UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA

Faculté des Mathématiques et des Sciences de la Matière

N° d'ordre :
N° de série :

DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

MASTER

Spécialité : Mathématiques

Option : Modélisation et Analyse

Par :Mammeri Fouzia

Thème

Etude de l'existence globale d'un système de reaction-diffusion.

Soutenu publiquement le : 08/06/2015

Devant le jury composé de :

Mr.Guerboussa Yassine	M.A.université de KASDI Merbah - Ouargla Président
Mr.Ben Moussa Mohamed El Tayeb	M.A.université de KASDI Merbah-Ouargla Examinateur
Mr.EL Hachemi Daddiouaissa	M.A.université de KASDI Merbah - Ouargla Rapporteur

Dédicace

Merci **Allah** (mon dieu) de m'avoir donné la capacité d'écrire et de réfléchir, la force d'y croire, la patience d'aller jusqu'au bout du rêve et le bonheur de lever mes mains vers le ciel et de dire " Ya Kayoum "

Je dédie ce modeste travail à celle qui m'a donné la vie, le symbole de tendresse, qui s'est sacrifiée pour mon bonheur et ma réussite, à ma mère

A mon père, école de mon enfance, qui a été mon ombre durant toutes les années des études, et qui a veillé tout au long de ma vie à encouragement, à me donner l'aide et à me protéger.

A mes adorables Sours "Fariha" et "Fatima"

A mon frère "Massoude"

A toute la grande familles **MAMMERI** et **NAADJA**

A mes amies

A tous ceux qui me sont chères

A tous ceux qui m'aiment

A tous ceux que j'aime

Je dédie ce travail

Remerciment

Tout d'abord, je remercie Dieu qui nous guident pour terminer ce travail humble.
J'exprime ma gratitude, mes remerciements á mes parents qui ont fait de leur mieux pour m'aider.
Je tiens a remercier vivement :
Mon encadreur Mr.EL Hachemi Daddiouaissa qui a proposé le thème de ce mémoire, pour ses conseils et ses dirigés du début á la fin de ce travail.
A Mr.Guerboussa Yassine , Mr. Ben Moussa Mohamed El Tayeb, qui ont bien voulu faire partie du jury.
Je remercie aussi les personnes qui m'ont aidé et encouragé le long de ce travail.

Table des matières

Notations

Dans toute la suite nous utiliserons les notations suivantes :

- $\mathbb{R}$: corps des réels.
- $[0, T[$: l'intervalle $0 \leq t < T$.
- $T(t)$:semi-groupe.
- A : opérateur.
- ∂ :la frontiér de Ω.
- $D(A)$: domaine de A.
- $[0, t_{max}[$: l'intervalle $0 \leq t < t_{max}$.
- $\|u(t)\|_\infty = \underset{x \in \Omega}{sup} |u(x,t)| < +\infty$.

Introduction

Un système de réaction-diffusion est un modèle mathématique qui décrit l'évolution des concentrations d'une ou plusieurs substances spatialement distribuées et soumises à deux processus [11].

On trouve le système de rèaction-diffusion dans pluisieurs domaines, tels que la biologie, la physique, la géologie et l'écologie .

Notre but dans ce travail est l'étude de l'existence globale d'un système de rèaction-diffusion de matrice associe de type triangulaire, avec un comportement sous- exporentiel du terme de rèaction et une difference stricte entre les coéfficients de diffusion, en utilisant la methode de la fonction de Lyapunov.

Le système à etudier est un système de rèaction-diffusion semi-lineaire qui modelise la propagation de certaines maladies dans les populations et qu'on peut l'ecrire comme suit :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - a\Delta u = \pi - f(u,v) - \alpha u \quad (x;t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+ \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} - b\Delta u - d\Delta v = f(u,v) - \mu v \quad (x;t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+ \end{cases} \tag{1}$$

avec des conditions aux limites :

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0 \quad sur \quad \partial\Omega \times \mathbb{R}_+$$

et des conditions initiales

$$0 \leqslant u(0,x) = u_0(x) \quad 0 \leqslant v(0,x) = v_0(x) \quad sur\, \Omega$$

avec $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ouvert borné régulier, et les constantes a, b, d, π et α, μ sont des réele positifs, et f une fonction non-négative et non-linéaire.

Cette étude est répartie en trois chapitres :

Dans le premier chapitre on pose le problème du système de rèaction-diffusion avec un certain nombre de conditions en suite une définition du système de réaction-diffusion en tèrme de la physique, et des exemples d'application.

Dans le deuxieme chapitre nous avons cité un éventail de théorèmes et de définitions pour obtenir l'existence de la solution l'ocale du système, en suite une etude bibliographique des travaux realisés concernant le problame (1).

En fin, le dernier chapitre étudie l'existence globale du systéme de réaction-diffusion (1) en utilisant la methode de la fonction de Lyapunov .

Chapitre 1

Modelisation

1.1 Position du probléme

Le but de ce travail est d'étudier l'existence globale de la solution du problème suivant :

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a\Delta u = \pi - f(u,v) - \alpha u \quad (x;t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+ \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} - b\Delta u - d\Delta v = f(u,v) - \mu v \quad (x;t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+ \tag{1.2}$$

avec des conditions aux limites :

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0 \quad sur \quad \partial\Omega \times \mathbb{R}_+$$

et des conditions initiales

$$0 \leqslant u(0,x) = u_0(x) \quad 0 \leqslant v(0,x) = v_0(x) \quad sur\, \Omega$$

Où $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ est ouvert borné de classe C^1, les constantes a, b, d, π et α, μ sont des réels positifs.
la non-linéarité f est supposée être une fonction non-négative et continue différentiable sur $(0, +\infty) \times (0, +\infty)$.
le terme $a\Delta u$ decrit le conportement de la diffusion où a est le coefficient de diffusion du mélieu .

