Quelques méthodes pour la résolution des équations intégro-différentielles

BEN AMARA Karima

Departement De Mathematiques , University De Ouargla, Ouargla 30000, Algeria

karima.benamara39@gmail.com

Résumé

Le but de ce travail et de présenter les métodes analytiques des solutions (Laplacien,Méthodes des séries,Méthode de décomposition ...), approchées et numériques pour des équations intégro-différentielle ainsi que l'existence et l'unicité de solution. On a montré qu'on ne peut pas appliqué quelques types des équations intégrales (par exemple non linéaires) par les méthodes analytiques. Pour cela on utilse les méthodes numériques : Trapése, Boubnov- Galerkin, Newton-Cotes ...

Les équations intégro-différentielles modelé de nombreuses situations de la science et de l'ingénierie (circuit électrique, modéle Wilson-Cowan.)

Mots-clés:

équations integro-différentielles, méthodes de solution des séries, méthode de décomposition, méthode de transformation de Laplace, méthode de résolution approchée.

1. équations intégro-différentielles

soit l'équation intégro-différentielle linéaire

$$\varphi^{(n)}(x) + a_1\varphi^{(n-1)}(x)...a_n\varphi(x) + \Sigma_{m=0}^{s}\int_0^x k_m(x-t)\varphi^{(m)}(t)dt = f(x) \quad (1.1)$$

où $a_1, a_2..., a_n$ sont des constantes,$f(x), k_m(x)(m = 0, 1........, s$ des fonctions données, $\varphi(x)$ la fonction cherchée.

La fonction $\varphi(x)$ est assujettie à des condition initiales de la forme

$$\varphi(0) = \varphi_0, \varphi^{'}(0) = \varphi_0^{'}, ...\varphi^{(n-1)}(0) = \varphi_0^{(n-1)} \quad (1.2)$$

2. équations intégro-différentielles de volterra

On suppose que le noyau est séparable sous la forme

$$k(x,t) = \Sigma_{k=1}^{n} g_k(x)h_k(t) \quad (2.1)$$

2.1 Méthodes des séries pour les solution

Soit l'équations intégro-différentielles de volterra est sous la forme

$$u^{(n)}(x) = f(x) + g(x)\int_0^x h(t)u(t)dt, u^n = b_k, 0 \leq k \leq (n-1) \quad (2.2)$$

On utilise la méthode de Frobennius des séries pour les équations différentielles ordinaires; et on suppose que la solution $u(x)$ de l'équation (2.2)écrit sur la forme

$$u(x) = \Sigma_{k=0}^{\infty} a_k x^k \quad (2.3)$$

tel que a_k sont des constantes déterminées par les conditions initiales on remplace (2.3) dans (2.2) on obtient

$$(\Sigma_{k=0}^{\infty} a_k x^k)^{(n)} = f(x) + g(x)\int_0^x (\Sigma_{k=0}^{\infty} a_k t^k)dt \quad (2.4)$$

On utilise les série de Taylor on obtient la solution $u(x)$

2.2 Méthode de décomposition

on suppose la solution écrit sous la forme

$$u(x) = \Sigma_{n=0}^{\infty} u_n(x) \quad (2.5)$$

à l'aide des opérateurs intégrales on trouve $u_n(x)$ puis $u(x)$

2.3 La méthode de transformation de Laplacien

Supposons que l'équation (1.1) tel que,$\varphi(x)$ admet alors la transformée de Laplace:$\varphi(x) \risingdotseq \Phi(x)$ .Supposons que$f(x) \risingdotseq F(p), k_m(x) \risingdotseq \tilde{K}_m(p)(m = 0, 1..., s)$. Effectuons sur les deux membres de (1.1) une trasformation de laplace on utilisons le théorème sur l'image de la dérivée et le théorème du produit , il vient

$$\Phi(p)[p^n + a_1p^{n-1} + ... + a_n + \Sigma_{m=0}^{s}\tilde{K}_m(p)p^m] = A(p),$$

(2.6)

Avec $A(p)$ une fonction connue de p.A partir de nous obtenons $\Phi(p)$ solution opérationnlle du problème (1.1)-(1.2).La fonction $\varphi(x) \risingdotseq \Phi(p)$ est solution de l'équation intégro-différentielle (1) vérifiant les conditions initiales(1.2).

3. équations intégro-différentielles de Fredholm

De la même façon nous appliquons ces lois sur l'équations intégro-différentielles de Fredholm

Références

*[1] S.Krasnov,A.Kissélev,G.Makarenko,*Équations intégrales ,problèmes et exercices*; Éditions Mir, Moscou .*

*[2]Abramowitz,M. Stegun,IE.,*Handbook of Matematical Functions*,U.S.Department of Commerce,National Bureau of Standards,Applied Mathematice Series-55,1970.*

[3] Adomian,G Rach,R.Noise terme in decomposition series solution, computers Math.Appl.,24(11),pp.61-64,1992.

*[4]Rahman ,M.,*Mathematical Methods with Application*, WIT Press:Southampton,UK,pp. 456,2000.*