

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA

Faculté des Nouvelles Technologies de l'Information et de la
Communication

Département de l'Électronique et des Télécommunications



Mémoire

MASTER ACADEMIQUE / PROFESSIONNEL

Domaine : Science et Technique

Filière : Électronique

Spécialité : Automatique

Présenté par :

DOUH Djamel Eddine MESSAOUDI Romeyssa

Thème

***Modélisation floue et commande PDC d'un
système non linéaire***

Soutenu publiquement

Le:/...../.....

Devant le jury :

HAMZA Azzeddine	MAA	Président	UKM Ouargla
BENHELLAL Belkheir	MAA	Encadreur	UKM Ouargla
BENYOUNESS Abdelhafid	MAB	Examineur	UKM Ouargla

Année Universitaire : 2016/2017

Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

À ma mère, Ma source éternelle d'inspiration, de motivation et de bénédiction.

À mon père, Mon maître de passion, de patience et de persévérance.

À mes deux sœurs Iméne et Meriem.

A ma famille pour leur encouragement et leur aide.

À mes amis d'enfance et de toute circonstance.

*Et plus spécialement à mes amis : **Douh Djamel Eddine, Medab Abd El Malek, LAKHDARI Yousra.***

Et à tous ceux qui m'aiment et qui m'ont encouragée.

Je dédie ce modeste travail :

Aux Etre qui me sont les plus chères au monde :

Mes très chères parents

Aux mes frères et mes chères sœurs

Mes tantes et ancies

*Mes grandes familles " **Douh et Laggoune** "*

Tous ceux qui ont contribué à la résussite de ce travail.

MESSAOUDI Romeyssa

DOUH Djamel eddine

Remerciements

Avant tout, nous remercions, ﷻ le tout puissant de nous avoir donné le courage, la volonté, la patience, et la santé durant toutes ces longues années d'études.

J'adresse mes sincères remerciements à tous mes enseignants de L'université de OUARGLA,

notamment à mon promoteur Mr. BENHELLAL Belkheir, d'avoir proposé le sujet sur lequel nous avons travaillé, et qui a assuré la direction et l'encadrement du travail présenté dans ce mémoire.

J'adresse mes respectueux remerciements aux membres du jury pour avoir accepté de faire partie de mon jury.

Enfin, mes remerciements vont à tous ceux qui m'ont soutenu de près ou de loin à réaliser ce travail.

Mes vives salutations

DOUH Djamel eddine

MESSAOUDI Romeyssa

Table des matières

Liste des figures	iii
Liste des tableaux	v
Introduction Générale	3
I État de l’art sur les Robots Mobiles de type ‘Wire moving’	4
I.1 Introduction	4
I.1.1 Définition	5
I.2 Types des robots	5
I.2.1 Le robot à déplacement de fil ‘Wire-moving’	5
I.2.2 Domaines d’application	5
I.2.3 Type des robots à transfert de fil ‘wire moving’	6
I.3 Modélisation mathématique	7
I.3.1 Le Modèle Dynamique	7
I.3.2 Analyse cinématique	7
I.3.3 modélisation dynamique	7
I.4 Les avantages des robots à transfert de fil ‘wire moving’	9
I.5 Conclusion	10
II Logique et la commande floue	11
II.1 Introduction	11
II.1.1 Historique et définition	12
II.1.2 L’utilisation de la logique floue	12
II.2 Principe de la logique floue	13
II.3 Concept de base de la logique floue	13
II.3.1 Logique classique et logique floue	14
II.3.2 Sous ensemble flou	14
II.3.3 Caractéristiques d’un sous ensemble flou	15
II.3.4 Variable linguistique	15
II.3.5 Opération de base sur les sous ensemble floue	16
II.3.6 Fonction d’appartenance	17
II.3.7 Règles floues	18

II.3.8	Degré de vérité	18
II.4	Commande par logique floue	18
II.4.1	Structure d'un réglage par logique floue	18
II.4.2	Structure d'un régulateur flou	18
II.5	Différent types de régulateurs flous	21
II.5.1	Régulateur flou de type Mamdani	21
II.5.2	Régulateur flou de type Takagi-Sugeno (T-S)	22
II.6	Avantages et Inconvénients du réglage par logique floue	22
II.6.1	Les Avantages	22
II.6.2	Les Inconvénients	22
II.7	Conclusion	22
III	Modélisation flou de type Takagi-Sugeno	24
III.1	Introduction	24
III.2	L'approche multi-modèle	25
III.3	Structure des multi-modèles	25
III.3.1	Multi-modèle couplé	26
III.3.2	Multi-modèle découplé	26
III.4	Modélisation floue type Takagi-Sugeno	26
III.4.1	Méthodes d'obtention d'un modèle flou de type T-S	27
III.4.2	Modélisation par l'approche des secteurs non linéaires	28
III.5	Conclusion	34
IV	Loi de commande Compensation Parallèle Distribuée (PDC)	35
IV.1	Introduction	35
IV.2	L'approche de la PDC	36
IV.3	Stabilité des modèles Takagi-Sugéno	38
IV.3.1	Stabilité quadratique des systèmes flous de type T-S	38
IV.4	Définition LMI	39
IV.5	Conclusion	39
V	Les résultats de simulation	40
V.1	Introduction	40
V.2	Application sur le robot RP 'wire moving'	41
V.3	résultats de la simulation	42
V.4	Application de la commande PDC sur le pendule inversé	44
V.5	Conclusion	47
	Conclusion Générale	49
	Bibliographie	50

Liste des figures

I.1 Robots manipulateurs	5
I.2 Le robot Line Scout	6
I.3 Le robot Expliner	6
I.4 La conception et l'assemblage du robot RP.	6
I.5 Le robot RP 'Wire-moving' avec la définition des coordonnées de système.	7
II.1 Comparaison de l'appartenance de la température en logique classique vs la logique floue.	13
II.2 Représentation d'un sous-ensemble flou	15
II.3 Variable linguistique	15
II.4 Structure d'un réglage par logique floue	18
II.5 Structure de base d'un régulateur flou	19
II.6 Exemple de fuzzification.	19
III.1 Principe de l'approche multi-modèle	25
III.2 Secteur Non-Linéaire Global	28
III.3 Secteur Non-Linéaire Local	28
III.4 Les fonctions d'appartenances de quatre règles floues	31
III.5 Schéma bloc de la modélisation floue type T-S du système mathématique	32
III.6 Bloc d'opération flou	32
III.7 Temps de réponse du modèle flou et le modèle original	33
IV.1 Principe de la commande PDC	36
V.1 Fonction d'appartenance de deux règles	41
V.2 Réponse de $q_1(t), \dot{q}_1(t), q_2(t), \dot{q}_2(t)$	43
V.3 signal de commande	43
V.4 Fonction d'appartenance à deux règles floues	45
V.5 Variation de l'angle du pendule	45
V.6 Variation de la vitesse angulaire du pendule	46
V.7 Variation de la commande $u(t)$	46
8 Schéma bloc wire moving	53
9 Bloc d'opération flou wire moving	53

10	Bloc de commande PDC wire moving	54
11	Schema bloc du pendule inversé	55
12	Bloc d'operation flou du pendule inversé	55
13	Bloc de commande PDC du pendule inversé	55

Liste des tableaux

II.1	Opération de base sur les sous ensemble floue	16
II.2	Les différents types de la fonction d'appartenance	17
III.1	Comparsion entre la réponse du modèle flou et mathématique pendant quelques secondes	33
V.1	Les paramètres physiques du modèle	43

Liste des abreviations

ABS	Système anti-blocage ‘Anti blockier system’
BVA	Boite de vitesses automatique
LMI	Inégalités Matricielles Linéaires
LTI	Linéaire à Temps Invariant
PDC	Compensation Parallèle Distribuée
RP	pole de rotation
RTP	pole de rotation et translation
SNL	Système non linéaire
T-S	Takagi-Sugeno

Introduction Générale

Dans le domaine de l'automatique, l'étude des systèmes non linéaires constitue toujours un champ de recherche très riche.

Par nature, la majorité des systèmes réels sont non linéaires. Poussée par leur étude complexe et une insuffisance des moyens de simulation, la communauté scientifique a essayé d'approcher le comportement de ces systèmes par des modèles linéaires. Dans ce contexte et grâce à de nombreuses contributions, l'automatique moderne dispose d'un ensemble d'outils bien maîtrisé pour l'analyse de ces systèmes.

La modélisation d'un procédé physique est toujours une tâche délicate pour un automaticien. En effet, la compréhension d'un système permet d'agir sur son comportement en lui imposant une conduite selon certaines performances. Par mesure de sécurité, lors d'une élaboration d'une commande, elle ne peut être appliquée directement au procédé réel. Une alternative consiste à concevoir un modèle mathématique du système à commander, utilisable d'une part pour la conception du contrôleur et d'autre part pour la simulation.

La complexité de ces systèmes conduisent alors, au développement des approches de représentation adaptées aux modèles linéaires, parmi ces techniques, la représentation multi-modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S). Celle-ci s'appuie sur l'obtention d'un ensemble de polytopes interconnectés par des fonctions non linéaires, vérifiant la propriété de somme convexe. Chaque sous-modèle décrit le comportement du système non linéaire dans une zone de fonctionnement particulière.

Les lois de commande couramment utilisées sur ce type de modèles sont de type retour d'état non linéaire PDC. L'idée principale de cette technique est basée sur la conception de loi de commande partielle, chaque loi de commande linéaire doit utiliser la même règle que celle du modèle flou de type T-S du système qui permettra de le compenser. La formulation de celle-ci aboutit à un ensemble d'inégalité écrite, dans la mesure du possible, sous la forme inégalités matricielles linéaires.

L'objectif du travail réalisé dans ce mémoire est l'étude de la stabilité et la stabilisation des systèmes non linéaires via des modèles flous de type Takagi-Sugeno incertains, le mémoire est organisé comme suit :

Le premier chapitre introduit l'état de l'art sur les robots mobiles de type 'wire-moving', leurs domaine d'utilisation et leurs modélisation mathématique.

Le second chapitre est consacré à la théorie des sous-ensembles flous ainsi que la structure générale d'un régulateur flou et ces différents types.

Le troisième chapitre est présenté l'approche multi-modèle et leurs structure. Nous avons focalisés notre étude sur la modélisation floue de type T-S et sa méthode d'obtention par l'approche de secteurs non linéaires.

Le quatrième chapitre concerne la commande des systèmes non linéaires basée sur les modèles flous de type Takagi-Sugeno, en utilisant la technique de commande du type PDC. Nous commençons par un aperçu général sur la stabilisation des contrôleurs flous basée sur un modèle flou homogène T-S du système, puis les concepts généraux sur la stabilité des modèles T-S, il présente également l'outil d'Inégalités Matricielles Linéaires.

Au dernier chapitre, nous présenterons des applications de simulations (Wire moving-pendule inversé), pour la validation des algorithmes mis aux points. Les résultats obtenus par Simulink seront présentés et discutés.

Enfin, nous terminerons notre travail par une conclusion qui englobera tout ce qui a été développé, ainsi que par quelque-unes des perspectives qui nous semble les plus intéressantes à étudier.

État de l'art sur les Robots Mobiles de type 'Wire moving'

I.1	Introduction	4
I.2	Types des robots	5
I.3	Modélisation mathématique	7
I.4	Les avantages des robots à transfert de fil 'wire moving'	9
I.5	Conclusion	10

I.1 Introduction

La robotique est devenue en quelques années une science importante qui ne cesse d'évoluer, les chercheurs parviennent petit à petit à donner à des machines une intelligence artificielle, les robots ont joués un rôle dans l'exploration et l'exécution d'autres tâches qui seraient impossibles pour l'homme de les accomplir.

Les robots mobiles présentent un cas particulier en robotique. Leur intérêt réside dans leur mobilité, destinés à remplir des taches pénibles (exemple : transport de charges lourdes) et ils travaillent même en ambiance hostile (nucléaire, marine, spatiale, lutte centre d'incendie, surveillance...) [EH12].

Ce chapitre est consacré à la présentation des robots mobiles de type 'wire-moving' et leurs domaines d'utilisation ainsi que sa modélisation mathématique.

I.1.1 Définition

Un robot est un appareil automatique capable de manipuler des objets ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe, modifiable ou adaptable [Mor14].

I.2 Types des robots

Les deux grandes catégories de robots sont [Mat11] :

- ❶ **Robots manipulateurs** : Des robots ancrés physiquement à leur place de travail et généralement mis en place pour réaliser une tâche précise répétitive, (tels que les robots industriels, médicaux. . .) figure(I.1)



Fig. I.1 – Robots manipulateurs

- ❷ **Robots mobiles** : Ce sont des robots capables de se déplacer dans un environnement, ils sont équipés ou non de manipulateurs suivant leur utilisation.

D'après cette définition sur les robots on va parler sur un type de robot mobile qui s'appelle 'Wire-moving Robot'.

I.2.1 Le robot à déplacement de fil 'Wire-moving'

Les robots 'Wire-moving' sont des systèmes mécaniques qui peuvent maintenir leurs équilibres en se déplaçant sur un câble, leurs noms sont inspirés d'après la manière du déplacement d'un acrobate sur un câble, ce type des robots représente une plateforme expérimentale très importante dans les travaux de recherche robotique [LGH14].

I.2.2 Domaines d'application

Ce genre des robots 'Wire moving' sont utilisés dans plusieurs domaines :

- * Dans la maintenance et l'entretien des câbles de haute tension, on distingue deux types des robots qui sont largement utilisés dans ce domaine : Les robots **Line Scout** figure (I.2), ou **Expliner** Robot figure (I.3).



Fig. I.2 – Le robot Line Scout



Fig. I.3 – Le robot Expliner

- * Incendies graves dans les zones industrielles pour injecter du liquide d'extinction de flamme.
- * Les zones pétrolières afin de déplacer de gros équipements sensibles.
- * Outil de transport des personnes entre des sites montagneuses.

I.2.3 Type des robots à transfert de fil 'wire moving'

Il existe deux types de ce robot :

- ✓ Un robot à deux pôles : appelé le robot de rotation et translation (RTP) qui peut maintenir son équilibre par la rotation et la translation du pôle.
- ✓ Un robot monopôle : appelé le robot de rotation (RP) qui peut maintenir son équilibre par rotation du pôle.

Dans notre travail nous nous intéressons par le robot de type (RP) et par sa modélisation mathématique.

Ce type de robot se déplace sur un câble à l'aide de deux roues, et se compose d'un pôle de rotation, deux moteurs DC l'un pour les roues et l'autre pour le pôle, figure (I.4) [LGH15].

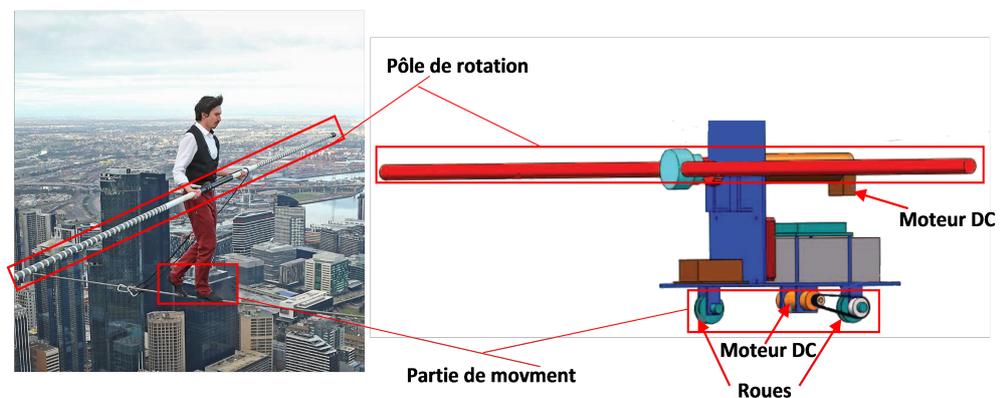


Fig. I.4 – La conception et l'assemblage du robot RP.

I.3 Modélisation mathématique

I.3.1 Le Modèle Dynamique

Un modèle dynamique du robot (RP) est établi ici basé sur la méthode de Lagrange [LGH15].

Comme il est indiqué dans la figure(I.5), nous adoptons les coordonnées de système suivant :

- Les coordonnées de système $\sum oxyz$ qui sont reliées à la terre.
- Les coordonnées de système $\sum o_1x_1y_1z_1$ qui sont reliées au corps du robot.
- Les coordonnées de système $\sum c_2x_2y_2z_2$ qui sont reliées au pôle de rotation.

