

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA



FACULTE DES HYDROCARBURES ET ENERGIES
RENEVLABLES ET SCIENCES DE LA TERRE ET DE L'UNIVERS

DEPARTEMENT DE FORAGE ET MECANIQUE DES CHANTIERS
PETROLIERS

OPTION : MECANIQUE DES CHANTIERS PETROLIERS

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Master Professionnel

Présenté par :

GOHMES Abd erraouf

BOUNEGAB Abd errezzak

Calcul des arbres
Application au cas de l'arbre-tambour du
Treuil oil well 840E

Devant le jury composé de :

Mr : LEGHRIB Youcef	Président	M . C . B	UKM ouargla
Mr : ABD ESSALEM Yacine	Examineur	M . A . A	UKM ouargla
Mr : BRAHMIA Allaoua	Rapporteur	M . A . A	U K M ouargla

Année universitaire : 2015/2016

Remerciements

En premier lieu, nous tenons à remercier Dieu, notre créateur pour nous avoir donné la force pour accomplir ce travail.

Nous tenons à remercier Pr. BRAHMIA Allaoua notre promoteur pour son grand soutien et ses conseils considérables.

Nous remercions également tous les professeurs du Département de forage et mécaniques des chantiers pétrolier

Que toute personne ayant participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail accepte nos grands et sincères remerciements.





DEDICACE

Je dédie ce mémoire:

-A ma très chère mère

-A mon cher père

Qui ont beaucoup sacrifié pour moi

-A mes frères et Ames très chères sœurs

-A toute ma famille

-A mes camarades sur tout:

Pour conclut, je le dédie à:

Tous les amis de MI et tous les enseignants du La faculte hydrocarbure



Liste des figures :

Figure I.1.a : Arbres de transmission ou de renvoi

Figure I.1.b : Essieu

Figure I.2 : Comparaison entre deux montages d'un engrenage et d'une poulie sur un arbre

Figure II.1 : Élément de surface d'un arbre ayant une contrainte de cisellement τ_{xy} constante et une contrainte normale σ_x alternée

Figure II.2 : Diagramme de sodenberg montrant la ligne de sécurité A-P Parallèle à la ligne de sodenberg et tangente à l'ellipse

Figure II.3 : Approximation du diagramme S-N pour les aciers

Figure II.4 Représente les valeurs de facteur de fini de surface (k_a) en fonction de la limite de rupture S_{ut} .

Figure II.5: Diagramme de Goodman modifié.

Figure II.6 : Relation entre la flèche tangentielle Δ_{AB} , la différence de pente θ_{AB} et le diagramme des M/EI .

Figure II.7 : Forme des courbes élastiques relatives au premier mode de vibration.

Figure II.8 : Montage d'arbre avec deux poulies.

Figure III.1 Schéma définition de l'arbre tambour de treuil oil well 840 E.

Figure III.2 : Embrayage pneumatique de type airflex '38VC1200'.

Figure III.2 : Tamboure de treuil oil well 840-E.

FigureIII.3 : Angle de déflexion.

FigureIII.4 : Schéma de calcul de l'arbre-tambour.

Figure III.5 : La méthode des tronçons.

Figure III.6 : Diagramme du moment fléchissant dans le plan vertical (câble à l'extrémité gauche).

Figure III.7 : Diagramme du moment fléchissant dans le plan vertical (câble à l'extrémité droite).

Figure III.8 : Diagramme du moment fléchissant dans le plan vertical (câble au milieu).

Figure III.9 : Diagramme du moment fléchissant dans le plan horizontal (câble à l'extrémité gauche).

FigureIII.10 : Diagramme du moment fléchissant dans le plan horizontal (câble à l'extrémité droite).

Liste de tableaux

Tableau II.1 : facteurs de charge du code ASME.

Tableau II.2 : facteur de fiabilité correspondant à un écart type 8% pour la limite d'endurance.

Tableau III.1 forces et réactions dans le plan vertical et le plan horizontal.

Tableau III.2 moments fléchissant dans le plan vertical et le plan horizontal.

Introduction.....	1
Chapitre I : généralité sur les arbres	
I.1 Introduction.....	2
I.2 Montage des éléments de machines sur l'arbre.....	3
I.3 Les aciers qui entrent dans la fabrication des arbres.....	3
Chapitre II : méthodes de calcul	
II.1 Introduction.....	5
II.2 Critères de résistance.....	5
II.2.2 Marche à suivre.....	5
II.2.3 Code ASME.....	6
II.2.4 Théorie du cisaillement maximal (code Westinghouse).....	7
II.2.4.1 Calcul de la limite de l'endurance S_e	10
II.2.4.1.1 Expression de la limite d'endurance S_e	11
II.2.4.1.2 Les facteurs affectant sur la limite d'endurance.....	11
II 2.5 Théorie de Von mises- hencky.....	13
II 2.5.1 Diagramme de Goodman modifié	16
II.2.6 Comparaison des trois méthodes.....	17
II.2.7 Conception basé sur les contraintes équivalentes.....	17
II.2.8 Formules de Tresca.....	18
II.3 Critère de la déformation.....	19
II.3.1 Déformation latérale.....	19
II.3.1.1 Méthode de calcul de la déformation latérale.....	19
II.3.2 Déformation en torsion.....	20

II.4 Vitesse critique de rotation.....	21
II.4.1 Vibration latéral.....	21
II.4.2 Vibrations de torsion.....	23
Chapitre III : Dimensionnement de l'arbre tambour	
III.1 Introduction.....	25
III.2 Définition de l'arbre-Tambour.....	25
III.3 Les embrayages qui supportent sur l'arbre-tambour.....	25
III.3.1 Gamme de vitesse de l'arbre tambour.....	26
III.4 Calcul du poids max au crochet.....	26
III.5 Calcul de la force de traction maximale sur le brin actif du câble F_{tmax}	27
III.5.1 Calcul de la résistance effective de traction du câble R_{eff}	27
III.6 Choix du tambour.....	27
III.6.1 Longueur active du câble qui doit enroulé sur le tambour.....	28
III.6.2 Le diamètre extérieur du tambour.....	28
III.6.3Le diamètre intrieur du tambour	28
III.6.4Calcul des diamètres d'enroulement.....	29
III.7 Calcul de l'arbre-tambour.....	30
III.7.1 Calcul des réactions dans le plan vertical.....	30
III.7.2 Calcul des réactions dans le plan horizontal.....	33
III.8 Calcul des moments fléchissant et résultants.....	36
III.8.1 Calcul des moments fléchissant dans le plan vertical.....	36
III.8.2 Calcul des moments fléchissant dans le plan horizontal	40
III.8.2.1 Calcul des moments résultants.....	43

III.9 Calcul des couples de torsion.....	44
III.9.1 Calcul du couple de torsion maximal causé par la force de traction du câble.....	44
III.9.2 Calcul du couple de torsion maximale causée par les chaines.....	45
III.10 Calcul du diamètre de l'arbre –tambour.....	46
III.10.1 Calcul basé sur la méthode ASME.....	46
III.10.2 Calcul de vérification.....	47
III.11Méthode du code Westinghouse.....	47
III.12Méthode de Von Mises-Hencky.....	48
III.11 Discussion des résultats.....	49

Introduction Générale

Les arbres sont des éléments très importants dans la construction des machines, et surtout dans les machines tournantes. Pour cela, le calcul des arbres c'est une étape primordiale pour concevoir une machine.

L'arbre est une pièce rotative ou fixe, normalement de section circulaire, qui supporte des éléments permettant la transmission d'un mouvement ou une puissance d'une partie de la machine à une autre partie.

Suivant le rôle qui lui est dévolu, l'arbre est soumis à des contraintes de flexion, à des contraintes de torsion, ou à un chargement complexe de torsion, de flexion et de charge axiale.

Notre contribution dans ce travail est de réaliser une conception et une vérification de l'arbre-tambour d'un treuil de forage type 840 E, et cela par l'application des méthodes basées sur des critères de résistances (ils existent d'autres critères basés sur la rigidité et d'autres sur la vitesse critique de rotation).

Ce mémoire est divisé en trois grands chapitres. Le premier chapitre se rapporte sur l'étude des types des arbres (généralités sur les arbres). Le deuxième chapitre est consacré à l'indication de différentes méthodes utilisées dans le calcul des arbres. On a abordé dans le troisième chapitre, le dimensionnement de l'arbre-tambour du treuil de forage 840 E par la méthode du code ASME (American Society of Mechanical Engineers), et on a réalisé une vérification du facteur de sécurité par la méthode du code Westinghouse et la méthode de Von Mises-Hencky.

I.1 Introduction

Un arbre est une pièce rotative ou fixe, normalement de section circulaire, qui supporte généralement engrenages, poulies, volants manivelles, pignons de chaîne ou autre élément qui transmettent un mouvement ou une puissance.

L'arbre est un élément de machine le plus fréquemment utilisé, son rôle est multiple : en générale, il sert à transmettre la puissance d'une partie de la machine à une autre partie, à cause de sa géométrie et de ses fonctions, un arbre peut porter différents noms tels que :

- Arbre de transmission : il transmet un couple d'un moteur à une machine ou à un élément de machine.
- Arbre de renvoi : il supporte des éléments des machines (engrenages, poulies, etc.) et il transmet un couple entre chaque élément.



Figure I.1.a : arbres de transmission ou de renvois

- Essieu : arbre stationnaire (axe) ou rotative qui ne transmet pas de couple, c'est-à-dire qui sert au positionnement suivant le rôle qui lui est dévolu, l'arbre est soumis à des contraintes de flexion, à des contraintes de torsion, ou à un chargement complexe de torsion, de flexion et de charge axiale.



Figure I.1.b : Essieu

I.2 Montage des éléments de machines sur l'arbre [1] :

Lorsque l'on conçoit un arbre. L'objectif visé, quel que soit le critère choisi consistera toujours à chercher à obtenir la construction la plus économique possible et la plus sûre. En d'autres termes, il s'agira d'obtenir l'arbre ayant le plus petit diamètre possible. Quelles que soient les données qui ont servi de base au calcul (résistance, rigidité ou vitesse critique), le diamètre de l'arbre est grandement influencé par la distribution des moments fléchissant. Afin de réduire le plus possible ces moments, est avantageux de monter les éléments de transmission le plus près possible des supports de l'arbre. La figure (I.2) illustre deux montages dont l'un est de beaucoup préférable à l'autre certains types d'éléments de transmission, les embrayages et les freins à tambour par exemple, ne produisent pas ou peu de flexion sur les arbres. Leur localisation par rapport aux supports ne revêt donc pas importance primordiale.

Les arbres sont positionnés transversalement et axialement par des coussinets ou des roulements. A noter ; plusieurs éléments de transmission (embrayages, engrenages hélicoïdaux, engrenages coniques, etc.) ainsi que les dilatations thermique, produisant des charges axiales qui peuvent, dans certains cas, être très importantes. Des butées doivent alors être prévues pour reprendre ces charges, même lorsque, théoriquement, l'arbre n'est pas soumis à des charge axiale, en effectuant le montage approprié des roulements.

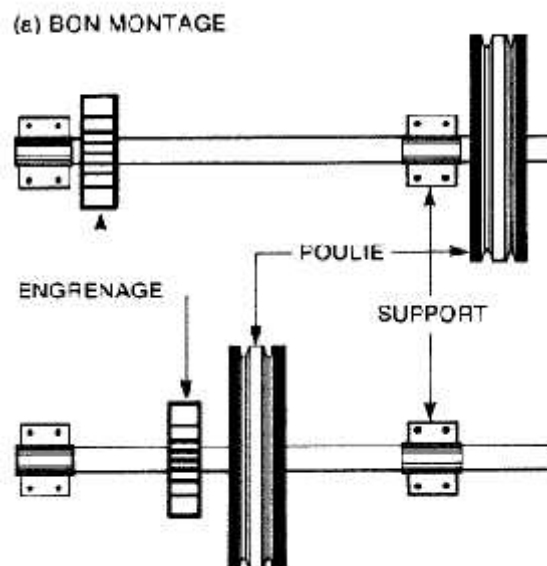


Figure I.2: Comparaison entre deux montage d'un engrenage et d'un poulie sur un arbre

I.3 Les aciers qui entrent dans la fabrication des arbres [1] :

En générale, des aciers ordinaires au carbone, laminés à chaud, entrent dans la fabrication des arbres de transmission et des arbres qui n'ont pas besoin de caractéristiques de résistance particulières [leur pourcentage de carbone varie de 0,15 à 0,30% (UNS G10150 à 10300)]. Les arbres de machine soumis à des charges variables et les arbres tournant à haut vitesse nécessitent des aciers de plus grande résistance, donc des aciers peuvent subir des traitements thermiques (généralement de 0,35% à 0,55% de carbone). Un concepteur verra à consulter les normes SAE ou toutes autres sources pertinentes afin d'obtenir des informations appropriées.

Il est important de noter que la rigidité (de flexion ou de torsion) d'un arbre est directement proportionnelle au produit du module d'élasticité sont pratiquement les mêmes pour tous les aciers, l'augmentation de la rigidité d'un arbre en acier entraîne nécessairement l'augmentation de son diamètre. En d'autres termes, l'acier le plus résistant n'est pratiquement pas plus rigide que l'acier le moins résistant.

Pour remplir certaines fonctions particulières, les arbres peuvent être fabriqués en matériaux autres que les aciers ; alliage d'aluminium ou de titane, matières plastiques renforcées de fibres, alliages de cuivre.

II.1 Introduction

Suivant le rôle qui lui est dévolu, l'arbre est soumis à des contraintes de flexion, à des contraintes de torsion, ou à un chargement complexe de torsion, de flexion et de charge axiale.

On conçoit un arbre en considérant un ou deux des trois critères suivants, ou encore les trois à la fois ; la résistance, la rigidité et la vitesse critique. Le critère choisi dépend de la géométrie et des spécifications imposées par la fonction éventuelle de l'arbre par exemple, on devrait calculer un arbre de turbine à gaz de façon à ce qu'il résiste aux charges et qu'il fonctionne sans vibrations. Par contre, on devrait vérifier la rigide (flèche) d'un arbre supportant des engrenages de grand précision afin d'assurer le fonctionnement adéquat des engrenages [1].

II.2.1 Critères de résistance :

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le diamètre d'un arbre ou pour vérifier la résistance d'un arbre d'un diamètre choisi. Les méthodes que nous verrons sont sûres et leur degré d'exactitude est fonction des facteurs considérés. Toutefois, ces méthodes ne donnent pas nécessairement des résultats identiques[1].

En pratique les arbres sont généralement sollicités par des sollicitations composées qui peuvent être regroupée en deux familles de difficultés, celles qui superposent des sollicitations simples donnant des contraintes de même nature (σ ou τ) dans la même direction comme (flexion + traction) et (torsion + cisaillement), celles qui superposent des contraintes de nature différente (σ avec τ) comme la (flexion + torsion),(torsion + traction), (flexion + traction + torsion), etc.[4].

