

**UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA**

Faculté des sciences et technologie et sciènes de matière

Département de génie mécanique



Mémoire

Master Professionnel

Domaine : Sciences et Techniques

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Maintenance Industrielle

Présente par : SEBBAK Ahmed

Thème :

**Etude cinématique d'une machine  
outil à structure parallèle**

Soutenu publiquement

Le : 15/06/2013

Devant le jury :

M	A. Belloufi	M.A.A	Président	UKM ouargla
Mme	I. Rezgui	M.A.B	Encadreur rapporte	UKM ouargla
M	M. Abdelkrim	M.A.B	Examineur	UKM ouargla

Année universitaire : 2012/2013

# *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail*

*À ma mère Mokadam fateha ;*

*À mon père Sebbak MOhmed ;*

*À mes proches de mes frères et mes sœurs tout à  
son nom ;*

*À toute la famille Sebbak sans oublier les familles  
Mokadam ;*

*S. Ahmed*

## Remerciements

*Tout d'abord, je remercie le Dieu, notre créateur de m'avoir donné les forces pour accomplir ce travail.*

*Je tiens à exprimer toute ma gratitude et ma reconnaissance à mon encadreur M<sup>me</sup> BELLOUFI REZGUI Imane d'avoir accepté de diriger ce travail et d'avoir mis à ma disposition tous les moyens qui m'ont permis de mener à terme cette étude et aussi pour ses précieux conseils et ses encouragements.*

*Je tiens aussi à remercier Mr A. BELLOUFI pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail ainsi que pour l'honneur qu'il m'a fait en présidant le jury.*

*Mes remerciements vont également au Mr M. ABDELKRIM pour s'être intéressé à ce travail et d'avoir bien voulu m'honorer de leur présence dans ce jury.*

*Enfin, mes remerciements vont tout particulièrement à tous les étudiants de ma promotion.*

## Table des matières

Introduction Générale.....	3
----------------------------	---

---

### Chapitre I : Modélisation cinématique des machines outils classiques

---

I.1 Introduction .....	4
I.2 Présentation des machines-outils.....	4
I.2.1 Le tour.....	4
I.2.2 La fraiseuse .....	5
I.3 Machine-outil à commande numérique .....	6
I.3.1 Définition .....	6
I.3.2 Origines de la commande numérique.....	7
I.3.3 Tournage .....	7
I.3.4 Fraisage .....	7
I.3.5 Mécanismes d'entraînement .....	8
I.4 Modélisation géométrique des machines outils.....	8
I.4.1 Définition des axes principaux (direction, sens, appellation).....	8
I.4.2 Principe de la définition du sens des axes :.....	9
I.4.3 Origine du système normal de coordonnées .....	10
I.5 Modélisation des machines.....	11
I.5.1 La cellule élémentaire:.....	11
I.5.2 Chaîne de solides .....	12
I.5.3 Modèle géométrique .....	12
I.6 Machine outils pour l'usinage à grand vitesse.....	14
I.6.1 Objectifs de l'usinage à grand vitesse.....	14
I.6.2 Présentation de quelques structure machines.....	14
I.6.3 Avantages de l'usinage à grande vitesse.....	16
I.6.4 Inconvénients de l'usinage à grande vitesse .....	17
I.7 Les mécanismes parallèles.....	18
I.7.1 Origines des mécanismes parallèles.....	18

I.7.2	Principales applications .....	18
I.7.3	Machines outils à structure parallèle industrialisées.....	18
I.7.4	Avantages et inconvénients.....	19
I.8	SolidWorks .....	19
I.9	Conclusion .....	20

## Chapitre II : Approche proposée pour la modélisation d’une machine outil à structure parallèle

II.1	Introduction .....	21
II.2	Mécanisme parallèles .....	21
II.2.1	Définition d’un mécanisme parallèle .....	21
II.2.2	Architectures .....	21
II.2.3	Chaîne cinématique .....	22
II.2.4	Les mécanismes parallèle planaires .....	22
II.2.5	Présentation des mécanismes parallèles .....	22
II.2.6	Le schéma cinématique .....	23
II.2.7	Les graphes d’agencement .....	25
II.3	Modélisation géométrique .....	25
II.3.1	Modèle géométrique direct.....	25
II.3.2	Modèle géométrique inverse .....	25
II.3.3	Modèle géométrique implicite .....	26
II.4	Modélisation cinématique.....	26
II.4.1	Modèle cinématique direct .....	26
II.4.2	Modèle cinématique inverse.....	27
II.4.3	Modèle cinématique implicite.....	27
II.5	Avantages et Inconvénients des mécanismes parallèles.....	28
II.5.1	Avantages .....	28
II.5.2	Inconvénients .....	28
II.6	Conditionnement de la matrice jacobéenne.....	29
II.6.1	Matrice Jacobéenne (cinématique).....	29
II.7	Conclusion .....	30

---

## Chapitre III : Exemple d'application

---

III.1	Introduction :	32
III.2	Présentation de la machine	32
III.3	Le graphe de liaisons	35
III.4	Schéma cinématique	35
III.5	Le graphe d'agencement	35
III.6	Modèles spécifiques	36
III.6.1	Modèles géométriques	36
III.6.2	Modèles cinématiques	44
III.7	Application	47
III.7.1	Mouvement linéaire	47
III.7.2	Mouvement sinusoïdal	51
III.8	Conclusion	54
	Conclusion Générale	55
	Bibliographie	56

## Liste des figures

Figure I.1	Tour conventionnel .....	4
Figure I.2	La fraiseuse .....	5
Figure I-3	Tour à commande numérique.....	7
Figure I-4	Fraiseuse à commande numérique .....	8
Figure I.5	Vis et écrou à recirculation de billes.....	8
Figure I.6	Exemples de dénomination des axes .....	10
Figure I.7	La relation entre espace articulaire et espace des tâches .....	12
Figure I.8	Chaîne de solides.....	12
Figure I.9	Repère d'espace articulaire et repère d'espace des tâches .....	13
Figure I.10	Mécanisme pleinement parallèle : plate-forme de STEWART [CMW].	15
Figure I.11	Machine outil à structure sérielle de type portique (MIKRON HSM 700).....	15
Figure I.12	Mécanisme hybride (Le Tricept ) .....	16
Figure I.13	Structure de type delta (La Verne de FATRONIK) .....	16
Figure I.14	Pièce de type poche 5 axes .....	18
Figure I.15	Plate-forme de GOUGH-STEWART destinée à tester des pneumatiques .....	18
Figure I.16	Fraiseuse cinq axes Variax de GIDDING & LEWIS.....	19
Figure I.17	Machine Tricept .....	20
Figure I.18	Avantage SolidWorks .....	20
Figure I.19	Possibilités sont proposées .....	18
Figure II.1	Différentes architectures de robots manipulateurs .....	21
Figure II.2	Exemples d'architectures de robots planaires.....	22
Figure II.3	Schéma cinématique et graphe des liaisons de l'ensemble parallèle de l'architecture Trivariant (les liaisons soulignées sont motorisées) .....	24
Figure II.4	Graphe d'agencement .....	24
Figure II.5	transformation linéaire de l'espace vectoriel des vitesses.....	29
Figure III.1	Schéma de principe structure Delta.....	32
Figure III.2	Pièces de structure Delta à actionneurs linéaires.....	34
Figure III.3	Le graphe de liaisons structure Delta à actionneurs linéaires.....	35
Figure III.4	Schéma cinématique du robot Delta.....	35

Figure III.5	Le graphe de liaisons structure Delta à actionneurs linéaires.....	35
Figure III.6	Angles de Roulis Tangage Lacet.....	36
Figure III.7	Plages de variation en orientation de l'axe de la broche.....	36
Figure III.8	Angles Azimut – Elévation.....	37
Figure III.9	La position $p_i$ dans structure Delta à actionneurs linéaires.....	39
Figure III.10	La position $B_i$ dans structure Delta à actionneurs linéaires.....	40
Figure III.11	Paramètres géométriques.....	41
Figure III.12	Position la nacelle suivant $P_1$ .....	42
Figure III.13	Position la nacelle suivant $P_2$ .....	42
Figure III.14	Position la nacelle suivant $P_3$ .....	42
Figure III.15	Déplacement linéal de la nacelle souvent l'axe X et l'axe Y .....	47
Figure III.16	Déplacement de centre de la nacelle suivant X.....	47
Figure III.17	Déplacement de centre de la nacelle suivant Y.....	48
Figure III.18	Vitesse de centre de la nacelle suivant X.....	48
Figure III.19	Vitesse de centre de la nacelle suivant Y.....	48
Figure III.20	Déplacement du moteur 1.....	49
Figure III.21	Déplacement du moteur 2.....	49
Figure III.22	Déplacement du moteur 3.....	49
Figure III.23	Vitesse du moteur 1.....	50
Figure III.24	Vitesse du moteur 2.....	50
Figure III.25	Vitesse du moteur 3.....	50
Figure III.26	Déplacement sinusoïdal de la nacelle souvent l'axe X et l'axe Y .....	51
Figure III.27	Déplacement de centre de la nacelle suivant X.....	51
Figure III.28	Déplacement de centre de la nacelle suivant Y.....	51
Figure III.29	Vitesse de centre de la nacelle suivant X.....	52
Figure III.30	Vitesse de centre de la nacelle suivant Y.....	52
Figure III.31	Déplacement du moteur 1.....	52
Figure III.32	Déplacement du moteur 2.....	53
Figure III.33	Déplacement du moteur 3.....	53
Figure III.34	Vitesse du moteur 1.....	53
Figure III.35	Vitesse du moteur 3.....	54
Figure III.36	Vitesse du moteur 2.....	54



*Abréviations*

<i>RTL</i>	Paramétrage Roulis Tangage Lacet
<i>AZ - EL</i>	Angles D'AZIMUT et D'ELEVATION
<i>FAO</i>	programmation des trajectoires d'outils (Fabrication Assistée par Ordinateur)
<i>CAO</i>	Commande Assistée par Ordinateur
<i>U·G·V</i>	Usinage grande vitesse
<i>MGD</i>	Modèle géométrique direct
<i>3D</i>	Degrés de liberté dans l'espace
<i>(R)</i>	Pièce rotation sur pièce
<i>(P)</i>	Pièce glisse sur Prismatique
<i>(C)</i>	Pièce rotation sur cylindrique
<i>(S)</i>	Pièce mouvement d'une vis
<i>O<sub>m</sub></i>	Origine mesure

Notations

$X, Y, Z$	Des axes principaux
$A, B, C$	Des axes de rotation
$X^+, Y^+, Z^+$	Avance respectivement en direction
$U, V, W$	Des axes de translation supplémentaires
$D, E, F$	Des axes de rotation supplémentaires
$B_0$	Center de base
$R_0$	Le repère
$R_1$	Le repère
$B_{0/1}$	La matrice de passage du repère $R_0$ vers le repère $R_1$
$q_1, q_2, q_3$	fonction du vecteur
$n$	Nombre degrés de liberté dans mécanisme
$m$	Nombre pièce de liberté dans mécanisme
$R_n$	Nombre rulete
$\zeta_{\text{geom}}$	les paramètres géométriques du robot
$X$	La pose de l'organe terminal
$q$	Le mouvement motorisé
$G_D$	Dépend du choix de la représentation de la pose
$G_\phi$	La matrice cinématique implicite
$v$	La vitesse de translation
$\omega$	La vitesse de rotation
${}^i\tau_j$	La notation représente les coordonnées du torseur cinématique
$A$	La matrice reliant la dérivée temporelle
$C_D$	Matrice cinématique directe
$C_i$	Matrice cinématique inverse
$C_C$	Matrice cinématique cartésienne
$C_A$	Matrice cinématique articulaire
$C_S$	Matrice de sensibilité

Notations

$C_F$	La matrice cinématique implicite flexible
$\dot{\rho}$	Le vecteur des vitesses articulaires
$t$	Le vecteur des vitesses Cartésiennes
$J$	La matrice Jacobéenne du manipulateur
$i$	Repère initial
$F$	Repère final noté
$\pm\alpha$	Angulaire limité
$\alpha$	Angle
$\beta$	Angle
$\vartheta$	Angle
$\varphi$	Angle
$E$	Point centra de la broche
$T(X, \alpha, \beta)$	La matrice de transformation homogène permettant
$B_b$	La matrice contenant les coordonnées des points $B_i$
$E_b$	La matrice contenant les coordonnées des points $E_i$
$P_i$	Distance sur
$R_n$	Repère mobile
$R_b$	Repère fixe
$u_i$	Vecteur exprimées dans le repère $R_b$
$R$	Demi-diamètre de structure
$r$	Demi-diamètre de la nacelle
$L$	Longueur de la barre
$v_{Ai}$	La vitesse de point $A_i$
$v_{Bi}$	La vitesse de point $B_i$
$v_D$	La vitesse de point $D$
$J_x$	La matrice du modèle cinématique
$J_q$	La matrice du modèle cinématique

## Introduction générale

Actuellement on assiste à une utilisation de plus en plus large des machines outils pour l'usinage à grande vitesse surtout dans l'industrie aéronautique et automobile. L'amélioration des performances de ces machines outils demande une bonne modélisation cinématique de la structure de la machine, l'objectif de ce travail est l'étude des approches proposées de modélisation des machines outils et la proposition d'une approche de la modélisation des machines outils à structure parallèle.

Le travail réalisé et présenté dans ce mémoire s'articule de la façon suivante :

Le premier chapitre porte sur une recherche bibliographique sur les machines-outils, leurs structures, ainsi que le principe de la modélisation des machines outils classique, et en termine ce chapitre par la présentation d'un logiciel de modélisation : Solid-Works

Le chapitre II s'intéresse à la modélisation des machines outils à structure parallèle. Dans ce chapitre je vais présenter deux types de modélisation : la modélisation géométrique et la modélisation cinématique.

Dans le chapitre III nous présentons une approche de modélisation des mécanismes parallèles, et nous appliquons cette approche sur une machine outil à structure parallèle à trois axes pour obtenir le modèle géométrique et cinématique. La modélisation est validée par une simulation du modèle de la machine outil sous Solidworks, pour différentes configuration paramétriques, tels que les déplacements des moteurs, leurs vitesses et leurs accélérations avec un déplacement donne de la nacelle.

Chapitre I

***Modélisation des machines outils***

## I.1 Introduction

Une machine outil a pour but de réaliser physiquement les mouvements de coupe nécessaires à l'obtention d'une surface par enlèvement de matière. Elle réalise le mouvement de coupe et le mouvement d'avance de l'outil par rapport à la pièce. De plus, elle doit permettre l'obtention de pièces en respectant les spécifications fonctionnelles.

Après une présentation des machines outils, nous fournirons dans ce chapitre, quelques «définitions » que l'on pourra, utilisés afin d'élaborer le modèle géométrique et cinématique d'une machine outil à structure parallèle.

## I.2 Présentation des machines-outils

### I.2.1 Le tour

Les tours (voir figure I.1) permettent de réaliser des surfaces hélicoïdales (filetage) et des surfaces de révolution ; cylindres, cônes et plans, l'utilisation principale des ces machines est l'usinage des arbres, la pièce généralement tenue par le mandrin, a un mouvement de rotation (mouvement de coupe) transmis par la broche, l'outil peut se déplacer en translation suivant deux directions, ces deux directions, perpendiculaires entre elles, appartiennent à un plan auquel l'axe de la broche est parallèle, le premier mouvement de translation est parallèle à l'axe de la broche, le deuxième mouvement de translation est perpendiculaire à l'axe de la broche. [1]

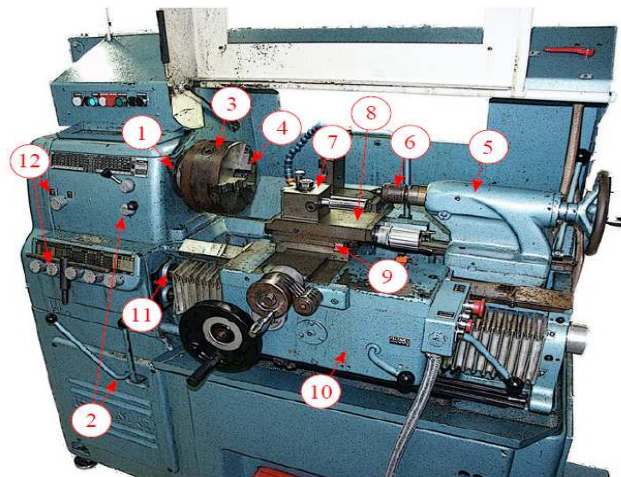


Figure I.1 Tour conventionnel [2]

Les éléments du tour sont:

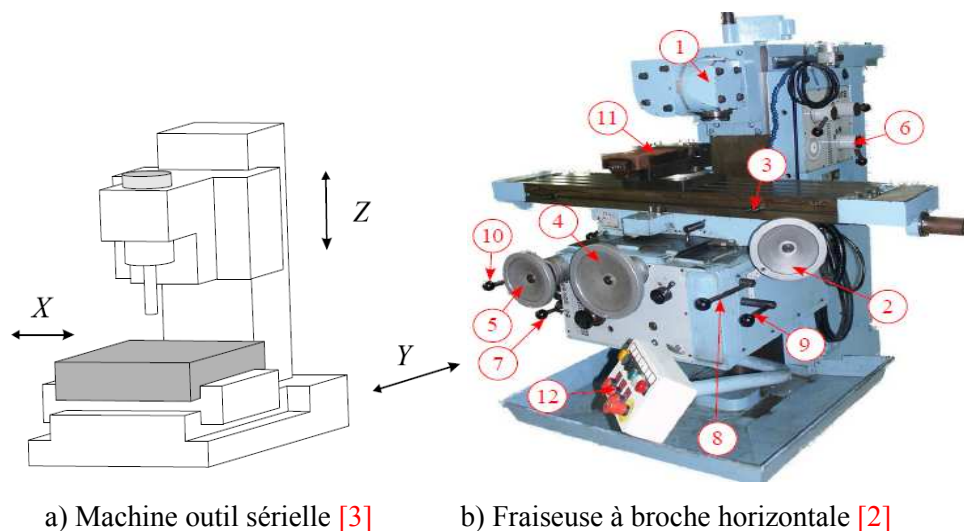
1. Broche
2. Bouton vitesse de broche
3. Mandrin

4. Mors concentriques
5. Poupée mobile
6. Contre-pointe
7. Tourelle porte-outil
8. Chariot supérieur
9. Chariot transversal
10. Chariot longitudinal (traînard)
11. Vis mère
12. Bouton Vitesse avances

### I.2.2 La fraiseuse

Les fraiseuses ont supplanté certaines machines (raboteuses, étaux limeurs) pour l'usinage de surfaces planes, l'outil, une fraise, est fixé dans la broche et est animé d'un mouvement de rotation (mouvement de coupe). Il peut se déplacer en translation par rapport à la pièce suivant trois directions. [1]

La plupart des machines outils sont basées sur une architecture sérielle ou arborescente, c'est-à-dire que chaque l'axe doit déplacer et supporter l' autre, sur la figure I-5, on voit par exemple que l'axe  $X$  est supporte par l'axe  $Y$ , lui-même supporte par le bâti de la machine, qui supporte l'axe  $Z$ , L'avantage de cette structure est que les axes du repère lie à la machine et ceux du repère lie à la pièce peuvent facilement être mis en relation au moyen d'expressions mathématiques simples. [3]



**Figure I.2** La fraiseuse

Les éléments de la fraiseuse sont:

1. Tête universelle

2. Volant mouvement longitudinal Butée
3. longitudinale
4. Volant mouvement transversal
5. Volant mouvement vertical
6. Réglage fréquence rotation
7. Réglage vitesse d'avance
8. Sélection mouvement long ou transversal.
9. Sélection mouvement vertical Manette élection d'avance rapide
10. Etau
11. Pupitre de commande

### **I.3 Machine-outil à commande numérique**

#### **I.3.1 Définition**

Elle est dédiée à des fabrications variées de pièces différentes lancées en petits lots répétitifs [4].

Dans le domaine de la fabrication mécanique, le terme « commande » désigne l'ensemble des matériels et logiciels ayant pour fonction de donner les instructions de mouvements à tous les éléments d'une machine-outil :

- l'outil (ou les outils) d'usinage équipant la machine,
- les tables ou palettes où sont fixées les pièces,
- les systèmes de magasinage et de changement d'outil,
- les dispositifs de changement de pièce,

On peut aussi découper la famille des commandes numériques en quatre sous familles de machines :

- fraisage à commande numérique (*FCN*) ;
- tournage à commande numérique (*TCN*) ;
- centre d'usinage à commande numérique (*CUCN*) ;
- rectification à commande numérique ;
- électroérosion à commande numérique.

