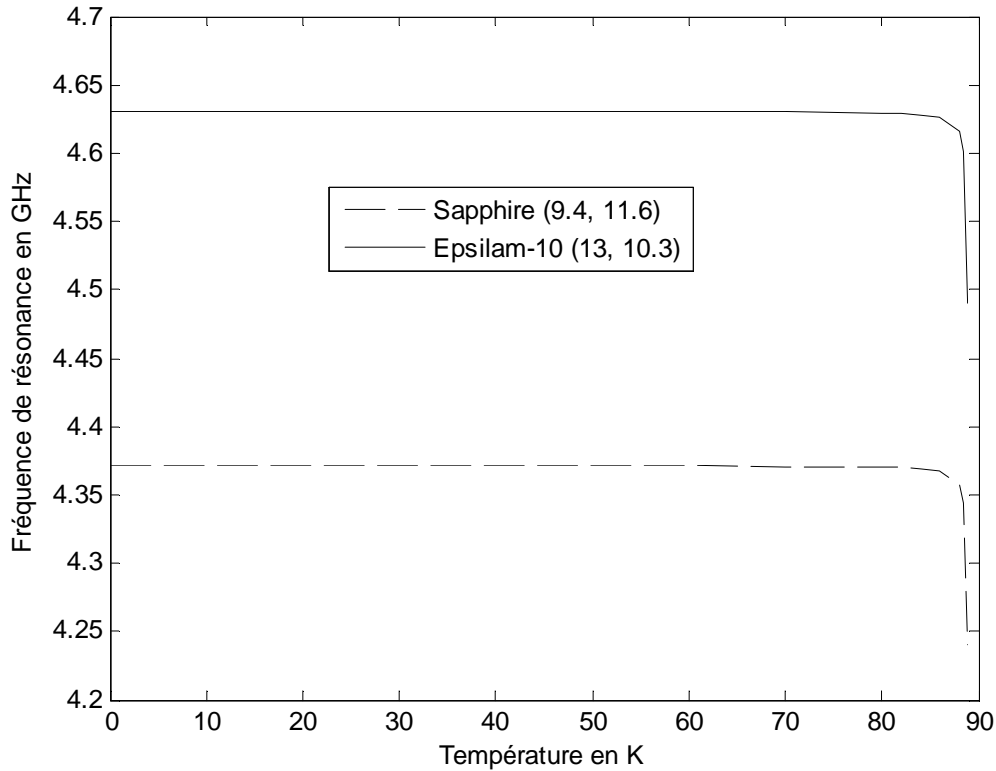


Figure 3.5 variation de la partie réelle de la fréquence de résonance en fonction de la température
 $\epsilon_x = 9.4$; $\epsilon_z = 11.6$, $d = 0.2$ mm, $a = 1.5$ cm, $b = 1$ cm, $T_c = 89$ K, $e = 350$ nm,
 $\sigma_n = 10^6$, $\lambda_0 = 140$ nm

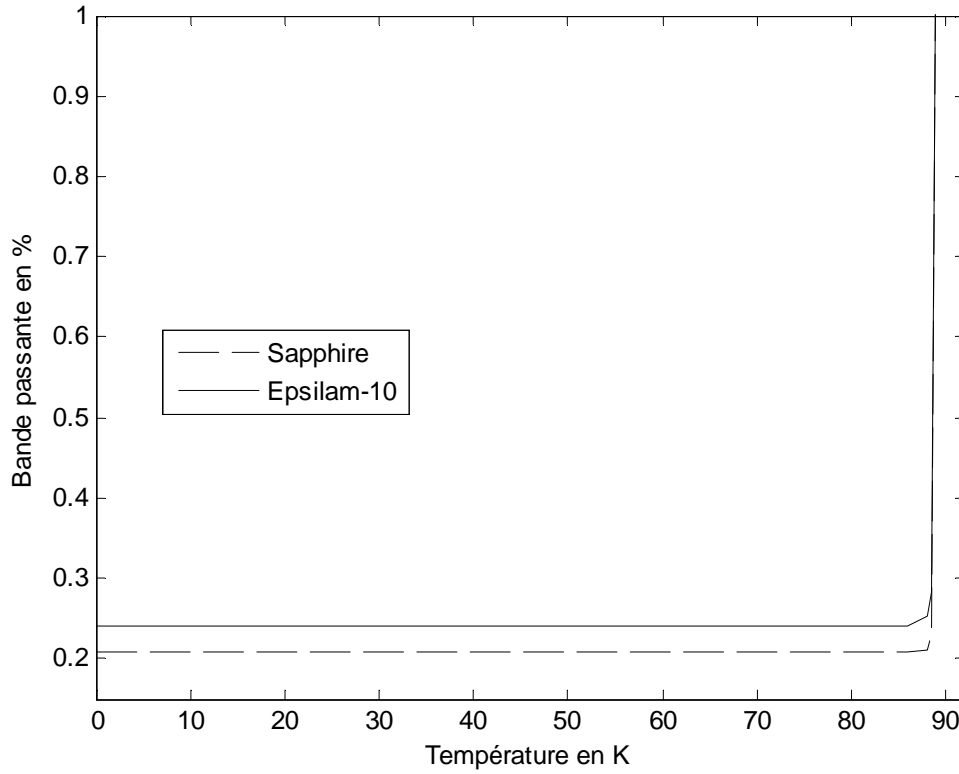


Figure 3.6 bis variation de la bande passante en fonction de la température $\epsilon_x = 9.4$; $\epsilon_z = 11.6$, $d = 0.2 \text{ mm}$, $a = 1.5 \text{ cm}$, $b = 1 \text{ cm}$, $T_c = 89 \text{ K}$, $e = 350 \text{ nm}$, $\sigma_n = 10^6$, $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$

3.4.2 Effet de l'épaisseur du patch

L'influence de l'épaisseur du patch supraconducteur à haute température critique T_c sur la fréquence de résonance est montrée sur la figure 3.7. Le film supraconducteur possède les caractéristiques suivantes : $a = 8 \text{ mm}$; $b = 5 \text{ mm}$; $d = 0.4 \text{ mm}$; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $T_c = 89 \text{ K}$;

$0 \leq e \leq 400 \text{ nm}$; $\lambda_0 = 180 \text{ nm}$. La température de travail est $T = 77 \text{ K}$. Nous pouvons voir que lorsque l'épaisseur du patch augmente, la fréquence de résonance augmente aussi. Cette augmentation en fréquence est plus prononcée pour les valeurs de $e < \lambda_0$. Quand e dépasse λ_0 , cette augmentation devient plus lente. Ceci est valable pour tous les cas d'isotropie ou d'anisotropie négative et positive.

Une extrême attention devrait être faite pendant la conception d'une antenne avec de minces films supraconducteurs, afin d'éviter un décalage important de la fréquence de résonance [7].

