



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA

Faculté des Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication  
Département de l'électronique et de télécommunication

MEMOIRE MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Électronique  
Spécialité : Automatique

Présenté par :

BENCHIKH Abdelfattah

OUMAYA Younes

**THEME**

***COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE ROBUSTE BASEE  
SUR UN OBSERVATEUR FLOU POUR SYSTEME  
NON LINIARES INCERTAINS (SNLI)  
VIA BACKSTEPPING***

Soutenu publiquement  
Le : 23 /05/2017

Devant le jury :

Mr	CHAKOUR Chouaib	MAA	Président	UKM Ouargla
Mr	BEN YOUNES Abdelhafid	MAA	Examineur	UKM Ouargla
Mm	KARA Fouzia	MAA	Encadreur	UKM Ouargla
Mr	CHEBBARA Fouad	MCA	Co-Encadreur	UKM Ouargla

Année Universitaire : 2016/2017

# SOMMAIRE

Liste des figures

Abréviations et symboles

Introduction Générale 01

## Chapitre I

### Commande adaptative floue pour les systèmes non linéaires incertains

I.1-Introduction	03
I.2- Systèmes non linéaires	03
I.3- Commande des systèmes non linéaires	03
I.3.1- Commande par linéarisation	03
I.3.1.1- Linéarisation locale	03
I.3.1.2-Linéarisation exacte	03
I.3.1.3-Linéarisation entrée/état	04
I.3.1.4-Linéarisation entrée/sortie	04
I.4-Commande floue	04
I.4.1- Logique floue .....	04
I.4.2- Définitions de la logique floue .....	04
I.4.2.1- L'avantage d'un système flou .....	05
I.4.2.2- Différents domaines d'applications.....	05
I.4.3- principe de la logique floue .....	05
I.4.4- Ensembles flous.....	06
I.4.5- Fonction d'appartenance.....	06
I.4.6- Univers de discours.....	07
I.4.7- Variables floues.....	07

I.4.8- Opérateurs utilisés dans la logique floue .....	07
I.4.9- Règles linguistiques .....	07
I.4.10- Conception d'un contrôleur flou .....	07
I.4.11- Approximation floue.....	09
I.4.12- Les différents types de la commande à base de la logique floue .....	10
I.5-Commande par Lyapunov .....	10
I.5.1-Théorie de Lyapunov .....	10
I.5.2-Type de fonction de Lyapunov.....	10
I.5.3-Quelques exemples de fonctions de Lyapunov .....	11
I.6-Commande robuste par Lyapunov .....	11
I.7- Commande adaptative par Lyapunov.....	12
I.7.1-Généralités sur la commande adaptative .....	12
I.7.2- Commande adaptative .....	12
I.7.3-Principe de la commande adaptative.....	12
I.7.4-Déférentes techniques de commande adaptative .....	13
I.7.5-Système de commande adaptative .....	13
I.7.6-Commande adaptative directe et indirecte.....	14
I.7.7-La différence entre MRAC et STC .....	14
I.7.8-Structure du MR et du SA .....	15
I.7.9-Commande adaptative basée sur Lyapunov .....	15
I.8- Commande adaptative floue.....	18
I.8.1- Définition .....	18
I.8.2-Commande adaptative floue directe et indirecte .....	18
I.8.2.1-Commande adaptative floue directe (auto-ajustable) .....	18
I.8.2.2- Commande adaptative floue indirecte (par modèle de référence MRAC)	18
I.8.3- Propriétés .....	19
I.8.4-Méthodes d'obtention des lois d'adaptation.....	19

I.8.5-Stabilité des schémas de commande floue.....	19
I.9- Conclusion .....	20

## Chapitre II

### Méthode du backstepping avec observateur

II.1- Introduction	21
II.2-Théorie du Backstepping	21
II.2.1- Définition intuitive de la stabilité.....	22
II.3- Commande de stabilisation par la méthode du Backstepping	22
II.3.1- Conditions d'implantation.....	23
II.3.2-Principe du backstepping .....	23
II.4- Backstepping Robuste	29
II.5- Observabilité	29
II.5.1-Définition .....	29
II.5.2- Différents types d'observateurs pour les systèmes non linéaires.....	30
II.6- Commande adaptative backstepping.....	30
II.6.1- Approche adaptative.....	30
II.7- Commande backstepping avec observateur	32
II.7.1- Backstepping avec observateur.....	32
II.7.2- Applicabilité.....	32
II.7.3- Développement théorique d'un exemple du troisième ordre .....	34
II.7.3.1-Système d'ordre 3.....	34
II.7.3.2- Observateur .....	34
II.7.3.3-Transformation de coordonnées .....	35
II.8- Conclusion.....	38