Dans chaque famille, les méthodes de montage et de travail sont totalement différentes, mais elles se rejoignent sur le principe de programmation, la grande majorité des machines utilisant un langage *ISO*. À cela peuvent se rajouter des interfaces dites conversationnelles ou par apprentissage qui simplifient l'utilisation de la machine [4].



### I.3.2 Origines de la commande numérique

C'est en 1942 aux États-Unis que la *CN* a commencé à être exploitée, pour permettre l'usinage de pompes à injection pour moteurs d'avions. Il s'agissait en fait de cames, dont le profil complexe était irréalisable au moyen d'une machine traditionnelle [4].

### I.3.3 Tournage

En donnant à l'outil une trajectoire plane quelconque (profil de contournage), on peut obtenir une forme de révolution quelconque, les tours à commandes numériques permettent de suivre de tels profils, définis géométriquement par des combinaisons d'éléments simples (segments, cercles...) ou analytiquement par une fonction, ou encore point par point dans le cas de profils non définis mathématiquement.

En Tournage traditionnel, la vitesse de rotation est fixe. Les tours à commande numérique possèdent une fonction souvent appelée (*G96*) qui permet d'avoir une vitesse de rotation évolutive (recalculée dynamiquement par rapport au diamètre usiné).

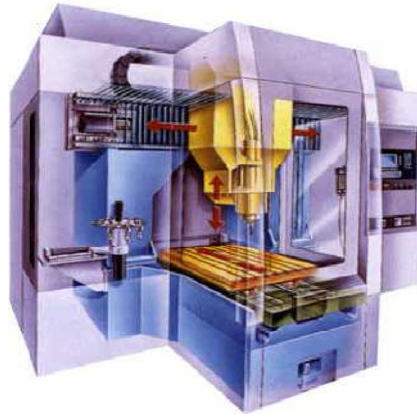
Cette fonctionnalité s'appelle la vitesse de coupe constante, elle permet d'avoir des états de surface bien supérieurs à l'usinage traditionnel.



**Figure I.3** Tour à commande numérique [1]

### I.3.4 Fraisage

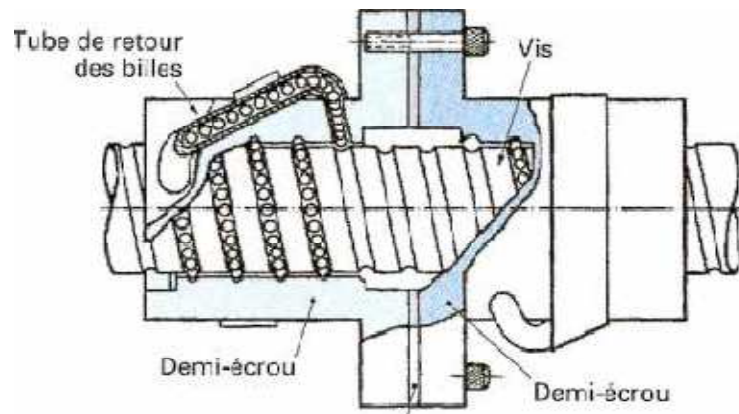
En fraisage conventionnel, on travaille « en opposition » : en raison du jeu dans la vis d'entraînement, un travail « en avalant » provoquerait des chocs pouvant nuire à la précision de l'usinage voire détériorer la machine, les machines à commande numérique possèdent des vis avec noix pourvues de billes précontraintes donc exemptes de jeu, ce qui permet le travail en avalant qui soulage l'effort de coupe, l'usage de moteurs linéaires sur certaines machines a même supprimé l'usage des vis (noix bronze ou butée à billes ou à rouleaux). [4]



**Figure I.4** Fraiseuse à commande numérique [5]

### I.3.5 Mécanismes d'entraînement

La chaîne cinématique qui, à partir de l'arbre moteur, doit assurer le déplacement de l'organe mobile doit être la plus courte et la plus directe possible, si les caractéristiques et l'encombrement du moteur le permettent, on entraîne directement la vis, dans le cas contraire, on réalise un étage de réduction sans jeu avec une paire de roues dentées ou avec une transmission par courroie crantée, au niveau même de l'organe du mobile, le dispositif le plus communément utilisé est du type vis-écrou à billes (Figure I.5) : il se compose d'un filet de précision, d'un jeu de billes recirculantes et de deux écrous précontraints en traction pour compenser les dilatations thermiques, cette solution se traduit par un frottement minimal et une absence de jeu lorsque la perçage est correctement choisie [6].



**Figure I.5** Vis et écrou à recirculation de billes [6]

## I.4 Modélisation géométrique des machines outils

### I.4.1 Définition des axes principaux (direction, sens, appellation)

Appellation des axes principaux X, Y, Z :

▪ **Définition de l'axe Z :**

Machine avec broche : l'axe de la liaison glissière parallèle à l'axe de la broche principale si la broche est susceptible de pivoter mais que son amplitude de mouvement ne lui permet d'occuper qu'une position parallèle à l'un des axes du trièdre de référence.

Si l'amplitude du mouvement permet à la broche d'occuper des positions parallèles à deux ou trois axes du trièdre de référence, on désignera par l'axe Z qui est perpendiculaire à la surface de bridage des pièces sur la table de la machine outil. Machine sans broche : Axe perpendiculaire au plan de bridage des pièces [7].

▪ **Définition de l'axe X:**

Axe perpendiculaire à l'axe Z de plus grande amplitude de déplacement par rapport à l'axe Y .

▪ **Définition de l'axe Y:**

Axe perpendiculaire aux axes X et Z .

**I.4.2 Principe de la définition du sens des axes :**

Quelle que soit la cinématique de la partie opérative, on considère que la pièce est fixe par rapport au bâti et que l'outil à toutes les mobilités , le sens positif de l'axe est tel que lorsque l'outil s'éloigne de la pièce, les dimensions de la pièce croissent , lorsque qu'il n'est pas possible de définir le sens avec cette méthode, choisir le sens de travail principal, sur les machines comportant des pièces en rotation (tour, rectifieuse), l'axe X de mouvement est radial et son sens positif correspond à l'accroissement de la distance entre l'outil et l'axe de rotation de la pièce, disposant du sens de deux axes, le sens du troisième axe est tel que le repère formé soit direct [7].

▪ **Définition des axes de rotation (direction, sens, appellation)**

Appellation des axes de rotation : A, B, C

- A ; correspond à une rotation possible autour de l'axe X .
- B ; correspond à une rotation possible autour de l'axe Y .
- C ; correspond à une rotation possible autour de l'axe Z .

Les valeurs positives de A, B, C sont comptées de façon qu'une vis à pas à droite, tournant dans le sens positif, avance respectivement en direction  $X^+, Y^+, Z^+$  .

### ▪ Définition des axes de translation supplémentaires (direction, sens, appellation)

Appellation des axes de translation supplémentaires :  $U, V, W$  .

- $U$  est parallèle à l'axe  $X$  .
- $V$  est parallèle à l'axe  $Y$  .
- $W$  est parallèle à l'axe  $Z$  .

### ▪ Définition des axes de rotation supplémentaires (direction, sens, appellation)

Appellation des axes de rotation supplémentaires :  $D, E, F$  .

- $D$  est coaxial à l'axe  $U$  .
- $E$  est coaxial à l'axe  $V$  .
- $F$  est coaxial à l'axe  $W$  .

Remarque : lorsque le mouvement est donné à la pièce et non à l'outil, on désigne l'axe sur le schéma cinématique par la lettre correspondante primée ( $X'$ ) et le sens sera inversé. [7]

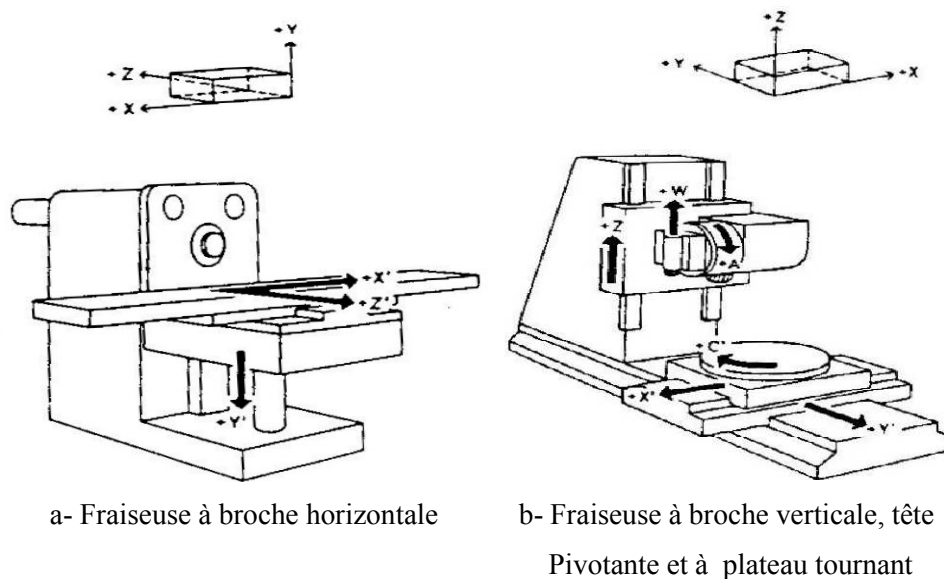


Figure I.6 Exemples de dénomination des axes [1]

### I.4.3 Origine du système normal de coordonnées

L'emplacement de l'origine ( $X = 0, Z = 0, Y = 0$ ) du système normal de coordonnées est arbitraire, suivant le type de capteur de mesure de la position du mobile (absolu ou incrémental), cette origine est permanente ou volatile, dans le second cas, l'origine système de coordonnées sera réinitialisée selon une procédure définie par le constructeur de la machine, à

chaque mise sous tension, cette origine correspond pour chaque machine, à une position particulière bien définie des différents organes mobiles.

Cette origine est appelée : Origine mesure ( $O_m$ ).

## I.5 Modélisation des machines

### I.5.1 La cellule élémentaire:

Description d'une tâche sur une machine automatisée [8]:

- aspect technologique: préparation nécessitant les mobilisations des connaissances relatives à la maîtrise du procédé (choix des équipements, du processus et des conditions de mise en œuvre).
- aspect géométrique: localisation (positionnement, par axial, suivi de trajectoire) de l'effecteur dans l'espace de la tâche.
- éléments permanents concourant à la réalisation de la tâche:
  - l'outil.
  - l'effecteur.
  - la machine porteuse.
  - le système de commande.
  - le système de retour d'information qualifiant la tâche (géométrique ou technologique).
- la situation relative de l'outil par rapport à la pièce est assurée par une chaîne de solides: liaison complète, mouvement de translation ou de rotation assuré par réglage ou par commande à l'aide d'un actionneur.
- la géométrie des surfaces, les dimensions de la pièce est définies dans l'espace des tâches les mouvements relatifs sont exprimés dans l'espace articulaire.

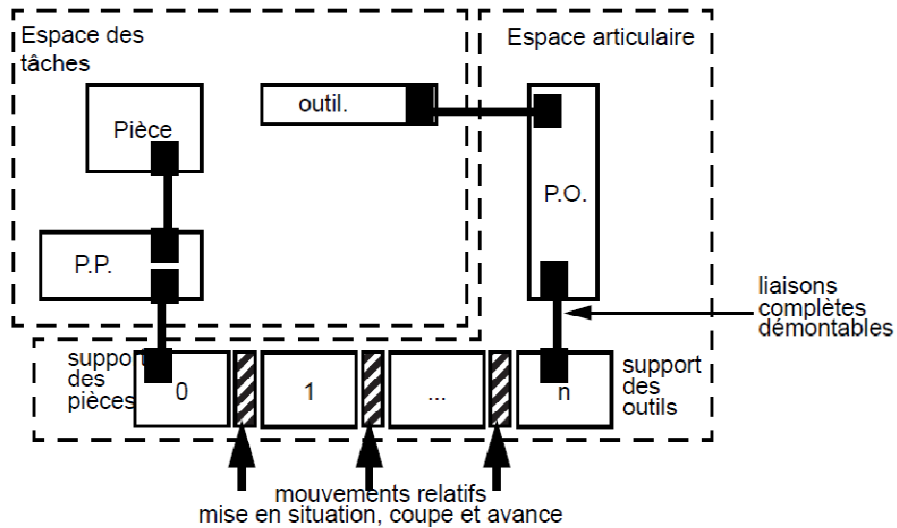


Figure I.7 La relation entre espace articulaire et espace des tâches [8]

### I.5.2 Chaîne de solides

Les machines-outils et robots sont constitués de chaînes de solides (simple et ouverte dans la plupart des cas) ou structure mécanique articulée.

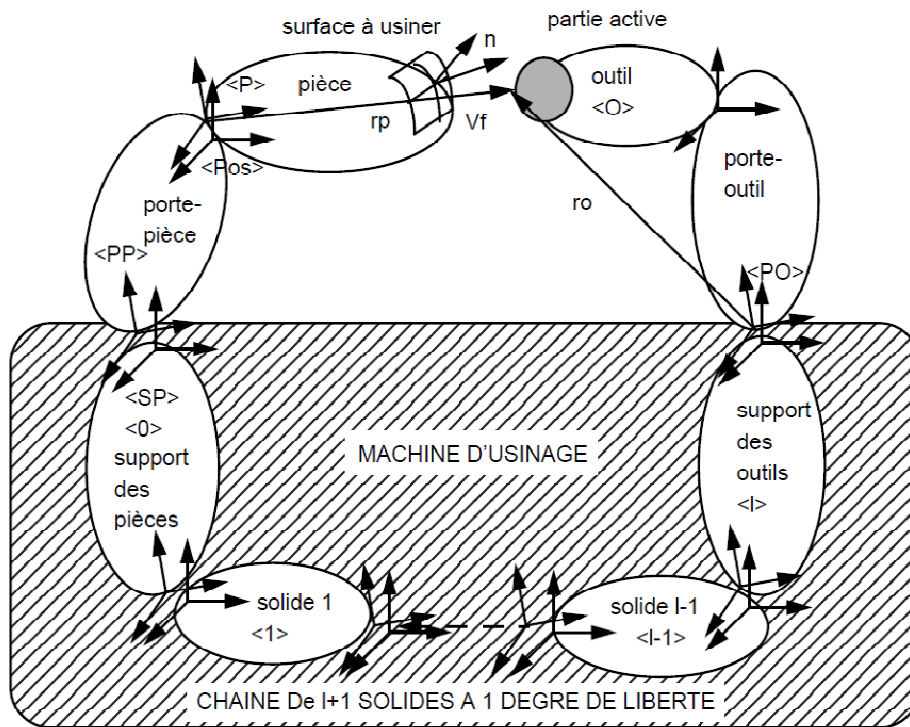


Figure I.8 Chaîne de solides [8]

### I.5.3 Modèle géométrique

- matrice en coordonnées homogènes:

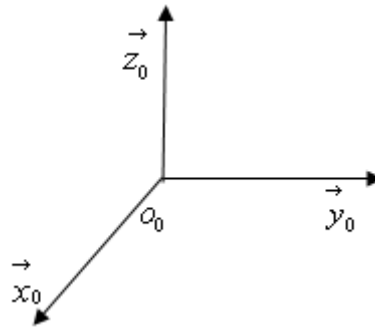


Figure I.9 Repère d'espace articulaire et repère d'espace des taches

$$O_0m = O_0O_1 + O_1M = x_0\vec{x}_0 + y_0\vec{y}_0 + z_0\vec{z}_0 = a\vec{x}_0 + b\vec{y}_0 + c\vec{z}_0 + x_1\vec{x}_1 + y_1\vec{y}_1 + z_1\vec{z}_1 \quad (I-1)$$

On multiplie scalairement par les vecteurs de base \$B\_0\$ :

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & a \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & b \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (I-2)$$

- Premier membre = composantes de \$O\_0m\$ dans le repère \$R\_0\$ = coordonnées homogènes de \$O\_0m\$ :
- Matrice \$B\_{0/1}\$ : matrice de passage du repère \$R\_0\$ vers le repère \$R\_1\$ = opérateur de changement de repère colonnes: composantes dans \$R\_0\$ des vecteurs unitaires de \$R\_1\$ et de \$O\_0O\_1\$.
- Vecteur = composantes de \$O\_1m\$ dans le repère \$R\_1\$ = coordonnées homogènes de \$O\_1m\$.
- La matrice \$3 \times 3\$ représente la rotation et la dernière colonne la translation

$$[B_{0/n}] = [B_{0/1}] \times [B_{1/2}] \times [B_{2/3}] \times [B_{3/4}] \times \dots \times [B_{n-1/n}] \quad (I-3)$$

- Matrice inverse: \$[B\_{0/1}] = [B\_{0/1}]^{-1}\$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & x_1 \cdot O_1O_0 \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & y_1 \cdot O_1O_0 \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & z_1 \cdot O_1O_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (I-4)$$

- La position de l'organe terminal est définie en situation (orientation et position) par les six coordonnées opérationnelles (articulaires).
- Modèle direct \$[B\_{n/0}]\$ : permet de définir la situation de l'organe terminal par rapport au bâti en fonction des coordonnées articulaires

$$[B_{0/n}] = [B_{0/1}] \times [B_{1/2}] \times [B_{2/3}] \times [B_{3/4}] \times \dots \times [B_{n-1/n}] \quad (\text{I-5})$$

- Le modèle inverse  $[B_{n/0}]$  : permet de déterminer les coordonnées articulaires connaissant la position de l'effecteur dans l'espace de la tâche (problème de commande en position), la résolution du problème inverse peut être difficile (solutions impossible ou multiples).
- On peut également ajouter des limites aux déplacements.

Le but de cette modélisation est de définir l'orientation et la position de l'organe terminal en situation des coordonnées opérationnelles (articulaires).

- Par identification on peut exprimer le vecteur  $X [x, y, z, q_1, q_2, q_3]$  définissant la position de l'organe terminal dans l'espace de la tâche en fonction du vecteur  $q$  des coordonnées articulaires  $q_i$ .

## I.6 Machine outils pour l'usinage à grand vitesse

La réalisation des pièces de formes complexes par usinage passe par la génération de trajectoires dans un logiciel de Fabrication Assistée par Ordinateur, basée sur un modèle géométrique de référence, une stratégie d'usinage, des données technologiques et une machine outil à commande numérique donnée, afin d'assurer les meilleures performances possibles en terme de qualité et de productivité, il est nécessaire d'intégrer un maximum de contraintes lors de la génération des trajets d'usinage [9].

### I.6.1 Objectifs de l'usinage à grand vitesse

La concurrence exacerbée des entreprises manufacturières de biens mécaniques induit une demande croissante d'innovation technologique dans le domaine des techniques de production, et notamment dans le domaine de l'usinage à grande vitesse [10].

Les objectifs des demandes sont doubles :

- Modéliser : savoir mieux prédire la performance des opérations d'usinage pour réduire le temps et le coût d'industrialisation en vue d'améliorer la réactivité des sociétés.
- Optimiser : augmenter la productivité des opérations de production (plus de débit de matière enlevée à iso-qualité) pour réduire les coûts d'exploitation.

### I.6.2 Présentation de quelques structure machines

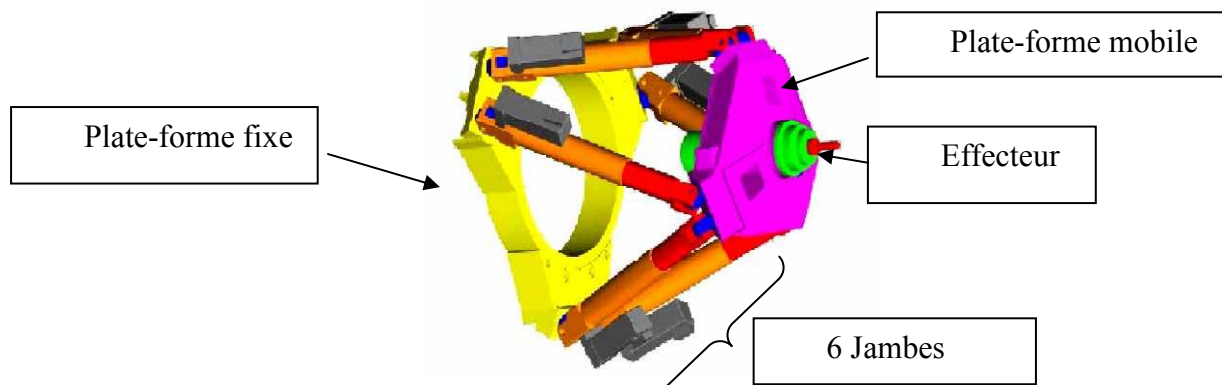
Nous présentons différents types de machines outils à structure parallèle conçues pour l'Usinage à Grande Vitesse (UGV) en fonction de la géométrie de leur structure [5].