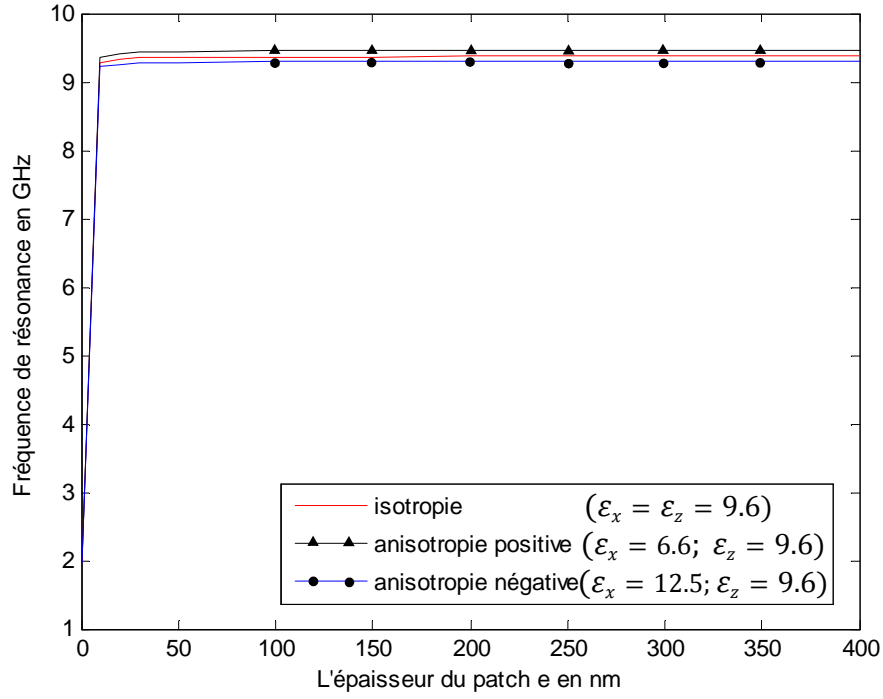


Figure 3.7 variation de la partie réelle de la fréquence de résonance en fonction de l'épaisseur du patch. $a = 8 \text{ mm}$; $b = 5 \text{ mm}$; $d = 0.4 \text{ mm}$; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $T = 77 \text{ K}$; $T_c = 89 \text{ K}$; $0 \leq e \leq 400 \text{ nm}$; $\lambda_0 = 180 \text{ nm}$

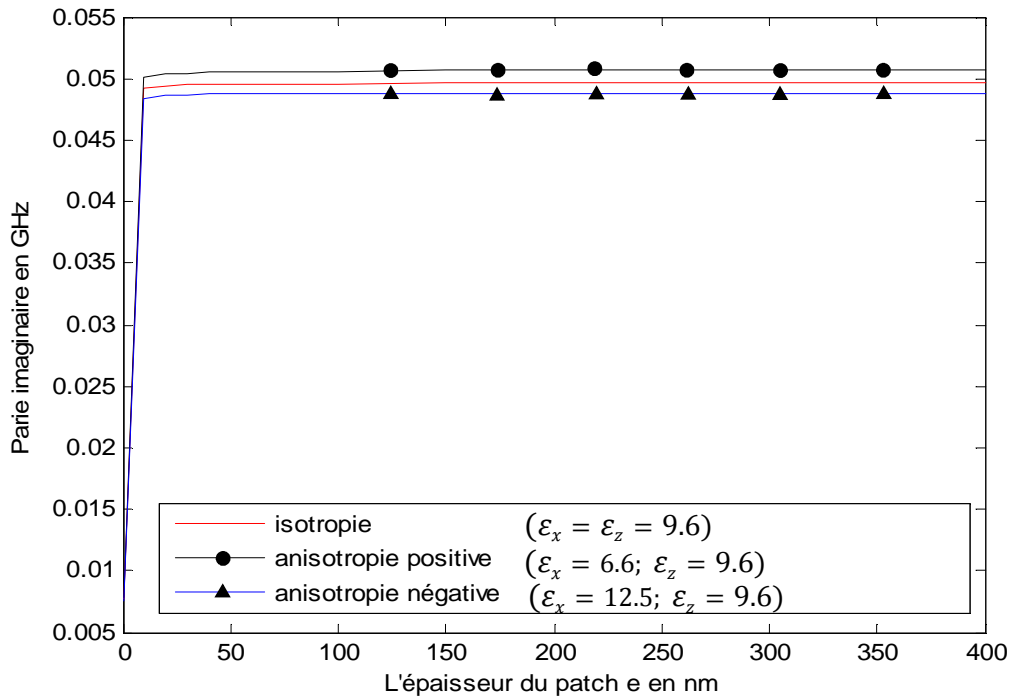


Figure 3.8 variation de la partie imaginaire de la fréquence de résonance en fonction de l'épaisseur du patch. $a = 8 \text{ mm}$; $b = 5 \text{ mm}$; $d = 0.4 \text{ mm}$; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $T = 77 \text{ K}$; $T_c = 89 \text{ K}$; $0 \leq e \leq 400 \text{ nm}$; $\lambda_0 = 180 \text{ nm}$

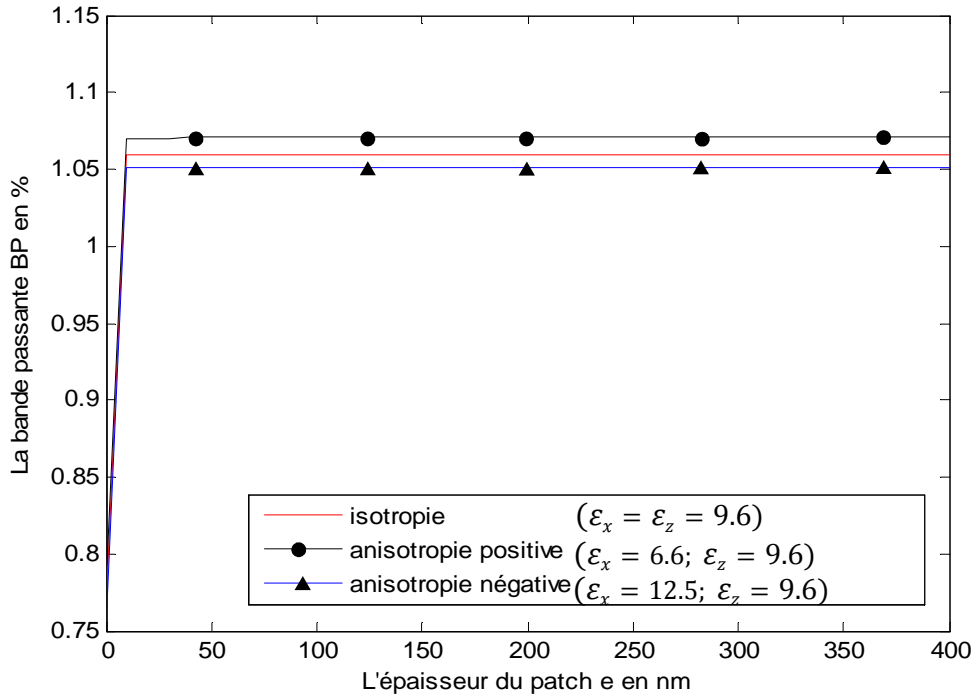


Figure 3.9 variation de la bande passante en fonction de l'épaisseur du patch.

$a = 8 \text{ mm}$; $b = 5 \text{ mm}$; $d = 0.4 \text{ mm}$; $T = 77 \text{ K}$; $T_c = 89 \text{ K}$; $0 \leq e \leq 400 \text{ nm}$; $\lambda_0 = 180 \text{ nm}$

3.4.3 Effet des dimensions du patch

Le patch est un élément supraconducteur qui présente les caractéristiques suivantes : $T_c = 89 \text{ K}$, $e = 350 \text{ nm}$, $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$, $\lambda_0 = 180 \text{ nm}$. Il est posé sur un substrat d'épaisseur $d = 0.2 \text{ mm}$. Nous allons voir les effets des dimensions de la plaque sur la fréquence de résonance, lorsque le substrat est isotrope ou anisotrope. Le pas de réduction est de 0.02 cm . Nous allons voir les effets de la température au voisinage de la température critique T_c . les courbes sont tracées pour une température $T = 88.9 \text{ K}$.