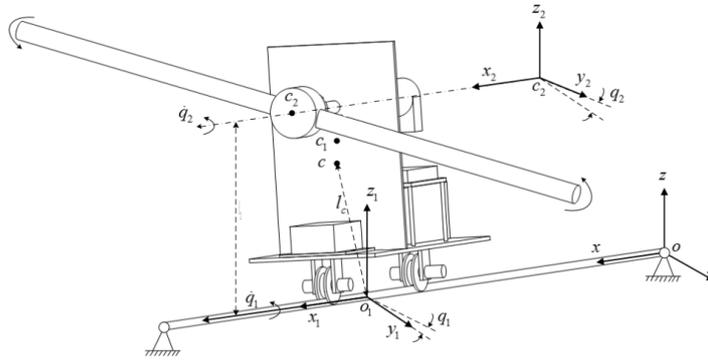


Fig. I.5 – Le robot RP 'Wire-moving' avec la définition des coordonnées de système.

I.3.2 Analyse cinématique

Pour plus de simplicité, nous faisons les hypothèses suivantes [LGH15] :

- Le centre de masse du robot en $\sum o_1x_1y_1z_1$ reste inchangé.
- Le centre de masse du Pôle de rotation en $\sum o_1x_1y_1z_1$ reste inchangé.
- Le câble doit être tendu.

J_1 est l'inertie de rotation du robot par rapport à x_1 , J_2 est l'inertie de rotation du pôle par rapport à x_2 , l_2 est la distance entre le câble et le pôle de rotation, l_c est la distance entre le centre de gravité globale et le câble métallique, q_1 est l'angle entre l'axe verticale est le robot , q_2 est l'angle entre le pôle du rotation et l'axe horizontal.

I.3.3 modélisation dynamique

D'après ce qui précède, l'énergie cinétique du robot 'Wire-moving' peut être décrite comme suit [LGH15].

L'énergie cinétique du robot est :

$$G_1 = \frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1 \quad (I.1)$$

L'énergie cinétique du pôle de rotation est :

$$G_2 = \frac{1}{2} J_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{q}_1^2 \quad (\text{I.2})$$

Ensuite, l'énergie cinétique du robot entier peut être définie comme :

$$G = G_1 + G_2 \quad (\text{I.3})$$

$$G = \frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{q}_1^2 \quad (\text{I.4})$$

Lorsque le système est en position d'équilibre statique, l'énergie potentielle du système est donnée comme suit :

$$P = -(m_1 + m_2) g l_c (1 - \cos q_1) \quad (\text{I.5})$$

L'opérateur de Lagrange

Le lagrangien L est la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système, il s'exprime par [LGH15] :

$$L = G - P \quad (\text{I.6})$$

En remplace (I.4) est (I.5) dans (I.6) :

$$L = \frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{q}_1^2 + (m_1 + m_2) g l_c (1 - \cos q_1) \quad (\text{I.7})$$

L'équation de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, 2) \quad (\text{I.8})$$

Q_i : Désigne les forces généralisées.

En outre, quatre équations ont été dérivées de (I.7), est sont présentées comme suit :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) = (J_1 + J_2 + m_2 l_2^2) \ddot{q}_1 + J_2 \ddot{q}_2 \quad (\text{I.9})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) = J_2 (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \quad (\text{I.10})$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = (m_1 + m_2) g l_c \sin q_1 \quad (\text{I.11})$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_2} = 0 \quad (\text{I.12})$$

On considère le système mécanique, décrit par :

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + E(q) = \tau \quad (\text{I.13})$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} J & J_2 \\ J_2 & J_2 \end{bmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = 0 \quad E(q) = \begin{bmatrix} -mgl_c \sin q_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \tau = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix}$$

Où $M(q)$ est la matrice d'inertie, définie positive, $c(q, \dot{q})$ est la matrice des effets centrifuge et de $E(q)$ Coriolis, est la matrice de pesanteur.

Avec : $J = J_1 + J_2 + m_2 l_2^2$, $m = m_1 + m_2$, τ est le couple appliqué sur le pôle du robot, q_1 signifie la partie sous-actionnée et q_2 la partie actionnée, le Control de q_1 peut-être réalise seulement par le couplage avec le control de q_2 .

En remplaçant (I.8) par (I.9), (I.10), (I.11) et (I.12), et les nouvelles équations sont obtenues comme suit :

$$\begin{cases} J\ddot{q}_1 + J_2\ddot{q}_2 - mgl_c \sin q_1 = 0 \\ J_2(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) = \tau \end{cases} \quad (\text{I.14})$$

Si on met $x_1 = q_1, x_2 = \dot{q}_1, x_3 = q_2$ est $x_4 = \dot{q}_2$ dans les équations (I.14), on obtient la représentation d'état du système non linéaire du robot comme suit [LGH15] :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{J - J_2}(mgl_c \sin x_1 - \tau) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{J_2(J_2 - J)}(J_2 mgl_c \sin x_1 - J\tau) \end{aligned} \quad (\text{I.15})$$

I.4 Les avantages des robots à transfert de fil 'wire moving'

- ✓ Un outil de choix pour obtenir une information de qualité, essentielle pour assurer la fiabilité du réseau électrique.
- ✓ Il permet l'économie de temps et d'argent.
- ✓ Remplacement de l'homme dans l'exécution des tâches difficiles ou dangereuses, donc minimisent les risques.
- ✓ La Réparation dans les hauteurs grâce à son bras manipulateur.
- ✓ Fonctionnement doux et silencieux : absence d'émanation de diesel, de crissement de freins ou de pneus [LGH15].

I.5 Conclusion

L'importance des robots à déplacement sur fil dans le domaine industrielle à imposer aux chercheurs l'étude de ce type de robot dans le but leurs développer de nouvelles méthodes de commande.

Le modèle choisit dans cette étude est un modèle RP sous-actionné, de ce fait il présente une plateforme intéressante pour le développement de nouveaux algorithmes de contrôle.

Dans la première partie de ce chapitre nous avons défini les robots 'wire moving'. Ces derniers se déplacent en équilibre sur des câbles pour réaliser des tâches pénibles pour l'homme. Une deuxième partie était consacrée à la modélisation dynamique du robot à déplacement sur fil de type RP.

Plusieurs types de commandes sont appliqués sur ces robots afin d'assurer l'équilibre sur les câbles toute en se déplaçant d'un point à un autre. Notre objectif est d'introduire les concepts de l'intelligence artificielle pour la commande de ces robots. Dans ce contexte nous allons réaliser un modèle flou de type Takagi Sugeno pour le robot RP, ensuite développer une commande PDC pour l'appliquer à ce modèle.

Dans le chapitre qui suit, nous introduisons les concepts de base de la logique floue et la commande floue.

Logique et la commande floue

II.1	Introduction	11
II.2	Principe de la logique floue	13
II.3	Concept de base de la logique floue	13
II.4	Commande par logique floue	18
II.5	Différent types de régulateurs flous	21
II.6	Avantages et Inconvénients du réglage par logique floue	22
II.7	Conclusion	22

II.1 Introduction

Les systèmes flous appartiennent à la classe des "systèmes à base de connaissance". Leur but principal consiste à implémenter un savoir-faire humain, ou des règles heuristiques, sous forme d'un programme informatique. La logique floue fournit un formalisme mathématique pour réaliser ce but. Les régulateurs flous modélisent l'expérience humaine sous forme de règles linguistiques "*Si . . . Alors*". Avec le développement des calculateurs numériques, les automaticiens commencent à s'intéresser aux nouvelles approches de commande telles que la commande adaptative, la commande prédictive, la commande robuste, ainsi que les techniques basées sur l'intelligence artificielle. Parmi ces dernières ; la commande par logique floue. Cette commande est à l'heure actuelle une des préoccupations des chercheurs dans le monde [Nac04].

Dans ce chapitre, on va présenter quelques concepts de base sur la logique floue, ainsi on va décrire les notions générales et l'architecture d'une commande floue.

II.1.1 Historique et définition

Les prémisses de la logique floue sont apparues dans les années 1940, avec les premières approches par des chercheurs américains du concept d'incertitude. **LOTFI ZADEH** automaticien de réputation internationale, professeur à l'université de Berkeley en Californie [RI10], a publié en 1965 le premier article concernant une nouvelle méthode pour décrire les incertitudes non- probabilistiques, ce qu'il appellera les ensembles flous. Dans cette méthode, il établit le lien entre les ensembles flous et la modélisation non- probabilistiques de l'incertitude grâce à la théorie des possibilités dans laquelle les ensembles flous servent à représenter les idées de valeur incomplètement spécifiées, mal connues. Ensemble flou et théorie de possibilité sont à la base d'une méthodologie de représentation et d'utilisation de connaissances imprécises, vagues, et incertaines que **LOTFI ZADEH** appelle théorie de raisonnement approché.

En 1974, **M. Mamdani** expérimentait la théorie énoncée par **LOTFI ZADEH** sur une chaudière à vapeur, matériel dont on connaît la complexité, introduisant ainsi la commande floue dans la régulation d'un processus industriel. Plusieurs applications ont alors vu le jour en Europe, pour des systèmes parfois très complexes, telle la régulation de fours de cimenterie réalisée par la société F.L.Smidt-Fuller. Grâce aux chercheurs **Takagi et Sugeno**, la logique floue était introduite au Japon dès 1985 [Sou07].

C'est une technique pour le traitement de connaissances imprécises et incertaines. Elle permet de prendre en considération des variables linguistiques dont les valeurs sont des mots ou des expressions du langage naturel, telle que faible, élevée, rapide, lent, grand, petit, etc... [MER07]

II.1.2 L'utilisation de la logique floue

Des produits grand public ont été développés à base de logique floue comme [Mah11] :

- * Appareils électroménagers (lave-linge, aspirateurs, autocuiseurs,...etc.).
- * Systèmes audio-visuels (appareils de photos autofocus, caméscope à stabilisateur d'images, photocopieurs,...).
- * Systèmes automobiles embarqués (BVA, ABS, suspension, climatisation,...etc.),
- * Systèmes autonomes mobiles.
- * Systèmes de transport (train, métro, ascenseur,...).
- * Systèmes de conditionnement d'ambiance.
- * Systèmes de décision, diagnostic, reconnaissance.
- * Systèmes de contrôle/commande dans la plupart des domaines industriels de production, transformation, traitement de produit et déchet.

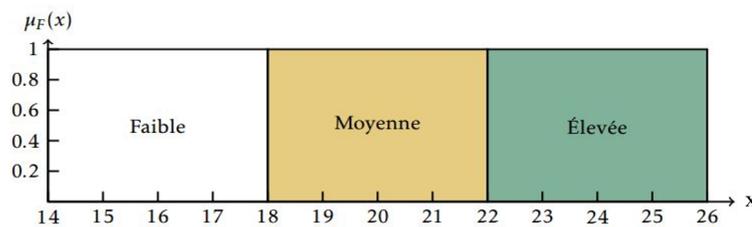
II.2 Principe de la logique floue

Le principe du réglage par logique floue s'approche de la démarche humaine dans le sens que les variables traitées ne sont pas des variables logiques (au sens de la logique binaire par exemple) mais des variables linguistiques, proches du langage humain de tous les jours. De plus ces variables linguistiques sont traitées à l'aide de règles qui font références à une certaine connaissance du comportement du système [You].

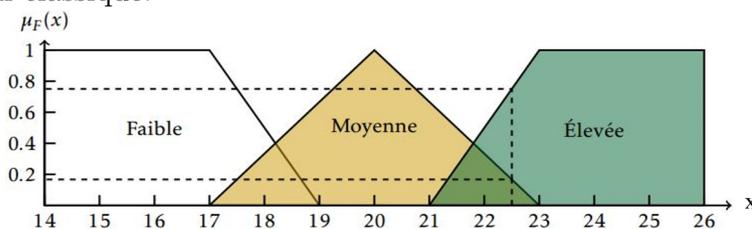
Toute une série de notions fondamentales sont développées dans la logique floue. Ces notions permettent de justifier et de démontrer certains principes de base. Dans ce qui suit, on ne retiendra que les éléments indispensables à la compréhension du principe du réglage par logique floue [You].

Afin de mettre en évidence le principe de la logique floue, on présente deux exemples de représentation de la température, une en logique classique, et l'autre en logique floue la figure(II.1). Selon cette figure, en logique classique, une température de 22.5° est considérée comme "élevée".

En logique floue, une température de 22.5° appartient au groupe "moyenne" avec un degré d'appartenance de 0.167, et appartient au groupe "élevée" avec un degré d'appartenance de 0.75, (et au groupe "faible" avec un degré d'appartenance de 0) [You].



a) Représentation classique.



b) Représentation floue.

Fig. II.1 – Comparaison de l'appartenance de la température en logique classique vs la logique floue.

II.3 Concept de base de la logique floue

Les différentes notions outils employés pour la synthèse, le traitement et la manipulation des systèmes à base de règles floues s'appuient sur le concept du raisonnement approché défini dans la théorie de la logique floue. Ainsi, la modélisation ou l'identification dite « floue » est une pure démarche de caractérisation de la dynamique de processus

qui vise à construire ou à développer des modèles de représentation autorisant la manipulation d'incertitude, d'imprécisions et même d'incomplétudes. On introduit brièvement dans la suite certaines définitions et notions manipulées en logique floue [Yas15].

II.3.1 Logique classique et logique floue

Dans la logique classique, les variables gérées sont Booléennes. C'est à dire qu'elles ne prennent que deux valeurs 0 ou 1. La logique floue a pour but de raisonner à partir de connaissances imparfaites qui opposent résistance à la logique classique. Pour cela la logique floue se propose de remplacer les variables booléennes par des variables flous [Hal08].

II.3.2 Sous ensemble flou

Cette section présente les propriétés de base des ensembles nets et des ensembles flous. Les ensembles nets, dits aussi classiques ou ordinaires, sont caractérisés par des fonctions caractéristiques. Les ensembles flous, qui sont une généralisation des ensembles nets, sont caractérisés par des fonctions d'appartenance [Lab05].

- ❶ **Ensemble net** : Un ensemble est une collection d'objet. Un ensemble net A sur un référentiel X (dit aussi univers de discours) est une collection d'éléments de l'univers de discours, tel que chaque élément $x \in X$ appartient à 100% à A , ou n'appartient pas à 100% à A . Ceci peut être mieux décrit par une fonction caractéristique donnée par :

$$k_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Notons que l'univers de discours et lui-même un ensemble net, sa fonction caractéristique, k_X , a la valeur 1 pour tous les élément de X .

- ❷ **Ensemble floue** : La notion d'ensemble flou provient du constat que « très souvent, les classes d'objets rencontrés dans le monde physique ne possèdent pas de critères d'appartenance bien définis ». Mathématiquement, un ensemble flou A est défini sur un univers de discours X , par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ qui prend ces valeurs dans l'intervalle $[0,1]$. Cette fonction donne le degré d'appartenance de chaque élément $x \in X$ à A . En fait, un élément de l'univers de discours peut être entièrement ou partiellement membre de l'ensemble A . Un ensemble flou peut être représenté comme un ensemble de paires ordonnées [Lab05].

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\} \quad (\text{II.2})$$

D'autres représentations sont possibles. Par exemple, si X est discret, A est représenté par :

$$A = \sum_{x \in X} \mu_A(x) / x \quad (\text{II.3})$$

Et si X est continu, A est représenté comme suit :

$$A = \int_X \mu_A(x)/x \tag{II.4}$$

II.3.3 Caractéristiques d'un sous ensemble flou

On peut décrire les caractéristiques d'une fonction d'appartenance qui représente un sous-ensemble A sur un univers de discours U par [ML14] :

- Son Support : $Support(A) = \{x \in U / \mu_A(x) \neq 0\}$.
- Sa Hauteur : $Hauteur = \sup \{\mu_A(x)\}$.
- Son Noyau : $Noyau(A) = \{x \in U / \mu_A(x) = 1\}$.

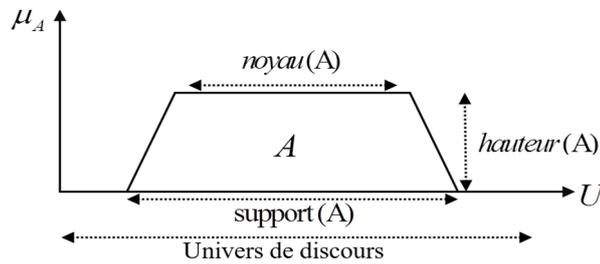


Fig. II.2 – Représentation d'un sous-ensemble flou

II.3.4 Variable linguistique

Les variables linguistiques (des mots ou des phrases dans un langage naturel ou artificiel) sont des variables non numériques sert à modéliser les connaissances imprécises ou vagues d'une variable dont sa valeur précise peut être inconnue. En général, les états ou les situations des phénomènes ou des procédés sont décrits par des expressions (expressions floues) [Sof13].