### ▪ Mécanisme à structure parallèle :

MERLET définit un mécanisme à structure parallèle comme un mécanisme à chaînes cinématiques fermées dont l'organe terminal est relié à la base par au moins deux chaînes cinématiques indépendantes.

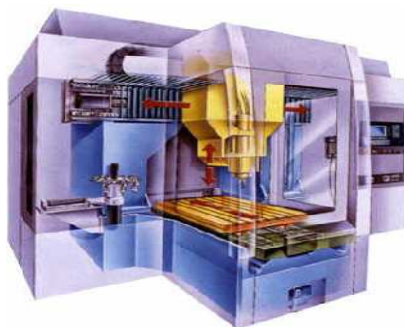
Ainsi, si l'effecteur du mécanisme à  $n$  degrés de liberté, et que la base mobile est reliée à la base fixe par  $n$  chaînes indépendantes alors le mécanisme est dit pleinement parallèle (figure I-14).



**Figure I.10** Mécanisme pleinement parallèle : plate-forme de STEWART [CMW] [5]

### ▪ Mécanisme à structure sérielle:

Un mécanisme à structure sérielle est un mécanisme à chaîne cinématique ouverte dont l'organe terminal est relié à la base par une succession de segments en liaison avec son successeur (Figure I-15).



**Figure I.11** Machine outil à structure sérielle de type portique (MIKRON HSM 700) [5]

### ▪ Mécanisme à structure hybride :

Un mécanisme à structure hybride est une combinaison de deux types de structure, l'une sérielle et l'autre parallèle, ainsi, si l'effecteur du mécanisme à  $n$  degrés de liberté, et que la base mobile est reliée à la base fixe par  $m$  ( $m < n$ ) chaînes indépendantes alors le mécanisme est dit hybride (figure I-16).

Système de contrôle de la position de l'effecteur

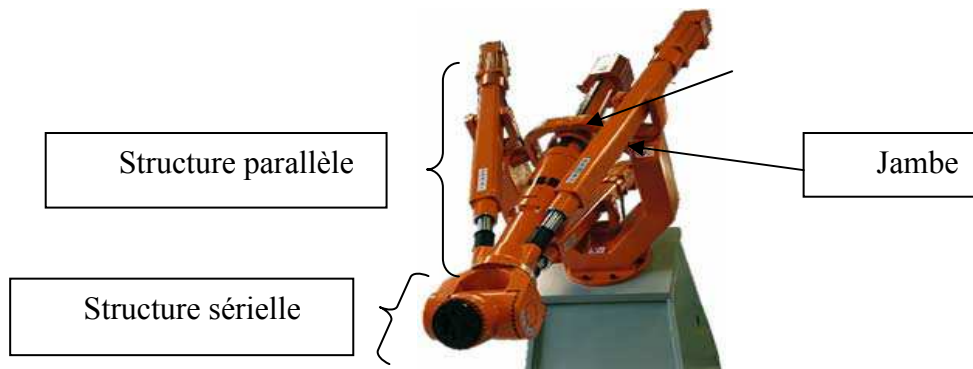


Figure I.12 Mécanisme hybride (Le Tricept) [5]

▪ **Structure de type tripode ou hexapode :**

Nous appelons une structure de type tripode ou hexapode, un mécanisme dont les chaînes cinématiques (respectivement 3 ou 6 jambes) connectant la base fixe à la base mobile sont composées de deux éléments liés par une liaison glissière actionnée ou non.

▪ **Structure de type delta :**

Nous appelons, ici, une structure de type delta, un mécanisme dont les chaînes cinématiques sont réalisées par deux éléments de longueur fixe connectés par des liaisons pivots, cardans ou rotules, la liaison à la base fixe peut être de type glissière actionnée (Figure I.13).

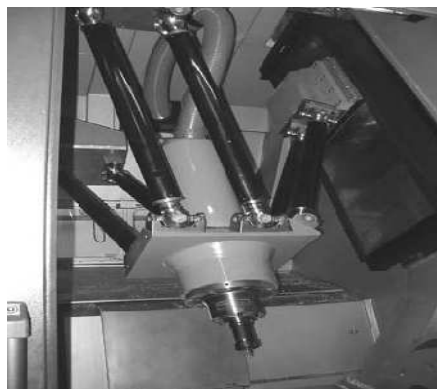


Figure I.13 Structure de type delta (la Verne de FATRONIK) [5]

### I.6.3 Avantages de l'usinage à grande vitesse

1. *L'UGV* offre une précision dimensionnelle plus grande et une fois la gamme d'usinage fiabilisée une meilleure répétabilité sur la série.
2. Les pièces sont alors toutes produites conformément au cahier des charges.
3. *L'UGV* facilite l'usinage à moindre coût des matériaux à haute résistance mécanique et permet d'usiner les matériaux comme les composites très abrasifs.

4. *L'UGV* permet de réaliser des formes quasi impossibles à réaliser économiquement en usinage conventionnel : fonds de poches, raidisseurs de faibles épaisseurs.
5. *L'UGV* apporte une réduction des délais de fabrication en apportant une simplification du processus de fabrication.
6. La réduction du nombre de machine, la suppression de certaines opérations d'usinage (ex : demi-finition), la réduction du nombre des outils et l'accroissement de leur durée de vie procurent un gain sur les coûts d'investissements.
7. *L'UGV* permet de bénéficier d'une réduction des coûts de production grâce à l'importante diminution des temps de coupe.
8. Elle peut atteindre 25 % dans le cas de pièces uniques, 35 à 40 % dans le cas de petites séries et 50 % pour les grandes séries.
9. *L'UGV* apporte une solution au problème posé par l'usinage conventionnel qui peut modifier les caractéristiques mécaniques des matériaux usinés.
10. En effet, on observe un durcissement de la surface par l'érouissage du métal pendant la formation du copeau et le transfert de chaleur occasionné par l'effort de coupe peut engendrer des modifications structurales superficielles.
11. En *UGV*, la chaleur produite par le cisaillement du copeau est évacuée presque intégralement par un copeau court et fortement fragmenté qui est rapidement évacué de l'arête de coupe et de la zone d'usinage.
12. Il n'occasionne donc pas de transfert de chaleur et la surface usinée reste froide.

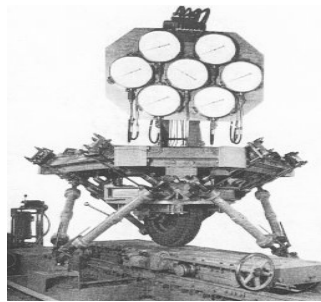
#### **I.6.4 Inconvénients de l'usinage à grande vitesse**

1. *L'UGV* demande un investissement lourd 2,5 fois supérieur à l'usinage classique, mais il peut être facilement amorti en 3 ou 4 ans si le procédé est bien maîtrisé.
2. Les gammes d'usinage doivent être complètement réétudiées.
3. Il importe de prévoir des trajectoires d'attaque de la matière différentes.
4. Le temps de mise au point peut être plus long qu'en conventionnel.
5. Il est nécessaire de faire une préparation méticuleuse du programme que l'on teste longuement car rien ne doit être laissé au hasard.
6. Ce temps est variable suivant la complexité de la pièce.

## I.7 Les mécanismes parallèles

### I.7.1 Origines des mécanismes parallèles

Les mécanismes à structure parallèle ont fait leur apparition dans les années 1950 avec la plate-forme de GOUGH STEWART, utilisée pour tester des pneumatiques, de nombreuses architectures ont vu le jour depuis, du fait de leur fort potentiel en terme de rigidité et de vitesse de déplacement par rapport à des robots entropomorphes, ainsi ce type de structure est actuellement essentiellement utilisé pour des applications de « pick and place » qui sont dynamiquement très sollicitées. Toutefois, ce type d'architecture intéresse les concepteurs de machines outils *UGV* du fait de leur potentiel en termes de capacités dynamiques [12].



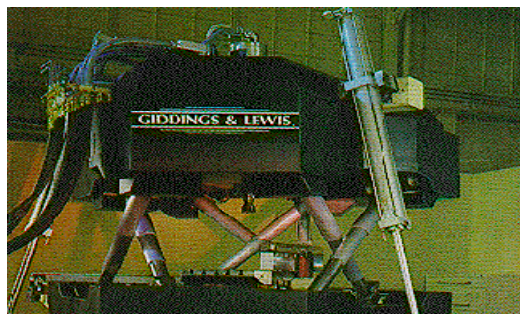
**Figure I.14** Plate-forme de GOUGH-STEWARD destinée à tester des pneumatiques [12]

### I.7.2 Principales applications

Il existe un grand nombre de cinématiques différentes de mécanismes parallèles avec des applications diverses et variées : simulateur de vol, machine-outil, robot de prise et dépose, positionneur de haute précision, robot médical, Interfaces haptiques, etc. [13]

### I.7.3 Machines outils à structure parallèle industrialisées

La première machine outil à architecture parallèle a été présentée à Chicago en 1994 : la Variax de GIDDING & LEWIS (Figure I.16), il s'agit d'une fraiseuse cinq axes présentant une architecture similaire à la plate-forme de GOUGH, depuis, plusieurs machines outils ont été conçues et réalisées avec des architectures très diverses. [1]



**Figure I.15** Fraiseuse cinq axes Variax de GIDDING & LEWIS [12]

Cependant, ce type de machine ne rencontre qu'un succès mitigé et n'équipe aujourd'hui que peu d'ateliers de fabrication. Actuellement, elles sont surtout utilisées pour des opérations de perçage dans l'industrie automobile ou l'évidement de poches dans l'aéronautique. Par exemple ; depuis les années 2000, des machines Tricept (figure I.17) de la société PCI sont utilisées pour percer les traverses arrière des Peugeot 407 dans l'usine PSA de Cormelles-le-Royal [9]

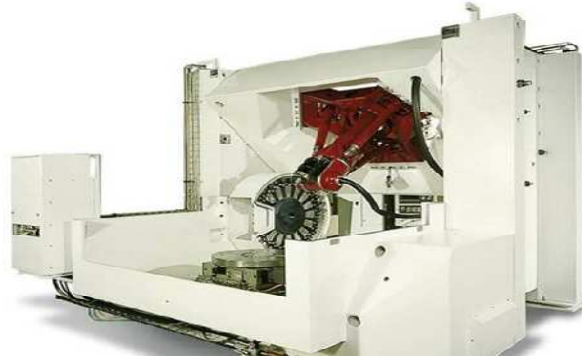


Figure I.16 Machine Tricept [1]

#### I.7.4 Avantages et inconvénients

Les principales qualités associées aux mécanismes parallèles dans la littérature sont [13]:

- Un rapport masse transportable / masse en mouvement du robot très supérieur à celui des robots sériels.
- Une bonne rigidité grâce aux chaînes cinématiques fermées.
- Une bonne dynamique car les masses en mouvement sont généralement faibles, et
- Une meilleure précision que les robots sériels.

Les principaux défauts des mécanismes parallèles sont [13]:

- Un Modèle Géométrique Direct (MGD) souvent complexe à calculer.
- Un volume de travail souvent faible par rapport à l'encombrement de la machine.
- Des amplitudes en orientations souvent limitées à cause des singularités et des collisions Internes.
- Un très grand nombre de topologies possibles.

#### I.8 SolidWorks

SolidWorks est un logiciel de représentation volumique de pièces ou système mécaniques, SolidWorks est une solution de conception 3D complète qui vous permet de créer, valider, communiquer et gérer vos conceptions de produits, en intégrant des outils de

conception puissants, notamment des fonctions de grande qualité de pièce, d'assemblage et de mise en plan, le calcul de coût, le rendu, l'animation et la gestion des données techniques, SolidWorks d'accélérer et de simplifier le développement et le partage des idées de conception, améliorant ainsi l'efficacité de vos conceptions 3D [14].

Visualisez et communiquez grâce aux animations et rendus Photoréalistes.



Créez, partagez et gérez en toute simplicité à l'aide d'outils de gestion de données techniques, de collaboration et de grandes conceptions.

Créez rapidement n'importe quelle géométrie, y compris des formes organiques complexes et des surfaces en continuité de courbure.

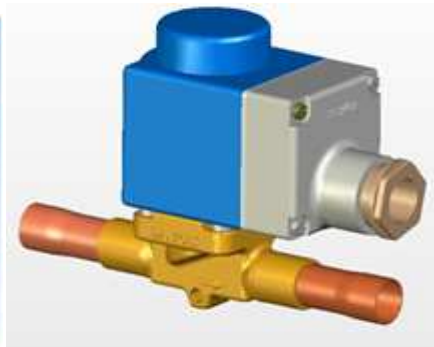
Performances, fabricabilité et réduction des coûts grâce aux outils d'analyse intégrés.

**Figure I.17** Avantage SolidWorks [14]

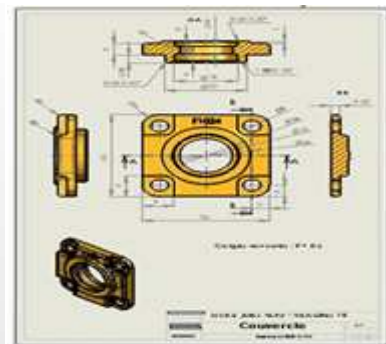
Il permet de réaliser:



Des pièces



Des assemblages



Des mises en plan

**Figure I.18** Possibilités de réalisation

## I.9 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les machines outils, ainsi que ces structures et en particulier les structures parallèles en vue de la réalisation d'une modélisation géométrique et cinématique d'une machine outils à structure parallèle.

Chapitre II

*Modélisation cinématique des machines*  
*outils à structure parallèle*

## II.1 Introduction

L'analyse de la structure matérielle de la partie opérative d'une machine-outil est nécessaire pour faire une étude cinématique. Pour élaborer cette étude nous nous présentons dans ce chapitre la modélisation des machines outils à structure parallèle.

## II.2 Mécanisme parallèles

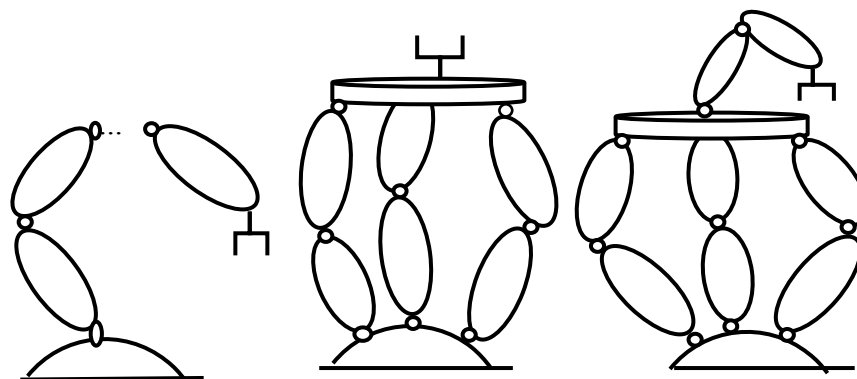
### II.2.1 Définition d'un mécanisme parallèle

Un manipulateur parallèle est un mécanisme en chaîne cinématique fermée dont l'organe terminal est relié à la base par plusieurs chaînes cinématiques indépendantes (figure II-1 -b), Cette définition générale d'un manipulateur parallèle permet de le distinguer d'un manipulateur sériel (figure II-1 - a) qui est composé de plusieurs chaînes cinématiques en cascade entre la base et l'organe terminal.

L'association de ces deux types de structures (figure II-1 -c) permet de construire des structures dites hybrides [13].

### II.2.2 Architectures

Il existe différentes façons de classer les mécanismes parallèles, la plus répandue consiste à les regrouper en fonction de la spatialité de leur organe terminal, cependant il est difficile de faire une liste EXAMSTIVE de toutes les architectures de mécanismes parallèles, néanmoins MERLET répertorie un grand nombre de ces différentes architectures dans son livre dédié aux mécanismes parallèles, dans la suite de ce manuscrit, on va s'intéresser a deux grandes classes d'architectures des robots parallèles [13].



a-Architecture sérielle b- Architecture parallèles c- Architecture hybride

**Figure II.1** Différentes architectures de mécanismes des manipulateurs [13]



### II.2.3 Chaîne cinématique

Une chaîne cinématique (figure II-1) consiste en un ensemble de corps rigides articulés entre eux, les articulations peuvent être de nature extrêmement variées suivant le type de mouvement relatif qu'elles autorisent et peuvent impliquer plusieurs degrés de liberté (figure II-2) Par exemple.

### II.2.4 Les mécanismes parallèle planaires

Un mécanisme parallèle planaire est constitué généralement d'une plate-forme, comportant trois degrés de liberté au maximum : deux translations et une rotation autour de la normale au plan de la plate-forme.

La figure II.2 représente des exemples d'architectures planaires les plus courantes.

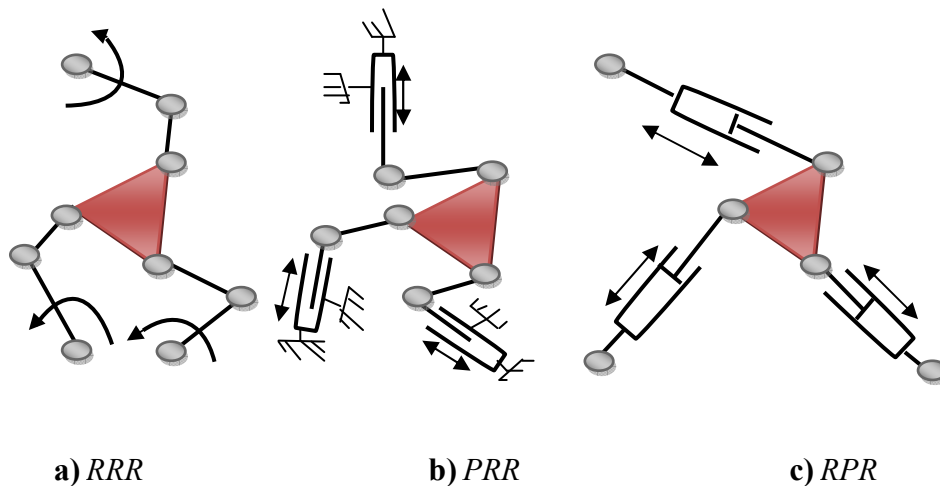


Figure II.2 Exemples d'architectures de robots planaires

### II.2.5 Présentation des mécanismes parallèles

Il est nécessaire de commencer par préciser la terminologie utilisée, JEAN-PIERRE MERLET [1] donne les définitions suivantes :

- Un manipulateur parallèle généralisé est un mécanisme en chaîne cinématique fermée dont l'organe terminal est relié à la base par plusieurs chaînes cinématiques indépendantes.
- Un manipulateur parallèle est constitué d'un organe terminal à  $n$  degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par au moins deux chaînes cinématiques indépendantes, la motorisation s'effectuant par  $n$  actionneurs simples.
- Un manipulateur pleinement parallèle est un manipulateur parallèle dont le nombre de chaînes est strictement égal au nombre de degrés de liberté de l'organe terminal.

Cette terminologie constitue en elle même les bases d'une classification.