3.4.3.1 Substrat isotrope

Les valeurs trouvées sur les figures 3.10 montrent qu'il ya une légère différence entre les fréquences de résonance pour les 2 patches, conducteur et supraconducteur. La fréquence augmente lorsque les dimensions du patch diminuent. Elles sont inversement proportionnelles. La partie imaginaire de la fréquence sur la figure 3.11, montre que la valeur de la fréquence (partie imaginaire) du patch supraconducteur à la température $T=88.9 \text{ K}$ est presque 4 fois la valeur de celle du patch conducteur. L'influence, de la partie imaginaire de la fréquence sur la bande passante, est directement visible sur

la figure 3.12, qui montre les effets de la supraconductivité sur l'élargissement de la bande passante à une température proche de la température de transition.

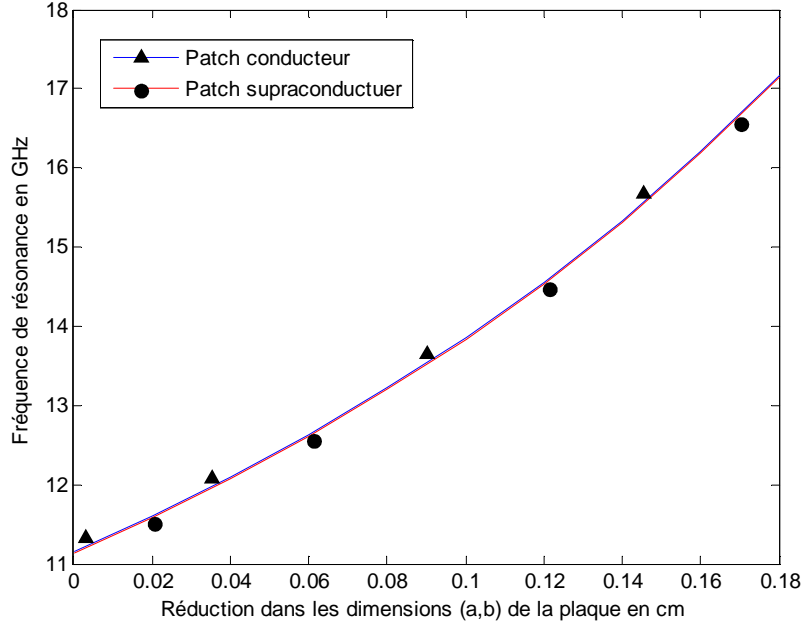


Figure 3.10 variation de la partie réelle de la fréquence de résonance en fonction de la réduction des dimensions du patch, initialement $(a,b)=(0.75 \text{ cm}, 0.5 \text{ cm})$. $\epsilon_x = \epsilon_z = 7$, $d = 0.2 \text{ mm}$, $T = 88.9 \text{ K}$, $T_c = 89 \text{ K}$, $e = 350 \text{ nm}$, $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$, $\lambda_0 = 180 \text{ nm}$

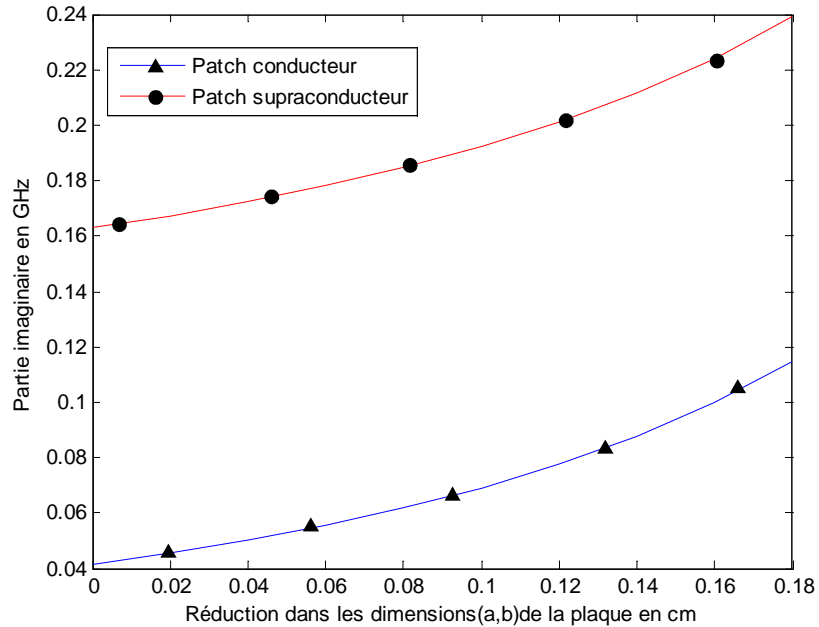


Figure 3.11 variation de la partie imaginaire de la fréquence de résonance en fonction de la réduction des dimensions du patch, initialement $(a,b)=(0.75 \text{ cm}, 0.5 \text{ cm})$. $\epsilon_x = \epsilon_z = 7$, $d = 0.2 \text{ mm}$, $T = 88.9 \text{ K}$, $T_c = 89 \text{ K}$, $e = 350 \text{ nm}$, $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$, $\lambda_0 = 180 \text{ nm}$,

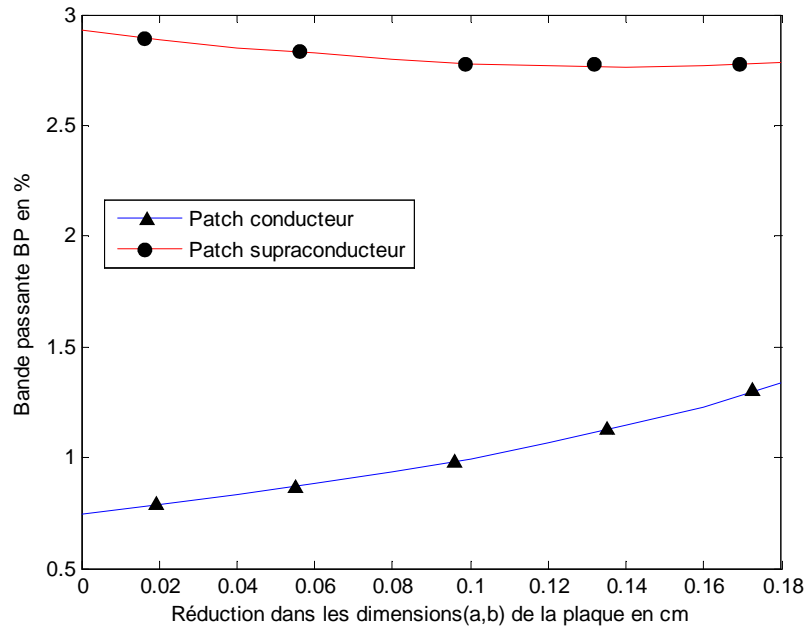


Figure 3.12 variation de la bande passante en fonction de la réduction des dimensions du patch, initialement $(a,b)=(0.75 \text{ cm}, 0.5 \text{ cm})$. $\epsilon_x = \epsilon_z = 7, d = 0.2 \text{ mm}, a = 0.75 \text{ cm}, b = 0.5 \text{ cm}, T = 88.9 \text{ K}, T_c = 89 \text{ K}, e = 350 \text{ nm}, \sigma_n = 7.46 \cdot 10^6, \lambda_0 = 180 \text{ nm}$,

Maintenant nous allons voir les effets de la réduction des dimensions avec l'épaisseur du patch supraconducteur à une température proche de la température critique.