La variable linguistique est caractérisée par son nom, par son ensemble de valeurs (termes) linguistiques, par son univers de discours et ses fonctions d'appartenance $(x, T(x), U)$. Dans lequel x est le nom de la variable linguistique, $T(x)$ l'ensemble des valeurs linguistiques et U l'univers de discours. La figure(II.3) illustre un exemple de variable linguistique « vitesse » avec trois termes linguistiques : « petite, moyenne et grande » [Nes14].

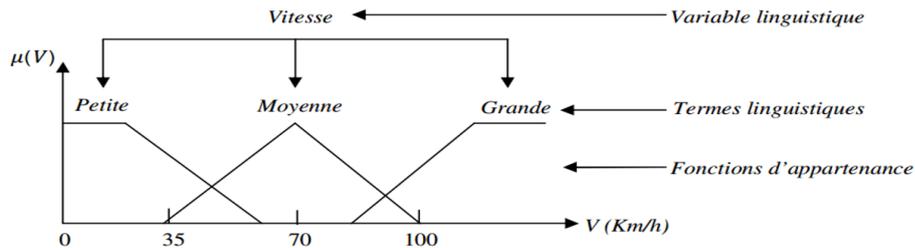


Fig. II.3 – Variable linguistique

II.3.5 Opération de base sur les sous ensemble floue

Disposant d'une représentation formelle de classes floues sous la forme de fonctions d'appartenance, il est naturel de chercher à faire avec les ensembles flous ce que l'on fait avec les ensembles classiques. Zadeh a ainsi généralisé les opérateurs des ensembles classiques au cas flou. Les opérateurs appliqués aux ensembles flous sont définis à partir de leurs fonctions d'appartenance.

Soient A et B deux ensembles flous définis dans le référentiel U avec les fonctions d'appartenance μ_A et μ_B respectivement [Sou07].

TABLE II.1 – Opération de base sur les sous ensemble floue

Opérateur	Modèle Mathématique	Forme
<i>Intersection</i>	$\forall x \in X$ $\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$	
<i>Union</i>	$\forall x \in X$ $\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$	
<i>Complément</i>	$\forall x \in X$ $\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x)$	

II.3.6 Fonction d'appartenance

Pour faciliter le traitement numérique et l'utilisation des ensembles flous, il est nécessaire de donner une description mathématique aux fonctions d'appartenance. Pour des raisons de simplicité, les fonctions d'appartenance ci-dessous sont les plus souvent utilisées [Lab05] :

TABLE II.2 – Les différents types de la fonction d'appartenance

Fonction	Modèle Mathématique	Forme
<i>Triangulaire</i>	$F(x; a, b, c) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right)$	
<i>Gaussienne</i>	$F(x; \sigma, a) = \exp\left(-\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)^2\right)$	
<i>Sigmoïde</i>	$F(x; a, c) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x-c))}$	
<i>Trapézoïdale</i>	$F(x; a, b, c) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$	

II.3.7 Règles floues

Une règle floue est une relation entre deux propositions floues ayant chacune un rôle particulier, par exemple :

$$R : \text{Si } x \text{ est } A \text{ Alors } y \text{ est } B$$

où la première proposition (x est A) est appelée prémisse de la règle alors que la seconde proposition (y est B) la conclusion [Sof13].

II.3.8 Degré de vérité

Le degré de vérité, ou encore **le degré d'activation**, d'une règle prend une valeur comprise entre 0 et 1 déduite des degrés d'appartenance des prémisses de la règle. Il influence directement sur la valeur des conclusions de cette même règle [Yas15].

II.4 Commande par logique floue

II.4.1 Structure d'un réglage par logique floue

Le contrôleur par logique floue est chargé de calculer à chaque instant la commande réelle U (non floue) à appliquer au système afin de réaliser l'objectif de contrôle qui est l'annulation de l'erreur de réglage $e = y - r$ (la sortie mesurée-la référence) [Sof13].

Les entrées de réglage sont en général :

- * La valeur réelle de l'erreur e .
- * La dérivée de l'erreur ∂e .

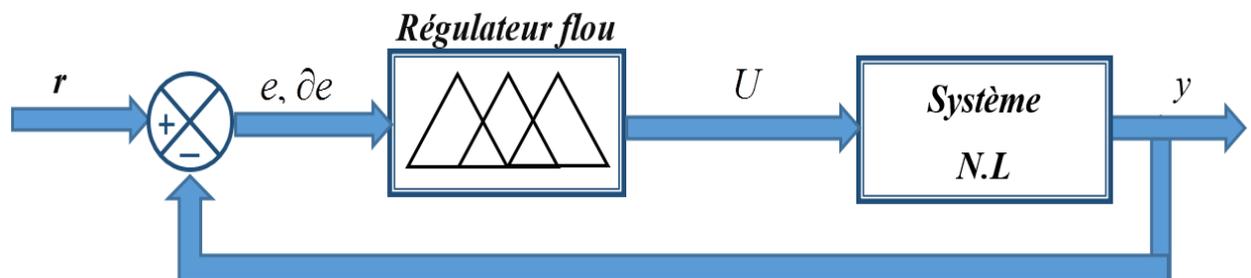


Fig. II.4 – Structure d'un réglage par logique floue

II.4.2 Structure d'un régulateur flou

La commande floue a pour but de traiter des problèmes de commande de processus à partir uniquement de connaissances de comportement que les spécialistes du procédé doivent formuler sous forme linguistique (floue) [Med12]. Le régulateur flou se compose de quatre éléments de base suivants figure (II.5) :

- ✗ Interface de fuzzification.
- ✗ Base de connaissances.
- ✗ Moteur d'inférence floue.
- ✗ Interface de défuzzification.

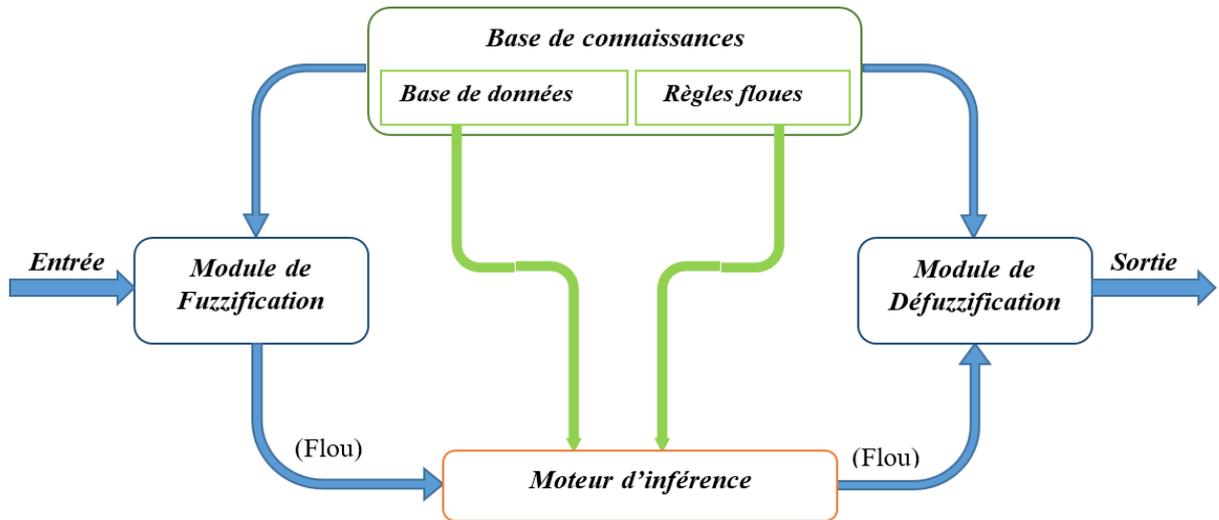


Fig. II.5 – Structure de base d'un régulateur flou

Fuzzification

La première étape, appelée fuzzification, consiste à attribuer à la valeur numérique de chaque entrée au temps t sa fonction d'appartenance à chacune des classes préalablement définies, donc à transformer l'entrée réelle en un sous ensemble flou.

Pour illustrer le mécanisme de la fuzzification, nous allons donner un exemple en fixant comme valeur d'entrée $e_k=0.45$. Le résultat de la fuzzification sera présenté sur la figure (II.6) [Sou07].

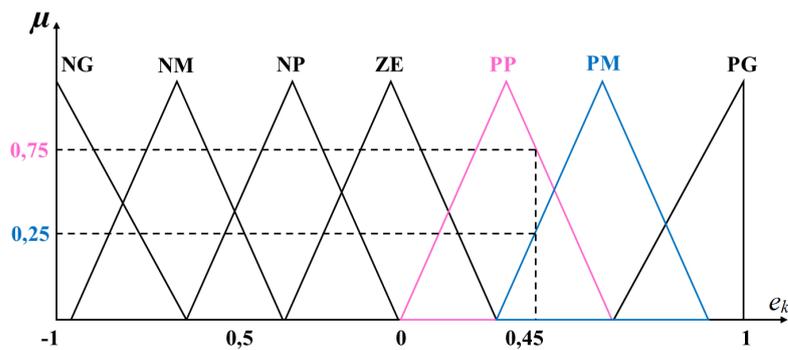


Fig. II.6 – Exemple de fuzzification.

Moteur d'inférence floue

C'est un mécanisme de décision. Il permet à partir d'un fait observé de la base des règles floues une décision en exploitant le raisonnement approximatif. Dans les inférences de régulateur par logique floue interviennent les opérateurs **ET** et **OU**. L'opérateur **ET** s'applique aux variables à l'intérieur d'une règle tandis que l'opérateur **OU** lie les différentes règles. Il existe plusieurs méthodes pour réaliser ces opérateurs dans une inférence et qui s'appliquent aux fonctions d'appartenance à savoir [ML14] :

- ✓ **Méthode d'inférence Max-Min** : La méthode d'inférence «max-min» est réalisée, au niveau de la condition l'opérateur « **OU** » par la formation du maximum et l'opérateur « **ET** » par la formation du minimum. et l'implication « **ALORS** » est réalisée par la formation du minimum [Dja14].
- ✓ **Méthode d'inférence Max-Prod** : La méthode d'inférence « max-produit » est réalisée, au niveau de la condition, l'opérateur « **OU** » par la formation du maximum et l'opérateur « **ET** » par la formation du produit, et l'implication « **ALORS** » est réalisée par la formation du produit [Dja14].
- ✓ **Méthode d'inférence Somme-Prod** : Par opposition aux méthodes d'inférence précédentes, la méthode d'inférence somme-prod réalise, au niveau de la condition, l'opérateur « **OU** » par la formation de la somme (valeur moyenne), et l'opérateur « **ET** » par la formation du produit. Pour la conclusion, l'opérateur « **ALORS** » est réalisé par un produit [Nes14].

Base de connaissances

La conception d'une base de connaissances représente la phase dans la conception des systèmes experts. Elle comprend la base de données et la base des règles floues.

- ✓ **La base de données** : Contient la définition des ensembles flous, les facteurs d'échelle pour la normalisation des ensembles de référence et la partition de l'espace flou d'entrée et sortie [Ahm14].
- ✓ **La base des règles floues** : Elle contient des règles floues décrivant le comportement du système; Ces règles peuvent être fournies par un expert ou peuvent être extraites de données numériques. Dans les deux cas, les règles prennent la forme «*Si* prémisses *Alors* conclusion» [Lab05].

$$\mathbf{Si} \underbrace{(X_1 \text{ et } A_1) \text{ et } (X_2 \text{ et } A_2)}_{\text{Prémisse}} \quad \mathbf{ALORS} \quad \underbrace{(Y \text{ et } B)}_{\text{Conclusion}}$$

Il y a plusieurs formes de *Si*.....*Alors* la forme générale est : *Si* (un ensemble de conditions est satisfait) *Alors* (un ensemble de conséquences peut être exécuté).

Défuzzification

Elle convertit l'ensemble flou résultant de l'agrégation en une seule valeur réelle dans le but de donner plus de certitude à la sortie du système d'inférence flou. Il existe plusieurs méthodes pour réaliser cette opération, parmi lesquelles nous citons [Sof13] :

- ✓ **La méthode du maximum** : Elle consiste à ne prendre en compte que les valeurs possédant un degré maximum d'appartenance à l'ensemble flou agrégé. Cette technique est simple à appliquer, mais peu employée étant donné qu'elle est basée sur l'opérateur maximum qui privilégie une seule règle parmi celles qui sont présentes.

$$u = \max(h_A(x), h_B(x)) \tag{II.5}$$

Avec h la sortie du système flou, c'est-à-dire, la valeur numérique de la sortie floue [Sof13].

- ✓ **La méthode de la moyenne pondérée** : (méthode des hauteurs pondérées ou méthode de la moyenne des maximums) : Celle-ci considère comme valeur de sortie la moyenne des valeurs préconisées par chaque règle et pondérées par leur degré respectif de validité.

$$u = \frac{\sum_{i=1}^n h_A(x_i) * x_i}{\sum_{i=1}^n h_A(x_i)} \quad (\text{II.6})$$

- ✓ **La méthode du centre de gravité** : Cette méthode, génère le centre de gravité de la surface engendrée par la fonction d'appartenance de l'ensemble flou agrégé [Sof13]. L'abscisse du centre de gravité peut être déterminée à l'aide de la relation suivante [RI10] :

$$\text{Cas discret : } u^* = \frac{\sum_{i=1}^l u_i \cdot \mu_u(u_i)}{\sum_{i=1}^l \mu_u(u)} \quad (\text{II.7})$$

l : Le nombre de niveaux de quantification de la sortie du contrôleur flou.

$$\text{Cas continu : } u^* = \frac{\int u \cdot \mu_u(u) du}{\int \mu_u(u) du} \quad (\text{II.8})$$

II.5 Différent types de régulateurs flous

Ils existent deux types de régulateurs flous :

II.5.1 Régulateur flou de type Mamdani

Dans ce type, les prémisses et les conclusions des règles sont symboliques ou linguistiques. Cette méthode se base sur l'utilisation de l'opérateur min pour l'implication floue et l'opérateur max pour l'agrégation des règles. La sortie nécessite l'utilisation d'une méthode de défuzzification qui est généralement le centre de gravité. Une autre variante du modèle de Mamdani consiste à remplacer l'opérateur min de l'implication floue par le produit algébrique [Ahm14]. Dans ce type les règles floues If-Then (**Si Alors**) sont écrites sous la forme suivante :

$$\text{Règle } i : \text{ « Si } z_1(t) \text{ est } F_1^i \text{ et ... et } z_p(t) \text{ est } F_p^i \text{ Alors } y \text{ est } B_i \text{ »}$$

Les principaux avantages de ce type sont :

- * La simplicité de la représentation des règles floues.
- * La flexibilité d'implémentation et utilisation ; du point de vue du grand nombre de choix des opérations appropriées en modèle flou [Abd14].

L'inconvénient de ce modèle est le grand nombre des règles floues utilisées pour représenter un système non-linéaire complexe.

II.5.2 Régulateur flou de type Takagi-Sugeno (T-S)

Dans ce régulateur, des règles floues de type Sugeno sont utilisées. En effet, les conclusions des règles floues sont des polynômes ou des équations linéaires, statiques ou dynamiques. L'implication floue est réalisée par l'opérateur min ou par le produit algébrique. La sortie finale est égale à la moyenne pondérée des conclusions des règles [Ahm14].

Donc l'avantage de modèle flou T-S est la flexibilité, la simplicité et l'efficacité de représenter les processus non-linéaires complexes par un nombre très réduit des règles floues, par rapport au modèle flou de Mamdani [Abd14].

II.6 Avantages et Inconvénients du réglage par logique floue

II.6.1 Les Avantages

- ✓ Pas besoin de modèle mathématique.
- ✓ Possibilité d'implémenter des connaissances linguistiques.
- ✓ Maîtrise de systèmes à régler avec un comportement complexe.
- ✓ Disponibilité des systèmes de développement efficaces, soit pour microprocesseur ou PC « Solution logiciel », soit pour les circuits intégrés (processeurs dédiés, fuzzy processors), « Solution matérielle » [You].