D'autres classifications sont possibles suivant :




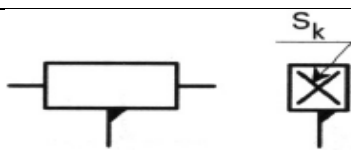

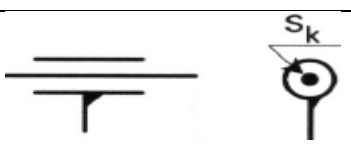


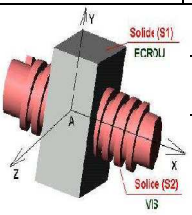
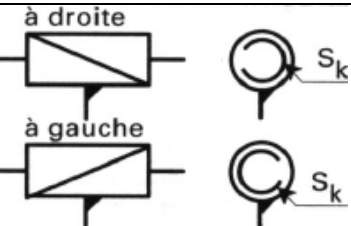
- Le nombre de degrés de liberté de la nacelle.
- Le type des degrés de liberté de la nacelle.
- Les géométries de la base et de la nacelle (plates-formes de GOUGH).
- Que la structure comporte ou non une ou plusieurs chaînes passives.
- Que les actionneurs sont mobiles ou fixes.

Le nombre et le type des degrés de liberté de la nacelle conditionnent le type de tâche que le robot peut effectuer, Le fait d'avoir des actionneurs fixes réduit les masses en mouvement, et par conséquent améliore la dynamique de la nacelle.

### II.2.6 Le schéma cinématique

Une liaison entre deux solides est une relation de contact entre deux solides.

**Tableau II .1** Représentation normalisée de quelques liaisons [16]

Liaisons	Exemples	Mouvement relatifs		Symboles	Degrés de liberté
		R	T		
Pivot ( $R$ )		0	0		1
		0	0		
		$R_z$	0		
Prismatique ( $P$ )		0	$T_x$		1
		0	0		
		0	0		
Pivot Glissant ou Cylindrique ( $C$ )		0	0		2
		0	0		
		$R_z$	$T_z$		
Rotule ou sphérique ( $G$ )		$R_x$	0		3
		$R_y$	0		
		$R_z$	0		
Screw ( $S$ )		0	0		1
		0	0		
		$R_z$	$T_z$		

- L'articulation de rotation ( $R$ ) possède un degré de liberté permettant la rotation autour de son l'axe.
- L'articulation prismatique ( $P$ ) possède un degré de liberté de translation le long de son l'axe.
- L'articulation cylindrique ( $C$ ) possède deux degrés de liberté qui permettent la rotation et translation suivant l'axe.
- L'articulation "SCREW" ( $S$ ) possède un degré de liberté correspondant au mouvement d'une vis.

La translation relative est reliée à la rotation par l'intermédiaire du pas.

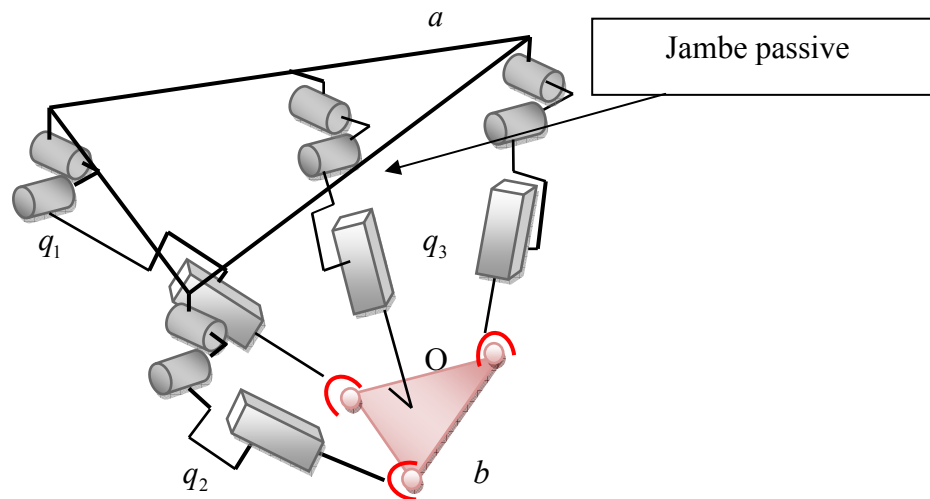


Figure II .3 Schéma cinématique de l'ensemble parallèle de l'architecture Tricept [12]

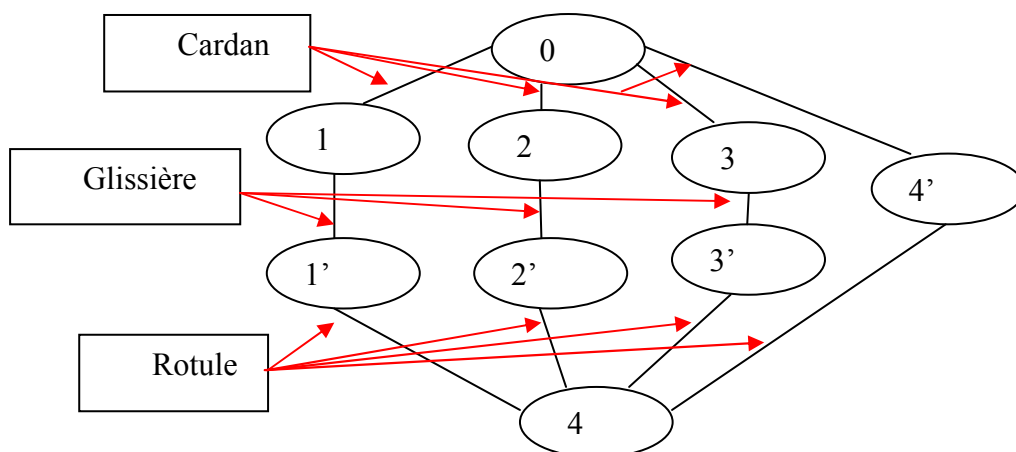





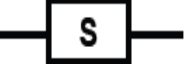


Figure II .4 Graphe des liaisons de l'ensemble parallèle de l'architecture Tricept [12]

## II.2.7 Les graphes d'agencement

Les conventions des graphes d'agencements sont présentées sur le tableau (Tableau II.2).

**Tableau II .2** Conventions de graphes d'agencement [16]

Nom de la liaison	Représentation	
	Liaison passive	Liaison motorisée
Rotoïde (pivot)		
Prismatique (glissière)		
Universelle (carda)		
Sphérique (rotule)		

Les informations concernant l'agencement géométrique des liaisons sont perdues, par contre la comparaison des familles de mécanismes parallèles ainsi que le décompte des degrés de liberté sont facilités à l'aide de la formule de Grübler (II-1).

## II.3 Modélisation géométrique

Rappelons qu'indépendamment du type de robot considéré, il existe différents types de modèles géométriques (ou modèles cinématiques d'ordre 0) :

### II.3.1 Modèle géométrique direct

Il s'agit de trouver une relation entre la pose de l'organe terminal  $X$ , les positions des articulations motorisées  $q$  et les paramètres géométriques  $\xi_{geom}$  du robot [18]:

$$X = G_D(q, \xi_{geom}) \quad (II-1)$$

où l'expression de  $G_D$  dépend du choix de la représentation de la pose.

### II.3.2 Modèle géométrique inverse

Comme son nom l'indique, ce modèle fournit, à l'inverse du modèle géométrique direct, les valeurs articulaires en fonction de la pose de l'organe terminal et des paramètres géométriques [18]:

$$q = G_I(X, \xi_{geom}) \quad (II-2)$$

### II.3.3 Modèle géométrique implicite

Les deux types de modèles géométriques peuvent être inclus dans un modèle plus générique, appelé modèle implicite, qui se contente d'établir une relation entre la pose, la configuration articulaire et la géométrie du mécanisme parallèle, sans en tirer explicitement une expression analytique pour l'une ou l'autre [18]:

$$G_{\phi}(X, q, \xi_{geom}) = 0 \quad (\text{II-3})$$

## II.4 Modélisation cinématique

Des modèles géométriques précédents, on peut obtenir par dérivation temporelle, les modèles cinématiques (ou modèles cinématiques d'ordre 1) associés, sous l'hypothèse d'invariance des paramètres géométriques, reliant vitesse cartésienne de l'organe terminal et vitesses articulaires.

### II.4.1 Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct peut s'écrire soit sous une forme faisant apparaître la dérivée de la représentation choisie pour  $X$  :

$$\dot{X} = \frac{\partial G_D}{\partial q}(q, \zeta_{geom}) \dot{q} \quad (\text{II-4})$$

Soit, plus fréquemment, sous une forme faisant apparaître le torseur cinématique  $\tau$  associé au mouvement instantané de l'organe terminal par rapport à la base, ce torseur est composé d'une vitesse de translation  $v$  et d'une vitesse de rotation  $\omega$ . Pour fournir des coordonnées à ces entités géométriques, il faut préciser son point d'application et le repère dans lequel il est exprimé, ainsi, la notation  ${}^i\tau_j$  représente les coordonnées du torseur cinématique appliqué en l'origine du repère  $R_j$ , exprimées dans le repère  $R_i$ , le lecteur est renvoyé à pour de meilleures descriptions de la cinématique d'un corps solide, cette expression du modèle cinématique direct en fonction du torseur cinématique est :

$$\tau = A^{-1} \frac{\partial G_D}{\partial q}(q, geom) \dot{q} \quad (\text{II-5})$$

Où  $A$  est la matrice reliant la dérivée temporelle de la représentation de la pose au torseur cinématique :  $\dot{X} = A\tau$

Le modèle cinématique direct est peu utilisé en commande cinématique et sert en général à fins d'analyse cinématique (transfert de forces), notons au passage que l'équation (II-7) indique qu'il est erroné de parler de Jacobéenne directe du mécanisme parallèle pour désigner

la matrice de passage des vitesses articulaires au torseur cinématique, nous parlerons donc plutôt de matrice cinématique directe, notée  $C_D$ .

Cette matrice de passage n'est pas unique puisqu'elle dépend du point d'application du torseur cinématique, du repère dans lequel ce torseur cinématique est exprimé et également du choix des unités, quand cela sera nécessaire, nous précisons le point d'application et le repère avec le même type de notation que pour le torseur cinématique.

#### II.4.2 Modèle cinématique inverse

De la même manière, on peut obtenir formellement le modèle cinématique inverse par dérivation temporelle du modèle géométrique inverse :

$$\dot{q} = \frac{\partial G_I}{\partial X}(X, \zeta_{geom}) \dot{X} \quad (\text{II-6})$$

Ou

$$\dot{q} = \frac{\partial G_I}{\partial X}(X, \zeta_{geom}) A \tau \quad (\text{II-7})$$

Ce modèle est indispensable pour toute commande cartésienne. Ici encore, il n'est pas permis d'appeler Jacobéenne inverse du mécanisme parallèle la matrice de passage du torseur cinématique aux vitesses articulaires et nous préférons le terme matrice cinématique inverse, notée  $C_i$ , qui dépend bien sûr du point d'application du torseur cinématique et du repère dans lequel les coordonnées de ce dernier sont exprimées.

#### II.4.3 Modèle cinématique implicite

Similairement, on obtient le modèle cinématique implicite :

$$\frac{\partial G_\phi}{\partial X}(X, q, \zeta_{geom}) \dot{X} + \frac{\partial G_\phi}{\partial q}(X, q, \zeta_{geom}) \dot{q} = 0 \quad (\text{II-8})$$

ou

$$\frac{\partial G_\phi}{\partial X}(X, q, \zeta_{geom}) A \tau + \frac{\partial G_\phi}{\partial q}(X, q, \zeta_{geom}) \dot{q} = 0 \quad (\text{II-9})$$

Dans lequel on devrait rajouter, en toute rigueur, les termes liés à une variation des paramètres géométriques (mécanisme parallèle flexible) :

$$\frac{\partial G_\phi}{\partial X}(X, q, \zeta_{geom}) A \tau + \frac{\partial G_\phi}{\partial q}(X, q, \zeta_{geom}) \dot{q} + \frac{\partial G_\phi}{\partial \zeta_{geom}}(X, q, \zeta_{geom}) \dot{\zeta}_{geom} = 0 \quad (\text{II-10})$$

Ce modèle fait apparaître trois matrices, que nous dénommerons, dans l'ordre d'apparition dans l'expression ci-dessus, matrice cinématique cartésienne (notée  $C_C$ ), matrice cinématique

articulaire (notée  $C_A$ ) et matrice de sensibilité (notée  $C_S$ ), ce dernier terme est utilisé en référence aux travaux d'analyse de sensibilité du comportement cinématique d'un mécanisme parallèle aux défauts géométriques, ces matrices, à l'instar des matrices cinématiques directe et inverse, dépendent du choix fait pour la représentation de la pose et pour l'expression du torseur cinématique.

En réécrivant les équations (II-10) et (II-11) sous forme matricielle :

$$(C_C \ C_A) \begin{pmatrix} \tau \\ \dot{q} \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{II-11})$$

$$(C_C \ C_A \ C_S) \begin{pmatrix} \tau \\ q \ \cdot \\ \dot{\zeta}_{geom} \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{II-12})$$

Nous pouvons définir respectivement une matrice cinématique implicite (notée  $C_\phi$ ) et une matrice cinématique implicite flexible (notée  $C_F$ ).

## II.5 Avantages et Inconvénients des mécanismes parallèles

### II.5.1 Avantages

Les principales qualités associées aux mécanismes parallèles dans la littérature sont [13] :

- un rapport masse transportable / masse en mouvement du robot très supérieur à celui des robots sériels.
- une bonne rigidité grâce aux chaînes cinématiques fermées.
- une bonne dynamique car les masses en mouvement sont généralement faibles.
- une meilleure précision que les mécanismes sériels.

### II.5.2 Inconvénients

Les principaux défauts des robots parallèles sont [13]:

- un Modèle Géométrique Direct (MGD) souvent complexe.
- un volume de travail faible par rapport à l'encombrement de la machine.
- des amplitudes en orientation souvent limités à cause des singularités et des collisions internes.
- un très grand nombre de topologies possibles.

## II.6 Conditionnement de la matrice jacobéenne

### II.6.1 Matrice Jacobéenne (cinématique)

Comme le facteur de conditionnement, le conditionnement de la matrice jacobéenne est invariant pour des machines homothétiques, il est toujours plus grand que 1. Plus le conditionnement de la matrice jacobéenne est proche de 1, « meilleure » est l'isotropie de la machine.

La détermination des modèles cinématiques des manipulateurs parallèles est à elle seule un thème de recherche en robotique parallèle, en effet, chaque famille de manipulateurs nécessite une approche différente pour déterminer son modèle cinématique, en général pour un manipulateur parallèle on arrive à établir une relation du type [19]:

$$At = B \dot{\rho} \quad (\text{II-13})$$

Où  $\dot{\rho}$  est le vecteur des vitesses articulaires,  $t$  est le vecteur des vitesses Cartésiennes et  $J$  est la matrice Jacobéenne du manipulateur, lorsque  $A$  n'est pas singulière, elle est inversible et on peut déterminer la matrice Jacobéenne du manipulateur :

$$J = A^{-1}B \quad (\text{II-14})$$

La détermination de la matrice Jacobéenne revient donc à déterminer les matrices  $A$  et  $B$ , La matrice Jacobéenne d'un manipulateur parallèle représente la transformation linéaire entre les vitesses Cartésiennes de la plate-forme mobile et les vitesses articulaires des liaisons actionnées :

$$J \dot{\rho} = t \quad (\text{II-15})$$

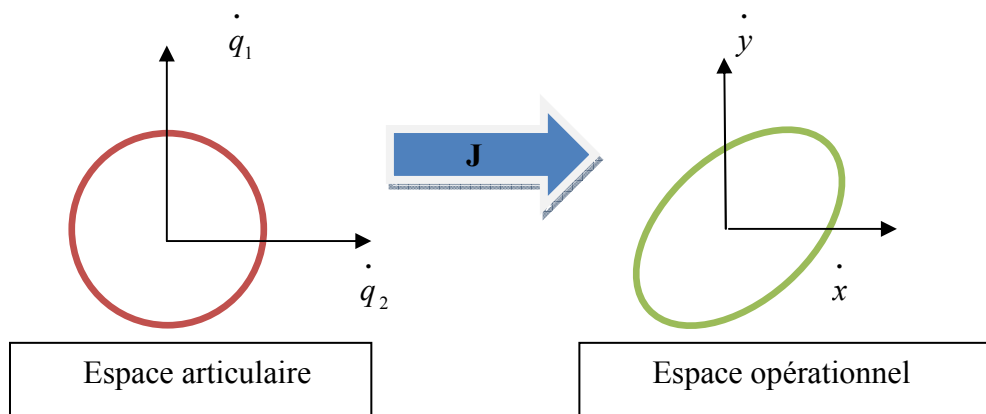


Figure II.5 Conditionnement en dimension 2[1]



## **II.7 Conclusion**

Dans ce chapitre, j'ai présenté une le principe de la modélisation cinématique de la machine-outil à structure parallèle. Cette modélisation sera appliquée sur une machine-outil à structure parallèle d'usinage à trois axes dans le chapitre suivant.

Chapitre III

*Exemple d'application*

### III.1 Introduction :

L'objectif principal de la modélisation cinématique est de déterminer le système d'équations reliant la position et l'orientation de la nacelle à la position des actionneurs.

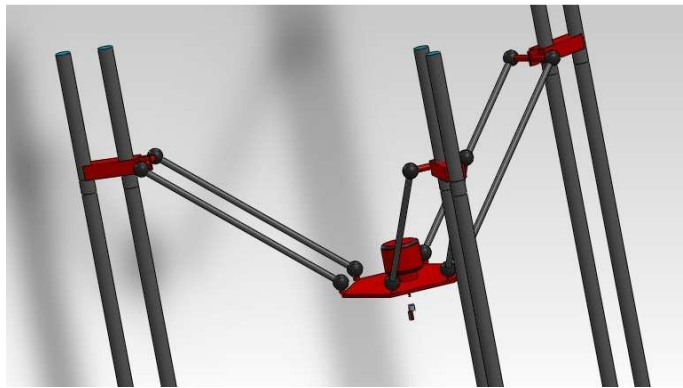
Pour déterminer ce système d'équations il existe une méthode de modélisation cinématique.

Dans ce chapitre nous allons appliquer cette méthode de modélisation cinématique sur une machine outil à structure parallèle à trois axes.

### III.2 Présentation de la machine

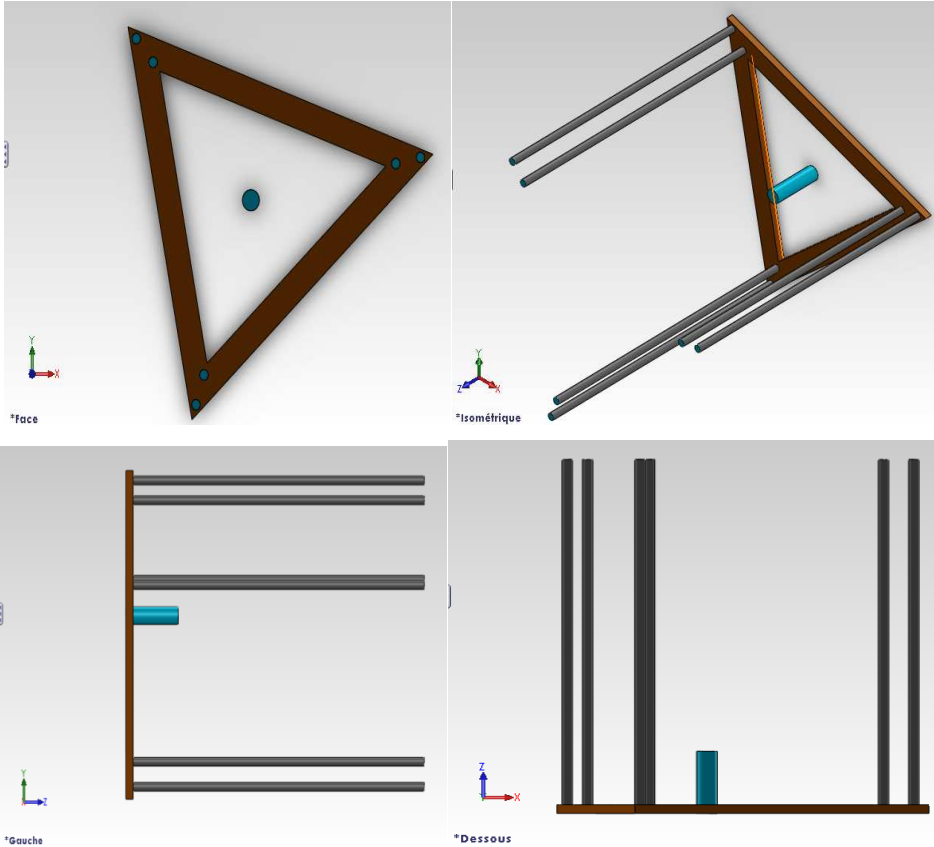
Pour un agencement de type Delta, les barres sont regroupées par paires, je appeler « bras » les deux barres d'une paire reliant la nacelle au même actionneur dans le cas de l'utilisation d'actionneurs rotatifs.

