

N° d'ordre :

N° de série :

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA
FACULTE DES MATHÉMATIQUES
ET DES SCIENCES DE LA MATIÈRE
Département de physique



Mémoire

MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences de la Matière

Filière : Physique

Spécialité : Rayonnement et Spectroscopie et Optoélectronique

Présenté par : **DIF Zohra**

Thème

**Calcul de l'effet Zeeman anormal dans quelques
plasmas**

Soutenu publiquement

Le : 25/05/2016

Devant le jury composé de :

Pr. MEFTAH Mouhamed Tayeb	Prof	Président	UKM OUARGLA
BEN MABROUK Lazher	M.A.A	Examineur	UKM OUARGLA
Dr. CHENINI Keltoum	M.C. A	Encadreur	UKM OUARGLA

Année Universitaire : 2015/2016

DEDICACES

Je dédie le présent mémoire à :

*Pour mes professeurs ici et là avec tout l'amour
et la gratitude*

Ma chère mère .

À mon cher Père saci.

À mon grand Père et ma grand-mère

À mes frères et soeurs.

À tous mes amis.

*À toute la promotion de MASTER Physique du
Rayonnement ,2016*

À tous ceux qu'ont cru en mes succès..

Zohra

Remerciement

*Je remercie avant tout **ALLAH**, Le Tout Puissant, qui nous a permis grâce à ses faveurs et bien faits, de concrétiser ce travail.*

Mes remerciements vont à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail en particulier :

*Dr. **KELTOUM CHENINI** pour avoir accepté de m'encadrer et de me diriger, ainsi que pour ses compétences et ses bonnes orientations, pour ses précieux conseils et aussi ses encouragements, qu'elle trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.*

*Le Professeur **M. T. Meftah**, pour son soutien scientifique déterminant, ainsi que pour ses précieux conseils et aussi d'accepter de présider et examiner ce modeste travail., Je lui exprime toute ma gratitude.*

*Je remercie également pour l'honneur **BEN MABROUK Lazher** qu'il fait en acceptant d'examiner et ce simple travail.*

Je remercie tous mes amis pour leur aide. Sans oublier, d'exprimer mes vifs remerciements à tous les étudiants de Master en Physique du Rayonnement promotion 2016.

Dif zohra

Table des matières

0.1	Introduction générale	3
1	Théorie générale des plasmas et profils des raies	5
1.1	Généralité sur les plasmas	5
1.1.1	Définition	5
1.1.2	Classification des plasmas	5
1.1.3	Paramètres d'un plasma	7
1.2	Elargissement et formalisme du profil des raie	9
1.2.1	Elargissement naturel	9
1.2.2	Elargissement Doppler	10
1.2.3	Elargissement collisionnel par les particules neutres	10
1.2.4	Elargissement collisionnel par les particules chargées (Effet Stark)	11
1.2.5	Elargissement Zeeman	11
1.2.6	Elargissement instrumental	11
1.3	Interactions entre l'émetteur un champ magnétique dans les plasmas	11
1.3.1	Effet et du champ magnétique sur le système de ni- veaux d'énergie d'un atome	12
1.3.2	Effet Zeeman anormal	13
1.3.3	Effet Paschen-Back	15
1.3.4	Effet Zeeman normal	16
2	Hamiltonien d'interaction de la raie Lyman-Alpha en pré- sence d'un champ magnétique	17
2.1	La raie $Ly - \alpha$	17
2.1.1	Transition radiatives et règles de sélection	18
2.2	Profil de raie	19
2.3	Fonctions d'onde	20
2.4	Calcul des fonctions d'onde dans la base $n l m_s j m_j$	22
2.5	Calcul des éléments de matrice d'interaction de la raie Lyman- alpha en presence d'effet Zeeman anormal	24

2.6	Calcul d'énergie des niveaux du système	25
2.7	Résultat et discussion	27
2.7.1	Les élément de matrice diagonaux représente les diffé- rences d'énergie tels que :	30
2.7.2	Calcul du vecteur dipôle	30
2.8	Conclusion générale	33
A	Méthode de Calcul	35
A.1	Fonction d'onde dans la base nlm_l	35
A.2	Calcul des éléments de matrice	36
A.3	Calcul d'énergie	37
A.4	Calcul du vecteur dipole $\langle \beta_i q \vec{r} \alpha_j \rangle$	39

Table des figures

1.1	Classification des plasmas	6
2.1	schéma de $Ly - \alpha$	18
2.2	La différence entre les niveaux d'énergie	26
2.3	Les niveaux d'énergie en présence d'un champ magnétique est faible	26
2.4	La raie $Ly-\alpha$ de l'Hydrogène à $T=3eV$ et $N_e=5.10^{14}cm^{-3}$ pour différent valeur de B	32
2.5	La raie $Ly-\alpha$ de l' Ag^{+46} à $T=1.9 * 10^9k$ et $N_e=10^{24}cm^{-3}$ pour différent valeur de B	33



Introduction générale

0.1 Introduction générale

Le plasma est le quatrième état de la matière[1], c'est un gaz (partiellement ou complètement) ionisé, dans lequel on trouve à côté des molécules de gaz des neutres et des fragments de celles-ci, des électrons libres et des cations, qui rend le gaz conducteur. La spectroscopie des plasmas est l'étude de la radiation émise par ce milieu. L'information contenue dans le spectre dépend de la physique de l'atome ou de l'ion émetteur et dépend aussi de la physique du plasma environnant. Cette dépendance est une conséquence directe de l'interaction des particules chargées formant le plasma avec l'émetteur. Le spectre des raies répond alors aux multiples interactions microscopiques qui ont accompagné ou précédé l'émission par un élargissement et/ou un déplacement. Le profil des raies spectrales est une représentation très pertinente de l'émetteur (atome, ion) et de son environnement. Des mesures faites sur les profils des raies spectrales fournissent un moyen approprié de diagnostic dans les plasmas (détermination de la densité électronique, de la température).

Les profils de raie traduisent les interactions qui ont eu lieu entre l'émetteur et les perturbateurs constituant le milieu plasma[2]. Parmi les causes d'élargissement du profil des raies spectrales on peut citer : l'élargissement Stark, élargissement Doppler, élargissement Zeeman et l'élargissement instrumental. L'élargissement Zeeman traduit l'effet du champ magnétique sur l'émetteur il dépend de la valeur du champ magnétique, si ce champ est faible alors on a dans le cas d'effet Zeeman faible (anormal) dans le cas où le champ est fort on parle alors d'effet Zeeman fort (normal).

L'étude d'élargissement Zeeman du profil des raies dans le plasma est d'un grand intérêt depuis longtemps. Dans notre travail nous allons traiter l'hamiltonien d'interaction dans la présence

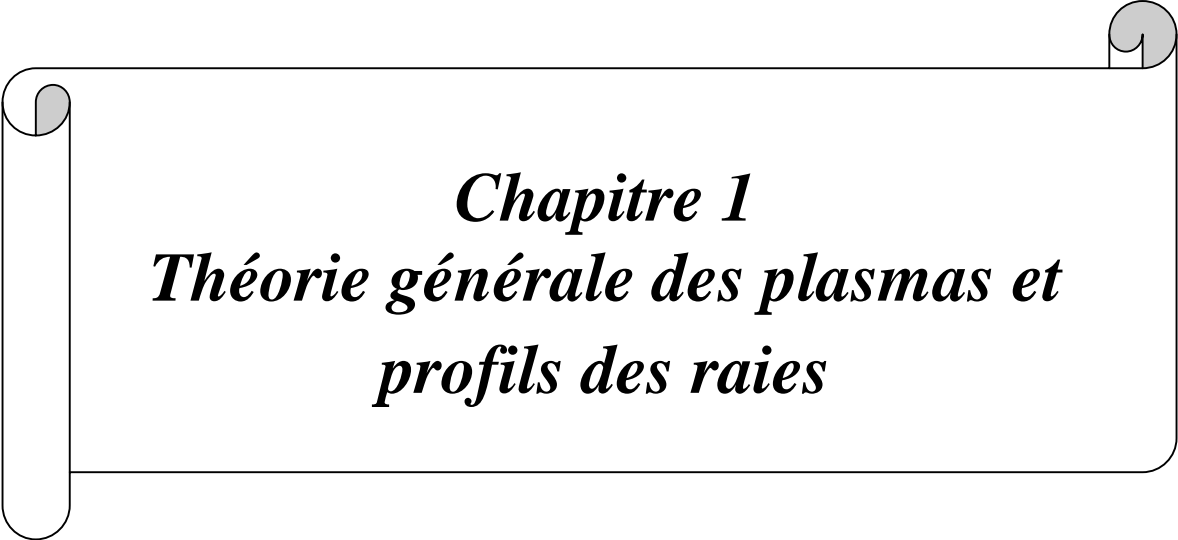
d'un champ magnétique faible (effet Zeeman anormal).

Ce mémoire est composé d'une introduction générale et de deux chapitres et une conclusion générale et perspectives.

Dans le premier chapitre, nous commençons par des définitions sur les plasmas et leur classifications. Nous présentons quelques paramètres importants d'un plasma. Nous citons aussi les types d'élargissement du profil des raies. Les interactions entre l'émetteur et le champ magnétique dans les plasmas est aussi présenté, nous étudions l'hamiltonien d'interaction dans le cas où le champ magnétique est faible et aussi dans le cas où le champ est fort.

Dans le deuxième chapitre nous présentons l'hamiltonien d'interaction de la raie Lyman-Alpha en présence d'un champ magnétique faible. Nous faisons un rappel sur la méthode de calcul du profil de raie. Nous abordons les formules des fonctions d'onde correspondant à la raie $Ly - \alpha$ dans la base

$|nlm_l\rangle$, (sans structure fine). Nous exposons le calcul des fonctions d'ondes avec structure fine ; dans la base $|nlsm_sjm_j\rangle$. Nous présentons en détail le calcul des éléments de matrice d'interaction de la raie Lyman- alpha en présence d'effet Zeeman anormal dans l'espace de Liouville. Nous abordons le calcul des éléments du vecteur dipôle. Finalement nous présentons l'hamiltonien total de cette raie.