Nous avons calculés les fréquences de résonances d'un patch conducteur et d'un patch supraconducteur de même dimensions, 15 mm x 10 mm. Puis nous avons calculés plusieurs fois, en réduisant les dimensions du patch supraconducteur jusqu'à ce nous avons obtenus la même fréquence que celle du patch conducteur. Les résultats sont reportés le tableau 3.3.

Tableau 3.3 comparaison entre les dimensions d'un patch conducteur et d'un patch supraconducteur d'épaisseur $e = 10 \text{ nm}$ à la température $T = 88.9 \text{ K}; T_c = 89 \text{ K}; \epsilon_x = \epsilon_z = 7;$
 $d = 0.2 \text{ mm}; \sigma_n = 10^6, \lambda_0 = 140 \text{ nm}$

$axb = 15 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$	
Patch conducteur	Patch supraconducteur
$f_r = 5.619 \text{ GHz}$	$f_r = 3.102 \text{ GHz}$
$f_r = 5.619 \text{ GHz}$	
axb (patch conducteur)	axb (patch supraconducteur)
15 mm x 10 mm	10.462 mm x 5.462 mm

Le tableau 3.3 montre que, pour les mêmes dimensions des deux patches (conducteur et supraconducteur), on a deux fréquences différentes. Pour avoir la même fréquence de résonance on doit réduire les dimensions du patch supraconducteur d'un taux de 61,9 % (par rapport à la surface du patch). D'où on peut tirer la conclusion sur l'avantage de miniaturiser les dispositifs micro-ondes et par conséquent une large échelle d'intégration est possible.

3.4.3.2 Substrat anisotrope

Nous avons pris un cas pratique, qui est l'Epsilam-10 comme substrat, nous avons remarqué, sur les figures 3.13, 3.14 et 3.15 que les effets de la réduction des dimensions de la plaque à une température proche de la température critique sont les mêmes que dans le cas où le substrat est isotrope.

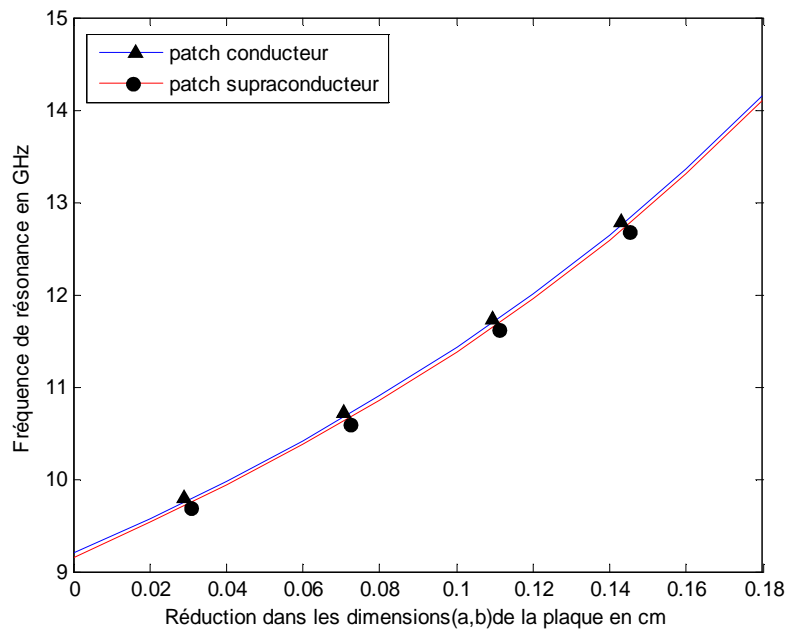


Figure 3.13 variation de la partie réelle de la fréquence de résonance en fonction de la réduction des dimensions initialement ($a = 1.5 \text{ cm}$; $b = 1 \text{ cm}$) d'un patch conducteur et d'un patch supraconducteur posés sur un substrat anisotrope de type électrique (Epsilam-10) $\epsilon_x = 13$; $\epsilon_z = 10.3$; $d = 0.2 \text{ mm}$; $T = 88.9 \text{ K}$; $T_c = 89 \text{ K}$; $e = 350 \text{ nm}$; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $\lambda_0 = 180 \text{ nm}$

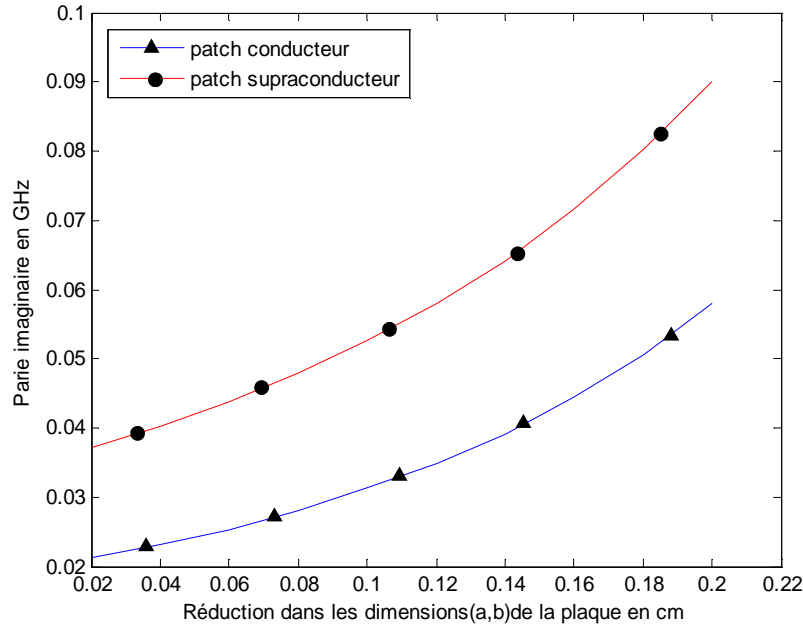


Figure 3.14 variation de la partie imaginaire de la fréquence de résonance en fonction de la réduction des dimensions initialement ($a = 1.5 \text{ cm}$; $b = 1 \text{ cm}$) d'un patch conducteur et d'un patch supraconducteur posés sur un substrat anisotrope de type électrique (Epsilam-10) $\epsilon_x = 13$; $\epsilon_z = 10.3$; $d = 0.2 \text{ mm}$; $T = 88.9 \text{ K}$; $T_c = 89 \text{ K}$; $e = 350 \text{ nm}$; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $\lambda_0 = 180 \text{ nm}$