1.2 Modelisation

Pour definir un systeme de réaction-diffusion nous suggerons la definition suivante

Définition 1.2.1 *[11]*

Un système de réaction-diffusion est un modèle mathématique qui décrit l'évolution des concentrations d'une ou plusieurs substances spatialement distribuées et soumises à deux processus : un processus de réactions chimiques locales, dans lequel les différentes substances se transforment, et un processus de diffusion qui provoque une répartition de ces substances dans l'espace. Cette description implique naturellement que de tels systèmes sont appliqués en chimie. Cependant, ils peuvent aussi décrire des phénomènes dynamiques de nature différente : la biologie, la physique, la géologie ou l'écologie sont des exemples de domaines où de tels systèmes apparaissent. Mathématiquement, les systèmes à réaction-diffusion sont représentés par des équations différentielles auxderivéos partielles paraboliques semi-linéaires qui prennent la forme générale :

$$\frac{dq}{dt} = D\Delta q + R(q)$$

$q(x,t)$ *représente la concentration d'une substance.*

D *est une matrice diagonale de coefficients de diffusion.*

R *représente toutes les réactions locales.*

Parmi les applications, nous mentionnons les exemples suivants :

Exemple 1.2.2 ***:prédateur-proie*** *[19] :*

Une population de prédateurs y mange une population de proies x, le modèle le plus célèbre de proie-prédateurs est le modéle LotkaVolterra :

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy$$

$$\frac{dy}{dt} = cxy - dy$$

concurrence :

Ici, deux espèces en concurrence pour une source de nourriture commune. Mathématiquement, une espèce réduit la capacité de l'autre espèce, et vice versa. L'approche standard de Lotka-Volterra est :

$$\frac{dx}{dt} = a_1 x(1 - \frac{x + a_{12}y}{K_1})$$

$$\frac{dy}{dt} = a_2 y(1 - \frac{x + a_{21}y}{K_2})$$

Symbiosis :

Dans ce cas, les deux espèces bénéficient de l'autre. Dans un certain sens, il est l'opposé du modéle de compétition cité ci-dessus : chaque espèce augmente la capacité de charge *des autres espèces*

$$\frac{dx}{dt} = a_1 x(1 - \frac{x - a_{12}y}{K_1})$$

$$\frac{dy}{dt} = a_2 y(1 - \frac{x - a_{21}y}{K_2})$$

bien sûr, il ya beaucoup de possibilités pour un tels modèles,

Exemple 1.2.3 ***:modèles de propagation du sida****[6] :*

Le système suivant décrit un modèle épidémique représentant la propagation des maladies infectieuses au sein d'une population :

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t}(x,t) = & D\Delta S(x,t) + \Pi - C(T)\frac{SI}{T} - \alpha, \\ \frac{\partial I}{\partial t}(x,t) = & D\Delta I(x,t) + C(T)\frac{SI}{T} - \sigma I, \end{cases}$$

S *désigne le nombre de personnes sensibles*

I *est le nombre d'individus infectués*

$D \geq 0$ *est le coefficient de diffusion qui est une constante .*

Exemple 1.2.4 ***:La dynamique des populations****[19] :*

Souvent, les équations de réaction-diffusion sont utilisées pour décrire la propagation des populations dans l'espace. En général nous interéssons à états stationnaire (où $\frac{du}{dt} = 0$*) et sa stabilité, et qui correspondent à la tailles de la population qui ne change pas avec le temps.*

croissance exponentielle

$$f(u) = au, \quad tel\ que \quad u(t) = e^{at}u(0),$$

croissance logistique

$$f(u) = au(1 - \frac{u}{K})$$

ou K est la capxité qui limite la croissance de u.

Chapitre 2

Existence l'ocale et l'historique

2.1 Existence l'ocale

[18] Soit X un espace de Banach. On dit que la famaille $T(t)\,;\ 0 \leq t$, des opérateurs linéaires bornés de X dans X est un semi-groupe opérateurs linéaires bornés sur X si :

i) $T(0) = I$ (I est l'opérateur identité sur X)

ii) $T(t+s) = T(t)T(s)$ pour chaque $t, s \geq 0$. (la propriété semi-groupe)

l'opérateur linéaire A définie par :

$$D(A) = \{x \in X; \lim_{t \to 0} \frac{T(t)x - x}{t} \ existe\}$$

et

$$Ax = \lim_{t \to 0} \frac{T(t)x - x}{t} = \frac{d^+T(t)x}{dt} \mid_{t=0} \ pour\ x \in D(A).$$

est le générateur infinitésimal du semi-groupe $T(t), D(A)$ est le domaine de A.

Définition 2.1.1 *:[18] Un semi-groupe $T(t), 0 \leq t < \infty$ d'opérateurs linéaires bornés sur X est un semi-groupe fortement continu d'opérateurs linéaires bornés si*

$$\lim_{t \to 0} T(t)x = x \quad pour\ chaque \quad x \in X$$

un semi-groupe fortement continu des opérateurs linéaires bornées sur x sera appelé un semi-groupe de classe C_0 ou simplement un semi-groupe C_0.

Définition 2.1.2 *[18] : soit $\Delta = \{z : \varphi_1 < argz < \varphi_2, \varphi_1 < 0 < \varphi_2\}$ et pour $z \in \Delta$ soit $T(z)$ une suite d'opérateurs linéaires bornés, la suite $T(z), z \in \Delta$ est un semi-groupe analytique dans Δ si :*

i)$z \to T(z)$ *est analytique dans* Δ

ii)$T(0) = I$ *et* $\lim_{z \to 0} T(z)x = x$ *pour chaque* $x \in X$

iii)$T(z_1 + z_2) = T(z_1)T(z_2)$ *pour* $z_1, z_2 \in \Delta$

Si A est fermé en défini $\rho(A)$ par :

$$\rho(A) = \{\lambda \in \mathbb{C}/(I\lambda - A)^{-1} \in \mathcal{L}(X)\}$$

Théorème 2.1.3 *[18] : Soit $T(t)$ un semi-groupe C_0 uniformément bornée. Soit A le générateur infinitésimal de $T(t)$ et $0 \in \rho(A)$, les propositions suivantes sont équivalentes :*

a) $T(t)$ peut être prolongé à un semi-groupe analytique dans un secteur $\Delta_\delta = \{z : |argz| < \delta\}$ et $\|T(z)\|$ est uniformément bornée dans chaque sous-secteur fermé $\bar{\Delta}_{\delta'}, \delta' < \delta$ de Δ_δ.

b) Il existe une constante C telle que, pour chaque

$$\|R(\sigma + i\tau; A)\| \leq \frac{C}{|\tau|}$$

c) Il existe $0 < \delta < \dfrac{\pi}{2}$ et $M > 0$ telle que :

$$\rho(A) \supset \Sigma = \{\lambda : |arg\lambda| < \frac{\pi}{2} + \delta\} \cup 0$$

et

$$\|R(\lambda; A)\| \leq \frac{M}{|\lambda|} \quad \lambda \in \Sigma, \quad \lambda \neq 0$$

d) $T(t)$ est différentiable pour $t > 0$, et il existe une constante C telle que :

$$\|AT(t)\| \leq \frac{C}{t} \quad pour \quad t > 0$$

Théorème 2.1.4 *[18] : Soit A le générateur infinitésimal d'un semi-groupe $T(t)$ de classe C_0, satisfaisant $\|T(t)\| \leq Me^{wt}$, Alors $T(t)$ est analytique si et seulement si il existe des constantes $C > 0$ et $\Lambda \geq 0$ telles que :*
$\|AR(\lambda; A)^{n+1}\| \leq \dfrac{C}{n\lambda^n} \quad \lambda > n\Lambda \quad , n = 1, 2.$