II.2.2 marche à suivre

Quelle que soit la méthode de calcul employée. La marche à suivre pour résoudre un problème est sensiblement la même. Voici donc les principales étapes [1] :

a-calculer les réactions dans les plans vertical et horizontal.

b-déterminer la répartition des couples de torsion.

c-déterminer la répartition des moments de flexion.

c-1 dans le plan vertical M_v .

c-2 dans le plan horizontal M_h .

d-calculer le moment résultant :

$$M^{rés} = \sqrt{M_v^2 + M_h^2} \quad (II.1)$$

e- déterminer la répartition des charges axiales.

f- déterminé la section critique.

j- calculer le diamètre nécessaire pour résister aux charges de la section critique ou vérifier la sécurité à la section critique (si le diamètre est connu à cet endroit).

II.2.3 code ASME (American society of Mechanical Engineers)[1]:

La méthode du code ASME est simple à employer. C'est un outil très utile lors de la conception car il permet d'évaluer rapidement le diamètre des arbres en utilisant une théorie de limitation statique basée sur le cisaillement maximal.

Le code ASME définit la contrainte admissible comme étant la plus petite des deux valeurs suivantes :

$$S_p = b.(0,18.S_{ut} ; 0,30.S_y) \quad (II.2)$$

b =1 sans concentration de contraintes

b = 0,75 avec concentration de contraintes

Le calcul de la contrainte maximale de cisaillement basé sur le cercle de Mohr se fait avec la formule suivante :

$$\tau = \frac{16}{\pi.d^3} \cdot \sqrt{(C_m M)^2 + (C_t.T)^2} \quad (II.3)$$

:contrainte maximale de cisaillement.

d : diamètre de l'arbre.

C_m, C_t :facteurs de charge (tableau II.1).

M :moment fléchissant résultant maximal.

T :couple de torsion maximal.

Les équations (II.2) et (II.3) peuvent être combinées pour donner une équation utilisée en conception:

$$d = \left\{ \frac{5,1}{Sp} \left[(Cm.M)^2 + (Ct.T)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \tag{II.4}$$

Le facteur de sécurité est implicitement inclus dans le calcul de Sp

Tableau II.1 : facteurs de charge du code ASME

Chargement	C _m	C _t
Arbre stationnaire		
Charge appliquée lentement	1,0	1,0
Charge appliquée rapidement	1,5 – 2,0	1,5 – 2,0
Arbre de transmission ou de renvoi		
Charge constante ou appliquée lentement	1,5	1,0
Chocs mineurs	1,5 – 2,0	1,0 – 1,5
Chocs majeurs	2,0 – 3,0	1,5 – 3,0

II.2.4 théorie du cisaillement maximal (code Westinghouse) [1]:

Dans sa fonction la plus courante, l'arbre est soumis à des contraintes variables dans le temps. Prenons le cas où les charges produisent un moment fléchissant M et un couple de torsion T constants. Même si M est constant. La contrainte à la fibre extérieure fera un cycle complet tension-compression à chaque tour de l'arbre. Par contre, la contrainte de cisaillement due à la torsion demeure constante si T est constant.

la figure II.1 représente les contraintes agissant sur un élément de la surface d'un arbre tournant à la vitesse ω (rd/s) et soumis à des moment de flexion et de torsion constants, supposons qu'un plan P-Q coupe le coin inférieur droit de l'élément, l'angle α entre le plan P-Q et le plan horizontale définit un élément triangulaire.

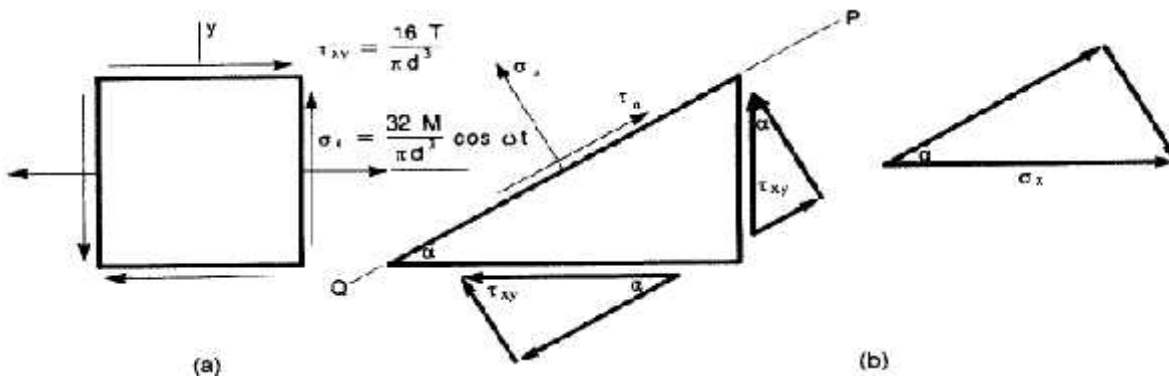


Figure II.1 : Elément de surface d'un arbre ayant une contrainte de cisaillement τ_{xy} constante et une contrainte normale σ_x alternée

Pour pouvoir applique la théorie de la contrainte du cisaillement maximal, il faut déterminer l'orientation (α) du plan le longe duquel la contrainte σ_α sera maximale.

Pour cela, on écrit l'équation d'équilibre des forces sur l'élément triangulaire dans la direction parallèle à P-Q comme suit :

$$\tau_r = \tau_{xy} \cdot (\cos^2(r) - \tau_{xy} \sin^2(r)) - \tau_x \cdot \sin(r) \cdot \cos(r) \tag{II.6}$$

Si on remplace τ_{xy} et σ_x par leur valeur en fonction des moments appliqués, on obtient :

$$\tau_r = \left(\frac{16T}{f \cdot d^3}\right) \cdot \cos(2r) - \left(\frac{16M}{f \cdot d^3}\right) \cdot \sin(2r) \cdot \cos(\check{S}.t) \tag{II.7}$$

En d'autres mots, dans un plan faisant un angle α avec l'horizontale, la contrainte de cisaillement a une composante moyenne

$$\tau_{rm} = \left(\frac{16T}{f \cdot d^3}\right) \cdot \cos(2r) \tag{II.8}$$

et une composante alternée d'amplitude

$$\tau_{rm} = \left(\frac{16M}{f \cdot d^3}\right) \cdot \sin(2r) \tag{II.9}$$

La figure (II.2) représente le diagramme de Soderberg en cisaillement. La contraint de cisaillement maximale peut alors être déterminée au point de contact de la tangente à l'ellipse, parallèle à la ligne de Soderberg.

En utilisant la géométrie analytique, on peut montrer que l'équation de cette tangente s'écrit :

$$\tau_{ra} = -\frac{S_{se}}{S_{sy}} \tau_{rm} + \frac{16}{f \cdot d^3} \cdot S_{se} \cdot \sqrt{\left(\frac{T}{S_{sy}}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}}\right)^2} \tag{II.10}$$

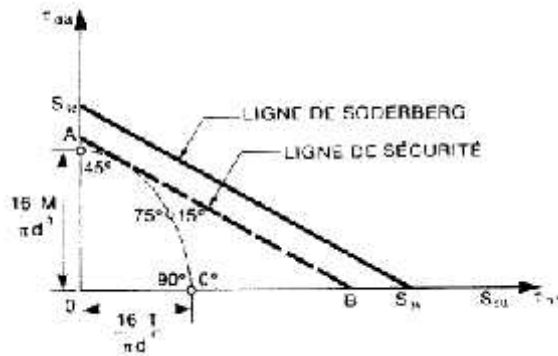


Figure II.2 : diagramme de soderberg montrant la ligne de sécurité A-P Parallèle à la ligne de soderberg et tangente à l'ellipse

Pour déterminé le facteur de sécurité FS en utilisant les triangles semblables figure II.2, comme étant S_{se} / OA :

$$FS = \frac{f \cdot d^3}{16 \cdot \sqrt{(T/S_{sy})^2 + (M/S_{se})^2}} \tag{II.11}$$

S_{sy} : la résistance à l'écoulement en torsion.

S_{se} : la limite d'endurance en torsion.

Pour concevoir un arbre, on isole {d} de cette l'équation et en remplaçant S_{sy} par 0,5 S_y et S_{se} par 0,5 S_e , on obtient :

$$d = \left\{ \frac{32 \cdot FS}{f} \left[\left(\frac{T}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_e}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \tag{II.12}$$

S_y : limite élastique

S_e : limite d'endurance

Pour concevoir un arbre soumis à un moment et un couple variables dans le temps on utilise l'expression suivant :

$$d = \left\{ \frac{32.FS}{\left[\left(\frac{T_a}{S_e} + \frac{T_m}{S_y} \right)^2 + \left(\frac{M_a}{S_e} + \frac{M_m}{S_y} \right)^2 \right]^{1/2}} \right\}^{1/3} \quad (II.13)$$

Ta : couple qui contribuent à la contrainte variable.

Tm : couple qui contribuent à la contrainte statique.

Ma : moment qui contribuent à la contrainte variable.

Mm : moment qui contribuent à la contrainte statique.

L'équation (II.13), appelée « formule du code Westinghouse », peut aussi exprimée en fonction des contraintes :

$$F_s = \frac{1}{\left\{ \left(\frac{a}{0,5.S_e} + \frac{m}{0,5.S_y} \right)^2 + \left(\frac{a}{S_e} + \frac{m}{S_y} \right)^2 \right\}^{1/2}} \quad (II.14)$$

a : contrainte tangentielle alternée symétrique.

σa : contrainte normale alternée symétrique.

m : contrainte tangentielle moyenne.

σm : contrainte normale moyenne.

II.2.4.1 Calcul de la limite d'endurance S_e :

Les valeurs des limites d'endurance. Tout comme celles des résistances à la fatigue pour un nombre donné de cycles. Ne sont pas toujours accessibles aux concepteurs. Les essais de fatigue sur les matériaux ont montré qu'il existe une relation entre la limite de rupture S_u et la limite d'endurance S_e' (figure II.3) dans le cas de l'essai Moore. Bien qu'elle soit approximative. Cette relation permet néanmoins d'évaluer une limite de fatigue en utilisant une limite statique qui est relativement simple à obtenir expérimentalement.

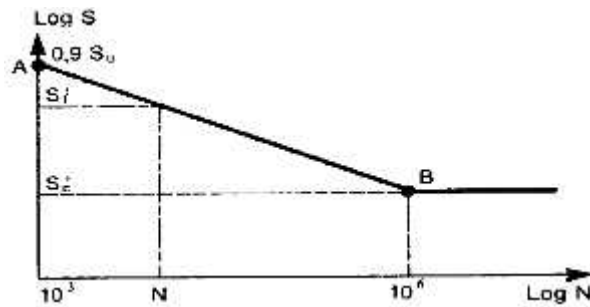


Figure II.3 : approximation du diagramme S-N pour les aciers

Les relations entre S_u et S_e' sont les suivantes:

a) aciers

$$S_e' = 0.5 S_u \text{ pour } S_u \leq 1400 \text{ MPa}$$

$$S_e' = 700 \text{ MPa pour } S_u > 1400 \text{ MPa}$$

b) fontes et aciers coulés

$$S_e' = 0,40 S_u$$

pour $N = 5 \times 10^8$ cycles

$$S_e' = 0,30 S_u \text{ (coulé)}$$

II.2.4.1.1 Expression de la limite d'endurance S_e :

La relation entre les deux limites d'endurances peut être exprimée par :

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \cdot S_e' \quad (\text{II.15})$$

S_e' : la limite d'endurance de l'éprouvette de l'essai Moore.

II.2.4.1.2 les facteurs affectant sur la limite d'endurance [1] :

a) Facteur de fini de surface K_a :

L'influence de fini de surface sur la limite d'endurance des pièces est connue depuis longtemps, si on a la surface d'un éprouvette étant poli, on peut donc prendre la surface poli comme référence pour déterminer l'influence de fini de surface.

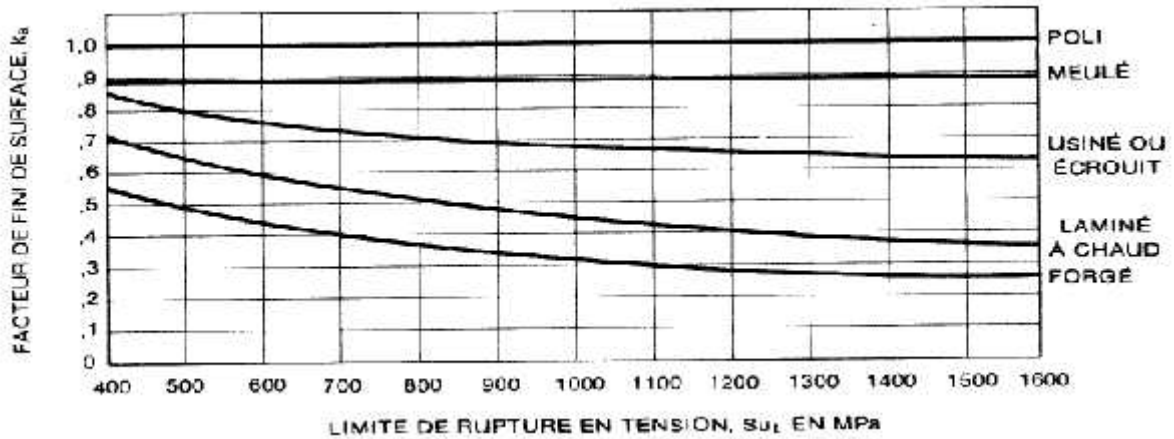


Figure II.4 représente les valeurs de facteur de fini de surface (k_a) en fonction de la limite de rupture S_{ut}

b) Facteur de la grosseur de pièce K_b :

Deux critères sont proposés pour évaluer l'influence de la grosseur des pièces sur la limite d'endurance : le critère de volume relatif et le critère de la dimension caractéristique.

1- Critère du volume relatif :

Pour ce qui est des aciers, il existe une bonne corrélation entre la limite d'endurance et les volumes des régions les plus sollicitées de la pièce et de l'éprouvette normalisée. La relation empirique exponentielle du facteur de grosseur (k_b) peut s'exprimer comme suit :

$$K_b = \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-0,034} \tag{II.16}$$

V = volume de la pièce chargée à 95% ou plus de la contrainte maximale au point désire.

V_0 = volume de l'éprouvette chargée à 95% ou plus de la contrainte maximale.

