

# ETUDE D'UN ECOULEMENT TORRENTIEL 2D A TRAVERS UNE STRUCTURE HYDRAULIQUE DIVERGENTE A PENTE VARIABLE

A. Berreksi<sup>1</sup>, S. Benmamar<sup>2</sup>, A. Kettab<sup>2</sup>, B. Remini<sup>3</sup>, T. Ikni<sup>1</sup>, M. Nakib<sup>2</sup>, L. Amara<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Recherche en Hydraulique Appliquée et Environnement (LRHAE), Université de Bejaia, Faculté de Technologie, Département d'Hydraulique, Algérie

<sup>2</sup> Laboratoire de Recherches en Sciences de l'Eau (LRS-EAU), ENP d'Alger, Algérie

<sup>3</sup> Laboratoire de Recherche LARHYSS, Université de Biskra, Algérie

[berreksi.ali@gmail.com](mailto:berreksi.ali@gmail.com), [Kettab@yahoo.fr](mailto:Kettab@yahoo.fr), [Reminib@yahoo.fr](mailto:Reminib@yahoo.fr), [Banmamar@yahoo.fr](mailto:Banmamar@yahoo.fr),  
[Ikni\\_Tahar@yahoo.fr](mailto:Ikni_Tahar@yahoo.fr), [mnakib@hotmail.fr](mailto:mnakib@hotmail.fr), [amara.lyes@yahoo.fr](mailto:amara.lyes@yahoo.fr)

**Résumé :** Les structures hydrauliques divergentes sont généralement utilisées dans les coursiers d'évacuateurs de crue à surface libre. L'écoulement de l'eau dans ces zones de transition est torrentiel et en régime non permanent. Cet écoulement est régi par les équations bidimensionnelles de Saint Venant, qui sont généralisées aux cas des canaux à pente variable, faible ou forte. Les équations ainsi obtenues, qui n'ont pas de solution analytique, sont alors résolues numériquement moyennant le schéma explicite aux différences finies de Gabutti. On s'intéressera dans cette étude d'analyser le réseau d'écoulement dans un élargissement rectiligne symétrique, où on déterminera également l'allure de la ligne d'eau pour trois pente de fond différentes. Les résultats obtenus seront comparés avec ceux de la littérature.

**Mots clés :** Saint Venant, 2D, Torrentiel, Elargissement, Pente variable, Gabutti.

**Abstract :** The channel expansions are usually used in free surface spillways chutes. The water flow in these transitions is supercritical and unsteady. This flow is governed by the Saint Venant two-dimensional equations which are generalized with the cases of the channels with variable bottom slope, weak or high. The equations thus obtained, which do not have analytical solution, are then solved numerically using the Gabutti explicit finite differences scheme. One will be interested in this study to analyze the flow pattern in a symmetrical rectilinear expansion, where one will determine also the water profile for three basic different slopes. The results obtained will be compared with those of the literature.

**Key words :** Saint Venant, 2D, Supercritical, Expansion, Variable slope, Gabutti.

## I. INTRODUCTION

L'analyse des écoulements torrentiels dans des canaux à ciel ouvert et à géométrie irrégulière revêt un grand intérêt dans le domaine de l'hydraulique. Les équations du mouvement régissant le type d'écoulement analysé dans la présente étude sont celles de Saint Venant généralisées à deux dimensions spatiales et au cas des canaux à pente de fond quelconque. Les équations du mouvement sont obtenues à partir de l'intégration selon la profondeur des équations tridimensionnelles de Navier Stokes. La résolution des équations du mouvement se fera par la méthode des différences finies, en utilisant le schéma explicite de Gabutti. Les équations du mouvement seront discrétisées suivant les étapes propres au schéma choisi. L'application traitée a pour objectif d'analyser le passage d'un écoulement torrentiel à travers une structure hydraulique divergente composée d'une expansion rectiligne symétrique de canal. Les résultats obtenus seront comparés avec ceux trouvés dans la littérature spécialisée dans ce domaine de recherche.

