جامعة قاصدي مرباح – ورقلة
كلية الرياضيات و علوم المادة
قسم الرياضيات

عنوان البحث:

استقرار طيف المؤثر الوحدوي المشوش

من إعداد الطالب :
عطوات محمد

الأستاذ المشرف:
عسيلة مصطفى

الملخص:

من المعلوم في نظرية الأطياف أن الجزء الأكثر استقرار في طيف المؤثر أثناء التشويش عليه هو الطيف الأساس.

نوضح في هذا العمل شروط استقرار الطيف الأساس للمؤثر أثناء التشويش عليه في الحالات التالية:

التشويش المنتهي، التشويش المتراص، التشويش النووي.

مقدمة شاملة للموضوع

ليكن A مؤثر خطي في فراغ هيلبار H قابل للفصل.

تعريف 1 : يعرف التشويش المنتهي للمؤثر A بأنه المؤثر A_1 المعرف كالآتي :

$A_1 = A + T_1$ ، حيث T_1 مؤثر منتهي ($\dim E(T_1) \le \infty$)

تعريف 2 : يعرف التشويش المتراص للمؤثر A بأنه المؤثر A_2 المعرف كالآتى :

$A_2 = A + T_2$ ، حيث T_2 مؤثر متراص ($T_2 \in l_\infty(H)$)

تعريف 3 : يعرف التشويش النووي للمؤثر A بأنه المؤثر A_3 المعرف كالآتي :

$A_3 = A + T_3$ ، حيث T_3 مؤثر نووي ($T_3 \in l_1(H)$)

تعريف 4 : تعرف مجموعة النقط الناظيمية للمؤثر A بأنها مجموعة النقط النظامية اتحاد النقط (القيم) الذاتية المعزولة ذات التضعيف المنتهي للمؤثر A .

تعريف 5 : الطيف الأساس للمؤثر A يعرف بأنه متمم مجموعة النقط الناظيمية للمؤثر A بالنسبة للمستوي المركب، ويرمز له بالرمز $\sigma_e(A)$.

من المعلوم الإثبات التالي حول استقرار الطيف الأساس :

نظرية A (أنظر [1]، the theoreme of I.Ts.Gokhberg, p39, and its corollaires) :

إذا كانت مجموعة الحالة $\rho(A)$ مترابطة و K مؤثر متراص فإن:

$$\sigma_e(A+K) = \sigma_e(A)$$

من ناحية ثانية، بالنسبة للمؤثر الوحدوي الذي طيفه يملأ كل دائرة الوحدة $(\sigma(A) = C = \{z;\ |z| = 1\})$ النظرية السابقة في الحالة العامة غير صحيحة.

أهداف البحث

يهدف هذا العمل إلى دراسة المؤثرات الوحدوية المشوشة التي من أجلها تكون النظرية A صحيحة.

نثبت أن استقرار الطيف الأساس للمؤثر له علاقة بوجود ممر في طيفه بين الجزء الداخلي و الخارجي من الدائرة C وذلك بتوضيح النظريات التالية التي تبين حالات استقرار الطيف الأساس:

نظرية 1 :

ليكن U مؤثر وحدوي في فراغ هيلبار H قابل للفصل.

1. إذا كان المؤثر U يملك فراغ جزئي تابت وممدد، فإن :

$$\sigma_e(U+K) = \bar{D} = \{z;\ |z| \le 1\}$$

من أجل K مؤثر أحادي البعد.

2. إذا كان كل فراغ جزئي ثابت بالنسبة إلى U يقلص U ، فإن :

$\sigma_e(U+K) = \sigma_e(U)$ ، من أجل كل مؤثر K نووي $(K \in l_1(H))$

نظرية 2 :

ليكن U مؤثر وحدوي في H لا يملك فراغ جزئي ثابت ممدد.

1- إذا كان الطيف $\sigma(U)$ للمؤثر U مطابق للدائرة C و l مثال المؤثرات في H حيث $l_1 \subset l$ ، $l_1 \neq l$ فإنه يوجد مؤثر $K \in l_1$ ، بحيث يكون $\sigma_e(U+K) = \bar{D}$

2- إذا كان $\sigma(U) \neq C$ ، فإن : $\sigma_e(U+K) = \sigma_e(U)$ ، من أجل كل مؤثر K متراص $(K \in l_\infty(H))$

المراجع :

[1] I.Ts.Gokhberg and M.Krein; Introduction to the Theory of Linear Nonselfadjoint Operators in a Hilbert Space, 1965.

[2] J.Wermer; On invarient subspace of normal operators, Proc.Amer.Math.Soc , 1952.

[3] N.Dunford and J.T.Schartz; Linear Operators, New York, 1958.

[4] M.Sh.Birman and S.B.Entina; A stationary apprach in the abstract theory of scattering, Izv.Akad.Nauk SSSR.Ser.Matem., 1967.