## Chapitre III

### **Commande adaptative floue robuste basé sur un observateur d'état pour les systèmes non linéaires incertains via backstepping**

III.1- Introduction.....	.39
III.2- Formulation de problème.....	39
III.3- Conception de la commande adaptative floue robuste .....	40
III. 4- Exemple illustratif .....	48
III.5- Conclusion.....	58
conclusion général .....	59
Bibliographié	
Résumé	

## Liste des figures

Fig. I.1 : Structure d'un système flou .....	08
Fig. I.2 : Principe des systèmes de commande adaptative .....	12
Fig. I.3 :Commande adaptative basée sur Lyapunov. ....	15
Fig. I.4 :Commande adaptative floue directe. ....	18
Fig. I.5 : Commande adaptative floue indirecte.....	18
Fig. I.6 : Schéma de commande floue .....	19
Fig. II.1 : Le bloc diagramme du premier sous système.....	22
Fig. II.2 : Le bloc diagramme du premier sous-système avec une sortie virtuelle $z_1$ .....	23
Fig. II.3 : Le bloc diagramme du deuxième sous système.....	24
Fig. II.4 : Le bloc diagramme du 2ème sous-Sys avec une sortie virtuelle $z_2$ ....	24
Fig. II.5 : Le bloc diagramme du troisième sous système .....	25
Fig. II.6 : Le bloc diagramme du nième sous-système avec une sortie virtuelle $z_n$ .....	26
Fig. II.7 : schéma de principe de l'observateur .....	28
Fig. II.8 : schéma de principe de la commande adaptative avec observateur .....	30
Fig. II.9 : Schéma du système d'ordre trois.....	31
Fig. III.1 : Sortie du système $y(t)$ et sa référence $y_r(t)$ .....	51
Fig. III.2 : les états $x_2(t)$ et $x_3(t)$ .....	52
Fig. III.3 : Les lois d'adaptation $\lambda(t)$ et $\theta(t)$ .....	52
Fig. III.4 : L'erreur de poursuite $z_1$ .....	53

Fig. III.5 : Le signal de commande globale $u(t)$ .....	53
Fig. III.6 : Sortie du système $y(t)=x_1(t)$ et son état estimé. ....	57
Fig. III.7 : L'état $x_2(t)$ et son état estimé et l'état $x_3(t)$ et son état estimé .....	58
Fig. III.8 : Les lois d'adaptation $\lambda(t)$ et $\theta(t)$ .....	59
Fig. III.9 : L'erreur $e_1$ .....	59
Fig. III.10 : Le signal de commande globale $u(t)$ .....	<u>59</u>

## ***ABREVIATIONS ET SYMBOLES***

$u$	l'entrée de commande.
$y$	la sortie du système.
$\Delta_i$	les perturbations du système
$\varepsilon_i, \delta_i$	les erreurs d'approximative.
$\phi_{i1}, \phi_{i2}$	une fonction non négative lisse connue.
$A, P, Q$	les matrices de Hurwitz.
$\theta_i$	les vecteurs de paramètres adaptation.
$\varphi_i$	les vecteurs régressifs.
$\theta_i^*$	les vecteurs de paramètre optimal.
$w_i$	l'erreur d'approximation floue minimale.
$\alpha_n$	les fonctions de la commande virtuelle (stabilisante intermédiaire).
$V_i$	fonction de Lyapunov.
$\gamma_i$	les matrices du gain adaptatif.
$\Omega$	un ensemble compact.
$\sigma_n$	sont les paramètres de conception.
$z_t$	les variables de l'erreur.
$C_{\theta 1}$	est une constante inconnue.
$\Gamma_{11}^n$	les constantes définitives positives.
$\hat{\theta}_i$	les estimations de $C_{\theta i}^2$ et $\theta_i$ .
$\alpha_1$	est la fonction de stabilisation intermédiaire.
$\lambda_i^0, \theta_i^0, \sigma_{11}$ et $\sigma_{21}$	sont des paramètres de conception positifs.
$e$	l'erreur d'observation .
$d(t)$	les perturbations externes
$\mathbf{X}$	les vecteurs d'état de ce système.
T-S :	Takagi-Sugeno .