II.6.2 Les Inconvénients

- ✓ Manque de directives précises pour la conception d'un réglage.
- ✓ Les règles doivent être disponibles.
- ✓ Approche artisanale et non systématique.
- ✓ Aucune méthode formelle pour l'ajustement [You].

II.7 Conclusion

L'objectif de ce chapitre est présenté par une synthèse sur les systèmes flous en abordant les outils mathématiques nécessaires à leurs manipulations ainsi que leurs méthodes d'obtention.

Après avoir introduit les concepts de base concernant la structure générale et les différents types de modèles flous. Le fonctionnement d'un contrôleur flou dépend d'un nombre important de paramètres (module de fuzzification, base de connaissances (les règles floues), moteur d'inférence, module de défuzzification) qu'il faut déterminer lors de la conception, puisque ces paramètres s'influencent mutuellement, leur réglage n'est pas aisé, car il n'y a pas de procédure générale pour choisir un nombre optimal de règles.

L'utilisation de la théorie des ensembles flous dans la modélisation des systèmes complexes a connue une évolution considérable, il existe deux types de modélisation flou sont la modélisation flou de type Mamdani et l'autre de type T-S cette dernière sera présenté dans le chapitre suivant.

Modélisation floue de type Takagi-Sugeno

III.1 Introduction	24
III.2 L'approche multi-modèle	25
III.3 Structure des multi-modèles	25
III.4 Modélisation floue type Takagi-Sugeno	26
III.5 Conclusion	34

III.1 Introduction

Depuis Plusieurs années l'approche de la modélisation floue type T-S a connu un grand intérêt des chercheurs. L'idée de cette approche est adoptée et permet de transformer le système non linéaire à un ensemble de modèles flous localement linéaires [BH14].

Dans le contexte de cette approche, le système non linéaire est représenté par une interpolation entre les sous-systèmes localement Linéaire. Chaque sous-système est un système dynamique localement Linéaire à Temps Invariant (LTI) représentant une zone d'exploitation [BH14].

Actuellement la technique de modélisation des systèmes non linéaires peut permettre de parvenir à un bon compromis entre la précision et la complexité du modèle qui s'appelle l'approche multi-modèle [Jab11].

Dans ce chapitre on va présenter la structure des multi-modèles de type T-S, ainsi que leurs méthodes d'obtention les plus fréquentes.

III.2 L'approche multi-modèle

L'approche multi modèle a connu un intérêt certain depuis la publication des travaux de Johansen et Foss [Kam10].

Cette approche consiste, plus précisément, à réduire la complexité du système en décomposant son espace de fonctionnement en un nombre fini de zones de fonctionnement. Le comportement du système étant de moindre complexité dans chaque zone, un sous-modèle de structure simple peut alors être utilisé. Ainsi, en fonction de la zone où le système évolue, la sortie de chaque sous-modèle est plus ou moins mise à contribution en vue d'approcher le comportement global du système. La contribution de chaque sous-modèle est quantifiée par une fonction de pondération associée à chaque zone de fonctionnement [Abo14].

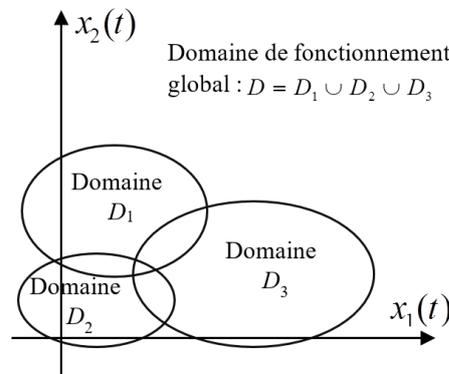


Fig. III.1 – Principe de l'approche multi-modèle

Plusieurs structures permettent d'interconnecter les différents sous-modèles afin de générer la sortie globale du multi-modèle.

III.3 Structure des multi-modèles

Deux structures essentielles de multi-modèle peuvent être distinguées, leur différence provient de la façon dont les sous-modèles sont combinés. La première structure, connue sous l'appellation de multi-modèle de **Takagi-Sugeno**, est constituée de sous-modèles partageant un vecteur d'état unique (sous modèles homogènes), à l'heure actuelle, le plus couramment utilisé. Dans la seconde, connue sous l'appellation de multi-modèle **dé-couplé**, les sous-modèles possèdent chacun un vecteur d'état indépendant (sous-modèles hétérogènes) [Kam10]. Une structure de multi-modèle se présente sous la forme :

$$y(t) = \sum_{i=1}^L \mu_i(z(t)) y_i(t) \quad (\text{III.1})$$

Où L est le nombre de sous-modèles, $y(t)$ la sortie du multi-modèle, $y_i(t)$ la sortie du $i^{\text{ème}}$ sous-modèle, $z(t)$ la variable de décision et $\mu_i(z(t))$ la fonction de pondération associée au $i^{\text{ème}}$ sous-modèle.

Les fonctions de pondération permettent de déterminer la contribution relative de chaque sous-modèle selon la zone où évolue le système [Kam10].

III.3.1 Multi-modèle couplé

La structure couplée, où le vecteur d'état étant une somme pondérée des états des modèles locaux, s'appelle aussi le modèle flou de Takagi-Sugeno (Fuzzy T-S model), dans cette situation la représentation multi-modèle est obtenue par interpolation de N modèles locaux linéaires [Ham15].

III.3.2 Multi-modèle découplé

Une autre forme de multi-modèle, proposée par Filev (1991), résulte de l'agrégation de modèles locaux décrits d'une façon découplé. La différence entre cette structure et celle présentée au paragraphe précédent réside dans le fait que chaque modèle local est indépendant de tous les autres La représentation dans l'espace d'état de ce multi modèle est donnée par [Ham10] :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + D_i \\ y_i(t) = C_i x(t) + E_i u(t) + N_i \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Dans cette structure, la notion d'état local, correspondant à un domaine de fonctionnement, apparait beaucoup clairement. Le multi-modèle (modèle global) est ainsi donné par [Ham10] :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u(t) + D_i \quad i \in 1 \dots M \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(z(t))(C_i x(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Dans notre travail nous sommes intéressés par le multi-modèle à états couplés (T-S) dans ce type de modèle flou, la dynamique locale dans différentes régions d'espace d'état est représentée par des modèles linéaires.

III.4 Modélisation floue type Takagi-Sugeno

Un modèle flou de type TS est constitué d'un ensemble de modèles (sous-modèle) linéaires liés par une structure d'interpolation représentée par des fonctions d'appartenance non linéaires. En effet, en 1985, sur la base du formalisme flou, Takagi et Sugeno ont proposé une approche de modélisation des systèmes non linéaires basée sur un ensemble de règles floues de type '*Si...Alors*' dont les conclusions représentent un ensemble de dynamiques linéaires. Ainsi, si l'on note r le nombre de règles floues décrivant un modèle T-S, la $i^{\text{ème}}$ règle R^i est donnée par [Jab11] :

$$\mathbf{Si} \ z_1 \ \text{est} \ F_1^i(z_1(t)) \ \mathbf{ET} \ z_2 \ \text{est} \ F_2^i(z_2(t)) \dots z_p(t) \ \text{est} \ F_p^i(z_p(t)) \ \mathbf{Alors} \ \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases}$$

Où, pour $j = 1, \dots, p$, $F_j^i(z_j(t))$ sont des sous ensemble flous réalisant une partition exacte de l'univers du discours, $z_j(t)$ sont les variables de prémisses dépendantes des entrées et/ou de l'état du système. $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état du système, $u \in R^m$ est le vecteur d'entrée et $y(t) \in R^p$ est le vecteur de sortie, A_i, B_i et C_i sont les matrices décrivant la dynamique du système [Jab11].

Pour chaque règle floue R^i une fonction de poids $w_i(z_j(t))$ peut être attribuée, déterminant la contribution de chacune des dynamiques linéaires composant le multi-modèle dans sa globalité. Cette fonction de poids dépend du degré d'appartenance des variables de prémisses $z_j(t)$ aux sous-ensembles flous $F_j^i(z_j(t))$ et du choix de l'opérateur **ET** [Jab11].

Telles que :

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i(z_j(t)) \text{ pour } i = 1, \dots, r \quad (\text{III.4})$$

Avec : $\forall t, w_i(z(t)) \geq 0$. On pose :

$$\mu_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (\text{III.5})$$

La fonction d'activation $\mu_i(z(t))$ de la $i^{\text{ème}}$ règle du modèle flou vérifie les propriétés de sommes convexes : $0 < \mu_i(z(t)) < 1$ et $\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) = 1$.

Ainsi, après défuzzification, la représentation d'état d'un multi-modèle TS, vu dans sa globalité, peut s'écrire sous la forme [Jab11] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

III.4.1 Méthodes d'obtention d'un modèle flou de type T-S

Les multi modèles représentent les systèmes non linéaires. Chaque modèle local est un système dynamique LTI valide autour d'un point de fonctionnement.

De façon pratique, ces modèles sont obtenus par identification, par linéarisation autour de différents points de fonctionnement (dans ce cas il s'agit de modèles locaux affines dus à la présence de la constante de linéarisation) ou par transformation (secteur non linéaire) [Abo14].

Dans ce travail, nous avons choisis l'approche par secteurs non linéaires qui consiste à partir d'un modèle non linéaire à obtenir un modèle T-S qui représente exactement le comportement du modèle non linéaire dans un compact de l'espace d'état

III.4.2 Modélisation par l'approche des secteurs non linéaires

La modélisation des systèmes flous de Takagi-Sugeno par l'approche des secteurs non linéaires, est introduite pour la première fois en 1992 par Kawamoto [Ham15]. L'objectif de cette approche est de trouver un secteur global qui satisfait aux conditions du système non-linéaire $\dot{x}(t) = f(x(t)) \in [a_1 a_2]$ dans la figure(III.2), La conception d'un modèle flou exacte est assurée par cette méthode. Mais, ce n'est pas évident toujours de trouver un secteur global pour n'importe quel système non-linéaire, pour ces raisons la proposition d'un secteur local été considérée comme une meilleure solution pour l'obtention d'un modèle flou. L'astuce est de présenter le SNL par plusieurs secteurs non-linéaires, donc chaque région « secteur local » est représenté par un modèle flou exacte avec $x(t) \in [-d_i d_i]$ dans la figure(III.3) [Abd14].

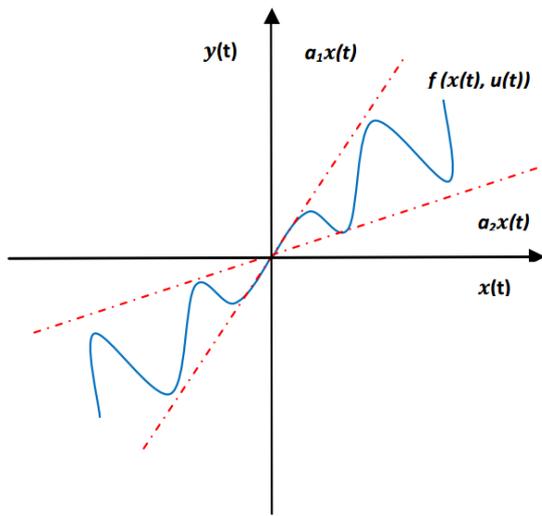


Fig. III.2 – Secteur Non-Linéaire Global

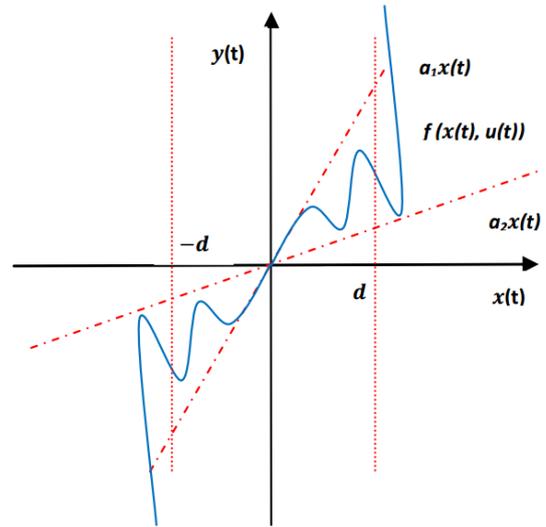


Fig. III.3 – Secteur Non-Linéaire Local

L'avantage d'une telle méthode est de ne pas engendrer d'erreur d'approximation et de réduire le nombre de modèles par rapport à la méthode de linéarisation [Meh08].

Soit le système continu non linéaire [LFR13] :

$$\dot{x} = f(x(t)) + g(x(t)).u(t) \quad (III.7)$$

Avec : $x(.) \in R^n, u(.) \in R^m, f((x.)) \in R^p, g \in R^{p*m}$

Lemme III.1

Soit $z(x(t))$ une fonction bornée de $[a, b] \rightarrow R$ pour tout $x \in [a, b]$ avec $[a, b] \in R^{+2}$. Alors il existe deux fonctions et $F^1(x(t))$ et $F^2(x(t))$ ainsi que, deux scalaires α et β tels que :

$$z(x(t)) = \alpha * F^1(x(t)) + \beta * F^2(x(t)) \quad (\text{III.8})$$

Avec : $F^1(x(t)) + F^2(x(t)) = 1$, $F^1(x(t)) \geq 0$ et $F^2(x(t)) \geq 0$.

Une décomposition de $z(x(t))$ est considérée sur $[a, b]$ comme suivant :

$$\begin{cases} \beta = \min_{x \in [a, b]} z(x(t)) \\ \alpha = \max_{x \in [a, b]} z(x(t)) \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

$$\begin{cases} F^1(x(t)) = \frac{z(x(t)) - \beta}{\alpha - \beta} \\ F^2(x(t)) = \frac{\alpha - z(x(t))}{\alpha - \beta} \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Sous les hypothèses de continuité et bornitude des fonctions $f(x(t))$ et $g(x(t))$ dans le modèle (III.7) avec $f(0) = 0$ et $g(0) = 0$ elles peuvent être réécrites sous la forme suivante :

$$\begin{cases} f(x(t)) = \sum_{i=1}^r F^i(x(t)) A_i x(t) \\ g(x(t)) = \sum_{i=1}^r F^i(x(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

Le modèle (III.8) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r F^i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r F^i(x(t)) (C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

Dans ce cas, la représentation multi-modèle obtenue correspond exactement au modèle non linéaire sur l'intervalle compact considéré.

Afin d'illustrer la méthode d'obtention par décomposition en secteurs non linéaires des modèles T-S, nous proposons l'exemple suivant pour bien expliquer.

✕ Application de la méthode du secteur non linéaire

Dans ce parti nous avons appliqués la méthode du secteur non linéaire sur les équations différentielles du système non linéaire à deux variables d'état comme suit [Meh08] [BH14] :

Les équations différentielles du système sont :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + x_1(t)x_2^3(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t) + (3 + x_2(t))x_1^3(t) \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Nous supposons que les variables d'état sont bornées, $x_1 \in [-1, 1]$, et $x_2 \in [-1, 1]$.
Ce système comporte deux non-linéarités.

$$z_1(x(t)) = x_1(t)x_2^2(t) \quad z_2(x(t)) = (3 + x_2(t))x_1^2(t)$$

Le modèle (III.13) peut être réécrit sous forme d'une représentation d'état comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & z_1(t) \\ z_2(t) & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Nous évaluons ensuite les valeurs minimales et maximales de $z_1(x(t))$, $z_2(x(t))$.

$$\begin{cases} \max_{x_1(t), x_2(t)} z_1(t) = 1, \\ \max_{x_1(t), x_2(t)} z_2(t) = 4, \end{cases} \quad \begin{cases} \min_{x_1(t), x_2(t)} z_1(t) = -1. \\ \min_{x_1(t), x_2(t)} z_2(t) = 0. \end{cases}$$

Ainsi, on peut réécrire les termes non-linéaires $z_1(x(t))$, $z_2(x(t))$ comme suit :

$$\begin{cases} z_1(x(t)) = F_1^1(x(t)) * 1 + F_1^2(x(t)) * (-1) \\ z_2(x(t)) = F_2^1(x(t)) * 4 + F_2^2(x(t)) * 0 \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} F_1^1(x(t)) + F_1^2(x(t)) = 1 \\ F_2^1(x(t)) + F_2^2(x(t)) = 1 \end{cases}$$

Et :

$$\begin{cases} F_1^1(x(t)) = \frac{z_1(x(t))+1}{2} \\ F_1^2(x(t)) = \frac{1-z_1(x(t))}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} F_2^1(x(t)) = \frac{z_2(x(t))}{4} \\ F_2^2(x(t)) = \frac{4-z_2(x(t))}{4} \end{cases}$$

Un modèle flou T-S à quatre règles floues est obtenu ($2^N = 4$, N le nombre de non-linéarités). On aboutit alors à quatre modèles locaux par combinaison des quatre fonctions $F_1^1, F_1^2, F_2^1, F_2^2$

Par conséquent, le système non linéaire (III.13) est représenté par les règles floues suivantes :

Règle de modèle 1 : SI $z_1(t)$ est "Positive" ET $z_2(t)$ est "Grand", Alors $\dot{x}(t) = A_1x(t)$

Règle de modèle 2 : SI $z_1(t)$ est "Positive" ET $z_2(t)$ est "Petit", Alors $\dot{x}(t) = A_2x(t)$

Règle de modèle 3 : SI $z_1(t)$ est "Negative" ET $z_2(t)$ est "Grand", Alors $\dot{x}(t) = A_3x(t)$

Règle de modèle 4 : SI $z_1(t)$ est "Negative" ET $z_2(t)$ est "Petit", Alors $\dot{x}(t) = A_4x(t)$

En considérons que $z_1(t) \in [-1, 1]$, et $z_2(t) \in [0, 4]$. Où les sous-systèmes sont déterminés comme suite :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & \max_{z_1 \in \text{Positive}} z_1 \\ \max_{z_2 \in \text{Grand}} z_2 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -1 & \max_{z_1 \in \text{Positive}} z_1 \\ \max_{z_2 \in \text{Petit}} z_2 & -1 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & \max_{z_1 \in \text{Négative}} z_1 \\ \max_{z_2 \in \text{Grand}} z_2 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} -1 & \max_{z_1 \in \text{Négative}} z_1 \\ \max_{z_2 \in \text{Petit}} z_2 & -1 \end{bmatrix},$$

Donc, avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$$

Les fonctions d'appartenance pour les quatre règles floues, peuvent être choisies sous une forme triangulaire sont présentés sur la figure(III.4).