## II. EQUATIONS DU MOUVEMENT

Les équations du mouvement sont données par le système [5,6-8] ci-dessous :

$$U'_t + E_x + F'_y + S' = 0 \quad (1)$$

Avec,  $U'_t = (h, uh, vh)^t$

$$E_x = \begin{bmatrix} uh \\ u^2h + g \frac{h^2}{2} \cos \alpha_x \\ u vh \end{bmatrix}; \quad F'_y = \begin{bmatrix} vh \\ u vh \\ v^2h + g \frac{h^2}{2} \cos \alpha_y \end{bmatrix}; \quad S' = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh(S_{0x} - S_{fx}) \\ -gh(S_{0y} - S_{fy}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$S_{0x} = \sin \alpha_x \quad (3) \quad ; \quad S_{0y} = \sin \alpha_y \quad (4)$$

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h} \left( \frac{b+h}{bh} \right)^{1/3} \quad (5) \quad ; \quad S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h} \left( \frac{b+h}{bh} \right)^{1/3} \quad (6)$$

## III. RESOLUTION DES EQUATIONS DU MOUVEMENT

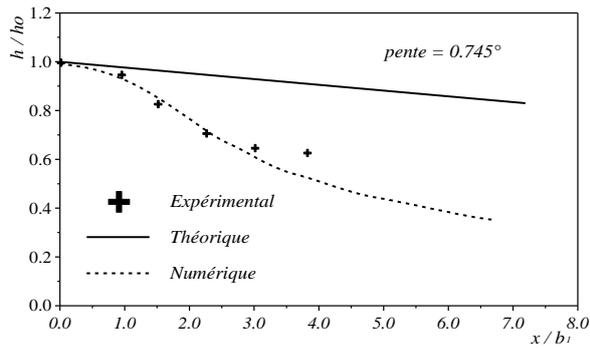
L'écoulement étudié est régi par un système d'équations aux dérivées partielles du type hyperbolique non linéaire, qui nécessite une résolution purement numérique. Pour cela, le schéma aux différences finies explicite de Gabutti a été utilisé [3,4]. Ce schéma est composé d'une étape de prédiction de la solution qui est composée à son tour de deux sous étapes, d'une étape de correction et enfin d'une étape de solution. Notons par ailleurs qu'une condition de stabilité est généralement nécessaire pour les schémas explicites aux différences finies ; on utilisera la condition de Courant-Friedrichs-Lewy (C.F.L.).

## IV. APPLICATION

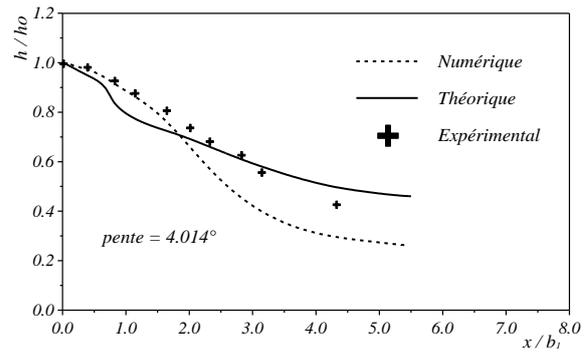
L'objectif de cette application est l'étude d'un élargissement rectiligne symétrique en écoulement torrentiel. Ce cas a été étudié théoriquement par Bagge et Herbich [1], puis expérimentalement par Herbich et Walsh [2] et ceci pour les trois pentes respectives de 0.745°, 4.014° et 7.470°.

Les dimensions de cette structure sont : une largeur à l'amont de 0.305 m, une largeur à l'aval de 0.610 m, une longueur de l'expansion de 1.52 m et un angle de déviation de la paroi de 5.73°. Les figures (1), (2) et (3) donnent les profils des lignes d'eau le long de l'axe de symétrie de l'élargissement. Ces figures regroupent les résultats théoriques, expérimentaux et ceux obtenus numériquement.