L'illustration de l'architecture que nous avons choisie est représenté figure III-1.

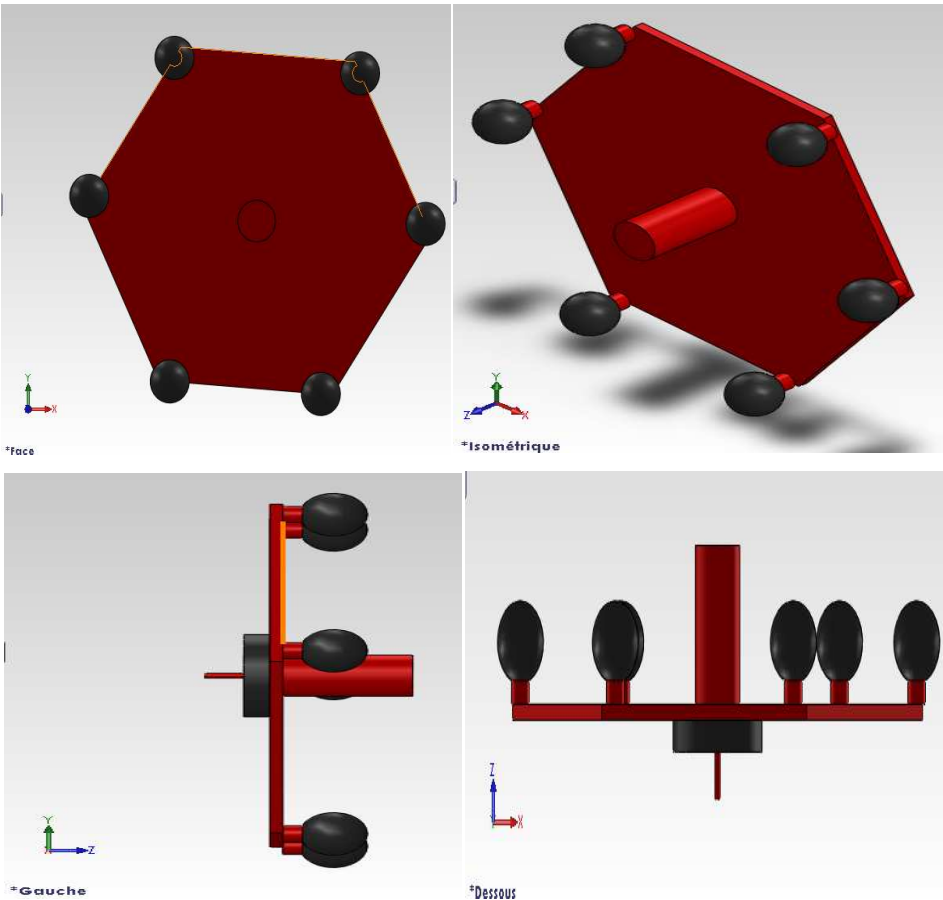


**Figure III.1** Schéma de principe structure Delta à actionneurs linéaires

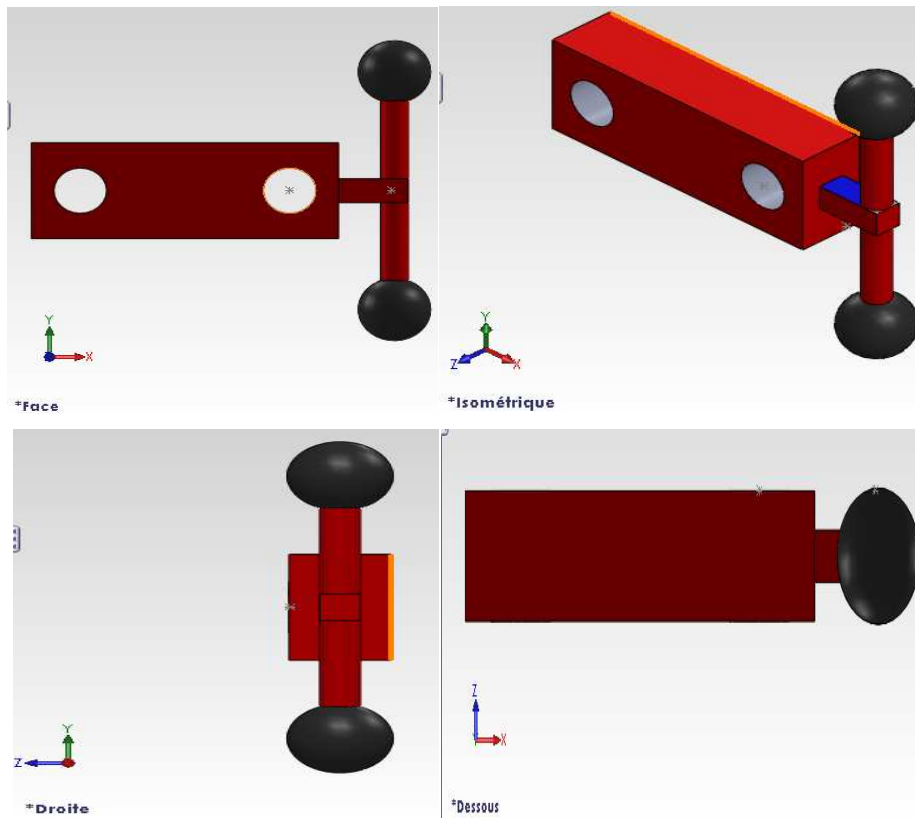
Le paramétrage de cette agencement est présenté par la figure III-2, les glissières sont disposées sur un cylindre de rayon  $R$ , la nacelle a pour rayon  $r$ , l'espacement angulaire des glissières est de 120 degrés. [1]



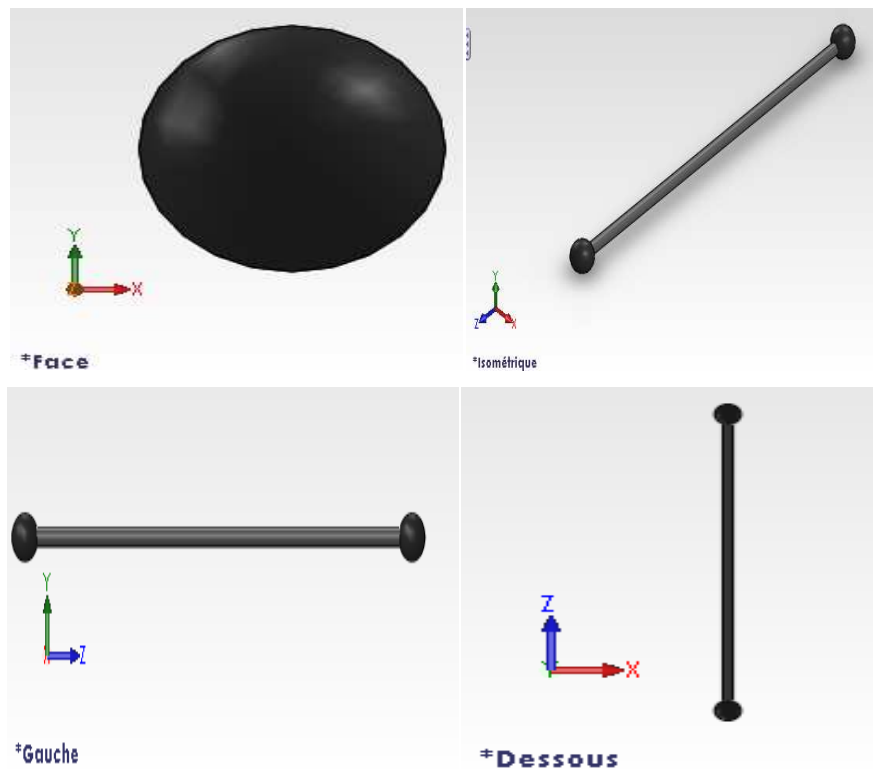
a) Base



b) Nacelle



c) glissières



d) Barres

Figure III.2 Pièces de structure Delta à actionneurs linéaires

**III.3 Le graphe de liaisons**

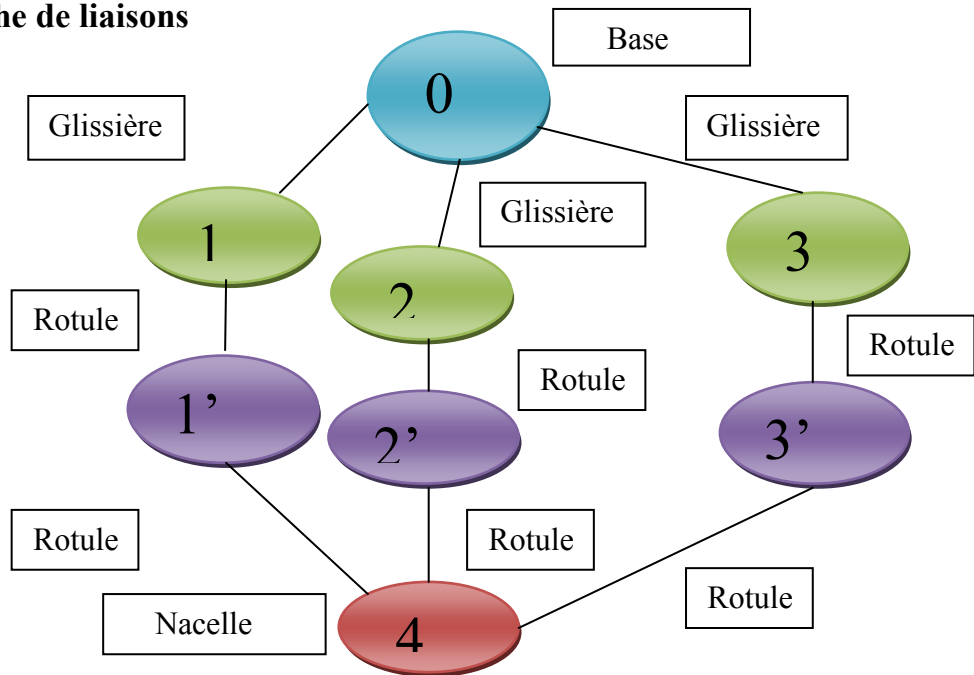


Figure III.3 Le graphe de liaisons « structure Delta à actionneurs linéaires »

**III.4 Schéma cinématique**

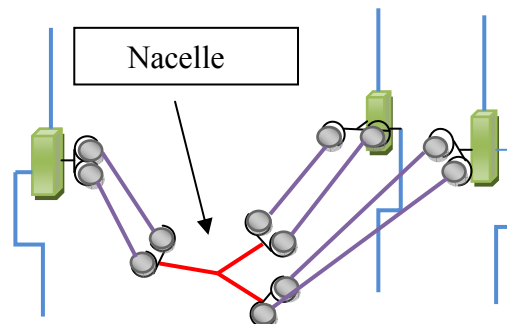


Figure III.4 Schéma cinématique du robot Delta

**III.5 Le graphe d'agencement**

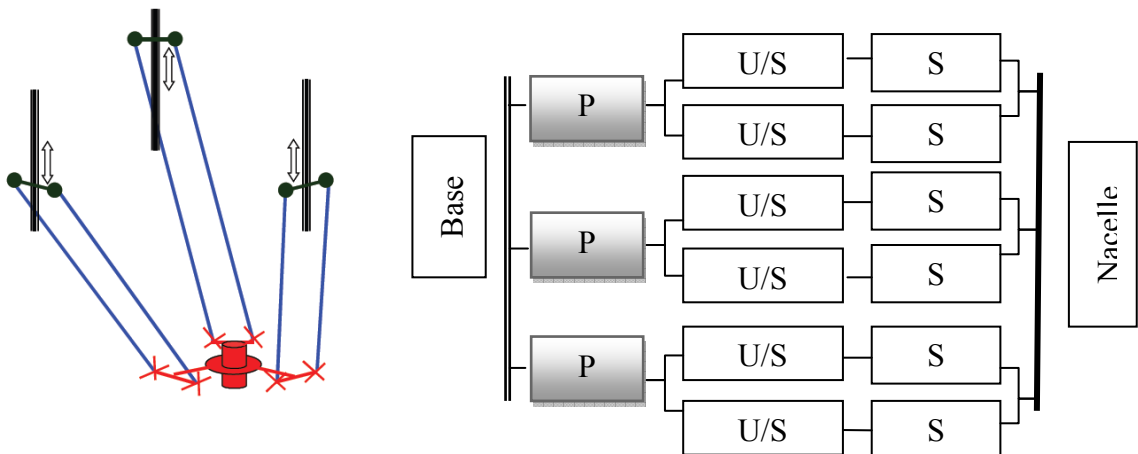


Figure III.5 Le graphe de liaisons « structure Delta à actionneurs linéaires »

### III.6 Modèles spécifiques

#### III.6.1 Modèles géométriques

Nous avons choisi le paramétrage Roulis Tangage Lacet (noté *RTL*), couramment utilisé en robotique, afin de décrire l'orientation de la broche dans l'espace, l'indice du repère initial étant noté *i*, et celui du repère final noté *F*, la définition que nous avons adoptée pour ces angles est: [1]

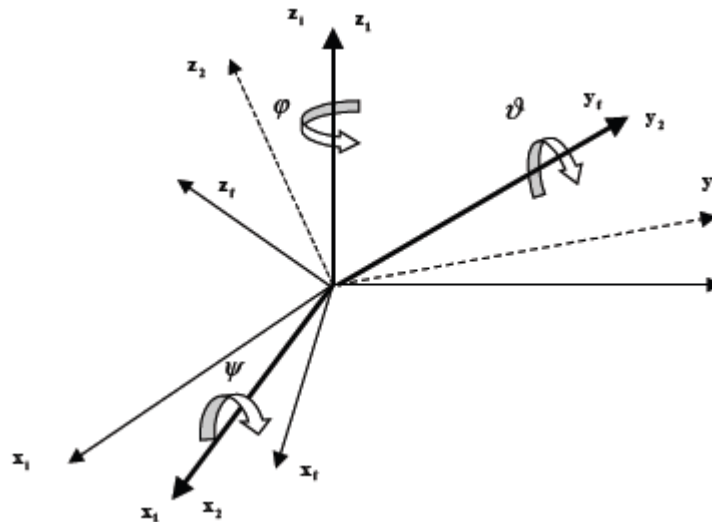


Figure III .6 Angles de Roulis Tangage Lacet

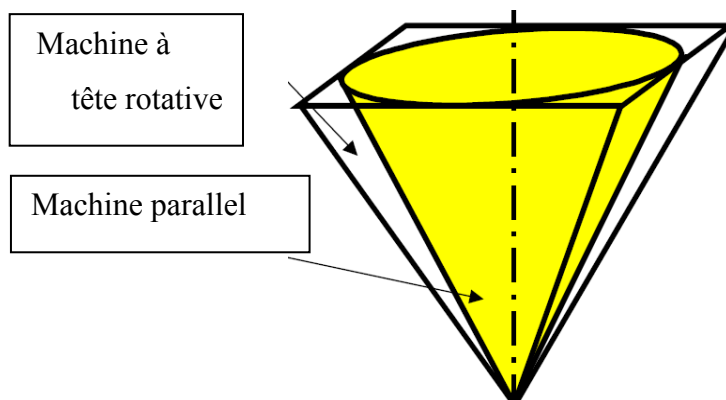


Figure III.7 Plages de variation en orientation de l'axe de la broche [1]

Le paramétrage *RTL* n'est pas utilisé dans les commandes numériques, car il est superflu. En effet, comme nous l'avons vu dans l'état de l'art, les machines-outils à commande numérique ont au maximum 5 degrés de liberté (dont seulement deux en rotation) entre la pièce à usiner et la broche.

Il n'est pas utile de paramétrer la rotation de la broche autour de son l'axe  $D$  un point de vue technologique, les têtes rotatives des machines-outils d usinage 5 axes possèdent deux rotations en série, chacune d entre elles ayant un débattement angulaire limité de type  $\pm\alpha$ .

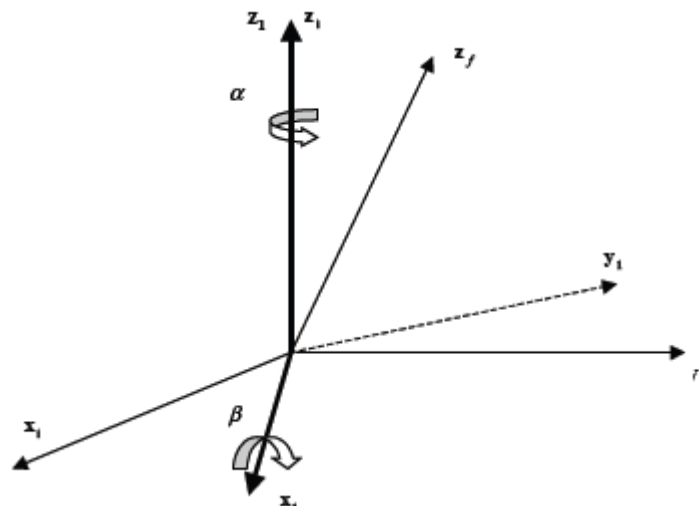
Lorsqu'aucun mouvement de translation n'est effectué, l'ensemble des positions occupées par l'axe de la broche est une pyramide (voir figure II.7).

Il est logique que les usineurs soient habitués à utiliser les angles décrivant les rotations autour des axes  $A$  et  $B$  correspondant aux deux premières rotations  $RTL$ .

Pour les machines-outils parallèles, le problème est différent car ces axes de rotation de la broche ne sont pas matérialisés physiquement, de plus, la plage de variation sous forme de pyramide est défavorable pour la plupart des mécanismes parallèles, alors que les usineurs ont plutôt besoin d'une plage de variation de l'orientation de la broche sous forme de l'intérieur d'un cône, nous décrivons l'orientation de la nacelle par deux angles s'apparentât aux angles D'AZIMUT et D'ELEVATION ( $AZ - EL$ ), mais ils ne permettent pas de décrire complètement la position angulaire de la nacelle. Ces angles définissent, en fait, la direction de l'axe  $\vec{Z}$  de la broche. Ces angles, notés  $\alpha$  et  $\beta$  sont les suivants (voir Figure II.5) :

- $\alpha$ , azimut (rotation autour de l'axe  $\vec{Z}_1$ ), est compris entre 0 et 360 degrés.
- $\beta$ , élévation (en fait le complément à 90 degrés de l'élévation), est compris entre 0 et 90 degrés, il s'agit de la rotation autour de l'axe  $\vec{X}_1$ .

Les rotations sont effectuées dans l'ordre de l'énumération ci-dessus.



**Figure III.8** Angles Azimut – Elévation

Pour calculer les angles  $RTL$  correspondant aux angles  $AZ-EL$  (afin de décrire l'orientation complète de la nacelle), il faut poser une condition supplémentaire réaliste, à savoir, dans le cas le cas des angles  $RTL$ ,  $\vartheta = 0$ , ce qui correspond à l'absence de rotation de



la nacelle autour de l'axe  $\vec{Z}$ , les calculs permettant le passage d'un paramétrage angulaire à l'autre vont être maintenant exposés, soit  $A$  la matrice de passage du repère  $i$  au repère  $F$ .

Avec le paramétrage  $RTL$ , la matrice  $A$ , s'écrit, en posant  $\vartheta = 0$ :

$$A = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & 0 & \sin \vartheta \\ \sin \vartheta \sin \psi & \cos \psi & -\cos \vartheta \sin \psi \\ -\sin \vartheta \cos \psi & \sin \psi & \cos \vartheta \cos \psi \end{pmatrix} \quad (\text{III-1})$$

La troisième colonne de la matrice de l'équation (II-3) correspond aux coordonnées de l'axe  $\vec{Z}$  de la broche, en notation AZ-EL, nous avons :

$$Z = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \beta \\ \sin \alpha & \sin \beta \\ \cos \beta \end{bmatrix} \quad (\text{III-2})$$

Finalement, nous obtenons :

$$A(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta} & 0 & \cos \alpha \sin \beta \\ \frac{\cos \alpha \sin \alpha \sin^2 \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}} & \frac{\cos \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}} & \sin \alpha \sin \beta \\ \frac{\cos \alpha \sin \beta \cos \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}} & -\frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}} & \cos \beta \end{pmatrix} \quad (\text{III-3})$$

En conclusion, grâce à cette matrice, connaissant uniquement la direction de l'axe  $\vec{Z}$  de la broche (décrite par les angles AZ-EL), nous sommes capable de calculer la matrice de rotation  $A$  correspondant au passage du repère mobile ( $R_n$ ) au repère fixe ( $R_b$ ), qui impose la condition  $\varphi = 0$ .