Supposition (S) : Soit A un opérateur linéaire fermé de domaine dense et on a :

$$\rho(A) \supset \Sigma^+ = \{\lambda : 0 < w < |arg\lambda| \leq \pi\} \cup V.$$

où V est un voisinage de zéro, et

$$\|R(\lambda; A)\| \leq \frac{M}{1 + |\lambda|} \quad pour \lambda \in \Sigma^+$$

si $M = 1$ et $w = \dfrac{\pi}{2}$ alors A est un générateur infinitésimal d'un semi-group de C_0. Si $w < \dfrac{\pi}{2}$ alors, par le théorème(2.1.3), A est le générateur infinitésimal d'un semi-group analytique.
pour l'opérateur A que satisfait la supposition (S) et $\alpha > 0$ est défini par :

$$A^{-\alpha} = \frac{1}{2\pi i} \int_c z^{-\alpha}(A - zI)^{-1} dz. \tag{2.1}$$

Où le chemin C fonctionne dans l'ensemble résolvant de A partir de$\infty e^{-tv}, \infty e^{tv}, w < v < \pi$, Éviter l'axe réel négatif et l'origine et $z^{-\alpha}$, est considéré comme positif pour les valeurs positives réelles de z l'intégrale (2.1), converge dans la topologie de l'opérateur uniforme pour tous les $\alpha > 0$ et définit ainsi un délimitée opérateur linéaire $A^{-\alpha}$.

aprés des transformation adequate on a :

$$A^{-\alpha} = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} T(t) dt.$$

Définition 2.1.5 *[18] : Soit A satisfont la supposition (S) avec* $w < \frac{\pi}{2}$. *Pour chaque* $\alpha > 0$ *nous définissons*

$$A^{\alpha} = (A^{-\alpha})^{-1}$$

pour $\alpha = 0, A^{\alpha} = I$

Dans le reste de cette section, nous supposons que A satisfait supposition (S) avec $w < \frac{\pi}{2}$ *de recueillir certaines propriétés simples de* A^{α}*dans notre théorème suivant.*

Théorème 2.1.6 *[18] : Soit* A^{α} *ci-dessus alors :*

a) A^{α} *est un opérateur fermé avec le domaine* $D(A^{\alpha}) = R(A^{-\alpha})$ *(l'ensemble d'image de* $A^{-\alpha}$*).*

b) $\alpha \geq \beta > 0$ *implique* $D(A^{\alpha}) \subset D(A^{\beta})$

c) $\overline{D(A^{\alpha})} = X$ *pour chaque* $\alpha \geq 0$

d) si α, β *sont réelles alors*

$$A^{\alpha+\beta} x = A^{\alpha} A^{\beta} x,$$

pour chaque $x \in D(A^{\gamma})$ *où* $\gamma = max(\alpha, \beta, \alpha + \beta)$.

soit le problème suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = Au(t) + f(t) \quad , t > 0, \\ u(0) = x. \end{cases} \tag{2.2}$$

Définition 2.1.7 *[18] : Une fonction* $u : [0, T[\rightarrow X$*, est une solution (classique) de (2.2), sur* $[0, T[$ *si* u *est continue sur* $[0, T[$ *est continûment différentiable sur* $]0, T[$*,* $u(t) \in D(A)$ *pour* $0 < t < T$ *et (2.2) satisfait sur* $[0, T[$*.*

Définition 2.1.8 *[18] : Soient* A *le générateur infinitésimal d'un semi-groupe* C_0*,*$T(t)$ *et* $x \in X$ *et* $f \in L^1([0, T]; X)$ *la fonction* $u \in C([0, T]; X)$ *donné par :*

$$u(t) = T(t)x + \int_0^t T(t-s)f(u(s))ds, \quad 0 \leq t \leq T,$$

est un solution "mild" du problème (2.2) sur $[0, T]$*.*

Définition 2.1.9 *[18] : Une fonction* u *qui est dérivable presque partout sur* $[0, T]$ *telle que* $u' \in L^1(0, T; X)$*, est appelé une solution forte du problème (2.2)*

soit le problème semi-linear suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = Au(t) + f(t, u(t)) \quad , t > 0 \\ u(0) = u_0 \end{cases} \tag{2.3}$$

Théorème 2.1.10 *[18] : Soit* $f : [t_0, T] \times X \longrightarrow X$ *une fonction continue en* t *sur* $[t_0, T]$ *et uniformément "Lipschitizienne" (avec une constante* L*) sur* X *, si* A *est le générateur infinitésimal d'un semi-groupe* $T(t)$ *de classe* C_0*,* $t \geq 0$*, sur* X*, alors pour tout* $u_0 \in X$*. Le problème (2.3) admet une solution "mild" unique,* $u \in C([t_0, T] : X)$*, en outre, l'application* $u_0 \longrightarrow u$*, est continue Lipschitizienne de* X *dans* $C([t_0, T] : X)$*.*

Théorème 2.1.11 *[18] : Soit* $f : [t_0, T] \times X \longrightarrow X$ *une fonction continue en* t *pour* $t \geq 0$ *et localement lipschitzienne en* u*, uniformément en* t *sur tout intervalle borné. Si* A *est le générateur infinitésimal d'un semi-groupe* $T(t)$ *de classe* C_0 *sur* X*, alors pour tout* $u_0 \in X$

il existe un $t_{max} \leq \infty$ *tels que le problème (2.3)* *admet une solution "mild" unique u sur* $[0, t_{max}[$, *de plus si* $t_{max} < \infty$ *alors*

$$\lim_{t \to t_{max}} \|u(t)\| = \infty$$

Théorème 2.1.12 *[18] : (Régularité).soit* A *le générateur infinitésimal d'un semi-groupe* $T(t)$ *de classe* C_0 *sur* X*. Si* $f : [t_0, T] \times X \longrightarrow X$*, est continûment différentiable de* $[t_0, T] \times X$ *en* X *alors la solution "mild" de (2.3) avec* $u_0 \in D(A)$ *est une solution classique du problème (2.3).*

Théorème 2.1.13 *[18] : soit* A *le générateur infinitésimal d'un semi-groupe* $T(t)$ *de classe* C_0*, sur une réflexive espace de Banach* X*. Si* $f : [t_0, T] \times X \longrightarrow X$ *est Lipschitz continue dans les deux variables,* $u_0 \in D(A)$ *et* u *est le solution "mild" du problème (2.3) de valeur initiale alors* u *est la solution forte de ce problème (2.3).*

Supposition (F)[18] : Soit U est un ensemble ouverte de $\mathbb{R}^+ \times X_\alpha$. La fonction $f : U \to X$, satisfait Supposition (F) si pour tout $(t, x) \in U$, il y a un voisinage $V \subset U$ et les constantes $L \geq 0, 0 < v \leq 1$ telle que :

$$\| f(t_1, x_1) - f(t_2, x_2) \| \leq L(| t_1 - t_2 |^v + \| x_1 - x_2 \|_\alpha)$$

pour tous $(t, x) \in V$.

