

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA

Faculté des Nouvelles Technologies d'information et de la
communication



Département d'électronique et de télécommunication

MÉMOIRE MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Electronique et télécommunication

Filière : Télécommunication

Spécialité : Signal et Télécommunication

Présenté par :

AHMED MESSOUD Ghania TRABELSI Selma

Thème

*Application de l'approche itérative
adaptative à l'estimation spectrale*

Soutenu publiquement

Le : ... /05/2017

Devant le jury :

Mr	BENCHABANE. A	MCB	Président	UKM OUARGLA
Mme	CHARIF. F	MCB	Encadreur	UKM OUARGLA
Mr	MEHAOUCHI. A	MAA	Examineur	UKM OUARGLA

Année universitaire : 2016/2017

Dédicaces

Je dédie ce modeste mémoire :

*A mes très chère parents : ma très chère mère qui m'a soutenu par ces
bénédictions et mon très cher père qui m'a aussi été d'une aide morale
et matérielle.*

A mes très chères sœurs

A mes très chers frères

A toute ma famille grande et petite qu'ils soient

A tout mes amis

A toute la promotion de signal et télécommunication

Ahmed Messaoud Ghania

Dédicace

Je dédie ce modeste travail, A ma mère avec toute mon affection,

A mon père et à Ma grand-mère

A ma sœur Imane et mes frères, A tous mes oncles et tantes,

À mes amis d'étude Fatima, Bouthaina, Alla, Oussama, Nasrou.

Et a toute ma famille.

Trabelsi Selma

Remerciements

En tout premier lieu, nous remercions du plus profond de nos cœurs ALLAH de nous avoir éclairés vers le bon chemin.

Nous tenons à remercier nos familles pour leurs apports affectifs et leurs sacrifices. Nous tenons à remercier notre encadreur qui nous a aidé à réaliser ce modeste travail dans des meilleures conditions: madame CHARIF Fella et pour son intérêt et son soutien, sa grande disponibilité et ses nombreux conseils durant la rédaction de notre thèse.

Nous remercions les membres du Jury Mr A. BENCHABANE et Mr A. MEHAOUCHI qui nous font l'honneur d'accepter de juger notre travail. Sans oublier bien entendu tous les enseignants qui ont contribué par leur savoir et leurs encouragements le long de nos parcours.

Résumé

En Traitement du signal, les méthodes d'analyse spectrale sont très nombreuses. Généralement ces méthodes sont classées en méthodes paramétriques et non paramétriques. On commence par une discussion de ces deux classes de méthodes puis on présente une méthode récente appelée approche itérative adaptative. Cet algorithme est capable d'offrir une haute résolution fréquentielle utilisant un nombre réduit d'échantillons ce qui le rend très adapté aux applications pratiques.

Mots clés : Estimation spectrale, méthode IAA, signal multidimensionnel, Matrice Toeplitz, résolution fréquentielle.

Abstract

In general, many methods of spectral analysis are exist .There are two broad approaches to spectral estimation. The first approach is called the non-parametric method and the other is the parametric method. We begin by discussing each class, then we go on to introduce a recent method called Iterative Adaptive Approach (IAA). This algorithm is able to provide a high spectral resolution using a few data records making it very suitable for practical applications.

Key-words: Spectral estimation, IAA method, multidimensional signal, Toeplitz matrix, frequency resolution.

ملخص

عموما يوجد العديد من أساليب التقدير الطيفي، وهناك نهجان واسعان للتقدير الطيفي. ويسمى النهج الأول الأسلوب المعلمي والآخر هو الأسلوب اللامعلمي. فقد بدأنا بدراسة مناقشة كل فئة، ثم ذهبنا إلى إدخال طريقة حديثة الظهور غير معلمية و تراجعية تسمى IAA و التي تمتلك مجموعة من الخصائص التي تميزها عن غيرها من الخوارزميات المعروفة بفعاليتها الكبيرة في التقدير الطيفي، و كذلك أثبتت أنها واحدة من أبرز الخوارزميات من حيث قدرتها على تحديد الترددات و السعات بدقة عالية رغم أنها تتطلب سوى عدد قليل جدا من العينات مما يجعلها مناسبة جدا للعديد من التطبيقات العملية.

كلمات مفتاحية: التقدير الطيفي، طريقة IAA ، اشارة متعددة البعد ، مصفوفة طولينز، تقدير التردد.

Abréviation

DSP	Densité spectrale de puissance (Power Spectral Density)
AR	Modèle autorégressif (Autoregressive Modelling)
ARMA	Modèle autorégressif à moyenne ajustée (Autoregressive-moving average model)
MA	Modèle à moyenne ajustée
IAA	Approche itérative adaptative (Iterative Adaptive Approach)
1D	Monodimensionnels
2D	Bidimensionnels
3D	Tridimensionnels
TFD	Transformé de fourrier discret
RSO/SAR	Radar à Synthèse d'Ouverture (Synthetic aperture radar)
APES	Amplitude phase estimation spectrale

Liste des figures

Chapitre 1

Techniques d'estimation Spectrale

Figure 1.1. Estimation de la densité spectrale par le périodogramme.....	4
Figure 1.2. Estimation de la densité spectrale par le corrélogramme.....	5
Figure 1.3. Estimation de la densité spectrale par le périodogramme modifié pour $f_1 = 0.1, f_2 = 0.2$	6
Figure 1.4. Estimation de la densité spectrale par le périodogramme modifié pour $f_1 = 0.1, f_2 = 0.105$	6
Figure 1.5. Méthode de Bartlett.....	7
Figure 1.6. Estimation de la densité spectrale par la méthode de Bartlett pour $L=64$	7
Figure 1.7. Estimation de la densité spectrale par la méthode de Blackman-Tukey pour $f_1 = 0.1, f_2 = 0.2, L = 52$	8
Figure 1.8. Estimation de la densité spectrale par la méthode de Blackman-Tukey pour $f_1 = 0.1, f_2 = 0.105, L = 52$	8
Figure 1.9. Méthode de Welch.....	9
Figure 1.10. Estimation de la densité spectrale par la méthode de Welch pour $f_1 = 0.1, f_2 = 0.2$	10
Figure 1.11. Estimation de la densité spectrale par la méthode de Welch pour $f_1 = 0.1, f_2 = 0.105$	10
Figure 1.12. Structure d'un processus $ARMA(p, q)$	12
Figure 1.13. Structure d'un processus $AR(p)$	12
Figure 1.14. Structure d'un processus $MA(q)$	13

Chapitre 2

Méthodes non-paramétriques adaptatives

Figure 2.1. Segmentation du vecteur d'observations..... 16

Figure 2.2. Structure d'un banc de filtres..... 17

Figure 2.3. Segmentation de la matrice d'observations..... 20

Chapitre 3

Simulations et applications

Figure 3.1. Densité spectrale du signal estimée par les différentes méthodes pour $\sigma=0.31$ 33

Figure 3.2. Densité spectrale du signal estimée par les différentes méthodes pour $\sigma=0.001$ 33

Figure 3.3. Densité spectrale du signal estimée par les méthodes étudiées pour $M = 64$ et $SNR_1 = 5dB$ 34

Figure 3.4. Densité spectrale du signal estimée par les méthodes étudiées pour $M = 64$ et $SNR_1 = 30dB$ 35

Figure 3.5. Résolution fréquentielle pour $M = 32$ 37

Figure 3.6. Données de test..... 37

Figure 3.7. Densité spectrale du signal 2D estimée par les méthodes TFD ,Capon et IAA 38

Figure 3.8. figure 2D de la densité spectrale estimée par la méthode de TFD 2D..... 39

Figure 3.9.figure 2D de la densité spectrale estimée par la méthode de Capon 2D..... 39

Figure 3.10. figure 2D de la densité spectrale estimée par la méthode IAA 2D..... 39

Figure 3.11. Principe du radar à synthèse d'ouverture..... 40

Figure 3.12.Module, phase et spectre d'une image radar à synthèse d'ouverture (MIG25).. 41

Figure 3.13. Image radar à synthèse d'ouverture(MIG-25) estimé par les méthode de TFD et Capon..... 41

Figure 3.14. Image radar à synthèse d'ouverture(MIG-25) estimé par la méthode de IAA 41

Figure 3.15. Projections de la densité spectrale estimée via la méthode de Capon 3D pour $M_1 \times M_2 = 8 \times 8$	43
Figure 3.16. Projections de la densité spectrale estimée via la méthode de Capon 3D pour $M_1 \times M_2 = 4 \times 4$	44
Figure 3.17. Projections de la densité spectrale estimée via la méthode IAA 3D.....	45
Figure 3.18. figure 3D de la densité spectrale estimée par la méthode IAA 3D.....	45

Liste des tableaux

Chapitre 3

Simulation et application

Tableau 1.1. Fréquences estimées par ces méthodes pour ($\sigma^2 = 0.31, 0.001$)	35
Tableau 1.2. Amplitudes estimées par ces méthodes pour ($\sigma^2 = 0.31, 0.001$)	36
Tableau 1.3. Fréquences estimées par différentes méthodes 2D.....	38
Tableau 1.4. Amplitudes estimées par différentes méthodes 2D.....	38
Tableau 1.5. Fréquences estimées Capon par IAA 3D.....	46
Tableau 1.6. Amplitudes estimées par Capon et IAA 2D.....	46

Table des matières

Remerciements.....	i
Résumé.....	ii
Abstract.....	iii
ملخص	iv
Abréviation.....	v
Liste des figures.....	vi
Liste des tableaux.....	ix
Tables des matières.....	x
Introduction générale.....	1

Chapitre 1

Techniques d'estimation Spectrale

1.1. Introduction.....	3
1.2. Méthodes non-paramétriques.....	4
1.2.1. Périodogramme.....	4
1.2.2. Corrélogramme.....	4
1.2.3. Périodogramme modifié.....	5
1.2.4. Périodogramme moyenné.....	7
1.2.5. Méthode de Blackman-Tukey.....	7
1.2.6. Méthode de Welch.....	9
1.2.7. Per-Cor.....	10
1.3. Méthodes paramétriques.....	11
1.3.1. Estimation du spectre avec un modèle ARMA	11
1.3.2. Estimation du spectre avec un modèle AR.....	12
1.3.3. Estimation du spectre avec un modèle MA.....	13
1.4. Conclusion.....	13

Chapitre 2

Méthodes non-paramétriques adaptatives

2.1. Introduction.....	15
2.2. Méthodes adaptatives non itératives.....	15
2.2.1. Spectre des signaux monodimensionnel.....	15
2.2.2. Spectre des signaux bidimensionnels.....	19
2.2.3. Spectre des signaux tridimensionnels.....	22
2.3. Méthode adaptative itérative IAA.....	23
2.3.1. Méthode IAA 1D.....	23
2.3.2. Méthode IAA 2D.....	25
2.3.3. Nouvelle méthode d'estimation des fréquences 3D (IAA-3D).....	27
2.4. Conclusion.....	30

Chapitre 3

Simulations et applications

3.1. Introduction.....	32
3.2. Résultats de simulation pour les signaux monodimensionnels.....	32
3.2.1. Données de test	32
3.2.2. Densité spectrale estimée.....	32
3.2.3. Résolution.....	36
3.3. Résultats de simulation pour les signaux bidimensionnels.....	37
3.3.1. Données de test.....	37
3.3.2. Densité spectrale estimée.....	38
3.3.3. Applications réelles.....	40
3.3.4. Données de test.....	40
3.4. Résultats de simulation pour les signaux tridimensionnels.....	42

3.4.1. Données de test.....	42
3.4.2. Densité spectrale estimée.....	42
3.5. Conclusion.....	47
Conclusion générale.....	48
Bibliographie.....	49

Introduction générale

L'outil le plus important du traitement du signal est l'analyse spectrale. Elle a pour objectif d'améliorer la connaissance d'un signal en s'intéressant à son contenu fréquentiel. L'analyse spectrale vise donc à extraire le spectre énergétique d'un signal. Dès les années soixante, l'analyse spectrale a connu d'importantes avancées, avec l'introduction de nombreuses méthodes d'estimation du spectre. Cependant, cette multiplication des possibilités d'analyse rend également plus complexe la maîtrise du choix optimal d'une méthode par rapport à une autre.

Le problème qui se pose en analyse spectrale est d'arriver à partir d'un nombre fini d'échantillons d'un processus à estimer au mieux sa densité spectrale de puissance. Deux méthodes principales d'estimation sont connues ; les méthodes paramétriques et les méthodes non paramétriques. Les méthodes non paramétriques sont basées sur la théorie de Fourier, cependant les méthodes paramétriques sont basées sur la supposition d'un modèle qu'on doit estimer ces paramètres. Ces méthodes sont plus précises que les techniques non paramétriques à condition que le modèle soit judicieusement choisi. En pratique, les méthodes non paramétriques trouvent leur intérêt en présence des signaux longs et stationnaires tandis que les méthodes paramétriques sont plutôt utilisées pour les signaux brefs et non stationnaires.

Bénéficiant de la résolution fréquentielle des méthodes paramétriques, et la robustesse des méthodes non paramétriques, la méthode du minimum de variance et les méthodes qui en découlent forment un compromis entre les deux classes citées précédemment. Dans cette classe, le processus est supposé issu à partir d'un filtre adapté dont les coefficients sont calculés en minimisant la puissance à la sortie du filtre [5]. Dans beaucoup d'applications où l'information de la phase est primordiale, la méthode du minimum de variance n'est plus applicable, d'où des recherches récentes ont été élaborées pour estimer le spectre d'amplitude et de phase ou en d'autres termes les amplitudes complexes des raies spectrales. Stoica et al ont proposé deux méthodes qui découlent directement de la méthode du minimum de variance, la première à l'avantage de localiser les fréquences avec une grande précision, cependant les amplitudes des raies estimées ne sont pas précises [26]. Quant à la deuxième méthode APES (amplitude and phase estimation), les amplitudes estimées aux vraies fréquences sont plus précises [26,27].

Récemment, une nouvelle méthode adaptative et itérative (IAA) est apparue. Cette méthode est plus précise de point de vue fréquence et amplitude par rapport à la méthode de Capon. De même, elle n'exige qu'un nombre très réduit d'échantillons. La robustesse et la haute résolution spectrale de cette méthode leur rend très adaptée aux applications pratiques.

Le travail présenté dans ce mémoire a pour but d'étudier et d'appliquer cette méthode sur des signaux mono et multidimensionnels. Il est partagé en trois chapitres. Dans le premier chapitre nous exposerons d'abord les méthodes d'estimation spectrale non paramétrique basées sur la transformée de Fourier et les méthodes paramétriques. Le second chapitre est consacré aux méthodes basées sur le filtrage adaptatif comme la méthode de Capon, APES et la méthode IAA. Et nous finirons dans le dernier chapitre par des applications qui nous permettra d'évaluer et de comparer les méthodes étudiées à travers une série de signaux de test synthétiques (1D /2D/3D) et sur une image réelle.

Enfin, nous clôturons ce mémoire par une conclusion générale qui résume les résultats obtenus.

Chapitre 1

Techniques d'estimation spectrale

1.1. Introduction

La représentation du signal sous la forme $x(t)$ est une démarche est naturelle mais elle ne correspond pas forcément à la meilleure représentation physique des signaux rencontrés. En effet, l'individu ou les systèmes électroniques sont souvent plus sensibles à la puissance et à la fréquence des signaux et la représentation du signal sous la forme de sa répartition de puissance en fonction de la fréquence permet, dans bien des cas, d'extraire de manière plus immédiate l'information qui réside dans ce dernier. Le signal est alors représenté par une fonction $P(f)$ appelée densité spectrale de puissance. Le passage de $x(t)$ à $P(f)$ constitue l'analyse spectrale.

Si on dispose d'une série de N observations $x(n), n = 0, \dots, N-1$ du signal à analyser, on cherche à estimer la densité spectrale à partir de ces données. Sous les hypothèses de signaux stationnaires et ergodiques, la vraie fonction d'autocorrélation et la vraie densité spectrale de puissance sont définies par [3,8,21] :

$$r_{xx}(k) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^*[n]x[n-k] \quad (1.1)$$

$$P_x(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} r_{xx}(k)e^{-j2\pi kf} \quad (1.2)$$

La connaissance du vrai spectre du signal nécessite l'estimation d'une infinité de paramètres à savoir l'ensemble des coefficients de la fonction d'autocorrélation $r_{xx}(k)$ et ne repose pas sur un modèle a priori du signal. L'obtention de la vraie densité spectrale de puissance (DSP) d'un processus aléatoire est impossible à partir d'un ensemble fini de mesures. Pour calculer un nombre infini de valeurs à partir d'un ensemble fini de données, ce qui est un problème mal posé. Le problème de l'estimation spectrale devient alors d'obtenir une estimation DSP réel d'un processus aléatoire à partir d'une séquence finie d'observations du signal. Si le signal est statistiquement stationnaire, plus la séquence observée est longue, l'estimation est plus précise. Dès la naissance de l'analyse de Fourier jusqu'à nos jours, une grande diversité des méthodes ont été proposées. Ces méthodes peuvent être regroupées en trois familles, les méthodes non paramétriques, les méthodes paramétriques et les méthodes non paramétriques basées sur le filtrage adaptatif.

1.2. Méthodes non-paramétriques

Dans cette partie on présente les méthodes d'estimation spectrale non paramétriques basées sur la transformée de Fourier.

1.2.1. Périodogramme

La méthode du périodogramme utilise les données disponibles pour estimer la densité du signal [4,21,24]:

$$\hat{P}_{per}(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi n f} \right|^2 = \frac{1}{N} |X(f)|^2 \quad (1.3)$$

où $X(f)$ est la transformée de Fourier discrète du signal $x(n)$.

Du fait de la troncature du signal, le périodogramme est en fait la convolution du spectre par une fenêtre en sinus cardinal. Deux phénomènes principaux se distinguent ; l'élargissement du lobe principal et l'apparition des lobes secondaires [2]. La figure (1.1) montre le périodogramme d'un signal composé de 128 échantillons et consiste en deux sinusoides de fréquences f_1, f_2 noyées dans un bruit blanc centré avec un rapport signal sur bruit de 20dB, dans la figure à droite, les deux fréquences présente une distance entre eux de 0.1 ($f_1 = 0.1, f_2 = 0.2$) qui est supérieure de la limite de Fourier ($\frac{0.89}{N}$), cependant la figure à gauche, la limite de Fourier n'est pas vérifiée ($f_1 = 0.1, f_2 = 0.105$) d'où les deux raies se confondent.

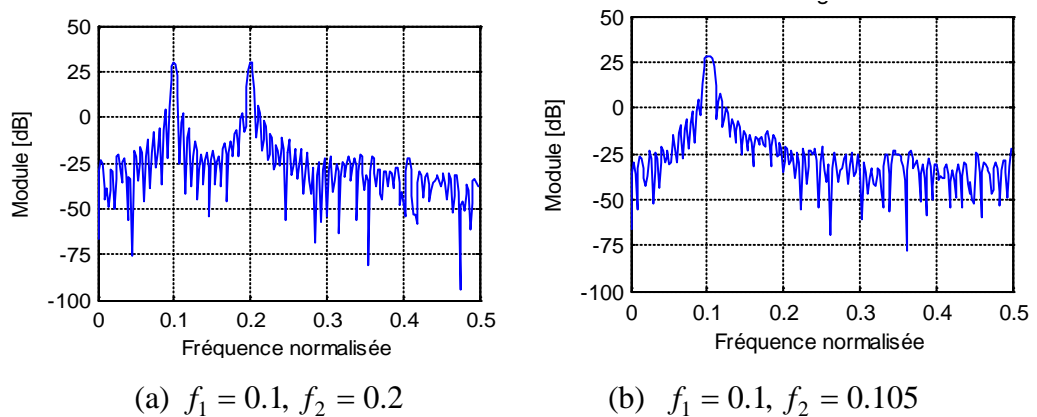


Figure 1.1. Estimation de la densité spectrale par le périodogramme.