Pour un robot Delta, le paramétrage de l'orientation de la nacelle est inutile car cette dernière reste parallèle à un plan de référence, Par souci d'homogénéisation des écritures, nous conserverons le paramétrage angulaire en choisissant  $\alpha = 0$  et  $\beta = 0$  ce qui correspond à  $A(\alpha, \beta) = I_3$ , où  $I_3$  est la matrice identité en dimension 3.

#### ▪ Modèle géométrique inverse :

Les trois premières coordonnées de ce vecteur contiennent la position du point E.

Les deux autres coordonnées sont les angles AZ-EL.

$$X = \begin{bmatrix} X_E \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (\text{III-4})$$

Soit  $T(X, \alpha, \beta)$ , la matrice de transformation homogène permettant de passer désordonnées dans le repère de la nacelle d'origine E, au repère fixe,  $T(X, \alpha, \beta)$  s'écrit:

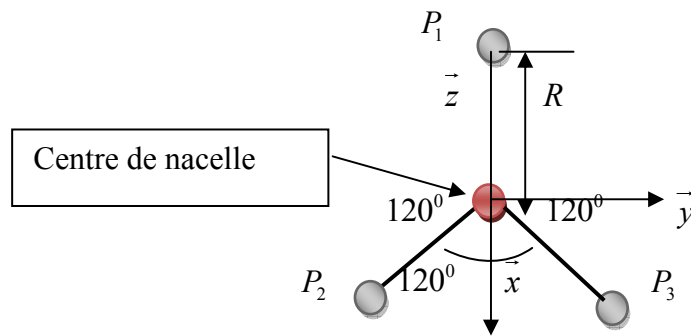
$$T(X, \alpha, \beta) = \begin{pmatrix} A(\alpha, \beta) & X_E \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{III-5}$$

Soit  $B_b$  (respectivement  $B_n$ ), la matrice contenant les coordonnées des points  $B_i$  dans le repère  $R_b$  (respectivement  $R_n$ ),  $E_b$  (respectivement  $E_n$ ), la matrice contenant les coordonnées des points  $E_i$  dans le repère  $R_b$  (respectivement  $R_n$ ), La matrice  $B_b$  s'obtient par:

$$\begin{bmatrix} B_b \\ 1 \end{bmatrix} = T(X, \alpha, \beta) \begin{bmatrix} B_n - E_n \\ 1 \end{bmatrix} \tag{III-6}$$

En utilisant les paramètres définis figure III-2, les grandeurs intervenant dans les modèles génériques s'écrivent :

Coordonnées des points  $p_i$  dans le repère fixe :



**Figure III.9** Le position  $p_i$  dans structure Delta à actionneurs linéaires

Par tomber distance  $P_1$  et  $P_2, P_3$  par centre de nacelle sauent l'axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}, \vec{z}$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = [R, 0, 0] \\ P_2 = [R \cos 60, R \cos 30, 0] \\ P_3 = [R \cos 60, -R \cos 30, 0] \end{array} \right\} \tag{III-7}$$

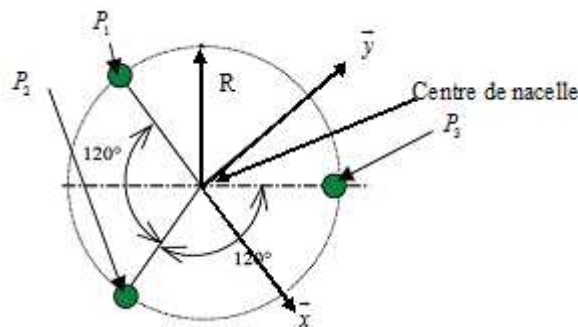
Et ce :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = [R, 0, 0] \\ P_2 = \left[ \frac{R}{2}, R \frac{\sqrt{3}}{2}, 0 \right] \\ P_3 = \left[ \frac{R}{2}, -R \frac{\sqrt{3}}{2}, 0 \right] \end{array} \right\} \quad \text{(III-8)}$$

Dons matrice :

$$[p_1 p_2 p_3] = \begin{pmatrix} R & -\frac{R}{2} & -\frac{R}{2} \\ 0 & R \frac{\sqrt{3}}{2} & -R \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{(III-9)}$$

Coordonnées des points  $B_i$  dans le repère mobile,  $R_n$  :



**Figure III.10** Le position  $B_i$  dans structure Delta à actionneurs linéaires

Par tomber distance  $B_1$  et  $B_2, B_3$  par centre de nacelle sauvent l'axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}, \vec{z}$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_1 = [r, 0, 0] \\ B_2 = [r \cos 60, r \cos 30, 0] \\ B_3 = [r \cos 60, -r \cos 30, 0] \end{array} \right\} \quad \text{(III-10)}$$

Et ce :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_1 = [r, 0, 0] \\ B_2 = \left[ \frac{r}{2}, r \frac{\sqrt{3}}{2}, 0 \right] \\ B_3 = \left[ \frac{r}{2}, -r \frac{\sqrt{3}}{2}, 0 \right] \end{array} \right\} \quad \text{(III-11)}$$

Dons matrice :

$$[B_1 B_2 B_3] = \begin{pmatrix} r & -\frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \\ 0 & r\frac{\sqrt{3}}{2} & -r\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{III-12}$$

Composantes des vecteurs  $u_i$  dans le repère fixe pour les moteurs glisse sauvent l'axe  $\vec{Z}$  :

$$\begin{cases} u_1 = [0, 0, 1] \\ u_2 = [0, 0, 1] \\ u_3 = [0, 0, 1] \end{cases} \tag{III-13}$$

$$[u_1 u_2 u_3] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{III-14}$$

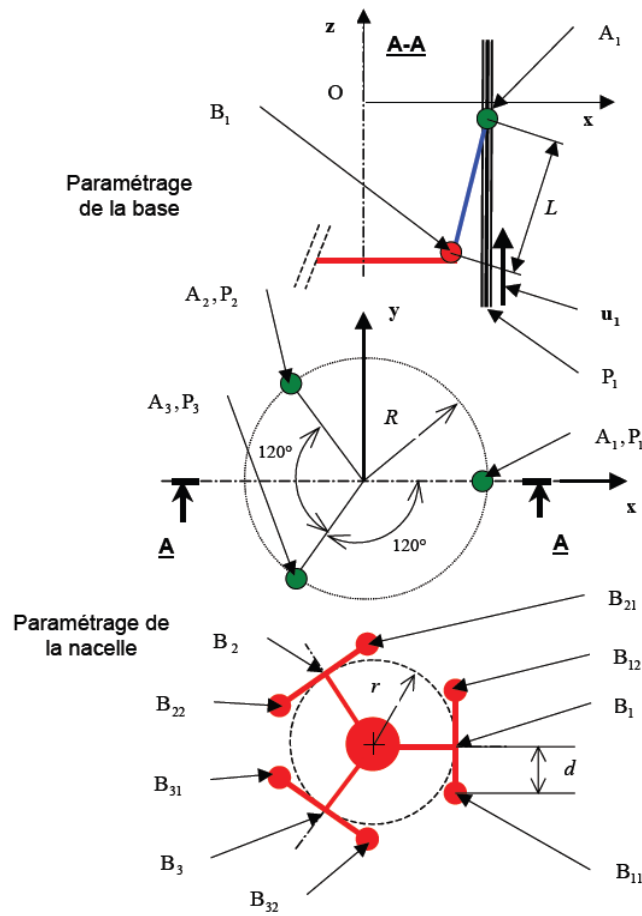


Figure III.11 Paramètres géométriques

Nous obtenons l'expression analytique du modèle géométrique inverse :

Pour obtenir l'expression analytique du modèle géométrique direct, nous devons résoudre le système (III-5) par rapport aux variables  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

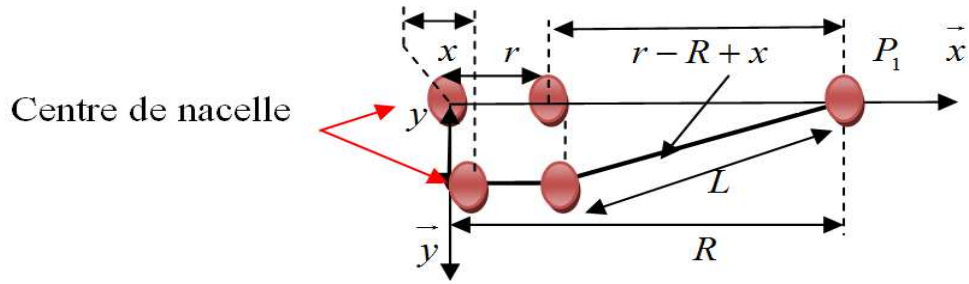


Figure III.12 Position la nacelle suivant  $P_1$

Pour :

$$(r - R + x)^2 + y^2 + (z - q_1)^2 = L^2 \tag{III-15}$$

ci

$$q_1 = z + \sqrt{L^2 - (r - R + x)^2 - ((r - R) \cos 90 + y)^2} \tag{III-16}$$

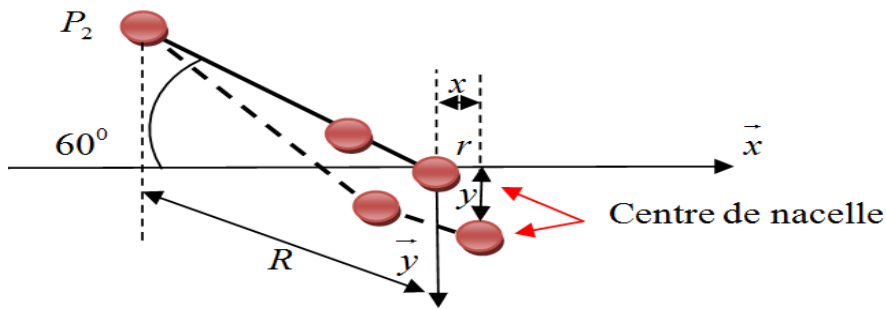


Figure III.13 Position la nacelle suivant  $P_2$

Pour :

$$\left( (R - r) \frac{1}{2} + x \right)^2 + \left( (r - R) \frac{\sqrt{3}}{2} + y \right)^2 + (z - q_2)^2 = L^2 \tag{III-17}$$

Ci :

$$q_2 = z + \sqrt{L^2 - ((R - r) \cos 60 + x)^2 - ((r - R) \sin 60 + y)^2} \tag{III-18}$$

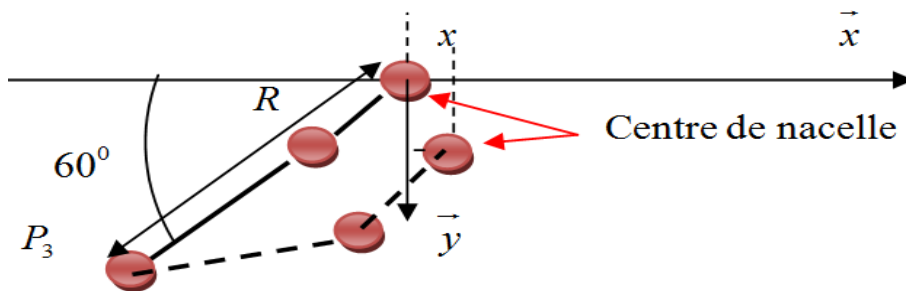


Figure III.14 Position la nacelle suivant  $P_3$

Pour :

$$\left( (R-r)\frac{1}{2} + x \right)^2 + \left( (R-r)\frac{\sqrt{3}}{2} + y \right)^2 + (z - q_3)^2 = L^2 \quad (\text{III-19})$$

Ci :

$$q_3 = z + \sqrt{L^2 - \left( (R-r)\cos 60 + x \right)^2 - \left( (R-r)\sin 60 + y \right)^2} \quad (\text{III-20})$$

Ci dons :

$$\begin{cases} q_1 = z + \sqrt{L^2 - (r-R+x)^2 - ((r-R)\cos 90 + y)^2} \\ q_2 = z + \sqrt{L^2 - \left( (R-r)\cos 60 + x \right)^2 - \left( (r-R)\sin 60 + y \right)^2} \\ q_3 = z + \sqrt{L^2 - \left( (R-r)\cos 60 + x \right)^2 - \left( (R-r)\sin 60 + y \right)^2} \end{cases} \quad (\text{III-21})$$

$$\begin{cases} q_1 = z + \sqrt{L^2 - (r-R+x)^2 - y^2} \\ q_2 = z + \sqrt{L^2 - \left( (R-r)\frac{1}{2} + x \right)^2 - \left( (r-R)\frac{\sqrt{3}}{2} + y \right)^2} \\ q_3 = z + \sqrt{L^2 - \left( (R-r)\frac{1}{2} + x \right)^2 - \left( (R-r)\frac{\sqrt{3}}{2} + y \right)^2} \end{cases} \quad (\text{III-22})$$

$$\begin{cases} (r-R+x)^2 + y^2 + (z - q_1)^2 = L^2 \\ \left( (R-r)\frac{1}{2} + x \right)^2 + \left( (r-R)\frac{\sqrt{3}}{2} + y \right)^2 + (z - q_2)^2 = L^2 \\ \left( (R-r)\frac{1}{2} + x \right)^2 + \left( (R-r)\frac{\sqrt{3}}{2} + y \right)^2 + (z - q_3)^2 = L^2 \end{cases} \quad (\text{III-23})$$

Le système (III-5) peut se réécrire :

avec :

$$\begin{cases} (A^2 + C^2 + 1)z^2 + 2(AE + CD - q_1)z + E^2 + D^2 + q_1^2 - L^2 = 0 \\ y = Az + B \\ x = Cz + D \end{cases} \quad (\text{III-24})$$

$$A = \frac{(q_2 - q_3)}{\sqrt{3}(r-R)}, B = \frac{q_3^2 - q_2^2}{2\sqrt{3}(r-R)}, C = \frac{2(q_2 - q_1) - A(r-R)\sqrt{3}}{3(R-r)}, D = \frac{q_1^2 - q_2^2 - B\sqrt{3}(r-R)}{3(R-r)}$$

(III-25)

et  $E = r - R + B$

### III.6.2 Modèles cinématiques

#### ▪ Modèle cinématique inverse

L'équiprojectivité des vitesses d'un solide est la propriété qui sera utilisée afin d'établir les modèles cinématiques, cette propriété sera appliquée à chacune des  $k$  barres, pour la barre numéro  $i$ , nous avons :

$$v_{A_i} \cdot A_i B_i = v_{B_i} \cdot A_i B_i \quad (\text{III-26})$$

Avec  $v_{A_i} = \dot{q}_i u_i$  et  $v_{B_i} = v_D + \omega \times DB_i$  où  $\omega$  est le vecteur vitesse de rotation instantanée de la nacelle, il vérifie la propriété :

$$\omega = \left( A(\alpha, \beta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (\text{III-27})$$

soit :

$$\omega \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta \\ \cos \beta \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III-28})$$

Cette propriété traduit que le vecteur de rotation instantanée possède toujours une composante nulle suivant l'axe  $\vec{Z}$  de la broche, L'équiprojectivité des vitesses appliquée à la barre numéro  $i$ , écrite pour l'ensemble des  $k$  barres nous donnons l'écriture matricielle :

$$J_q \dot{q} = J_x \dot{x} \quad (\text{III-29})$$

Avec :

$$J_q = \text{diag}(u_i, A_i, B_i) \quad (\text{III-30})$$

$$J_x = {}^t [ {}^t AB \ {}^t (AB \times DB) ] \quad (\text{III-31})$$

Et :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{X}_D \\ \omega \end{bmatrix} \quad (\text{III-32})$$

Le modèle cinématique inverse est l'expression de  $q_i$  en fonction de  $X_i$ , L'écriture du modèle cinématique inverse à partir de l'équation (II-12) est alors :

Soit, en posant  $J = J_x^{-1} J_q$  :

$$\dot{q} = J^{-1} \dot{x} \quad (\text{III-33})$$

Dans le cas de l'architecture choisie et avec le paramétrage de la figure (III-6), les matrices  $J_x$  et  $J_q$  de l'équation (II-7) s'écrivent :

$$J_x = \begin{pmatrix} r-R+x & y & z-q_1 \\ \frac{1}{2}(R-r)+x & \frac{\sqrt{3}}{2}(r-R)+y & z-q_2 \\ \frac{1}{2}(R-r)+x & \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)+y & z-q_3 \end{pmatrix} \text{ et } J_q = \begin{pmatrix} z-q_1 & 0 & 0 \\ 0 & z-q_2 & 0 \\ 0 & 0 & z-q_3 \end{pmatrix} \quad (\text{III-34})$$

$$J^{-1} = \frac{1}{(z-q_1)(z-q_2)(z-q_3)} \begin{pmatrix} r-R+x & y & z-q_1 \\ \frac{1}{2}(R-r)+x & \frac{\sqrt{3}}{2}(r-R)+y & z-q_2 \\ \frac{1}{2}(R-r)+x & \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)+y & z-q_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z-q_1 & 0 & 0 \\ 0 & z-q_2 & 0 \\ 0 & 0 & z-q_3 \end{pmatrix}$$

$$\dot{q} = \frac{\begin{bmatrix} \dot{X}_D \\ \omega \end{bmatrix}}{(z-q_1)(z-q_2)(z-q_3)} \begin{pmatrix} ((r-R+x)(z-q_1)) & (z-q_2)y & ((z-q_1)(z-q_3)) \\ \left(\left(\frac{1}{2}(R-r)+x\right)(z-q_1)\right) & \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{2}(r-R)+y\right)(z-q_2)\right) & ((z-q_2)(z-q_3)) \\ \left(\left(\frac{1}{2}(R-r)+x\right)(z-q_1)\right) & \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)+y\right)(z-q_2)\right) & (z-q_3)^2 \end{pmatrix}$$

▪ **Modèle cinématique direct :**

Le modèle cinématique direct est l'expression de  $\dot{X}$  en fonction de  $q_i$ , le modèle cinématique direct s'écrit:

$$\dot{X} = J \dot{q} \quad (\text{III-35})$$

$$J_x^{-1} = \frac{1}{\text{dat}J_x} \begin{pmatrix} r-R+x & y & z-q_1 \\ \frac{1}{2}(R-r)+x & \frac{\sqrt{3}}{2}(r-R)+y & z-q_2 \\ \frac{1}{2}(R-r)+x & \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)+y & z-q_3 \end{pmatrix}^T$$



$$= \frac{1}{\text{dat}J_x} \begin{pmatrix} r-R+x & \frac{1}{2}(R-r)+x & \frac{1}{2}(R-r)+x \\ y & \frac{\sqrt{3}}{2}(r-R)+y & \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)+y \\ z-q_1 & z-q_2 & z-q_3 \end{pmatrix}$$

$$\text{dat}J_x = (r-R+x) \times \left( \left( \frac{\sqrt{3}}{2}(r-R)+y \right) \times (z-q_3) - \left( \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)+y \right) \times (z-q_2) \right)$$

$$- y \times \left( \left( \frac{1}{2}(R-r)+x \right) \times (z-q_3) - (z-q_2) \times \left( \frac{1}{2}(R-r)+x \right) \right)$$

$$+ (z-q_1) \times \left( \left( \frac{1}{2}(R-r)+x \right) \times \left( \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)+y \right) - \left( \frac{1}{2}(R-r)+x \right) \times \left( \frac{\sqrt{3}}{2}(r-R)+y \right) \right)$$

$$J = \frac{1}{\text{dat}J_x} \begin{pmatrix} r-R+x & \frac{1}{2}(R-r)+x & \frac{1}{2}(R-r)+x \\ y & \frac{\sqrt{3}}{2}(r-R)+y & \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)+y \\ z-q_1 & z-q_2 & z-q_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z-q_1 & 0 & 0 \\ 0 & z-q_2 & 0 \\ 0 & 0 & z-q_3 \end{pmatrix}$$

$$J = \frac{1}{\text{dat}J_x} \begin{pmatrix} ((r-R+x) \times (z-q_1)) & \left( \left( \frac{1}{2}(R-r)+x \right) \times (z-q_2) \right) & \left( \left( \frac{1}{2}(R-r)+x \right) \times (z-q_3) \right) \\ (y \times (z-q_1)) & \left( \left( \frac{\sqrt{3}}{2}(r-R)+y \right) \times (z-q_2) \right) & \left( \left( \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)+y \right) \times (z-q_3) \right) \\ (z-q_1)^2 & (z-q_2)^2 & (z-q_3)^2 \end{pmatrix}$$

$$\dot{X} = \frac{\dot{q}}{\text{dat}J_x} \begin{pmatrix} ((r-R+x) \times (z-q_1)) & \left( \left( \frac{1}{2}(R-r)+x \right) \times (z-q_2) \right) & \left( \left( \frac{1}{2}(R-r)+x \right) \times (z-q_3) \right) \\ (y \times (z-q_1)) & \left( \left( \frac{\sqrt{3}}{2}(r-R)+y \right) \times (z-q_2) \right) & \left( \left( \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)+y \right) \times (z-q_3) \right) \\ (z-q_1)^2 & (z-q_2)^2 & (z-q_3)^2 \end{pmatrix}$$

### III.7 Application

Dans cette partie, nous allons faire une évolution de quelques paramètres de la machine outil à structure parallèle, avec MATLAB et avec logiciel SolidWorks.