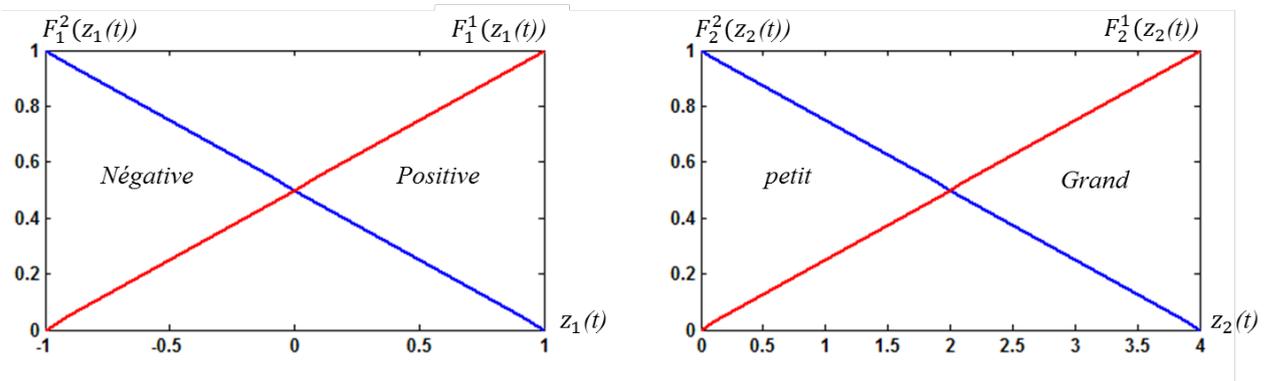


Fig. III.4 – Les fonctions d'appartenances de quatre règles floues

Le multi-modèle équivalent au modèle non-linéaire (III.13) est :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \mu_i(x(t)) A_i x(t)$$

En prégnant toujours l'opérateur produit comme opérateur de conjonction, les fonctions d'activation sont obtenues à partir des produits :

$$\mu_1(x(t)) = F_1^1(x_1) \cdot F_2^1(x_2) \quad , \quad \mu_3(x(t)) = F_1^2(x_1) \cdot F_2^1(x_2)$$

$$\mu_2(x(t)) = F_1^1(x_1) \cdot F_2^2(x_2) \quad , \quad \mu_4(x(t)) = F_1^2(x_1) \cdot F_2^2(x_2)$$

A partir de cet exemple, nous avons montré que le nombre de règles d'un modèle T-S exact, augmente en fonction des non linéarités à prendre en compte dans le modèle non linéaire, ce qui provoque plus de conservativité des résultats [Abd10].

✓ Résultats de simulation

A partir de notre modèle flou de type T-S, nous avons réalisé la simulation sous Matlab/Simulink montré sur les figures suivante :

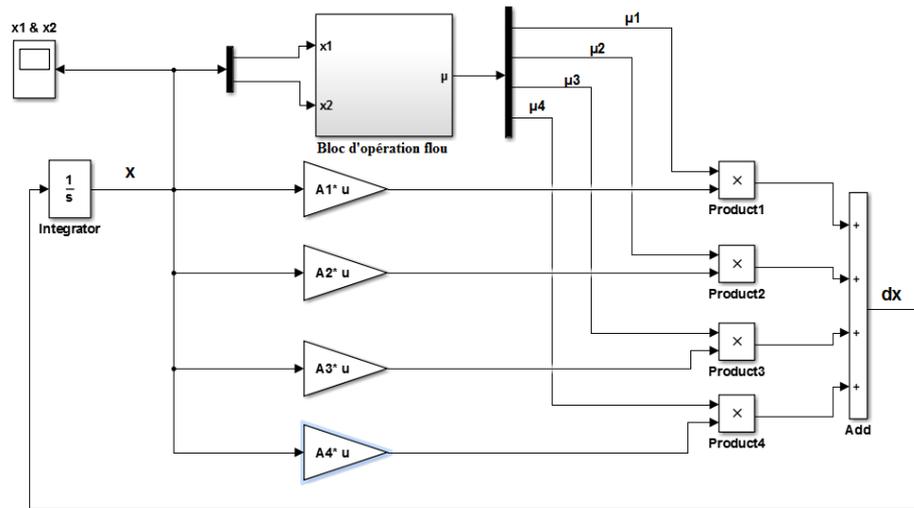


Fig. III.5 – Schéma bloc de la modélisation floue type T-S du système mathématique

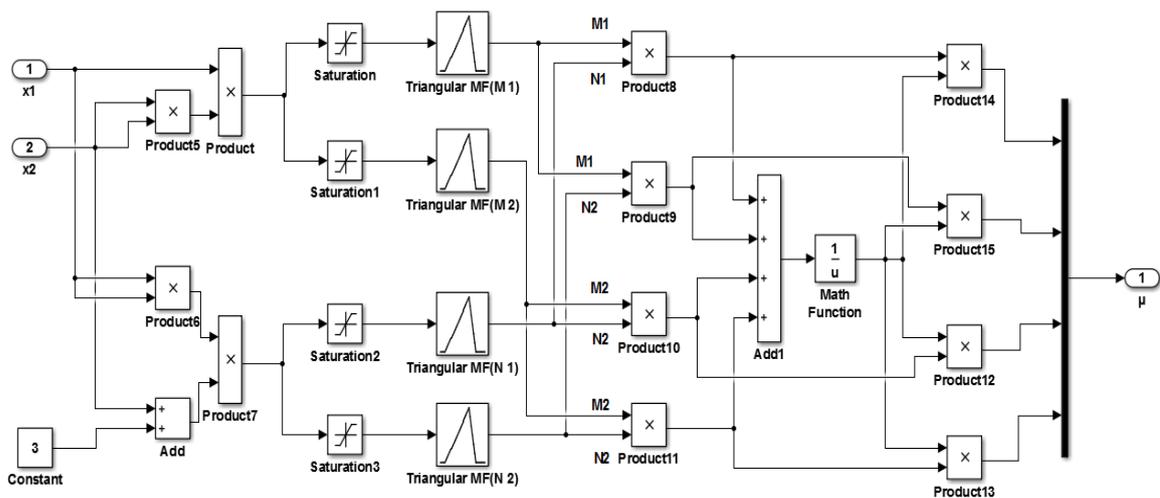


Fig. III.6 – Bloc d'opération flou

Les résultats de la simulation sont présentés sur la figure suivante :

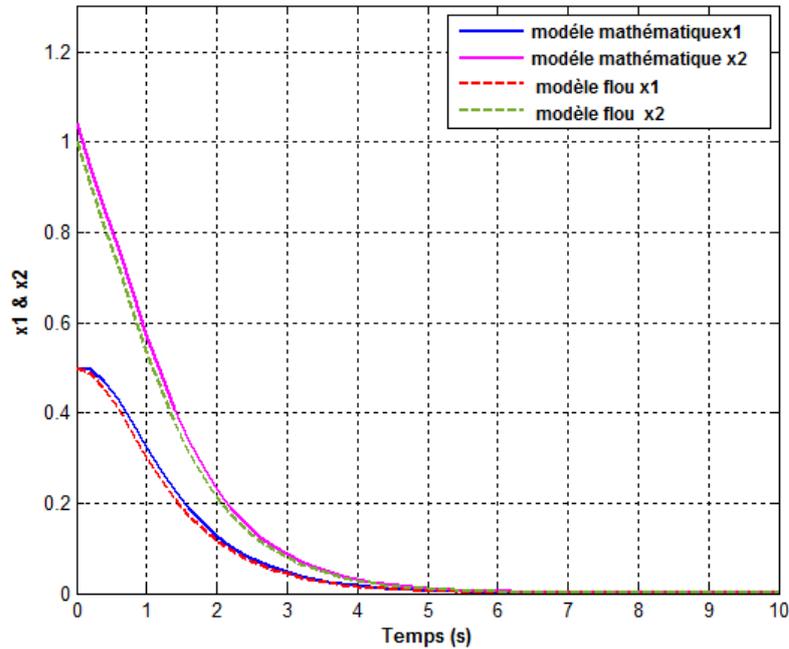


Fig. III.7 – Temps de réponse du modèle flou et le modèle original

La figure (III.7) montre respectivement le temps de réponse du système flou et le système original pour la condition initiale $x = [0.5, 1]$

On peut voir que le temps de réponse du modèle flou et celui du modèle original "équation différentiel" sont les mêmes. Ce qui signifie que le modèle flou peut représenter exactement le système d'origine dans les domaines pré-spécifiés.

On remarque qu'il y'a une superposition entre les deux réponses des modèle flou et mathématique avec une petite erreur non significative, et le tableau (III.1) suivant montre cette différence entre les deux réponses :

TABLE III.1 – Comparaison entre la réponse du modèle flou et mathématique pendant quelques secondes

Temps(s)	0.6	1.6	2.6	4	6
x_1 mathématique	0.428	0.1884	0.07021	0.01733	0.002345
x_1 flou	0.406	0.1731	0.06433	0.01587	0.002148
x_2 mathématique	0.07606	0.3399	0.1286	0.03183	0.004308
x_2 flou	0.7211	0.3135	0.118	0.0292	0.003953

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, et après la présentation de l'approche multi-modèle et ces structures, multi-modèle de T.S et le multi-modèle découplé. Nous avons donné les méthodes les plus utilisées à l'obtention d'un multi-modèle, on se base sur la méthode du secteur non linéaire, cette méthode peut déduire facilement le modèle sans aucune perte d'information.

L'intérêt principal des modèles T-S réside dans leur structure particulière, qui se présente sous la forme d'une somme convexe non linéaire de sous-systèmes linéaires. Cette structure était exploitée pour la synthèse de régulateurs non linéaires ; la commande PDC est la plus couramment utilisée pour les modèles T-S, cette commande sera présentée dans le chapitre suivant.

Loi de commande Compensation Parallèle Distribuée (PDC)

IV.1 Introduction	35
IV.2 L'approche de la PDC	36
IV.3 Stabilité des modèles Takagi-Sugéno	38
IV.4 Définition LMI	39
IV.5 Conclusion	39

IV.1 Introduction

Pour garantir la stabilité d'un modèle de type T-S, nous avons recours à la synthèse d'une commande stabilisante. Pour ce faire, en s'inspirant des résultats d'analyse de stabilité des systèmes dynamiques, on aboutit à des conditions de synthèse de commande par retour d'état. Les conditions sur les gains de commande ainsi obtenues, ne sont pas nécessairement formulées directement en un problème LMI. En effet, dans certains cas, on obtient des inégalités matricielles non linéaires, ce qui nécessite un ensemble de transformations matricielles pour les rendre linéaires. Dans ce contexte, plusieurs formules de commande floue sont proposées dans la littérature, on ne citera ici que les plus utilisés, c'est la loi de commande basée sur le retour d'état et connue sous le nom de PDC [Abd10].

Le quatrième chapitre, aborde quelques concepts généraux sur la stabilité (l'approche de lyapunov) et la stabilisation des modèles T-S par la technique PDC. Il présente également l'outil d'Inégalités Matricielles Linéaires.

IV.2 L'approche de la PDC

L'idée principale de la conception du contrôleur PDC est basée essentiellement sur l'étude de la stabilité à partir de la fonction quadratique de Lyapunov. L'idée est d'attribuer une règle pour chaque contrôleur depuis la règle du modèle flou T-S correspondant, pour compenser le modèle. Donc on obtient un contrôleur flou, en plus il partage le même ensemble flou que le modèle flou La figure (IV.1) illustre le principe de fonctionnement de la commande PDC [KD16].

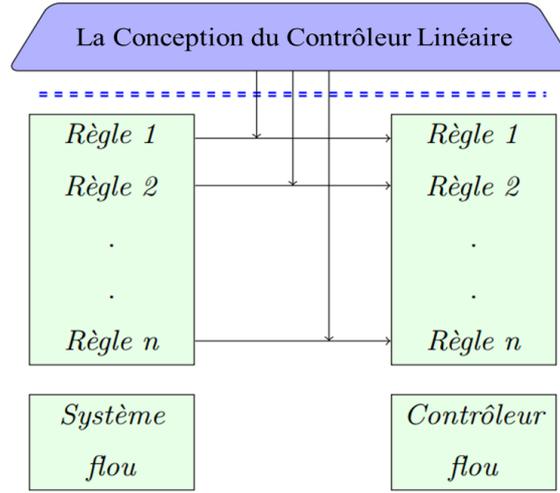


Fig. IV.1 – Principe de la commande PDC

Soit le modèle T-S continu en boucle fermée [Oua10] :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (\text{IV.1})$$

Les règles du contrôleur PDC peuvent être écrites sous la forme :

Règle i : **Si** $z_1(t)$ et F_1^i et...et $z_p(t)$ et F_p^i **Alors** $u(t) = -K_i x(t)$ $i = 1, \dots, r$

qui est un contrôleur par retour d'état à la partie conséquence. Le contrôleur flou est représenté par :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) K_i x(t) \quad (\text{IV.2})$$

Où $K_i : i = 1, \dots, r$ est le gain de retour local relatif au i ème modèle, avec les mêmes $\mu_i(z(t))$ que ceux du modèle flou [Oua10].