Théorème 2.1.14 *[18] :*

Soit A *le générateur infinitésimal de semi-groupe analytique* $T(t)$ *satisfaisant* $\|T(t)\| \leq M$ *et sunnosons en outre que* $0 \in \rho(A)$ *Si* f *satisfait l'hypothése*(F)*, alors pour chaque donnée* *initiale* $(t_0, x_0) \in U$. *Le problème (2.3) de valeur initiale a une situation unique solution locale,* $u \in C([0,T[;X) \bigcap C^1(]0,T[;X)$.

2.2 Historique

Nous considérons le systéme de réaction-diffusion suivant :

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} - a\Delta u = \pi - f(u,v) - \alpha u \quad (x;t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+ \\ \frac{\partial v}{\partial t} - b\Delta u - d\Delta v = f(u,v) - \mu v \quad (x;t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+\end{aligned}$$

avec des conditions aux limites :

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0 \quad sur \quad \partial\Omega \times \mathbb{R}_+$$

et des conditions initiales

$$0 \leqslant u(0,x) = u_0(x) \quad 0 \leqslant v(0,x) = v_0(x) \quad sur\, \Omega$$

ce problème a tire l'attention de plusieurs auteurs :

Dans déffernt cas :$\pi = \alpha = \mu = 0$ **et** $b = 0$

Dans le cas :

Le problème de l'existence globale de la solutions a était initialement proposé par R. H. Martin quand :

$$g(u,v) = f(u,v) = uv^{\beta}, \quad \beta \geqslant 1,$$

avec différentes conditions aux limites et les données initiales non négatives. Tout d'abord, N.D .Alikakos [12] abtenu L^{∞} solutions bornées de ce problème dans les conditions aux limites de Neumann homogènes sous l'hypothèse $1 \leq \beta < \dfrac{n+2}{n}$.

Deuxièmement, K. Masuda [13] a résolu le problème quand :

$$f(u,v) \leqslant \varphi(u)(v+v^{\beta}), \quad \beta > 0,$$

où φ est une fonction monotone croissante sur $[0;+\infty)$. S.L. Hollis, R.H. Martin et M. Pierre [15] ont taité de cette probem d'autres avec structure triangulaire pour les termes réactifs et ont prouvé l'existence de solutions classiques globale sous une hypothèse de croissance polynomiale sur g.

Dans [16] R.Haraux et R. Youkana ont généralisé la méthode de K. Masuda pour traiter les non-linéarités $f(u;v)$ et $g(u;v)$ Satisfaisant

$$g(u,v) = f(u,v) \leq ue^{\alpha v^{\beta}}, \quad 0 < \beta < 1, \quad \alpha > 0$$

Dans [17] A. Barabanova a traité le cas où $\beta = 1$ et a obtenu le existence globale de solutions classiques sous la condition :

$$\|u_0\|_{\infty} < \frac{8ab}{\alpha n(a-b)^2}, \quad a \neq b,$$

Dans le cas de $\Omega = \mathbb{R}^n$, M.A. Herrero, A.A. Lacey et J.J.L. Velazquez [14] a montré que le problème de Cauchy admet un classique mondial solution pour toutes les données initiales non négatifs et bornées si :

$$g(u,v) = f(u,v) \leqslant C\varphi(u)e^{\alpha v},$$

pour certains $C > 0, \alpha > 0$ et toute fonction continue et non négatif φ Sur $[0;+\infty)$ de telle sorte que $\varphi(0) = 0$.

J.I.Kanel [29] trouver une solution globale dans le cas suivant :

$d < a, \quad g(u,v) = f(u,v) = uf(v), \quad f(v) > 0$

Dans défferent cas :$\pi = \alpha = \mu = 0$ **et** $b > 0$

Dans le cas $a > d$:

M. Kirane [20] a trouve un résultat pour la système de matrice triangulaire sous la conditions suivante

$$\lim_{v\to+\infty} \frac{(1+\Psi(v))}{v} = 0$$

Dans le système Diagonal (à savoir, $b = 0$)

L.Melkemi et al [5] trouver une réponse positive sous les conditions suivantes

$$f(u,v) \leq (1+v)^{\beta}\varphi(u) \quad , \beta \geq 1,$$

$$g(u,v) \leq \Psi(v) f(u,v),$$

$$\lim_{v\to+\infty} \frac{\Psi(v)}{v} = 0 \quad \varphi, \Psi \in C(\mathbb{R}^+),$$

les mêmes auteurs [8] généralisent leurs résultats sous les conditions suivantes

$$g(u,v) = f(u,v) = \lambda(t)h(u,v)$$

λ est une fonction bornée $C(\mathbb{R}^+)$,

$$h(u,v) \leq \Psi(u)\varphi(v)$$

$$\Psi(0) = 0 \quad , \varphi(0) = 0, \lim_{\tau\to+\infty} \frac{log(1+\varphi(v))}{v} = 0,$$

E.Daddiouaissa [7] a donné un résultat pour les conditions suivantes

$$f(u,v) = g(u,v) \quad , f(0,v) = 0$$

$$f(u,v) \leq \varphi(u)(v+1)^{\lambda} e^{rv}$$

$$K(v) = v^{\sigma} \quad \sigma \geq 1$$

$$max(\|u_0\|, \frac{\pi}{\alpha}) < \frac{\Theta^2}{2-\Theta} \quad \frac{8ab}{rn(a-b)^2}$$

Dans le système triangulaire (à savoir, $b > 0$)

1) cas $d > a$

Salem et Youkana [9] trouver une solution globale dans les conditions suivantes

$$d - a \geq b \quad , \alpha = \mu$$

$$g(u,v) = f(u,v) = \lambda(t) h(u,v)$$

λ est une fonction bornée de $C(\mathbb{R}^+)$

$$h(0,v) = 0 \quad , \lim_{\tau \to +\infty} \frac{log(1 + h(u,v))}{v} = 0$$

S.Abdelmalek et al [2] a donné un résultat positif dans les conditions suivant :

$$d - a \geq b \quad \alpha = \mu$$

$$f(u,v)=g(u,v), f(u,v)\leq \varphi(u)e^{\alpha v}, \varphi(0)=0$$

$$v_0\geq \frac{b}{d-a}(\frac{\pi}{\mu}-u_0)$$

$$max(\|u_0\|_\infty, \frac{\pi}{\mu})=K<M<\frac{\gamma}{\alpha p}\quad \gamma\leq (\frac{2\sqrt{ad}}{a-d})^2$$