Un grand nombre de simulations réalisées à l'aide du logiciel de simulation SolidWorks permet de vérifier la validité de cette approximation, par exemple, en modélisant une machine dont les caractéristiques géométriques sont  $r = 200mm$  ,  $R = 800mm$  ,  $d = 100mm$  ,  $L = 781mm$  [1].

#### III.7.1 Mouvement linéaire

Nous avons choisi une trajectoire du centre de la nacelle avec une fonction linéaire, et nous voyons l'évolution des déplacements des trois moteurs, et ses vitesses, avec un programme implanté sous MATLAB et avec la simulation du logiciel SolidWorks.

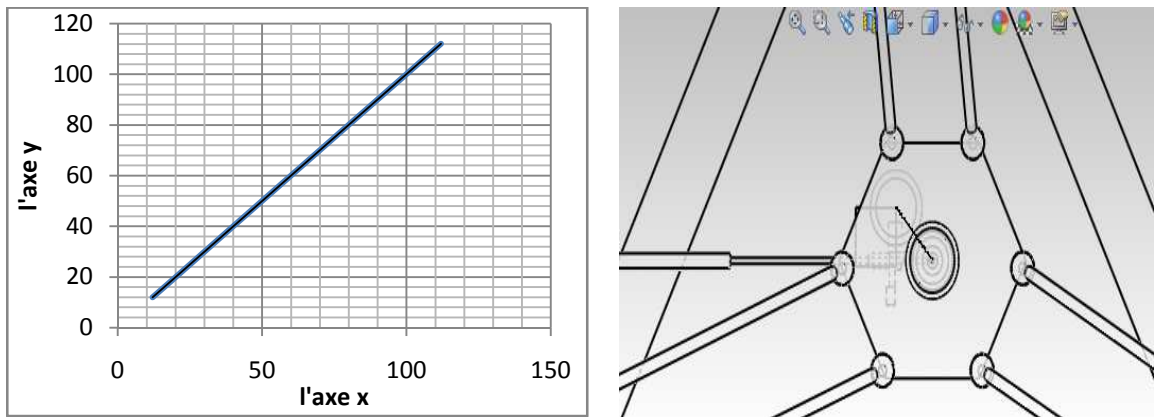


Figure III.15 Déplacement linéaire de la nacelle suivant l'axe X et l'axe Y

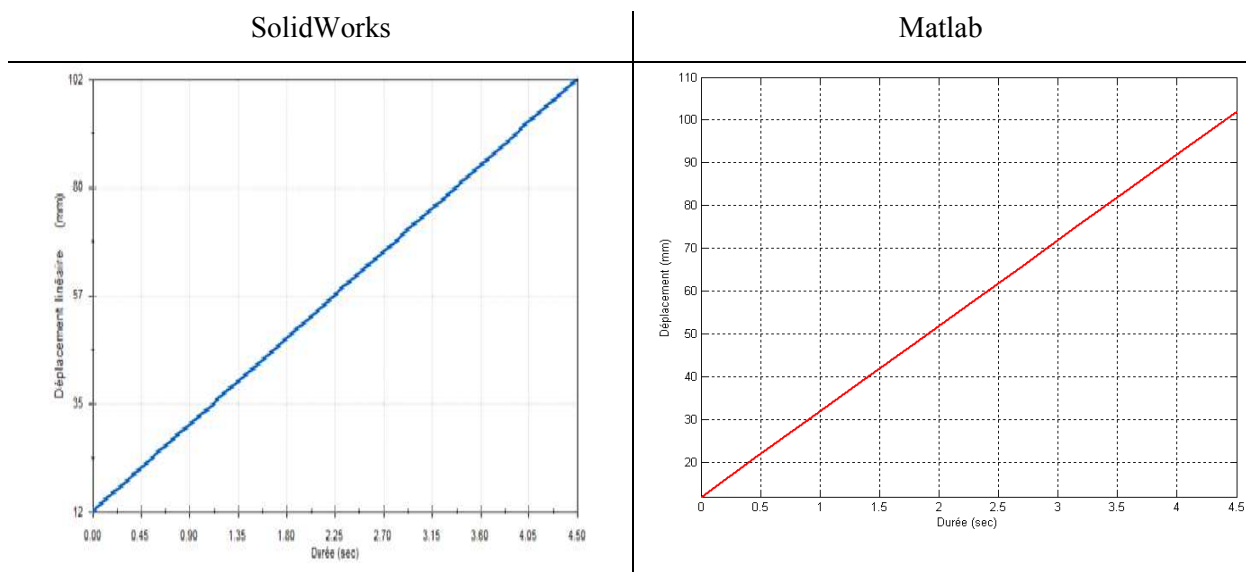


Figure III.16 Déplacement de centre de la nacelle suivant X

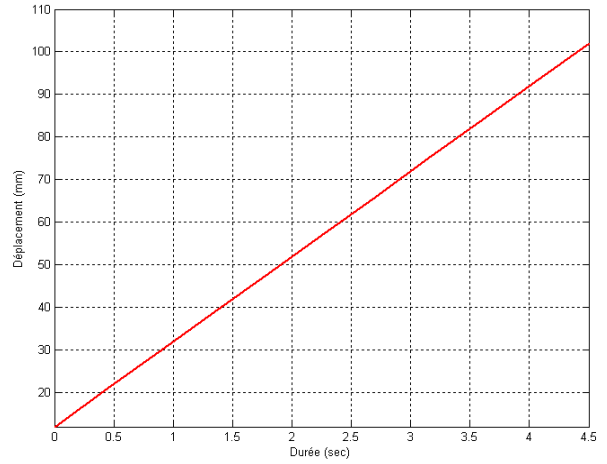
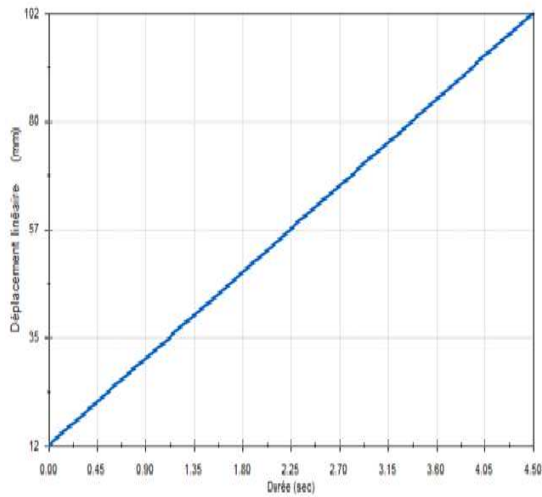


Figure III .17 Déplacement de centre de la nacelle suivant Y

SolidWorks

Matlab

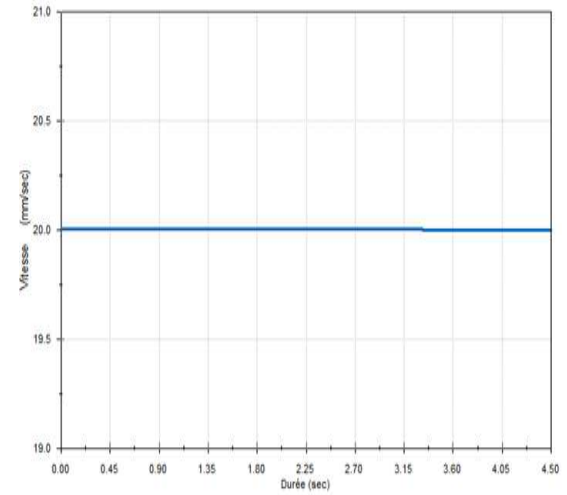
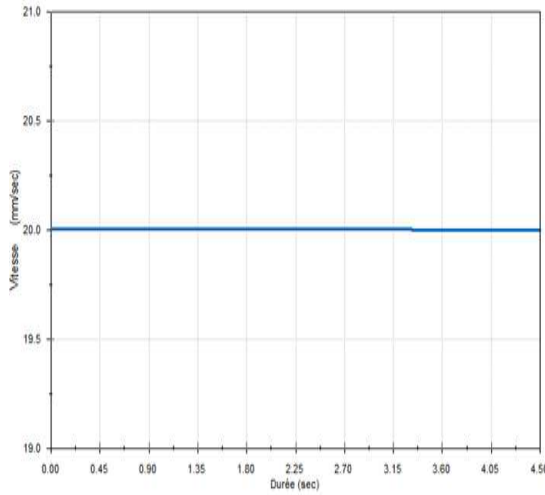


Figure III .18 Vitesse de centre de la nacelle suivant X

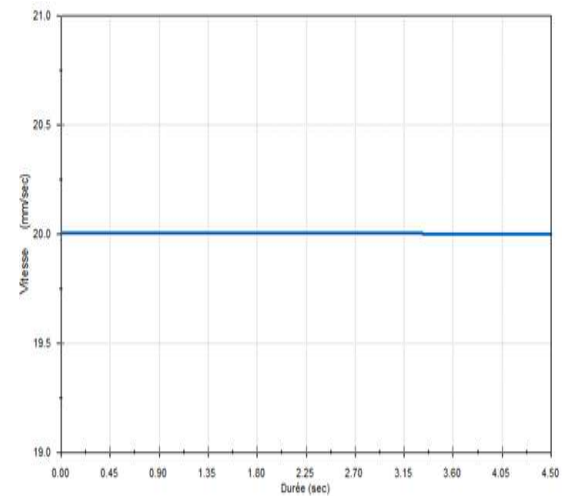
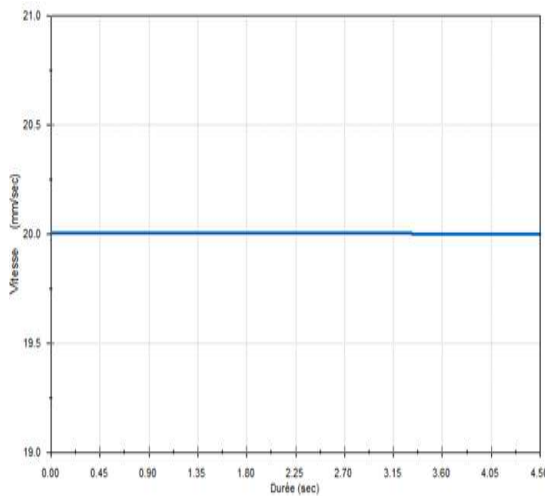


Figure III .19 Vitesse de centre de la nacelle suivant Y

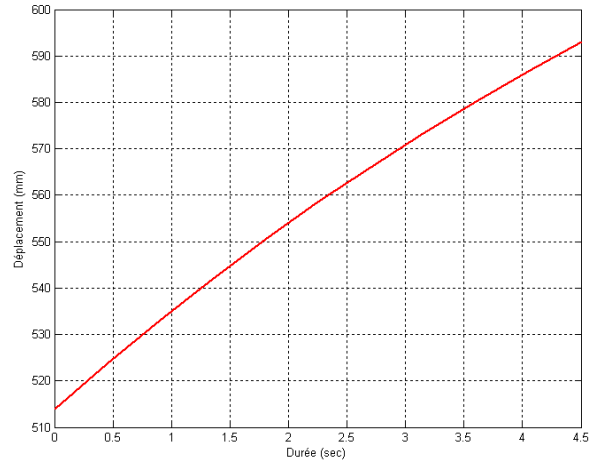
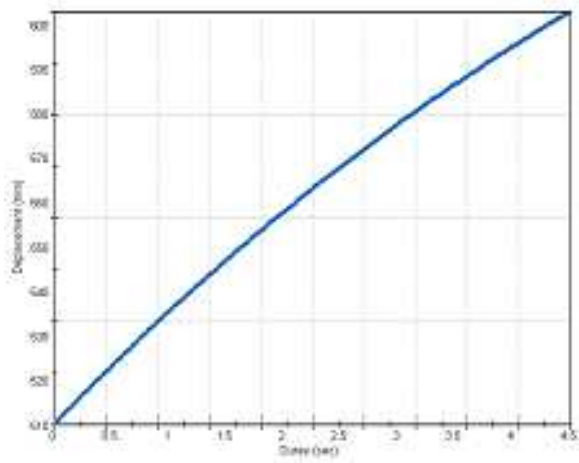


Figure III .20 Déplacement du moteur 1

SolidWorks

Matlab

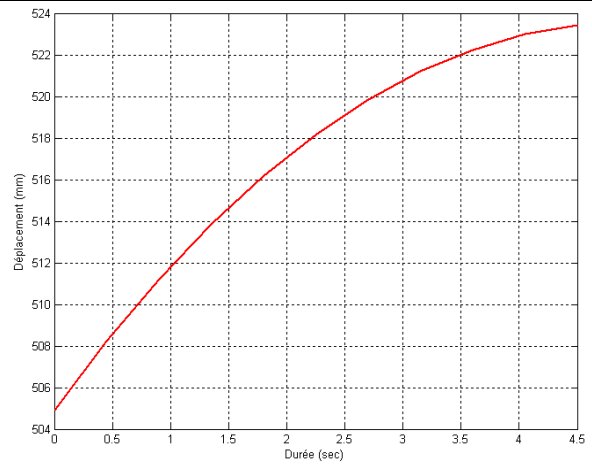
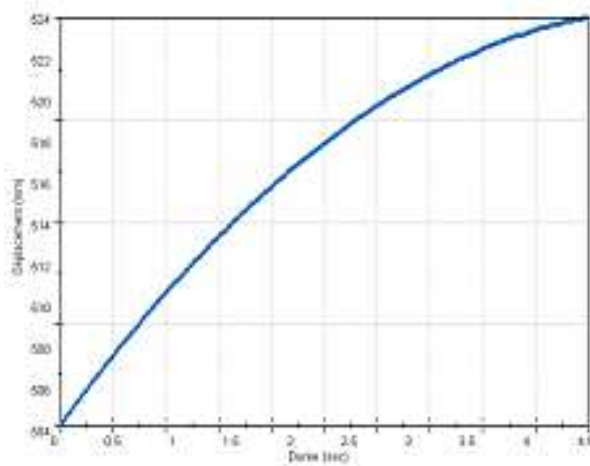


Figure III .21 Déplacement du moteur 2

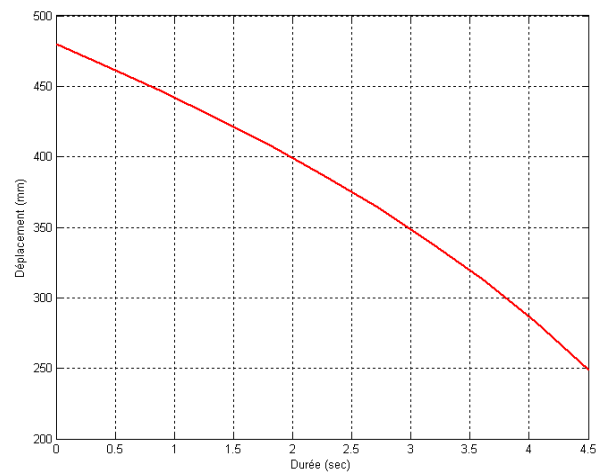
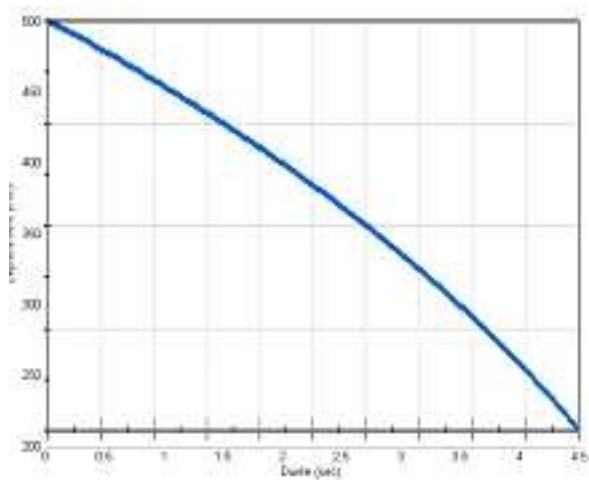


Figure III .22 Déplacement du moteur 3

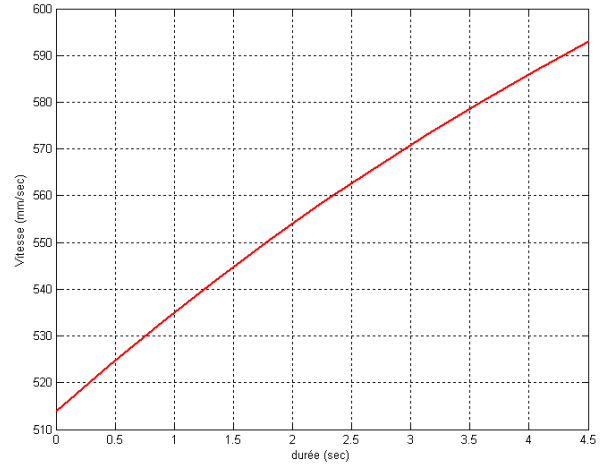
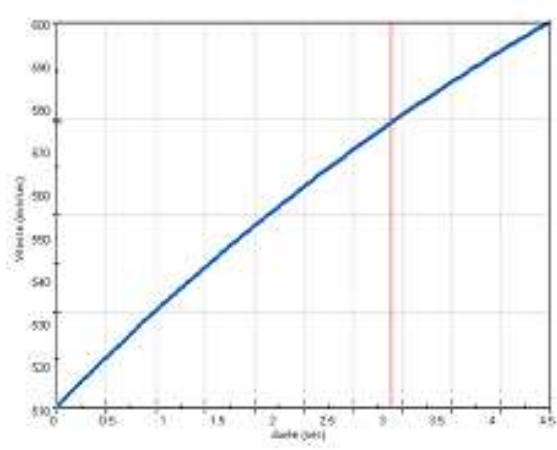


Figure III .23 Vitesse du moteur 1

SolidWorks

Matlab

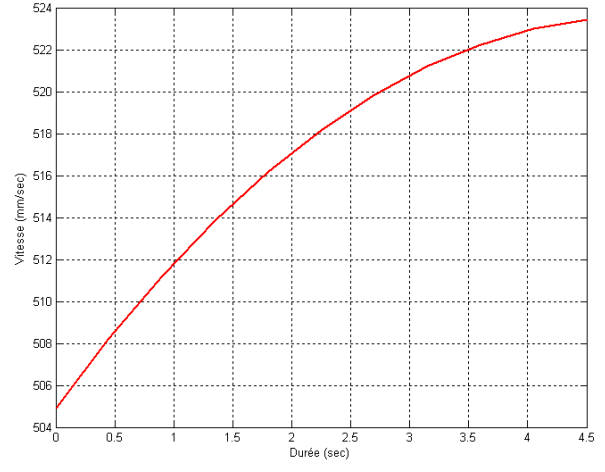
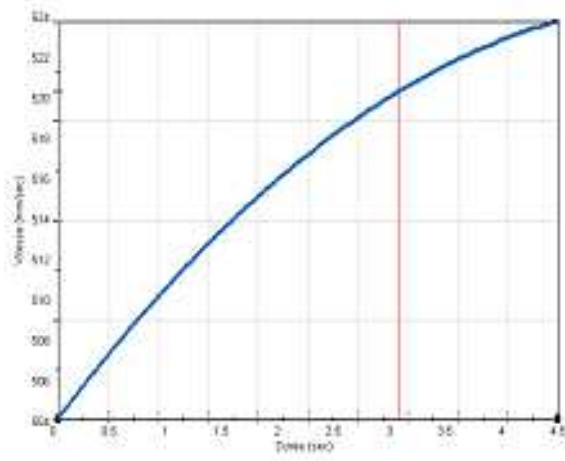