Chapitre 1
Théorie générale des plasmas et
profils des raies

Chapitre 1

Théorie générale des plasmas et profils des raies

1.1 Généralité sur les plasmas

1.1.1 Définition

Le terme " plasma " a été introduit en physique en 1928 Par le Physicien américain I.Langmuir [3]. un Plasma n'est rien d'autre qu'un gaz fortement chauffé ou soumis à un champ électrique et qui est de ce effait devenu ionisé : 'est un ensemble de particules comportant des particules neutres (des atomes ou des molécules neutres), et aussi des particules chargées (des ions et des électrons libres). Les plasmas quasi neutres sont d'intérêt particulier, ils possèdent la propriété spéciale suivante : dans un volume macroscopique la somme totale des charges doit être nulle (globalement neutre).On peut décrire une caractéristique très importante dans un plasma, c'est que les effets collectifs des particules sont plus importants que les effets dus aux forces Coulombiennes entre particules proches [4]. Un plasma est en quelque sorte un état dilué de la matière, analogue à un gaz, et souvent désigne comme 'le quatrième état de la matière' après les trois états classiques, solide, liquide et gaz, dans l'échelle des températures [1]

1.1.2 Classification des plasmas

Les valeurs typiques de température et de densité électronique concernant les plasmas naturels et ceux qui sont produits dans les laboratoires, sont représentées dans un diagramme d'équilibre en coordonnées T, N_e (fig.1.1)[1]

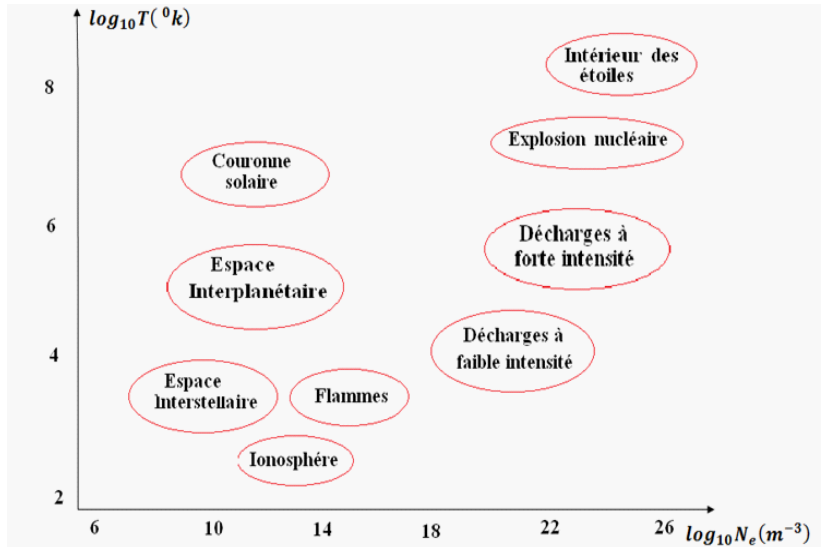


FIG. 1.1 – Classification des plasmas

Deux catégories de plasmas sont définies : les plasmas naturels qui composent 99% de l'univers, et les plasmas créés au laboratoire. Comme nous l'avons vu, le plasma est constitué d'électrons, d'ions et de particules neutres. Le milieu est caractérisé par les densités : N_e pour les électrons, N_i pour les ions et N_0 pour les neutres. Généralement l'état cinétique de différentes espèces est caractérisé par les trois températures, T_e , T_i et T_0 : respectivement température des électrons, des ions et des neutres .

Très souvent on se base sur la densité électronique et la température électronique pour classer les plasmas. Devant cette classification, la physique des plasmas couvre un domaine de densité électronique allant de $10^6 m^{-3}$ (espace interstellaire) à 10^{30} (plasmas dans les métaux, étoiles). Les températures électroniques peuvent varier de $10^2 eV$ (espace interstellaire, plasmas de décharges), à $10^4 eV$ (intérieur des étoiles, plasmas de fusion). On peut citer quelques plasmas typiques :

Les plasmas ultradenses (chauds), correspondant à des températures supérieures à $10^6 K$ et des densités électroniques comprises entre 10^{20} et 10^{25} particules par cm^{-3} . Ils sont réalisés dans nos jours au laboratoire grâce à l'utilisation de laser de haut puissance.

Les plasmas froids de laboratoire, où les ions restent à des températures inférieures à $10^3 K$ alors que les électrons sont à des températures élevées.

Ils sont créés par décharges électriques dans les gaz (plasmas de décharge pincée (z-pinch)) ou obtenus dans les réacteurs à plasma où le plasma est

confiné magnétiquement, ou ceux engendrés par couplage inductif avec un système « radiofréquence ».

Les plasmas thermiques : caractérisés par des températures de fonctionnement supérieures à $3000K$ (utilisation des décharges d'arc pour la soudure, la découpe, la projection de matière,..)

Les plasmas d'astrophysique dont la densité électronique est supérieure à 10^{23} particules par cm^{-3} .

1.1.3 Paramètres d'un plasma

Pour pouvoir décrire plus précisément les phénomènes physiques ayant lieu dans un plasma, on peut citer quelques paramètres importants d'un plasma :

Degré d'ionisation :

Le plasma est caractérisé par son degré d'ionisation (qui est de l'ordre de 10^{-10} jusqu'à 1) défini comme étant le rapport :

$$\alpha = \frac{N_e}{N_e + N_0} \quad (1.1)$$

où N_e est la densité des électrons (ou d'ions positives), et N_0 la densité des neutres. On définit une valeur critique α_0 du degré d'ionisation propre à chaque gaz [5]. Si $\alpha > \alpha_0$, on dit que le gaz est fortement ionisé. Au-dessous de cette limite, le gaz est considéré comme étant faiblement ionisé.

Longueur de Debye :

Considérons une charge ponctuelle q_i dans un plasma, dans le voisinage de cette particule le potentiel de Debye est représenté comme :

$$\phi = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r} \cdot \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) \quad (1.2)$$

Avec :

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T}{q_e^2 N_e}} \quad (1.3)$$

Où :

λ_D : est la distance moyenne à partir de laquelle les particules du milieu font l'action d'un écran sur l'ion ; elle est appelée la longueur de Debye [1]

d'où K_B est la constant de Boltzmann, T est la température du plasma(en k°)le est la charge d'électron.

λ_D : représente aussi la distance maximale pour que les interactions Coulombiennes individuelles entre particules interviennent.

La longueur de Debye s'écrit aussi sous la fourme :

$$\lambda_D = 6.9 \sqrt{\frac{T}{N_e}} \quad (cm) \quad (1.4)$$

La fréquence plasma :

La fréquence plasma est la fréquence associée à un mouvement d'oscillation du à la force de Coulomb, qui repousse les électrons quand ces électrons se déplacent d'une petite distance par rapport à la longueur de Debye λ_D elle est donnée par la formule[6] :

$$\omega_{pe} = \left(\frac{N_e q_e^2}{m_e \varepsilon_0} \right)^{1/2} \quad (1.5)$$

Où :

ω_{pe} : est exprimée en système (SI), N_e : est la densité électronique du plasma non perturbé (initial) en (cm^{-3})[7].

q_e : est la charge d'électron (en C).

m_e : est la masse d'électron (en Kg) et ε_0 est la constante diélectrique.

ω_{pe} : se met également sous la forme numérique en (Hz).

$$\omega_{pe} = 5.64.10^4 . N_e^{1/2} \quad (1.6)$$

Longueur de landau :

La longueur de landau représente la longueur critique d'interaction binaire, c'est la distance à la quelle il faut que deux électrons s'approchent pour que l'énergie binaire soit du même ordre de grandeur que leur énergies cinétiques[8] :

$$r_0 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 k_B T_e}$$

T_e : est la température électronique On peut écrire r_0 en cm sous la forme :

$$r_0 = (1.672.10^{-3}) \frac{1}{T_e} \quad (1.7)$$

Rayon de la sphère ionique :

On appelant R_s le rayon de la sphère moyenne occupé par un ion en mouvement dans l'espace. Ce rayon est donné par la formule [9] :

$$R_s = \left(\frac{3}{4\pi N_i}\right)^{1/3} \quad (CGS) \quad (1.8)$$

N_i : est la densité ionique du plasma (en cm^{-3}).

Paramètre de couplage :

On peut introduire le paramètre de couplage d'un plasma, qui présente le rapport entre l'énergie potentielle moyenne et l'énergie cinétique moyenne de l'ion émetteur donnée par

la formule suivante [7] :

$$\Gamma = \frac{Z_e^2}{R_s K_B T} \quad (1.9)$$

Où : Z_e représente la charge de l'ion et T est la température du milieu.

Si $\Gamma \ll 1$ cela signifie que l'énergie d'interaction entre particules est faible devant l'énergie thermique, dans ce cas le plasma est dit faiblement couplé. Dans le cas inverse on dit que le plasma est fortement couplé[10].

1.2 Elargissement et formalisme du profil des raie

Les profils des raies sont un outil important de diagnostic dans les plasmas. Généralement la largeur d'une raie est mesurée à mi-hauteur de la raie où la valeur de l'intensité égale à la moitié de l'intensité maximale I_{max} au centre de la raie[11]. Ces profils subissent des élargissements de plusieurs types, dont on peut citer :

1.2.1 Elargissement naturel

Il est connu que les niveaux d'énergie d'un système quantique présentent une certaine incertitude naturelle, appelée élargissement naturel [9] donné comme :

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\tau} \quad (1.10)$$

Où : ΔE est l'incertitude sur l'énergie d'un niveau et τ est la durée de vie moyenne de l'état quantique.

τ_i : est la durée de vie moyenne d'un niveau excité d'énergie E_i ; ce niveau possède une largeur ΔE_i

La largeur de la raie à mi-hauteur(FWHM), dans ce cas est donnée :

$$\Delta\omega = \delta E_i + \delta E_j \quad (1.11)$$

$\Delta\omega_{ij}$: présente la largeur de la raie à mi-hauteur (FWHM), et la forme du profil est un profil Lorentzien :

$$g(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\delta_1}{x^2 + \delta_1^2} \quad (1.12)$$

D'où :

$$\delta = \frac{\frac{1}{\tau_i} + \frac{1}{\tau_j}}{4\pi} \quad (1.13)$$

$$x = \omega - \omega_{ij} \quad (1.14)$$

1.2.2 Elargissement Doppler

La fréquence du rayonnement émise par un émetteur en mouvement est différente de celle émise où la particule est au repos ; cette différence cause un élargissement appelé ; l'élargissement Doppler.

L'élargissement dû a l'effet Doppler statistique est lié à la distribution des vitesses de l'émetteur à la température T du milieu et à la masse M de l'émetteur [12].

$$\Delta\omega_D = 7.16 \times 10^{-7} \omega_0 \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (1.15)$$

$\Delta\omega_D$ et ω_0 en eV, T en Kelvin et M en *u.m.a.* La forme du profil dans ce cas est d'une forme Gaussienne.

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{B} \exp\left(-\frac{x^2}{B^2}\right) \quad (1.16)$$

Où :

$$B = \Delta\omega_D \quad x = \omega - \omega_0$$

1.2.3 Elargissement collisionnel par les particules neutres

Les collisions avec les particules neutres causent aussi un élargissement des raies spectrales, sa largeur est donnée comme suit :

$$\Delta\omega_{\text{col}} = \frac{1}{\tau_{\text{col}}} \quad (1.17)$$

avec τ_{col} est la durée de vie moyenne entre deux collisions [11]. Le profil d'une raie élargi par effet Stark électronique est un profil Lorentzien.

1.2.4 Elargissement collisionnel par les particules chargées (Effet Stark)

L'élargissement Stark est causé par l'interaction des particules chargées (ions, électrons) avec l'émetteur. Le champ électrique au niveau de l'émetteur appelé encore le microchamp du plasma à deux composantes [13].

$$\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_e \quad (1.18)$$

E_i : est la composante créée par tous les ions composant le milieu et \vec{E}_e est la composante électronique créée par tous les électrons.

Le profil d'une raie élargi par effet Stark est d'une forme Lorentzienne.

1.2.5 Elargissement Zeeman

L'interaction d'un champ magnétique avec les moments cinétiques de l'atome (mouvement du noyau et des électrons) crée une perturbation, cette dernière permet de lever la dégénérescence des niveaux d'énergie, cela se traduit par une perturbation du profil observé[14] .