1.2.2. Corrélogramme

Une autre approche consiste à utiliser la définition du spectre à partir de la fonction de corrélation. Du fait qu'on ne dispose que d'un nombre fini d'observations, la vraie fonction

d'autocorrélation ne peut pas être calculée et on est confronté au problème de leur estimation. On estime alors le spectre comme [4]:

$$\hat{P}_{cor}(f) = \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} \hat{r}_{xx}(k) e^{-j2\pi kf} \quad (1.4)$$

Où $\hat{r}_{xx}(m)$ est un estimateur de la fonction de l'autocorrélation qui est donné par [2] :

$$\hat{r}_{xx}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-k-1} x^*(n)x(n+k) \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (1.5)$$

La figure (1.2) représente la densité spectrale du signal considéré dans la section précédente obtenue par l'utilisation de l'équation (1.4), les performances de cet estimateur sont pareilles que celles du périodogramme.

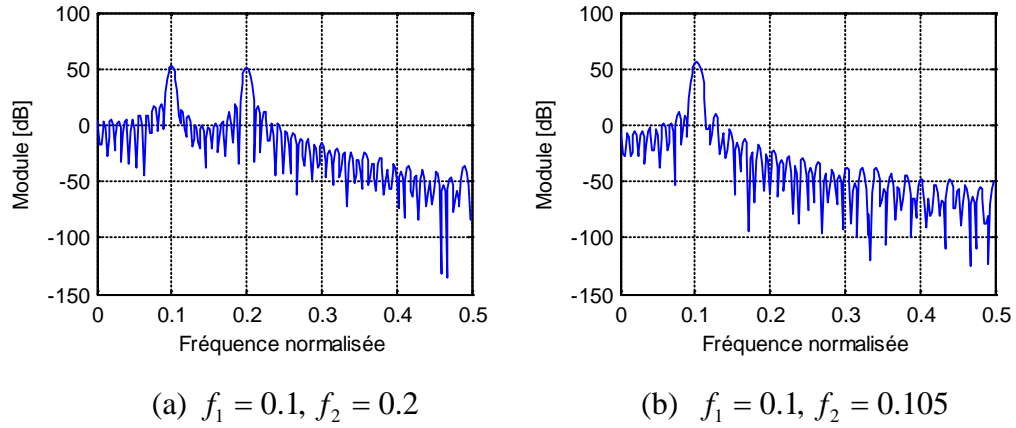


Figure 1.2. Estimation de la densité spectrale par le corrélogramme.

1.2.3. Périodogramme modifié

Dans le périodogramme modifié, la fenêtre rectangulaire est remplacée par d'autres fenêtres w pour atténuer les lobes secondaires. Le périodogramme résultant est de la forme [21,30]:

$$\hat{P}_{perm}(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) w(n) e^{-j2\pi n f} \right|^2 \quad (1.6)$$

Il existe plusieurs fenêtres d'analyse, on cite entre autres :

Fenêtre rectangulaire : $w(n) = 1, \quad n = 0, 1, \dots, N-1$ (1.7)

Fenêtre de Hanning : $w(n) = 0.5[1 - \cos(2n\pi / N)], \quad n = 0, 1, \dots, N-1$ (1.8)

Fenêtre de Hamming : $w(n) = 0.54 - 0.46 \cos(2n\pi / N), \quad n = 0, 1, \dots, N-1$ (1.9)

Fenêtre de Bartlett : $w(n) = \begin{cases} 2n/N, & n = 0, 1, \dots, N/2 \\ 2(N-n)/N, & n = N/2+1, \dots, N-1 \end{cases}$ (1.10)

La figure (1.3) illustre l'effet des quatre fenêtres sur l'estimation de la densité spectrale, on remarque bien que la fenêtre de Hamming, la fenêtre de Hanning et celle de Bartlett atténuent les oscillations mais les pics sont plus larges. Dans le cas où les fréquences sont plus proches, leur séparation n'est pas possible (figure (1.4)).

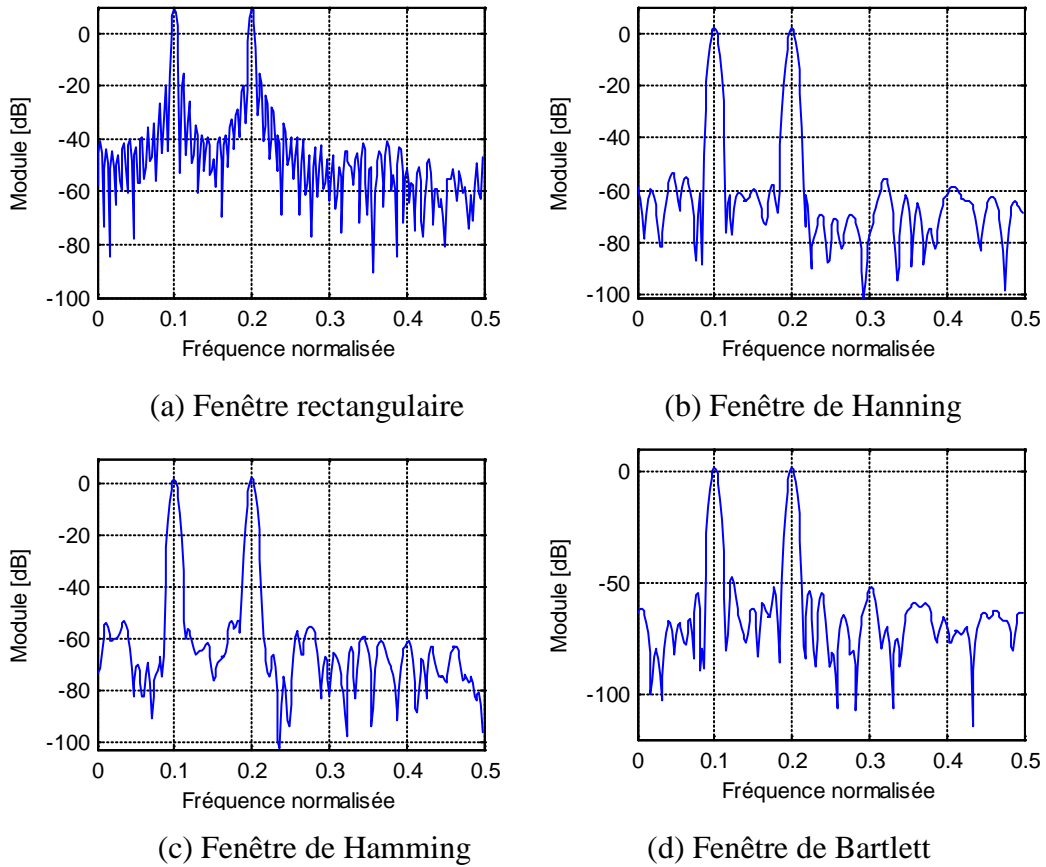


Figure 1.3. Estimation de la densité spectrale par le périodogramme modifié pour

$$f_1 = 0.1, f_2 = 0.2$$

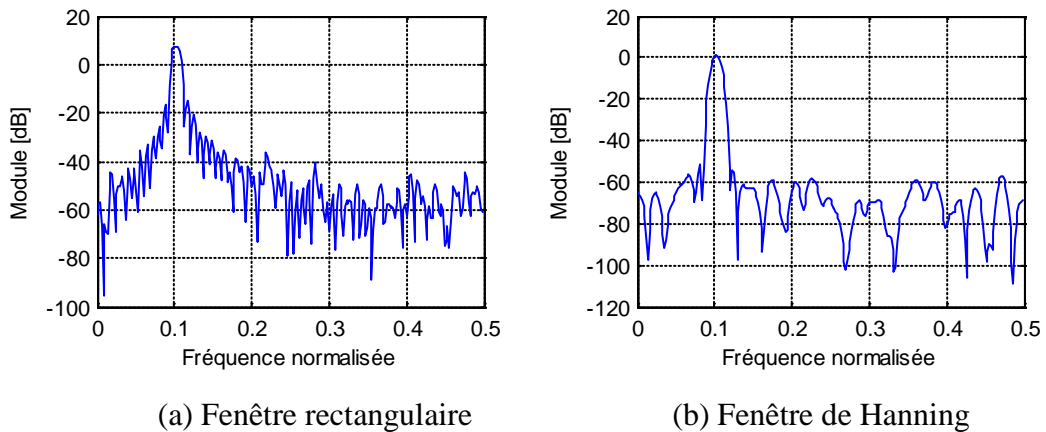


Figure 1.4. Estimation de la densité spectrale par le périodogramme modifié pour

$$f_1 = 0.1, f_2 = 0.105$$

1.2.4. Périodogramme moyenné

Le périodogramme moyenné ou la méthode de Bartlett consiste à fragmenter le vecteur d'observations $x(n)$ de longueur N en $K = N/L$ sous-intervalles de même longueur L sans chevauchement et de calculer le périodogramme de chaque segment. La moyenne de ces K périodogrammes constitue le périodogramme moyenné :

$$\hat{P}_B(f) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \left| \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} x(kL+l) e^{-j2\pi f l} \right|^2 \quad (1.11)$$

La figure (1.5) illustre le principe de la méthode de Bartlett.

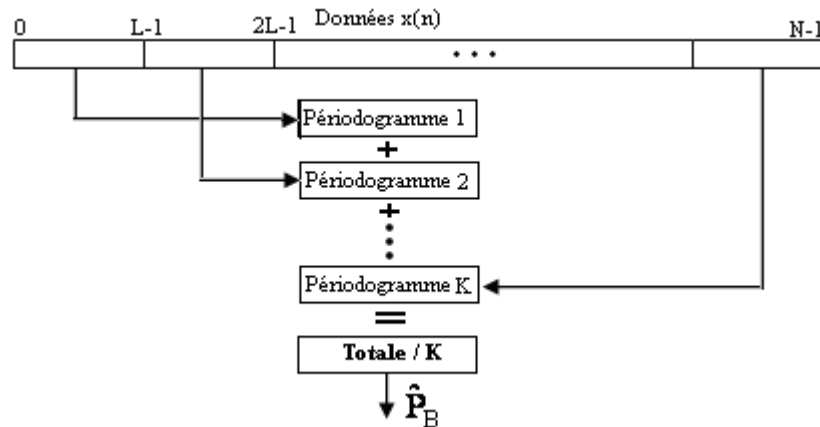


Figure 1.5. Méthode de Bartlett.

La figure (1.6) montre la densité spectrale obtenue par la méthode de Bartlett. On remarque ici les deux pics sont distinguables.

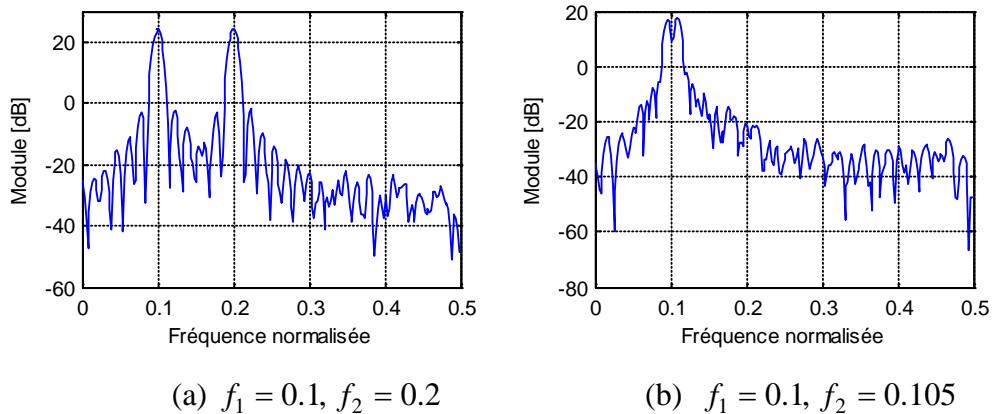


Figure 1.6. Estimation de la densité spectrale par la méthode de Bartlett pour $L=64$.

1.2.5. Méthode de Blackman-Tukey

La méthode de Blackman-Tukey fait partie des estimateurs de la famille du corrélogramme. La méthode consiste à estimer la DSP par la transformée de Fourier discrète de l'autocorrélation estimée sur laquelle est appliquée une fenêtre d'apodisation :

$$\hat{P}_{BT}(f) = \sum_{k=-(L-1)}^{L-1} \hat{r}_{xx}(k) w(k) e^{-j2\pi kf} \quad (1.12)$$

où $w(k)$ est une fenêtre dont les valeurs sont nulles pour $|k| > L-1$ et $L \ll N$.

Les figures (1.7) et (1.8) montrent les estimés de la densité spectrale obtenues par la méthode de Blackman-Tukey en utilisant les différentes fenêtres.

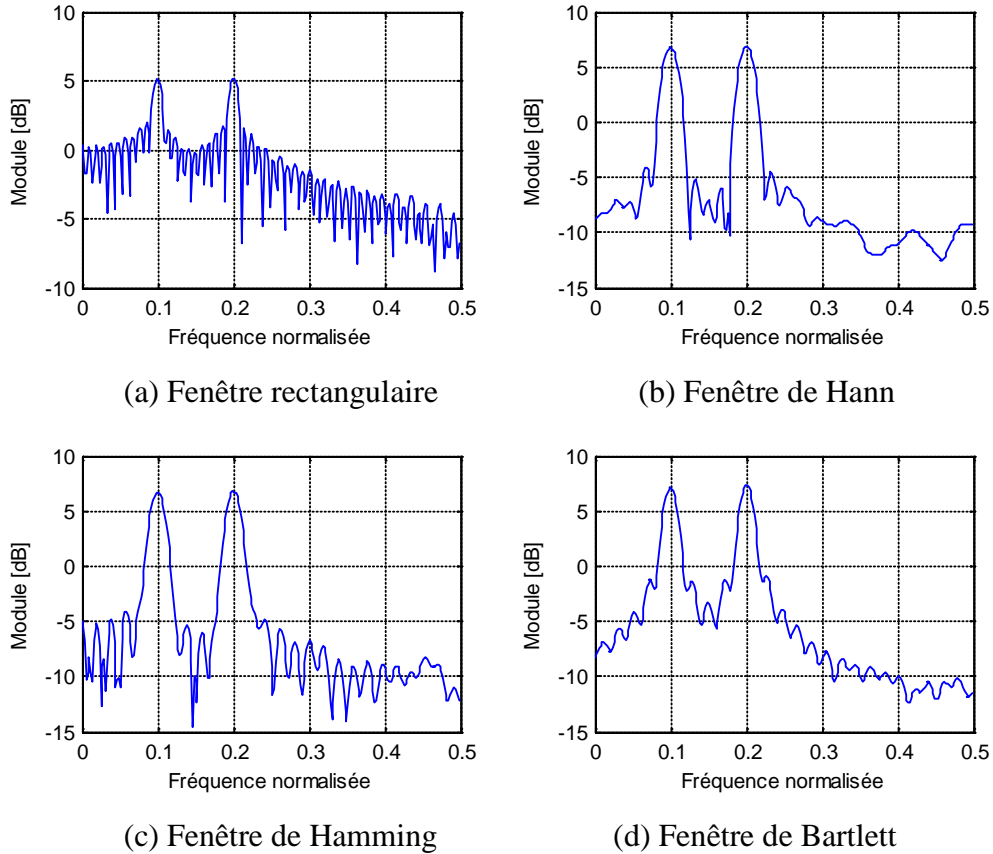


Figure 1.7. Estimation de la densité spectrale par la méthode de Blackman-Tukey pour $f_1 = 0.1, f_2 = 0.2, L = 52$.

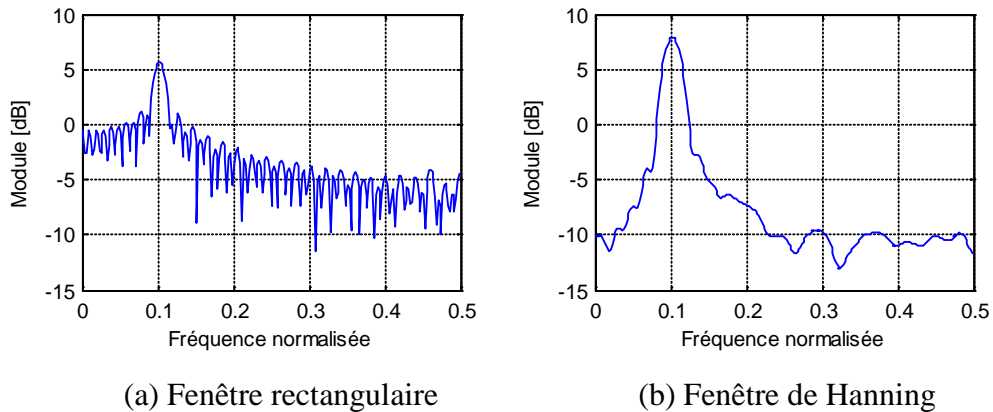


Figure 1.8. Estimation de la densité spectrale par la méthode de Blackman-Tukey pour $f_1 = 0.1, f_2 = 0.105, L = 52$

1.2.6. Méthode de Welch

L'estimateur de Welch correspond à un périodogramme modifiés et moyenné. Le signal à traiter est découpé en K segments de taille L , pouvant se recouvrir et de rajouter une fenêtre à chacune de ces segments (voir figure (1.9) [3,14,21]). Les étapes à suivre pour estimer la densité spectrale par la méthode de Welch sont:

- ❖ On fragmente le vecteur d'observations $x(n)$ de longueur N en K sous intervalles de même longueur L avec chevauchement.
- ❖ On applique une fenêtre de pondération sur chacun des K sous intervalles. On obtient la suite des segments pondérés $\{\tilde{x}(n)\}$.
- ❖ On calcule les K périodogrammes et on effectue leurs moyennes suivant l'expression :

$$\hat{P}_w(f) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \left| \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{x}(kL+l) e^{-j2\pi f l} \right|^2 \quad (1.13)$$

Le nombre de segments est alors égal à :

$$K = \text{Ent} \left[\frac{N-L}{d} + 1 \right] \quad (1.14)$$

Où $\text{Ent}[\cdot]$ représente la partie entière, et d représente le nombre de points de décalage entre chaque segment.

Les figures (1.10) et (1.11) représentent les densités spectrales pour les différents cas.