En combinant (IV.1) et (IV.2) La représentation du modèle global en boucle fermée avec une loi de commande PDC est donnée par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mu_i(z(t)) \mu_j (A_i - B_j K_j) x(t) \quad (\text{IV.3})$$

Théorème IV.1

Le modèle flou continu (IV.1) est globalement asymptotiquement stable via la loi de commande PDC (IV.2), s'il existe une matrice commune définie positive $P = P^T > 0$ qui satisfait les inégalités matricielles suivantes :

$$(A_i - B_i K_j)^T P + P(A_i - B_i K_j) < 0 \quad \forall i, j = 1, \dots, r \quad (\text{IV.4})$$

On peut écrire (IV.3) comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) \mu_i(z(t)) G_{ii} x(t) + 2 \sum_{i < j}^r \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) x(t) \quad (\text{IV.5})$$

Avec :

$$G_{ij} = A_i - B_i K_j \quad i < j \leq r \quad (\text{IV.6})$$

Théorème IV.2

Le modèle flou continu (IV.1) est globalement asymptotiquement stable via la loi de commande PDC (IV.2), s'il existe une matrice commune définie positive $P = P^T > 0$ qui satisfait les inégalités matricielles suivantes :

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0 \quad \forall i = 1, \dots, r \quad (\text{IV.7})$$

$$\left(\frac{(G_{ij} + G_{ji})}{2} \right)^T P + P \left(\frac{(G_{ij} + G_{ji})}{2} \right) \leq 0 \quad i < j \leq r \quad (\text{IV.8})$$

On remarque que l'inégalité du théorème (IV.2) n'est pas linéaire en les variables P et K_i , en multipliant l'inégalité (IV.7) et (IV.8) à gauche et à droite par P^{-1} , et en définissant une nouvelle variable $X = P^{-1}$, puis en utilisant le changement de variable $M_i = K_i X, i = 1 \dots r$, on obtient les LMIs suivantes par rapport aux variables X et M_i :

$$\begin{cases} X > 0 \\ X A_i^T + A_i X - B_i M_i - M_i^T B_i^T < 0 & \forall i = 1, \dots, r \\ X(A_i + A_j)^T + (A_i + A_j)X - (B_i M_j + B_j M_i) - (B_i M_j + B_j M_i)^T < 0 & i < j \leq r \end{cases} \quad (\text{IV.9})$$

Théorème IV.3

Soient le modèle flou continu (IV.1), la loi de commande PDC (IV.2). La boucle fermée est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique définie positive $X = X^T > 0$ et des matrices $M_i, i = 1 \dots r$ telles que les LMIs définis en (IV.9) soient vérifiées. Les gains de retour d'état sont donnés par :

$$K_i = M_i X^{-1} \quad i = 1 \dots r \quad (\text{IV.10})$$

IV.3 Stabilité des modèles Takagi-Sugéno

L'étude de la stabilité des modèles Takagi-Sugeno s'effectue principalement en utilisant la méthode directe de Lyapunov. Cette méthode implique le choix d'une fonction candidate de Lyapunov qui est le premier élément dans l'étude de la stabilité, il existe deux grandes familles des fonctions de Lyapunov (les fonctions quadratiques et non quadratiques). Dans ce chapitre, on s'intéresse à la stabilité par des fonctions de Lyapunov quadratiques [Oua10].

IV.3.1 Stabilité quadratique des systèmes flous de type T-S

Dans cette section, nous présentons les conditions suffisantes de stabilité quadratique utilisant l'approche de Lyapunov. Le modèle de T-S en régime libre dans le cas continu est défini comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x(t) \quad (\text{IV.11})$$

La fonction candidate de Lyapunov la plus couramment utilisée est définie par :

$$V(x(t)) = x^T(t) P x(t), \quad P = P^T > 0 \quad (\text{IV.12})$$

La stabilité quadratique s'étudie en calculant la dérivée de la fonction (IV.12) :

$$\frac{d}{dt} V(x(t)) = \frac{d}{dt} (x^T(t) P x(t)) = \dot{x}^T(t) + x^T P \dot{x}(t) \quad (\text{IV.13})$$

De (IV.11) et (IV.13) on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V(x(t)) &= \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x(t) \right)^T P x(t) + x^T(t) P \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) A_i x(t) \right) \\ &= x^T(t) \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) \{A_i P + P A_i\} \right) x(t) \end{aligned} \quad (\text{IV.14})$$

Puisque les fonctions μ_i sont toujours positives, l'étude de la stabilité quadratique revient donc à résoudre le problème résumé dans le théorème suivant [Ham15] :

Théorème IV.4

Le modèle flou continu (IV.1) est globalement asymptotiquement stable, s'il existe une matrice commune définie positive $P = P^T > 0$ telle que les **LMIs** suivantes soient vérifiées :

$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad i = 1 \dots r \quad (\text{IV.15})$$

IV.4 Définition LMI

On appelle une inégalité matricielle linéaire notée (LMI) le problème suivant : étant données les matrices réelles, carrées et symétriques :

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (\text{IV.16})$$

L'inégalité (IV.16) implique que : $F(x)$ est une matrice définie positive c'est-à-dire : $\forall z \in \mathbb{R}^n$ et $z \neq 0, z^T F(x) z > 0$ de manière équivalente, la valeur propre la plus petit de $F(x)$ est positive.

Avec $x(t) = [x_1(t), \dots, x_m(t)]^T$ est le vecteur des variables à trouver, et les matrices symétriques $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}, i = 0, \dots, m$ sont données. On dit que $F(x) > 0$ est une LMI affine des éléments de x .

Remarque :

L'inégalité (IV.16) est une LMI stricte si $F(x)$ est seulement définie positive non négative autrement LMI est dite non stricte. Le succès des LMIs vient du développement des méthodes dites du point intérieur qui permettent de résoudre ces problèmes de manière efficace [KD16] [Abd14].

IV.5 Conclusion

La stabilité des modèles T-S est souvent étudiée à partir de fonctions de Lyapunov quadratiques en recherchant une matrice unique stabilisant simultanément chacun des modèles locaux, ce qui est souvent très conservatif.

Dans ce chapitre nous avons présenté les conditions de stabilisation par retour d'état via la loi de commande PDC en boucle fermée (la loi de commande globale est obtenue par l'interpolation des lois de commande linéaires locales), puis nous avons étudié la stabilité quadratique des modèles flous de T-S en régime libre par la fonction de Lyapunov.

Ces conditions de stabilité peuvent être exprimées en utilisant des inégalités linéaires matricielles (LMIs).

Le chapitre suivant sera consacré pour l'application de la commande PDC sur notre modèle (Simulink), et les résultats de simulation.

Les résultats de simulation

V.1	Introduction	40
V.2	Application sur le robot RP ‘wire moving’	41
V.3	résultats de la simulation	42
V.4	Application de la commande PDC sur le pendule inversé	44
V.5	Conclusion	47

V.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons appliquer les concepts de la modélisation flou de type T-S et la commande PDC en simulation sur deux exemples Robot RP à deux degré de liberté, Pendule inversé à un seul degré de liberté, ensuite nous allons présenter les résultats de simulation pour valider notre travaille.

Ces applications sont réalisées dans le logiciel MATLAB/SIMULINK.
 Les schémas blocs pour les deux exempels sont donnés en annexe.

V.2 Application sur le robot RP ‘wire moving’

① La modélisation floue de type T-S du robot ‘wire-moving’

✕ Les règles floues du Robot :

Sur la base du modèle dynamique (les équations d’états), on a possé les hypothèses suivantes :

Quand $x_1 \rightarrow 0$, et $\sin x_1 \rightarrow x_1$ est $\cos x_1 \rightarrow 1$.

Quand $x_1 \rightarrow \pm \frac{\pi}{6}$, et $\sin x_1 \rightarrow \pm \frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{\pi} x_1$ est $\cos x_1 \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}$.

On à proposer deux règles floues comme suit :

Règle1 : *Si* $x_1(t)$ est environ 0 **Alors** $\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t)$

Règle2 : *Si* $x_1(t)$ est environ $\pm \frac{\pi}{6}$ ($|x_1| < \frac{\pi}{6}$) **Alors** $\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t)$

Avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{mgl_c}{J-J_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{mgl_c}{J_2-J} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J-J_2} \\ 0 \\ -\frac{J}{J_2(J_2-J)} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3mgl_c}{\pi(J-J_2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mgl_c}{\pi(J_2-J)} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J-J_2} \\ 0 \\ -\frac{J}{J_2(J_2-J)} \end{bmatrix}$$

Les fonctions d’appartenance des deux règles floues sont définies sur l’univers $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$, et sont présentées sur la figure suivante :

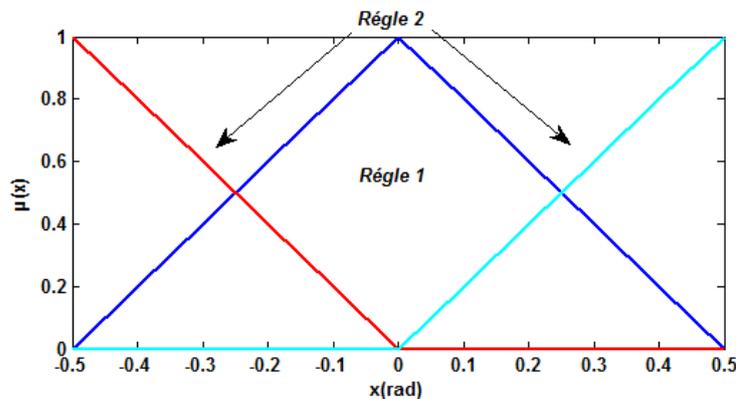


Fig. V.1 – Fonction d’appartenance de deux règles

✗ Application de la commande PDC sur le robot

Pour stabiliser le robot dans son point d'équilibre, on utilise une loi de commande PDC donnée par :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) k_i x(t) \quad (\text{V.1})$$

A partir des règles floues du robot RP 'Wire-moving', et on se basant sur les concepts de la commande PDC, deux règles pour le contrôleur floues sont proposés contenant les même prémisses que les règles du modèle flou :

Règle1 : *Si* $x_1(t)$ est environ 0 **Alors** $u(t) = -K_1 x(t)$.

Règle2 : *Si* $x_1(t)$ est environ $\pm \frac{\pi}{6}$ ($|x_1| < \frac{\pi}{6}$) **Alors** $u(t) = -K_2 x(t)$.

Pour calculer les gains du contrôleur nous avons utilisé la méthode LMI, les étapes de mise au point de cette méthode sont présentés comme suit :

Étape1 : On commence par l'initialisation des LMIs par l'instruction `setlmis([])`.

Étape2 : Définition des variables par la fonction `lmivar`.

Étape3 : Spécifie le terme contenu d'un LMI, un terme à la fois par l'instruction `lmiterm`.

Étape4 : Création du système LMI Par la fonction `lmiSys = getlmis`.

Étape5 : Résolution des LMI par l'instruction `x1=dec2mat(lmiSys,xfes,x1)`.

Étape6 : Définition de la matrice de lyapunov. En fin en calculer les gains.

Le programme est donné en annexe.

Les gains obtenus par cet algorithme sont les suivant :

$$K_1 = [-170.7626 \quad -231.1210 \quad -1.2068 \quad -5.0893]$$

$$K_2 = [-203.7166 \quad -276.1279 \quad -1.4795 \quad -6.0939]$$

D'après l'équation (V.1), le contrôleur flou sera présenté comme suit :

$$u = -\mu_1(x_1) k_1 x(t) - \mu_2(x_1) k_2 x(t) \quad (\text{V.2})$$

Avec : $\mu_1 + \mu_2 = 1$

Ans nous avons abouti à un modèle flou de type T-S, sur lequel nous avons appliqués une commande PDC. Enfin pour le calcul des gains nous avons appliqué la méthode LMI.

V.3 résultats de la simulation

Les résultats de la simulation présentés sur les figures suivantes sont obtenus avec les paramètres donnés dans la table (V.1) :

TABLE V.1 – Les paramètres physiques du modèle

Nom	Les Paramètres physiques	Valeur
m_1	La masse du Robot	2.48Kg
m_2	La masse du Pole	1.34Kg
J_1	L'inertie du Robot	$0.059Kgm^2$
J_2	L'inertie du Pole	$0.251Kgm^2$
l_2	La distance entre c_2 et o_1x_1	1.5m
l_c	La distance entre c et o_1x_1	0.161m
g	L'accélération de gravité	$9.8m/s^2$

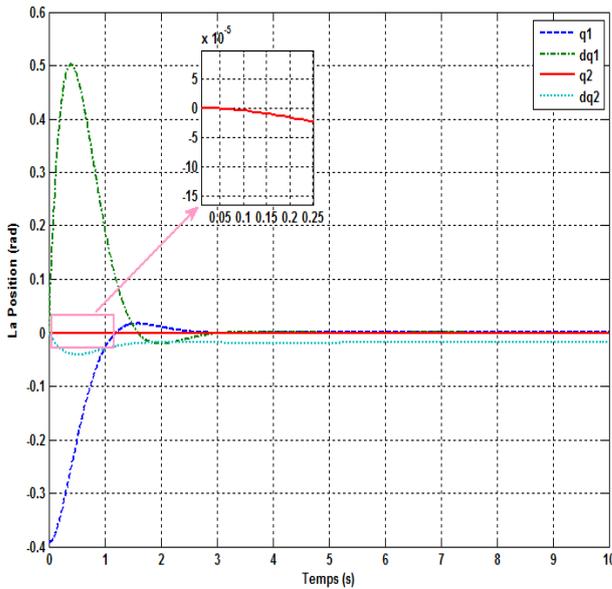
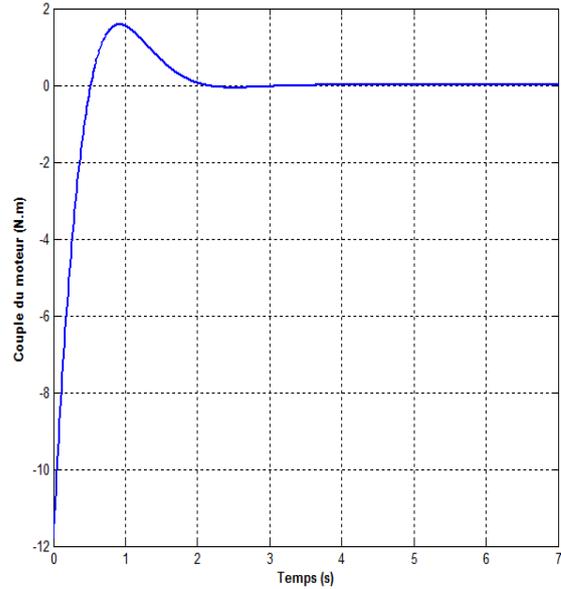

 Fig. V.2 – Réponse de $q_1(t), \dot{q}_1(t), q_2(t), \dot{q}_2(t)$


Fig. V.3 – signal de commande

Les figures (V.2), (V.3) montrent respectivement la position du robot et la commande avec une condition initiale $x_1 = -\frac{\pi}{8}$ (rad).

- * Dans la figure (V.2), on a remarqué que la position $q_1(t)$ tend vers sa position d'équilibre ($q_1(0) = 0$) à partir de $t=2.5$ seconde.
- * Dans la figure (V.3), on a remarqué l'augmentation du couple de moteur jusqu'à 1.58 (N/m) et tend vers la stabilité après 2.5 seconde.
- * Pour le contrôle d'entrée le système répond dans 2.5s après il se stabilise. Cela signifie que le contrôleur flou peut maintenir le robot dans une position d'équilibre.
- * D'un autre coté on remarque que la position $q_2(t)$ est très proche de zero le long de la trajectoire.

V.4 Application de la commande PDC sur le pendule inversé

On considère dans cette partie un pendule inversé de masse $m(kg)$ et de longueur $2l$, placé sur un chariot mobile de masse $M(kg)$. Les équations de son mouvement sont données par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{g \sin(x_1(t)) - \alpha m l x_2^2(t) \sin(2x_1(t)) / 2 - \alpha \cos(x_1(t)) u(t)}{4l/3 - \alpha m l \cos^2(x_1(t))} \end{cases} \quad (V.3)$$

Où $x_1(t)$ désigne l'angle du pendule (rad), $x_2(t)$ sa vitesse angulaire (rad/s), $g = 9.8m/s^2$ la constante de gravitation et u désigne la force appliquée au chariot (en Newtons), $\alpha = \frac{1}{(m+M)}$ $x_1(t) \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, du fait que le système devient incontrôlable pour $x_1(t) = \pm \frac{\pi}{2}$, pour maintenir la contrôlabilité du modèle flou, les contrôleurs sont conçus de telle sorte à contraindre $x_1(t) \in [-88^\circ, 88^\circ]$.