2-Critère de la dimension caractéristique :

Des résultats expérimentaux suggèrent que les facteurs suivants s'appliquent à des barreaux en torsion ou en flexion :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ pour } d \leq 7,6 \text{ mm} \\ k_b = 0,75 \text{ pour } d > 50 \text{ mm} \\ 0.85 \text{ pour } 7,6 \text{ mm} < d \leq 50 \text{ mm} \end{array} \right.$$

d) Influence de la fiabilité K_c :

Tableau II.2 : facteur de fiabilité correspondant à un écart type 8% pour la limite d'endurance

Fiabilité (R)	Variable normalisée (Z _R)	Facteur de fiabilité (K _c)
0,50	0	1,000
0,90	1,288	0,897
0,95	1,645	0,868
0,99	2,326	0,814
0,999	3,091	0,753
0,9999	3,719	0,702
0,99999	4,265	0,659
0,999999	4,753	0,620
0,9999999	5,199	0,584
0,99999999	5,612	0,551
0,999999999	5,997	0,520

e) Concentration de contraintes en fatigue K_e :

Le facteur de fatigue dépend de la géométrie de la pièce, du mode de chargement et du matériau. Les facteurs de fatigue ne sont pas toujours disponibles mais peuvent être calculé par la formule.

$$K_e = \frac{1}{K_f} \Rightarrow K_f = q.(K_t - 1) + 1 \quad (II.17)$$

K_f : facteur des effets divers.

K_t : facteur de concentration des contraintes.

q : indice de sensibilité.

II 2.5 Théorie de Von Mises- Hencky [1] :

Cette approche utilise la théorie de Von mises, Elle est basée sur l'énergie maximale distorsion et le diagramme de Goodman modifié.

Prenons un arbre en rotation soumise à :

- des contraintes de flexion variables causées par un moment constant.
- des contraintes de cisaillement variable causé par un couple variable.
- des contraintes uni-axiales provenant d'une charge axiale constante.

Contraintes de Von Mises :

L'expérience a démontré qu'une extension à la fatigue de la théorie de limitation basée sur l'énergie de distorsion donnait de bons résultats.

On définit donc les contraintes moyennes σ_m' et les contraintes d'amplitude σ_a' de Von Mises par les relations :

$$\sigma_m' = \sqrt{(\sigma_{Xm})^2 + 3(\tau_{XYm})^2} \tag{II.18}$$

$$\sigma_a' = \sqrt{(\sigma_{Xa})^2 + 3(\tau_{XYa})^2}$$

σ_{xa} : la contrainte normale complètement renversée à la l'axe X.

σ_{xm} : la contrainte normale moyenne à la l'axe X.

τ_{xym} : la contrainte de cisaillement moyenne.

τ_{xya} : la contrainte de cisaillement complètement renversée.

$$\sigma_{xa} = \frac{32.M}{f.d^3} \quad \tau_{xya} = \frac{16.Ta}{f.d^3} \tag{II.19}$$

$$\sigma_{xm} = \frac{4.F}{f.d^2} \quad \tau_{xym} = \frac{16.Tm}{f.d^3} \tag{II.20}$$

F : force axiale constante.

M : moment de flexion constant.

Ta : amplitude de la partie alternée du couple appliqué.

Tm: partie moyenne du couple appliquée.

En remplaçant les valeurs trouvées aux équations (II.19) et (II.20) dans l'équation (II.18), on obtient

$$\sigma_a' = \frac{32}{f.d^3} \sqrt{(M)^2 + \frac{3}{4}(Ta)^2} \tag{II.21}$$

$$\sigma_m' = \frac{32}{f.d^3} \sqrt{\left(\frac{F.d}{8}\right)^2 + \frac{3}{4}(Tm)^2}$$

Le facteur de sécurité FS est obtenu par :

$$FS = \frac{Sa}{\sigma a'} = \frac{Sm}{\sigma m'} \quad (\text{II.22})$$

Sa : résistance à la fatigue alternée.

Sm : résistance à la fatigue moyenne.

Sa ou Sm est calculée en utilisant le diagramme de Goodman modifié (voir explication ci-après) dans lequel la valeur de $(\sigma a' / \sigma m')$ est calculée en prenant les résultats de l'équation (II.21).

Il peut être utile d'obtenir une solution en employant une méthode algébrique uniquement. Pour ce faire, nous pouvons exprimer la limite Se - Su du diagramme de Goodman par la relation :

$$Sa = -\frac{Se}{Su} \cdot Sm + Se \quad (\text{II.23})$$

Su : la limite à la rupture.

En introduisant (II.22) dans (II.23), on obtient :

$$Sm = \frac{Su}{1 + \frac{Su}{Se} \cdot \frac{a'}{m'}} \quad (\text{II.24})$$

Il est possible donc d'obtenir le facteur de sécurité par une des deux équations suivantes :

$$FS = \frac{Sm \cdot \pi \cdot d^3}{32 \sqrt{\left(\frac{F \cdot d}{8}\right)^2 + \frac{3}{4} (Tm)^2}} \quad (\text{II.25})$$

$$FS = \frac{Su \cdot \pi \cdot d^3}{32 \left(1 + \frac{Su}{Se} \cdot \frac{\sigma a'}{\sigma m'}\right) \sqrt{\left(\frac{F \cdot d}{8}\right)^2 + \frac{3}{4} (Tm)^2}}$$

en reportant dans l'équation (II.25) les valeurs de $\sigma a'$ et $\sigma m'$ trouvées en (II.21), on obtient la relation finale de facteur de sécurité :

$$FS = \frac{\pi \cdot d^3}{32 \cdot \left[\frac{\sqrt{\left(\frac{F \cdot d}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \cdot (T_m)^2}}{S_u} + \frac{\sqrt{M^2 + \frac{3}{4} \cdot (T_a)^2}}{S_e} \right]} \quad (II.26)$$

II 2.5.1 diagramme de Goodman modifié[1] :

Le diagramme de Goodman modifié est reproduit à la figure II.5. L'axe horizontal est le lieu géométrique des points où la contrainte complètement renversée est nulle. C'est l'axe de la statique. L'axe vertical est le lieu des contraintes complètement renversées. qu'on appelle aussi l'axe de la fatigue. Le point B (σ_m, σ_a) représente un état de contraintes dans une pièce. La ligne de pente (σ_a / σ_m) s'appelle la ligne de sollicitation.

Maintenant si $\sigma_a = 0$ ($\sigma_a / \sigma_m = 0$), la ligne de sollicitation se confond avec l'axe horizontal, et la valeur limite permise est soit la résistance à l'écoulement S_y . Soit la résistance à la rupture S_{ut} selon le critère choisi. Si $\sigma_m = 0$, la contrainte est complètement renversée, donc limitée par la limite d'endurance S_e . Pour ce qui est d'une vie infinie ou S_f pour ce qui est d'une vie finie.

Le diagramme est donc construit en joignant S_e (ou S_f) à S_{ut} pour une contrainte moyenne positive. En plus, comme la contrainte maximale doit être limitée à l'écoulement le diagramme est limité à S_y , par une droite à 45° . Lorsque la contrainte moyenne est en compression ($\sigma_m < 0$), des observations démontrent que celle-ci n'a pas d'influence sur la valeur de la résistance en fatigue. Par conséquent. le diagramme se réduit à une droite horizontale passant par S_e (ou S_f) et à une droite à 45° qui intercepte les deux axes a une distance S , de l'origine (voir figure II.5).

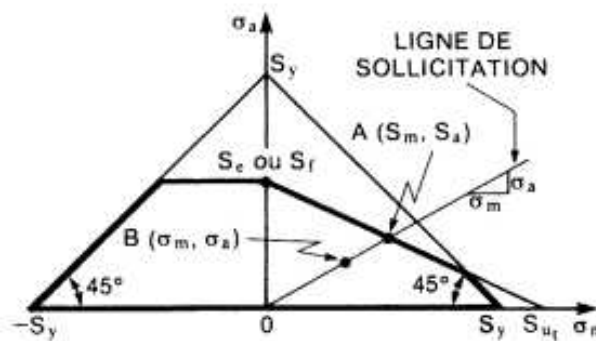


Figure II.5: diagramme de Goodman modifié

Le diagramme de Goodman modifié permet de déterminer la résistance d'une pièce de machine qui subit des contraintes non complètement renversées. On obtient cette résistance en calculant le point de rencontre A (σ_m, σ_a) de la ligne de sollicitation avec la ligne du critère de Goodman.

II.2.6 comparaison des trois méthodes :

La méthode de Von Mises-Hencky est la plus exacte en ce qui concerne la prédiction de rupture. Elle est donc recommandée pour vérifier un arbre qui a déjà été dimensionné ou pour découvrir les raisons d'un bris. Elle a cependant une limite sérieuse : elle ne permet pas généralement de déterminer directement le diamètre d'un arbre lorsqu'on a un chargement et un facteur de sécurité donnés.

Lorsqu'on a à résoudre un problème de conception, on détermine d'abord une première approximation du diamètre en employant la méthode du code ASME, puis on vérifie si le facteur de sécurité est satisfaisant en utilisant la méthode de Von Mises-Hencky.

Lorsque la durée de vie et la fiabilité sont des facteurs moins importants, on peut utiliser la théorie du cisaillement maximal, surtout si le diamètre de l'arbre est l'inconnue. A noter cependant : cette méthode ne va pas nécessairement donner des résultats plus sûrs que la méthode de Von Mises car elle ignore complètement la contrainte normale.

II.2.7 Conception basé sur les contraintes équivalentes [2] :

Connaissant le moment de torsion et celui maximale de flexion, on détermine les contraintes correspondantes. S'agissant de contraintes composée et de matériaux ductiles d'arbre, on utilise le critère de Von mises pour le calcul de la contrainte équivalente.

$$\sigma_{\text{éq}} = \sqrt{\sigma_F^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_T)^2} \leq [\sigma_F] \quad \text{N/mm}^2 \tag{II.27}$$

σ_F : contrainte de flexion en N/mm^2 ($\sigma_F = M_{\text{fmax}} / W_F$; $W_F = \pi \cdot d^3 / 32$)

W_F : module à la résistance en flexion.

τ_T : contrainte de torsion en N/mm^2 ($\tau_T = M_T / W_T$; $W_T = \pi \cdot d^3 / 16$)

W_T : module à la résistance en torsion.

$[\sigma_{\text{éq}}]$: contrainte admissible équivalente en N/mm^2 .

α_0 : rapport de fatigue (d'après Bach).

Ce rapport est supposé être déterminé comme suit :

$\alpha_0 = \sigma_{DAF} / 1,73$. DRT ; quand il s'agit de sollicitations dynamique (en générale la flexion est alternée et la torsion est répétée).

Remarque :

$\alpha_0 = 0,7$ pour les arbres en acier de construction à usage générale.

Lorsque les deux contraintes sont du même type (par exemple la contrainte de flexion et la contrainte de torsion sont ondulées), alors le rapport de fatigue est $\alpha_0 = 1$

La contraint équivalent peut s'écrire sous la forme suivante.

$$\sigma_{\text{éq}} = \frac{32 \cdot M_{\text{éq}}}{\pi \cdot d^3} \leq [\sigma_{\text{éq}}] \quad (\text{II.28})$$

le moment équivalent est donné par :

$$M_{\text{éq}} = \sqrt{M_T^2 + \left(\frac{3}{4}\right) \cdot (\alpha_0 \cdot M_T)^2} \quad (\text{II.29})$$

ainsi, on obtient le diamètre de l'arbre :

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{\text{éq}}}{\pi \cdot [\sigma_{\text{éq}}]}} \quad (\text{II.30})$$

II.2.8 Formules de Tresca [4] :

La formule de Tresca est basée sur des sollicitations composées de type (flexion + torsion) ; cette formule est donnée par :

$$\tau_{\text{max}} = \sqrt{\tau^2 + \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2} \leq \frac{S_y}{2F_s} \quad (\text{II.31})$$

Pour un arbre circulaire de diamètre « d », les contraintes peuvent encore s'écrire ; cas des matériaux ductiles :

$$\tau_{\text{adm}} = \sqrt{\left(\frac{M_f}{4 \cdot I_z} \cdot d\right)^2 + \left(\frac{M_t}{2 \cdot I_0} \cdot d\right)^2} = \left(\frac{16}{\pi \cdot d^3}\right) \cdot \sqrt{M_t^2 + M_f^2} \leq \frac{S_y}{2 \cdot F_s} \quad (\text{II.32})$$

Où :

I_o , I_z : moments quadratiques de la section par rapport aux axes o et z.

$$I_o = 2I_z = d^4/32.$$

M_t : moment de torsion.

II.3 Critère de la déformation [1] :

En plus de transmettre la puissance, les arbres servent à maintenir les positions relatives des divers éléments des machines, la déformation latérale est plus critique lorsque des engrenages sont montés sur un arbre ou lorsque ce dernier est supporté par des paliers à l'huile ou des paliers à l'air, la déformation en torsion peut affecter le synchronisme ou le déphasage des machines entraînées, dans tel cas on détermine en générale la dimension de l'arbre en tenant compte d'abord de sa rigidité et en vérifiant sa résistance.

II.3.1 Déformation latérale:

La déformation latérale généralement permise varie suivant la fonction :

- pour les arbres de transmission : la flèche maximale doit être inférieure 0.08 % de la portée entre les supports.
- pour les arbres de renvoi : doit être inférieure 0.015 %.

II.3.1.1 Méthode de calcul de la déformation latérale :

Il existe plusieurs méthodes pour calculer la déformée d'un arbre, les méthodes d'intégration analytique s'emploient difficilement pour calculer la flèche des arbres à cause de la variation de leur moment d'inertie suivant l'axe longitudinale.

Lorsqu'il faut concevoir des machines, il est souvent plus utile de connaître la flèche ou la pente en un point particulier plutôt que l'équation de la déformée. C'est pourquoi les designers préfèrent employer la méthode des moments d'aire plutôt que les autres méthodes de calcul de la déformée (superposition, intégration graphique, Castigliano et fonctions singulières). Surtout lorsqu'il y a des changements de section.

La méthode des moments d'aire est basée sur deux théorèmes :

Première théorème

1. La différence de pente θ_{AB} entre deux points A et B sur une poutre est égale à la surface au-dessous du diagramme M/EI entre les points A et B ($I = \pi d^4/64$).

2. La flèche tangentielle mesurée verticalement entre un point A sur la poutre et la tangente au point B est égale au premier moment de surface sous le diagramme M/EI par rapport à A.

Deuxième théorème

Le second théorème sert de base au calcul de la flèche à un point donné. C’est une méthode qui est très souvent utilisée car elle est facile à employer et donne le résultat escompté. Ce théorème nous permet de calculer la flèche tangentielle entre la poutre déformée et la tangente à un point donné. En choisissant judicieusement ces points, nous pouvons calculer la flèche de la poutre au point désiré.