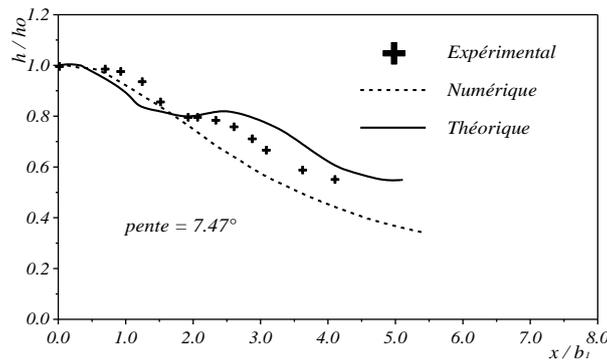
En analysant ces courbes, on remarque que les résultats calculés par le modèle numérique élaboré se rapprochent dans l'ensemble des mesures expérimentales obtenues par Herbich et Walsh [2], ce qui dénote l'aptitude du modèle numérique à simuler le type d'écoulement étudié à travers une expansion à pente variable.



**Figure 1 :** Ligne d'eau le long de l'axe médian (Pente de  $0.745^\circ$ )

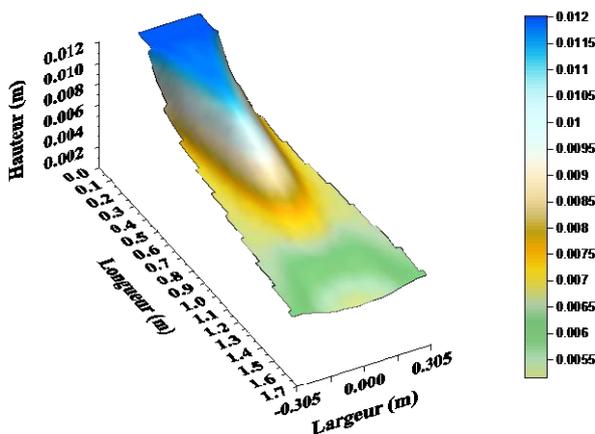


**Figure 2:** Ligne d'eau le long de l'axe médian (Pente de  $4.014^\circ$ )

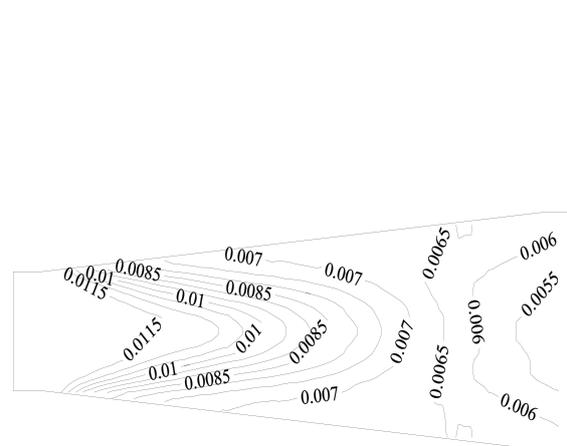


**Figure 3 :** Ligne d'eau le long de l'axe médian (Pente de  $7.470^\circ$ )

Néanmoins on constate aussi, que ni les mesures expérimentales ni mêmes les résultats numériques, ne concordent avec les valeurs théoriques calculées par Bagge et Herbich [1] en utilisant la méthode des caractéristiques. Les figures (4) et (5) ci-après donnent dans l'ordre une représentation tridimensionnelle et une schématisation bidimensionnelle du réseau d'écoulement à travers l'élargissement en question.

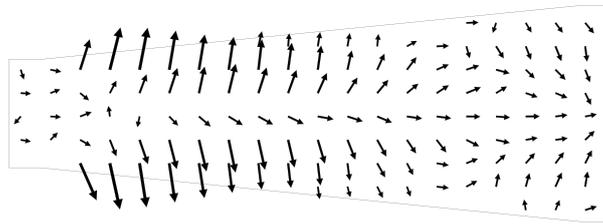


**Figure 4:** Représentation tridimensionnelle



**Figure 5 :** Représentation bidimensionnelle

Au regard de ces courbes, on note que la surface de l'eau décroît en fonction de la distance d'une façon progressive. Par ailleurs, le champ des vitesses d'écoulement est illustré dans la figure (6).