B.Rebiai [10] aprouvé l'existence globale sous les conditions suivantes

cas $\alpha=\mu$,

$$f(0,v)=0, g(u,\frac{b}{d-a}(\frac{\pi}{\sigma}-u))\geq \frac{b}{d-a}f(u,\frac{b}{d-a}(\frac{\pi}{\sigma}-u)$$

$$g(u,v)\leq \Psi(v)f(u,v)$$

$$\exists\beta>0\quad, \lim_{\tau\to+\infty} v^\beta\Psi(v)=l$$

$$\|u_0\|\leq \frac{\pi}{\sigma}, v_0\geq \frac{b}{d-a}(\frac{\pi}{\sigma}-u_0)$$

Le même auteur [4] leurs résultats dans les conditions suivantes

a) cas $d-a\leq b\quad, \alpha=\mu$,

$$f(0,v)=0, f(u,v)\geq 0, f(u,\frac{b}{d-a}(\frac{\pi}{\sigma}-u))=0$$

$$\|u_0\| \leq \frac{\pi}{\sigma}$$

b) cas $d-a>b \quad \alpha=\mu$,

$$f(u,v) \leq c\varphi(u)v^r e^{\alpha v}, \alpha>0\, r\geq 0\, \varphi(0)=0$$

$$\|u_0\| \leq \frac{\pi}{\sigma} < \frac{8ad}{\alpha n(a-d)^2}$$

$$v_0 \geq \frac{b}{d-a}(\frac{\pi}{\sigma}-u_0)$$

2) cas $a>d$

E.Daddiouaissa [3] trouve une réponse positive pour les conditions suivantes

cas $\alpha \neq \mu$,

$$f(u,v) \leq \varphi(u)(\sigma+v)^r, r\geq 0$$

$$g(u,v) \leq \Psi(v)f(u,v)+\Phi(v)$$

$$g(u,\frac{b}{a-d}u)+\frac{b}{a-d}f(u,\frac{b}{a-d}u) \geq \frac{b}{a-d}[(\mu-\alpha)u+\pi]$$

Chapitre 3

Existence globales

3.1 Introduction

ce manuscrit, nous considérons un système de réaction-diffusion qui se pose dans le étude de la physique, la chimie et divers processus biologiques, y compris la population dynamique [28, 24, 25, 27, 20, 21, 22]. Le système d'équations est

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a\Delta u = \pi - f(u,v) - \alpha u \quad (x;t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+ \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} - b\Delta u - d\Delta v = f(u,v) - \mu v \quad (x;t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+ \tag{3.2}$$

avec les conditions aux limites

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0 \quad sur \quad \partial\Omega \times \mathbb{R}_+ \tag{3.3}$$

et les données initiates

$$0 \leqslant u(0,x) = u_0(x) \quad 0 \leqslant v(0,x) = v_0(x) \quad sur\, \Omega \tag{3.4}$$

où Ω est un ouvert borné dans $\mathbb{R}^n$, avec limite $\partial\Omega$ de la classe C^1 et η est la normale extérieure à $\partial\Omega$. Les constantes de diffusion $a;b;d$ sont tels que $a > 0, d > 0, b > 0$ et $a > d; b^2 < 4ad$ qui est la condition parabolicité, et $\alpha;\mu$ sont des constantes positives, $\pi > 0$. et f est une fonction non négative de classe $C(\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+)$ tel que :

(H_1) Pour tous $v \geq 0, f(0,v) = 0,$

(H_2) Pour tous $u \geq 0$ et tout $v \geq 0, 0 \leq f(u,v) \leqslant \psi(u)\varphi(v)$

$$\lim_{v\to+\infty} \frac{log(1+\varphi(v))}{v} = 0, \tag{3.5}$$

En outre, nous supposons que :

$$(1+\frac{b}{a-d})f(u,\frac{b}{a-d}u) \geqslant \frac{b}{a-d}[(\mu-\alpha)u+\pi], \quad \forall u \geqslant 0, \tag{3.6}$$

3.1.1 solutions positives

D'abord, nous convertissons le système (3.1) (3.4) dans un système du premier ordre abstrait $X = C(\bar{\Omega}) \times C(\bar{\Omega})$ de la forme :

$$U'(t) = AU(t) + F(U(t)), \quad t > 0 \tag{3.7}$$

$$U(0) = U_0 \in X, \tag{3.8}$$

où

$$AU(t) = (a\Delta u, b\Delta u + d\Delta u), \tag{3.9}$$

$$F(U(t)) = (\pi - f(u,v) - \alpha u, f(u,v) - \mu v), \tag{3.10}$$

Puisque F est localement Lipschitz en U et$X$, pour chaque U_0 de données $U_0 \in X$, système initial (3.7) (3.8) admet une forte solution locale unique sur $]0;T[$, où T^* est la destination temps de soufflage-up [20, 26, 23, 18]. La multiplication (3.1) par $\dfrac{b}{a-d}$, et en soustrayant l'équation résultant de (3.2) conduit au système

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a\Delta u = \Lambda(u,z) \quad (x;t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+ \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} - d\Delta z = \Upsilon(u,z) \quad (x;t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+ \tag{3.12}$$

où

$$\Lambda(u,z) = \pi - f(u,v) - \alpha u \tag{3.13}$$

$$\Upsilon(u,z) = (1+\frac{b}{a-d})f + \frac{b}{a-d}(\alpha u - \pi) - \sigma v, \tag{3.14}$$

$$z = v - \frac{b}{a-d}u, \tag{3.15}$$

avec les conditions aux limites

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial z}{\partial \eta} = 0 \quad on \quad \partial\Omega \times \mathbb{R}_+ \tag{3.16}$$

$$\tag{3.17}$$

et les données initiates

$$u(0, x) = u_0(x) \quad in \quad \Omega, \tag{3.18}$$

$$z(0, x) = z_0(x) = v_0(x) - \frac{b}{a-d}u_0(x) \quad in \quad \Omega, \tag{3.19}$$

$$\tag{3.20}$$

Si nous supposons (3.6) et (H_1), puis une simple application d'un théorème de comparaison au système (3.11) - (3.12), que pour les donnée initiale positif $u_0 \geqslant 0$ et $z_0 \geqslant 0$, nous avons :

$$u(t, x) \geqslant 0, v(t, x) \geqslant \frac{b}{a-d}u(t, x), \quad \forall (x, t) \in \Omega \times]0, T^*[, \tag{3.21}$$

3.2 Existence de solutions globales

Avant de nous établissons l'existence d'une solution globale, nous introduisons quelques notations.Ici, nous laissons

$$\|u\|_p^p = \frac{1}{|\Omega|}\int_\Omega |u(x)|^p dx \quad et \quad \|u\|_\infty = \underset{x\in\Omega}{max}\|u(x)\|,$$

désigner les normes habituelles dans des espaces $L^p(\Omega), L^\infty(\Omega)$ et $C(\bar{\Omega})$ en appliquant le principe du maximum nous obtenons [5]

$$u(t, x) \leqslant max(\|u_0\|_\infty, \frac{\pi}{\alpha}) = K,$$

Pour borner v,il suffit de montrer que z est bornée,pour cela d'aprés D. Henry [23], si pour un $P > \frac{n}{2}$, tel que :

$$\|\Upsilon(u,z)\|_p \leqslant C,$$

où C est une constante.