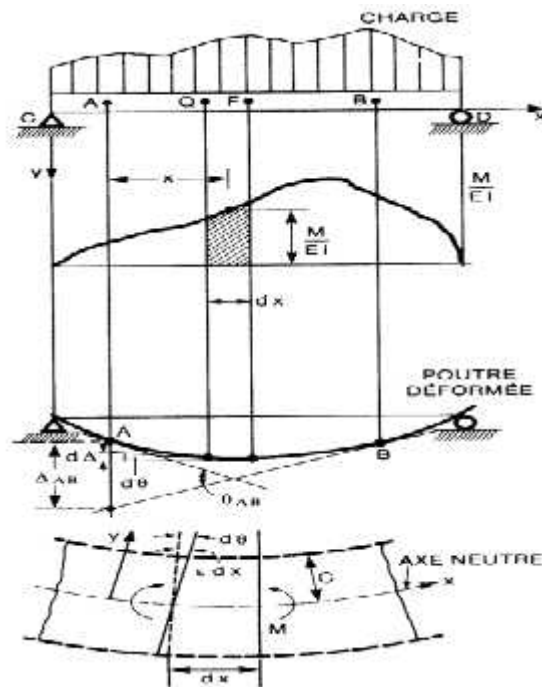


Figure II.6 : relation entre la flèche tangentielle U_{AB} , la différence de pente θ_{AB} et le diagramme des M/EI

II.3.2 Déformation en torsion :

la Déformation généralement permise en torsion dépend de l’utilisation

- pour les arbres de transmission : angle de torsion doit être inférieur à 1° sur une distance à vingt fois le diamètre de l’arbre.
- pour les arbres de renvoi : angle de torsion doit être inférieur à 0.3° par mètre de longueur (charge constante) et à 0.15° par mètre de longueur (charge subite).

La formule la déformation angulaire θ d’un arbre de longueur (L), soumise a un couple de torsion T, peut s’écrire :

$$\theta = \frac{TL}{GJ} \tag{II.33}$$

T - couple de torsion.

L - longueur de l'arbre.

G - module de cisaillement.

J - moment d'inertie polaire.

II.4 Vitesse critique de rotation :

Nous avons vu jusqu'à maintenant deux critères qui permettent de calculer le diamètre d'un arbre. Le troisième critère est la vitesse critique de rotation. C'est la fréquence naturelle de vibrations latérales ou de vibrations de torsion de l'arbre. À de faibles vitesses de rotation, le premier mode est toujours le plus inquiétant. Les autres fréquences de résonance sont des multiples de la fréquence naturelle. À de plus grandes vitesses.

II.4.1 Vibration latérale :

La fréquence de résonance en vibration latérale est fonction de la rigidité du matériau E et du moment d'inertie I. Dans la grande majorité des cas, les arbres sont en acier; donc le diamètre de l'arbre devient la variable qui détermine la fréquence naturelle.

Il existe plusieurs méthodes pour déterminer la fréquence naturelle de vibration d'un arbre mentionnons entre autres la méthode de Rayleigh. Elle est basée sur le principe de la conservation de l'énergie et stipule que, dans un système «conservatif» (amortissement nulle) vibrant à une fréquence naturelle, toutes les masses ont un mouvement harmonique simple et de même fréquence.

Si l'arbre tourne à la vitesse critique (de flexion ou de torsion) ou aux sous-multiples de cette vitesse, il risque de se rompre, car il aura subi des déformations excessives.

Devant cette éventualité, il faut changer soit la vitesse de fonctionnement, soit le diamètre de l'arbre

Dans le cas d'un système «conservant», nous savons que la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique est une constante :

$$K+U=\text{const} \quad (\text{II.34})$$

K : est l'énergie cinétique.

U : est l'énergie potentielle.

Il est donc possible d'écrire en considérant deux phases distinctes de la vibration :

$$K_{\text{max}}=U_{\text{max}} \quad (\text{II.35})$$

Pour un mouvement harmonique on peut écrire pour chacun des points sur l'arbre :

$$X_i = X_{im} \cdot \sin(\omega t) \quad (\text{II.36})$$

La vitesse de déplacement de chaque point du l'arbre :

$$\dot{X}_i = X_{im} \cdot \omega \cos(\omega t) \quad (\text{II.37})$$

Cette dernière équation nous permet de trouver les expressions de l'énergie.

Énergie cinétique maximale :

Soit X_i le mouvement de chaque masse m_i montée sur l'arbre l'énergie maximale est calculé lorsque la vitesse (\dot{X}_i) est maximale:

$$\dot{X}_i = X_{im} \cdot \omega \cos(\omega t) \Rightarrow \dot{X}_{i \max} = \omega \cdot X_{im} \tag{II.38}$$

Donc L'énergie cinétique maximale est :

$$K_{\max} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^j m_i \cdot \dot{X}_i^2 \max = \frac{1}{2} \omega^2 \cdot \sum m_i X_{im}^2 \tag{II.39}$$

ω : la vitesse angulaire de l'arbre,

Énergie potentielle :

L'énergie potentielle maximale est calculée lorsque (x_i) est maximal. Pour un ensemble de j masses, l'énergie devient :

$$U_{\max} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^j P_i \cdot X_{i \max} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^j P_i X_{im} \tag{II.40}$$

P_i sont les forces nécessaires pour causer des déformations x_{im} .

Les forces P_i sont inconnues cependant, les déformations y_i dues aux charges $m_i g$ ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$) sont connues. En utilisant l'hypothèse de Rayleigh : «la forme de l'élastique de l'arbre en vibration est semblable à l'élastique de l'arbre soumis à un chargement statique provenant de la répartition des masses sur l'arbre», on pourra poser :

$$X_{im} = C \cdot Y_i \tag{II.41}$$

Où Y_i est la flèche au point «i» correspondant à l'ensemble des charges $m_i g$, Donc dans le domaine élastique, nous avons en appliquant le principe de linéarité.

$$\frac{X_{im}}{Y_i} = \frac{P_i}{m_i g} \tag{II.42}$$

En se servant de (II.41)

$$\frac{C \cdot Y_i}{Y_i} = \frac{P_i}{m_i g} \tag{II.43}$$

d'où l'on peut tirer $P_i = C m_i g \quad i= 1, 2, \dots, j$

L'énergie cinétique en fonction de y_i :

$$K_{\max} = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{i=1}^j m_i \cdot (C Y_i)^2 \tag{II.44}$$

L'énergie potentielle en fonction de y_i :

$$U_{\max} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^j (C \cdot m_i \cdot g) \cdot (C Y_i) \tag{II.45}$$

En égalant ces deux quantités, nous obtenons

$$K_{\max} = U_{\max} \tag{II.46}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g \cdot \sum m_i \cdot Y_i}{\sum m_i \cdot Y_i^2}} \text{ en (rad/s)} \tag{II.47}$$

L'expression de la fréquence :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \cdot \sum m_i \cdot Y_i}{\sum m_i \cdot Y_i^2}} \tag{II.48}$$

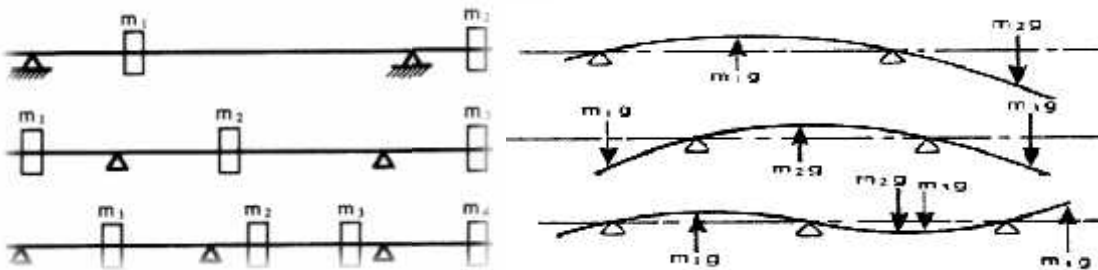


Figure II.7 : forme des courbes élastique relatives au premier mode de vibration

II.4.2 Vibrations de torsion :

La fréquence fondamentale relative aux vibrations de torsion est fonction du module de cisaillement G du matériau dont l'arbre est fait et du moment d'inertie polaire J de la section. Dans la grande majorité des cas, les arbres sont en acier; par conséquent, le diamètre de l'arbre devient la variable qui détermine la fréquence naturelle de vibrations de torsion.

Pour un arbre de longueur L sur lequel sont montées, aux extrémités, deux poulies de moments d'inertie de masse I_1 et I_2 . La vitesse critique de rotation (V_{Cr} , en tours par minute), en utilisant la méthode de Rayleigh est :

$$V_{cr} = \frac{60}{2\pi} \sqrt{\frac{GJ}{L} \cdot \frac{(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}} \quad (\text{II.49})$$

G = module de cisaillement de matériau

J = moment de inertie polaire de la section

$$J = \pi \cdot d^4 / 32$$

I_1 et I_2 : moment d'inertie de deux poulies

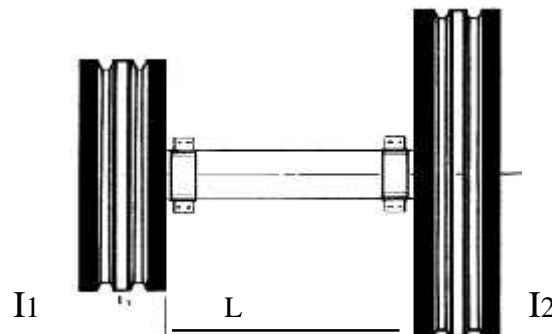


Figure II.8 : montage d'arbre avec deux poulies

III.1 Introduction

Avant de procéder au calcul de l'arbre-tambour, il faut connaître le type de fonctionnement de ce dernier, et cela a pour objectif de bien indiquer les types de sollicitations qui lui subissent et aussi les considérations à tenir en compte. Pour connaître tout cela il faut bien indiquer le mécanisme de travail de l'arbre-tambour. Dans notre cas l'arbre à dimensionné c'est un arbre-tambour d'un treuil de forage 840 E. Dans ce cas, les considérations à tenir en compte, c'est que l'arbre est considéré comme une poutre reposant sur des appuis articulés. L'effet produit par le propre poids de l'arbre et les pièces montées sur celui-ci sont négligées. On peut également négliger les efforts des frottements sur les paliers. L'arbre est sollicité en flexion à cause des forces qui agissent sur l'arbre, et sollicité aussi en torsion, qui est créé par la chaîne de transmission.

Pour le calcul du diamètre de l'arbre, il faut trouver les réactions et les moments fléchissant dans les deux plans (horizontal et vertical), et cela par l'application des règles citées dans le chapitre II (paragraphe II.2.2). Après le calcul du diamètre, on procède au calcul de vérification, et cela par le calcul du facteur de sécurité.

III.2 Définition :

L'arbre tambour (drum shaft) relié à la boîte de vitesse de treuil oil well 840-E avec 2 chaînes à 3 rangs transmettant un mouvement de rotation de 4 vitesses. L'arbre secondaire (cathead shaft) relié à l'arbre tambour par une chaîne à un seul rang, avec deux vitesses de rotation LO 102, HI 195 tr/min[5].

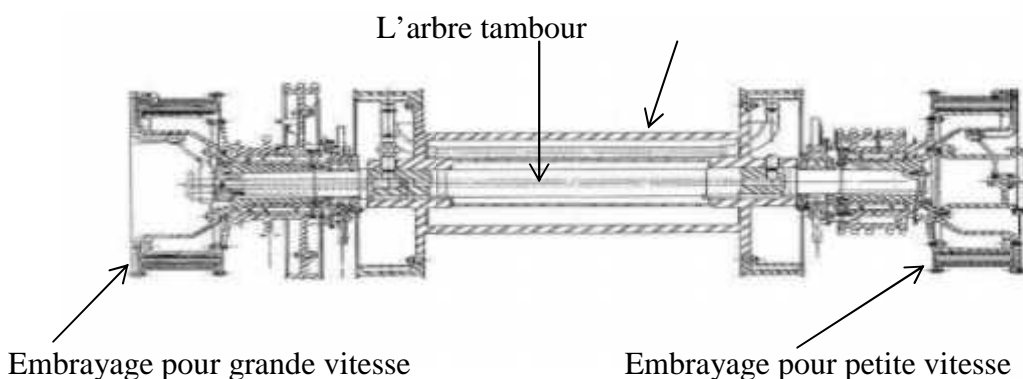


Figure III.1 schéma définition de l'arbre tambour de treuil oil well 840 E

III.3 Les embrayages qui supportent sur l'arbre-tambour :

les embrayages qui supportent sur l'arbre tambour est de type Embrayage pneumatique à sabot (grande vitesse et petite vitesse) sont placés sur les côtés de l'arbre tambour, ils permettent l'accouplement entre l'arbre-tambour et la roue dentée pendant la rotation de celle-ci, ils sont de

type (airflex 38VC1200) dans ce type d'embrayage l'accouplement est assuré grâce à des patins de friction et une chambre à air annulaire .[5]

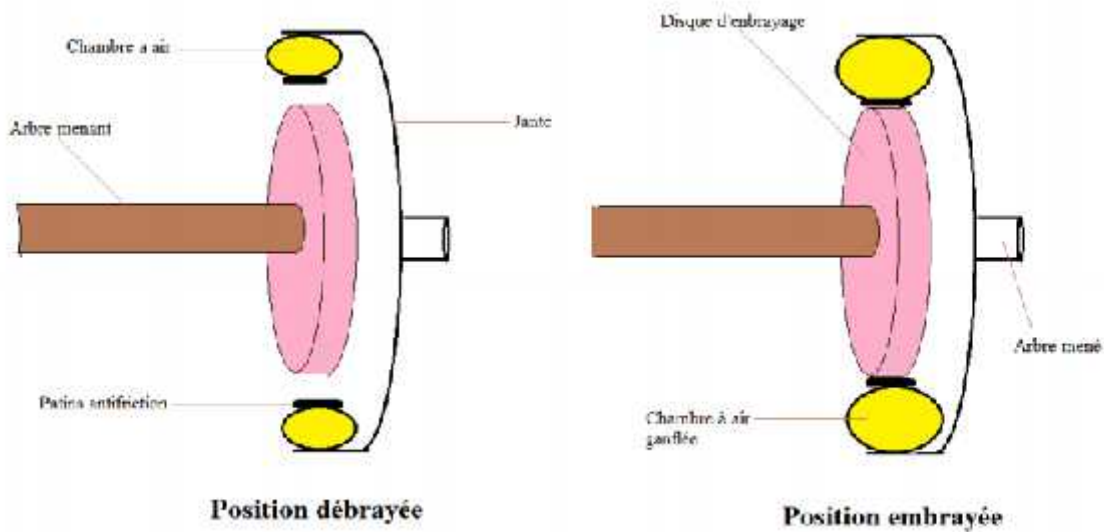


Figure III.2 : embrayage pneumatique de type airflex '38VC1200'

III.3.1 Gamme de vitesse de l'arbre tambour :

L'arbre d'entrée est entraîné l'arbre tambour à quater vitesses comme suivant :

- low-low : $W1 = 65 \text{ tr/min}$
- low-high : $W2 = 105 \text{ tr/min}$
- high-low : $W3 = 243 \text{ tr/min}$
- high-high : $W4 = 393 \text{ tr/min}$

III.4 calcul du poids max au crochet :

$$P_{cr.max} = (F + M_t + P_0) \cdot C_s \tag{III.1}$$

Avec :

On a[5] :

$F = 139.075 \text{ tonnes}$, $M_t = 40 \text{ tonnes}$, $P_0 = 10 \text{ tonnes}$
entre (1.2 et 1.5) Dans notre cas, on prend $C_s = 1,2$

F = le poids de la garniture de forage

M_t = marge de traction

P_0 = poids du moufle et accessoires

C_s = coefficient de sécurité

$$P_{cr.max} = (139,075 + 40 + 10) \cdot 1,2$$

Donc : la charge max au crochet est $P_{cr.max} = 226,89 \text{ tonnes} = 226,89 \cdot 10^4 \text{ N}$

*On a 4 poulies dans le moufle mobile et 5 poulies dans le moufle fixe donc on a 8 brin entre le moufle mobile et le moufle fixe ($R_m = 8$) et un brin actif et un brin mort.