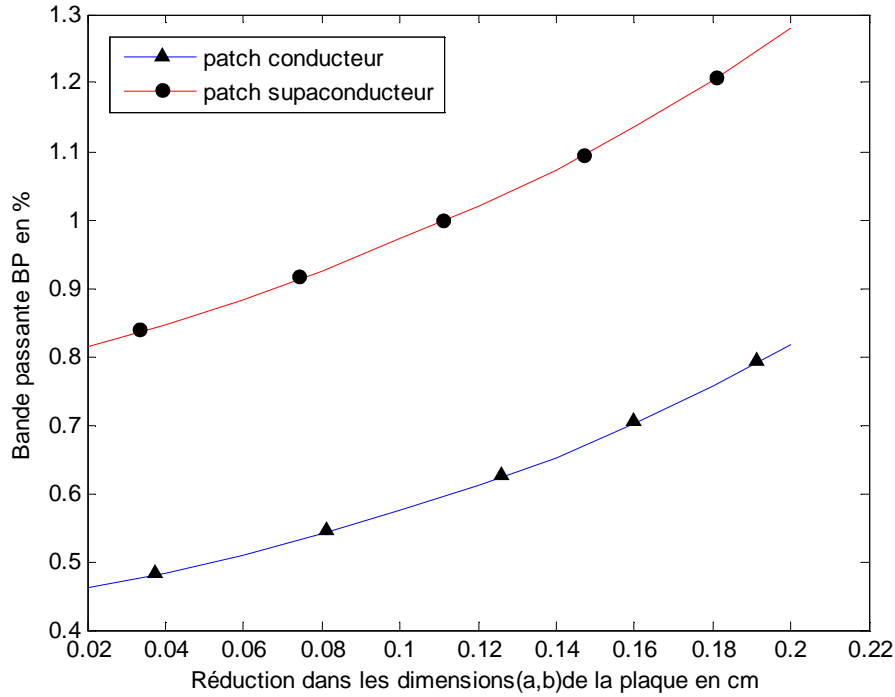


Figure 3.15 variation de la bande passante en fonction de la réduction des dimensions initialement ($a = 1.5 \text{ cm}$; $b = 1 \text{ cm}$) d'un patch conducteur et d'un patch supraconducteur posés sur un substrat anisotrope de type électrique (Epsilam-10) $\epsilon_x = 13$; $\epsilon_z = 10.3$; $d = 0.2 \text{ mm}$; $T = 88.9 \text{ K}$; $T_c = 89 \text{ K}$; $e = 350 \text{ nm}$; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $\lambda_0 = 180 \text{ nm}$

3.4.4 Effet de l'épaisseur du substrat

Maintenant nous allons voir les effets de l'épaisseur du substrat sur un patch supraconducteur au voisinage de la température critique. Nous avons placé un film supraconducteur avec les paramètres suivants : $a = 1.5 \text{ cm}$; $b = 1 \text{ cm}$; $T_c = 89 \text{ K}$; $e = 350 \text{ nm}$; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $\lambda_0 = 180 \text{ nm}$ dans une température ambiante, $T = 88 \text{ K}$. Le film est posé sur un substrat isotrope, puis anisotrope. Les résultats sont comparés avec ceux d'un patch conducteur.

3.4.4.1 Substrat isotrope

Nous remarquons sur la figure 3.16 qu'aux faibles épaisseurs du substrat, il ya un écart entre les fréquences de résonances des patchs conducteurs et supraconducteurs. Cet écart tend à se rétrécir lorsque l'épaisseur du substrat augmente.

Sur la figure 3.18 nous voyons que les bandes passantes se confondent pour les 2 patchs (conducteur et supraconducteur).

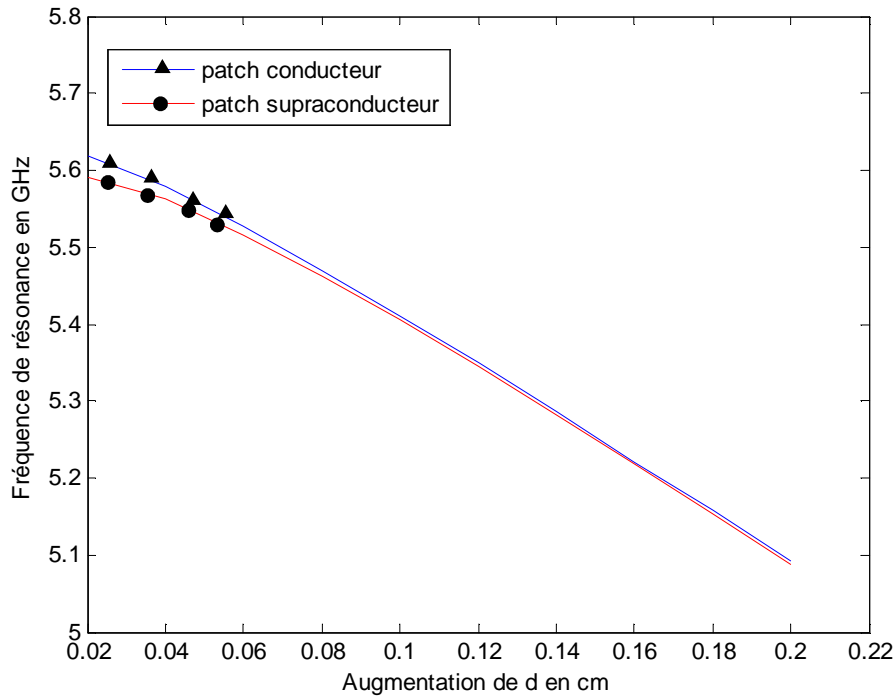


Figure 3.16 variation de la partie réelle de la fréquence de résonance en fonction de l'augmentation de l'épaisseur du substrat pour un patch conducteur et un patch supraconducteur. $\epsilon_x = \epsilon_z = 7$; $0.02 \leq d \leq 0.2 \text{ cm}$; $a = 1.5 \text{ cm}$; $b = 1 \text{ cm}$; $T = 88 \text{ K}$; $T_c = 89 \text{ K}$; $e = 350 \text{ nm}$; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $\lambda_0 = 180 \text{ nm}$

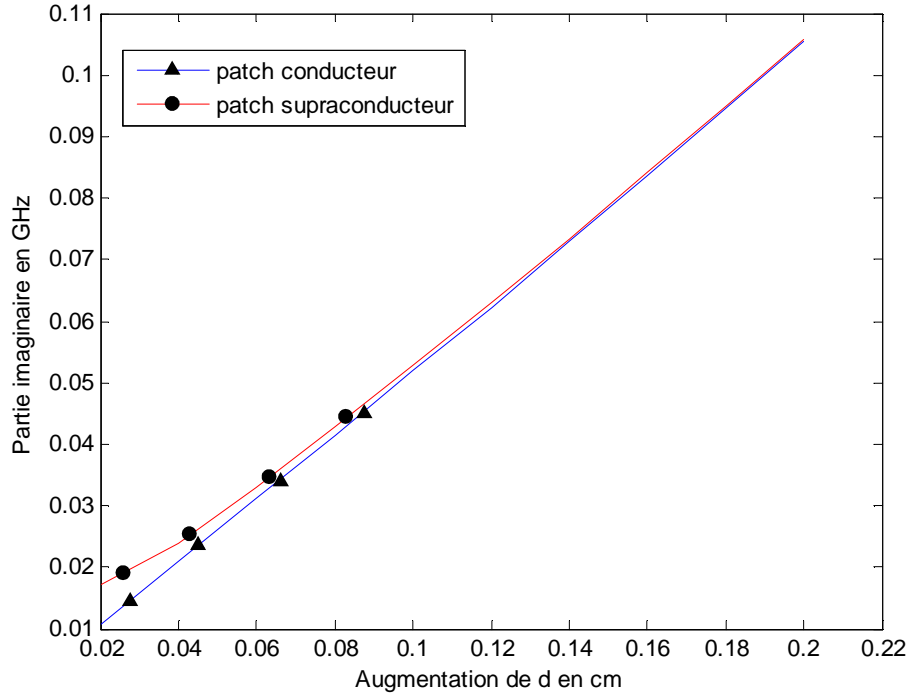


Figure 3.17 variation de la partie imaginaire de la fréquence de résonance en fonction de l'augmentation de l'épaisseur du substrat pour un patch conducteur et un patch supraconducteur. $\epsilon_x = \epsilon_z = 7$; $0.02 \leq d \leq 0.2$ cm; $a = 1.5$ cm; $b = 1$ cm; $T = 88$ K; $T_c = 89$ K; $e = 350$ nm; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $\lambda_0 = 180$ nm