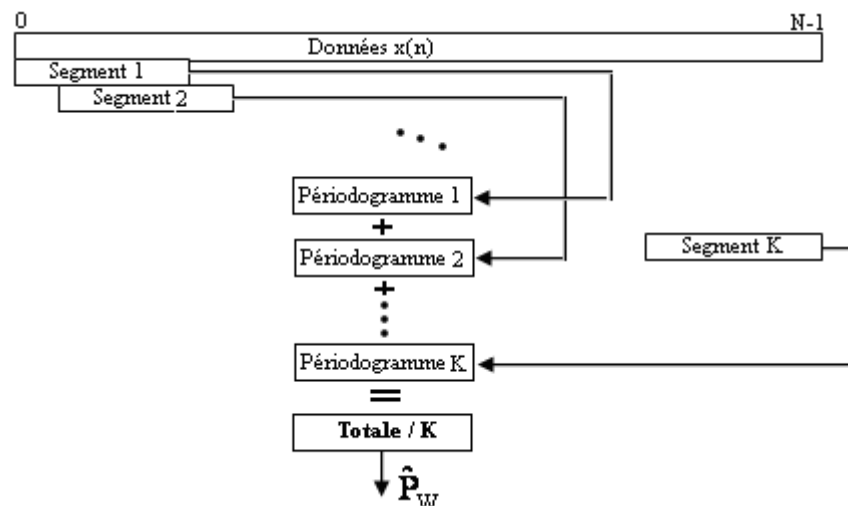


Figure 1.9. Méthode de Welch

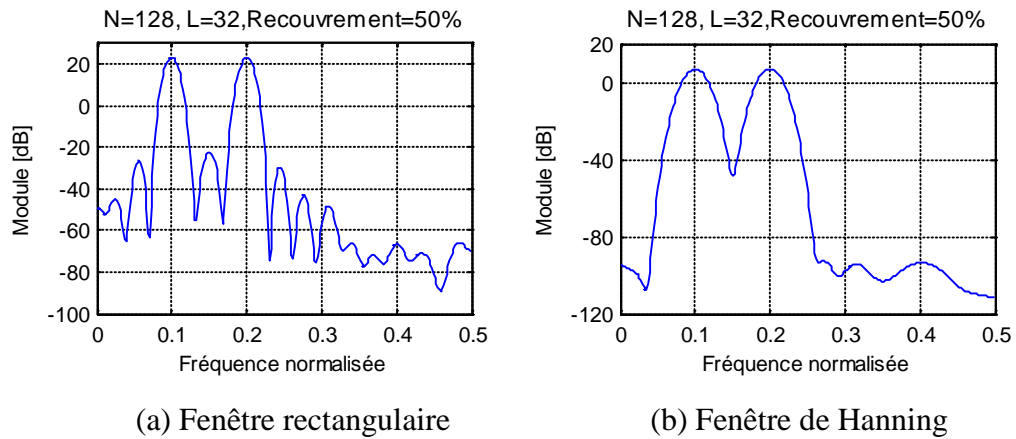


Figure 1.10. Estimation de la densité spectrale par la méthode de Welch pour

$$f_1 = 0.1, f_2 = 0.2$$

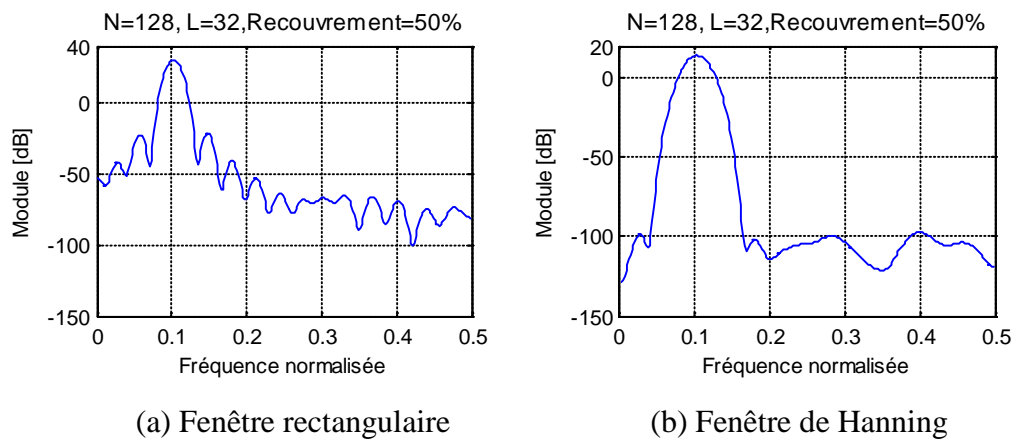


Figure 1.11. Estimation de la densité spectrale par la méthode de Welch pour

$$f_1 = 0.1, f_2 = 0.105$$

1.2.7. Per-Cor

La méthode Per-Cor a été proposée pour l'analyse spectrale de signaux sonar en acoustique sous-marine. C'est en fait une combinaison de la méthode de Welch et de la méthode du Corrélogramme, d'où son nom : Per-Cor.

La méthode de Per-Cor se décompose en 4 parties :

- ❖ Estimation de la DSP par la méthode de Welch, avec une taille de segment choisie L , et une fenêtre d'apodisation w ,
- ❖ par transformée de Fourier inverse de cette estimation, estimation de la fonction d'autocorrélation sur $2L - 1$ points,

- ❖ on applique une fenêtre d'apodisation g de $2M - 1$ point à cette fonction de corrélation estimée ($M \leq L$),
- ❖ \hat{P}_{PerCor} est estimé en calculant la transformée de Fourier discrète (TFD) de la fonction de corrélation estimée et apodisée.

Nous avons montré que malgré les modifications apportées aux périodogramme et au corrélogramme, l'inconvénient de ces méthodes réside toujours dans la résolution fréquentielles, d'où la naissance d'autres techniques d'estimation spectrale permettent d'améliorer les performances en résolution.

1.3. Méthodes paramétriques

Ces méthodes sont basées principalement sur la modélisation paramétrique permettent l'obtention d'une meilleure estimation de la densité spectrale de puissance. Ainsi les méthodes paramétriques se ramènent à la sélection d'un modèle, l'estimation des paramètres de ce modèle en utilisant les échantillons disponibles et la substitution des valeurs des paramètres estimées dans l'expression théorique de la densité spectrale [4,21,22]. Les modèles les plus utilisés sont les modèles autorégressif (AR), à moyenne ajustée (MA), et ARMA.

1.3.1. Estimation du spectre avec un modèle ARMA

Dans la pratique, beaucoup de processus aléatoires sont approximés par un modèle de fonction de transfert rationnelle où l'entrée $e(n)$ et la sortie $x(n)$ de ce modèle sont liées par l'équation [2]:

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + \sum_{k=0}^q b_k e(n-k) \quad (1.15)$$

Où a_k , b_k sont les paramètres du modèle.

Ce modèle est le plus général, il est appelé le modèle ARMA (Autoregressive moving average). La figure (1.12) montre un processus ARMA d'ordre (p, q) .

Le processus $x(n)$ peut être vu comme la sortie d'un filtre linéaire, dont l'entrée est $e(n)$ et de fonction de transfert $H(z)$ telle que :

$$H(Z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{1 + \sum_{l=1}^q b_l Z^{-l}}{1 + \sum_{k=1}^p a_k Z^{-k}} \quad (1.16)$$

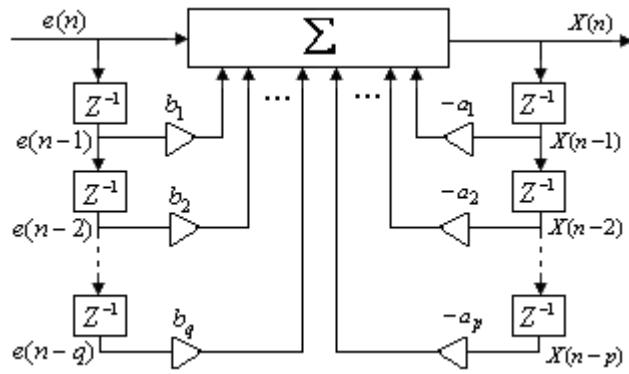


Figure.1.12. Structure d'un processus $ARMA(p, q)$.

Si on considère que l'entrée $e(n)$ du filtre est un bruit blanc d'espérance nulle et de variance σ_e^2 . La densité spectrale de la sortie est donnée par [2] :

$$P_{ARMA}(f) = P_{xx}(z) \Big|_{z=e^{j2\pi f}} = \sigma_e^2 \left| \frac{B(f)}{A(f)} \right|^2 \tag{1.17}$$

L'estimation de la densité spectrale revient à la détermination des paramètres \hat{a}_k , \hat{b}_k et $\hat{\sigma}_e^2$.

1.3.2. Estimation du spectre avec un modèle AR

Un processus $AR(p)$ est un cas particulier du modèle $ARMA(p, q)$ pour $b_k = 0, k = 1, 2, \dots, q$. Il est donné par l'équation aux différences suivantes [2]:

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + e(n) \tag{1.18}$$

La fonction de transfert du filtre est :

$$H(Z) = \frac{1}{A(z)} = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}} \tag{1.19}$$

La structure du filtre est représentée sur la figure (1.13).

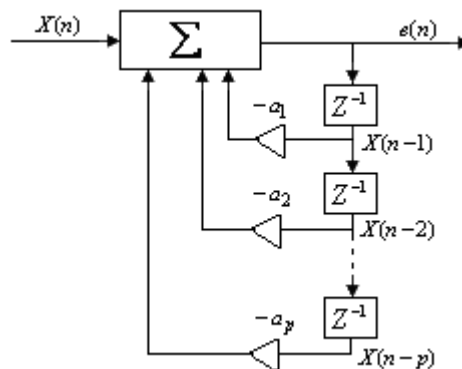


Figure .1. 13. Structure d'un processus $AR(p)$.

La densité spectrale de puissance à la sortie du filtre est donnée par :

$$P_{AR}(f) = \frac{\sigma_e^2}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p a_k e^{-j2\pi fk} \right|^2} \quad (1.20)$$

1.3.3. Estimation du spectre avec un modèle MA

Le processus $ARMA(p, q)$ est dit un processus $MA(q)$ s'il est défini par[2,14,21]:

$$X(n) = \sum_{k=0}^q b_k e(n-k), \quad b_0 = 1. \quad (1.21)$$

En appliquant la transformée en Z, on aura :

$$H(z) = B(Z) = 1 + \sum_{k=1}^q b_k z^{-k} \quad (1.22)$$

La figure (1.14) montre la structure d'un processus MA d'ordre q

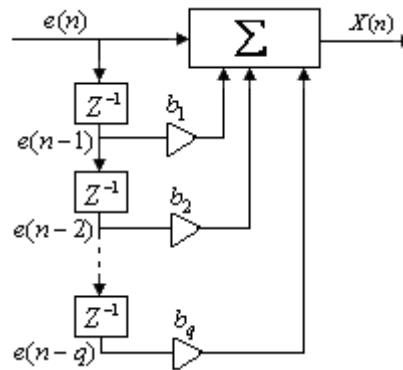


Figure 1.14. Structure d'un processus $MA(q)$

La densité spectrale du processus de sortie $MA(q)$ est alors de la forme:

$$P_{MA}(f) = \sigma_e^2 \left| 1 + \sum_{k=1}^q b_k e^{-j2\pi fk} \right|^2 \quad (1.23)$$

1.4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les méthodes d'estimation spectrale non paramétriques et les méthodes paramétriques. Les méthodes non paramétriques sont toutes basées sur la transformée de Fourier discrète d'où la résolution fréquentielle ne doit pas dépasser en aucun cas la limite de Fourier qui est fonction du nombre d'échantillons disponibles. Cependant, ces méthodes sont plus robustes du fait qu'elles n'exigent aucune connaissance a priori sur le signal .L'inconvénient majeur de ces méthodes réside dans la faible résolution fréquentielle quand le nombre d'échantillons est petit. De l'autre côté, ces

méthodes ne font aucune hypothèse a priori sur la forme spectrale et par conséquent elles sont très robustes. La deuxième classe englobe les méthodes paramétriques, où le processus est supposé issu d'un modèle dont on cherche ses paramètres. Ces méthodes sont connues par une haute résolution fréquentielle. Elle permet de représenter toute l'information spectrale par un faible nombre de paramètre. Cependant l'inconvénient de ces méthodes réside dans le choix du modèle. Dans la pratique où souvent le modèle n'est pas connu, les méthodes non paramétriques sont avantagées à condition d'utiliser un nombre plus grand d'échantillons pour augmenter la résolution.

Nous avons montré que malgré les modifications apportées aux périodogramme et au corrélogramme, l'inconvénient de ces méthodes réside toujours dans la résolution fréquentielles, d'où la naissance d'autres techniques non-paramétriques basées sur le filtrage adaptatif qui permettent d'améliorer les performances en résolution. Parmi ces méthodes on cite la méthode de Capon [5], la méthode APES [27] et la méthode IAA [29] qui seront détaillées dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Méthodes non-paramétriques adaptatives

2.1. Introduction

Motivé par la robustesse des méthodes non paramétriques et la haute résolution fréquentielle des méthodes paramétriques, une nouvelle classe des méthodes est née [7-8] qui sont qualifiées d'être des méthodes hautes résolution. Dans cette classe, le processus est supposé issu d'un filtre à réponse impulsionnelle finie dont les coefficients sont calculés en minimisant la variance du signal à la sortie du filtre, c'est pour cette raison que ces méthodes sont dites les méthodes non-paramétriques basé sur le filtrage adaptatif.

Dans ce chapitre, on présente des techniques adaptatives pour l'estimation spectrales deux méthodes adaptatives non itératives ; la méthode de Capon et la méthode APES et une récente méthode adaptative itérative (IAA) pour des signaux monodimensionnel (1D) et multidimensionnels (2D,3D).

2.2. Méthodes adaptatives non itératives

2.2.1. Spectre des signaux monodimensionnel

Comme indiqué dans l'introduction de ce chapitre, le problème de l'estimation spectrale consiste à estimer la façon dont la puissance est répartie dans la bande fréquentielle à partir d'un nombre fini d'observations [25]. Tout un signal peut être composé en sinusoïdes noyées dans un bruit stationnaire :

$$x(n) = \sum_{k=1}^K \alpha_k e^{j2\pi f_k n} + v(n) \quad , n = 1, \dots, N \quad (2.1)$$

où α_k, f_k , l'amplitude et la fréquence de la $k^{\text{ème}}$ sinusoïde à estimer; $v(n)$ est le bruit d'observation complexe, il est plus naturel de définir le spectre d'amplitudes complexes :

$$\alpha_k(f) = \begin{cases} \alpha_k & f = f_k \\ 0 & f \neq f_k \end{cases} \quad (2.2)$$

Donc le problème de l'estimation du spectre d'amplitude de $x(n)$ consiste à l'estimation de $\alpha(f)$ à partir des observations $x(n)$ par la subdivision du vecteur d'observations en L segments de longueur M comme montré dans la figure (2.1).

Chaque segment est défini par:

$$\mathbf{y}_l = [x(l) \quad x(l+1) \quad \dots, \quad x(l+M-1)]^T \quad (2.3)$$

$$l = 0, 1, \dots, L-1$$

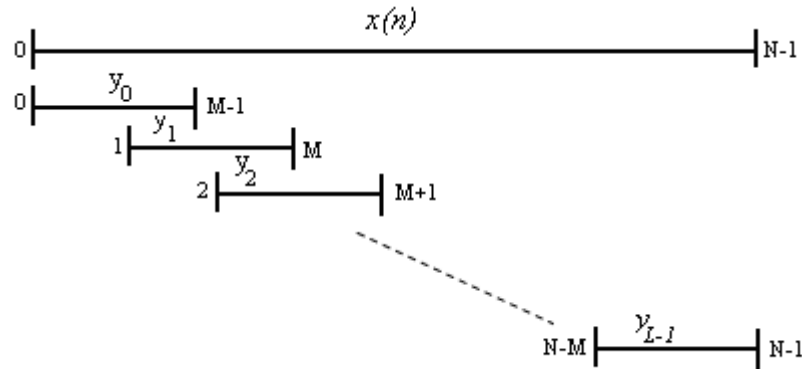


Figure 2.1. Segmentation du vecteur d'observations.

Cette dernière définition nous permet d'arranger les segments \mathbf{y}_l sous la forme suivante :

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_0, \dots, \mathbf{y}_{L-1}] = \begin{bmatrix} x(0) & x(1) & \dots & x(L-1) \\ x(1) & x(2) & \dots & x(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(M-1) & x(M) & \dots & x(N-1) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

1. Méthode de Capon

La méthode d'analyse spectrale de Capon [12], est considérée comme une des techniques importantes parmi les méthodes dite à haute résolution, dans le sens qu'elles atteignent de meilleures performances pour l'estimation de la fréquence d'une sinusoïde par rapport aux techniques basées sur les méthodes classiques de Fourier [15]. La densité spectrale du signal sous analyse est estimée en utilisant un banc de filtres de façon à couvrir toute la bande analysée [17,16,10].

Soit $\mathbf{h}(f)$ un vecteur de longueur M qui contient les coefficients du filtre, l'argument f désigne la fréquence d'accord du filtre.

$$\mathbf{h}(f) = [h_0(f) \quad h_1(f) \quad \dots, \quad h_{M-1}(f)]^T \quad (2.5)$$

Si on applique ce filtre au vecteur de données disponibles, la sortie du filtre peut être écrite sous la forme (le principe est donné en figure (2.2)):

$$z(l) = \sum_{m=0}^{M-1} x(l+m)h_i(m) = \mathbf{h}^H(f)\mathbf{y}_l, \quad l = 0, \dots, L-1 \quad (2.6)$$

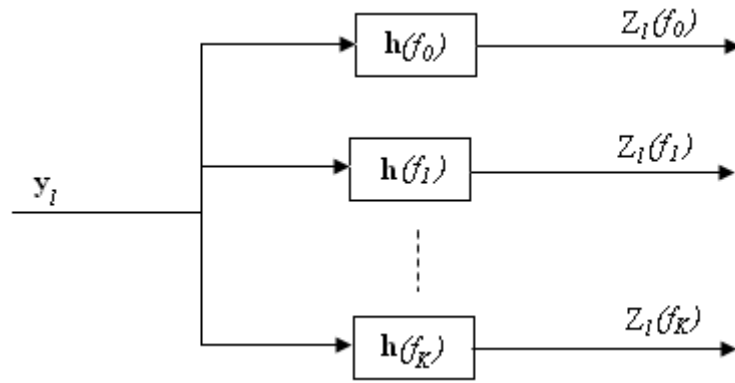


Figure 2.2. Structure d'un banc de filtres.

Les coefficients de ce filtre sont déterminés par la minimisation de la puissance à la sortie du filtre. Cette puissance est donnée par :

$$E\{|z(l)|^2\} = E\{|\mathbf{h}^H(f)\mathbf{y}_l|^2\} = \mathbf{h}^H(f)E\{\mathbf{y}_l\mathbf{y}_l^H\}\mathbf{h}(f) = \mathbf{h}^H(f)\mathbf{R}\mathbf{h}(f) \quad (2.8)$$

\mathbf{R} est la matrice d'autocorrélation du segment \mathbf{y}_l .

Le critère pour concevoir le filtre passe-bande est de minimiser $E\{|z(l)|^2\}$ avec la contrainte :

$$\mathbf{h}^H(f)\mathbf{a}_M(f) = 1 \quad (2.9)$$

$$\text{où : } \mathbf{a}_M(f) = [1 \quad e^{j2\pi f} \quad e^{j2\pi f^2} \quad \dots \quad e^{j\pi f(M-1)}]. \quad (2.10)$$

Pour résoudre ce problème, on utilise la méthode de Lagrange :

$$J = \mathbf{h}^H(f)\mathbf{R}\mathbf{h}(f) + \lambda (1 - \mathbf{h}^H(f)\mathbf{a}_M(f)) \quad (2.11)$$

Le problème revient à trouver le filtre $\mathbf{h}(f)$ qui minimise la fonction J . En dérivant l'expression (2.11) par rapport à $\mathbf{h}(f)$, on trouve :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{h}(f)} = 2\mathbf{R}\mathbf{h}(f) - \lambda\mathbf{a}_M(f) \quad (2.12)$$

$\mathbf{h}(f)$ est obtenu par la mise à zéro de l'expression (2.12)

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{h}(f)} = 0 \Rightarrow \mathbf{h}(f) = \frac{\lambda}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}_M(f) \quad (2.13)$$

En remplaçant l'équation (2.13) dans la contrainte $\mathbf{h}^H(f)\mathbf{a}_M(f) = 1$, on obtient :

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{\mathbf{a}_M^H(f)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}_M(f)} \quad (2.14)$$

En remplaçant l'expression (2.14) dans (2.13), l'expression du filtre devient :

$$\mathbf{h}_{\text{Capon}}(f) = \frac{\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}(f)}{\mathbf{a}_M^H(f)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}_M(f)} \quad (2.15)$$

La densité spectrale estimée par la méthode de Capon $\hat{\alpha}(f)$ est donnée par :

$$\hat{\alpha}_{\text{Capon}}(f) = \mathbf{h}^H(f) \mathbf{g}(f) = \frac{\mathbf{a}_M^H(f) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{g}(f)}{\mathbf{a}_M^H(f) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_M(f)} \quad (2.16)$$

$\mathbf{g}(f) = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{y}_l e^{-j2\pi fl}$ est la transformée de Fourier de \mathbf{y}_l à la fréquence f .