III.5 Calcul de la force de traction maximale sur le brin actif du câble:

$$F_{tmax} = P_{cr} \cdot \max \left(\frac{1}{m \cdot R_m} \right) \tag{III.2}$$

y_m : Rendement du moulage.

Calculons le rendement de moulage y_m :

$$\eta_m = 1 - 0,01 \cdot R_m \tag{III.3}$$

$$\text{On a : } R_m = 8 \Rightarrow \eta_m = 1 - 0,01 \cdot 8 = 0,92$$

$$F_{tmax} = 226,89 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{1}{0,92 \cdot 8} \right) = 308,275 \cdot 10^3 \text{ N}$$

III.5.1 Calcul de la résistance effective de traction du câble R_{eff} :

$$R_{eff} = K_s \cdot F_{tmax} \tag{III.4}$$

K_s : coefficient de sécurité :

- ✓ - En manœuvre : 3
- ✓ - En descente de tubage : 2
- ✓ - En instrumentation : 2

$$R_{eff} = 2 \cdot 308,27 \cdot 10^3 = 616,54 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Câble de forage[5] :

- Diamètre 1" 3/8
- Nuance d'acier : EIPS
- Marque: IWRC
- Résistance de rupture minimale : 75.7 T

Donc le câble utilisé possède une résistance nominale supérieure à la charge utile.

III.6 choix du tambour :

Le tambour de treuil de forage 840-E représente une virole ronde de 28'' .52'' (diamètre. Longueur) avec deux poulies de frein 50'' .10'' (diamètre. Largeur) sur chaque côté, fabriqué en acier pour moulage E36, le tambour est réalisé en pièces coulées d'un seule bloc avec des cannelures peuvent porter un câble de diamètre 1''^{1/8}, un tel constructeur permet d'obtenir un tambour léger, rigide et solide[5]



Figure III.2 : tambour de treuil oil well 840-E

III.6.1 longueur active du câble qui doit enroulé sur le tambour :

$$L_{\text{active}} = L_{\text{long}} \cdot R_m \quad (\text{III.5})$$

L_{long} : La longueur de 3 tiges formant une longueur de tiges, et la longueur de tige est égale 9m

$$L_{\text{active}} = 27 \cdot 8 = 216\text{m}$$

III.6.2 le diamètre exterieur du tambour :

D'après le diamètre du câble déterminé, il ressort que le diamètre du tambour doit être de :

$$D_{\text{t.ex}} = (20 \dots 30) \cdot d_c \quad (\text{III.6})$$

d_c : diamètre de câble de forage

$$d_c = 34,92 \text{ mm}$$

Donc ;

$$20 \cdot 34,92 \leq D_{\text{t.ex}} \leq 30 \cdot 34,92$$

$$698,4 \leq D_{\text{t.ex}} \leq 1047,6$$

Le diamètre du tambour d'un treuil OILWELL 840E est :

$$D_{\text{t.ex}} = 28'' (711,2\text{mm})$$

III.6.3 le diamètre intrieur du tambour :

$$D_{\text{t.in}} = D_{\text{t.ex}} - 2\delta \quad (\text{III.7})$$

: épaisseur du tambour

$$= 40,5 \text{ mm}$$

$$D_{t.in} = 711,2 - 2 \cdot 40,5 = 630\text{mm}$$

III.6.4 calcul des diamètres d'enroulement :

$$D_{enr} = D_t + d_c(2Z - 1) \cdot \alpha \tag{III.8}$$

: Coefficient tenant compte de la déformation transversale du câble lors de son enroulement sur le tambour. On prend $\alpha = 0,96$

Z : le nombre de couches de câble

d_c : diamètre de câble

$$Z=1 : D_{enr.min} = 711,2 + 34,92 (2 \cdot 1 - 1) \cdot 0,96 = 744,72 \text{ mm}$$

$$Z=2 : D_{enr.moy} = 711,2 + 34,92 (2 \cdot 2 - 1) \cdot 0,96 = 811,5 \text{ mm}$$

$$Z=3 : D_{enr.max} = 711,2 + 34,92 (2 \cdot 3 - 1) \cdot 0,96 = 878,81 \text{ mm}$$

Angle de déflexion } :

$$L_t = 2 \cdot H \cdot \text{tg} \} \Rightarrow \} = \text{arctg} \cdot \frac{L_t}{2H} \tag{III.9}$$

: angle de déflexion du câble

H : hauteur du mat = 41,45 m

L_t : La longueur du tambour du treuil = 52''

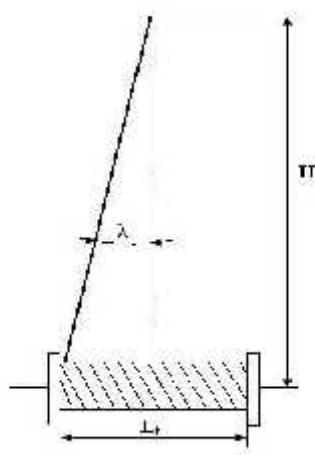


Figure III.3 : angle de déflexion

On a: H = 41,45m

L_t = 1,320m (OILWELL 840E)

$$\} = \arctg \cdot \frac{1,32}{2.41,45} = 0,92^\circ \leq 1^\circ$$

III.7 Calcul de l'arbre-tambour :

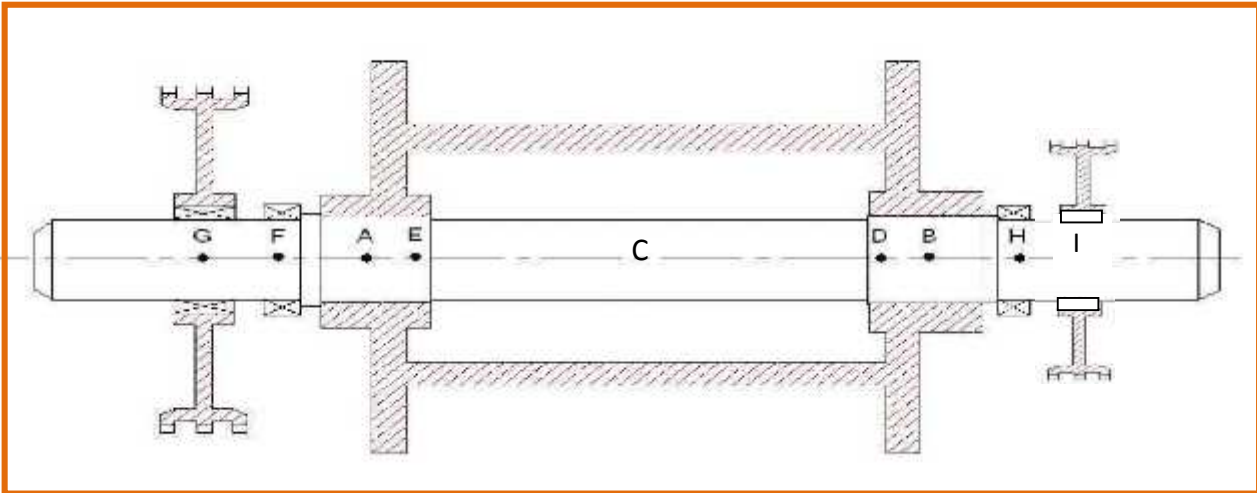


Figure III.4 : schéma de calcul de l'arbre-tambour

La distance	GF	FA	AE	ED	DB	BH	HI
La valeur en (mm)	158	285	60	1320	60	285	158

III.7.1 Calcul des réactions dans le plan vertical :

Calcul des réactions dans les points A et B :

Pour ce plan, on considère (3) positions du brin actif, quand il est aux extrémités et au milieu du tambour. De même on considère que la valeur de ($F_t \max$) est répartie entre les deux moyeux seulement.

1^{ière} cas : le câble se trouve à l'extrémité gauche du tambour :

[AE] = 60mm

[EB] = 1380mm

[AB] = 1440mm



$$\overset{\rightarrow}{\Sigma M(F)/B} = 0 \Rightarrow R_{a1} = \frac{F_{t,max} \cdot EB}{AB} = \frac{308,27 \cdot 10^3 \cdot 1380}{1440} \Rightarrow R_{a1} = 295,42 \cdot 10^3 N$$

$$\overset{\rightarrow}{\Sigma M(F)/A} = 0 \Rightarrow R_{b1} = \frac{F_{t,max} \cdot AE}{AB} = \frac{308,27 \cdot 10^3 \cdot 60}{1440}$$

$$R_{b1} = 12,84 \cdot 10^3 N$$

2^{ème} cas : câble de forage se trouvant à l'extrémité droite du tambour :

$$[DB] = 60 \text{ mm}$$

$$[DA] = 1380 \text{ mm}$$

$$[AB] = 1440 \text{ mm}$$



$$\overset{\rightarrow}{\Sigma M(F)/B} = 0 \Rightarrow R_{a2} = \frac{F_{t,max} \cdot DB}{AB} = \frac{308,27 \cdot 10^3 \cdot 60}{1440}$$

$$R_{a2} = 12,84 \cdot 10^3 N$$

$$\overset{\rightarrow}{\Sigma M(F)/A} = 0 \Rightarrow R_{b2} = \frac{F_{t,max} \cdot DA}{BA} = \frac{308,27 \cdot 10^3 \cdot 1380}{1440}$$

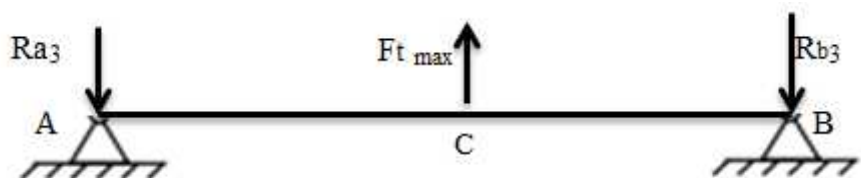
$$\Rightarrow R_{b2} = 295,42 \cdot 10^3 N$$

3^{ème} cas/câble se trouvant au milieu de tambour :

$$[AC] = 720 \text{ mm}$$

$$[CB] = 720 \text{ mm}$$

$$[AB] = 1440 \text{ mm}$$



$$R_{a3} = R_{b3} = \frac{F_{t \max}}{2} \Rightarrow R_{a3} = R_{b3} = \frac{308,27 \cdot 10^3}{2} = 154,13 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$R_{a3} = R_{b3} = 154,13 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Calcul des réactions dans les points H et F :

1^{ère} cas : le câble se trouvant à l'extrémité gauche du tambour :

$$[FA] = 285 \text{ mm}$$

$$[AB] = 1440 \text{ mm}$$

$$[BH] = 285 \text{ mm}$$



$$\sum M(F)/H = 0 \Rightarrow R_{F1}^{ver} = \frac{R_{a1} \cdot AH + R_{b1} \cdot BH}{FH}$$

$$R_{F1}^{ver} = \frac{295,42 \cdot 10^3 \cdot 1725 + 12,84 \cdot 10^3 \cdot 285}{2010} \quad R_{F1}^{ver} = 255,35 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\sum M(F)/F = 0 \Rightarrow R_{H1}^{ver} = \frac{R_{a1} \cdot AF + R_{b1} \cdot BF}{HF}$$

$$R_{H1}^{ver} = \frac{295,42 \cdot 10^3 \cdot 285 + 12,84 \cdot 10^3 \cdot 1725}{2010} \quad R_{H1}^{ver} = 52,91 \cdot 10^3 \text{ N}$$

2^{ème} cas : le câble se trouvant à l'extrémité droit du tambour :

$$[FA] = 285 \text{ mm}$$

$$[AB] = 1440 \text{ mm}$$

$$[BH] = 285 \text{ mm}$$



$$\sum M(F)/H = 0 \Rightarrow R_{F2}^{ver} = \frac{R_{a2} \cdot AH + R_{b2} \cdot BH}{FH}$$

$$R_{F2}^{ver} = \frac{12,84 \cdot 10^3 \cdot 1725 + 295,42 \cdot 10^3 \cdot 285}{2010} \quad R_{F2}^{ver} = 52,91 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\Sigma M(\vec{F})/F = \vec{0} \Rightarrow R_{H2}^{ver} = \frac{R_{a2} \cdot AF + R_{b2} \cdot BF}{HF}$$

$$R_{H2}^{ver} = \frac{12,84 \cdot 10^3 \cdot 285 + 295,42 \cdot 10^3 \cdot 1725}{2010} \quad R_{H2}^{ver} = 255,35 \cdot 10^3 \text{ N}$$

3^{eme} cas : Câble se trouvant au milieu du tambour :

$$[FA] = 285\text{mm}$$

$$[AB] = 1440\text{mm}$$

$$[BH] = 285\text{mm}$$



$$\Sigma M(\vec{F})/F = \vec{0}$$

$$\Rightarrow R_{H3}^{ver} = \frac{R_{a3} \cdot AF + R_{b3} \cdot BF}{FH}$$

$$R_{H3}^{ver} = \frac{154,13 \cdot 10^3 \cdot 285 + 154,13 \cdot 10^3 \cdot 1725}{2010} \quad R_{H3}^{ver} = 154,13 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\Sigma M(\vec{F})/H = \vec{0} \Rightarrow R_{F3}^{ver} = \frac{R_{a3} \cdot AH + R_{b3} \cdot BH}{FH}$$

$$R_{F3}^{ver} = \frac{154,13 \cdot 10^3 \cdot 1725 + 154,13 \cdot 10^3 \cdot 285}{2010} \quad R_{F3}^{ver} = 154,13 \cdot 10^3 \text{ N}$$

III.7.2 Calcul des réactions dans le plan horizontal :

Dans ce plan la seule force qui agit sur l'arbre tambour est la force de la chaîne (F_{ch}).

$$F_{ch} = 1,15 \cdot K_s \cdot F_t \tag{III.10}$$

Avec :

F_t = effort tangentiel utile transmis par la chaîne

$K_s = 1$: coefficient de sécurité minimum pour la chaîne

$$F_t \cdot D_{poulie} = F_{t \max} \cdot D_{en. \max} \Rightarrow F_t = \frac{F_{t \max} \cdot D_{en. \max}}{D_{poulie}} \tag{III.11}$$