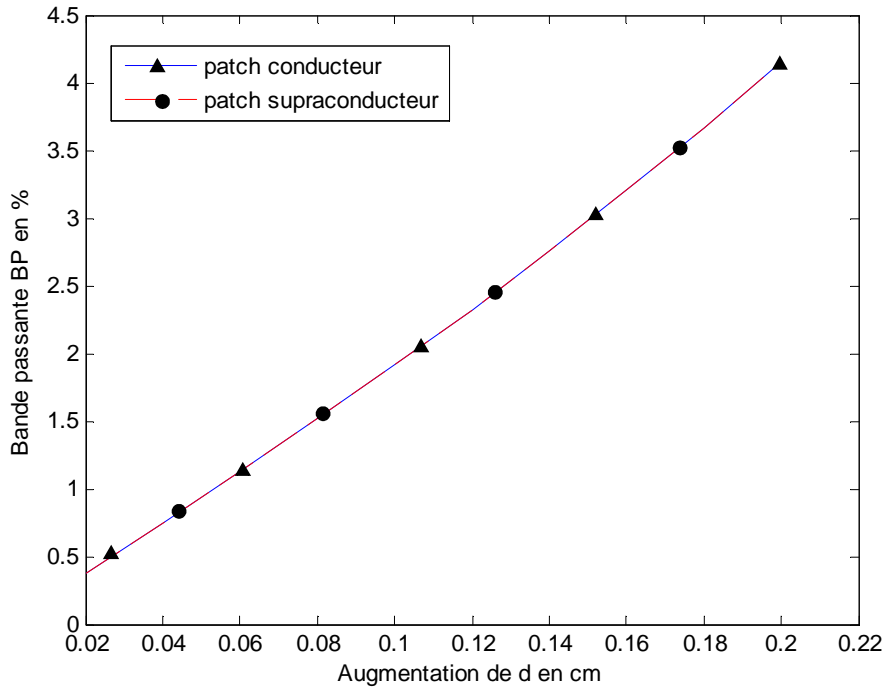


Figure 3.18 variation de la bande passante en fonction de l'augmentation de l'épaisseur du substrat pour un patch conducteur et un patch supraconducteur. $\epsilon_x = \epsilon_z = 7$; $0.02 \leq d \leq 0.2$ cm; $a = 1.5$ cm; $b = 1$ cm; $T = 88$ K; $T_c = 89$ K; $e = 350$ nm; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $\lambda_0 = 180$ nm

3.4.4.2 Substrat anisotrope

Nous remarquons sur la figure 3.19 que l'écart est aussi présent dans le cas où le substrat est anisotrope et tend à se rétrécir lorsque l'épaisseur du substrat augmente. Mais, contrairement au cas où le substrat est isotrope, on voit que les bandes passantes du conducteur et du supraconducteur, présentent un écart aux minces épaisseur du substrat et tendent à se confondre quand l'épaisseur du substrat augmente.

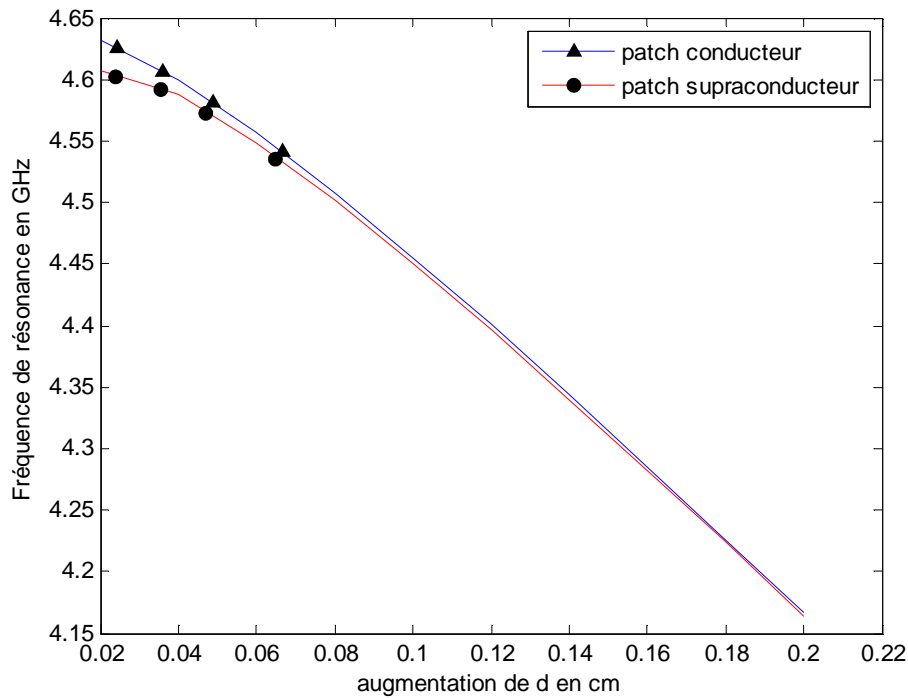


Figure 3.19 variation de la partie réelle de la fréquence de résonance en fonction de l'augmentation de l'épaisseur du substrat pour un patch conducteur et un patch supraconducteur posés sur un substrat anisotrope de type électrique (Epsilam-10) $\epsilon_x = 13$; $\epsilon_z = 10.3$; $0.02 \leq d \leq 0.2$ cm; $a = 1.5$ cm; $b = 1$ cm; $T = 88$ K; $T_c = 89$ K; $e = 350$ nm; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $\lambda_0 = 180$ nm

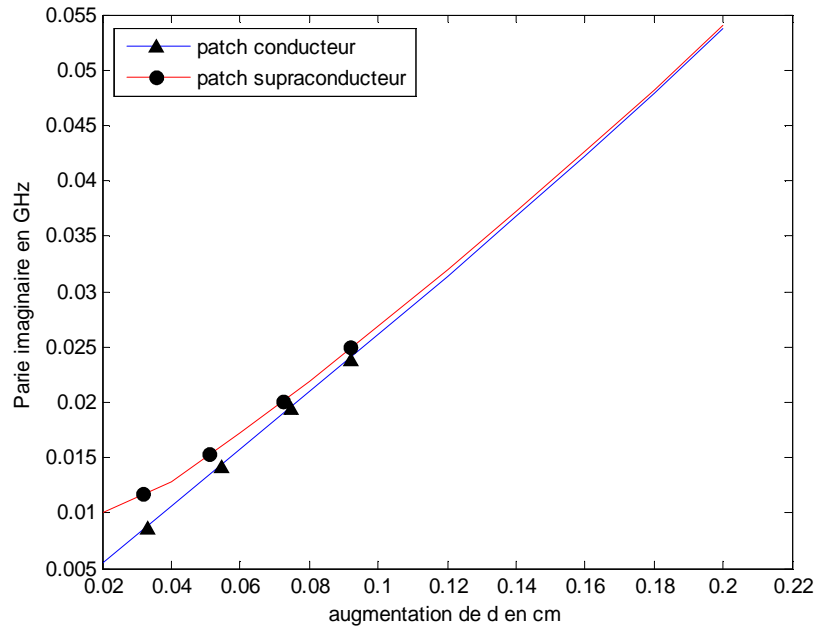


Figure 3.20 variation de la partie imaginaire de la fréquence de résonance en fonction de l'augmentation de l'épaisseur du substrat pour un patch conducteur et un patch supraconducteur posés sur un substrat anisotrope de type électrique (Epsilam-10) $\epsilon_x = 13$; $\epsilon_z = 10.3$; $0.02 \leq d \leq 0.2$ cm; $a = 1.5$ cm; $b = 1$ cm; $T = 88$ K; $T_c = 89$ K; $e = 350$ nm; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $\lambda_0 = 180$ nm