Posons :

$$r \geqslant max(s, \frac{s(a-d)}{bq}, \frac{\mu(a-d)(s-1)}{2b\pi}, \frac{s}{2\sqrt{q}-q}) \tag{3.22}$$

$$q = \frac{\mu(a-d)(s-1)}{2b\pi r} \quad , s > 1 \tag{3.23}$$

$$\varepsilon = \frac{ad}{(a-d)rkb} \tag{3.24}$$

$$\gamma = \frac{qad}{(a-d)^2} \tag{3.25}$$

Proposition 3.2.1 *Soit :*

$$L(t) = \int_\Omega (\frac{K}{sK-u})^\gamma e^{\varepsilon v} dx.$$

où (u,v) est la solution de (3.2) (3.1) sur $]0;T^*[$, alors sous les hypothèses (H_2) et (3.5), il existe deux constantes positives B et M telles que

$$\frac{dL(t)}{dt} \leq -BL(t) + M$$

La preuve de la proposition (3.2.1) ci-dessus nécessite un lemme.

Lemme 3.2.1 *pour tout $s > 1$ et $K \geqslant u$ nous avons :*

$$(\pi\frac{\gamma}{sK-u} - \varepsilon\mu v)ge^{\varepsilon v} \leqslant -Bge^{\varepsilon v} + M_1.$$

où M_1 est une constante positive

Preuve. :

On utilise la méme idée dans le Lemme (3.5) [7] :

Mettons :

$$(\pi \frac{\gamma}{sK-u} - \varepsilon\mu v) g e^{\varepsilon v}$$

on pose :

$$\xi = \pi \frac{\gamma}{K(s-1)} + B$$

Donc :

$$\begin{aligned}
(\pi \frac{\gamma}{sK-u} - \varepsilon\mu v) g e^{\varepsilon v} &\leqslant (\pi \frac{\gamma}{sK-u} - \varepsilon\mu v) g e^{\varepsilon v} + \xi g e^{\varepsilon v} - \xi g e^{\varepsilon v} \\
&\leqslant (\pi \frac{\gamma}{sK-u} - \xi) g e^{\varepsilon v} + (\frac{\xi}{v} - \varepsilon v) g e^{\varepsilon v} v \\
&\leqslant (\pi \frac{\gamma}{sK-u} - \pi \frac{\gamma}{K(s-1)} - B) g e^{\varepsilon v} - (\frac{\xi}{v} - \varepsilon v) g e^{\varepsilon v} v \\
&\leqslant -B g e^{\varepsilon v} - (\frac{\xi}{v} - \varepsilon v) g e^{\varepsilon v} v
\end{aligned}$$

On a

$$(\frac{\xi}{v} - \varepsilon v) g e^{\varepsilon v} v \leq M_1$$

Alors :

$$(\pi \frac{\gamma}{sK-u} - \varepsilon\mu v) g e^{\varepsilon v} \leqslant -B g e^{\varepsilon v} + M_1,$$

■ en utilisant le lemme (3.2.1) , nous pouvons établir proposition (3.2.1)

Preuve. :

Soit :

$$L(t) = \int_{\Omega} (\frac{K}{sK-u})^{\gamma} e^{\varepsilon v} dx.$$

En dérivant L par rapport à t et en utilisant la formule de Greens, on obtient que :

$$L^{'}(t) = I + J$$

où

$$I = -\int_{\Omega}[a\frac{\gamma(\gamma+1)}{(sK-u)}ge^{\varepsilon v}+b\varepsilon\frac{\gamma}{sK-u}ge^{\varepsilon v}]|\nabla u|^2+[a\varepsilon\frac{\gamma}{sK-u}ge^{\varepsilon v}+b\varepsilon^2 ge^{\varepsilon v}+d\varepsilon\frac{\gamma}{sK-u}ge^{\varepsilon v}]\nabla u\nabla v$$

$$+[d\varepsilon^2 ge^{\varepsilon v}]|\nabla v|^2 dx$$

et

$$J = \int_{\Omega}\varepsilon f ge^{\varepsilon v} - \varepsilon\mu v ge^{\varepsilon v} + \pi\frac{\gamma}{(sK-u)}ge^{\varepsilon v} - \frac{\gamma}{(sK-u)}gfe^{\varepsilon v} - \frac{\gamma}{(sK-u)}g\alpha ue^{\varepsilon v}dx$$

Nous voyons que I implique une forme quadratique par rapport à $\nabla u, \nabla v$

$$D = [a\frac{\gamma(\gamma+1)}{(sK-u)}ge^{\varepsilon v}+b\varepsilon\frac{\gamma}{sK-u}ge^{\varepsilon v}]|\nabla u|^2+[a\varepsilon\frac{\gamma}{sK-u}ge^{\varepsilon v}+b\varepsilon^2 ge^{\varepsilon v}+d\varepsilon\frac{\gamma}{sK-u}ge^{\varepsilon v}]\nabla u\nabla v$$

$$+[d\varepsilon^2 ge^{\varepsilon v}]|\nabla v|^2 dx$$

telle que :

$$\nabla u = (\frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial u}{\partial x_n}),$$

qui est positif ou nul si

$$\Delta = [(a+d)\varepsilon\frac{\gamma}{sK-u}ge^{\varepsilon v} + b\varepsilon^2 ge^{\varepsilon v}]^2 - 4[a\frac{\gamma(\gamma+1)}{(sK-u)}ge^{\varepsilon v} + b\varepsilon\frac{\gamma}{sK-u}ge^{\varepsilon v}][d\varepsilon^2 ge^{\varepsilon v}] \leqslant 0,$$