1^{ère} cas : la chaîne se trouvant à l'extrémité gauche du tambour (gronde poulie) :

On a :

$$D_{p1} = 1,342 \text{ m} \text{ et } D_{en,max} = 0,878 \text{ m}$$

$$F_t = \frac{308,27 \cdot 10^3 \cdot 0,878}{1,342} = 201,68 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F_{chl} = 201,68 \cdot 1,115 \cdot 10^3 = 231,93 \cdot 10^3 \text{ N}$$

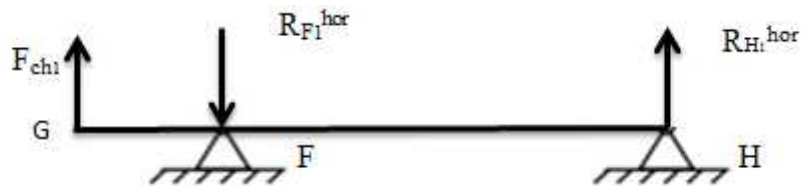
$$F_{chl} = 231,93 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Donc On calcule les réactions :

$$[GF] = 158 \text{ mm}$$

$$[GH] = 2168 \text{ mm}$$

$$[FH] = 2010 \text{ mm}$$



$$\sum M(\vec{F})/H = \vec{0} \Rightarrow R_{F1}^{hor} = \frac{F_{chl} \cdot GH}{FH}$$

$$\Rightarrow R_{F1}^{hor} = \frac{231,93 \cdot 10^3 \cdot 2168}{2010} \Rightarrow R_{F1}^{hor} = 250,16 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow R_{H1}^{hor} = R_{F1}^{ver} - F_{chl} \quad R_{H1}^{hor} = 18,23 \cdot 10^3 \text{ N}$$

2^{ème} cas : la chaîne se trouvant à l'extrémité droite du tambour (petite poulie) :

On a :

$$[IH] = 158 \text{ mm}$$

$$[HF] = 2168 \text{ mm}$$

$$D_{p2} = 0,695 \text{ m}$$



$$F_{t2} = \frac{308,27 \cdot 10^3 \cdot 0,878}{0,695} = 389,44 \cdot 10^3 N$$

$$F_{ch2} = 1,15 \cdot 389,44 \cdot 10^3 = 447,85 \cdot 10^3 N$$

$$F_{ch2} = 447,85 \cdot 10^3 N$$

On calcule les réactions :

$$\Sigma M(\vec{F})/F = \vec{0} \Rightarrow R_{H2}^{hor} = \frac{F_{ch2} \cdot IF}{HF} \Rightarrow R_{H2}^{hor} = \frac{447,85 \cdot 10^3 \cdot 2168}{2010}$$

$$R_{H2}^{hor} = 483,05 \cdot 10^3 N$$

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow R_{F2}^{hor} = R_{H2}^{hor} - F_{ch2} \Rightarrow R_{F2}^{hor} = 483,05 \cdot 10^3 - 447,85 \cdot 10^3$$

$$R_{F2}^{hor} = 35,2 \cdot 10^3 N$$

Tableau III.1 forces et réactions dans le plan vertical et le plan horizontal

		P _{b.max} [KN]	P _{ch} [KN]	R _a [KN]	R _b [KN]	R _F [KN]	R _H [KN]
Plan vertical	1 ^{er} cas	308,27		295,42	12,84	255,35	52,85
	2 ^{ème} cas			12,84	295,42	52,85	255,35
	3 ^{ème} cas			154,13	154,13	154,14	154,14
Plan horizontal	1 ^{er} cas		231,93			250,14	18,23
	2 ^{ème} cas		447,9			35,2	483

III.8 Calcul des moments fléchissant et résultants :

L'arbre tambour est soumis à la flexion dans toutes les positions du brin actif est de même que pour les réactions ; on doit calculer les moments de flexions suivant les 3 positions du brin actif. Pour

calculer les moments fléchissant en utilise la méthode des tronçons comme il est indiqué par la figure III.5

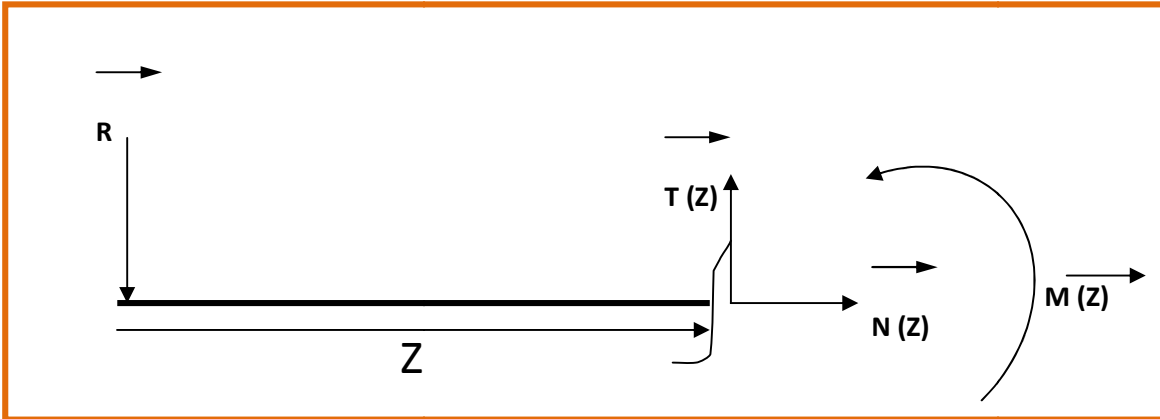
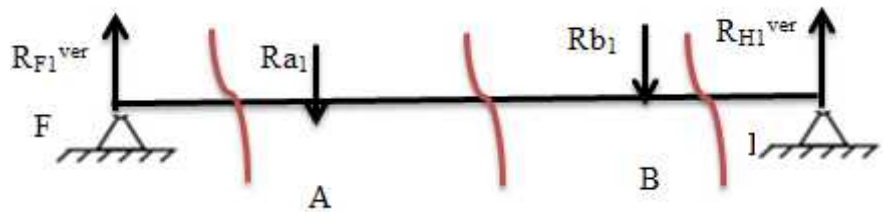


Figure III.5 : La méthode des tronçons

III.8.1 Calcul des moments fléchissant dans le plan vertical :

1^{er} cas : le câble se trouvant à l'extrémité gauche du tambour



Tronçon [FA] : $0 \leq Z \leq 0,285 \text{ m}$

$$M_{fl1}^{ver} = -R_{F1}^{ver} \cdot Z \Rightarrow \begin{cases} \text{pour } Z = 0\text{m} \rightarrow M_{fl1}^v(F) = 0 \\ \text{pour } Z = 0,285 \text{ m} \rightarrow M_{fl1}^v(A) = -255,35 \cdot 10^3 \cdot 0,285 \end{cases}$$

$$M_{fl1}^{ver}(A) = -72,77 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

Tronçon [AB] : $0,285\text{m} \leq Z \leq 1,725\text{m}$

$$M_{fl1}^{ver} = -R_{F1}^{ver} \cdot Z + R_{a1}(Z - 0,285)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{pour } Z=0,285 \text{ m} \rightarrow M_{fl}^{ver}(A) = -72,77 \cdot 10^3 \text{ N.m} \\ \text{pour } Z=1,005 \text{ m} \rightarrow M_{fl}^{ver}(C) = -255,35 \cdot 10^3 \cdot 1,005 + 295,42 \cdot 10^3 (1,005 - 0,285) \\ \text{pour } Z=1,725 \text{ m} \rightarrow M_{fl}^{ver}(B) = -255,35 \cdot 10^3 \cdot 1,725 + 295,42 \cdot 10^3 (1,725 - 0,285) \end{cases}$$

$$M_{fl1}^{ver}(C) = -43,92 \cdot 10^3 \text{ N.m} \quad M_{fl1}^{ver}(B) = -15,07 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

Tronçon [BH] : 1,725m ≤ Z ≤ 2010m

$$M_{fl1}^{ver} = -R_{F1}^{ver} \cdot Z + Ra_1(Z - 0,285) + Rb_1(Z - 1,725)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{pour } Z = 1,725 \text{ m} \Rightarrow M_{fl1}^{ver}(B) = -255,35 \cdot 10^3 \cdot 1,725 + 295,42 \cdot 10^3 \cdot 1,44 + 12,84 \cdot 10^3 \cdot 0 \\ \Rightarrow M_{fl1}^{ver}(B) = -15,05 \cdot 10^3 \text{ N.m.} \\ \text{pour } Z = 2,010 \text{ m} \Rightarrow \\ M_{fl1}^{ver}(H) = -255,35 \cdot 10^3 \cdot 2,010 + 295,42 \cdot 10^3 \cdot 1,725 + 12,84 \cdot 10^3 \cdot 0,285 \\ \Rightarrow M_{fl1}^{ver}(H) = 0 \end{cases}$$

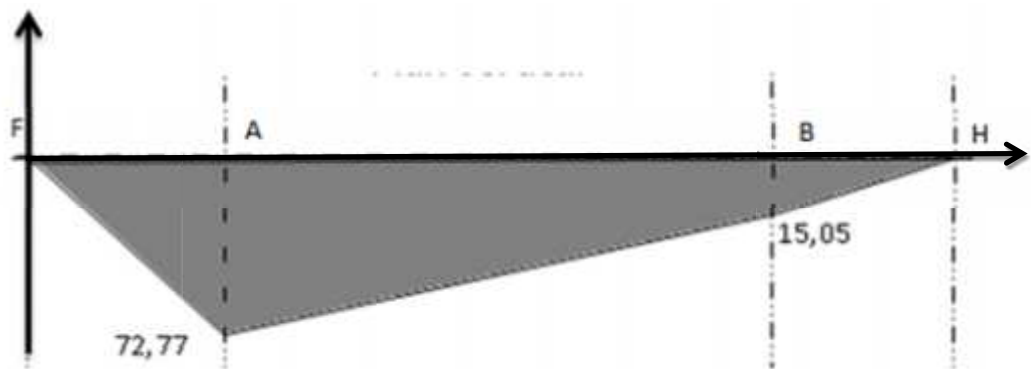


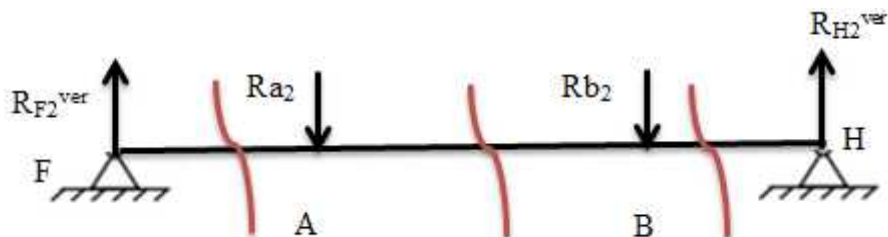
Figure III.6 diagramme du moment fléchissant dans le plan vertical (câble à l'extrémité gauche)

2^{ème} cas : câble se trouvant l'extrémité droite du tambour :

$$Ra_2 = 12,84 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$Rb_2 = 295,42 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$R_F^{ver} = 52,91 \cdot 10^3$$



Tronçon [FA] : 0m ≤ Z ≤ 0,285m

$$M_{fl_2}^{ver} = -R_{F_2}^{ver} \cdot Z$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{pour } Z = 0\text{m} \Rightarrow -52,85 \cdot 10^3 \cdot 0 \Rightarrow M_{fl_2}^v(F) = 0 \\ \text{pour } Z = 0,285 \text{ m} \Rightarrow M_{fl_2}^v(A) = -52,85 \cdot 10^3 \cdot 0,285 \Rightarrow M_{fl_2}^{ver}(A) = -15,06 \cdot 10^3 \text{ N.m} \end{cases}$$

Tronçon [AB] : $0,285\text{m} \leq Z \leq 1,725\text{m}$

$$M_{fl_2}^{ver} = -R_{F_2}^{ver} \cdot Z + Ra_2(Z - 0,285)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{pour } Z = 0,285 \text{ m} & M_{fl_2}^{ver}(A) = -15,06 \cdot 10^3 \text{ N.m} \\ \text{pour } Z = 1,005 \text{ m} & M_{fl_2}^{ver}(C) = -52,85 \cdot 10^3 \cdot 1,005 + 12,84 \cdot 10^3 (1,005 - 0,285) \\ \text{pour } Z = 1,725 \text{ m} & M_{fl_2}^{ver}(B) = -52,85 \cdot 10^3 \cdot 1,725 + 12,84 \cdot 10^3 (1,725 - 0,285) \end{cases}$$

$$M_{fl_2}^{ver}(C) = -43,86 \cdot 10^3 \text{ N.m} \quad M_{fl_2}^{ver}(B) = -72,77 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

Tronçon [BH] : $1,725\text{m} \leq Z \leq 2,010\text{m}$

$$M_{fl_2}^{ver} = -R_{F_2}^{ver} \cdot Z + Ra_2(Z - 0,285) + Rb_2(Z - 1,725)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{pour } Z = 1,725 \text{ m} \Rightarrow M_{f_2}^{ver}(B) = -72,77 \cdot 10^3 \text{ N.m} \\ \text{pour } Z = 2,010\text{m} \\ M_{f_2}^{ver}(H) = -52,85 \cdot 10^3 \cdot 2,010 + 12,84 \cdot 10^3 \cdot 1,725 + 295,42 \cdot 10^3 \cdot 0,285 \\ \Rightarrow M_{f_2}^{ver}(H) \approx 0\text{N.m} \end{cases}$$

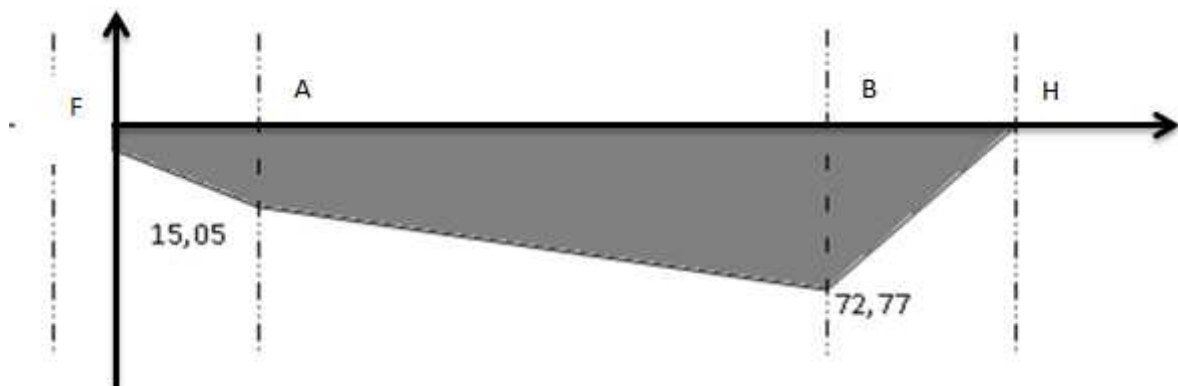
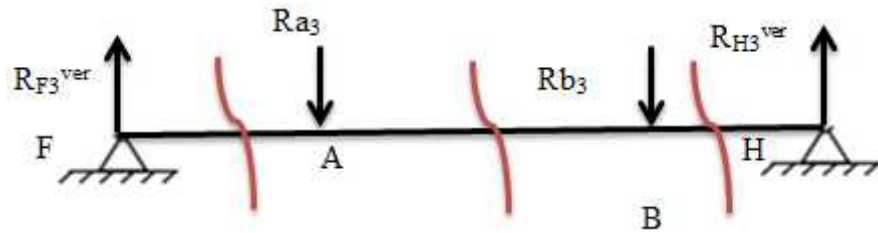