1.2.6 Elargissement instrumental

Les appareils de mesure et de spectroscopie causent un élargissement supplémentaire aux raies spectrales observées. Cet élargissement est dû entre autres, aux phénomènes de diffraction des raies de la lumière et aux dimensions finies des appareils. Les constructeurs donnent les élargissements aux profils correspondants. Le profil peut être d'une forme :

- Un profil de Lorentz
- Un profil de Gauss
- Un profil de Voigt
- Un profil de composé [11].

1.3 Interactions entre l'émetteur un champ magnétique dans les plasmas

En présence d'un champ magnétique, il existe une énergie d'interaction avec les moments cinétiques de l'atome (mouvement du noyau et des électrons). Cette perturbation permet de lever la dégénérescence des niveaux d'énergie et peut se traduire par une perturbation du profil observé.

1.3.1 Effet et du champ magnétique sur le système de niveaux d'énergie d'un atome

L'influence d'un champ magnétique sur les niveaux d'énergie d'un atome a été étudiée par Piter Zeeman à partir de 1896 [15] chacune des raies émises par l'atome soumis au champ magnétique se scinde en un certain nombre de raies équidistantes, séparées par des intervalles proportionnels au champ magnétique, c'est l'effet Zeeman. Ce champ interagit avec

les moments magnétiques présent dans latome :

Moment magnétique orbital de spin, de l'électron et le moment magnétique de noyau :

$$\vec{M}_L = \frac{q_e}{2m_e} \vec{L}, \vec{M}_S = \frac{q_e}{m_e} \vec{S}, \vec{M}_I = \frac{q_e}{2m_p} g_p \vec{I} \quad (1.19)$$

Où \vec{M}_L : le moment magnétique orbital, \vec{M}_S : le moment magnétique de spin, \vec{M}_I : le moment magnétique nucléaire.

q_e et m_e sont respectivement la charge et la masse de l'électron, q_p et m_p la charge et la masse du proton; \vec{S}, \vec{L} sont les moments cinétiques totaux orbital et du spin de l'électron,

\vec{I} le moment cinétique de spin de noyau et g_p est le facteur de Landé.

L'hamiltonien qui décrit l'énergie d'interaction de l'atome avec le champ magnétique \vec{B} s'écrit donc [15].

$$\begin{aligned} H_z &= -\vec{B}(\vec{M}_L + \vec{M}_S + \vec{M}_I) = \frac{q_e}{2m_e} \vec{B}(\vec{L} + 2\vec{S}) - \frac{q_n}{2m_n} g_p \vec{B} \cdot \vec{I} \\ &= \vec{\omega}_0(\vec{L} + 2\vec{S}) + \vec{\omega}_n \cdot \vec{I} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Ou $\vec{\omega}_0$ est la pulsation de Larmor définie par :

$$\vec{\omega}_0 = \frac{q_e}{2m_e} \vec{B} \quad (1.21)$$

et $\vec{\omega}_n$ définie par :

$$\vec{\omega}_n = -\frac{q_n}{2m_n} g_p \vec{B} \quad (1.22)$$

L'hamiltonien total qui décrit un atome plongé dans un champ magnétique s'écrit donc :

$$H = H_0 + H_f + H_{mag} \quad (1.23)$$

H_0 : est l'hamiltonien de l'atome non perturbé :

$$H_0 = \frac{P^2}{2\mu} + V(r) \quad (1.24)$$

H_f : est la somme des termes de structure fine :

$$H_f = \omega_{mv} + \omega_{so} + \omega_d \quad (1.25)$$

H_{mag} : est l'hamiltonien Zeeman :

$$H_{mag} = \vec{\omega}_0 \cdot (\vec{L} + 2\vec{S}) \quad (1.26)$$

Selon l'intensité du champ, on est conduit à distinguer trois cas qui correspondent à trois calculs différents :

Le champ magnétique est relativement faible de sorte que l'hamiltonien H_{mag} peut être considéré comme petit par rapport à H_f . L'hamiltonien de structure fine $H_0 + H_f$ est alors un hamiltonien non perturbé et H_{mag} est traité comme une perturbation des états $|nlsm_j\rangle$: C'est l'effet Zeeman dit anormal.

Le champ magnétique est dit fort si H_f est faible devant H_{mag} . Dans ce cas, H_f est traité comme une perturbation sur $H_0 + H_f$: c'est l'effet Paschen-Back.

Si on néglige complètement le terme de structure fine, on parle d'effet Zeeman normal (champ fort).

Lorsque les interactions H_{mag} et H_f sont du même ordre de grandeur, on obtient un effet Zeeman intermédiaire. Dans ce cas, le problème doit être traité sans approximations[15].

1.3.2 Effet Zeeman anormal

Plaçons-nous dans le cas où le champ magnétique est uniforme et parallèle à l'axe oz . Dans le cadre de la théorie des perturbations, l'hamiltonien H_{mag} va être considéré comme une perturbation par rapport à l'hamiltonien non perturbé $H_0 + H_f$. Le calcul des corrections $E^{(1)}$ dans l'approximation de 1^{er} ordre, conduit à utiliser les états propres de $H_0 + H_f$ pour obtenir les éléments diagonaux matriciels de H_{mag} .

On utilise donc une base notée $\{|nlsm_j\rangle\}$ (formée à partir des vecteurs propres communs à L^2, S^2, J^2, J_z avec $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$) on obtient :

$$E_{mag}^{(1)} = \langle jm_j | \omega_0 (L_z + 2S_z) | jm_j \rangle \quad (1.27)$$

La notation des états a été allégée puisque H_f ne concerne que les variables orbitales et de spin. il faut donc exprimer les opérateurs L_z et S_z dans la base $\{|jm_j\rangle\}$.

D'après le théorème de projection et dans un sous espace $\mathfrak{S}(l, s, j)$ on a les relations suivantes[16] :

$$\langle L_z \rangle = \frac{\langle \vec{L} \cdot \vec{J} \rangle_{lsj}}{\hbar^2 j(j+1)} \langle J_z \rangle \quad (1.28)$$

et

$$\langle S_z \rangle = \frac{\langle \vec{S} \cdot \vec{J} \rangle_{lsj}}{\hbar^2 j(j+1)} \langle J_z \rangle \quad (1.29)$$

où $\langle \vec{L} \cdot \vec{J} \rangle_{lsj}$ et $\langle \vec{S} \cdot \vec{J} \rangle_{lsj}$ désignent respectivement les valeurs moyennes des opérateurs $\vec{L} \cdot \vec{J}$ et $\vec{S} \cdot \vec{J}$ pour les états du système appartenant à $\mathfrak{S}(l, s, j)$, on trouve après calcul :

$$\langle S_z \rangle = \frac{\langle J^2 - L^2 - S^2 \rangle}{2 \langle J^2 \rangle} \langle J_z \rangle \quad (1.30)$$

$$\langle L_z \rangle = \frac{\langle J^2 + L^2 - S^2 \rangle}{2 \langle J^2 \rangle} \langle J_z \rangle \quad (1.31)$$

Les valeurs propres de J^2, L^2, S^2 étant :

$$\hbar^2 j(j+1), \hbar^2 l(l+1), \hbar^2 s(s+1) \quad (1.32)$$

on obtient :

$$\langle \vec{L}_z + 2\vec{S}_z \rangle = \left(1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)} \right) \langle J_z \rangle \quad (1.33)$$

Avec ce calcul on montré que l'opérateur H_{mag} pouvant se mentre sous la forme :

$$H_{mag} = \omega_0 g J_z \quad (1.34)$$

où g est le facteur de Landé :

$$g = 1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)} \quad (1.35)$$

On calcule

$$E_{mag}^{(1)} = \langle jm_j | \omega_0 (L_z + 2S_z) | jm_j \rangle \quad (1.36)$$

$$E_{mag}^{(1)} = \omega_0 \left(1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)} \right) \langle jm_j | J_z | jm_j \rangle \quad (1.37)$$

Dans la base $|nlsm_j\rangle$:

$$\langle jm_j | J_Z | jm_j \rangle = \hbar m_j \quad (1.38)$$

Donc :

$$E_{mag}^{(1)} = \left(1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)} \right) \hbar \omega_0 m_j \quad (1.39)$$

L'énergie de perturbation devient :

$$E_{mag} = \hbar \omega_0 g m_j \quad (1.40)$$

On constate que pour une valeur déterminée de j, l et s l'énergie de perturbation dépend de m_j , la dégénérescence du niveau n est donc totalement levée, à un ensemble des valeurs des nombres quantique n, l, s, j, m_j correspond un niveau d'énergie E_{nlsm_j} auquel est attaché une seule valeur d'état $|nlsm_j\rangle$ Le nombre quantique m_j peut prendre $(2j+1)$ valeurs :

$$m_j = -j, -j+1, \dots, j$$

1.3.3 Effet Paschen-Back

Dans ce cas, l'énergie d'interaction W_{mag} est plus importante que les termes de la structure fine :

$$H = H_0 + H_{mag} \quad (1.41)$$

W_f : on doit prendre comme hamiltonien d'ordre zéro, et H_f on considère comme une perturbation d'ordre un, Les valeurs propres de H_{mag} sont obtenues aisément à partir des états $|nlsm_l m_s\rangle$ qui sont des vecteurs propres de L^2, S^2, L_z, S_z .

L'énergie totale sans structure fine est :

$$E = E_0 + \omega_0 \hbar (m_l + 2m_s) \quad (1.42)$$

Avec E_0 est la valeur propre de H_0 .

Considérons à présent l'Hamiltonien H_f en ne retenant que le terme d'interaction spin-orbite qui s'écrit :

$$W_{so} = \xi_{nl} \vec{L} \cdot \vec{S} \quad (1.43)$$

où

$$\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i \quad \text{et} \quad \vec{S} = \sum_i \vec{s}_i \quad (1.44)$$

Le terme W_{so} est suffisant pour faire apparaître la décomposition des niveaux E_{mag} et la correction d'énergie est égale, d'après les résultats de la théorie des perturbation à la valeur moyenne de H_f prise dans l'état non perturbé.

$$\langle H_f \rangle = \xi_{nl} \hbar^2 m_l m_s \quad (1.45)$$

Alors un état $|nlsm_l m_s\rangle$ correspond à un niveau d'énergie E défini par les nombres quantiques et donné par $:n, l, s, m_l, m_s$

$$E_{tot} = E + \langle H_f \rangle = E_0 + \omega_0 \hbar (m_l + 2m_s) + \xi_{nl} \hbar^2 m_l m_s \quad (1.46)$$

Dans l'expression de E_{tot} figure les nombres $m = m_l + 2m_s$ et les produits $m_l m_s$. Au premier ordre la dégénérescence entre les niveaux pour lesquels le couples de nombre $(m, m_l m_s)$ sont identiques. et pour des valeurs m_l et m_s et différentes, n'est pas levée[15].