Puisque le calcul de la matrice de corrélation \mathbf{R} n'est pas possible suite au nombre fini d'échantillons, cette dernière peut être approximée par [25,26] :

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{y}_l \mathbf{y}_l^H \quad (2.17)$$

2. Méthode APES

Le principe de la méthode APES est similaire à celui de Capon, pour une fréquence f , on cherche à concevoir un filtre $\mathbf{h}(f)$ qui minimise l'erreur entre la sortie du filtre et la composante du signal à la fréquence désirée [12,27].

En partant de l'équation (2.2), on considère la minimisation de la fonction objective :

$$\sum_{l=0}^{L-1} \left| \mathbf{h}^H(f) \mathbf{y}_l - \alpha(f) e^{j2\pi fl} \right|^2 \quad (2.18)$$

Sous la même contrainte vue au paragraphe précédent. La fonction objective (2.18) peut être mise sous la forme:

$$\begin{aligned} & \sum_{l=0}^{L-1} \left| \mathbf{h}^H(f) \mathbf{y}_l - \alpha(f) e^{j2\pi fl} \right|^2 \\ &= \mathbf{h}^H(f) \hat{\mathbf{R}} \mathbf{h}(f) - \alpha^*(f) \mathbf{h}^H(f) \mathbf{g}(f) - \alpha(f) \mathbf{g}^H(f) \mathbf{h}(f) + |\alpha(f)|^2 \\ &= \left| \alpha(f) - \mathbf{h}^H(f) \mathbf{g}(f) \right|^2 + \mathbf{h}^H(f) \hat{\mathbf{R}} \mathbf{h}(f) - \left| \mathbf{h}^H(f) \mathbf{g}(f) \right|^2 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Où $(\cdot)^*$ désigne le complexe conjugué.

La minimisation de (2.19) par rapport à $\alpha(f)$ donne :

$$\alpha(f) = \mathbf{h}^H(f) \mathbf{g}(f) \quad (2.20)$$

Par l'insertion de (2.20) dans (2.19) le problème de minimisation est reformulé comme :

$$\min_{\mathbf{h}(f)} \mathbf{h}^H(f) \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{h}(f) \quad (2.21)$$

Sous la contrainte : $\mathbf{h}^H(f) \mathbf{a}_M(f) = 1$ (2.22)

avec: $\hat{\mathbf{Q}} = \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{g}(f) \mathbf{g}^H(f)$ (2.23)

La solution de ce problème est similaire à celle de Capon, pour déterminer le filtre, la puissance à la sortie du filtre et la densité spectrale du signal $x(n)$ il suffit de remplacer $\hat{\mathbf{R}}$ par $\hat{\mathbf{Q}}$ dans les expressions (2.15) et (2.16).

L'expression du filtre devient :

$$\mathbf{h}_{APES}(f) = \frac{\hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{a}_M(f)}{\mathbf{a}_M^H(f) \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{a}_M(f)} \quad (2.24)$$

La densité spectrale estimée par la méthode d'APES est donnée par :

$$\hat{\alpha}_{APES}(f) = \frac{\mathbf{a}_M^H \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{g}(f)}{\mathbf{a}_M^H(f) \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{a}_M(f)} \quad (2.25)$$

Pour éviter l'inversion de la matrice $\hat{\mathbf{Q}}$ pour chaque fréquence, on utilise [15] :

$$\hat{\mathbf{Q}}^{-1}(f) = \hat{\mathbf{R}}^{-1} + \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{g}(f) \mathbf{g}^H(f) \hat{\mathbf{R}}^{-1}}{1 - \mathbf{g}^H(f) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{g}(f)} \quad (2.26)$$

2.2.2. Spectre des signaux bidimensionnels

Les méthodes étudiées ont été étendues pour l'estimation des spectres d'amplitudes des signaux de deux dimensions qui a un grand intérêt dans plusieurs applications dont la plus marquée est celle des radars à synthèse d'ouverture [6,9,19]. Le problème à poser est similaire à celui des signaux 1D vu dans le premier chapitre, il consiste à estimer le spectre d'amplitude à partir de la matrice des données $\mathbf{X} = \{x(n, \bar{n})\}_{n=0, \bar{n}=0}^{N-1, \bar{N}-1}$.

$$\text{Avec : } \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x(0,0) & \cdots & x(0, \bar{N}-1) \\ x(1,0) & \cdots & x(1, \bar{N}-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x(N-1,0) & \cdots & x(N-1, \bar{N}-1) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Pour estimer la densité spectrale du signal par la méthode de Capon et APES, on subdivise la matrice d'observations \mathbf{x} en $L \times \bar{L}$ sous matrices de taille $(M \times \bar{M})$. Chaque sous matrice est de la forme:

$$\mathbf{X}_{l, \bar{l}} = \begin{bmatrix} x(l, \bar{l}) & \cdots & x(l, \bar{l} + \bar{M} - 1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x(l + M - 1, \bar{l}) & \cdots & x(l + M - 1, \bar{l} + \bar{M} - 1) \end{bmatrix}; \begin{cases} l = 0, 1, \dots, L-1 \\ \bar{l} = 0, 1, \dots, \bar{L}-1 \end{cases} \quad (2.28)$$

avec :

$$L = N - M + 1; \bar{L} = \bar{N} - \bar{M} + 1 \quad (2.29)$$

La figure(2.3) illustre le mécanisme de la segmentation de la matrice d'observations.

Soit le vecteur $\mathbf{y}_{l,\bar{l}}$ issu de l'empilement des colonnes de la matrice $\mathbf{X}_{l,\bar{l}}$.

$$\mathbf{y}_{l,\bar{l}} = \text{vec}(\mathbf{X}_{l,\bar{l}}) = [x(l, \bar{l}) \dots x(l+M-1, \bar{l}) \dots x(l, \bar{l} + \bar{M} - 1) \dots x(l+M-1, \bar{l} + \bar{M} - 1)]^T \quad (2.30)$$

Cette dernière définition nous permet de définir une nouvelle matrice d'observations de la forme:

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_{0,0} \quad \dots \quad \mathbf{y}_{L-1,0} \quad \mathbf{y}_{0,1} \quad \dots \quad \mathbf{y}_{L-1,\bar{L}-1}] \quad (2.31)$$

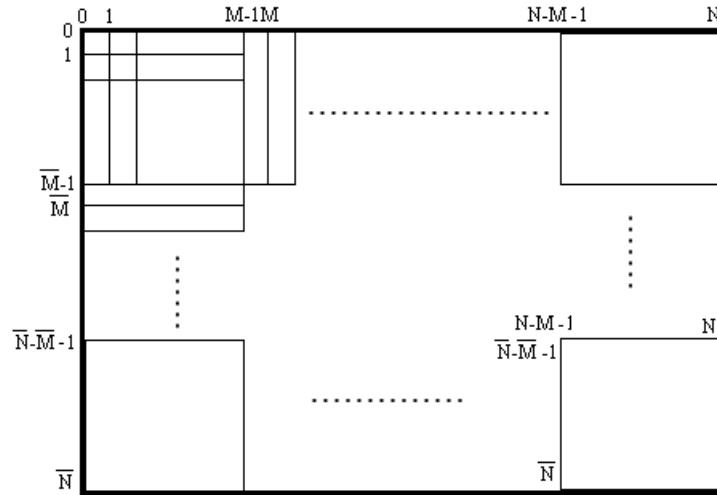


Figure .2.3. Segmentation de la matrice d'observations.

En introduisant le vecteur de Fourier 2D, pour deux entiers M et \bar{M} quelconques :

$$\mathbf{a}_{M\bar{M}}(f, \bar{f}) = \mathbf{a}_{\bar{M}}(\bar{f}) \otimes \mathbf{a}_M(f) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi\bar{f}} \\ \vdots \\ e^{j2\pi(\bar{M}-1)\bar{f}} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi f} \\ \vdots \\ e^{j2\pi(M-1)f} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Où \otimes désigne le produit de Kronecker. Pour rappeler, Le produit de Kronecker de deux matrices A, B est une matrice bloc $C : C = A \otimes B$ où $[C]_{i,j} = a_{i,j} B$ désigne l'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne bloc et de la $j^{\text{ème}}$ colonne bloc de C .

1. Méthode de Capon 2D

Soit \mathbf{H} une matrice $(M \times \bar{M})$ qui contient les coefficients du filtre, et \mathbf{Z} une matrice $(L \times \bar{L})$ qui contient les données obtenues par le passage des données \mathbf{X} à travers le filtre \mathbf{H} :

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H} * \mathbf{X} \quad (2.33)$$

$$z(l, \bar{l}) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{\bar{m}=0}^{\bar{M}-1} h^*(m, \bar{m}) x(l-m, \bar{l}-\bar{m}) = \text{vec}^H(\mathbf{H}) \mathbf{y}_{l,\bar{l}} \quad (2.34)$$

Les coefficients du filtre \mathbf{H} sont choisis de façon à minimiser la puissance du signal en sortie du filtre avec la contrainte qu'une exponentielle, de fréquence (f, \bar{f}) , à l'entrée du filtre passe sans distorsion [11-13] :

$$\min_{\mathbf{H}(f, \bar{f})} \|\mathbf{H}(f, \bar{f}) * \mathbf{X}\|^2 \text{ avec } \text{vec}^H(\mathbf{H}(f, \bar{f})) \mathbf{a}_{M, \bar{M}}(f, \bar{f}) = 1 \quad (2.35)$$

Suivant les mêmes démarches utilisées dans le cas de Capon 1D, on obtient l'expression du filtre :

$$\mathbf{H}_{\text{Capon2D}}(f, \bar{f}) = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_{M, \bar{M}}(f, \bar{f})}{\mathbf{a}_{M, \bar{M}}^H(f, \bar{f}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_{M, \bar{M}}(f, \bar{f})} \quad (2.36)$$

La densité spectrale estimée par la méthode de Capon $\hat{\alpha}(f)$ est donnée par :

$$\hat{\alpha}_{\text{Capon2D}}(f, \bar{f}) = \frac{\mathbf{a}_{M, \bar{M}}^H(f, \bar{f}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}(f, \bar{f})}{\mathbf{a}_{M, \bar{M}}^H(f, \bar{f}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_{M, \bar{M}}(f, \bar{f})} \quad (2.37)$$

avec :

$$\mathbf{G}(f, \bar{f}) = \frac{1}{L\bar{L}} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{\bar{l}=0}^{\bar{L}-1} \mathbf{y}_{l, \bar{l}} e^{-j2\pi(f l + \bar{f} \bar{l})} \quad (2.38)$$

$$\mathbf{R} \approx \hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L\bar{L}} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{\bar{l}=0}^{\bar{L}-1} \mathbf{y}_{l, \bar{l}} \mathbf{y}_{l, \bar{l}}^H \quad (2.39)$$

2. Méthode APES 2D

Le principe de la méthode APES 2D est similaire à celui de Capon 2D, pour une paire de fréquence (f, \bar{f}) , on cherche à concevoir un filtre $\mathbf{H}(f, \bar{f})$ qui minimise l'erreur entre la sortie du filtre et la composante du signal à la fréquence désirée. Ce filtre est obtenu par la minimisation de la fonction objective [11,19] :

$$\min_{\mathbf{H}(f, \bar{f}), \alpha(f, \bar{f})} \|\text{vec}^H(\mathbf{H}(f, \bar{f}) * \mathbf{X}) - \alpha(f, \bar{f}) \mathbf{a}_{L, \bar{L}}(f, \bar{f})\|^2 \quad (2.40)$$

Sous la contrainte :

$$\text{vec}^H(\mathbf{H}(f, \bar{f})) \mathbf{a}_{M, \bar{M}}(f, \bar{f}) = 1 \quad (2.41)$$

La solution de ce problème d'optimisation donne :

$$\mathbf{H}_{\text{APES2D}}(f, \bar{f}) = \frac{\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{a}_{M, \bar{M}}(f, \bar{f})}{\mathbf{a}_{M, \bar{M}}^H(f, \bar{f}) \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{a}_{M, \bar{M}}(f, \bar{f})} \quad (2.42)$$

La densité spectrale des données $\{x(n, \bar{n})\}_{n=0, \bar{n}=0}^{N-1, \bar{N}-1}$ est :

$$\hat{\alpha}_{APES2D}(f, \bar{f}) = \frac{\mathbf{a}_{M, \bar{M}}^H(f, \bar{f}) \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G}(f, \bar{f})}{\mathbf{a}_{M, \bar{M}}^H(f, \bar{f}) \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{a}_{M, \bar{M}}(f, \bar{f})} \quad (2.43)$$

$$\text{avec : } \hat{\mathbf{Q}} = \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{G}(f, \bar{f}) \mathbf{G}^H(f, \bar{f}) \quad (2.44)$$

Pour éviter l'inversion de la matrice $\hat{\mathbf{Q}}$ pour chaque fréquence, on utilise [11] :

$$\hat{\mathbf{Q}}^{-1}(f, \bar{f}) = \hat{\mathbf{R}}^{-1} + \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{G}(f, \bar{f}) \mathbf{G}^H(f, \bar{f}) \hat{\mathbf{R}}^{-1}}{1 - \mathbf{G}^H(f, \bar{f}) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{G}(f, \bar{f})} \quad (2.45)$$

2.2.3. Spectre des signaux tridimensionnels

Le problème consiste à estimer le spectre d'amplitude à partir de la matrice des données

$\mathbf{X} = \{x(n, \bar{n}, \bar{\bar{n}})\}_{n=0, \bar{n}=0, \bar{\bar{n}}=0}^{N-1, \bar{N}-1, \bar{\bar{N}}-1}$. Pour estimer la densité spectrale du signal par la méthode de Capon

et APES, on subdivise la matrice d'observations \mathbf{X} en $L \times \bar{L} \times \bar{\bar{L}}$ sous matrices de taille $(M \times \bar{M} \times \bar{\bar{M}})$.

1. Méthode de Capon 3D

Soit $\mathbf{h}_{M\bar{M}\bar{\bar{M}}} \in C^{M\bar{M}\bar{\bar{M}} \times 1}$ un filtre à réponse impulsionnelle finie, et $\mathbf{y}_{M\bar{M}\bar{\bar{M}}}(l, \bar{l}, \bar{\bar{l}})$ le vecteur des données correspondant:

$$\mathbf{y}_{M\bar{M}\bar{\bar{M}}}(l, \bar{l}, \bar{\bar{l}}) = \text{vec}(\mathbf{X}_{M, \bar{M}, \bar{\bar{M}}}(l, \bar{l}, \bar{\bar{l}})) \quad (2.46)$$

$$\text{où : } \mathbf{X}_{M, \bar{M}, \bar{\bar{M}}}(l, \bar{l}, \bar{\bar{l}}) = \begin{bmatrix} x(l, \bar{l}, \bar{\bar{l}}) & \dots & x(l, \bar{l} + \bar{M} - 1, \bar{\bar{l}}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x(l + M - 1, \bar{l}, \bar{\bar{l}}) & \dots & x(l + M - 1, \bar{l} + \bar{M} - 1, \bar{\bar{l}}) \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$l = 0, 1, \dots, L - 1, \bar{l} = 0, 1, \dots, \bar{L} - 1, \bar{\bar{l}} = 0, 1, \dots, \bar{\bar{L}} - 1$$

$$L = N - M + 1; \bar{L} = \bar{N} - \bar{M} + 1; \bar{\bar{L}} = \bar{\bar{N}} - \bar{\bar{M}} + 1 \quad (2.48)$$

En définissant un vecteur 3D fréquence:

$$\mathbf{a}_{M\bar{M}\bar{\bar{M}}}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) = \mathbf{a}_{\bar{M}}(\bar{f}) \otimes \mathbf{a}_{\bar{\bar{M}}}(\bar{\bar{f}}) \otimes \mathbf{a}_M(f) \quad (2.49)$$

Le filtre 3-D Capon peut être conçu comme:

$$\min_{\mathbf{h}_{M\bar{M}\bar{\bar{M}}}} \mathbf{h}_{M\bar{M}\bar{\bar{M}}}^H \mathbf{R} \mathbf{h}_{M\bar{M}\bar{\bar{M}}} \quad (2.50)$$

$$\text{Sous la contrainte: } \mathbf{h}_{M\bar{M}\bar{\bar{M}}}^H \mathbf{a}_{M\bar{M}\bar{\bar{M}}}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) = 1 \quad (2.51)$$

$$\text{où: } \mathbf{R} \approx \hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{LL} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{\bar{l}=0}^{\bar{L}-1} \mathbf{y}_{MM\bar{M}}(l, \bar{l}, \bar{\bar{l}}) \mathbf{y}_{MM\bar{M}}^H(l, \bar{l}, \bar{\bar{l}}) \quad (2.52)$$

Par conséquent le spectre d'amplitude estimé via le filtre de Capon 3D [1] est donné par:

$$\hat{\alpha}_{\text{Capon3D}}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) = \frac{\mathbf{a}_{MM\bar{M}}^H(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}_{MM\bar{M}}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}})}{\mathbf{a}_{MM\bar{M}}^H(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_{MM\bar{M}}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}})} \quad (2.53)$$

$$\text{où: } \mathbf{G}_{MM\bar{M}}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) = \frac{1}{LL\bar{L}} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{\bar{l}=0}^{\bar{L}-1} \mathbf{y}_{MM\bar{M}}(l, \bar{l}, \bar{\bar{l}}) e^{-j2\pi(f\bar{l} + \bar{\bar{l}})} \quad (2.54)$$

2. Méthode APES 3D

Le principe de la méthode APES 3D est similaire à celui de Capon 3D. On remplace tout simplement la matrice $\mathbf{R}_{MM\bar{M}, MM\bar{M}}^{-1}$ par la matrice $\mathbf{Q}_{MM\bar{M}, MM\bar{M}}^{-1}$ dans l'expression du spectre :

$$\hat{\alpha}_{\text{APES3D}}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) = \frac{\mathbf{a}_{MM\bar{M}}^H(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G}_{MM\bar{M}}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}})}{\mathbf{a}_{MM\bar{M}}^H(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{a}_{MM\bar{M}}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}})} \quad (2.55)$$

avec:

$$\hat{\mathbf{Q}} = \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{G}_{MM\bar{M}}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) \mathbf{G}_{MM\bar{M}}^H(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) \quad (2.56)$$

Pour éviter l'inversion de la matrice $\hat{\mathbf{Q}}$ pour chaque fréquence, on utilise [1] :

$$\hat{\mathbf{Q}}^{-1}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) = \hat{\mathbf{R}}^{-1} + \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{G}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) \mathbf{G}^H(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) \hat{\mathbf{R}}^{-1}}{1 - \mathbf{G}^H(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}}) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{G}(f, \bar{f}, \bar{\bar{f}})} \quad (2.57)$$

2.3. Méthode adaptative itérative IAA

2.3.1. Méthode IAA1D

Nous introduisons dans cette section la méthode IAA (Iterative Adaptive Approach) [2,25,29], basée sur les moindres carrés pondérés dont l'intérêt repose sur une précision similaire au Capon tout en ne nécessitant qu'un nombre très limité de données.

On considère une séquence de N points d'un signal uniformément échantillonné, et soit le vecteur $\mathbf{y}_N = \{y(n)\}_{n=0}^{N-1}$ qui contient ces données.