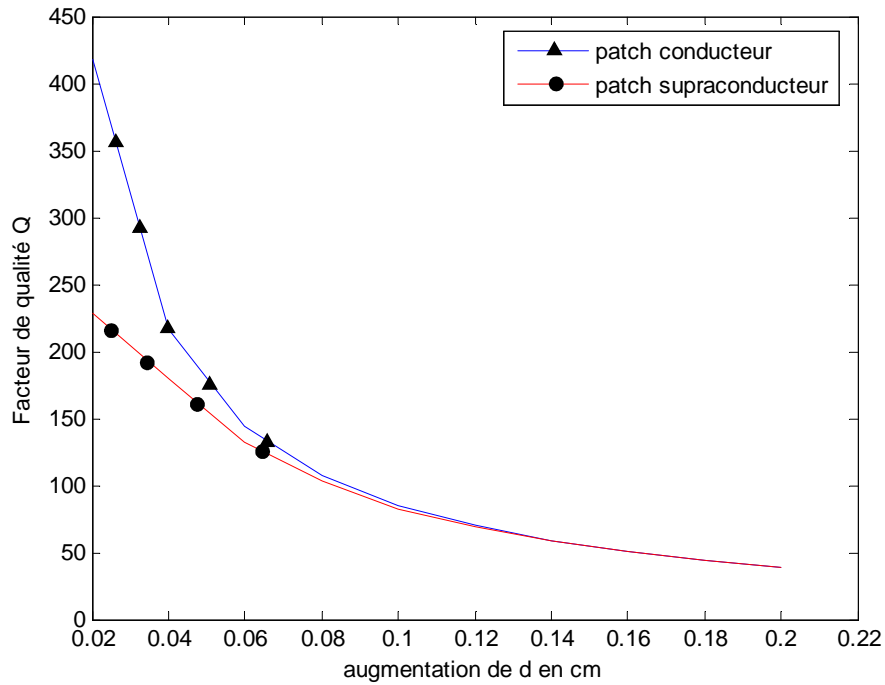


Figure 3.21 variation du facteur de qualité en fonction de l'augmentation de l'épaisseur du substrat pour un patch conducteur et un patch supraconducteur posés sur un substrat anisotrope de type électrique (Epsilam-10) $\epsilon_x = 13$; $\epsilon_z = 10.3$; $0.02 \leq d \leq 0.2$ cm; $a = 1.5$ cm; $b = 1$ cm; $T = 88$ K; $T_c = 89$ K; $e = 350$ nm; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $\lambda_0 = 180$ nm

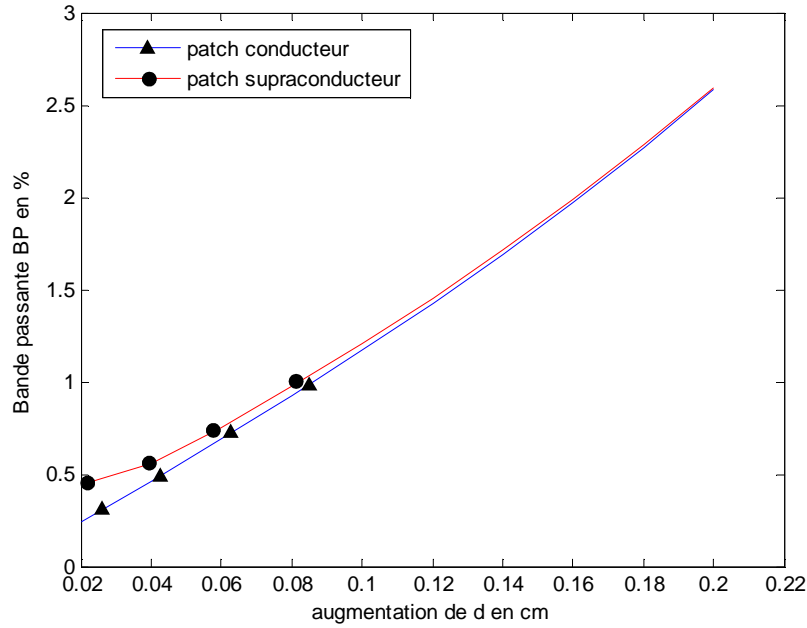


Figure 3.22 variation de la bande passante en fonction de l'augmentation de l'épaisseur du substrat pour un patch conducteur et un patch supraconducteur posés sur un substrat anisotrope de type électrique (*Epsilam-10*) $\epsilon_x = 13$; $\epsilon_z = 10.3$; $0.02 \leq d \leq 0.2$ cm; $a = 1.5$ cm; $b = 1$ cm; $T = 88$ K; $T_c = 89$ K; $e = 350$ nm; $\sigma_n = 7.46 \cdot 10^6$; $\lambda_0 = 180$ nm

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait une résolution numérique des équations intégrales par la méthode des moments, procédure de Galerkin, d'un patch supraconducteur de forme rectangulaire, posé sur un substrat qui présente une anisotropie uniaxiale de type électrique. Nous avons également étudié l'influence de l'anisotropie sur la fréquence de résonance et nous avons montré que la variation de la constante diélectrique selon l'axe optique présente beaucoup plus d'influence dans le calcul de la fréquence de résonance.

Nous avons aussi étudié l'effet de la supraconductivité à haute température de transition, à une température très proche de la température critique, sur la fréquence de résonance et la possibilité de réduire les dimensions du patch, en poussant la réduction de l'épaisseur du film supraconducteur.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. A. Richard, K. B. Bhasin, P.C. Claspy, "Superconducting microstrip antennas: an experimental comparison of two feeding," IEEE Trans. Antennas Propagat. 41 pp. 967-974, 1993.
- [2] Y. Tighilt, F. Bouttout, A. Khellaf, "Modelling and Design of Printed Antennas Using Neural Networks," Int J RF and Microwave CAE. 21 pp. 228-233, 2011.
- [3] F. Bouttout, F. Benabdelaziz, A. Benghalia, D. Khedrouche, T. Fortaki, "Uniaxially anisotropic substrate effects on resonance of rectangular microstrip patch antenna," Electronics Letters, Vol. 35, No. 4. pp. 255-256, February 1999.
- [4] A. Boufrioua, "Spectral-Domain Analysis of A Resistive Patch Antenna With Uniaxial Substrate," 17th International Conference on Telecommunications, pp. 362-367, 2010.
- [5] D. M. Pozar, "Radiation and Scattering from a Microstrip Patch on a Uniaxial Substrate," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, VOL. AP-35, NO. 6, pp. 613-621, June 1987.
- [6] C. A. Balanis, "antenna theory analysis and design," Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [7] T. Fortaki, M. Amir, S. Benkouda, A. Benghalia, "Study of High Tc Superconducting Microstrip Antenna," Piers Online, Vol. 5, No. 4, pp. 346-354, 2009.

CONCLUSION

GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Les méthodes analytiques, pour l'analyse et la conception des antennes microbandes, sont très simples et faciles pour calculer les différents paramètres, tels que la fréquence de résonance, la bande passante, le facteur de qualité, etc... Mais, ces méthodes restent imprécises et se limitent à des formes géométriques simples où le substrat devrait être mince. Elles sont dites méthodes non rigoureuses. Par contre les méthodes numériques, dites méthodes rigoureuses, sont plus complexes et peuvent ne pas converger si le choix des fonctions de base est mauvais, mais elles sont plus précises et peuvent traiter des antennes ayant des formes géométriques plus complexes.