1.3.4 Effet Zeeman normal

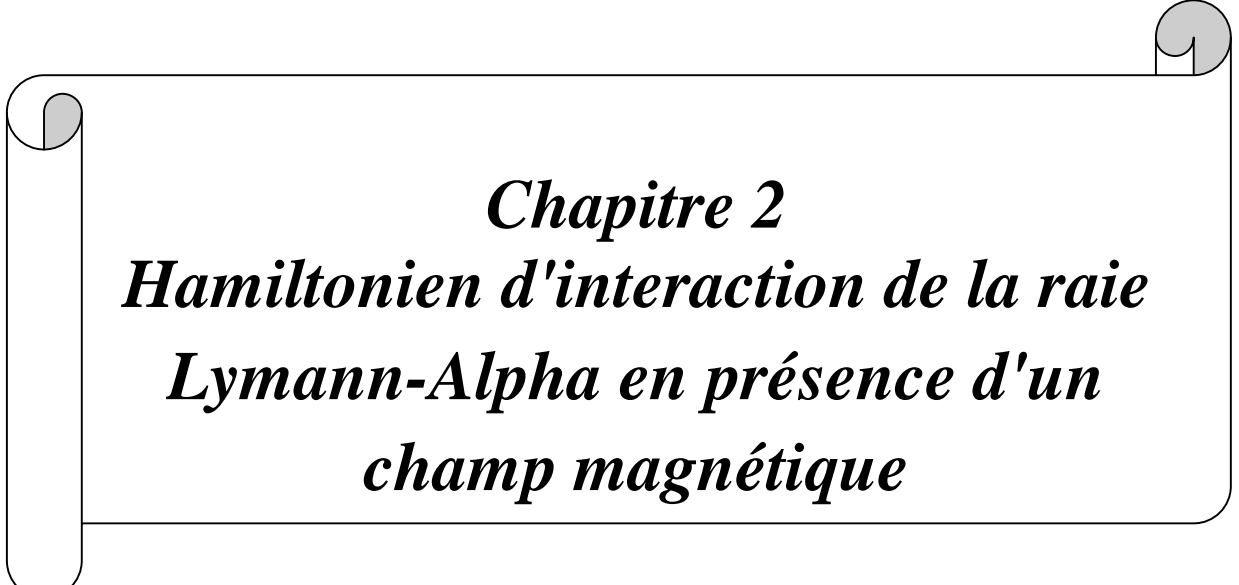
En champ fort, la structure fine est complètement négligée :

$$H = H_0 + H_{mag} \quad (1.47)$$

Dans cette approximation on étudie la structure du niveaux $np/$ le valeurs de m_l sont égales à $-1, 0, 1$, et $m_s = \pm \frac{1}{2}$ le couples (m, m_l, m_s) distincts sont alors les suivants :

$$\left(2, \frac{1}{2}\right), \left(0, \frac{1}{2}\right), (1, 0), \left(-2, \frac{1}{2}\right).$$

L'effet d'un champ magnétique intense est donc de faire apparaître cinq sous niveaux qui existent déjà dans l'expression E de donnée par la relation (1.42)



Chapitre 2
Hamiltonien d'interaction de la raie
Lyman-Alpha en présence d'un
champ magnétique

Chapitre 2

Hamiltonien d'interaction de la raie Lyman-Alpha en présence d'un champ magnétique

Dans le cas où le plasma est soumis sous un champ magnétique extérieur, les niveaux d'énergie de l'atome ou de l'ion émetteur sont dégénérés à cause de ce champ magnétique, c'est l'effet Zeeman. Cette dégénérescence dépend du type du champ magnétique (faible, fort).

Dans la présence du champ magnétique dans les plasmas, le calcul des profils des raies spectrales est important pour l'analyse de l'effet Zeeman (anormal ou normal)

Le champ magnétique faible intervient à une décomposition des niveaux d'énergie, et donc une multiplication des transitions radiatives.

Pour avoir le profil des raies spectrales dans le cas d'effet Zeeman faible, il est commode de reprendre le calcul des fonctions d'ondes des niveaux $n=1, 2$, (niveaux de la raie Lyman-alpha)

en prenant compte de l'interaction Spin-Orbite. En suite on calcule les éléments de matrice en tenant compte des interactions possibles tels que : Stark, Zeeman faible.

2.1 La raie $Ly - \alpha$

Dans un plasma où il existe un champ magnétique faible, les niveaux d'énergie d'un atome ou un ion émetteur seront dégénérés, et dans ce cas les transitions seront multipliées. Dans le cas de la raie $Ly - \alpha$ le schéma ci-dessous présente l'effet du champ magnétique sur les niveaux d'énergie (fig.2.1).

D'après ce schéma on remarque que la raie $Ly - \alpha$ composée de deux

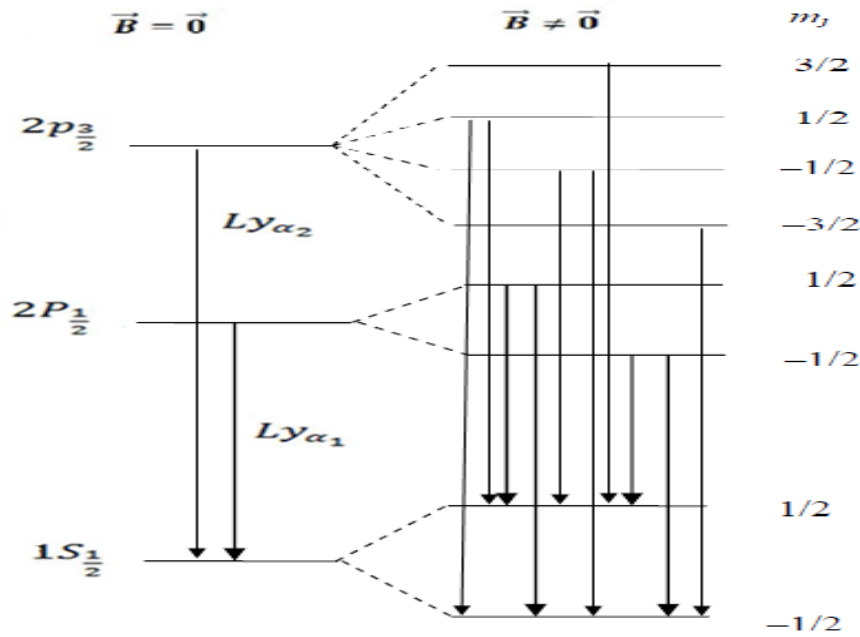


FIG. 2.1 – schéma de $Ly - \alpha$

composantes en absence du champ magnétique ($\vec{B} = \vec{0}$), se décompose à plusieurs composantes due à l'effet Zeeman faible ($\vec{B} \neq \vec{0}$). Pour calculer le profil de la raie $Ly - \alpha$ en présence du champ magnétique faible il faut calculer l'hamiltonien d'interaction et pour cela on a besoin des fonctions d'ondes des états quantique constituant cette raie.

2.1.1 Transition radiatives et règles de sélection

En présence du champ magnétique faible les niveaux d'énergie de nombre quantique j se décompose à $2j + 1$ niveaux, dans ce cas les règles de sélection dans l'approximation dipolaire électrique sont tels que :

$$\begin{aligned} \Delta l &= \pm 1 \\ \Delta j &= 0, \pm 1 (\text{interdite } 0 \rightarrow 0) \\ \Delta m_j &= 0, \pm 1 \\ \Delta S &= 0 \end{aligned}$$

2.2 Profil de raie

Le profil de raies donne des informations les conditions physique du milieu plasma et donne aussi des information sur la physique atomique de l'atome ou l'ion emetteur.

La fonction de profil de raie $I(\omega)$ est définit par [14].

$$I(\omega) = 1/\pi \operatorname{Re} \int_0^\infty \exp(i\omega t) C_{dd}(t) dt \quad (2.1)$$

$C_{dd}(t)$: la fonction d'autocorrélation du dipole; défini dans l'espace de Liouville telle que :

$$C_{dd}(t) = \langle\langle d^+ | \{U_I(t)\} | d \rangle\rangle \quad (2.2)$$

$\{U_I(t)\}$ constitue la moyenne sur les états du bain de l'opérateur d'évolution $U_I(t)$ du système $|d\rangle$ et est l'opérateur moment dipolaire électrique défini dans l'espace de Liouville.

A chaque état particulier "I" du bain correspond un opérateur d'évolution $U_I(t)$ dans l'espace de Liouville.

U_I est la solution du système :

$$\begin{cases} U_I(t=0) = 1 \\ \frac{d}{dt} U_I = -iL(t)U_I \end{cases} \quad (2.3)$$

Avec L est l'opérateur de Liouville présenté dans l'espace de Liouville tel que :

$$L = \frac{1}{\hbar} (H \otimes 1 - 1 \otimes H) \quad (2.4)$$

H est hamiltonien d'interaction présenté dans l'espace de Hilbert, dans ce qui suit on suivra le calcul dans l'espace de Liouville dont l'opérateur d'interaction s'écrit :

$$L(t) = L_0 + l(t) \quad (2.5)$$

L_0 est l'opérateur de l'émetteur isolé.

$l(t)$ est, dans notre cas, l'opérateur de Liouville de l'interaction ion émetteur-bain (contenant le terme Stark et le terme Zeeman), donc [14] :

$$L = L_0 - \vec{d} \cdot \vec{E}_i - i\phi + L_{Zeem} \quad (2.6)$$

\vec{E}_i est le champ électrique crée par tous les ions du plasma envirenants l'émetteur.

ϕ est l'opérateur de collision qui représente l'élargissement dû au champ électrique crée par tous les électrons du plasma

L_{zeem} représente l'interaction Zeeman anormal présenté dans l'espace de Liouville, l'interaction zeeman est donné telle que :

$$H_{zeem} = L_{zeem} = -e B y \sigma_z \quad (2.7)$$

e est la charge d'électron, B est le champ magnétique, y le coordonnée cartésienne du vecteur position et σ_z est un operateur il sera définit dans la suite.

2.3 Fonctions d'onde

La fonction d'onde donne idée sur l'état quantique de l'électron dans l'atome. Dans le cas ou l'interaction spin- orbite est négligé la fonction d'onde désignant l'état quantique est liée aux nombres quantiques n, l, m_l et on dit que la structure fine est négligé, elle s'écrit comme suit :

$$\Psi_{nlm_l} = R_{nl}(r)Y_{lm_l}(\theta, \phi) \quad (2.8)$$

Dans le cas où la structure fine est prise en compte la fonction d'onde est dérivée par les nombres quantiques $nlsm_sjm_j$, ces fonction sont présentées pas les fonctions Ψ_{nlm_l} telles que :

$$\Psi_{nlsm_sjm_j} = \sum C_{jlm_lsm_s} \Psi_{nlm_l} \chi_{m_s}^s \quad (2.9)$$

$C_{jlm_lsm_s}$: sont les coefficients de Clebsch-Gorden donnés par la formule[17] :

$$\begin{aligned} C_{jlm_lsm_s} &= \langle j_1 m_1 j_2 m_2 \mid jm \rangle = \delta(m_1 + m_2, m) \times \\ &\left[\frac{(2j+1)! (j_1 + j_2 - j)! (j + j_1 - j_2)! (j - j_1 + j_2)!}{(j + j_1 + j_2 + 1)!} \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ &\left[\frac{(j_1 + m_1)! (j_1 - m_1)! (j_2 + m_2)! (j_2 - m_2)! (j + m)! (j - m)!}{\sum_{k=0} \frac{(-1)^k}{k!} \frac{1}{(j_2 + m_2 - k)! (j_1 - m_1 - k)!}} \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ &\left[\frac{1}{(j_1 + j_2 - j - k)! (j + m_1 - j_2 + k)! (j - j_1 - m_2 + k)!} \right] \end{aligned} \quad (2.10)$$

Où :

$$\begin{aligned} j_1 &= s, j_2 = l, m_1 = m_s, m_2 = m_l, m = m_1 + m_2 \\ m_s &= \pm \frac{1}{2}, -l \leq m_l \leq +l, -j \leq m_j \leq +j \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{cases} m_1 + m_2 \neq m \implies \delta(m_1 + m_2, m) = 0 \\ m_1 + m_2 = m \implies \delta(m_1 + m_2, m) = 1 \end{cases} \quad (2.12)$$