Figure III .24 Vitesse du moteur 2

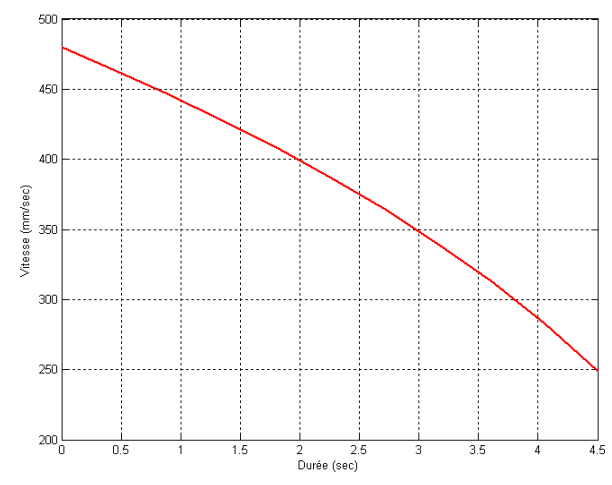
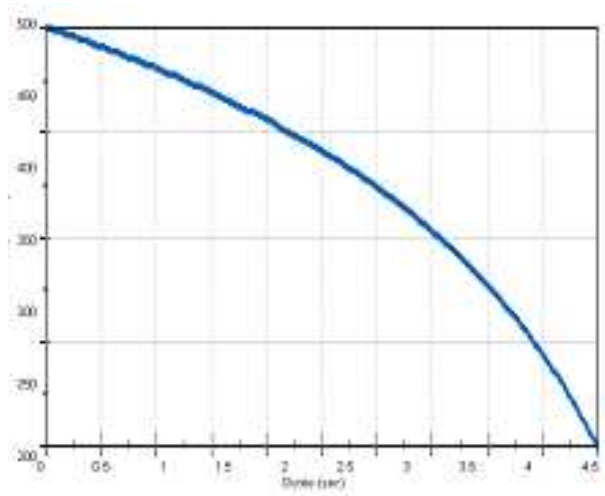


Figure III .25 Vitesse du moteur 3

### III.7.2 Mouvement sinusoïdal

Nous avons choisi une trajectoire du centre de la nacelle avec une fonction sinusoïdale, et nous voyons l'évolution des déplacements des trois moteurs, et ses vitesses, avec la simulation du logiciel SolidWorks.

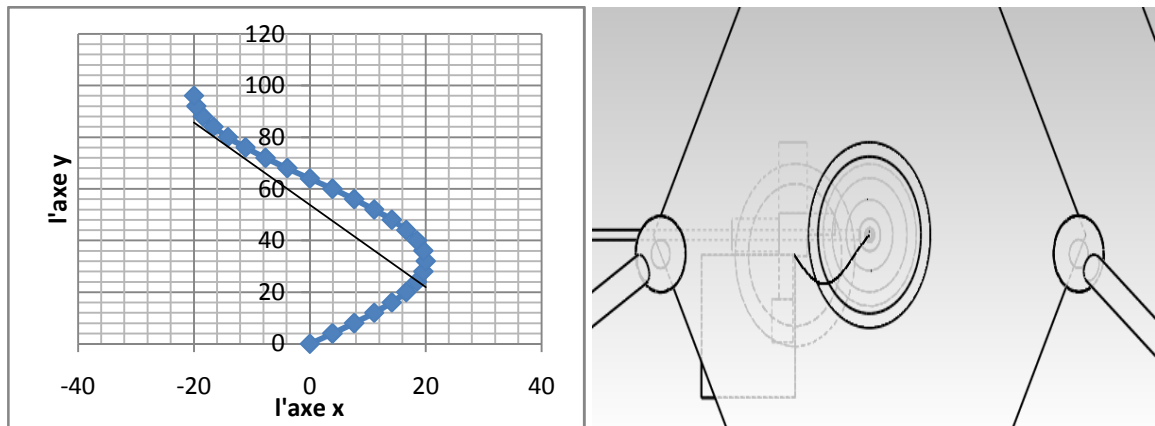


Figure III.26 Déplacement sinusoïdal de la nacelle suivant l'axe  $X$  et l'axe  $Y$

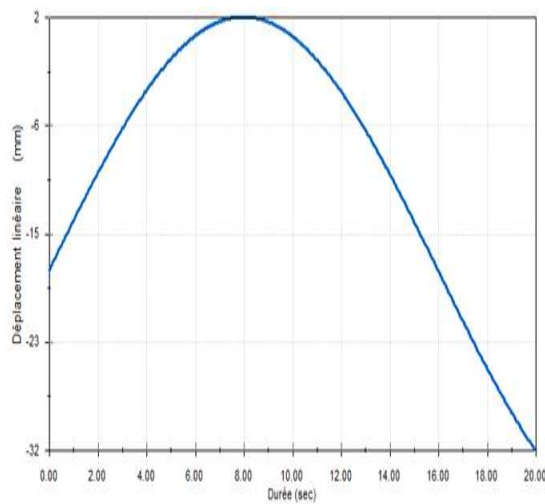


Figure III .27 Déplacement de centre de la nacelle suivant X

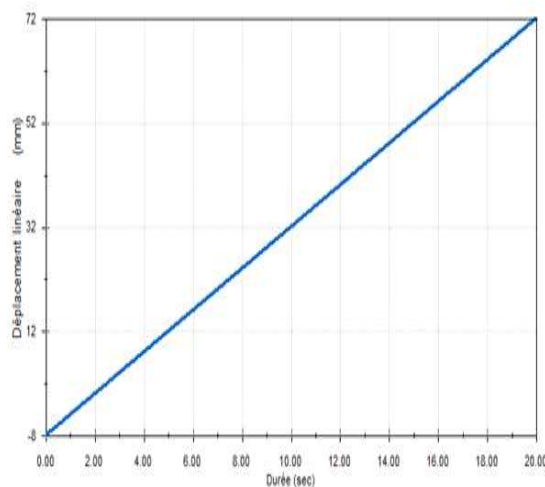
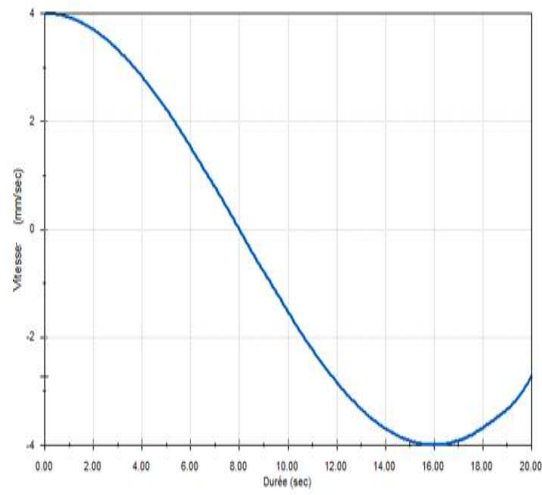
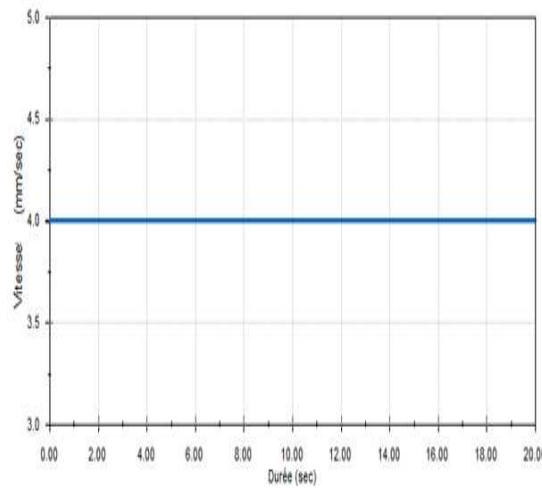


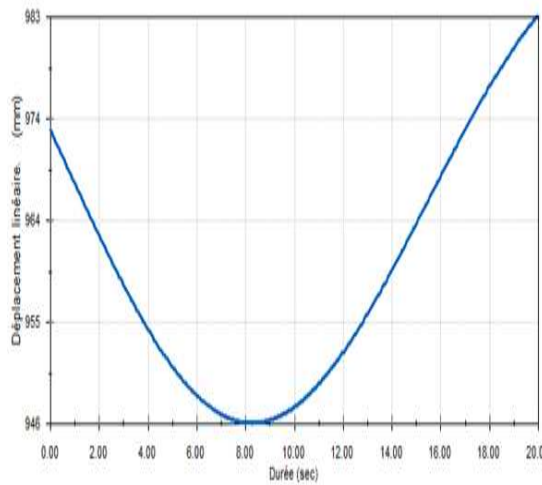
Figure III .28 Déplacement de centre de la nacelle suivant Y



**Figure III .29** Vitesse de centre de la nacelle suivant X



**Figure III .30** Vitesse de centre de la nacelle suivant Y



**Figure III .31** Déplacement du moteur 1

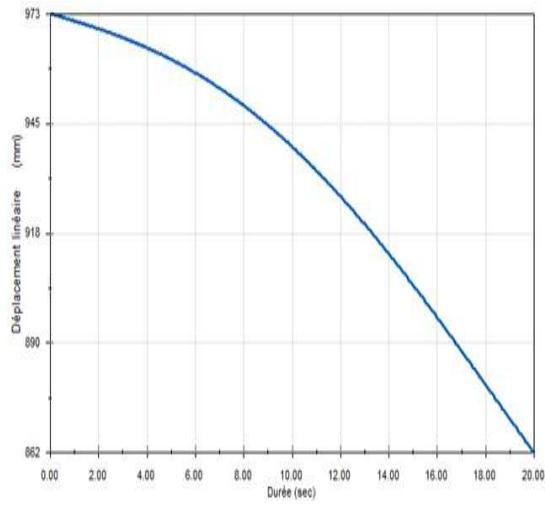


Figure III .32 Déplacement du moteur 2

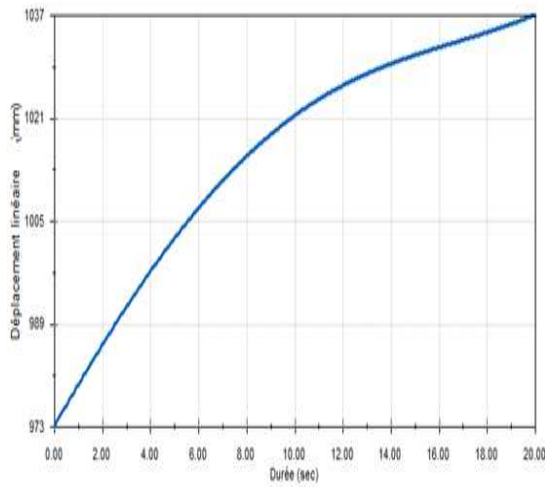


Figure III .33 Déplacement du moteur 3

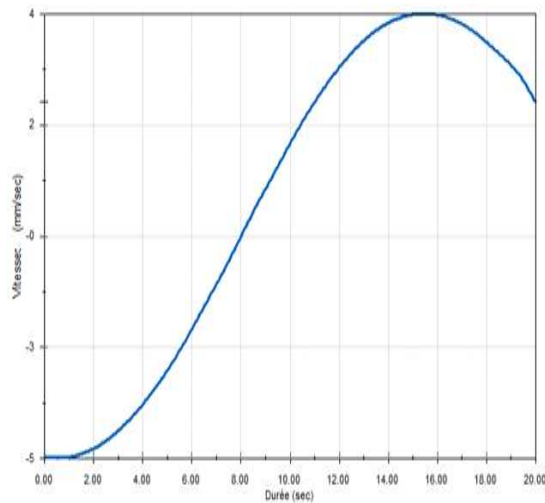
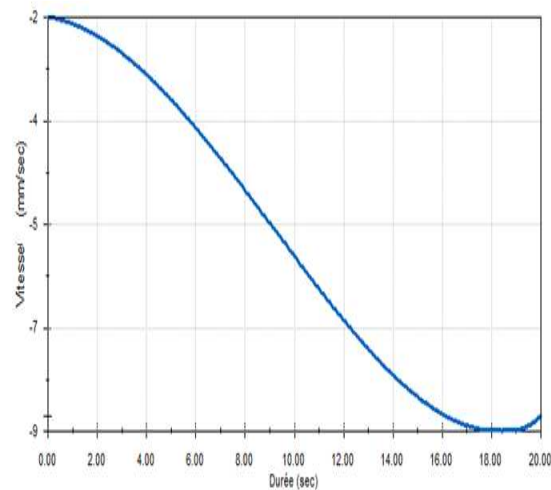
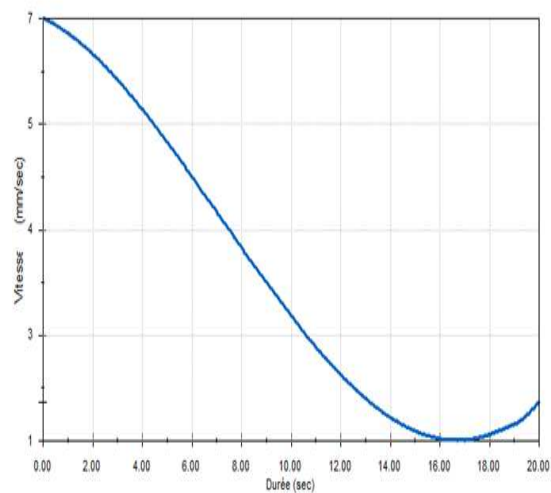


Figure III .34 Vitesse du moteur 1





**Figure III .35** Vitesse du moteur 2



**Figure III .36** Vitesse du moteur 3

Avec les modèles développés dans le chapitre précédent nous pouvons illustrer l'évolution des déplacements des trois moteurs ainsi que ses vitesses. L'efficacité des modèles géométrique et cinématique a été prouvée par une comparaison entre les déplacements et les vitesses trouvés par les modèles (et représentés par MATLAB) et les déplacements et les vitesses de la simulation avec SolidWorks.

### III.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons appliqué les notions de l'approche de modélisation des mécanismes parallèles sur une machine outil parallèle à trois axes. Les équations obtenues par cette étude présentes les relations cinématiques entre les différents organes mobiles de la partie opérative de cette machine.

La partie CAO de cette étude est effectuée en utilisant le logiciel de CAO SolidWorks.

## Conclusion générale

L'analyse de la structure matérielle de la partie opérative d'une machine-outil est nécessaire pour faire une étude cinématique. Pour élaborer cette étude nous avons présenté les différentes modélisations possibles d'une machine-outil, et leurs applications.

L'objectif de cette étude est de déterminer le système d'équations cinématiques reliant la position de la nacelle par rapport à la partie fixe d'une machine outil à structure parallèle à trois axes. Ce type de machines est utilisé en particulier en usinage à grande vitesse de formes complexes. Pour atteindre cet objectif nous avons proposé une approche de modélisation des mécanismes parallèles.

Cette étude est consolidée par une partie pratique concernant « le dessin de la machine » en utilisant le logiciel SolidWorks. Les résultats de la modélisation sont vérifiés en utilisant un programme implémenté sous MATLAB et avec simulation de la machine avec le logiciel SolidWorks.

Les résultats obtenus par cette étude ont démontrée l'importance de l'étude cinématique pour la conception des machines outil parallèles. Ces résultats seront utilisés pour optimiser le dimensionnement et la topologie de la machine outil.

## Bibliographie

- [1] **O. Company**, Machines-outils rapides à structure parallèle. Méthodologie de conception, Applications et nouveaux concepts, Génie Informatique, 05 décembre 2000
- [2] Premières GM Machines outils conventionnelles et modes de travail : [www.kastler.org](http://www.kastler.org)
- [3] génie mécanique fabrication les machines-outils, [www.polymtl.ca](http://www.polymtl.ca)
- [4] Machine-outil à commande numérique : [www.grdfp.polymtl.ca/cloutier](http://www.grdfp.polymtl.ca/cloutier)
- [5] **H. Chanal**, Etude de l'emploi des machines outils à structure parallèle en usinage, Génie Mécanique, 22 septembre 2006
- [6] **G. Prod'homme**, Commande numérique des machines-outils, Génie mécanique,
- [7] TSTI GMP, productique étude des machines outil à C.N. PG & GT 28/11/2008
- [8] **M. Pierre-Y. Pechard** , Génération de trajectoires d'usinage grande vitesse 5 axes par flanc d'outil: intégration d'un critère de fluidité ,génie mécanique ,7 juillet 2009
- [9] **J.M.Bergheau, M .Dursapt, H .Hamdi, C .Pagès, J .Rech, H .Zahouani** ,Usinage à grande vitesse ,Thèses soutenues ,(2005)
- [10] L'UGV, [michel.baehrel.pagesperso-orange.fr](http://michel.baehrel.pagesperso-orange.fr)
- [11] **T. Bonnemains**, Etude du comportement mécanique des machines outils à structure parallèle en Usinage Grande Vitesse, Génie Mécanique par, 1<sup>er</sup> décembre 2009
- [12] **R. Bekhti**, Trajectoires pick and place, lois de commande et simulation sur robot "PAR2", Préparée au Laboratoire d'Informatique de Robotique et de Microélectronique de Montpellier présentée et soutenue par, 05 Juillet 2010
- [13] [WWW.solidworks.fr/products2013](http://WWW.solidworks.fr/products2013)
- [14] [WWW.solidworks.fr/products2003](http://WWW.solidworks.fr/products2003)
- [15] **T.bentaleb**, Contribution à L'étalonnage Géométrique des Robots Industriels, Génie Mécanique, 20 / 12 / 2006

- [16] **D-Ingenieur** , Static Accuracy Enhancement of Redundantly Actuated Parallel Kinematic Machine Tools, 4 March 2010
- [17] **F.Majou**, Analyse cinétostatique des machines parallèles à translations, génie mécanique, septembre 2004

## Résumé

Actuellement on assiste à une utilisation de plus en plus large des machines-outils à structure parallèle surtout dans l'usinage à grande vitesse.

Ces machines outils sont conçues pour atteindre des performances cinématiques et dynamiques plus élevées, l'amélioration de performance de ces machines outils demande une bonne modélisation cinématique de la structure de la machine.

Dans ce mémoire nous avons proposé une approche de modélisation cinématique des machines outils classiques ainsi que l'application de cette approche sur une machine parallèle à trois axes utilisée en usinage à grande vitesse.

*Mots clés :* Modélisation cinématique, Machines outils à structure parallèle, Usinage à grande vitesse

## Abstract

Currently there is a use of increasingly large machine tools in parallel structure especially in high-speed machining.

These machine tools are designed to achieve higher performance kinematics and dynamics, improving performance of these machine tools requires a good kinematic modeling of the structure of the machine.

In this paper we propose a kinematic modeling approach conventional machine tools and the application of this approach on a parallel machine with three axes used in high-speed machining.

*Keywords:* Modeling kinematics, parallel machines tools, High Speed Machining

## ملخص

نشهد حاليا استعمالا متزايدا لآلات القطع ذات التركيبة المتوازية خاصة في مجال التصنيع ذو السرعة العالية.

هذه الآلات مصممة للحصول على خصائص حركية وديناميكية جيدة، تحسين خصائص هذه الآلات يتطلب دراسة حركية دقيقة لهيكل الآلة.

في هذه المذكرة قمنا باقتراح طريقة تصميم حركتي لآلات القطع المتوازية، كما قمنا بتطبيق هذه الطريقة على آلة قطع ذات تركيب متوازية ثلاثية المحاور.

*الكلمات المفتاحية:* التصميم الحركي، الآلات القطع ذات التركيبة، المتوازية التصنيع فائق السرعة.