FCL :            Fonction de Lyapunov .  
MRAC :        Model référence adaptative control.  
STC :         Self-tunning control.  
MA :          Le mécanisme d'ajustement .  
MR :         Le modèle de référence .  
SA :         Système à adapter

|

---

## Introduction général

Contrairement à l'automatique linéaire, l'automatique non linéaire ne dispose pas de solutions universelles ni pour l'analyse des systèmes ni pour la conception de leurs contrôleurs. La plupart des approches de commande non linéaires exigent la connaissance d'un modèle mathématique du système. Les performances assurées seront directement liées à l'exactitude du modèle utilisé. En effet, l'obtention d'un modèle mathématique à la fois précis, pertinent et simple à exploiter, est parfois difficile et complexe. Pour résoudre ces problèmes, l'utilisation des contrôleurs basés sur l'expertise humaine peut être une alternative. Parmi ces approches, on trouve la commande par logique floue qui ne nécessite pas la connaissance du modèle mathématique du processus à commander, ainsi elle exploite les informations linguistiques de l'expert humain. En plus, les systèmes flous ont la capacité d'approximer n'importe quelle fonction non linéaire inconnue avec un degré de précision donné [1]. Le plus souvent les régulateurs flous sont utilisés dans des systèmes qui possèdent des variations inconnues intrinsèques. L'objectif est donc de conserver de bonnes performances du système global en adaptant le régulateur en fonction des variations du système.

La linéarisation entrée-sortie a été très utilisée en automatique non linéaire pour trouver une relation directe entre la sortie du système et son entrée, afin de mettre en œuvre une loi de commande [2]. Cependant, la complexité et la présence de fortes non linéarités, dans certains cas, ne permettent pas d'avoir une compensation exacte de ces non linéarités et ainsi obtenir les performances de poursuite désirées. De plus, la connaissance du modèle est indispensable ce qui est généralement très difficile. Pour contourner ce problème, l'approximation du modèle ou de la loi de commande peut être une alternative.

Toutefois, les performances de poursuite sont liées directement au choix des valeurs initiales des paramètres ajustables, et la robustesse du système bouclé vis à vis des incertitudes et des perturbations externes ne peut être garantie. Dans ce sens, plusieurs contrôleurs adaptatifs flous robustes utilisant la technique backstepping ont été développés pour remédier à ces inconvénients et maintenir de bonnes performances de poursuite, l'utilisation d'approches de robustification s'avère nécessaire. De manière générale, la synthèse de l'observateur exploite les informations disponibles sur le système réel à savoir ses entrées et ses sorties mesurées on se basant sur un modèle dynamique du système. Dans le cas linéaire, le problème de synthèse d'observateurs est bien maîtrisé. Les solutions

apportées telles que l'observateur de Luenberger ou le filtre de Kalman permettent de répondre à toutes les situations [3]. Cependant, le problème d'estimation d'état des systèmes non linéaires reste sans solution dans un grand nombre de cas et cela, malgré les nombreuses méthodes proposées dans ce sens. Une des classes les plus connues des observateurs robustes est basé sur la théorie des systèmes à structure variable. Ces derniers ont de bonnes propriétés de robustesse vis-à-vis des erreurs paramétriques et des perturbations bornées [4].

Dans notre travail, on exploitera la technique de la logique floue pour approximer des fonctions inconnues concernant le système étudié qui est non linéaire, et on intègre l'adaptation pour ajuster le vecteur de paramètres de ce système. La technique du backstepping adaptée aux systèmes triangulaires, est une méthode de commande récursive basée sur la fonction de Lyapunov. Cette dernière est un outil bien connu pour l'étude de la stabilité des systèmes dynamiques non commandés. Une commande à structure à variable adaptative floue avec des fonctions d'appartenance lisses utilisant le concept de backstepping est systématiquement développé pour rapporter la performance relative de poursuite améliorée.

L'ensemble des travaux réalisés dans le cadre de ce mémoire est regroupé en trois chapitres :

Dans le premier chapitre, on va faire d'abord une petite explication sur la linéarisation des systèmes non linéaires, et on présente le concept de la commande adaptative, puis la commande floue. Nous intéressons uniquement aux lois d'adaptations et à l'approximation.

Le deuxième chapitre, traite en détaille la technique backstepping adaptative. On met la procédure de développement de cette technique et on intègre un observateur d'état pour reconstruire les variables d'état du système.

Dans le troisième chapitre, nous présentons le concept des technique de commande adaptative floue robuste basé sur un observateur d'état pour les systèmes non linéaires incertains (SNLI) via backstepping. Enfin, nous développons une loi de commande d'un système de manipulateur à un seul lien avec l'inclusion de la dynamique du moteur. Nous utiliserons un système flou de type Takagi Sugeno pour approximer les fonctions inconnues. Les résultats obtenus montrent l'efficacité de cette approche.

Le bilan des travaux réalisés est donné en conclusion.