Exemple :

$$\begin{aligned}
n = 1, j_1 = \frac{1}{2}, j_2 = 0, m_1 = \frac{1}{2}, m_2 = 0, m = \frac{1}{2}, j = \frac{1}{2} &\implies C_{\frac{1}{2}00\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = 1 \\
n = 1, j_1 = \frac{1}{2}, j_2 = 0, m_1 = -\frac{1}{2}, m_2 = 0, m = -\frac{1}{2}, j = \frac{1}{2} &\implies C_{\frac{1}{2}00\frac{1}{2}\frac{-1}{2}} = 1 \\
n = 2, j_1 = \frac{1}{2}, j_2 = 1, m_1 = \frac{1}{2}, m_2 = 0, m = \frac{1}{2}, j = \frac{1}{2} &\implies C_{\frac{1}{2}10\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\
n = 2, j_1 = \frac{1}{2}, j_2 = 1, m_1 = -\frac{1}{2}, m_2 = 1, m = \frac{1}{2}, j = \frac{1}{2} &\implies C_{\frac{1}{2}11\frac{1}{2}\frac{-1}{2}} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \\
n = 2, j_1 = \frac{1}{2}, j_2 = 1, m_1 = -\frac{1}{2}, m_2 = 0, m = -\frac{1}{2}, j = \frac{1}{2} &\implies C_{\frac{1}{2}10\frac{1}{2}\frac{-1}{2}} = -\sqrt{\frac{1}{3}} \\
n = 2, j_1 = \frac{1}{2}, j_2 = 1, m_1 = \frac{1}{2}, m_2 = -1, m = -\frac{1}{2}, j = \frac{1}{2} &\implies C_{\frac{1}{2}1-1\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}
\end{aligned}$$

Pour la raie Lyman- alpha les états qui intervient dans cette raie sont $n = 1$ et $n = 2$, et les fonctions d'ondes sans structure fine sont telle que :

$$\Psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(\frac{-Zr}{a_0} \right) \quad (2.13)$$

L'état $n = 2$ est composée de quatre sous niveaux :

$$\Psi_{200} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{Zr}{2a_0} \right) \exp \left(\frac{-Zr}{2a_0} \right) \quad (2.14)$$

$$\Psi_{210} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0} \right) \exp \left(\frac{-Zr}{2a_0} \right) \cos \theta \quad (2.15)$$

$$\Psi_{211} = -\frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0} \right) \exp \left(\frac{-Zr}{2a_0} \right) \sin \theta \exp(i\varphi) \quad (2.16)$$

$$\Psi_{21-1} = \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0} \right) \exp \left(\frac{-Zr}{2a_0} \right) \sin \theta \exp(-i\varphi) \quad (2.17)$$

où : Z est le nombre spectroscopique de l'ion émetteur, a_0 le rayon de Bohr et r, θ, ϕ sont les coordonnées sphérique.

2.4 Calcul des fonctions d'onde dans la base $nls m_s j m_j$

Nous avons calculé les fonctions d'onde dans la base $\langle nls m_s j m_j \rangle$ avec structure fine ; on utilisant les fonctions d'onde dans la base $\langle nlm_l \rangle$ (sans structure fine) on utilisant la formule(2.9).

Nos résultats obtenus sont tels que :

$$\beta_1 : \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} = \Psi_{100} \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(\frac{-Zr}{a_0} \right) \right] \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \frac{R_{10}}{\sqrt{4\pi}} \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \quad (2.18)$$

$$\beta_2 : \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}} = \Psi_{100} \chi_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(\frac{-Zr}{a_0} \right) \right] \chi_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \frac{R_{10}}{\sqrt{4\pi}} \chi_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 : \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} &= \Psi_{200} \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{Zr}{2a_0} \right) \exp \left(\frac{-Zr}{2a_0} \right) \right] \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{R_{20}}{\sqrt{4\pi}} \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 : \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}} &= \Psi_{200} \chi_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{Zr}{2a_0} \right) \exp \left(\frac{-Zr}{2a_0} \right) \right] \chi_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{R_{20}}{\sqrt{4\pi}} \chi_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 : \Psi_{2P_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Psi_{210} \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \Psi_{211} \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0} \right) \exp \left(\frac{-Zr}{2a_0} \right) \cos \theta \right] \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\ &\quad - \sqrt{\frac{2}{3}} \left[-\frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0} \right) \exp \left(\frac{-Zr}{2a_0} \right) \sin \theta \exp(i\varphi) \right] \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{R_{21}}{\sqrt{4\pi}} \cos \theta \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \frac{R_{21}}{\sqrt{4\pi}} \sin \theta \exp(i\varphi) \chi_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned}
\alpha_4 & : \quad \Psi_{2P_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}} = \frac{-1}{\sqrt{3}}\Psi_{210}\chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}}\Psi_{21-1}\chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\
& = \frac{-1}{\sqrt{3}} \left[\frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0}\right) \exp\left(\frac{-Zr}{2a_0}\right) \cos\theta \right] \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\
& \quad + \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0}\right) \exp\left(\frac{-Zr}{2a_0}\right) \sin\theta \exp(-i\varphi) \right] \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\
& = -\frac{R_{21}}{\sqrt{4\pi}} \cos\theta \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \frac{R_{21}}{\sqrt{4\pi}} \sin\theta \exp(-i\varphi) \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \tag{2.23}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_5 & : \quad \Psi_{2P_{\frac{3}{2}\frac{3}{2}}} = \Psi_{211}\chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \left[-\frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0}\right) \exp\left(\frac{-Zr}{2a_0}\right) \sin\theta \exp(i\varphi) \right] \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\
& = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8\pi}} R_{21} \sin\theta \exp(i\varphi) \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \tag{2.24}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_6 & : \quad \Psi_{2P_{\frac{3}{2}\frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{2}{3}}\Psi_{210}\chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Psi_{211}\chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\
& = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0}\right) \exp\left(\frac{-Zr}{2a_0}\right) \cos\theta \right] \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \\
& \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \left[-\frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0}\right) \exp\left(\frac{-Zr}{2a_0}\right) \sin\theta \exp(i\varphi) \right] \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\
& = \frac{R_{21}}{\sqrt{2\pi}} \cos\theta \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} - \frac{R_{21}}{\sqrt{8\pi}} \sin\theta \exp(i\varphi) \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \tag{2.25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_7 & : \quad \Psi_{2P_{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{2}{3}}\Psi_{210}\chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Psi_{21-1}\chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\
& = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0}\right) \exp\left(\frac{-Zr}{2a_0}\right) \cos\theta \right] \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \\
& \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0}\right) \exp\left(\frac{-Zr}{2a_0}\right) \sin\theta \exp(-i\varphi) \right] \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\
& = \frac{R_{21}}{\sqrt{8\pi}} \sin\theta \exp(-i\varphi) \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \frac{R_{21}}{\sqrt{2\pi}} \cos\theta \chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \tag{2.26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_8 & : \quad \Psi_{2P_{\frac{3}{2}}-\frac{3}{2}} = \Psi_{21-1}\chi_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\
& = \left[\frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0} \right) \exp \left(\frac{-Zr}{2a_0} \right) \sin \theta \exp(-i\varphi) \right] \chi_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} \\
& = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8\pi}} R_{21} \sin \theta \exp(-i\varphi) \chi_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} \tag{2.27}
\end{aligned}$$

2.5 Calcul des éléments de matrice d'interaction de la raie Lyman- alpha en presence d'effet Zeeman anormal

Le calcul des éléments de matrice de la raie $Ly - \alpha$ en présence d'effet zeeman anormal se base sur le calcul des termes de l'hamiltonien , ce dernier est décrit dans la théorie de perturbation come opérateur H décrivant le système avec ses diverses interactions.

$$H = H_0 + H_d - eBy\sigma_z \tag{2.28}$$

Remarque 1 *Le terme $eBy\sigma_z$ doit être multiplier par la vitesse pour avoir la même unité de $H_0 + H_d$ (unité de l'énergie).*

Pour faciliter le travail appellant les états du premier groupe ($n = 1$) par : β_1, β_2 et ceux du deuxième groupe($n = 2$) par : $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_8$. Dans la représentation de Liouville la base est composée de 16 éléments (dyades : deux sous niveaux de $n=1$ et de 8 sous niveaux de $n=2$).

Pour la Lyman- alpha : les états $|n, l : j, m_j\rangle$ pour le niveau fondamental $n=1$ sont : $\{\beta_1, \beta_2\} = \left\{ \left| 1, 0 : \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \left| 1, 0 : \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \right\}$

et les états pour le niveau $n = 2$ (8états) :

$$\{\alpha_i\}_{i=1..8} = \left\{ \begin{array}{l} \left| 2, 0 : \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \left| 2, 0 : \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, \left| 2, 1 : \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \left| 2, 1 : \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, \\ \left| 2, 1 : \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle, \left| 2, 1 : \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \left| 2, 1 : \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, \left| 2, 1 : \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle \end{array} \right\} \tag{2.29}$$

Alors les éléments de base de calcul sont :

$$|\beta_1\alpha_1, \beta_1\alpha_2, \beta_1\alpha_3, \beta_1\alpha_4, \beta_1\alpha_5, \beta_1\alpha_6, \beta_1\alpha_7, \beta_1\alpha_8, \beta_2\alpha_1, \beta_2\alpha_2, \beta_2\alpha_3, \beta_2\alpha_4, \beta_2\alpha_5, \beta_2\alpha_6, \beta_2\alpha_7, \beta_2\alpha_8\rangle \tag{2.30}$$

On peut construire la matrice de Liouville :

$$\begin{pmatrix} \beta_1\alpha_1 \dots \beta_1\alpha_8 & \beta_2\alpha_1 \dots \beta_2\alpha_8 \\ \beta_1\alpha_2 \dots \beta_1\alpha_8 & \beta_2\alpha_1 \dots \beta_2\alpha_8 \\ \beta_1\alpha_3 \dots & \beta_2\alpha_8 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \beta_2\alpha_8 \dots & \beta_2\alpha_8 \end{pmatrix}$$

Un élément de matrice de l'opérateur Hamiltonien en représentation de Liouville s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle \beta_i\alpha_j | \overline{H} | \beta_k\alpha_l \rangle &= \langle \beta_i\alpha_j | H \otimes I - I \otimes H | \beta_k\alpha_l \rangle \\ &= \langle \beta_i\alpha_j | H \otimes I | \beta_k\alpha_l \rangle - \langle \beta_i\alpha_j | I \otimes H | \beta_k\alpha_l \rangle \\ &= \langle \beta_i | H | \beta_k \rangle \delta_{jl} - \langle \alpha_j | H | \alpha_l \rangle \delta_{ik} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Les éléments non nuls sont ceux pour lesquels $j = l$ ou bien $i = k$ ou bien les deux (sur la diagonale).

