2-3 Les processus en moyenne mobile MAq

La seconde catégorie de modèles classiques regroupe les processus en moyenne.
Définition. On appelle moyenne mobile (Moving Average) d'ordre q un processus de la forme :
mobile

$$X_t = \epsilon_t + b_1\epsilon_{t-1} + \ldots + b_q\epsilon_{t-q}$$

où les ϵ_j pour $t - q \leq j \leq t$ sont des bruits blancs centrés de variance σ^2.
On notera parfois $X_t = \sum_{j=0}^{q} b_j\epsilon_{t-j}$ en imposant $b_0 = 1$.

A noter que pour l'instant aucune condition n'est nécessaire sur les bi pour que le processus stationnaire

2-4 Les processus mixtes ARMAp,q

Cette classe plus générale de modèles définit des processus sous la forme d'une récurrence auto-régressive avec un second membre de type moyenne mobile.
Définition . Un processus auto-régressif moyenne mobile d'ordres p et q est de la forme :

$$X_t = \sum_{k=1}^{p} a_k X_{t-k} + \sum_{j=0}^{q} b_j\epsilon_{t-j}$$

où les ϵ_j pour $t - q \leq j \leq t$ sont des bruits blancs centrés de variance σ^2.
La stationnarité d'un ARMAp,q est assurée lorsque toutes les racines du polynôme

$$A_p(z) = 1 - a_1z - \ldots - a_pZ$$

sont de module strictement supérieur à 1. Ce polynôme forme avec $B(z) = 1 + b_1z + \ldots + b_qz_p$ les deux polynômes caractéristiques du processus. On supposera également que les polynômes A et B n'ont pas de racine commune

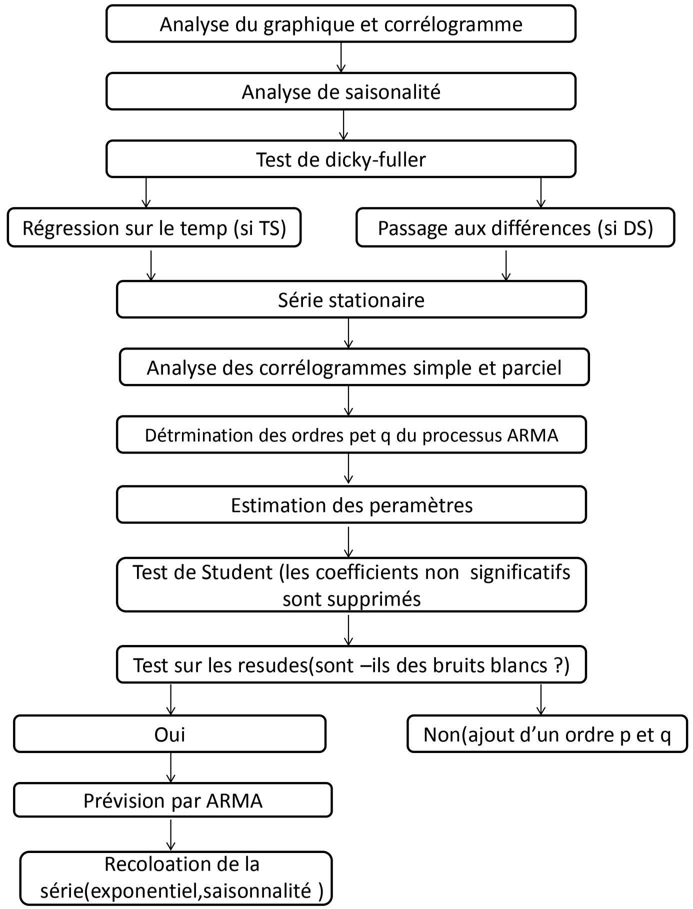
Récapitulatif des propriétés des processus MAq, ARp et ARMAp,q

le tableau suivant récapitule les principales propriétés des processus MAq, ARp et ARMAp,q.

modèle	MA_q	AR_p	$ARMA_{p,q}$
auto-covariance	$\sigma(h) = 0\ \forall h > q$	$\lim_{h\to\infty} \sigma(h) = 0$	$\forall h > q,\ \lim_{h\to\infty} \sigma(h) = 0$
auto-corrélation	$\rho(h) = 0\ \forall h > q$	$\lim_{h\to\infty} \rho(h) = 0$	$\forall h > q,\ \lim_{h\to\infty} \rho(h) = 0$
auto-corrélation partielle	$\lim_{h\to\infty} r(h) = 0$	$r(h) = 0\ \forall h > p$ et $r(p) = a_p$	

03- La méthodologie de Box et Jenkins

Dans la méthodologie d'analyse des séries chronologiques synthétisée par Box et Jenkins en 1976, on utilise ces trois types de processus pour construire un modèle restituant le mieux possible le comportement d'une série chronologique selon une procédure en trois étapes : identification, estimation et diagnostic, qu'il convient de réitérer jusqu'à ce que le résultat soit jugé satisfaisant
Les étapes sont résumées dans le schéma suivant:



TS : stationnarité de nature déterministe **DS :** stationnarité de nature stochastique

Références

- Julien JACQUES http://éric.univ-lyon2.fr/~jjacques/
- Analyse de Séries Chronologiques J.J. Daudin, C. Duby, S. Robin & P. Trécourt (INA-PG, Mathématiques) Mai 1996
- Mme . SENOUCI SAMIRA /Mémoire de magister en sciences commerciales / Essai d'application des modeles de prevision univaries sur la consommation d'energier électrique en Algerier.