**Figure 6 :** Champ de vitesses

## V. CONCLUSION

L'objectif du travail présenté, est la modélisation mathématique puis numérique des écoulements à surface libre torrentiels en régime non permanent dans des canaux non prismatiques à pente variable. Le modèle mathématique qui gouverne ces écoulements a été déterminé. Le système d'équations obtenu n'est autre qu'une généralisation des équations de Saint Venant au cas d'une pente de fond considérable et qui tient compte également du caractère bidimensionnel de l'écoulement. Vu le caractère hyperbolique non linéaire des équations du mouvement, on a opté pour une résolution numérique de ces équations et ceci en utilisant le schéma aux différences finies explicite de Gabutti. Les résultats calculés dans le cas d'une expansion rectiligne symétrique en écoulement torrentiel, s'approchent bien dans l'ensemble des mesures expérimentales mesurés par Herbich et Walsh [2]. Cependant, le léger décalage qui est observé entre les valeurs numériques et celles expérimentales est dû essentiellement à la non validité de l'hypothèse d'une distribution hydrostatique des pressions.

## VI. RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] G. Bagge and J.B. Herbich, "Transitions in supercritical open-channel flow", *Jour. of Hydr. Div., ASCE*, Vol. 93, No. Hy5, 1967, pp. 23-41.
- [2] J.B. Herbich and P. Walsh, "Supercritical flow in rectangular expansions", *Jour. of Hydr. Div., ASCE*, Vol. 98, No. 9, 1972, pp. 1691-1700.
- [3] B. Gabutti, "On two upwind finite-difference schemes for hyperbolic equations in non-conservative form", *Computers and Fluids*, Vol. 11, No. 3, 1983, pp. 207-230.
- [4] R.J. Fennema and M.H. Chaudhry, "Explicit methods for 2-D transient free-surface flows", *Jour. of Hydr. Engrg., ASCE*, Vol. 116, No. 8, 1990, pp. 1013-1034.
- [5] E.A. Meselhe, F. Sotiropoulos and F.M. Holly, "Numerical simulation of transcritical flow in open channels", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol. 123, No. 9, September 1997, pp. 774-783.
- [6] A. Berreksi, S. Benmamar, B. Remini et A. Kettab, "Simulation numérique des écoulements supercritiques à travers un élargissement de canal à forte pente", *Algerian Journal of Technology, AJOT*, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Mai 2005, pp.33-40, ISSN : 1111-357X.

- [7] W. Wu, "Computational river dynamics", Taylor & Francis Group Edition, London, 2008, 494 pages.
- [8] A. Berreksi, A. Kettab, B. Remini, et S. Benmamar, "Computation of two-dimensional unsteady supercritical flows in open channel contraction of spillway chutes", *Dam Enginnering, International papers of technical excellence*, Volume XIX, Issue 3, December 2008. pp. 149-168, ISSN: 0-617-00563-X.

### Liste des symboles

- $b_1$  : Largeur de l'expansion à l'amont [m].
- $b_3$  : Largeur de l'expansion à l'aval [m].
- $g$  : Accélération de la pesanteur [ $m/s^2$ ].
- $h$  : Profondeur d'écoulement [m].
- $L$  : Longueur de l'expansion [m].
- $n$  : Coefficient de rugosité de Manning.
- $S_{ox}$  : Pente de fond du canal suivant la direction  $x$ .
- $S_{oy}$  : Pente de fond du canal suivant la direction  $y$ .
- $S_{fx}$  : Pente de frottement suivant la direction  $x$ .
- $S_{fy}$  : Pente de frottement suivant la direction  $y$ .
- $t$  : Temps [s].
- $u$  : Vitesse longitudinale [m/s].
- $v$  : Vitesse transversale [m/s].
- $x$  : Coordonnée spatiale longitudinale.
- $y$  : Coordonnée spatiale transversale.
- $\alpha_x$  : Angle d'inclinaison du fond du canal suivant  $x$  [°].
- $\alpha_y$  : Angle d'inclinaison du fond du canal suivant  $y$  [°].
- $\theta$  : Angle de déviation des parois de l'expansion [°].