Pour plus de détail (voir Appendix) :

2.6 Calcul d'énergie des niveaux du système

En présence du champ magnétique faible les niveaux d'énergie de nombre quantique j se décompose en $2j + 1$ à cause de ce champ et la valeur d'énergie des niveau résultats est telle que :

$$E_{n j m_j} = E_{nj} - g\mu_B m_j \quad (2.32)$$

μ_B : est le magnéton de Bohr, g : est le facteur de Landé

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.78838263 \times 10^{-5} \text{ eV T}^{-1} \quad (2.33)$$

Exemple : Dans un champ magnétique faible le niveau $1s_{\frac{1}{2}}$ est divisé en deux niveaux suivant les différentes valeurs de $m_j = \pm\frac{1}{2}$, l'écart énergétique entre les deux niveaux résultant est $2\mu_B B$ (fig.2.2).

Le fig.2.3 représente les niveaux d'énergie $1S_{\frac{1}{2}}, 2S_{\frac{1}{2}}, 2P_{\frac{1}{2}}, 2P_{\frac{3}{2}}$ en présence d' un champ magnétique faible

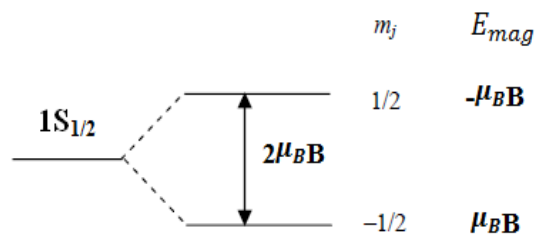


FIG. 2.2 – La différence entre les niveaux d'énergie

	g	m_j	$E_{n_j m_j}$ $= E_{n_j} - g \mu_B B m_j$
$1s_{\frac{1}{2}}$	2	1/2	$E_{1s_{\frac{1}{2}}} - \mu_B B$
		-1/2	$E_{1s_{\frac{1}{2}}} + \mu_B B$
$2s_{\frac{1}{2}}$	2	1/2	$E_{2s_{\frac{1}{2}}} - \mu_B B$
		-1/2	$E_{2s_{\frac{1}{2}}} + \mu_B B$
$2P_{\frac{1}{2}}$	$\frac{2}{3}$	1/2	$E_{2P_{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{3} \mu_B B$
		-1/2	$E_{2P_{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{3} \mu_B B$
$2P_{\frac{3}{2}}$	$\frac{4}{3}$	3/2	$E_{2P_{\frac{3}{2}}} - 2 \mu_B B$
		1/2	$E_{2P_{\frac{3}{2}}} - \frac{2}{3} \mu_B B$
		-1/2	$E_{2P_{\frac{3}{2}}} + \frac{2}{3} \mu_B B$
		-3/2	$E_{2P_{\frac{3}{2}}} + 2 \mu_B B$

FIG. 2.3 – Les niveaux d'énergie en présence d'un champ magnétique est faible

2.7 Résultat et discussion

Nous avons calculé les éléments d'interaction dans l'approximation dipolaire de la raie $Ly - \alpha$ d'un plasma d'ions émetteur hydrogèneoïde de nombre atomique Z et nous avons trouvé les résultats telle que la forme globale de la matrice d'interaction est comme :

	$\beta_1\alpha_1$	$\beta_1\alpha_2$	$\beta_1\alpha_3$	$\beta_1\alpha_4$	$\beta_1\alpha_5$	$\beta_1\alpha_6$	$\beta_1\alpha_7$
$\beta_1\alpha_1$	$E_{B_1} - E_{\alpha_1}$	0	3	4	5	6	7
$\beta_1\alpha_2$	0	$E_{B_1} - E_{\alpha_2}$	19	20	0	22	23
$\beta_1\alpha_3$	33	34	$E_{B_1} - E_{\alpha_3}$	0	0	0	0
$\beta_1\alpha_4$	49	50	0	$E_{B_1} - E_{\alpha_4}$	0	0	0
$\beta_1\alpha_5$	65	0	0	0	$E_{B_1} - E_{\alpha_5}$	0	0
$\beta_1\alpha_6$	81	82	0	0	0	$E_{B_1} - E_{\alpha_6}$	0
$\beta_1\alpha_7$	97	98	0	0	0	0	$E_{B_1} - E_{\alpha_7}$
$\beta_1\alpha_8$	0	114	0	0	0	0	0
$\beta_2\alpha_1$	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_2\alpha_2$	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_2\alpha_3$	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_2\alpha_4$	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_2\alpha_5$	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_2\alpha_6$	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_2\alpha_7$	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_2\alpha_8$	0	0	0	0	0	0	0

où les éléments sont :

$$\begin{aligned}
3 &= -\sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \quad , \quad 4 = -\sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x + iE_y) + \frac{1}{2}iB \right] \\
5 &= \frac{3}{\sqrt{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x - iE_y) - \frac{1}{2}iB \right] \quad , \quad .6 = -\sqrt{6}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \\
7 &= -\sqrt{\frac{3}{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x + iE_y) + \frac{1}{2}iB \right] \\
19 &= -\sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x - iE_y) + \frac{1}{2}iB \right] \quad , \quad 20 = \sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \\
22 &= \sqrt{\frac{3}{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x - iE_y) + \frac{1}{2}iB \right] \quad , \quad 23 = -\sqrt{6}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \\
24 &= -\frac{3}{\sqrt{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x + iE_y) - \frac{1}{2}iB \right] \quad , \quad 33 = -\sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \\
34 &= -\sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x + iE_y) - \frac{1}{2}iB \right] \\
49 &= -\sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x - iE_y) - \frac{1}{2}iB \right] \\
50 &= \sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \quad , \quad 65 = \frac{3}{\sqrt{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x + iE_y) + \frac{1}{2}iB \right] \\
81 &= -\sqrt{6}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \quad , \quad 82 = \sqrt{\frac{3}{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x + iE_y) - \frac{1}{2}iB \right] \\
97 &= -\sqrt{\frac{3}{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x - iE_y) - \frac{1}{2}iB \right] \quad , \quad 98 = -\sqrt{6}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \\
114 &= -\frac{3}{\sqrt{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x - iE_y) + \frac{1}{2}iB \right] \quad , \quad 139 = -\sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \\
140 &= -\sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x + iE_y) + \frac{1}{2}iB \right] \\
141 &= \frac{3}{\sqrt{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x - iE_y) - \frac{1}{2}iB \right] \\
142 &= -\sqrt{6}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \quad , \quad 143 = -\sqrt{\frac{3}{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[q(E_x + iE_y) + \frac{1}{2}ieB \right] \\
155 &= -\sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[q(E_x - iE_y) + \frac{1}{2}ieB \right] \quad , \quad 156 = \sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \\
158 &= \sqrt{\frac{3}{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x - iE_y) + \frac{1}{2}iB \right] \quad , \quad 159 = -\sqrt{6}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \\
160 &= -\frac{3}{\sqrt{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x + iE_y) - \frac{1}{2}iB \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
169 &= -\sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \\
170 &= -\sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x + iE_y) - \frac{1}{2}iB \right] \\
185 &= -\sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x - iE_y) - \frac{1}{2}iB \right] , \quad 186 = \sqrt{3}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \\
201 &= \frac{3}{\sqrt{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x + iE_y) + \frac{1}{2}iB \right] , \quad 217 = -\sqrt{6}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \\
218 &= \sqrt{\frac{3}{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x + iE_y) - \frac{1}{2}iB \right] \\
233 &= -\sqrt{\frac{3}{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x - iE_y) - \frac{1}{2}iB \right] , \quad 234 = -\sqrt{6}\left(\frac{a_0}{Z}\right)qE_z \\
250 &= -\frac{3}{\sqrt{2}}\left(\frac{a_0}{Z}\right)q \left[(E_x - iE_y) + \frac{1}{2}iB \right]
\end{aligned}$$

2.7.1 Les éléments de matrice diagonaux représentent les différences d'énergie tels que :

$$\begin{aligned}
1 &= E_{B_1} - E_{\alpha_1} = -10.2 Z^2 - 1.24 * 10^{-4} Z^4 \\
18 &= E_{B_1} - E_{\alpha_2} = -10.2 Z^2 - 1.24 * 10^{-4} Z^4 - 2\mu_B B \\
35 &= E_{B_1} - E_{\alpha_3} = -10.2 Z^2 - 1.24 * 10^{-4} Z^4 - \frac{2}{3}\mu_B B \\
52 &= E_{B_1} - E_{\alpha_4} = -10.2 Z^2 - 1.24 * 10^{-4} Z^4 - \frac{4}{3}\mu_B B \\
69 &= E_{B_1} - E_{\alpha_5} = -10.2 Z^2 - 1.6 * 10^{-4} Z^4 + \mu_B B \\
86 &= E_{B_1} - E_{\alpha_6} = -10.2 Z^2 - 1.6 * 10^{-4} Z^4 - \frac{1}{3}\mu_B B \\
103 &= E_{B_1} - E_{\alpha_7} = -10.2 Z^2 - 1.6 * 10^{-4} Z^4 - \frac{5}{3}\mu_B B \\
120 &= E_{B_1} - E_{\alpha_8} = -10.2 Z^2 - 1.6 * 10^{-4} Z^4 - 3\mu_B B \\
137 &= E_{B_2} - E_{\alpha_1} = -10.2 Z^2 - 1.24 * 10^{-4} Z^4 + 2\mu_B B \\
154 &= E_{B_2} - E_{\alpha_2} = -10.2 Z^2 - 1.24 * 10^{-4} Z^4 \\
171 &= E_{B_2} - E_{\alpha_3} = -10.2 Z^2 - 1.24 * 10^{-4} Z^4 + \frac{4}{3}\mu_B B \\
188 &= E_{B_2} - E_{\alpha_4} = -10.2 Z^2 - 1.24 * 10^{-4} Z^4 + \frac{2}{3}\mu_B B \\
205 &= E_{B_2} - E_{\alpha_5} = -10.2 Z^2 - 1.6 * 10^{-4} Z^4 + 3\mu_B B \\
222 &= E_{B_2} - E_{\alpha_6} = -10.2 Z^2 - 1.6 * 10^{-4} Z^4 + \frac{5}{3}\mu_B B \\
239 &= E_{B_2} - E_{\alpha_7} = -10.2 Z^2 - 1.6 * 10^{-4} Z^4 + \frac{1}{3}\mu_B B \\
256 &= E_{B_2} - E_{\alpha_8} = -10.2 Z^2 - 1.6 * 10^{-4} Z^4 - \mu_B B
\end{aligned}$$

D'après ces résultats on remarque que la matrice est hermétique.