Figure III.7 diagramme du moment fléchissant dans le plan vertical (câble à l'extrémité droite)

3^{ème} cas : le câble se trouvant au milieu de tambour :



Tronçon [FA] : $0m \leq Z \leq 0,285m$

$$M_{fl3}^{ver} = -R_{F3}^{ver} \cdot Z \Rightarrow \begin{cases} \text{pour } Z = 0 \rightarrow M_{fl3}^v(F) = 0 \\ \text{pour } Z = 0,285 \text{ m} \rightarrow M_{f3}^v(A) = -154,14 \cdot 10^3 \cdot 0,285 \end{cases}$$

$$M_{fl3}^{ver}(A) = -43,92 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

Tronçon [AB] : $0,285m \leq Z \leq 1,725m$

$$M_{fl3}^{ver} = -R_{F3}^{ver} \cdot Z + R_{a3}(Z - 0,285)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{pour } Z = 0,285 \text{ m} \rightarrow M_{f3}^{ver}(A) = -43,92 \cdot 10^3 \text{ N.m} \\ \text{pour } Z = 1,005 \text{ m} \rightarrow M_{fl3}^{ver}(C) = -154,14 \cdot 10^3 \cdot 1,005 + 154,13 \cdot 10^3 (1,005 - 0,285) \\ \text{pour } Z = 1,725 \text{ m} \rightarrow M_{f3}^{ver}(B) = -154,14 \cdot 10^3 \cdot 1,725 + 154,13 \cdot 10^3 (1,725 - 0,285) \end{cases}$$

$$M_{fl3}^{ver}(B) = -43,94 \cdot 10^3 \text{ N.m} \quad M_{f31}^{ver}(C) = -43,93 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

Tronçon [BH] : $1,725m \leq Z \leq 2,010m$

$$M_{fl3}^{ver} = -R_{F3}^{ver} \cdot Z + R_{a3}(Z - 0,285) + R_{b3}(Z - 1,725)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{pour } Z = 1,725 \text{ m} & M_{fl3}^{ver}(B) = -43,94 \cdot 10^3 \text{ N.m} \\ \text{pour } Z = 2,010 \text{ m} & M_{fl3}^{ver}(H) = 0 \end{cases}$$

$$M_{fl3}^{ver}(H) = 0 \text{ N.m}$$



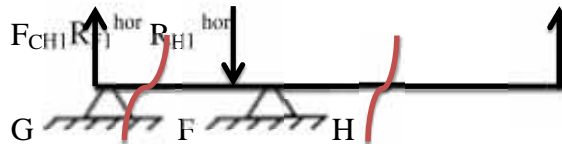
Figure III.8 diagramme du moment fléchissant dans le plan vertical (câble au milieu)

III.8.2 Calcul des moments fléchissant dans le plan horizontal :

1^{er} cas : la chaîne se trouvant à l'extrémité gauche du tambour (gronde poulie) :

$$[GF] = 158 \text{ mm}$$

$$[FH] = 2010 \text{ mm}$$



Tronçon [GF] : $0 \leq Z \leq 0,158$

$$M_{fl1}^{hor} = F_{ch1} \cdot Z \Rightarrow \begin{cases} \text{pour } Z=0 \rightarrow M_{fl1}^{hor}(G) = 0 \\ \text{pour } Z=0,158 \rightarrow M_{fl1}^{hor}(F) = 231,93 \cdot 10^3 \cdot 0,158 = 36,64 \cdot 10^3 \text{ Nm} \end{cases}$$

$$M_{fl1}^{hor}(F) = 36,64 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

Tronçon [FH] : $0,185\text{m} \leq Z \leq 2,160\text{m}$

$$M_{fl1}^{hor} = F_{ch} \cdot Z - R_{F1}^{hor} (Z - 0,158)$$

$$\Rightarrow M_{fl1}^{hor} = 231,93 \cdot 10^3 \cdot Z - 250,16 \cdot 10^3 (Z - 0,158)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{pour } Z = 0,158 \rightarrow M_{fl1}^{hor} (F) = 36,64 \cdot 10^3 \text{ N.m} \\ \text{pour } Z = 0,443 \rightarrow M_{fl1}^{hor} (A) = 31,44 \cdot 10^3 \text{ N.m} \\ \text{pour } Z = 1,163 \rightarrow M_{fl1}^{hor} (C) = 18,32 \cdot 10^3 \text{ N.m} \\ \text{pour } Z = 1,883 \rightarrow M_{fl1}^{hor} (B) = 5,19 \cdot 10^3 \text{ N.m} \\ \text{pour } Z = 2,16 \rightarrow M_{fl1}^{hor} (H) = 0 \text{ N.m} \end{cases}$$

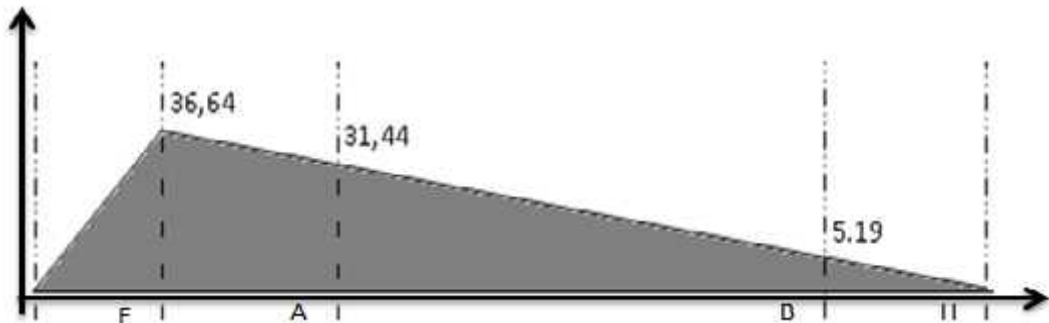
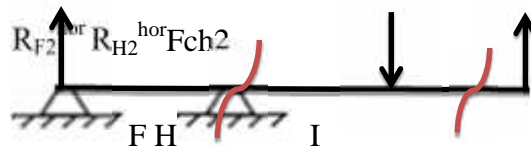


Figure III.9 diagramme du moment fléchissant dans le plan horizontal (câble à l'extrémité gauche)

2^{ème} cas : la chaîne se trouvant à l'extrémité droite du tambour (petite poulie)

[IH] = 158 mm

[HF] = 2010 mm



Tronçon [GF] : $0m \leq Z \leq 0,158m$

$$M_{fl2}^{hor} = F_{ch2} \cdot Z$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{pour } Z=0 \rightarrow M_{f2}^{hor} (I) = 0 \\ \text{pour } Z=0,158 \rightarrow M_{f2}^{hor} (H) = 447,9 \cdot 10^3 \cdot 0,158 = 70,76 \cdot 10^3 \text{ Nm} \end{cases}$$

$$M_{fl2}^{hor} (H) = 70,76 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

Tronçon [FH] : $0,185m \leq Z \leq 2,160m$

$$M_{fl2}^{hor} = F_{ch2} \cdot Z - R_{H2}^{hor} (Z - 0,158)$$

$$\Rightarrow M_{fl2}^{hor} = 447,9 \cdot 10^3 \cdot Z + 483 \cdot 10^3 (Z - 0,158)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{pour } Z = 0,158 \rightarrow M_{f_2}^{\text{hor}} (H) = 70,76 \cdot 10^3 \text{ N.m} \\ \text{pour } Z = 0,443 \rightarrow M_{f_2}^{\text{hor}} (B) = 60,76 \cdot 10^3 \text{ N.m} \\ \text{pour } Z = 1,163 \rightarrow M_{f_2}^{\text{hor}} (C) = 35,49 \cdot 10^3 \text{ N.m} \\ \text{pour } Z = 1,883 \rightarrow M_{f_2}^{\text{hor}} (A) = 10,22 \cdot 10^3 \text{ Nm} \\ \text{pour } Z = 2,16 \rightarrow M_{f_2}^{\text{hor}} (F) = 0 \cdot \text{N.m} \end{array} \right.$$

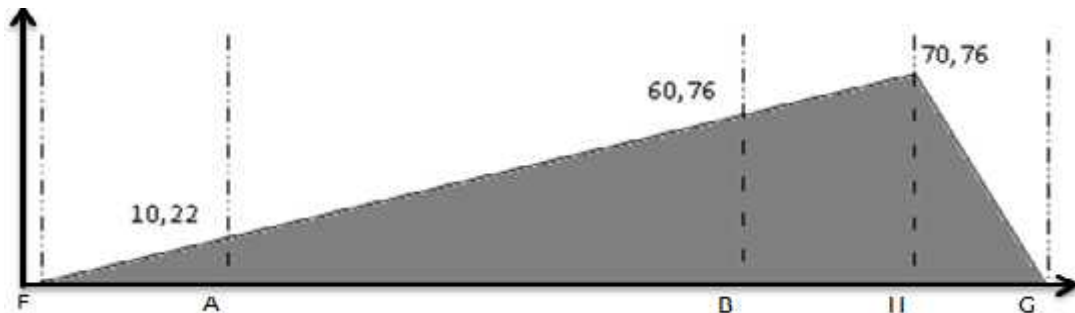


Figure III.10 diagramme du moment fléchissant dans le plan horizontal (câble à l'extrémité droite)

Tableau III.2 moments fléchissant dans le plan vertical et le plan horizontal

		$M_f(A)$ [KN.m]	$M_f(B)$ [KN.m]	$M_f(C)$ [KN.m]	$M_f(F)$ [KN.m]	$M_f(H)$ [KN.m]	$M_f(G)$ [KN.m]	$M_f(I)$ [KN.m]
Plan vertical	1 ^{er} cas	72,77	15,06	43,92	0	0		
	2 ^{ème} cas	15,06	72,77	43,86	0	0		
	3 ^{ème} cas	43,92	43,92	43,92	0	0		
Plan horizontal	1 ^{er} cas	31,44	5,19	18,32	36,64	0	0	
	2 ^{ème} cas	10,22	60,76	35,49	0	70,76		0

III.8.2.1 Calcule des moments résultants :

1^{er} étape : la chaîne se trouvant à l'extrémité gauche du tambour (grande poulie) :

1^{er} CAS : câble se trouvant à l'extrémité gauche du tambour :

$$a) M_{fl}^{res}(A) = \sqrt{(M_{fl1}^{ver}(A))^2 + (M_{fl1}^{hor}(A))^2} = \sqrt{72,77^2 + 31,44^2} \cdot 10^3 = 79,27 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$b) M_{fl}^{res}(C) = \sqrt{(M_{fl1}^{ver}(C))^2 + (M_{fl1}^{hor}(C))^2} = \sqrt{43,92^2 + 18,32^2} \cdot 10^3 = 47,58 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$c) M_{fl}^{res}(B) = \sqrt{(M_{fl1}^{ver}(B))^2 + (M_{fl1}^{hor}(B))^2} = \sqrt{15,07^2 + 5,19^2} \cdot 10^3 = 15,93 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

2^{eme} CAS : câble se trouvant à l'extrémité droite du tambour :

$$a) M_{fl}^{res}(A) = \sqrt{(M_{fl2}^{ver}(A))^2 + (M_{fl1}^{hor}(A))^2} = \sqrt{15,06^2 + 31,44^2} \cdot 10^3 = 34,86 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$b) M_{fl}^{res}(C) = \sqrt{(M_{fl2}^{ver}(C))^2 + (M_{fl1}^{hor}(C))^2} = \sqrt{43,86^2 + 18,32^2} \cdot 10^3 = 47,53 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$c) M_{fl}^{res}(B) = \sqrt{(M_{fl2}^{ver}(B))^2 + (M_{fl1}^{hor}(B))^2} = \sqrt{72,77^2 + 5,19^2} \cdot 10^3 = 72,95 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

3^{eme} CAS : câble se trouvant au milieu du tambour :

$$a) M_{fl}^{res}(A) = \sqrt{(M_{fl3}^{ver}(A))^2 + (M_{fl1}^{hor}(A))^2} = \sqrt{43,92^2 + 31,44^2} \cdot 10^3 = 54,01 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$b) M_{fl}^{res}(C) = \sqrt{(M_{fl3}^{ver}(C))^2 + (M_{fl1}^{hor}(C))^2} = \sqrt{43,93^2 + 18,32^2} \cdot 10^3 = 47,59 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$c) M_{fl}^{res}(B) = \sqrt{(M_{fl3}^{ver}(B))^2 + (M_{fl1}^{hor}(B))^2} = \sqrt{43,94^2 + 5,19^2} \cdot 10^3 = 44,24 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

2^{eme} cas : la chaîne se trouvant à l'extrémité droite du tambour (petite poulie) :

1^{er} CAS : câble se trouvant à l'extrémité gauche du tambour :

$$a) M_{fl}^{res}(A) = \sqrt{(M_{fl1}^{ver}(A))^2 + (M_{fl2}^{hor}(A))^2} = \sqrt{72,77^2 + 10,22^2} \cdot 10^3 = 73,48 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$b) M_{fl}^{res}(C) = \sqrt{(M_{fl1}^{ver}(C))^2 + (M_{fl2}^{hor}(C))^2} = \sqrt{43,92^2 + 39,49^2} \cdot 10^3 = 56,46 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$c) M_{fl}^{res}(B) = \sqrt{(M_{fl1}^{ver}(B))^2 + (M_{fl2}^{hor}(B))^2} = \sqrt{15,07^2 + 60,76^2} \cdot 10^3 = 62,60 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

2^{eme} CAS : câble se trouvant à l'extrémité droite du tambour :

$$a) M_{fl}^{res}(A) = \sqrt{(M_{fl2}^{ver}(A))^2 + (M_{fl2}^{hor}(A))^2} = \sqrt{15,06^2 + 10,22^2} \cdot 10^3 = 18,20 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$b) M_{fl}^{res}(C) = \sqrt{(M_{fl2}^{ver}(C))^2 + (M_{fl2}^{hor}(C))^2} = \sqrt{43,86^2 + 39,49^2} \cdot 10^3 = 56,46 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$c) M_{fl}^{res}(B) = \sqrt{(M_{fl2}^{ver}(B))^2 + (M_{fl2}^{hor}(B))^2} = \sqrt{72,77^2 + 60,76^2} \cdot 10^3 = 94,80 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