On suppose que le spectre est échantillonné en $K > N$ points $f_k = k/K$, $k = 0: K-1$.

Un modèle représentant ces données peut être écrit sous la forme :

$$\mathbf{y}_N = \mathbf{A}_N \mathbf{a}_K + \epsilon_N \quad (2.58)$$

où

$$\mathbf{A}_N = \left[\mathbf{a}_N(f_0), \mathbf{a}_N(f_1), \dots, \mathbf{a}_N(f_{K-1}) \right]^T \quad (2.59)$$

Avec $\mathbf{a}_N(f) = [1 \quad e^{j2\pi f} \quad e^{j2\pi f^2} \quad \dots \quad e^{j\pi f(N-1)}]$

Et $\mathbf{a}_K = [\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{K-1}]^T$, avec α_k désigne l'amplitude complexe associée à la fréquence f_k et ϵ_M le terme de bruit.

en disposant de \mathbf{y}_N et \mathbf{A}_N , l'algorithme IAA résout l'équation (2.58) en minimisant la fonction de coût pondérée :

$$\left\| \mathbf{y}_N - \mathbf{a}_N(f_k) \alpha_k \right\|_{\mathbf{Q}_N^{-1}(f_k)}^2, \quad k = 0, 1, \dots, K-1 \quad (2.60)$$

avec :

$$\|z\|_{\mathbf{Q}_N^{-1}(w_k)}^2 = z^* \mathbf{Q}_N^{-1}(f_k) z \quad (2.61)$$

$$\text{Et } \mathbf{Q}_N(f_k) = \mathbf{R}_N - p_k \mathbf{a}_N(f_k) \mathbf{a}_N^*(f_k) \quad (2.62)$$

est un terme d'interférence représentant les composantes fréquentielles autre que f_k et la matrice de covariance du bruit.

Dans l'expression (2.62), $p_k = |\alpha_k|^2$ désigne l'énergie du signal à la fréquence f_k et la matrice de covariance de la méthode IAA a pour expression :

$$\mathbf{R}_N = \mathbf{A}_N \mathbf{P}_K \mathbf{A}_N^* \quad (2.63)$$

Où \mathbf{P}_K est une matrice diagonale ayant les éléments de la diagonale

$\mathbf{p}_K = [p_0, p_1, \dots, p_{K-1}]^T$. en minimisant (2.60) par rapport à α_k , $k = 0, 1, \dots, K-1$ on aboutit à :

$$\alpha_k^{IAA} = \frac{\mathbf{a}_N^*(f_k) \mathbf{Q}_N^{-1} \mathbf{y}_N}{\mathbf{a}_N^*(f_k) \mathbf{Q}_N^{-1} \mathbf{a}_N(f_k)}, \quad k = 0, 1, \dots, K-1. \quad (2.64)$$

On utilise l'équation (2.62) et le lemme de l'inversion d'une matrice, l'équation (2.64) devient :

$$\alpha_k^{IAA} = \frac{\mathbf{a}_N^*(f_k) \mathbf{R}_N^{-1} \mathbf{y}_N}{\mathbf{a}_N^*(f_k) \mathbf{R}_N^{-1} \mathbf{a}_N(f_k)}, \quad k = 0, 1, \dots, K-1. \quad (2.65)$$

Cette dernière expression nous permet d'éviter le calcul de \mathbf{Q}_N^{-1} pour chaque fréquence f_k .

A partir de l'équation (2.65), on constate que l'estimation des α_k nécessite le calcul de la matrice d'autocorrélation \mathbf{R}_N qui est en fonction α_k . Donc le calcul des α_k peut se faire d'une manière itératif. L'algorithme consiste à initialiser l'énergie P_K en utilisant soit le periodogramme ou la matrice identité, puis d'utiliser l'équation (2.63) pour calculer la matrice de corrélation \mathbf{R}_N et de son inverse \mathbf{R}_N^{-1} pour obtenir les α_k dans cette itération. Durant cette itération, les amplitudes sont évaluées pour toutes les fréquences f_k et de même pour les énergies correspondantes. Puis la matrice de corrélation est calculer de nouveau avec les nouvelles énergies et ainsi de suite jusqu'à la convergence.

L'algorithme itératif d'IAA-1D se résume comme suit [23] :

Début

Initialisation

$$P_K = I_K$$

Répéter jusqu'à convergence

$$R_M = A_M P_K A_M^*$$

Pour $k = 0, \dots, K - 1$

$$\alpha_k = \frac{\mathbf{a}_N^*(f_k) \mathbf{R}_N^{-1} \mathbf{y}_N}{\mathbf{a}_N^*(f_k) \mathbf{R}_N^{-1} \mathbf{a}_N(f_k)}$$

$$p_k = |\alpha_k|^2$$

Fin pour

$$P_K = \text{diag} \left(p_k \right)_{0 \leq k \leq K-1}$$

Fin

IAA est un processus itératif imposant de calculer et d'inverser la matrice \mathbf{R}_N à chaque itération, ce qui est incompatible avec les capacités calculatoires en conditions réelles. Cet algorithme prend environ 10 à 15 itérations pour converger en fonction de résultats expérimentaux et numériques [23].

2.3.2. Méthode IAA2D

La méthode étudiée a été étendue pour l'estimation des spectres d'amplitudes des signaux de deux dimensions qui a un grand intérêt dans plusieurs applications dont la plus marquée est celle des radars à synthèse d'ouverture [6,9,23]. On considère un signal

bidimensionnel \mathbf{Y}_{N_1, N_2} de dimension $N_1 \times N_2$ noyées dans un bruit complexe additif de deux dimensions $\epsilon_{N_1 N_2}$ [28] :

Le problème à poser est similaire à celui des signaux 1D, il consiste à estimer le spectre d'amplitude à partir de la matrice des données \mathbf{Y}_{N_1, N_2} . Le modèle dans ce cas est de la forme :

$$\mathbf{y}_{N_1, N_2} = A_{N_1 N_2} \mathbf{a}_{K_1, K_2} + \epsilon_{N_1, N_2} \quad (2.66)$$

avec

$$\mathbf{y}_{N_1, N_2} = \text{vec}(\mathbf{Y}_{N_1, N_2}) \quad (2.67)$$

$$\text{et } A_{N_1 N_2}(f_{k_1}, f_{k_2}) = A_{N_2}(f_{k_2}) \otimes A_{N_1}(f_{k_1}) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi f_{k_2}} \\ \vdots \\ e^{j2\pi(N_2-1)f_{k_2}} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi f_{k_1}} \\ \vdots \\ e^{j2\pi(N_1-1)f_{k_1}} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

avec $f_{k_1}, f_{k_2} \in [0, 1]$, $\mathbf{a}_{K_1, K_2} = [\alpha_{0,0}, \alpha_{1,0}, \dots, \alpha_{K_1-1, K_2-1}]^T$, et α_{k_1, k_2} désigne l'amplitude complexe échantillonné en $K_1 \times K_2$ points, avec $k_1 = 0, 1, \dots, K_1 - 1$ et $k_2 = 0, 1, \dots, K_2 - 1$. L'algorithme IAA-2D résout l'équation (2.66) en minimisant la fonction de cout pondérée [31] :

$$\min_{\mathbf{a}_{K_1, K_2}} \left\| \mathbf{y}_{N_1, N_2} - \mathbf{a}_{N_1, N_2}(k_1, k_2) \alpha_{k_1, k_2} \right\|_{Q_{N_1, N_2}^{-1}(k_1, k_2)}^2 \quad (2.69)$$

Où :

$\mathbf{a}_{N_1, N_2}(k_1, k_2) = \mathbf{a}_{N_2}(k_2) \otimes \mathbf{a}_{N_1}(k_1)$ représente une colonne de la matrice A ;

$$\mathbf{Q}_{N_1 N_2}(k_1, k_2) = \mathbf{R}_{N_1 N_2} - p_{k_1, k_2} \mathbf{a}_{N_1, N_2}(k_1, k_2) \mathbf{a}_{N_1, N_2}^*(k_1, k_2) \quad (2.70)$$

Avec $p_{k_1, k_2} = |\alpha_{k_1, k_2}|^2$ désigne l'énergie du signal à la fréquence (f_{k_1}, f_{k_2}) et la matrice de covariance de la méthode IAA pour un signal 2D a pour expression :

$$\mathbf{R}_{N_1 N_2} = A_{N_1 N_2} \mathbf{P}_{K_1, K_2} A_{N_1 N_2}^* \quad (2.71)$$

Où \mathbf{P}_{K_1, K_2} est une matrice diagonale contenant les carrés des amplitudes ; les éléments de la diagonale sont $\mathbf{p}_{K_1, K_2} = [p_{0,0}, p_{1,0}, \dots, p_{K_1-1, K_2-1}]^T$.

En minimisant (2.69) par rapport à α_{k_1, k_2} et on utilisant lemma de l'inversion d'une matrice on aboutit :

$$\alpha_{k_1, k_2}^{IAA2D} = \frac{\mathbf{a}_{N_1, N_2}^*(k_1, k_2) \mathbf{R}_{N_1 N_2}^{-1} \mathbf{y}_{N_1, N_2}}{\mathbf{a}_{N_1, N_2}^*(k_1, k_2) \mathbf{R}_{N_1 N_2}^{-1} \mathbf{a}_{N_1, N_2}(k_1, k_2)}, \quad k_1 = 0, 1, \dots, K_1 - 1, k_2 = 0, 1, \dots, K_2 - 1. \quad (2.72)$$

Comme $\mathbf{R}_{N_1 N_2}$ dépend de α_{k_1, k_2} , La méthode IAA2D [31] doit être implémentée comme un algorithme itératif comme suit :

Début

Initialisation

$$\mathbf{P}_{K_1, K_2} = I_{K_1 \times K_2}$$

Répéter jusqu'à convergence

$$\mathbf{R}_{N_1 N_2} = \mathbf{A}_{N_1 N_2} \mathbf{P}_{K_1, K_2} \mathbf{A}_{N_1 N_2}^*$$

Pour $k_1 = 0, 1, \dots, K_1 - 1$

Pour $k_2 = 0, 1, \dots, K_2 - 1$

$$\alpha_{k_1, k_2} = \frac{\mathbf{a}_{N_1, N_2}^*(k_1, k_2) \mathbf{R}_{N_1 N_2}^{-1} \mathbf{y}_{N_1, N_2}}{\mathbf{a}_{N_1, N_2}^*(k_1, k_2) \mathbf{R}_{N_1 N_2}^{-1} \mathbf{a}_{N_1, N_2}(k_1, k_2)}$$

$$p_{k_1, k_2} = \left| \alpha_{k_1, k_2} \right|^2$$

Fin pour

Fin pour

$$\mathbf{P}_{K_1, K_2} = \text{diag} \left(p_{k_1, k_2} \right)_{\substack{0 \leq k_1 \leq K_1 - 1 \\ 0 \leq k_2 \leq K_2 - 1}}$$

Fin

Cependant, il s'agit d'un processus itératif imposant d'inverser une matrice de taille $N_1 N_2 \times N_1 N_2$ à chaque étape.

2.3.3. Nouvelle méthode d'estimation des fréquences 3D (IAA-3D)

Dans ce travail on propose une extension de la méthode IAA pour l'estimation spectrale haute résolution tridimensionnelle. On considère un signal tridimensionnel $\mathbf{Y}_{N_1, N_2, N_3}$ de dimension $N_1 \times N_2 \times N_3$ noyées dans un bruit additif de trois dimensions ϵ_{N_1, N_2, N_3} .

Le problème à poser est similaire à celui des signaux 2D, il consiste à estimer le spectre d'amplitude à partir de la matrice des données $\mathbf{Y}_{N_1, N_2, N_3}$.

Le modèle dans ce cas est de la forme :

$$\mathbf{y}_{N_1, N_2, N_3} = \mathbf{A}_{N_1 N_2 N_3} \mathbf{a}_{K_1, K_2, K_3} + \epsilon_{N_1, N_2, N_3} \quad (2.73)$$

$$\text{Avec : } \mathbf{y}_{N_1, N_2, N_3} = \text{vec}(\mathbf{Y}_{N_1, N_2, N_3}) \quad (2.74)$$

C'est la concaténation des données dans une matrice colonne $N_1 N_2 N_3 \times 1$ notée $\mathbf{y}_{N_1, N_2, N_3}$. Donc pour balayer tout le bloc 3D, on fait une lecture colonne par colonne dans chaque plan du volume comme suit:

$$\mathbf{y}_{N_1, N_2, N_3} = [y_0^{N_3}, y_1^{N_3}, \dots, y_{N_3-1}^{N_3}] \quad (2.75)$$

Où:

$$\mathbf{y}_i^{N_3} = [y_{0,i}^{N_3}, y_{1,i}^{N_3}, \dots, y_{N_2-1,i}^{N_3}] \quad (2.76)$$

$$\mathbf{y}_{j,i}^{N_3} = [y(m, n + j, t + i), \dots, y(m + N_1 - 1, n + j, t + i)] \quad (2.77)$$

Avec $i = 0, 1, \dots, N_3 - 1$ et $j = 0, 1, \dots, N_1 - 1$

Et $\mathbf{a}_{K_1, K_2, K_3} = [\alpha_{0,0,0}, \alpha_{1,0,0}, \dots, \alpha_{K_1-1, K_2-1, K_3-1}]^T$, avec α_{k_1, k_2, k_3} désigne l'amplitude complexe de triplet $(f_{k_1}, f_{k_2}, f_{k_3})$ où $k_1 = 0, 1, \dots, K_1 - 1$, $k_2 = 0, 1, \dots, K_2 - 1$, $k_3 = 0, 1, \dots, K_3 - 1$...

Avec $A_{N_1 N_2 N_3}$ la matrice de Vandermonde 3D dont l'expression est:

$$\begin{aligned} A_{A_{N_1 N_2 N_3}}(f_{k_1}, f_{k_2}, f_{k_3}) &= A_{N_3}(f_{k_3}) \otimes A_{N_2}(f_{k_2}) \otimes A_{N_1}(f_{k_1}) \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi f_{k_3}} \\ \vdots \\ e^{j2\pi(N_3-1)f_{k_3}} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi f_{k_2}} \\ \vdots \\ e^{j2\pi(N_2-1)f_{k_2}} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi f_{k_1}} \\ \vdots \\ e^{j2\pi(N_1-1)f_{k_1}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.78)$$

Où $(f_{k_1}, f_{k_2}, f_{k_3} \in [0 \ 1])$

Le problème d'optimisation de la méthode IAA3D se résume comme suit :

$$\min_{\mathbf{a}_{K_1, K_2, K_3}} \left\| \mathbf{y}_{N_1, N_2, N_3} - \mathbf{a}_{N_1, N_2, N_3}(k_1, k_2, k_3) \alpha_{k_1, k_2, k_3} \right\|_{Q_{N_1, N_2, N_3}^{-1}(k_1, k_2, k_3)}^2 \quad (2.79)$$

avec :

$$\mathbf{a}_{N_1, N_2, N_3}(k_1, k_2, k_3) = \mathbf{a}_{N_3}(k_3) \otimes \mathbf{a}_{N_2}(k_2) \otimes \mathbf{a}_{N_1}(k_1) \quad (2.80)$$

$$\mathbf{Q}_{N_1 N_2 N_3}(k_1, k_2, k_3) = \mathbf{R}_{N_1 N_2 N_3} - p_{k_1, k_2, k_3} \mathbf{a}_{N_1, N_2, N_3}(k_1, k_2, k_3) \mathbf{a}_{N_1, N_2, N_3}^*(k_1, k_2, k_3) \quad (2.81)$$

$p_{k_1, k_2, k_3} = |\alpha_{k_1, k_2, k_3}|^2$ désigne l'énergie du signal à la fréquence (k_1, k_2, k_3) et la matrice de covariance de la méthode IAA3D a pour expression :

$$\mathbf{R}_{N_1 N_2 N_3} = \mathbf{A}_{N_1 N_2 N_3} \mathbf{P}_{k_1, k_2, k_3} \mathbf{A}_{N_1 N_2 N_3}^* \quad (2.82)$$

$$\text{Où } \mathbf{P}_{K_1, K_2, K_3} = \text{diag}([p_{0,0,0}, p_{1,0,0}, \dots, p_{K_1-1, K_2-1, K_3-1}]) \quad (2.83)$$

R est la matrice block Toeplitz $N_3 \times N_3$ donnée par:

$$R = \begin{bmatrix} R_0 & R_{-1} & \dots & R_{-N_3+1} \\ R_1 & R_0 & \dots & R_{-N_3+2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ R_{N_3-1} & R_{N_3-2} & \dots & R_0 \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

Dans laquelle chaque block est une matrice bloc Toeplitz $N_2 \times N_2$:

$$R_i = \begin{bmatrix} r_{0,i} & r_{-1,i} & \dots & r_{-N_2+1,i} \\ r_{1,i} & r_{0,i} & \dots & r_{-N_2+2,i} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_{N_2-1,i} & r_{N_2-2,i} & \dots & r_{0,i} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

Et enfin $r_{j,i}$ est une matrice Toeplitz $N_1 \times N_1$ donnée par:

$$r_{j,i} = \begin{bmatrix} r_y(0,j,i) & r_y(-1,j,i) & \dots & r_y(-N_1+1,j,i) \\ r_y(1,j,i) & r_y(0,j,i) & \dots & r_y(-N_1+2,j,i) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_y(N_1-1,j,i) & r_y(N_1-2,j,i) & \dots & r_y(0,j,i) \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

Où $r_y(\dots)$ est la fonction d'autocorrélation définie par:

$$r_y(m_1, m_2, m_3) = \sum_{k_3=0}^{K_3} \sum_{k_2=0}^{K_2} \sum_{k_1=0}^{K_1} P_{K_1 K_2 K_3} e^{-j2\pi \frac{m_3 k_3}{K_3}} e^{-j2\pi \frac{m_2 k_2}{K_2}} e^{-j2\pi \frac{m_1 k_1}{K_1}} \quad (2.87)$$

$$m_1 = -N_3 + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_3 - 1;$$

$$m_2 = -N_2 + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_2 - 1; \quad (2.89)$$

$$m_3 = -N_1 + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_1 - 1.$$

Par conséquent le spectre d'amplitude estimé via la méthode IAA3D est donné par:

$$\alpha_{k_1, k_2, k_3}^{IAA3D} = \frac{\mathbf{a}_{N_1, N_2, N_3}^*(k_1, k_2, k_3) \mathbf{R}_{N_1, N_2, N_3}^{-1} \mathbf{y}_{N_1, N_2, N_3}}{\mathbf{a}_{N_1, N_2, N_3}^*(k_1, k_2, k_3) \mathbf{R}_{N_1, N_2, N_3}^{-1} \mathbf{a}_{N_1, N_2, N_3}(k_1, k_2, k_3)}, \quad (2.90)$$

$$k_1 = 0, 1, \dots, K_1 - 1, k_2 = 0, 1, \dots, K_2 - 1, k_3 = 0, 1, \dots, K_3 - 1$$

L'algorithme de la nouvelle méthode d'estimation des fréquences 3D (IAA-3D) se résume comme suit :

Début**Initialisation**

$$\mathbf{P}_{K_1, K_2, K_3} = I_{K_1 \times K_2 \times K_3}$$

Répéter jusqu'à convergence

$$\mathbf{R}_{N_1 N_2 N_3} = \mathbf{A}_{N_1 N_2 N_3} \mathbf{P}_{k_1, k_2, k_3} \mathbf{A}_{N_1 N_2 N_3}^*$$

Pour $k_1 = 0, 1, \dots, K_1 - 1$

Pour $k_2 = 0, 1, \dots, K_2 - 1$

Pour $k_3 = 0, 1, \dots, K_3 - 1$

$$\alpha_{k_1, k_2, k_3} = \frac{\mathbf{a}_{N_1, N_2, N_3}^*(k_1, k_2, k_3) \mathbf{R}_{N_1, N_2, N_3}^{-1} \mathbf{y}_{N_1, N_2, N_3}}{\mathbf{a}_{N_1, N_2, N_3}^*(k_1, k_2, k_3) \mathbf{R}_{N_1, N_2, N_3}^{-1} \mathbf{a}_{N_1, N_2, N_3}(k_1, k_2, k_3)}$$

$$p_{k_1, k_2, k_3} = \left| \alpha_{k_1, k_2, k_3} \right|^2$$

Fin pour

Fin pour

Fin pour

$$\mathbf{P}_{K_1, K_2, K_3} = \text{diag} \left(p_{k_1, k_2, k_3} \right)_{\substack{0 \leq k_1 \leq K_1 - 1 \\ 0 \leq k_2 \leq K_2 - 1 \\ 0 \leq k_3 \leq K_3 - 1}}$$

Fin

Nous continuons jusqu'à ce que les estimations aient pratiquement convergence, c'est-à-dire que la différence entre les estimations d'amplitude entre deux itérations consécutives est inférieure à un certain seuil préétabli ϵ , qui ne nécessite généralement pas plus de 10-15 itérations.