2.7.2 Calcul du vecteur dipôle

Le vecteur dipôle est de 16 composantes dans la base de dyades $\{\beta_i \alpha_j\}$ est donné par :

$$\begin{aligned}
\vec{d}_{ij} &= \langle \beta_i | \vec{d} | \alpha_j \rangle \\
&= \langle \beta_i | q \vec{r} | \alpha_j \rangle
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Finalement on trouve les composantes du vecteur dipôle tel que :

$$\begin{aligned}
\langle \beta_1 | q \vec{r} | \alpha_1 \rangle &= \vec{0} \quad , \quad \langle \beta_1 | q \vec{r} | \alpha_2 \rangle = \vec{0} \\
\langle \beta_1 | q \vec{r} | \alpha_3 \rangle &= \frac{256}{243\sqrt{6}} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad , \quad \langle \beta_1 | q \vec{r} | \alpha_4 \rangle = \frac{256}{243\sqrt{6}} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} \\
\langle \beta_1 | q \vec{r} | \alpha_5 \rangle &= -\frac{128}{243} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \langle \beta_1 | q \vec{r} | \alpha_6 \rangle = \frac{256}{243\sqrt{3}} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
\langle \beta_1 | q \vec{r} | \alpha_7 \rangle &= \frac{128}{243\sqrt{3}} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \langle \beta_1 | q \vec{r} | \alpha_8 \rangle = \vec{0} \\
\\
\langle \beta_2 | q \vec{r} | \alpha_1 \rangle &= \vec{0} \quad , \quad \langle \beta_2 | q \vec{r} | \alpha_2 \rangle = \vec{0} \\
\langle \beta_2 | q \vec{r} | \alpha_3 \rangle &= \frac{256}{243\sqrt{6}} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \langle \beta_2 | q \vec{r} | \alpha_4 \rangle = -\frac{256}{243\sqrt{6}} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
\langle \beta_2 | q \vec{r} | \alpha_5 \rangle &= \vec{0} \quad , \quad \langle \beta_2 | q \vec{r} | \alpha_6 \rangle = -\frac{128}{243\sqrt{3}} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \\
\langle \beta_2 | q \vec{r} | \alpha_7 \rangle &= \frac{256}{243\sqrt{3}} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad , \quad \langle \beta_2 | q \vec{r} | \alpha_8 \rangle = \frac{128}{243} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Le profil de raie se calcul théoriquement comme suit :

$$I(\omega) = \left(\vec{d}_{ij} \right)^* [I\omega - \overline{H}]^{-1} \left(\vec{d}_{ij} \right) \quad (2.35)$$

Tous les résultats obtenus nous aident à calculer le profil de raie dans la présence du champ magnétique, nous avons élaboré in programme numérique en langage Fortran et nous avons obtenu la raie Lyman- alpha de l'hydrogène à la température $T=3eV$ et pour la densité électronique $N_e = 5.10^{14}cm^{-3}$, nous observons que les niveaux dégénérés pas l'effet de la structure fine sont recouverts et cela revient à la petites différences entres les niveaux de la structure fine, donc l'effet du champ magnétique n'est observable que sur l'intensité du profil (fig.2.4).

Pour la raie Ly- α de l'argent hydrogènoïde à la température $T=1.9.10^9K$ et à la densité $N_e = 10^{24}cm^{-3}$, nous remarquons que la structure fine recouvre les raies dégénérées de l'effet Zeeman(fig.2.5), et on observe que on augmentant la valeur du champ magnétique que l'intensité du profil diminue.

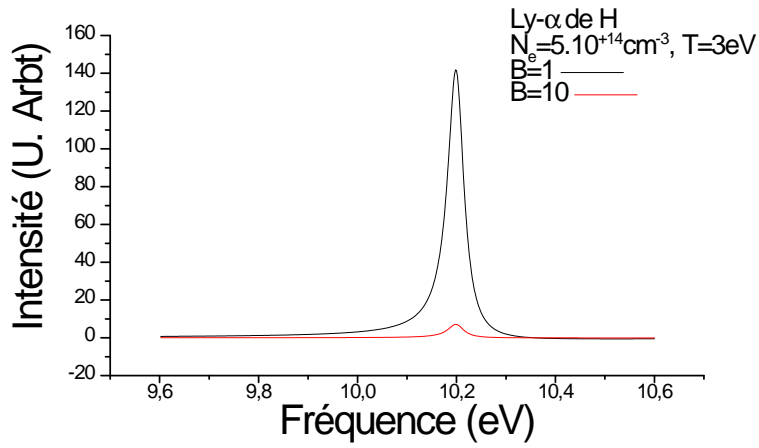


FIG. 2.4 – La raie Ly- α de l'Hydrogène à $T=3\text{eV}$ et $N_e=5.10^{14} \text{cm}^{-3}$ pour différent valeur de B

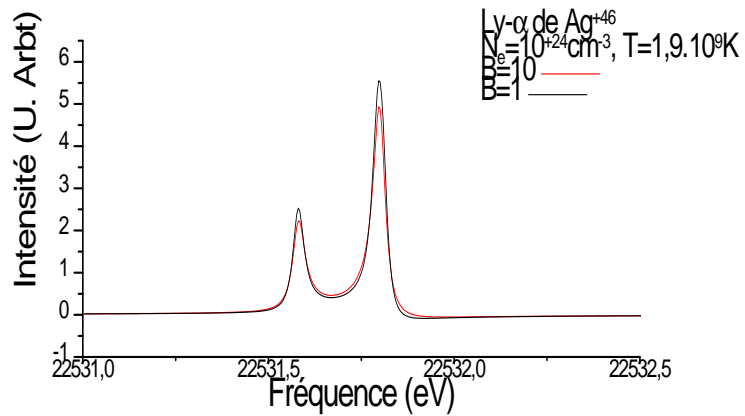


FIG. 2.5 – La raie Ly- α de l' Ag^{+46} à $T=1.9 * 10^9 \text{k}$ et $N_e=10^{24} \text{cm}^{-3}$ pour différent valeur de B



Conclusion générale

2.8 Conclusion générale

Le diagnostic dans les plasmas peut être réalisé et développé par des méthodes spectroscopiques. Le rayonnement émis par un atome ou un ion porte la marque des diverses perturbations qui agissent sur l'émetteur. Ces perturbations se traduisent par un élargissement ; un déplacement ou par une levée de dégénérescences des niveaux. Ce rayonnement est généralement caractérisé par un profil des raies spectrales qui est un moyen important de diagnostic dans les plasmas. L'effet Zeeman contribue à une levée de dégénérescence remarquable et les raies sont multipliées. L'objectif de ce travail est le calcul de l'hamiltonien dans l'espace de Liouville de la raie ($Ly - \alpha$) avec structure fine en présence d'effet Zeeman anormal.

Dans le premier chapitre nous avons présenté quelques définitions sur les plasmas et leur classifications. Nous avons présenté aussi ; quelques paramètres utiles dans l'étude d'un plasma. Les différents types d'élargissement du profil de raie sont aussi présentés. Les interactions entre les particules et le champ magnétique dans les plasmas est développée.

Dans le deuxième chapitre nous avons présenté la méthode du calcul théorique du profil de raie. Nous avons calculé les fonctions d'onde des niveaux ($n = 1, n = 2$) dans la base $|nlsm_sjm_j\rangle$. Nous avons calculé les éléments de matrice d'interaction de la raie Lyman- alpha en présence d'effet Zeeman anormal.

nous avons présenté quelques résultats primaires du profil de raies dans le plasma tel que un plasma d'hydrogène et un plasma d'argent hydrogène et nous avons remarqué que l'effet généraliser notre étude et obtenir d'autres résultats sur d'autres plasma, d'autres raies et d'autres conditions physiques. Le champ magnétique est recouvert par la structure fine et son influence est remarquée sur l'intensité du profil de la raie. Nous continuons la finalisation de notre programme pour d'autres plasma, d'autres raies et d'autres conditions physiques.

Annexe A

Méthode de Calcul

A.1 Fonction d'onde dans la base nlm_l

L'état fondamental 1S : $n = 1, l = 0, m_l = 0$ est représentée par les fonctions radiale $R_{10}(r)$ et sphérique $Y_{00}(\theta, \phi)$ tels que :

$$R_{10}(r) = 2 \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(\frac{-Zr}{a_0} \right) \quad (\text{A.1})$$

$$Y_{00}(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \quad (\text{A.2})$$

Pour l'état 2S et 2P : $n = 2, l = 0, m_l = 0, \pm 1$ ces états sont :

$$R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{Zr}{2a_0} \right) \exp \left(\frac{-Zr}{2a_0} \right) \quad (\text{A.3})$$

et

$$R_{21} = \frac{1}{\sqrt{24}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0} \right) \exp \left(\frac{-Zr}{2a_0} \right) \quad (\text{A.4})$$

En représentant la fonction sphérique $Y_{10}(\theta, \phi)$ et $Y_{1\pm 1}(\theta, \phi)$ sous la forme :

$$Y_{10}(\theta, \phi) = i \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$$

$$Y_{1\pm 1}(\theta, \phi) = \pm i \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta \exp(\pm i\phi)$$

A.2 Calcul des éléments de matrice

Les éléments de base de calcul $\langle nlsjm_j \rangle$ sont telle que :

$$|\beta_1\alpha_1, \beta_1\alpha_2, \beta_1\alpha_3, \beta_1\alpha_4, \beta_1\alpha_5, \beta_1\alpha_6, \beta_1\alpha_7, \beta_1\alpha_8, \beta_2\alpha_1, \beta_2\alpha_2, \beta_2\alpha_3, \beta_2\alpha_4, \beta_2\alpha_5, \beta_2\alpha_6, \beta_2\alpha_7, \beta_2\alpha_8\rangle \quad (\text{A.5})$$

Pour calculer les éléments de matrice de la raie $Ly - \alpha$ nous avons utilisé les coordonnées sphériques.

Les valeurs en coordonnées sphériques sont :

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} r \geq 0 \\ 0 \leq \theta \leq \pi \\ 0 \leq \phi \leq 2\pi \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

L'élément de volume $d\tau$ écrite en coordonnées sphériques :

$$d\tau = d^3r = dx.dy.dz = r \sin \theta dr d\theta d\phi \quad (\text{A.7})$$

Nous avons :

$$\langle \beta_i \alpha_j | L | \beta_k \alpha_l \rangle = \langle \beta_i | H | \beta_k \rangle \langle \alpha_j | I | \alpha_l \rangle - \langle \beta_i | I | \beta_k \rangle \langle \alpha_j | H | \alpha_l \rangle \quad (\text{A.8})$$

si :

$$\begin{cases} \langle \alpha_j | I | \alpha_l \rangle = 0; j \neq l \\ \langle \alpha_k | I | \alpha_l \rangle = 1; j = l \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \langle \beta_i | H_0 | \beta_k \rangle = 0; i \neq k \\ \langle \beta_i | H_0 | \beta_k \rangle = E_{B_{ik}}; i = k \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

L'hamiltonien dans l'approximation dipolaire électrique s'écrit comme :

$$H_d = -\vec{d} \cdot \vec{E} = -q \vec{r} \cdot \vec{E} = -q(xE_x + yE_y + zE_z) \quad (\text{A.10})$$

$$\langle \beta_i | H | \beta_k \rangle = \left\langle \beta_i \left| H_0 - \vec{d} \cdot \vec{E} - eBy\sigma_z \right| \beta_k \right\rangle = \langle \beta_i | H_0 | \beta_k \rangle - q \langle \beta_i | (xE_x + yE_y + zE_z) | \beta_k \rangle - eB \langle \beta_i | y\sigma_z | \beta_k \rangle \quad (\text{A.11})$$

$$\sigma_z |nljm_j\rangle = m_s |nljm_j\rangle \quad (\text{A.12})$$

avec :

$$\begin{cases} \chi_{m_s}^s \times \chi_{m'_s}^s = 1; m_s = m'_s \\ \chi_{m_s}^s \times \chi_{m'_s}^s = 0; m_s \neq m'_s \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