En Effet,

$$\Delta = (a+d)^2\frac{\gamma^2}{(sK-u)^2} + 2b\varepsilon(a-d)\frac{\gamma}{sK-u} + b^2\varepsilon^2 - 4ad\frac{\gamma(\gamma+1)}{(sK-u)^2}$$

$$\Delta = [(a+d)^2\gamma - 4ad(\gamma+1)]\frac{\gamma}{(sK-u)^2} + 2b\varepsilon(a-d)\frac{\gamma}{(sK-u)} + b^2\varepsilon^2$$

$$\Delta = [(a-d)^2\gamma - 4ad]\frac{\gamma}{(sK-u)^2} + 2b\varepsilon(a-d)\frac{\gamma}{sK-u} + b^2\varepsilon^2$$

$$\Delta = [\frac{(a-d)\gamma}{(sK-u)} + b\varepsilon]^2 - \frac{4ad\gamma}{(sK-u)^2} \leqslant 0$$

$$= (\frac{qad}{(a-d)}\frac{1}{(sK-u)} + \frac{ad}{(a-d)rK})^2 - \frac{4qa^2d^2}{(sK-u)^2(a-d)^2}$$

$$= (\frac{qad}{(a-d)})^2[(\frac{q}{(sK-u} + \frac{1}{rK})^2 - \frac{4q}{(sK-u)^2}]$$

$$= (\frac{qad}{(a-d)})^2[(\frac{q}{(sK-u)})^2 + \frac{2q}{(sK-u)(rK)} + \frac{1}{(rK)^2} - \frac{4q}{(sK-u)^2}]$$

$$= (\frac{qad}{(a-d)})^2[\frac{q^2(rK)^2 + 2q(sK-u)(rK) + (sK-u)^2 - 4q(rK)^2}{(sK-u)^2(rK)^2}]$$

$$\leqslant (\frac{qad}{(a-d)})^2[\frac{q(q-4)(rK)^2+2q(rsK^2)+(sK)^2}{(sK-u)^2(rK)^2}]$$

$$\leqslant (\frac{qad}{(a-d)})^2[\frac{r^2K^2(q(q-4)+2q\frac{s}{r}+\frac{s^2}{r^2})}{(sK-u)^2(rK)^2}]$$

$$\leqslant (\frac{qad}{(a-d)})^2[\frac{((q+\frac{s}{r})^2-4q)r^2K^2}{(sK-u)^2(rK)^2}]$$

$$\leqslant (\frac{qad}{(a-d)})^2[\frac{((q+\frac{s}{r})^2-4q)}{(sK-u)^2}]$$

de la formule (3.22)
on a : $r \geqslant \dfrac{s}{2\sqrt{q}-q}$:

$$2\sqrt{q}-q \geqslant \frac{s}{r}, \quad 2\sqrt{q} \geq \frac{s}{r}+q$$

$$4q \geqslant (\frac{s}{r}+q)^2$$

$$(\frac{s}{r}+q)^2-4q \leq 0$$

$$\leqslant (\frac{qad}{(a-d)})^2[\frac{((q+\frac{s}{r})^2-4q)}{(sK-u)^2}] \leq 0$$

Donc $\Delta \leqslant 0$, et par suite $I \leq 0$

Concernant le térme J on a :

$$J \leqslant \int_\Omega (\varepsilon - \frac{\gamma}{sK-u})gfe^{\varepsilon v}dx + \int_\Omega (\pi\frac{\gamma}{sK-u} - \varepsilon\mu v - \frac{\gamma}{sK-u}\alpha u)ge^{\varepsilon v}dx$$

on a :

$$\int_\Omega (\varepsilon - \frac{\gamma}{sK-u}) gfe^{\varepsilon v} dx$$

en utilisant la formule (3.24) et (3.25) en obtient :

$$(\varepsilon - \frac{\gamma}{sK-u}) \leqslant \frac{ad}{(a-d)rkb} - \frac{\gamma}{sK}$$

$$\leqslant \frac{ad}{(a-d)rkb} - \frac{qad}{(a-d)^2(sK)} = \frac{ad}{(a-d)k}[\frac{1}{rb} - \frac{q}{s(a-d)}]$$

on a de terme $r \geqslant \dfrac{s(a-d)}{qb}$ donc :

$$\frac{1}{rb} \leq \frac{q}{s(a-d)}$$

d'ou :

$$\frac{ad}{(a-d)k}[\frac{1}{rb} - \frac{q}{s(a-d)}] \leq 0$$

Donc :

$$\int_\Omega (\varepsilon - \frac{\gamma}{sK-u}) gfe^{\varepsilon v} dx \leq 0$$

et à partir de lemme (3.2.1) on a :

$$\int_\Omega (\pi \frac{\gamma}{sK-u} - \varepsilon\mu v - \frac{\gamma}{sK-u} \alpha u) ge^{\varepsilon v} dx \leq -Bge^{\varepsilon v} + M_1$$

Alors :

$$J \leqslant \int_{\Omega} (-Bge^{\varepsilon v} + M_1)dx$$

$$J \leqslant -B \int_{\Omega} ge^{\varepsilon v} dx + M_1|\Omega|$$

$$\leqslant -BL(t) + M$$

Il se ensuit que :

$$\frac{dL(t)}{dt} \leqslant -BL(t) + M$$

Nous pouvons maintenant établir le résultat principal de ce manuscrit.

■

Théorème 3.2.2 *Sous les hypothèses* $(H1) - (H2)$ *et (3.5), la solutions de (3.1) (3.4) est global et bornée uniformément dans* $[0; +\infty[$.

Preuve. :

on a :

$$\frac{dL(t)}{dt} \leq -BL(t) + M \tag{3.26}$$

on multiple (3.26) par e^{Bt}

$$(\frac{dL(t)}{dt})e^{Bt} \leq (-BL(t) + M)e^{Bt}$$

$$e^{Bt}\frac{dL(t)}{dt} + e^{Bt}BL(t) \leq Me^{Bt}$$

$$\frac{d}{dt}(L(t)e^{Bt}) \leq Me^{Bt}$$

$$L(t)e^{Bt} - L(0) \leq Me^{Bt}$$

alors :

$$L(t) \leq M + L(0)e^{-Bt}$$

$$L(t) \leq M + L(0)$$

Donc $L(t)$ est un bornée.

et

$$\| \Upsilon(t,z) \|_p = \| (1 + \frac{c}{a-d})f(u,v) + \frac{c}{a-d}(\alpha u - \pi) - \sigma v \|_p,$$

$$\leq \| (1 + \frac{c}{a-d})f(u,v) + \frac{c}{a-d}(\alpha u + \pi) \|_p + \| \sigma v \|_p,$$

$$\leq (1 + \frac{c}{a-d}) \| f(u,v) \|_p + \| \frac{c}{a-d}(\alpha K + \pi) \|_p + \sigma \| v \|_p,$$

$$\leq (1 + \frac{c}{a-d}) \| \psi(u)\varphi(v) \|_p + \| \frac{c}{a-d}(\alpha K + \pi) \|_p + \sigma \| v \|_p,$$

$$\leq (1 + \frac{c}{a-d})\psi(K) \| \varphi(v) \|_p + \frac{c}{a-d}(\alpha K + \pi) \mid \Omega \mid + \sigma \| v \|_p,$$