2.4. Conclusion

Dans ce chapitre, le signal est supposé une somme de sinusoides noyé dans un bruit stationnaire et le problème de l'estimation spectrale consiste à estimer la densité spectrale d'amplitudes de ce signal. Ces méthodes consistent à concevoir un filtre à réponse impulsionnelle fini, centré à la fréquence désirée de telle sorte qu'il ne laisse passer que la fréquence désirée sans distorsion. Cette classe est un compromis entre les deux classes précédentes ; elle n'exige aucune information sur le signal et offre une résolution fréquentielle située entre celles des deux autres classes des méthodes (méthodes paramétriques classique et méthodes paramétriques). Dans ces méthodes (Capon , APES et IAA), l'évaluation de densité

spectrale de puissance nécessite l'estimation de la matrice de corrélation. L'algorithme IAA estime la matrice de corrélation itérativement. Cet algorithme nécessite un nombre d'échantillons réduit par rapport aux autres méthodes au détriment d'un temps de calcul énorme. Ces méthodes sont ensuite étendues aux signaux 2D et 3D.

Chapitre 3

Simulations et applications

2.1. Introduction

Dans ce chapitre on présente les résultats de simulation pour l'estimation des amplitudes et des fréquences des signaux 1D, 2D et 3D par la méthode IAA. Les résultats obtenus par la méthode IAA pour les signaux 1D seront comparés avec les méthodes de Welch, la TFD et la méthode de Capon. Alors pour les signaux 2D/3D, les résultats seront comparés avec la méthode de la TFD et la méthode de Capon.

2.2. Résultats de simulation pour les signaux monodimensionnels

2.2.1. Données de test

La séquence des données est composée de $N = 128$ échantillons et consiste en quatre sinusoides d'amplitudes 1,1,1 et 0.2, localisées aux fréquences 0.04, 0.05, 0.08 et 0.09 Hz respectivement et ayant une phase de $\pi/4$:

$$x(n) = \sum_{k=1}^4 \alpha_k e^{j2\pi f_k n} + v(n), n = 1, \dots, 128 \quad (3.1)$$

Ces échantillons sont noyés dans un bruit blanc gaussien, de moyenne nulle et de variance σ^2 . La sévérité du bruit a été mesuré par la méthode du SNR local, cette technique consiste à calculer le SNR pour chaque raie, en d'autre terme, un SNR pour la première raie n'est pas forcément le même pour l'autre si elles ne sont pas de même amplitude.

$$SNR_k = 10 \log_{10} \frac{|a_k|^2}{\sigma^2}, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.2)$$

2.2.2. Densité spectrale estimée

Dans cette section de simulation, nous avons estimé la densité spectrale du signal pour une valeur de la longueur du filtre $M = 64$ et différentes valeurs de la variance ($\sigma^2 = 0.31, 0.001$).

Les densités spectrales représentées dans les figures (3.1), (3.2), (3.3) et (3.4) sont obtenues à partir de la moyenne de 128 réalisations.

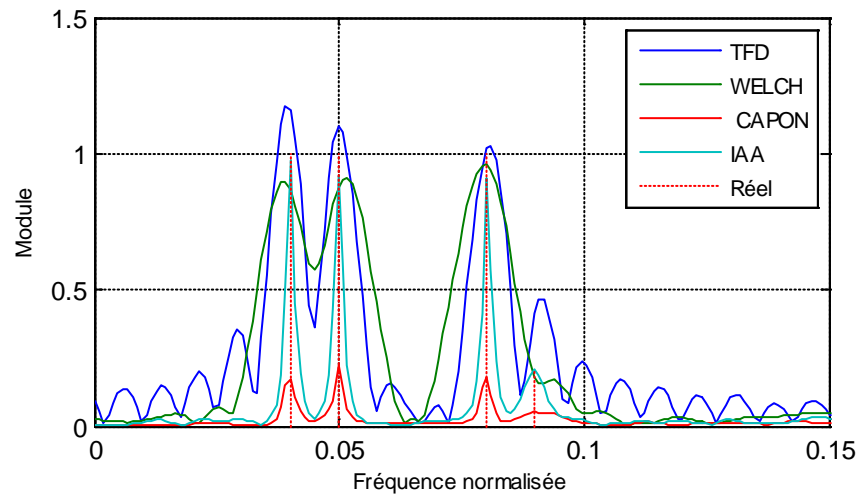


Figure 3.1. Densité spectrale du signal estimée par différentes méthodes pour $\sigma=0.31$

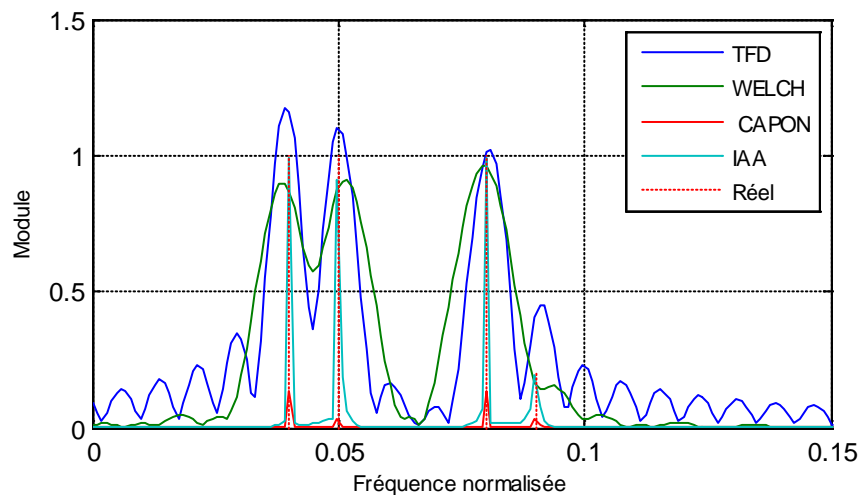


Figure 3.2. Densité spectrale du signal estimée par différentes méthodes pour $\sigma=0.001$.

D'après les figures (3.1), (3.2), on constate que la densité spectrale estimée par la méthode IAA est plus précise que celle obtenue par les autres méthodes et ceci pour les différentes valeurs de σ^2 . La figure (3.3), présente le spectre obtenu par les quatre méthodes pour un SNR locale de $5dB$ pour les trois premières sinusoïdes et $-8dB$ pour la dernière sinusoïde. On voit que la méthode de la TFD induit des oscillations d'importantes amplitudes ce qui rend la distinction de la quatrième raie est difficile. On constate aussi que les performances de la méthode de Welch se dégradent. Pour la méthode de Capon, les fréquences sont bien localisées mais les amplitudes sont médiocres. Par contre la méthode IAA, les fréquences sont bien localisée est aussi les amplitudes.

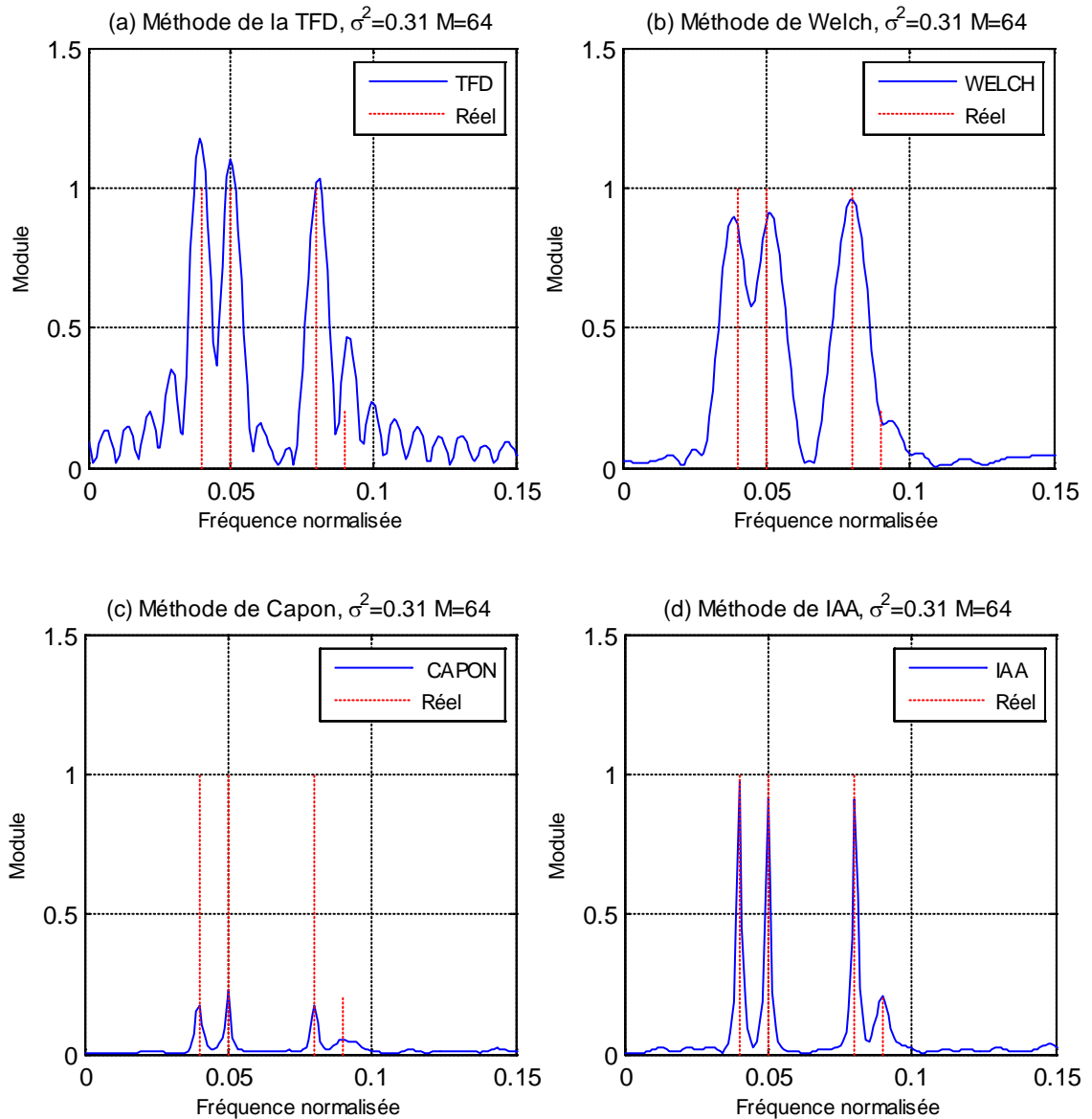


Figure 3.3. Densité spectrale du signal estimée par les méthodes étudiées pour $M = 64$ et $SNR_1 = 5dB$

Dans la figure (3.4) on présente le spectre obtenu par les quatre méthodes pour un SNR locale de $30dB$ pour les trois premières sinusoïdes et $16dB$ pour la dernière sinusoïde.

D'après ces figures on remarque que la méthode de Welch est peu sensible au bruit, par contre la méthode de Capon est sensible au bruit mais la localisation des fréquences est plus meilleure. La méthode IAA donne une densité spectrale meilleure que celle obtenue par les autres méthodes. Les tableaux (3.1), (3.2) présentent les fréquences et les amplitudes estimés par ces méthodes $\sigma^2 = 0.3$ et $\sigma^2 = 0.001$.

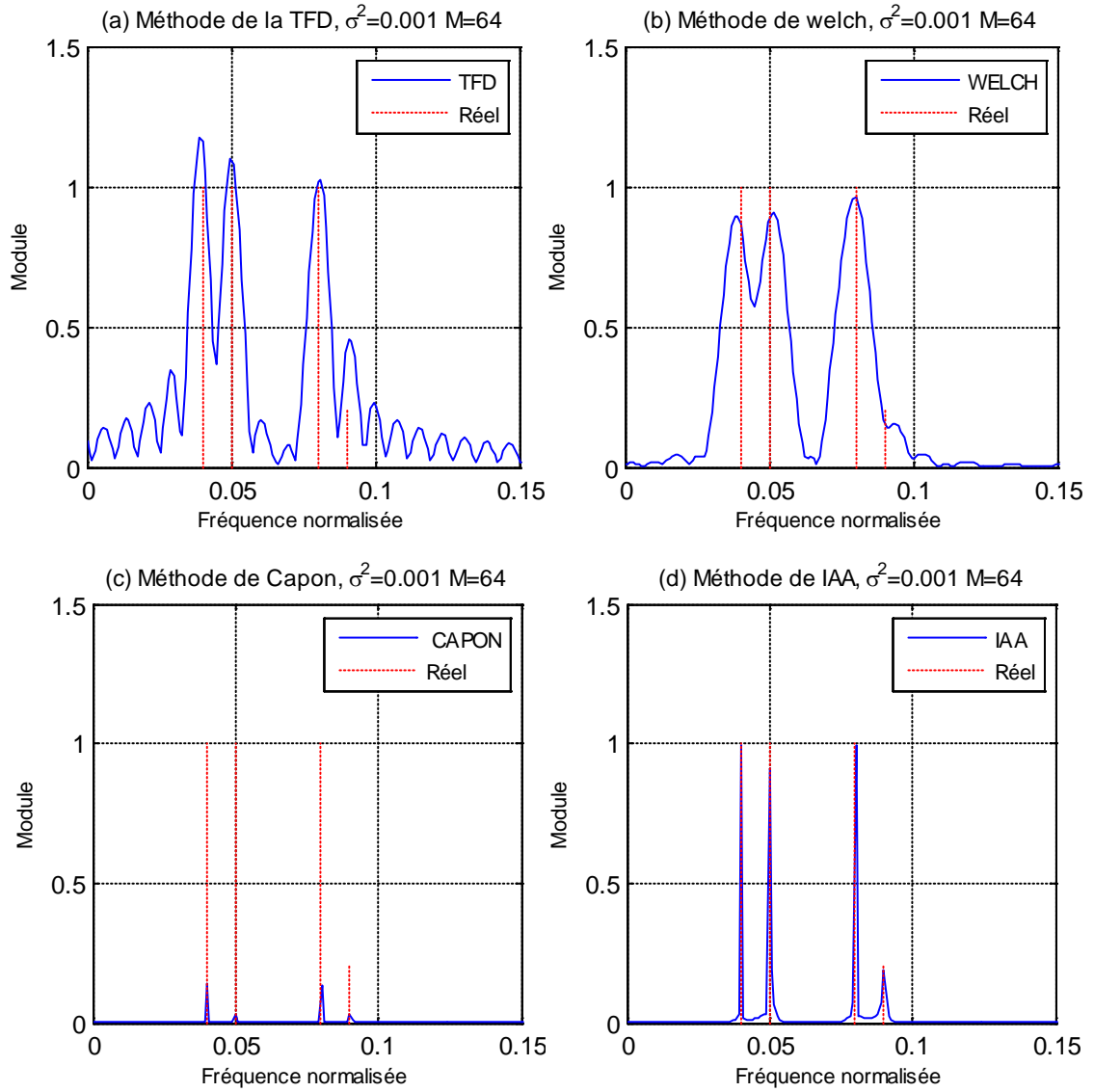


Figure 3.4. Densité spectrale du signal estimée par les méthodes étudiées pour $SNR_1 = 30dB$

		f_1	f_2	f_3	f_4
$\sigma_1^2 = 0.31$	TFD	0,03906	0,0498	0,08105	0,0981
	Welch	0,03906	0,05176	0,08008	0,09375
	Capon	0,04004	0,0498	0,08008	0,08984
	IAA	0,04004	0,0498	0,08008	0,08984
$\sigma_2^2 = 0.001$	TFD	0,03906	0,0498	0,08105	0,09082
	Welch	0,03906	0,05176	0,08008	0,09375
	Capon	0,04004	0,0498	0,08008	0,08984
	IAA	0,04004	0,0498	0,08008	0,08984

Tableau3.1. Fréquences estimées par ces méthodes pour ($\sigma^2 = 0.31, 0.001$)

		a_1	a_2	a_3	a_4
$\sigma_1^2 = 0.31$	TFD	1,174	1,099	1,03	0,4612
	Welch	0,8949	0,912	0,9593	0,169
	Capon	0,1735	0,2264	0,1758	0,05337
	IAA	0,9761	0,9192	0,9092	0,2063
$\sigma_2^2 = 0.001$	TFD	1,178	1,103	1,023	0,4531
	Welch	0,895	0,9083	0,9598	0,1541
	Capon	0,1378	0,02976	0,1331	0,02992
	IAA	0,9943	0,9134	0,9925	0,191

Tableau3.2. Amplitudes estimées par ces méthodes pour ($\sigma^2 = 0.31, 0.001$)

2.2.3. Résolution

La résolution est l'aptitude d'une méthode à séparer deux sinusoïdes de fréquences proches f_1 et f_2 . Si $\hat{\alpha}(f)$ dénote le spectre d'amplitude estimée à la fréquence f . deux sinusoïdes de fréquences f_1 et f_2 sont dites séparées si :

$$\gamma = 2\hat{\alpha}(f_3) - \hat{\alpha}(f_1) - \hat{\alpha}(f_2) < 0 \quad (3.4)$$

f_3 est la fréquence médiane entre f_1 et f_2 :

$$f_3 = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad (3.5)$$

Dans cette section nous avons étudié la résolution des cinq estimateurs en considérant un signal composé de deux sinusoïdes d'amplitude $\sqrt{0.5} + j\sqrt{0.5}$. La première est localisée à la fréquence normalisée 0.0781, par contre la deuxième varie de 0.0781 à 0.0914 avec un pas de $0.05/N$. Le nombre d'échantillons est fixé à $N = 128$ et le SNR utilisé est de $20dB$ et $M = 32$.

La figure (3.5) montre les résultats obtenus pour les estimateurs étudiés, on constate que l'estimateur de IAA offre la meilleure résolution (environ $0.5/N$), suivi par la méthode de Capon et aussi la méthode de la TFD, la méthode de Welch (environ $0.8/N$). La résolution obtenue par la méthode APES est la plus basse (environ $0.9/N$).