Exemple :

$$\begin{aligned}
\langle \beta_1 \alpha_1 | L | \beta_1 \alpha_4 \rangle &= \langle \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | H | \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | I | \Psi_{2P_{\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}} \rangle \\
&\quad - \langle \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | I | \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | H | \Psi_{2P_{\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}} \rangle \\
&= - \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | H | \Psi_{2P_{\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}} \rangle = - \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | H_0 - \vec{d} \cdot \vec{E} - eBy\sigma_z | \Psi_{2P_{\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}} \rangle \\
&= q \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | (xE_x + yE_y + zE_z) | \Psi_{2P_{\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}} \rangle + eB \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | y\sigma_z | \Psi_{2P_{\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}} \rangle \\
&= q \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \Psi_{2P_{\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}}^* (xE_x + yE_y + zE_z) \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} d\tau \\
&\quad + \frac{1}{2} eB \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | y | \Psi_{2P_{\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}} \rangle \tag{A.14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= q \int_0^\infty \frac{R_{21}R_{20}}{4\pi} r^3 dr \left[\begin{array}{l} E_x \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \int_0^{2\pi} \cos \phi \exp(i\phi) d\phi \\ + E_y \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \int_0^{2\pi} \sin \phi \exp(i\phi) \\ + E_z \int_0^\pi \sin^2 \theta \cos \theta d\theta \int_0^{2\pi} \exp(i\phi) d\phi \end{array} \right] \\
&\quad + \frac{1}{2} eB \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \Psi_{2P_{\frac{1}{2}\frac{-1}{2}}}^* y \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} d\tau \tag{A.15}
\end{aligned}$$

où :

$$\int_0^\infty \frac{R_{21}R_{20}}{4\pi} r^3 dr = -\frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \left(\frac{a_0}{Z} \right) \tag{A.16}$$

$$\begin{aligned}
\langle \beta_1 \alpha_1 | L | \beta_1 \alpha_4 \rangle &= \int_0^\infty \frac{R_{21}R_{20}}{4\pi} r^3 dr \left[\begin{array}{l} \frac{4\pi}{3} qE_x - \frac{4\pi i}{3} qE_y + \frac{1}{2} eB \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \\ \int_0^{2\pi} \sin \phi \exp(i\phi) d\phi \end{array} \right] \\
&= \int_0^\infty \frac{R_{21}R_{20}}{4\pi} r^3 dr \left[\frac{4\pi}{3} qE_x + \frac{4\pi i}{3} qE_y + \frac{2\pi i}{3} eB \right]
\end{aligned}$$

si : $q = ze$, $z = 1$

$$\langle \beta_1 \alpha_1 | L | \beta_1 \alpha_4 \rangle = -\sqrt{3} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \left[(E_x + iE_y) + \frac{1}{2} iB \right] \tag{A.17}$$

A.3 Calcul d'énergie

$$E_{njm_j} = E_{nj} - g\mu_B B m_j$$

avec :

Energie des ions hydrogénoïdes avec la structure fine :

$$E_{nj} = E_n - E_0 \frac{Z^4}{n^4} \alpha^2 \left(\frac{2n}{2j+1} - \frac{3}{4} \right) \quad (\text{A.18})$$

Niveaux d'énergie :

$$E_n = -E_0 \frac{Z^2}{n^2} \quad (\text{A.19})$$

$$E_{1s_{\frac{1}{2}}} = 13.6 \text{ ev}$$

$$E_{2s_{\frac{1}{2}}} = 3.39 \text{ ev}$$

$$E_{2p_{\frac{1}{2}}} = 3.39 \text{ ev}$$

$$E_{2p_{\frac{3}{2}}} = 3.39 \text{ ev}$$

Exemple :

$$\begin{aligned} \langle \beta_1 \alpha_1 | L | \beta_1 \alpha_1 \rangle &= \langle \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | H | \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | I | \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle \\ &\quad - \langle \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | I | \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | H | \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle \\ &= \langle \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | H | \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle - \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | H | \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

où :

$$\begin{cases} \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | I | \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle = 1 & ; \quad \langle \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | I | \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle = 1 \\ \langle \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | H_0 | \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle = E_{B_1} & ; \quad \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | H_0 | \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle = E_{\alpha_1} \end{cases} \quad (\text{A.21})$$

$\langle \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | \vec{d} \cdot \vec{E} | \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle = 0$ Selon les règles de sélection de transition dipolaire (interdite $1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \rightarrow 1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}$) et $\langle \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | eBy\sigma | \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle = 0$

où : $\langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | \vec{d} \cdot \vec{E} | \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle = 0$ Selon les règles de sélection de transition dipolaire (interdite $2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \rightarrow 2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}$) et $\langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | eBy\sigma | \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle = 0$

$$\begin{aligned} \langle \beta_1 \alpha_1 | L | \beta_1 \alpha_1 \rangle &= \langle \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | H_0 | \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle - \langle \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | H_0 | \Psi_{2S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \rangle \\ &= E_{B_1} - E_{\alpha_1} = E_{1s_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} - E_{2s_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \\ &= E_{1s_{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{2} g\mu_B B - E_{2s_{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{2} g\mu_B B \\ &= E_{1s_{\frac{1}{2}}} - E_{2s_{\frac{1}{2}}} = -10.2 Z^2 - 1.24 * 10^{-4} Z^4 \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

A.4 Calcul du vecteur dipole $\langle \beta_i | q \vec{r} | \alpha_j \rangle$

Avec :

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

Exemple :

$$\begin{aligned} \langle \beta_1 | q \vec{r} | \alpha_3 \rangle &= \left\langle \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} | q \vec{r} | \Psi_{2P_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \right\rangle = q \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \Psi_{2P_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}}^* \left(x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} \right) \Psi_{1S_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} d\tau \\ &= q \int_0^\infty \frac{R_{21}R_{10}}{4\pi} r^3 dr \left[\begin{array}{l} \vec{i} \int_0^\pi \sin^2 \theta \cos \theta d\theta \int_0^{2\pi} \cos \phi d\phi \\ + \vec{j} \int_0^\pi \sin^2 \theta \cos \theta d\theta \int_0^{2\pi} \sin \phi d\phi \\ + \vec{k} \int_0^\pi \sin \theta \cos^2 \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \end{array} \right] \quad (\text{A.23}) \end{aligned}$$

où :

$$\int_0^\infty \frac{R_{21}R_{10}}{4\pi} r^3 dr = \frac{1}{4\pi\sqrt{6}} \cdot \frac{768}{243} \left(\frac{a_0}{Z} \right) \quad (\text{A.24})$$

$$\langle \beta_1 | q \vec{r} | \alpha_3 \rangle = \frac{4\pi}{3} q \int_0^\infty \frac{R_{21}R_{10}}{4\pi} r^3 dr = \frac{256}{243\sqrt{6}} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \vec{k} = \frac{256}{243\sqrt{6}} \left(\frac{a_0}{Z} \right) q \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.25})$$

Bibliographie

- [1] L. Ben mebrouk ; Mémoire de Magister, Université de Ouargla, (2003).
- [2] C.perck-winel ; "introduction à la spectroscopic des plasma" ; Gordon et Breach. Science publishers ; INC.NewYork,(1967).
- [3] J. L. Delcroix et A. Bers ; "Physique des Plasma " ; Inter édition, CNRS éditions, Paris,(1994).
- [4] M. T. Meftah ; Thèse de doctorat, Université de Provence, France, (1996).
- [5] S. Sahal-Bréchet ; Astron. Astrophys. **1**, 91 (1969).
- [6] A.Naam ; Mémoire de Magister, Université de Ouargla, (2006).
- [7] A. Ghazel ; Mémoire de master, Université de Ouargla,(2012).
- [8] N.Gouseilles ; Thèse de doctorat ; Institut National des sciences Appliquées, France,(2004).
- [9] S.I chimaru ; "plasma physics" ; Benjamin. Cumming company ; Inc ; Menlo Park. California, (1986).
- [10] D.P.kilcrease ;Ph-D Thesis,University of Florida, (1991).
- [11] F.Khelfaoui ; Cours de master en physique de rayonnement ; Université de Ouargla , (2010-2011).
- [12] K .Chenini ; Mémoire de magister ,Université de Ouargla ,(2000).
- [13] K.Arif ; Mémoire de master, Université de Ouargla,(2013).
- [14] K.Chenini ; Thèse de doctorat, Université de Ouargla, (2011).
- [15] J.Hladik ; "Méanique Quantique'Atomes et Moléules'", Masson, Paris,(1997).
- [16] K.Touati ; "Thèse de Doctorat,Université de Provence Marseille" (France), (2003).
- [17] C.cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloe ;Mécanique quantique Tom II, Hermann, (2000).

ملخص :

ان الخطوط الطيفية وسيلة مهمة للتشخيص في البلازما. فعل زيمان يساهم في تعريض خطوط الطيف وهذا التعريض يعتمد على قيمة الحقل المغناطيسي فإذا كان الحقل ضعيفا: فهو تأثير زيمان الضعيف وفي هذه الحالة يؤثر التفاعل سبين مدار على المستويات 'L' قبل تأثير الحقل المغناطيسي, يحلل الحقل المغناطيسي المستويات 'J' (النتيجة عن التفاعل $\vec{S} \cdot \vec{L}$) الى $2J+1$ مستو و بالتالي تتضاعف الخطوط الطيفية. لقد اظهرنا في هذا العمل حساب الدوال الموجية للمستويات ($n=1, n=2$) في القاعدة $|nljm_jsm_s\rangle$. لقد تم حساب عناصر مصفوفة هاملتون التفاعل للخط ليمان - α بوجود حقل مغناطيسي ضعيف. بعض النتائج عرضت في هذا العمل.

الكلمات الدالة :

بلازما , البنية الدقيقة , فعل زيمان , الهاملتون , الخط ليمان- α .

Résumé :

Les profils des raies spectrales sont un moyen important pour le diagnostic dans les plasmas. L'effet Zeeman contribue à un élargissement des profils de raie, cet élargissement dépend de la valeur du champ magnétique: si le champ est faible alors c'est l'effet Zeeman anormal, dans ce cas l'interaction spin-orbite intervient sur les niveaux 'L' avant l'influence du champ magnétique, le champ magnétique décompose le niveaux 'J' (résultant de l'interaction $\vec{S} \cdot \vec{L}$) à $2J+1$ sous niveaux et les raie seront multipliés . Nous avons montré dans ce travail le calcul des fonctions d'onde de niveaux ($n=1, n=2$) dans la base $|nlsm_jm_j\rangle$. Le calcul des éléments de matrice de l'hamiltonien d'interaction de la raie Lyman- α alpha on présence du champ magnétique faible est réalisé. Quelques résultats sont présentés dans ce travail.

Mots clés : Plasma, Structure fine, Effet Zeeman, Hamiltonien ,La raie Lyman- α .

Abstract:

The spectral lines shapes are an important means for diagnosis in plasmas. The Zeeman effect contributes to a broadening of spectral lines shapes, this broadening depends to a value of the magnetic field ; if the field is weak then this is the anomalous Zeeman effect, in this case the spin-orbit interaction occurs on levels 'L' before the influence of the magnetic field, the magnetic field breaks down the levels 'J' (resulting from the $\vec{S} \cdot \vec{L}$ interaction) to $2J + 1$ sublevels and the line will be multiplied. We have shown in this work the calculating of levels wave functions ($n = 1, n = 2$) in the $|nlsm_jm_j\rangle$ base. The calculation of the Hamiltonian matrix elements of interaction of the Lyman- α on the presence of weak magnetic field is produced . Some results are presented in this work.

Key Ward : Plasma, Fine structure , Zeeman effect, Hamiltonian , The Lyman- α line.