3^{eme} CAS : câble se trouvant au milieu du tambour :

$$a) M_{fl}^{res}(A) = \sqrt{(M_{fl3}^{ver}(A))^2 + (M_{fl2}^{hor}(A))^2} = \sqrt{43,92^2 + 10,22^2} \cdot 10^3 = 45,46 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$b) M_{fl}^{res}(C) = \sqrt{(M_{fl3}^{ver}(C))^2 + (M_{fl2}^{hor}(C))^2} = \sqrt{43,93^2 + 39,49^2} \cdot 10^3 = 56,46 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$c) M_{fl}^{res}(B) = \sqrt{(M_{fl3}^{ver}(B))^2 + (M_{fl2}^{hor}(B))^2} = \sqrt{43,94^2 + 60,76^2} \cdot 10^3 = 74,97 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

Conclusion:

Dans les trois positions du brin actif, le moment résultant au point (B) est supérieur au moment résultant à n'importe quelle section de l'arbre tambour. Donc la section B-B est la plus chargée, elle est par conséquent la partie critique ou dangereuse de l'arbre-Tambour. Donc le moment maximum dans cette section est quand le brin actif au point D

$$M_{fl}^{res}(B) = 94,80 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

III.9 Calcule des couples de torsion :

III.9.1 Calcule du couple de torsion maximal causé par la force de traction du câble:

$$\text{L'expression du couple de torsion est donnée par : } T_C = F_{t \max} \left(\frac{D_{enr. \max}}{2} \right) \quad (III.12)$$

$D_{enr. \max}$: le diamètre d'enroulement maximal ;

$F_{t \max}$: la force de traction maximale du câble ;

T : couple de torsion crée par le câble ;

$$T_c = 30827.10^3 \left(\frac{0,878}{2} \right) = 135,33.10^3 N.m \Rightarrow T_c = 135,33.10^3 N.m$$

III.9.2 Calcul du couple de torsion maximale causée par les chaines :

$$T_{ch} = F_{ch} \left(\frac{D_p}{2} \right) \quad (III.13)$$

T_{ch} : couple de torsion causée par la chaine

F_{ch} : la force de la chaine

D_p : diamètre de poulie

1^{er} cas : la chaine de la grande poulie :

$$T_{chl} = F_{chl} \left(\frac{D_{p1}}{2} \right) \quad (III.14)$$

On a :

$$D_{p1} = 1,342 \text{ m}$$

$$F_{chl} = 231,93.10^3 N$$

$$T_{chl} = 231,93.10^3 \left(\frac{1,342}{2} \right) = 155,62.10^3 N.m \Rightarrow T_{chl} = 155,62.10^3 N.m$$

Calcul de la différence du couple de torsion :

$$dT_1 = 155,62.10^3 - 135,33.10^3 = 20,30.10^3 N.m$$

2^{eme} cas : la chaine de la petite poulie :

$$T_{chl} = F_{chl} \left(\frac{D_{p2}}{2} \right)$$

On a :

$$D_{p2} = 0,695 \text{ m}$$

$$F_{ch2} = 447,9 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$T_{ch2} = 447,9 \cdot 10^3 \left(\frac{0,695}{2} \right) = 155,64 \text{ N.m}$$

Calcul de la différence du couple de torsion :

$$dT_i = T_i = 155,64 \cdot 10^3 - 135,33 \cdot 10^3 = 20,32 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

Donc le couple de torsion maximum sur l'arbre-tambour est: $T_{\max} = 20,32 \cdot 10^3 \text{ N.m}$

III.10 Calcul de diamètre de l'arbre –tambour:

III.10.1 Calcul basé sur la méthode ASME :

Pour calculer le diamètre de l'arbre-tambour on utilise la méthode de code ASME[1]:

$$d = \left\{ \frac{5,1}{S_p} \cdot \left[(C_m M)^2 + (C_t T)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \tag{III.15}$$

Calcul de la contrainte admissible:

On a :

$$S_p = b \cdot (0,18 \cdot S_{ut}) \quad \text{Ou} \quad S_p = b \cdot (0,30 \cdot S_y)$$

b = 1 sans concentration de contrainte

l'arbre est fabriqué en acier faiblement allié 20 NC 6 [3]

S_{ut} : résistance minimale à la rupture (S_{ut} = 750 N/mm²) [6]

S_y : résistance minimale de élasticité (S_y = 600 N/mm²) [6]

a) $S_p = 1 \cdot (0,18 \cdot 750) = 135 \text{ N/mm}^2$

b) $S_p = 1 \cdot (0,30 \cdot 600) = 180 \text{ N/mm}^2$

On prendre la valeur minimale de la contrainte admissible :

Donc ; $S_p = 135 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

($C_m = 1,5$ et $C_u = 1$) pour un arbre de renvoi avec une charge constante (tableau II.1)

En fin nous verrons calculer le diamètre de l'arbre tambour :

$$d = \left\{ \frac{5,1}{135 \cdot 10^6} \cdot \left[(1,5 \cdot 94,80 \cdot 10^3)^2 + (1,20,32)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$

$$d = 0,174 \text{ m}$$

Remarque : le diamètre réel de l'arbre-tambour du treuil OIL-WELL 840 E est de $0,22 \text{ m} > 0,174 \text{ m}$

Donc la résistance de l'arbre est bien assurée

III.10.2 Calcul de vérification:

Pour le calcul de vérification on fait le calcul du facteur de sécurité par la méthode du code Westinghouse et la méthode de Von Mises-Hencky

III.11 Méthode du code Westinghouse :

$$F_s = \frac{\pi d^3}{32 \cdot \sqrt{\left(\frac{T}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_e}\right)^2}} \tag{III16}$$

On a :

$$T = 20,32 \cdot 10^3 \text{ N.m} \quad \text{et} \quad M = 94,80 \cdot 10^3 \text{ N.m}$$

$$d = 0,22 \text{ m} \quad \text{et} \quad S_y = 600 \text{ N/mm}^2$$

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \cdot s_e$$

Calcul de la limite d'endurance S_e :

$$K_a = 0,63 \text{ (pièce usinée)}$$

$$K_b = 0,75 \text{ (pour } ;d > 50 \text{ mm selon ASME)}$$

$$K_c = 0,814 \text{ (pour } R = 99\%)$$

$$K_d = 1 \text{ (supposons ; température ambiante)}$$

$$K_e = 1(\text{aucune effet d'entaille}) \Rightarrow K_f = 1/K_e = 1$$

$$S_e = 0,5 \cdot S_{ut} \quad \text{pour } S_{ut} < 1400 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow S_e = 0,5 \cdot 750 \cdot 10^6 = 375 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$\text{donc ; } S_e = (0,63 \cdot 0,75 \cdot 0,814 \cdot 1 \cdot 375 \cdot 10^6) = 144,23 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$F_s = \frac{3,14 \cdot (0,22)^3}{32 \cdot \sqrt{\left(\frac{20,32 \cdot 10^3}{600 \cdot 10^6}\right)^2 + \left(\frac{94,8 \cdot 10^3}{144,23 \cdot 10^6}\right)^2}} = 1,58$$

III.12 Méthode de Von Mises-Hencky:

$$F_s = \frac{f \cdot d^3}{32 \left[\frac{\sqrt{\left(\frac{F \cdot d}{8}\right)^2 + \frac{3}{4}(T_m)^2}}{S_u} + \frac{\sqrt{M^2 + \frac{3}{4}(T_a)^2}}{S_e} \right]}$$

$$\left(\frac{F \cdot d}{8}\right) = 0 \Rightarrow (\text{puisque la force axiale est nulle « F=0 »})$$

$$(T_a) = 0 \Rightarrow (\text{le moment de torsion est constante}) \quad \text{et } T_m = T$$

$$S_u = 750 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$S_e = 144,23 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

Donc le facteur de sécurité est :

$$F_s = \frac{f \cdot d^3}{32 \left[\frac{\sqrt{\frac{3}{4} \cdot (T)^2}}{S_u} + \frac{\sqrt{M^2}}{S_e} \right]}$$

$$F_s = \frac{3,14 \cdot (0,22)^3}{32 \left[\frac{\sqrt{\frac{3}{4} \cdot (20,32 \cdot 10^3)^2}}{750 \cdot 10^6} + \frac{\sqrt{(94,80 \cdot 10^3)^2}}{14423 \cdot 10^6} \right]} = 1,53$$

$$F_s = 1,53$$

III.11 Discussion des résultats :

Les résultats de calcul obtenus, se diffèrent selon la méthode utilisée.

Si le problème à résoudre c'est un problème de conception on doit choisir l'un des méthodes qui calcul du diamètre. Par exemple dans notre cas, on a utilisé la méthode du code ASME, et on a trouvé le diamètre égal à 17,4 cm. Ce résultat est bien acceptable parce que le diamètre réel de l'arbre-Tambour est égal à 22 cm. Cette différence, a pour raison de la marge de sécurité ajoutée.

Dans le calcul de Mr Cherifi [3], qui a utilisé une méthode de conception basée sur les contraintes équivalentes, a trouvé que le diamètre de l'arbre-Tambour égal à 14,6 cm. Dans ce cas, on remarque que le résultat de calcul trouvé par la méthode du code ASME est plus proche au diamètre réel de l'arbre. Donc on peut dire que cette méthode est la meilleure a utilisée pour un problème de conception.

Pour vérifier la sécurité de l'arbre-Tambour, on a utilisé la méthode du code Westinghouse et la méthode du Von-Mises Hencky, et cela parce que le diamètre de l'arbre est bien dimensionné et il ne reste que vérifier la sécurité de ce dernier ; c.-à-d. le calcul du facteur de sécurité. Les résultats obtenues sont proches les uns aux autres (le facteur de sécurité calculé par la méthode du code Westinghouse est égale à 1,58, et cela calculé par la méthode de Von-Mises Hencky est égale à 1,53), et cela indique que le fonctionnement de l'arbre-Tambour est bien sécurisé.

Conclusion Générale et Recommandation

Le travail qu'on a effectué dans cette mémoire est basé sur le dimensionnement et la vérification de la sécurité des arbres. Pour cela on a suivi les étapes suivantes :

- Calcul des réactions et les moments fléchissant dans le plan horizontal et le plan vertical, et cela par application des règles bien connues ;
- Calcul du diamètre de l'arbre par utilisation de la méthode du code ASME (American Society of Mechanical Engineers) : c'est une méthode qui se base sur des critères de résistance;
- Calcul de vérification : c.-à-d. calcul du facteur de sécurité, et cela par utilisation de deux méthodes (méthode du code Westinghouse, et la méthode de Von Mises-Hencky).

On a validé notre travail par application au cas d'un arbre d'un treuil de forage type 840 E.

Les résultats obtenues sont acceptables. Dans le cas du dimensionnement, on a trouvé que le diamètre de l'arbre (égale à 17,4 cm) est inférieur au diamètre réel (égale à 22 cm), ce qui indique que l'arbre fonctionne sans risque de rupture. Dans le cas de la vérification de la sécurité de l'arbre, on a trouvé que les facteurs de sécurité calculés par les deux méthodes ($FS=1,58$ et $FS=1,53$) sont supérieurs à 1, et cela indique que l'arbre-tambour fonctionne en toute sécurité.

On recommande pour un autre éventuel calcul de l'arbre-tambour d'utiliser les lois des autres critères suivant :

- Critère de déformation : pour le calcul de la flèche statique de l'arbre ;
- Critère basé sur le calcul de la vitesse critique de rotation.

Bibliographie :

[1] éléments de machines, Gilbert D, Michel G, pierre TH, édition de l'école polytechnique de Montréal, [1986]

[2] construction mécanique, MohamedM, publications de l'université badji Mokhtar Annaba, [2006]

[3] étude et maintenance de treuil de forage oil well 840E, Cherifi M, universite hassiba benboualide chlef, promotion [2012]

[4] Guide de mécanique, Jean louis fanchon, Nathan , mars [2008]

[5] étude de treuil de forage oil well 840 E, center de formation d'ENAFOR, promotion [2006]

[6] sites Internet : <http://fr.wikibooks.org/matériaux/généralités/caractéristique/physiques/des/aciers>

حسابات محاور نقل الحركة جد مهمة سواء على مستوى التصميم (...) تثبت على المحاور وهذه الاخيرة تنتج عنها اجهادات مختلفة () المحور جد مهم لتحمل هذه الاجهه لتحديد مكان تثبيت عناصر الآلات يكون جد محدد فالعمل الذي قمنا به على مستوى هذه المنكرة هو من اجل تحديد ابعاد المحور وكذلك كد ما اذا كان قادرا على تحمل الاجهدات المطبقة عليه ولذلك وجب علينا اتباع الخطوات التالية:

- تحديد ردود الافعال وعزوم

- الك باستعمال طريقة الكود (ASME) وهي طريقة معيار

- ذلك باستعمال طريه Von Mises-Hencky Westinghouse

إن الطرق التي قمنا باستخدامها هي طرق تعتمد على . كما أنه توجد طرق أخرى فمنها ما يعتمد على حساب قيمة التشوه و منها ما يعتمد على حساب سرعة الدوران الحرجة للمحور.

ات المفتاحية: معيار المقاومة طريقة ASME طريه Westinghouse طريقة Von Mises-Hencky

Résumé

Le calcul des arbres est très important, soit au niveau de conception ou au niveau de vérification. Les éléments de transmission (poulies, engrenages, volants, ...) sont fixés sur les arbres, ce qui provoque des sollicitations complexes (traction, torsion, flexion, ...) dans ce dernier. Pour cela le calcul du diamètre de l'arbre est très important pour supporter ces types de sollicitations, ainsi que l'emplacement des éléments de transmission doit être bien déterminé. Le travail qu'on a effectué dans cette mémoire est basé sur le dimensionnement et la vérification de la sécurité de l'arbre-Tambour. Pour cela on a suivi les étapes suivantes :

- Calcul des réactions et les moments fléchissant dans le plan horizontal et le plan vertical, et cela par application des règles bien connues ;
- Calcul du diamètre de l'arbre par utilisation de la méthode du code ASME (American Society of Mechanical Engineers) : c'est une méthode qui se base sur des critères de résistance;
- Calcul de vérification : c.-à-d. calcul du facteur de sécurité, et cela par utilisation de deux méthodes (méthode du code Westinghouse, et la méthode de Von Mises-Hencky).

Ces méthodes qu'on a utilisées se sont des méthodes basées sur des critères de résistance. Ils existent d'autres méthodes basées sur des critères de déformation et autres sur la vitesse critique de rotation de l'arbre.

Mots clés : arbres, critères de résistances, code ASME, méthode de Von Mises-Hencky, méthode de Westinghouse