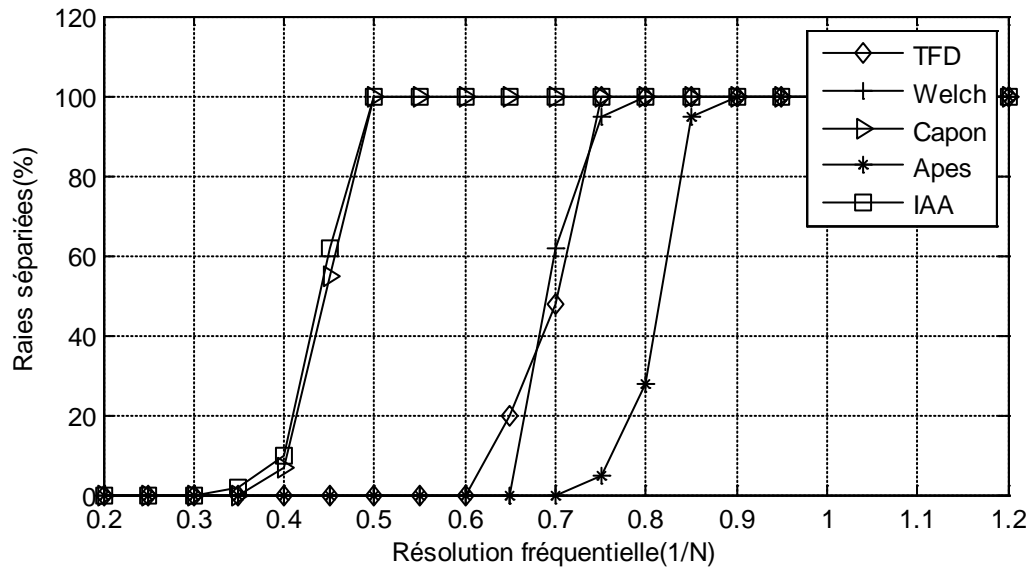


Figure 3.5. Résolution fréquentielle pour $N = 128$.

3.3. Résultats de simulation pour les signaux bidimensionnels

Les méthodes TFD, Capon et IAA ont été étendues pour l'estimation des amplitudes et des fréquences des signaux 2D, qui a un grand intérêt dans plusieurs applications. Des séquences synthétiques et réelles sont considérées.

3.3.1. Données de test

On considère un signal 2D composé de $N = 32$ échantillons est constitué d'un mélange de deux sinusoïdes d'amplitude 1,2 et de fréquence $(0.0781, 0.1718)$, $(0.1718, 0.0781)$ respectivement noyées dans un bruit complexe, blanc centré de variance σ^2 .

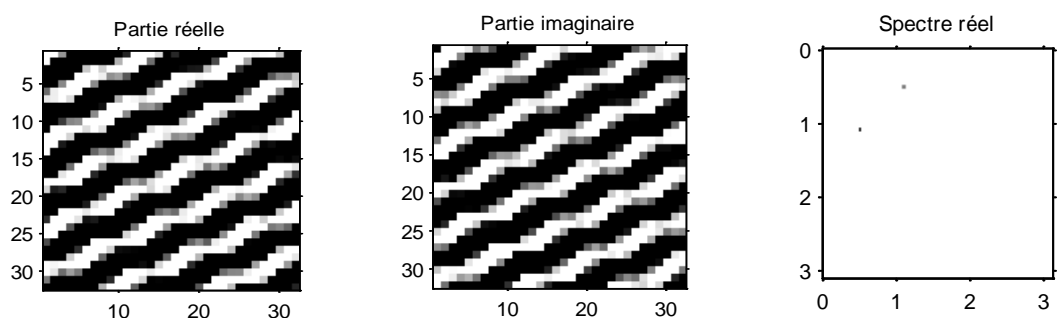


Figure 3.6. Données de test

3.3.2. Densité spectrale estimée

Dans cette section de simulation, nous avons estimé la densité spectrale du signal avec un filtre de longueur ($M \times \bar{M} = 8 \times 8$). La figure (3.7) montrent la densité spectrale 2D estimée par les méthodes de IAA, TFD, et Capon et les tableaux (3.3), (3.4) présentent les valeurs numériques des fréquences et des amplitudes estimés respectivement.

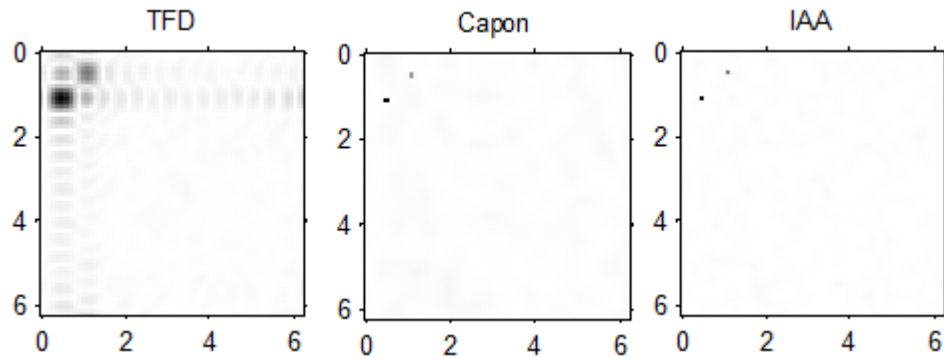


Figure 3.7. Densité spectrale du signal 2D estimée par les méthodes TFD ,Capon et IAA.

	f_x	f_y
TFD	0.078	0.171
	0.171	0.078
Capon	0.078	0.171
	0.171	0.078
IAA	0.078	0.171
	0.171	0.078

Tableau3.3. Fréquences estimées par différentes méthodes 2D.

	a_1	a_2
TFD	0896	2.04761
Capon	0.2964	0.8788
IAA	0.9986	2.0027

Tableau3.4. Amplitudes estimées par les différentes méthodes 2D.

D'après les résultats on conclut que la méthode de la TFD2D à les mêmes performances que la TFD1D, mais il y a des oscillations dans les deux directions spatiales. La méthode IAA2D a un excellent pouvoir de séparation fréquentielle.

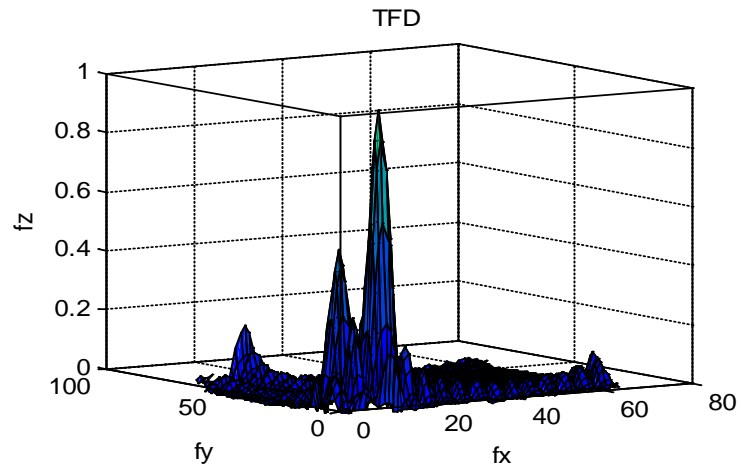


Figure 3.8. Densité spectrale estimée par la méthode de TFD 2D.

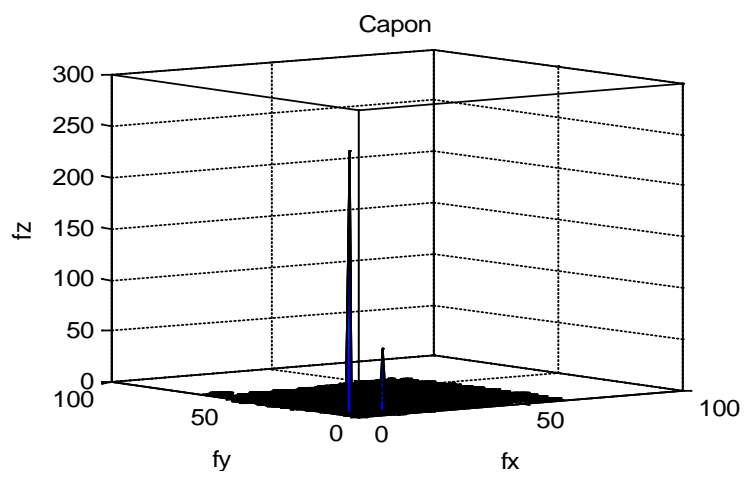


Figure 3.9. Densité spectrale estimée par la méthode de Capon 2D.

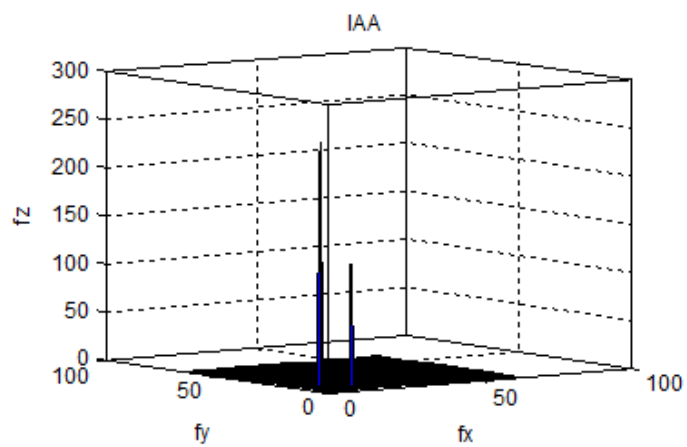


Figure 3.10. Densité spectrale estimée par la méthode IAA2D.

3.3.3. Applications réelles

RSO est l'abréviation de Radar à Synthèse d'Ouverture (en anglais : Synthetic Aperture Radar ou SAR). Il s'agit d'une technique de radar spéciale qui permet d'obtenir des images radar haute résolution d'objets très éloignés dans l'espace. Ce sont des radars dont l'antenne est fixée sur une face latérale d'un porteur (avion ou satellite). Elle a une ouverture azimutale assez grande (plusieurs degrés) dans la direction du mouvement et latéralement elle peut aller de l'horizon à la verticale ce qui donne une résolution assez faible. Le temps de retour des échos s'effectuant à différents temps selon leur distance au radar, on peut donc obtenir une image grossière du sol. Comme le radar se déplace, le même point est cependant illuminé plusieurs fois, on obtient une série de données pour chaque point sous le radar (figure 3.11).

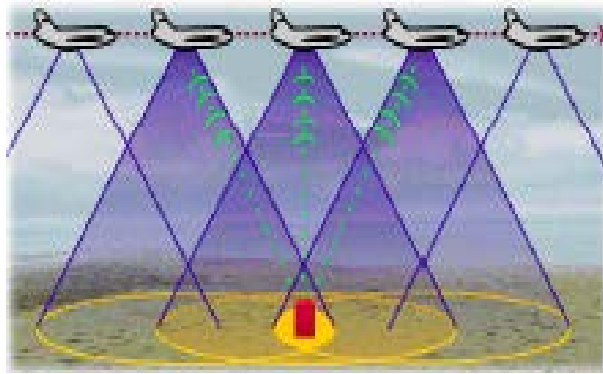


Figure 3.11. Principe du radar à synthèse d'ouverture.

Le signal reçu est donc un point de la transformée de Fourier du sol éclairé. Comme le radar se déplace avec son porteur, avion ou satellite, il reçoit d'autres points de cette transformée. Il suffit d'enregistrer tous ces points et d'en faire ensuite la transformée inverse pour reconstituer une carte de réflectivité du sol en deux dimensions (2D)[15].

3.3.4. Données de test

Les données réelles utilisées fournies par le laboratoire de recherche navale (U.S. Naval Research Laboratory) et concernent un avion MIG-25. Elles sont constituées de 64×512 mesures. La figure (3.12) montre le module et la phase d'une portion de 64×64 de cette image et sa transformée de Fourier.

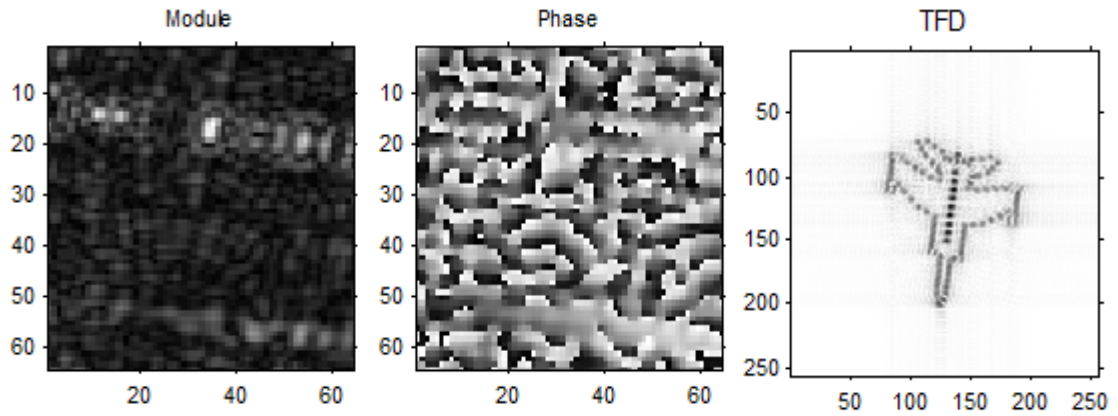


Figure 3.12. Module, phase et spectre d’une image radar à synthèse d’ouverture (MIG-25)

Les figure (3.13) et (3.14) montrent une image radar a synthèse d’ouverture (MIG-25) estimé par les méthode TFD et Capon et IAA.

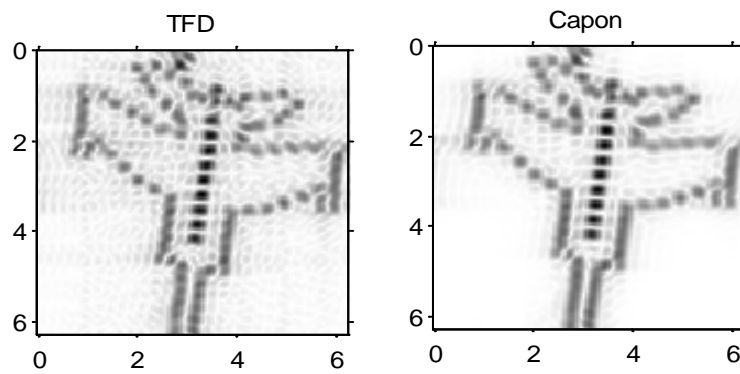


Figure 3.13. Image radar a synthèse d’ouverture (MIG-25) estimé par les méthodes TFD et Capon.

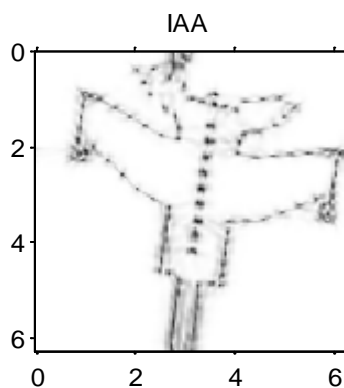


Figure 3.14. Image radar a ouvertur synthétique (MIG-25) estimé par la méthode IAA

D'après les résultats on constate que les contours de l'avion pour IAA sont plus nets par rapport à celle obtenu par TFD et Capon.

3.4. Résultats de simulation pour les signaux tridimensionnels

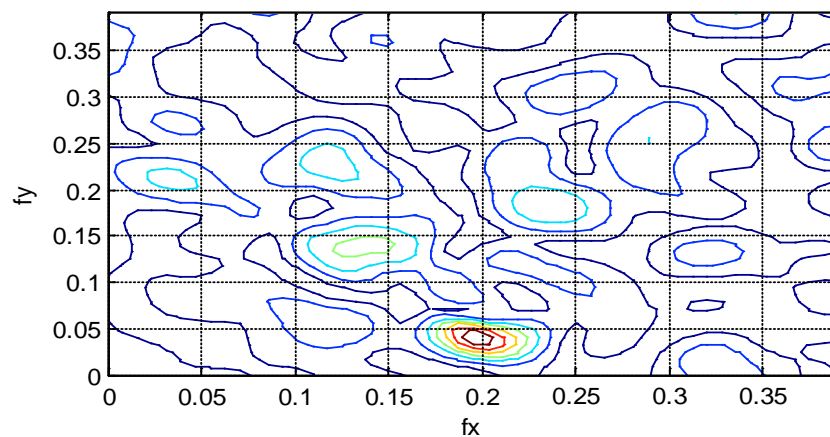
3.4.1. Données de test:

On considère un signal 3D composé de $16 \times 16 \times 16$ échantillons est constitué d'un mélange de trois sinusoïdes d'amplitudes unitaires et de fréquence $(0.031, 0.203, 0.156)$, $(0.125, 0.14, 0.078)$, $(0.203, 0.094, 0.203)$ respectivement noyées dans un bruit complexe, blanc centré de variance σ^2 .

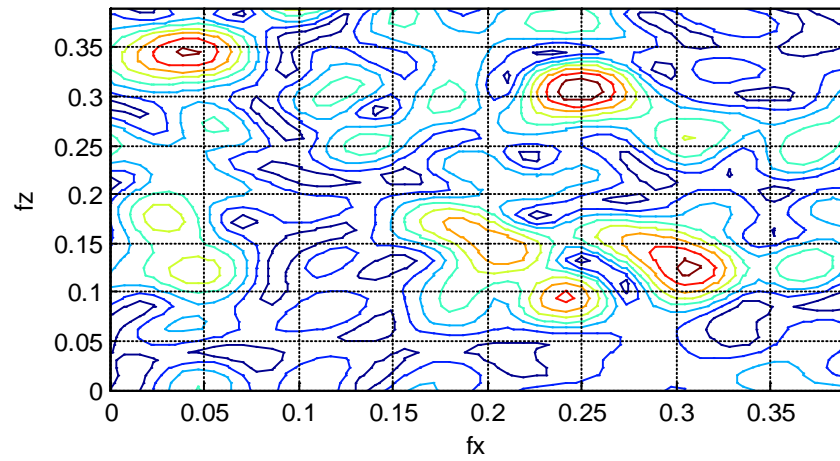
3.4.2. Densité spectrale estimée

Dans cette section de simulation, nous avons estimé la densité spectrale du signal. Les figures (3.15), (3.16) montrent le spectre 3D de méthode Capon pour $M_1 \times M_2 = 4 \times 4$ et $M_1 \times M_2 = 8 \times 8$ respectivement.

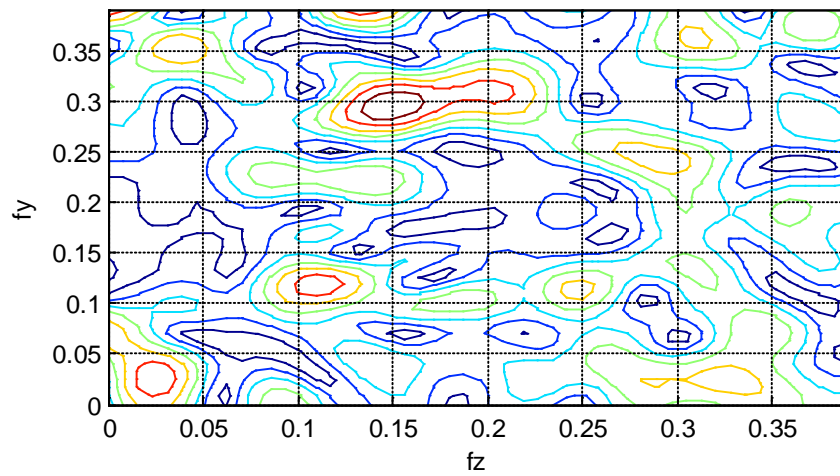
Figure (3.17) montre le spectre 3D obtenu par la méthode IAA en utilisant les projections dans les plans $f_x - f_y$, $f_x - f_z$ et $f_y - f_z$. Les fréquences et les amplitudes estimées utilisant les différentes méthodes sont montrées dans le tableau (3.5) et (3.6).