La dynamique du système non linéaire (V.3) peut être simplifiée comme suit :

Quand $x_1(t)$ est au voisinage de zéro, la dynamique peut être décrite par le système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{g x_1(t) - \alpha u(t)}{4l/3 - \alpha m l} \end{cases} \quad (V.4)$$

Quand $x_1(t)$ est au voisinage de $\pm \frac{\pi}{2}$, la dynamique peut être décrite par le système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{2g x_1(t) / \pi - \alpha \beta u(t)}{4l/3 - \alpha m l \beta^2} \end{cases} \quad (V.5)$$

Où $\beta = \cos(88^\circ)$. Notons que les sous-systèmes (V.4) et (V.5) sont linéaires. A base de ces sous-systèmes linéaires, on aboutit au modèle flou TS décrit par les deux règles suivantes :

Règle1 : *Si* $x_1(t)$ est proche de zéro 0 **Alors** $\dot{x}_1(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t)$

Règle2 : *Si* $x_1(t)$ est proche de $\pm \frac{\pi}{2}$ ($|x_1| < \frac{\pi}{2}$) **Alors** $\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t)$

Avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{4l/3 - \alpha m l} & 0 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\alpha}{4l/3 - \alpha m l} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{\pi(4l/3 - \alpha m l \beta^2)} & 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\alpha \beta}{4l/3 - \alpha m l \beta^2} \end{bmatrix}$$

Les fonctions d'appartenance de la règle 1 et 2, peuvent être choisies sous une forme triangulaire et sont présentée sur la figure (V.4)

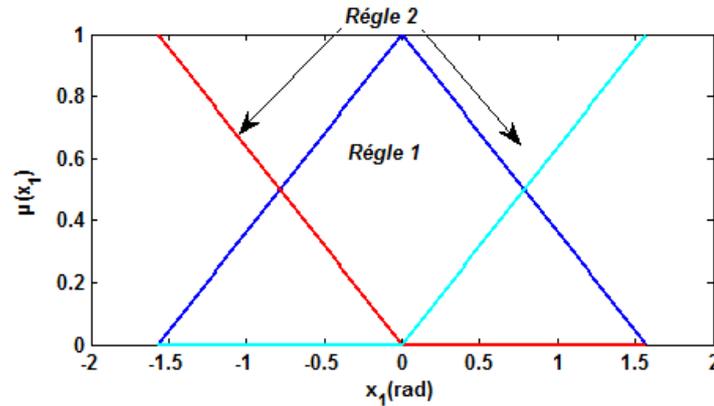


Fig. V.4 – Fonction d'appartenance à deux règles floues

Pour stabiliser le pendule dans son point d'équilibre, on utilise une loi de commande PDC donnée par :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^2 \mu_i(z(t)) k_i x(t) \quad (V.6)$$

La résolution des LMIs, nous a donné les résultats suivants :

$$P = \begin{bmatrix} 3.6250 & 0.6250 \\ 0.6250 & 0.2812 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = [-120.6667 \quad -22.667] \quad K_2 = [-2551.6 \quad -764.0]$$

Les résultats de simulation sont présentés sur les figures suivantes :

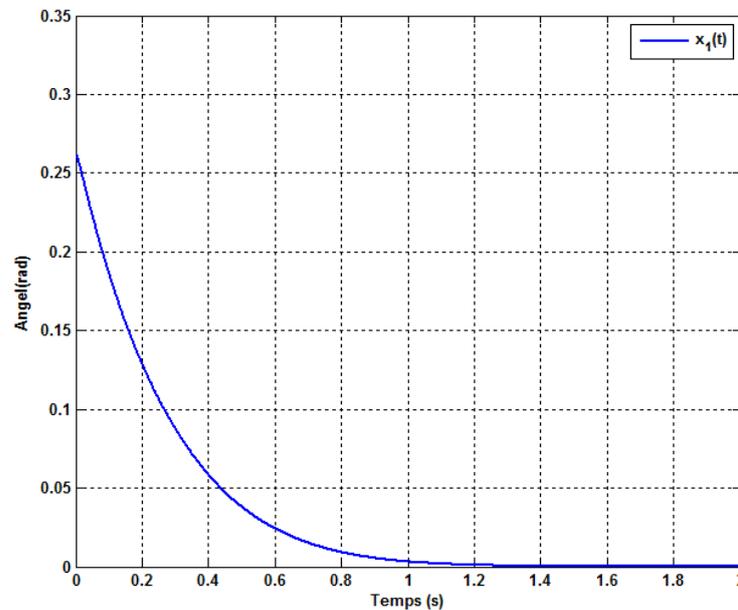


Fig. V.5 – Variation de l'angle du pendule

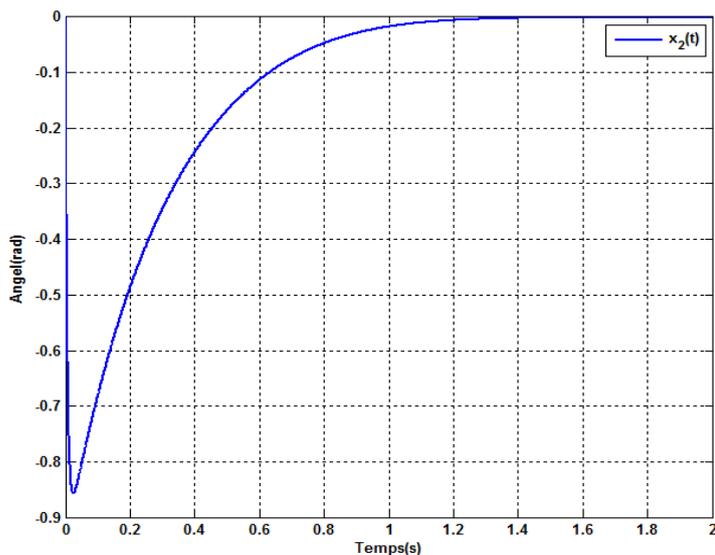


Fig. V.6 – Variation de la vitesse angulaire du pendule

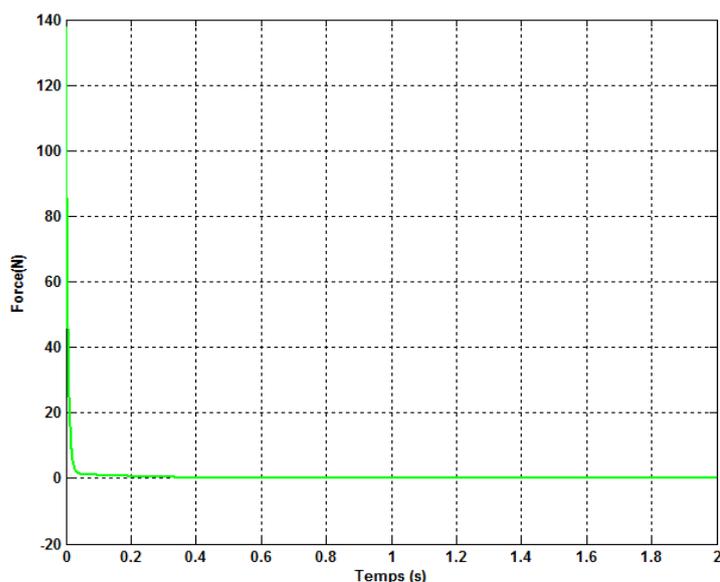


Fig. V.7 – Variation de la commande $u(t)$

Les figures (V.5), (V.6) et (V.7) montrent respectivement l'angle du pendule inversé, sa vitesse angulaire et la commande pour une condition initiale $[0.2618, 0]^T$.

- * Le système pendule inversé est commandé dans le but de stabiliser l'angle à $x_1(t) = 0$, qui correspond à la position verticale du pendule.
- * On remarque que le pendule converge vers son point d'équilibre.
- * La figure (V.5) montre que la variation de l'angle du pendule inversé se stabilise au bout 1.4s.
- * La figure (V.6) montre que la variation de la vitesse angulaire se stabilise au bout 1.4s.
- * On remarque que la commande elle diminue et tend vers la zéro après 0.63 seconde.

V.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons fait une modélisation par logique flou type T-S pour deux systèmes wire-moving et pendule inversé qui possèdent différents degrés de liberté, puis on a appliqué la commande PDC.

Le robot RP 'wire-moving' : est un système mécanique non linéaire sous-actionné instable à deux degrés de liberté dont, évidemment, l'un est actionné et l'autre pas ; il nécessite une commande très efficace et robuste par rapport à les autres systèmes qui ayant un degré de liberté.

Le pendule inversé a toujours été utilisé pour tester les nouvelles méthodes de commande, car il possède plusieurs caractéristiques attrayantes : c'est un système non linéaire, couplé, intrinsèquement instable et il possède plusieurs implications pratiques.

Les conditions de stabilité suffisantes sont données en se basant sur les inégalités LMIs, ces conditions améliorent la stabilité de notre système et aident à la conception du contrôleur flou.

Enfin, les résultats de simulation ont montré l'efficacité de ce contrôleur.

Le fait que le wire moving est de dimension supérieure à celui du pendule inversé, ça a peut-être influé sur les résultats obtenus.

Conclusion Générale

Dans ce travail, nous avons abordé le problème de la synthèse de loi de commande pour la stabilisation des systèmes non linéaires décrits par des modèles flous incertains de type Takagi-Sugéno. Les conditions de stabilité sont formulées sous forme des LMIs pour une meilleure exploitation numérique des résultats.

Le robot mobile de type RP avec deux degré de liberté et le pendule inversé à un degré de liberté ; sont des systèmes mécaniques non linéaires sous-actionnés instables. L'objectif du contrôler de ce type de systèmes est de minimiser le balancement des angles et assurer la stabilité et la stabilisation.

Dans la première partie, nous avons défini les robots de type RP, ainsi leurs domaines d'utilisation, ensuite leurs modélisation mathématique.

Dans la deuxième partie nous avons expliqué le concept de base de la logique floue. Nous avons illustré la structure élémentaire d'un régulateur par logique floue, ainsi en analysent sa structure. Les deux types de régulateurs les plus connus qui sont, celui de Mamadani, et celui de T-S ont été représentés.

Dans la troisième partie nous avons étudié les modèles flous de type T-S. Ainsi, nous avons présenté d'abord la technique d'obtention d'un modèle T-S à partir d'un ensemble des équations non linéaire. Dans ce contexte, l'approche T-S a été choisie pour les nombreux avantages qu'elle présente, notamment pour la simplicité d'utilisation de ce modèle pour l'étude de la stabilité et la synthèse des contrôleurs.

Dans la quatrième partie, nous avons abordé le concept de stabilisation de base des modèles T-S par interpolation de retour d'état appelée commande PDC .Les conditions de la stabilisation des modèles flous T-S nous a ramener à un ensemble d'inégalité matricielles linéaires (LMI) qui peuvent être résolues à l'aide d'outils issus du domaine de l'optimisation convexe.

Dans la dernière partie, nous avons considéré l'application de la modélisation floue type T-S et la commande PDC sur les deux modèles : robot 'wire-moving' et le pendule inversé.

La complexité de contrôler des systèmes mécaniques sous-actionnés est en grande partie due au fait que le control de la partie sous-actionnée est réalisé seulement par le couplage avec la partie actionnée.

Les résultats obtenus ont montrés l'efficacité de la méthode utilisée, ont prouvés la robustesse de la commande présentée.

Finalement on conclu que les résultats du le pendule mieux que le robot RP, car le fait que le wire moving est de dimension supérieure à celui du pendule inversé, ça a peut-être influé sur les résultats obtenus.

Comme perspective nous proposons l'application d'une commande PDC sur les modèles flous type2 T-S, optimisation de la logique floue par les algorithmes génétiques, les réseaux d'ondelette floue, l'extension de l'analyse de la stabilité pour le système constitué du modèle flou de type affine Takagi-Sugeno Multi-variable (MIMO) en temps discret.

Bibliographie

- [Abd10] Kherkhare Abdelkrim. *"Commande floue en poursuite et stabilisation des systèmes non linéaires incertains"*. Université Ferhat Abbas — Setif, 2010.
- [Abd14] Zahaf Abdelmalek. *"Commande Prédictive Floue Sous Contraintes : Application à des Systèmes non Linéaires"*. Université constantine 1, 2014.
- [Abo14] Mr. Hetatache Aboubakr. *"Modélisation Floue de Type Takagi-Sugeno Appliquée à un bioprocédé"*. Université Ferhat Abbas– Setif-1, 2014.
- [Ahm14] Fersous Chikh Bey Ahmed. *"Commande floue d'un twin rotor"*. Université Kasdi Merbah–Ouargla, 2014.
- [BH14] Abdellah Benzaouia and Ahmed El Hajjaji. *"Advanced Takagi–Sugeno Fuzzy Systems"*. Springer International Publishing Switzerland, 2014.
- [Dja14] CHEKIMA Djamel. *"Commande d'une Machine Asynchrone par Logique Floue"*. Université d'EL-Oued, 2014.
- [EH12] Bali Chaher Eddine and Abaidi Hakim. *"Réalisation d'un robot mobile avec évitement d'obstacle et trajectoire programmé"*. Université Mohamed Khider Biskra, 2012.
- [Hal08] Mr. Merabti Halim. *"Etude des systèmes flous à intervalle"*. Université Mentouri De Constantine, 2008.
- [Ham10] Mohamed Yacine Hammoudi. *"Modélisation et diagnostic de défauts par des multi-modèles entrées/sorties"*. Universté BadjiI Mokhtar Annaba, 2010.
- [Ham15] Mohamed Yacine Hammoudi. *"Contribution à la commande et à l'observation dans l'association convertisseurs machine"*. Universté BadjiI Mokhtar Annaba, 2015.
- [Jab11] Mme. Dalel Jabri. *"Contribution à la synthèse de lois de commande pour les systèmes de type Takagi-Sugeno et/ou hybrides interconnectés"*. Université de Gabès, 2011.
- [Kam10] Merahi Kamel. *"Estimation d'Etat et Diagnostic de Fonctionnement des Systèmes non Linéaires"*. Universté BadjiI Mokhtar Annaba, 2010.
- [KD16] Taki Eddine Khediri and Brahim Salem Deidih. *"Commande Flou sans Capteur de Vitesse d'une Machine synchrone à Aiment Permanents"*. Université Larbi Tebessi - Tebessa, 2015 / 2016.

-
- [Lab05] Salim Labiod. *"Contribution à la Commande Adaptative Floue des Systèmes Non Linéaires"*. Magister en Automatique de l'ENP, 2005.
- [LFR13] Didier GEORGES Eric Jean Roy SAMBATRA et Jean Marie RAZAFIMAHENINA Liva Falisoa RAFANOTSIMIVA, Gildas BESANCON. *"Modélisation multimodèle et commande par Compensation Parallèle Distribuée d'un système SMIB"*. Université d'Antananarivo, 2013.
- [LGH14] Qizheng Liao Yanbo Cui Dongqiang Liu Deng Guo Lei Guo, Guanglei Lu and Zeyan Hu. *"Structure Design and Stabel-balancing Control of a kind of Wire-moving Robot"*. School of Automation, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing, China, 2014.
- [LGH15] Qizheng Liao Yanbo Cui Dongqiang Liu Deng Guo Lei Guo, Guanglei Lu and Zeyan Hu. *"Balancing Control of A Kind of Wire-moving Robot"*. Lei Guo, Xinhu Mo*, Yuan Song and Ying Zhang School of Automation Beijing University of Posts and Telecommunications, 2015.
- [Mah11] Mme Dalel Kanzari Mahou. *"Contribution à une approche d'agent hybride combinant les comportements tempéramentaux et rationnels : application à la simulation de négociation bilatérale automatisée"*. Université de Tunis, 2011.
- [Mat11] Laetitia Matignon. *"Introduction à la robotique"*. GREYC-CNRS Université de Caen, France, 2011.
- [Med12] Doufene Medkour. *"Etude D'un Système de commande d'un heliostat. d'une tour solaire"*. Université Kasdi Merbah Ouargla, 2012.
- [Meh08] Kamyar Mehran. *"Takagi-Sugeno Fuzzy Modeling for Process Control"*. Newcastle University, 2008.
- [MER07] S MERADI. *"Commande robuste des systèmes non linéaires complexes"*. Université Biskra, 2007.
- [ML14] Oumaya Mohamed and Limam Mohammed Lakhdar. *"Commande par réseaux d'ondelette-floue"*. Université Kasdi Merbah–Ouargla, 2014.
- [Mor14] Fabio Morbidi. *"perception avancé et robotique mobile"*. UFR des Sciences, Département EEA, 2014.
- [Nac04] Tkouti Nacira. *"Optimisation des Systèmes Photovoltaïques Connectés au Réseau par la Logique Floue"*. Université De Biskra, 2004.
- [Nes14] Talbi Nesrine. *"Conception des Systèmes d'Inférence Floue par des Approches Hybrides : Application pour la Commande et la Modélisation des Systèmes Non linéaires"*. Université Setif, 2014.
- [Oua10] Fayssal Ouagueni. *"Stabilisation des Systèmes Non Linéaires via des Modèles Flous In certains de Type Takagi-Sugeno"*. Université Larbi Tebessi - Tebessa, 2010.

- [RI10] Toumi Riadh and Nefnouf Imad. *"Commande numérique et par logique floue de la température du four tubulaire 60-F-01 avec implémentation du contrôleur flou sur DCS du type ELSGE BAILEY"*. Université De Boumerdes, 2010.
- [Sof13] Doudou Sofiane. *"Contribution à la commande moderne des systèmes non linéaires multivariables non affines"*. Université Setif 1, 2013.
- [Sou07] Bezzaoucha Souad. *"Différentes Stratégies de Commande Floue Appliquées à une Colonne d'absorption"*. Ecole Nationale Polytechnique Laboratoire de commande des processus, 2007.
- [Yas15] Boudouaoui Yassine. *"Contribution à la Synthèse Automatique des systèmes flous par approches méta-heuristique"*. Université M'hamed Bougara-Boumerdes, 2014-2015.
- [You] Dr. Bekakra Youcef. *"Cours Techniques de Commande"*. Université Echahid Hamma Lakhdar–El Oued.