Notre travail a été fait sur une antenne, de forme rectangulaire, où l'élément rayonnant est composé d'un matériau supraconducteur posé sur un substrat qui présente une anisotropie uniaxiale de type électrique. Nos résultats ont été comparés avec ceux de la littérature et ils ont été trouvés conformes.

Durant la formulation mathématique, pour déterminer les équations intégrales, nous avons pris en considération l'effet de l'anisotropie uniaxiale où la constante diélectrique est un tenseur diagonal dont les composantes transversales sont les mêmes. Un autre élément, qui caractérise les matériaux supraconducteurs, est l'impédance de surface qui est intégrée dans le tenseur de Green et qui a des effets sur les paramètres de l'antenne.

Après la formulation mathématique, nous avons résolu les équations intégrales en utilisant la méthode des moments, procédure de Galerkin, pour déterminer la fréquence de résonance sous l'effet de chacune de l'anisotropie et de la supraconductivité.

Une comparaison a été faite entre les courbes représentant les variations de la fréquence de résonance en fonction de la variation de chacune des constantes diélectriques du substrat pour montrer que la constante diélectrique selon l'axe optique présente beaucoup plus d'influence sur la fréquence de résonance que celle de la constante verticale à l'axe optique. La fréquence de résonance augmente avec la diminution de la constante diélectrique du substrat.

Nous avons aussi établi un rapport, appelé rapport d'anisotropie, entre les constantes diélectriques selon l'axe optique et l'axe perpendiculaire à l'axe optique. Nous avons constaté

que ce rapport ne peut pas prédire la fréquence de résonance qui reste seulement dépendante de ces constantes.

L'épaisseur du substrat présente des effets considérables sur la fréquence de résonance et la bande passante de l'antenne. En augmentant l'épaisseur du substrat, la fréquence de résonance diminue et la bande passante augmente. On peut donc améliorer la bande passante en faisant augmenter l'épaisseur du substrat à la limite où les ondes de surfaces ne deviennent pas considérables. Les méthodes analytiques, tel que le modèle de cavité, ne peut pas traiter avec précision, le cas où l'épaisseur du substrat augmente.

Un supraconducteur a la caractéristique d'avoir une impédance de surface, à une température au-dessous de la température critique, inférieure à celle d'un conducteur normal. Nous avons pu conclure, d'après la courbe représentant les variations de la fréquence de résonance en fonction de la température, que la fréquence présente une légère variation sur toute la plage de fréquence au-dessous de la température de transition. Dès que l'on s'approche de la température de transition, T_c , on voit que la fréquence chute brusquement au voisinage de T_c . On peut exploiter cette zone, proche de la température de transition pour concevoir des filtres avec un "roll-off" très rapide pour éviter tout chevauchement entre bandes ou des interférences inter-symboles.

Dans les matériaux supraconducteurs constituant l'élément rayonnant de l'antenne, l'épaisseur du patch est un élément qui joue un rôle important dans la détermination de la fréquence de résonance. En travaillant dans la zone proche de la température de transition, avec des films supraconducteurs très minces, on peut arriver à réduire la taille du patch à plus de 37% pour avoir la même fréquence de résonance que celle donnée par un patch conducteur normal.

ANNEXE

ANNEXE

D'après l'équation de propagation (2.11), les formes générales de \tilde{E}_z et \tilde{H}_z sont données par les relations suivantes:

$$\tilde{E}_z = A_1 e^{-ik_a z} + B_1 e^{+ik_a z} \quad (\text{A. 1a})$$

$$\tilde{H}_z = A_2 e^{-ik_b z} + B_2 e^{+ik_b z} \quad (\text{A. 1b})$$

Les exposants e et h dans les équations (2.36) et (2.37) dénotent les ondes TM et TE , respectivement e^e, e^h, h^e, e^h sont définis par :

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} i \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} \\ \omega \mu_0 \tilde{H}_z \end{bmatrix} \quad (\text{A. 2a})$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} \omega \varepsilon_0 \varepsilon_z \tilde{E}_z \\ i \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (\text{A. 2b})$$

On dérive les équations (A.1a) et (A.1b) par rapport à z on trouve :

$$\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} = -ik_a (A_1 e^{-ik_a z} - B_1 e^{+ik_a z}) \quad (\text{A. 3a})$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} = -ik_b (A_2 e^{-ik_b z} - B_2 e^{+ik_b z}) \quad (\text{A. 3b})$$

On remplace les équations (A.1a), (A.1b), (A.3a) et (A.3b) dans (A.2a), (A.2b), et après quelques manipulations algébriques simples on déduit que :

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_a \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} (A_1 e^{-ik_a z} - B_1 e^{+ik_a z}) \\ \omega \mu_0 (A_2 e^{-ik_b z} + B_2 e^{+ik_b z}) \end{bmatrix} \quad (\text{A. 4a})$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} \omega \varepsilon_0 \varepsilon_z (A_1 e^{-ik_a z} + B_1 e^{+ik_a z}) \\ k_b (A_2 e^{-ik_b z} - B_2 e^{+ik_b z}) \end{bmatrix} \quad (\text{A. 4b})$$

$$\bar{e}(k_s, z) = \begin{bmatrix} e^{-ik_a z} & 0 \\ 0 & e^{-ik_b z} \end{bmatrix} \bar{A} + \begin{bmatrix} e^{+ik_a z} & 0 \\ 0 & e^{+ik_b z} \end{bmatrix} \bar{B} \quad (\text{A. 5a})$$

$$\bar{h}(k_s, z) = \bar{g}(k_s) \cdot \left[\begin{bmatrix} e^{-ik_a z} & 0 \\ 0 & e^{-ik_b z} \end{bmatrix} \bar{A} - \begin{bmatrix} e^{+ik_a z} & 0 \\ 0 & e^{+ik_b z} \end{bmatrix} \right] \bar{B} \quad (\text{A. 5b})$$

D'après (A.4a), (A.4b), (A.5a) et (A.5b) on constate que :

$$\bar{A} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_a \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} A_1 \\ \omega \mu_0 A_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A. 6})$$

$$\bar{B} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} -k_a \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} B_1 \\ \omega \mu_0 B_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A. 7})$$

$$\bar{g}(k_s) = \text{diag}[g^e(k_s), g^h(k_s)] = \text{diag} \left[\frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x}{k_a}, \frac{k_b}{\omega \mu_0} \right] \quad (\text{A. 8})$$

Résumé

La fréquence de résonance, la bande passante et le facteur de qualité, d'une antenne microbande de forme rectangulaire, composé d'un élément rayonnant supraconducteur, posé sur un substrat qui représente une anisotropie uniaxiale sont représentés. L'analyse est basée sur la méthode spectrale "full wave". Les résultats numériques obtenus sont en bon accord avec ceux de la littérature. Les résultats montrent les variations de la fréquence de résonance (bande passante) en fonction des paramètres de l'anisotropie, ainsi qu'en fonction de la température au voisinage de la haute température, de transition T_c , d'un film supraconducteur de faible épaisseur.

Abstract

The resonant frequency, the bandwidth and the quality factor, of a rectangular microstrip patch antenna, composed of a superconducting radiator placed on an anisotropic substrate are presented. The spectral full wave analysis is used. The obtained numerical results are in good concordance with those existing in the literature. These results show the variation of the resonant frequency according to the change of the anisotropic parameters and also according to the change of the high temperature near to the high temperature of transition T_c of a thin superconducting film.