(a) Projection dans les plans (f_x, f_y)



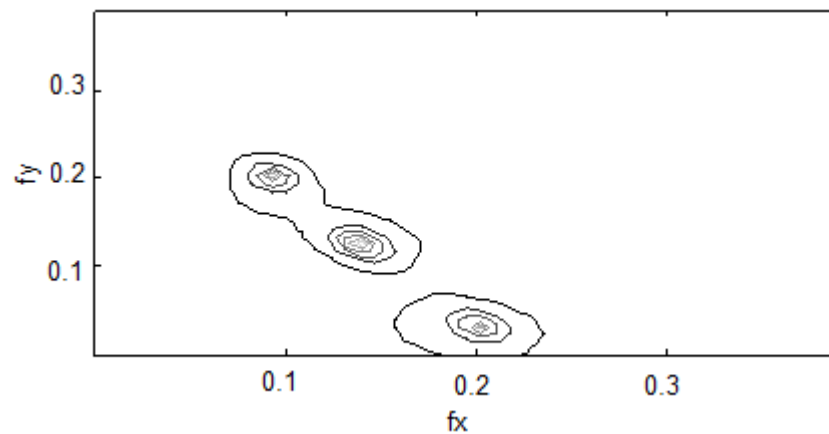
(b) Projection dans les plans (fx, fz)



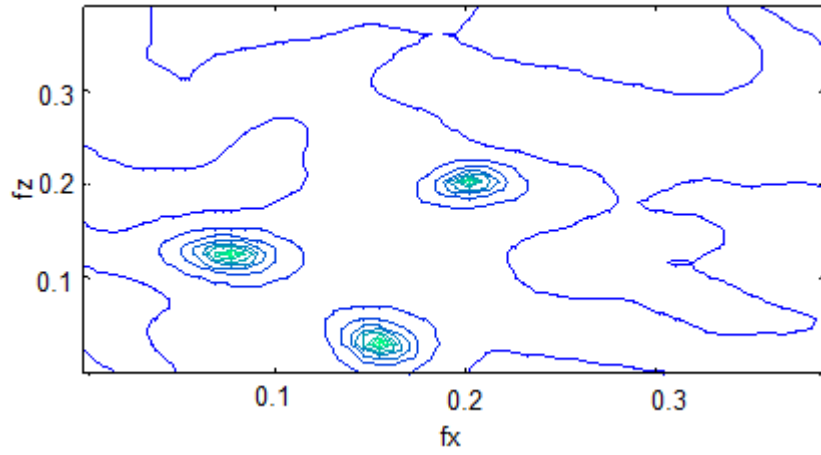
(c) Projection dans les plans (fz, fy)

Figure 3.15. Projections de la densité spectrale estimée via la méthode de Capon 3D

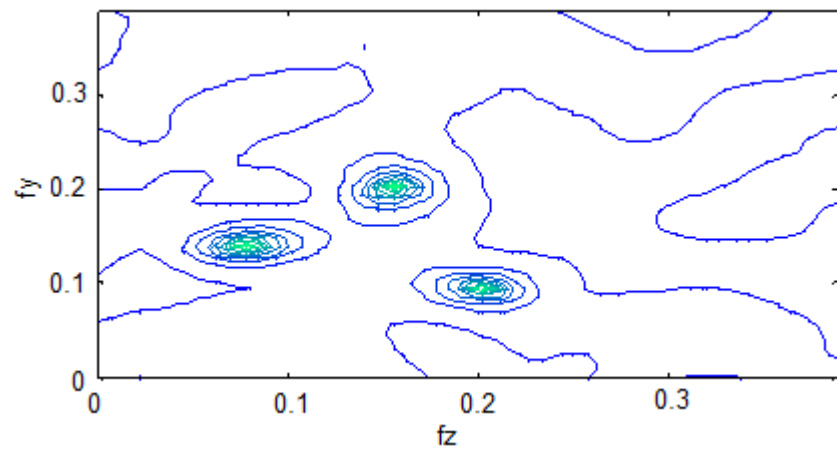
Pour $M_1 \times M_2 = 8 \times 8$



(a) Projection dans les plans (fx, fy)



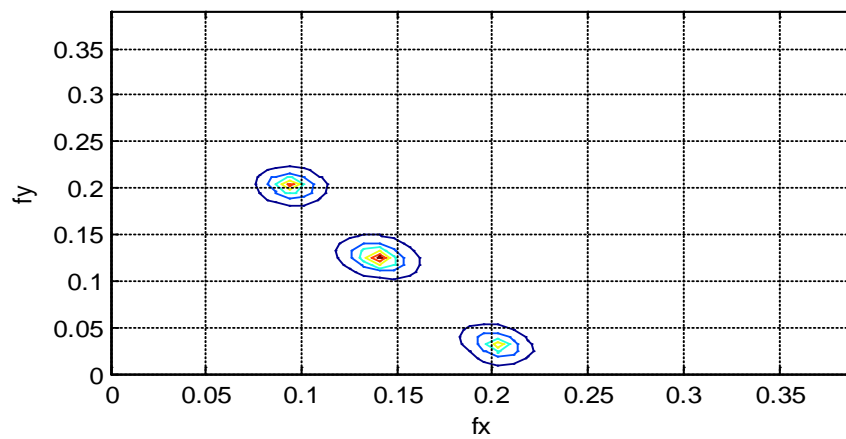
(b) Projection dans les plans (fx, fz)



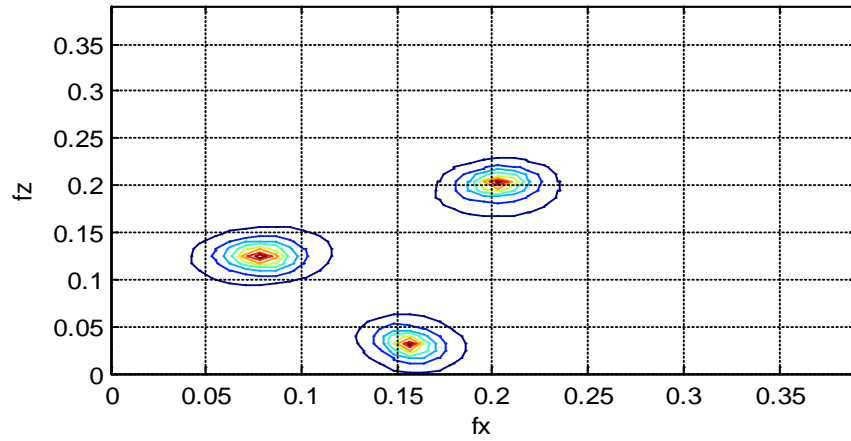
(c) Projection dans les plans (fz, fy)

Figure 3.16. Projections de la densité spectrale estimée via la méthode de Capon 3D

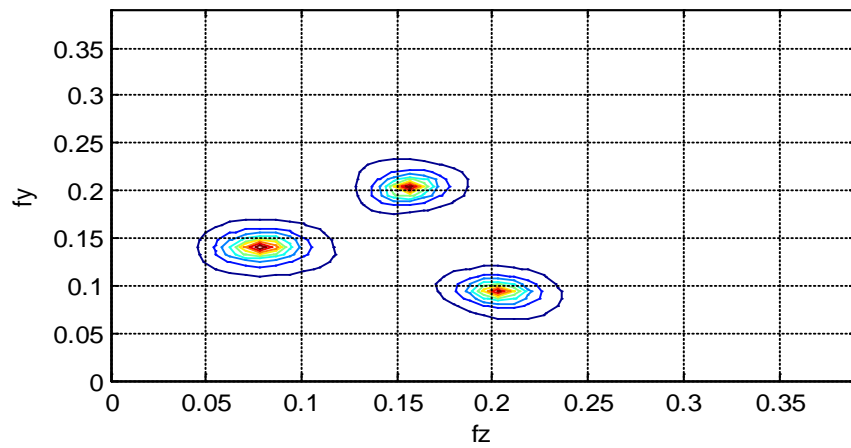
Pour $M_1 \times M_2 = 4 \times 4$



(a) Projection dans les plans (fx, fy)



(b) Projection dans les plans (fx, fz)



(c) Projection dans les plans (fz, fy)

Figure 3.17. Projections de la densité spectrale estimée via la méthode IAA 3D pour $M=4$.

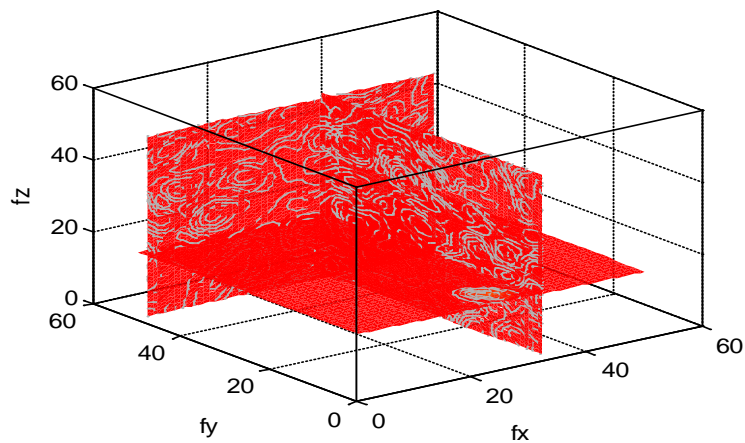


Figure 3.18. Densité spectrale estimée par la méthode IAA3D.

	$f_x = f_k$	$f_y = \bar{f}_k$	$f_z = \bar{\bar{f}}_k$
Fréquences réelles	0.031	0.203	0.156
	0.125	0.14	0.078
	0.203	0.094	0.203
Capon directe	0.03125	0.20313	0.15625
	0.11719	0.14063	0.078125
	0.20313	0.09375	0.20313
IAA	0.031	0.203	0.156
	0.125	0.14	0.078
	0.203	0.094	0.203

Tableau 3.5.Fréquences estimées Capon par IAA3D.

	a_1	a_2	a_2
IAA	0.9875	0.9963	0.9944
Capon	0.9875	0.9875	0.9875

Tableau3.6.Amplitudes estimées par Capon et IAA 2D.

D'après les résultats nous remarque que :

- ❖ Les fréquences estimées par la méthode IAA3D sont presque identiques aux fréquences réelles.
- ❖ Dans la méthode de Capon, les fréquences estimées sont moins précises que celles obtenues par la méthode IAA3D.
- ❖ D'après le tableau (3.6) les amplitudes estimées par la méthode IAA sont plus proches des amplitudes réelles.
- ❖ La méthode de Capon est sensible à la longueur du filtre M .

Les résultats de simulation obtenus pour les signaux tridimensionnels utilisant les méthodes IAA et Capon nous permettent de conclure que la méthode IAA offre une grande aptitude dans l'estimation des fréquences réelles par rapport à la méthode de Capon.

3.5. Conclusion

Les méthodes TFD, Capon et IAA ont été utilisées pour l'estimation des amplitudes et des fréquences des signaux 1D, 2D et 3D .D'après les résultats de simulation obtenus nous pouvons conclure que la méthode IAA est plus précise que les autres méthodes. De plus, la méthode IAA a une formulation simple et fournit une super-résolution. Cependant l'inconvénient majeur de la méthode IAA réside dans la nécessité d'un temps de calcul très intense.

Conclusion générale

L'estimation spectrale 1D/2D/3D, utilisée dans des nombreuses disciplines tel que sonar, radar, traitement des signaux sismiques, restauration d'image, etc ... , a fait l'objet de nombreuses recherches et publications. Dans la plupart de ces applications, la première performance désirée au spectre est la bonne résolution [5]. Parmi les méthodes d'estimation spectrale, nous trouvons que la méthode la plus élémentaire dans la classe des méthodes non paramétrique.

La méthode d'estimation spectrale IAA, qui est considérée comme une des techniques importantes parmi les méthodes dite à haute résolution, dans le sens qu'elles atteignent de meilleures performances. Dans ce travail nous avons montré l'importance de l'utilisation de méthode IAA pour l'estimation de la densité spectrale de puissance pour l'estimation des signaux multidimensionnels en la comparant avec les méthodes conventionnelles comme la TFD, Welch et la méthode de Capon.

D'après les résultats obtenus nous pouvons conclure que :

- ❖ La résolution fréquentielle de la méthode IAA est beaucoup plus meilleure que les autres méthodes basées sur la transformée de Fourier,
- ❖ La densité spectrale estimée par la méthode IAA est plus précise que celle obtenue par la méthode de Capon,
- ❖ Les performances de méthode IAA est similaire pour les signaux 1D, signaux 2D. et signaux 3D.

Bibliographie

- [1] A. Benchabane, A. Bennia, F. Charif and A. Ahmed-Taleb, “Multi-Dimensional Capon Spectral Estimation Using Zhang Neural Networks”, *Multidimensional systems and signals processing*. vol. 24, pp. 583-598. Springer 2013.
- [2] A. Benchabane, “Application des réseaux de neurones à l’estimation et à la prédiction des signaux”, thèse Doctorat, Université Constantine I, 2004.
- [3] G. Blanchet and M. Charbit, *Signaux et images sous Matlab*, HEES Science Europe Ltd, Paris, 2001.
- [4] E. O. Brigham, *The fast fourier transform and its applications*, Prentice Hall, 1988.
- [5] J. Capon, “High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis,” *Proc. IEEE*, vol. 57, pp. 1408–1418, Aug. 1969.
- [6] S. R. DeGraaf, “SAR imaging via modern 2-D spectral estimation methods”, *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 7, pp. 729-761, May.1998.
- [7] P. M. Djuric and S. M. Kay, *Spectrum Estimation and Modeling*, *Digital Signal Processing Handbook*, Ed. CRC Press LLC, 1999.
- [8] F.de Coulon ,” *Théorie et traitement des signaux* “ Edition Dunod , Paris, 1984.
- [9] F. Gini, and F. Lombardini, “Multi look APES for multi baseline SAR interferometry”, *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, no. 7, pp. 1800-1803, 2002.
- [10] E. Gudmundson, P. Stoica, J. Li, A. Jakobsson, M. D. Rowe, J. A. S. Smith, J. Ling, *Spectral Estimation of Irregularly Sampled Exponentially Decaying Signals with Applications to RF Spectroscopy*, *Journal of Magnetic Resonance* 203 (2010)167{176}.
- [11] A. Jakobsson, S. L. Marple and P. Stoica, “Two-dimensional CAPON spectral analysis”, *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 48, pp. 2651-2661, Sept. 2000.
- [12] A. Jakobsson, T. Ekman and P. Stoica, “CAPON and APES spectrum estimation for real-valued signals”, *Proc. IEEE, Digital Signal Processing Workshop*, Aug. 1998.
- [13] S. Kay ,L.Pakula, “Convergence of the Multidimensional Minimum Variance Spectral Estimator for Continuous and Mixed Spectra”, *IEEE Signal Proc. Lett.* vol.17(1), pp. 1-4, 2010.
- [14] S. M. Kay, *Modern Spectral Estimation*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.
- [15] E. G. Larsson, J. Li and P. Stoica, *In High-resolution and robust signal processing*, Kindle Edition, 2003.
- [16] E. G. Larsson, P. Stoica, and J. Li, “Spectral estimation via adaptive filter bank methods: A unified analysis and a new algorithm”, *Signal Processing*, vol. 82, pp.

- 1991-2001, Dec. 2002.
- [17] J. Li and P. Stoica, "An adaptive filtering approach to spectral estimation and SAR imaging", *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, pp. 1469-1484, June 1996.
 - [18] H.Li, J.Li, and P.Stoica, "Performance analysis of forward-backward matched-filter bank spectral estimators," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 7, pp. 1954- 1966, July 1998.
 - [19] H.Li, S. Wei, P.Stoica, and J.Li, "2-D sinusoidal amplitude estimation with application to 2-D system identification," *Circuits, Systems, and Signal Processing*, vol. 21, no. 4, pp. 369-397, July/August, 2002.
 - [20] O. OJOWU ."Data_adaptive spectral estimation algorithms and their sensing applications", Universty of Florida,PHD, 2013.
 - [21] A. D. Poularikas and Z. M. Ramdan, *Adaptive filtering primer with matlab*, Taylor&Francis Group. CRC Press, 2006.
 - [22] B. Raton, *Advanced Signal Processing Handbook*, CRC Press LLC, 2001.
 - [23] W. Roberts, P. Stoica, J. Li, T. Yardibi, and F. Sadjadi, "Iterative adaptive approaches to MIMO radar imaging, " *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 4, no. 1, pp. 5–20, 2010.
 - [24] E. A. Robinson, "A historical perspective of spectrum estimation", *Proc. IEEE*, vol. 70, pp. 885–907, 1982.
 - [25] P. Stoica and R. Moses, *Spectral Analysis of Signals*, Prentice hall.2005.
 - [26] P. Stoica, H.Li and J. Li, "Amplitude estimation of sinusoidal signals: survey, new results, and an application", *IEEE Trans. Signal Processing*, vol.48, no.2, pp. 338-352, February 2000.
 - [27] P. Stoica, H. Li and J. Li, "A new derivation of the APES filter", *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 6, no. 8, pp. 205-206, August 1999.
 - [28] P. Stoica, J. Li, and H. He, "Spectral analysis of nonuniformly sampled data: a new approach versus the periodogram," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 57, no. 3, pp. 843–858, 2009.
 - [29] P. Stoica, J. Li, J. Ling, *Missing Data Recovery Via a Nonparametric Iterative Adaptive Approach*, *IEEE Signal Processing Letters* 16 (2009) 241-244.
 - [30] P. D. Welch, "The use of fast Fourier transform for estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms ", *IEEE Trans. Audio and Electroacoustics*, vol. 15, pp. 70-73, June 1967.

- [31] T. Yardibi, J. Li, P. Stoica, M. Xue, and A. B. Baggeroer, “Source localization and sensing: a nonparametric iterative adaptive approach based on weighted least squares,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, vol. 46, pp. 425–443, 2010.

Résumé

En Traitement du signal, les méthodes d'analyse spectrale sont très nombreuses. Généralement ces méthodes sont classées en méthodes paramétriques et non paramétriques. On commence par une discussion de ces deux classes de méthodes puis on présente une méthode récente appelée approche itérative adaptative. Cet algorithme est capable d'offrir une haute résolution fréquentielle utilisant un nombre réduit d'échantillons ce qui le rend très adapté aux applications pratiques.

Mots clés : Estimation spectrale, méthode IAA, signal multidimensionnel, Matrice Toeplitz, résolution fréquentielle.

Abstract

In general, many methods of spectral analysis are exist .There are two broad approaches to spectral estimation. The first approach is called the non-parametric method and the other is the parametric method. We begin by discussing each class, then we go on to introduce a recent method called Iterative Adaptive Approach (IAA). This algorithm is able to provide a high spectral resolution using a few data records making it very suitable for practical applications.

Key-words: Spectral estimation, IAA method, multidimensional signal, Toeplitz matrix, frequency resolution.

ملخص

عموما يوجد العديد من أساليب التقدير الطيفي، وهناك نهجان واسعان للتقدير الطيفي. ويسمى النهج الأول الأسلوب المعلمي والآخر هو الأسلوب اللامعلمي. فقد بدأنا بدراسة مناقشة كل فئة، ثم ذهبنا إلى إدخال طريقة حديثة الظهور غير معلمية و تراجعية تسمى IAA و التي تمتلك مجموعة من الخصائص التي تميزها عن غيرها من الخوارزميات المعروفة بفعاليتها الكبيرة في التقدير الطيفي، و كذلك أثبتت أنها واحدة من أبرز الخوارزميات من حيث قدرتها على تحديد الترددات و السعات بدقة عالية رغم أنها تتطلب سوى عدد قليل جدا من العينات مما يجعلها مناسبة جدا للعديد من التطبيقات العملية.

كلمات مفتاحية: التقدير الطيفي، طريقة IAA، إشارة متعددة البعد، مصفوفة طوبلنتز، تقدير التردد.