Donc :

$$\| \varphi(v) \|_n^n = \int_\Omega \varphi^n(v)dx$$

$$\forall v \geq v_1 \quad , max(\varphi(v), v) \leq e^{\frac{\varepsilon}{n} v}$$

$$\| \varphi(v) \|_n^n = \int_{v \leq v_1} \varphi^n(v) dx + \int_{v \geq v_1} \varphi^n(v) dx,$$

$$\| \varphi(v) \|_n^n \leq \varphi^n(v_1) dx + \int_v e^{\varepsilon v} dx,$$

$$\| \varphi(v) \|_n^n \leq \varphi^n(v_1) + \int_\Omega L(t) dx,$$

On a $L(t) \leq M + L(0)$, donc :

$$\| \varphi(v) \|_n^n \leq \varphi^n(v_1) + M + L(0),$$

Et :

$$\| v \|_n^n = \int_{v \leq v_1} v^n dx + \int_{v \geq v_1} v^n dx,$$

$$\| v \|_n^n \leq v_1^n + \int_v e^{\varepsilon v} dx,$$

$$\| v \|_n^n \leq v_1^n + \int_\Omega L(t) dx,$$

$$\| v \|_n^n \leq v_1^n + M + L(0),$$

Alors :

$$\| \Upsilon(t,z) \|_p \leq (1+\frac{c}{a-d})\psi(K)[\varphi^n(v_1)+M+L(0)]^{\frac{1}{n}}+\frac{c}{a-d}(\alpha K+\pi) \mid \Omega \mid +\sigma[v_1^n+M+L(0)]^{\frac{1}{n}},$$

$\blacksquare$

Conclusion

Le resultat obtenu suite a cette étude est l'existence globale de la solution du probleme (1) dans le cas d'un conportement sous-exporentiel du tèrme de reaction.
Comme perspectives, il serait intéressant d'etudie le cas ou $f \neq g$, et le cas d'un conportenent exporentiel du terme de reaction.

Bibliographie

[1] B. Rebiai and S. Benachour *Global classical solutions for reaction-diffusion systems with non linearities of exponential growth*

[2] S.Abdelmalek,M,Kirane and A,Youkana. *Alyapunov functional for a triangular reaction-diffusion system with nonlinearities of exponential gaowth, math meth appl sci 2013 36 80-85 .*

[3] E. Daddiouaissa *Existence of global solutions for a system of Reaction-diffusions equations having a triangular matrix. electronic Journal of Differential Equations, 2008, 1-9 .*

[4] B. Rebiai *Global classical solutions for reaction-diffusion systems with A triangular Matrix of diffusion coefficients. Electronic Journal of Differential Equations, 2011, 1-8.*

[5] l.Melkemi,A. Zerrouk Mokrane and A. Youkana *on the uniform boundedness of the solutions of system of Reaction-Diffusions Equations .Electronic Journal of oualitative theory of differential Equations 2005, 1-10*

[6] C. Castillo-Chavez, K. Cooke, W. Huang, and S. A. Levin *on the role of lovg incubation periodsin the dynamics of acquired syndrome(AIDS),1989*

[7] E.Daddiouaissa *Existence of Global solutions for a system of Reaction-Diffusions Equations With exponential nonlinearity.Electronic Journal of oualitative theory of differential Equations 2009, 73, 1-7.*

[8] l.Melkemi,A. Zerrouk Mokrane and A. Youkana *Roundedness and Large-Time Behavior Results for a Diffusive Epidemic Model Received 2006, 1-15.*

[9] A.Youkana ,S.Abdelmalek *Global Existence of Solutions for Some Coupled Systems of Reaction-Diffusion, 2011, 425-432.*

[10] B.Rebiai *Global Classical Solutions for Coupled Reaction-Diffusion Systems without Growth Conditions on the Nonlinearities, 2011, 20, 1003-1010.*

[11] *WiKipedia This page was last modified September 24, 2013 at 5 :16.*

[12] N. D. Alikakos, *L^p-bounds of solutions of reaction-diffusion equations, Comm. Partial Differential Equations (1979),*

[13] K. Masuda, *On the global existence and asymptotic behavior of solutions of reaction-diffusion equations, Hokkaido Math. (1983),*

[14] M. A. Herrero, A. A. Lacey and J. J. L. Velazquez, *Global existence for reaction-diffusion systems modelling ignition, Arch. Rational Mech. Anal.(1998)*

[15] S. L. Hollis, R. H. Martin and M. Pierre, *Global existence and boundedness in reaction-diffusion systems, SIAM J. Math. Anal. (1987)744-461*

[16] A. Haraux and A. Youkana, On a result of K. Masuda *concerning reaction- diffusion equations, Thoku Math. (1988)*

[17] A. Barabanova, *On the global existence of solutions of a reaction-diffusion equation with exponential nonlinearity, Proc. Amer. Math. Soc. (1994)*

[18] A. Pazy, *Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations, (1983).*

[19] C. Kuttler, *Reaction-Diffusion equations with applications*

[20] M. Kirane, Global Bounds and Asymptotics for a System of Reaction-Diffusion Equations, 1989

[21] G. F. Webb, *A reaction-diusion model for a deterministic diffusive epidemic, J. Math. anal.Appl. 84 (1981)*

[22] E. Zeidler, *Nonlinear functional analysis and its applications, Tome II/b, Springer Verlag,1990.*

[23] D. Henry, *Geometric Theory of Semilinear Parabolic Equations. Lecture Notes in Mathematics 840, Springer-Verlag, New york, 1984.*

[24] E. L. Cussler, *Diffusion, Cambridge university press, second edition, 1997.*

[25] E.Fitzgibbon, M.Langlais, F.Marpeau and J. J. Morgan, *Modeling the circulation of a disease between two host populations on non coincident spatial domains, , to appear in J. Biological Invasions. Vol(2002),*

[26] A. Friedman, *Partial Differential Equation of Parabolic Type, Prentice Hall Englewood Chiffs N. J. 1964.*

[27] Y.Hamaya, *On the asymptotic behavior of the diffusive epidemic model (AIDS), Nonlinear Analysis 36 (1999)*

[28] C. Castillo-Chavez, K. Cooke, W. Huang and S. A. Levin, *On the role of long incubation periods in the dynamics of acquires immunodeficiency syndrome, AIDS, J. Math. Biol. 27(1989), 373-398*

[29] J.I. Kanel, On Global initial boundary-value problems for Reaction-Diffusion systems with balance conditions ,Nonlinear Analysis 37(1999)971-995

Résumé

Le travail principal de ce mémoire est l’étude de l'existence globale d’un système de réaction-diffusion semi-linéaire avec une matrice associé de type triangulaire.

Les mots clés : fonction de Lyapunov, réaction-diffusion, l'existence globale...

ملخص

الهدف الاساسي من هذه المذكرة هو دراسة وجود الحل الصرمدي لجملة التفاعل و الانتشار الشبه خطي مع مصفوفة مرفقة من النوع الثلاثي

الكلمات المفتاحية :دالة ليابونوف ,تفاعل الانتشار, الحل الصرمدي......

Abstract

The main goal of this thesis is to study the global existence of a Semi-Linear reaction-diffusion system with triangular matrix.

Keywords: function Liapounov, reaction-diffusion, global existence …