مصفوفات التنفذية لدوال هار المحسنة وتطبيقاتها في حل جمل المعادلات التفا-التكاملية

خريدلة كوثر

تحت إشراف الأستاذ: عباسي حسين

تخصص:تحليل الدالي

قسم الرياضيات -كلية الرياضيات و علوم المادة-جامعة قاصدي مرباح ورقلة

الملخص

إن الهدف الرئيسي من هذا العمل إستعمال دوال هار المبسطة في حل جمل المعادلات التفا-تكاملية، إن السمةالاساسية لهده الطريقة هي تحويل جمل المعادلات المذكورةإلى جملة معادلات خطية يسهل حالهاوسنبين مدى الفاعلية التي تكتسبها هده الطريقة من خلال أمثلة تجربية والمقارنة بين النتائج الدقيقة والتقربية لهده الطريقة.

مقدمة

تلعب المعادلات التفا- التكاملية دورا بارزا في تفسيرعدة ظواهر منها الفيزيائية كيمايةو بيولوجيةوقد كان أول ظهور لها في سنة 1900 عن طريق فلتيرا لقدوتعددت طرق لحلها سواء أكان حلا تحليليا أو حلا عددية، هذه المذكرة خصصت لدراسة عددية للمعادلة التفا-التكاملية الخطية

1. التفا-التكاملية

المعادلة التفا-تكاملية هي معادلة تحتوي على التفاضل والتكامل،وتكون من الشكل

$$y^{(n)}(x) = F(x, y(x), y^{'}(x), ..., y^{n-1}(x), \lambda \int_{\Omega} \kappa(x, y(x), y^{'}(x), ..., y^{(n-1)}(x))dt)$$

أو من الشكل

$$L_{\infty}(y) = \lambda \int_{\Omega} \kappa(x,t)M_t(y) + g(x)dt$$

حيث $\kappa(x,t)$ تسمى النواة المعادلة التفا-تكاملية Ω مجموعة جزئية مفتوحة من دوال معلومة

2. دوال هار المحسنة

تعريف 1.2.1. دوال هار

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t < \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \le t < 1 \\ 0 & t \notin [0,1] \end{cases} \qquad (1)$$

اذا كانت $n,k \in \mathbb{Z}$ نعرف

$$\varphi_{n,k}(t) = 2^{n/2}\varphi(2^n x - k)$$

$$\varphi_{n,k}(t) = \begin{cases} 2^{n/2} & si \quad t \in \left[\frac{2k-1}{2^{n+1}}, \frac{2k-1}{2^{n+1}}\right[\\ -2^{n/2} & si \quad t \in \left[\frac{2k-1}{2^{n+1}}, \frac{2k-1}{2^{n+1}}\right[\\ 0 & si \quad t \notin [0,1] \end{cases} \qquad (2)$$

2. دوال هار المحسنة

$$h_{ij}(t) = \begin{cases} 1 & si \quad t \in \left[\frac{j-1}{2^i}, \frac{2j-1}{2^{i+1}}\right[\\ -1 & si \quad t \in \left[\frac{2j-1}{2^{i+1}}, \frac{j}{2^i}\right[\\ 0 & si \quad t \notin \left[\frac{j-1}{2^i}, \frac{j}{2^i}\right[\end{cases} \qquad (3)$$

3. تقريب تابع

$$f(t) = \sum_{r=0}^{+\infty} a_r RH(r;t), \qquad (4)$$

$$f(t) = \sum_{r=0}^{K-1} a_r RH(r;t) = A^T\phi(t) \qquad (5)$$

والشعاع$\phi(t)$

$$\phi(t) = [h_0, h_1, h_2, ...h_{K-1}]^T \qquad (6)$$

والشعاع A

$$A = [a_0, a_1, a_2, ...a_{K-1}]^T \qquad (7)$$

الشعاع المعامل لهار

$$\left[f(\frac{1}{2K}), (\frac{3}{2K}), (\frac{5}{2K}), ...\frac{2K-1}{2K}\right] = A^T\phi_{k*k} \qquad (8)$$

اذايعني

$$A^T = \left[f(\frac{1}{2K}), (\frac{3}{2K}), (\frac{5}{2K}), ...\frac{2K-1}{2K}\right]\phi_{k*k}^{-1} \qquad (9)$$

4. مصفوفة العمليات

سنتاول في هاد الفصل المصفوفة التنفذية المصفوفةالتنفذية للاشتقاق والمصفوفةالتنفذية للتكامل (في طور الانجاز)

5. تطبيق عددي

نقوم في هذا الفصل بحل جمل معادلات التكاملية و التفا-التكاملية بدوال هار (في طور الانجاز)

المراجع

[1] K. Maleknejad , B. Basirat, E.Hybrid Legendre polynomials and Block-Pulse functions approach for nonlinear Volterra–Fredholm integro-differential equations Hashemizadeh, Comput. Math App,l61 (2011) 2821–2828

[2] E. Babolian, Z. Masouri, S. Hatamzadeh-Varmazyar, Numerical solution of nonlinear Volterra–Fredholm integro-differential equations via direct method using triangular functions, Comput. Math. Appl. 58 (2009) 239–247.