Annexe

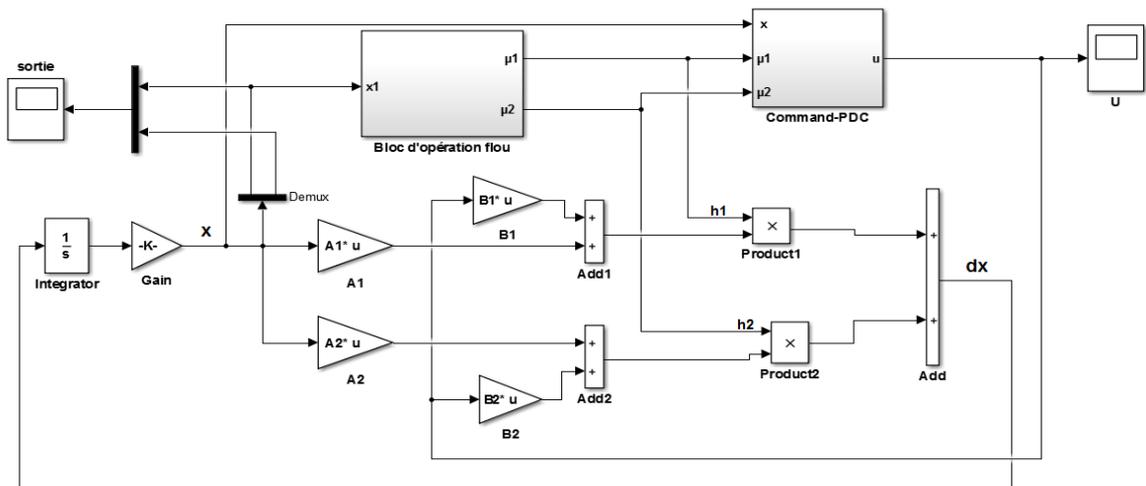


Fig. 8 – Schema bloc wire moving

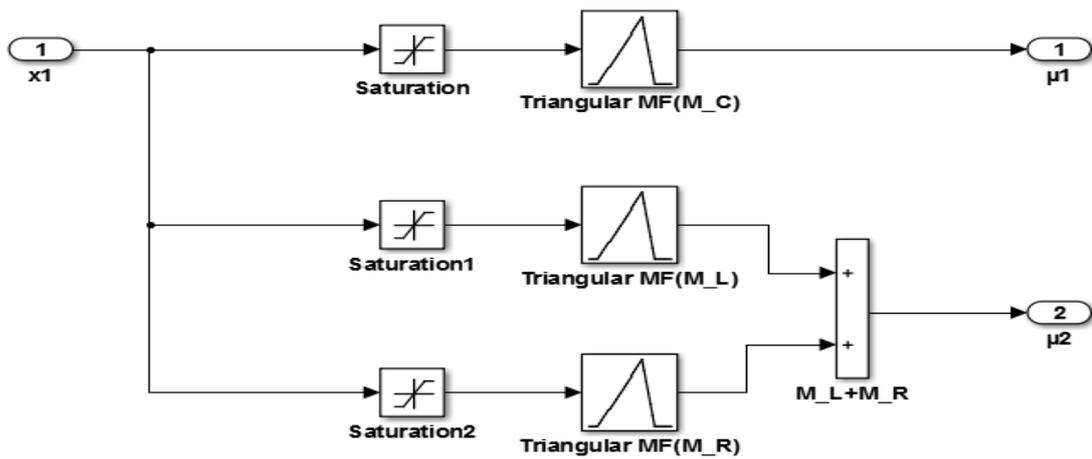


Fig. 9 – Bloc d'opération flou wire moving

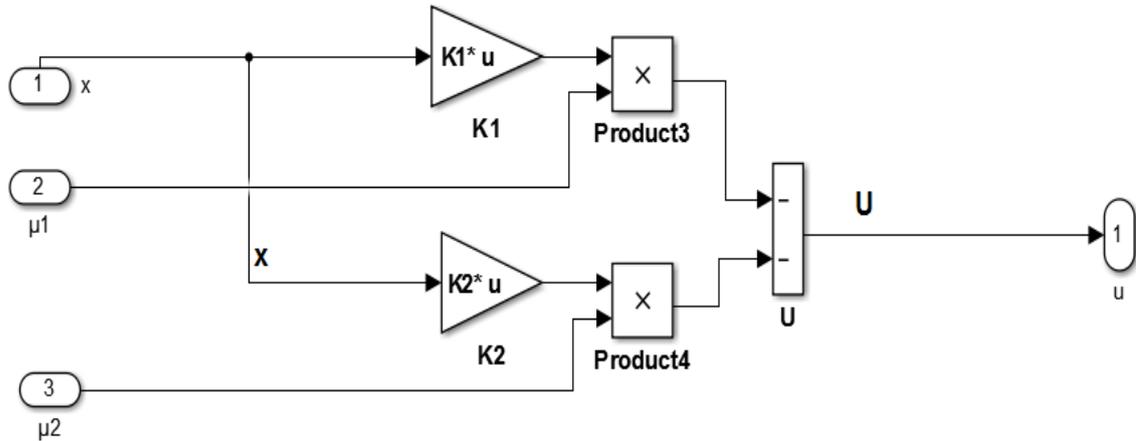


Fig. 10 – Bloc de commande PDC wire moving

Programme du LMI pour calculer les gain de wire-moving

```

1 %==>Definition des parameters
2 J1=0.059; J2=0.251; m1=2.48; m2=1.34; m=m1+m2; g=9.8;
3 l2=1.5; lc=0.161; J=J1+J2+(m*l2^2);
4
5 A1=[0 1 0 0; (m*g*lc)/(J-J2) 0 0 0; 0 0 0 1; (m*g*lc)/(J2-J) 0 0 0];
6 A2=[0 1 0 0; (3*m*g*lc)/(pi*(J-J2)) 0 0 0; 0 0 0 1; (3*m*g*lc)/(pi*(J2-J)) 0 0 0];
7
8 B11=[0; -1/(J-J2); 0; -J/(J2*(J2-J))];
9 B2=[0; -1/(J-J2); 0; -J/(J2*(J2-J))];
10 %==> initialisation LMI
11 setlmis([])
12 %==> Defintion des variables
13 y=lmivar(1,[4 1])
14 x1=lmivar(2,[1 4])
15 x2=lmivar(2,[1 4])
16 %==> 1ere LMI
17 lmiterm([-1 1 1 y],1,1)
18 %==> 2eme LMI
19 lmiterm([-2 1 1 y],1,-A1','S')
20 lmiterm([-2 1 1 x1],B1,1,'S')
21 %==> 3eme LMI
22 lmiterm([-3 1 1 y],1,-A2','S')
23 lmiterm([-3 1 1 x2],B2,1,'S')
24 %==> 4eme LMI
25 lmiterm([-4 1 1 y],1,-A1','S')
26 lmiterm([-4 1 1 y],1,-A2','S')
27 lmiterm([-4 1 1 x2],B1,1,'S')
28 lmiterm([-4 1 1 x1],B2,1,'S')
29 %==> Creation du systeme LMI
30 lmiSys=getlmis
31 [tmin,xfeas]=feasp(lmiSys)
32 %==>Resolution des LMIs
33 x1=dec2mat(lmis,xfeas,x1)
34 x2=dec2mat(lmis,xfeas,x2)
35 y=dec2mat(lmis,xfeas,y)
36 p=inv(y) %==> Matrice de Lyapunov
37 k1=x1*p %==> 1er Gain
38 k2=x2*p %==> 2eme Gain

```

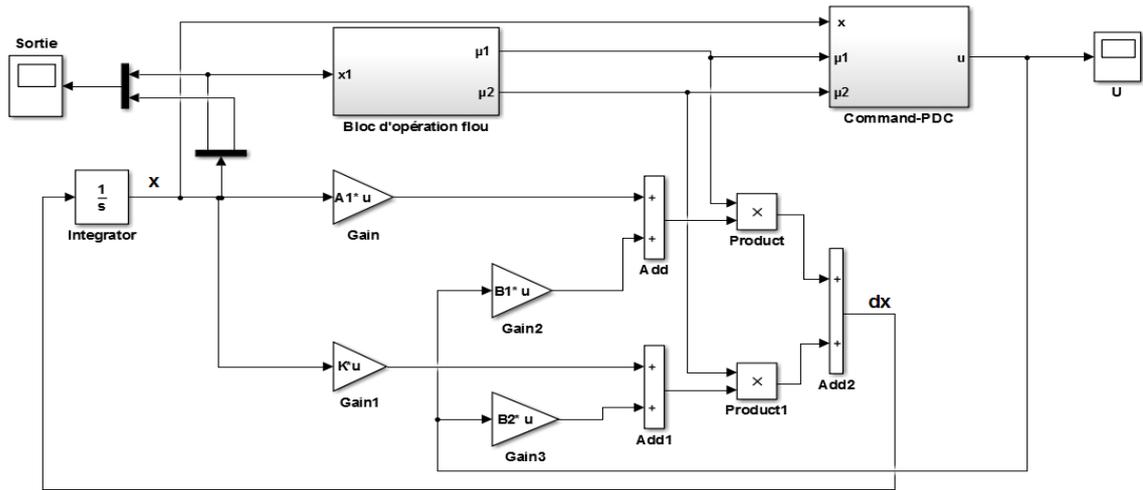


Fig. 11 – Schema bloc du pendule inversé

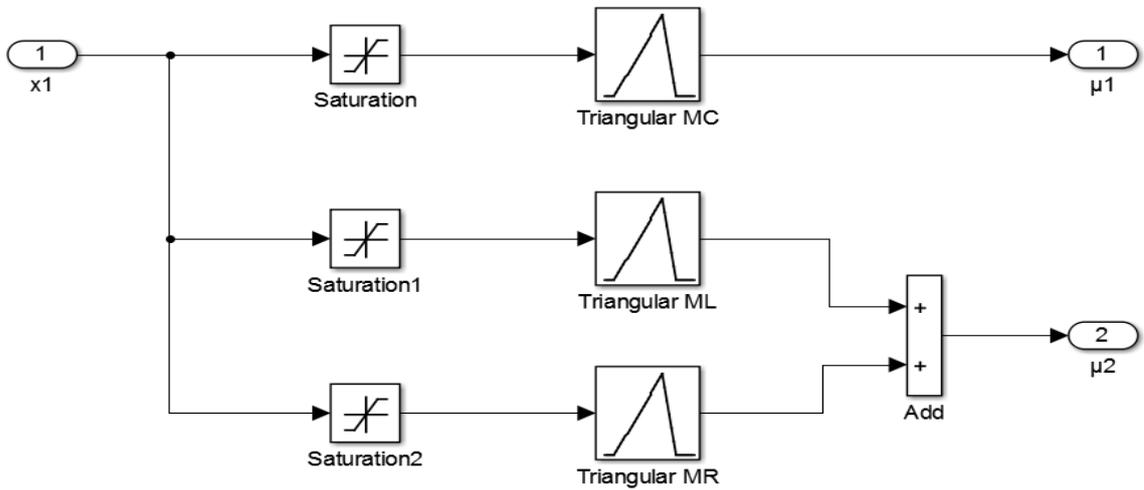


Fig. 12 – Bloc d'opération flou du pendule inversé

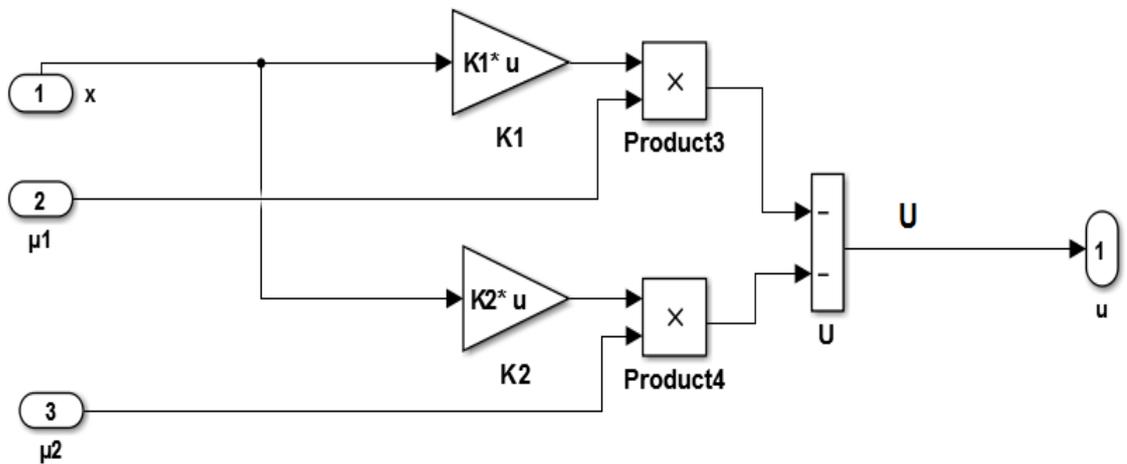


Fig. 13 – Bloc de commande PDC du pendule inversé

Résumé

L'objectif principal fixé, dans le cadre de ce mémoire est la modélisation floue des systèmes non linéaires, et l'étude de stabilité par la commande PDC. On s'intéresse à l'étude de la stabilisation des systèmes non linéaires interconnectés représentées par des multi-modèles de type Takagi-Sugeno, on se base sur la méthode du secteur non linéaire, cette méthode peut déduire facilement le modèle sans aucune perte d'information. La commande PDC est la plus couramment utilisée pour les modèles T-S pour assurer la stabilité et la stabilisation, chaque loi de commande locale est associée à un sous-système et permet de le stabiliser indépendamment des autres sous-systèmes. Ces conditions de stabilité peuvent être exprimées en utilisant des inégalités linéaires matricielles (LMI). Les résultats obtenus par Simulink seront présentés et discutés.

Mots-Clés : multi-modèles de Takagi-Sugeno, système non linéaire, approche multimodèle, modélisation, commande PDC, LMI, interconnectés.

Abstract

The main objective, within the framework of this report is the fuzzy modeling of nonlinear systems, and the stability study using the PDC command. We are interested in the study of the stabilization of the interconnected nonlinear systems represented by Takagi-Sugeno multi-models, based on the non-linear sector method, this method can deduct easily the model without any loss of information. The PDC command is most commonly used for T-S models to ensure the stability and the stabilization. Each law of local command is associated with a subsystem and allows to stabilize him independently of the other subsystems. These stability conditions can be expressed using linear matrix inequalities (LMI). The results obtained by Simulink will be presented and discussed.

Keywords: Takagi-Sugeno multi-models, nonlinear system, approach multi-model, modeling, PDC Command, LMI, interconnected.

ملخص

إن الهدف الرئيسي لهذه الأطروحة هو نمذجة الأنظمة اللاخطية المتغيرة التي تحتوي على إرتيابات بواسطة المنطق الغامض ودراسة إستقرارها عن طريق قانون التحكم الضبابي *PDC*. في البداية قمنا بتحويل النظام الغير خطي المنمذج بواسطة المنطق الضبابي نوع (Takagi-Sugeno) إلى نموذج مكون من مجموعة من الأنظمة الخطية بالاعتماد على تقنية القطاعات الغير خطية هذا التحويل يتم بدون أي ضياع للمعلومة. في المرحلة الثانية وبخصوص التحكم في النظام قمنا بإستخدام تقنية (PDC) و هذه الأخيرة تسهل البحث عن حلول لمشكلة مصفوفة عدم المساواة الخطية (LMI) لتحسين وإستقرار أداء الأنظمة المدروسة. في الأخير نقوم بعرض أمثلة في برنامج الماتلاب من أجل تثبيت طرق الاستقرار المقترحة. حيث تظهر النتائج المتحصل عليها قدرة ميكانيزمات التحكم في الحصول على نتائج جيدة.

كلمات مفتاحية: الأنظمة الغامضة (الضبابية T-S) ، الأنظمة اللاخطية ، مصفوفة عدم المساواة الخطية ، LMI قانون التحكم الضبابي *PDC* ، المنطق الغامض ، النمذجة الغامضة.