**CHAPITRE 01**  
**CONCEPT GENERAL DE LA COMMANDE ADAPTATIVE**  
**FLOUE POUR LES SYSTEMES NON LINEARES**  
**INCERTAINE**

## **I.1- Introduction**

La plupart des systèmes industriels sont complexes, difficilement modélisables et présentent de fortes non linéarités et entachés de perturbations structurelles et externes.

Dans ce chapitre, nous allons présenter quelques notions théoriques de base sur la logique floue la commande adaptative. La stabilité des systèmes dynamiques sera abordée. Par la suite, l'approche de la commande adaptative floue sera formulée et développée.

## **I.2- Systèmes non linéaires**

On appelle systèmes Linéaires les systèmes physiques représentés par des équations différentielles linéaires à coefficients constants. L'hypothèse de linéarité équivaut au principe de superposition. Les systèmes non linéaires, par opposition aux systèmes linéaires, sont des systèmes physiques qui ne sont pas régis par des équations linéaires. Autrement dit, le principe de superposition ne peut leur être appliqué [09].

## **I.3- Commande des systèmes non linéaires**

### **I.3.1- Commande par linéarisation**

Les méthodes basées sur la linéarisation constituaient, jusqu'à très récemment. L'essentiel des techniques utilisées pour la commande des systèmes non linéaires. Elles permettent, moyennant des approximations et/ou des transformations, de ramener les équations du système sous une forme linéaire [09].

#### **I.3.1.1- Linéarisation locale**

Cette approche repose sur la première méthode de Lyapunov. Elle consiste à déduire le comportement d'un système non linéaire à partir de son système linéaire associé, obtenu par une linéarisation Jacobienne autour du point de fonctionnement désiré [09].

#### **I.3.1.2- Linéarisation exacte**

Cette approche consiste à linéariser le système en boucle fermée, par une série de transformations, sans faire d'approximations. La commande choisie est composée de deux parties. La première a pour rôle d'annuler les différents termes non linéaires du procédé, alors que la deuxième est choisie pour satisfaire les exigences en boucle fermée du système linéarisé [09].

### **I.3.1.3- Linéarisation entrée/état**

Cette approche consiste à choisir la loi de commande  $u$  afin que toutes les équations d'état du système compensé aient une forme linéaire. Cette solution revient à annuler les différentes non-linéarités présentes dans les équations, en insérant des termes absorbants dans l'expression de la commande, afin d'obtenir des relations linéaires entre la nouvelle entrée  $u$  et les différentes variables d'état. Certaines propriétés structurales du système peuvent faciliter la linéarisation [09].

### **I.3.1.4- Linéarisation entrée/sortie**

Le modèle d'un système est souvent représenté par les équations d'état et une équation de sortie. La linéarisation des équations d'état ne garantit pas forcément celle de l'équation de sortie. Quand on s'intéresse aux variables de sortie (problème de poursuite par exemple), il est plus intéressant de linéariser la relation entrée/sortie au prix de laisser une partie des équations d'état non linéaire. C'est le problème de la linéarisation entrée/sortie [09].

## **I.4- Commande floue**

### **I.4.1- Logique floue**

La logique floue a été introduite en 1965 par L.A Zadeh. Elle a été appliquée en commande en 1974 par E.H. Mamdani lors de l'implémentation du premier contrôleur flou [02]. La logique floue (Fuzzy Logic) est une technique de l'intelligence artificielle permettant la formalisation des imprécisions dues à une connaissance globale d'un système complexe. L'introduction en commande de nouvelles techniques telles que la logique floue, a suscité un intérêt sans cesse croissant depuis quelques décennies.

L'intérêt de la logique floue réside dans sa capacité à traiter l'imprécision et l'incertitude. Elle est issue de la capacité de l'homme à décider et agir d'une façon pertinente malgré la nature floue des connaissances disponibles [11].

### **I.4.2- Définitions de la logique floue [12].**

On peut donner deux définitions pour le terme (LOGIQUE FLOUE)

- ❖ la première est que la logique floue intervient dans la manipulation de connaissances insuffisantes et imprécises. Elle permet la représentation et le traitement de ces dernières, afin de pouvoir traiter des systèmes complexes.

- ❖ la seconde représente une extension de la logique classique, dans le but de raisonner sur des connaissances imparfaites.

#### **I.4.2.1- L'avantage d'un système flou**

- ❖ les systèmes flous permettent une simple inclusion d'informations qualitatives dans la conception du contrôleur.
- ❖ les systèmes flous n'exigent pas l'existence d'un modèle analytique du processus à contrôler, et peu d'information est suffisante pour mettre en œuvre la boucle de commande.
- ❖ les systèmes flous sont des systèmes non linéaires et de ce fait plus adaptés à la commande des processus non linéaires.

#### **I.4.2.2- Différents domaines d'applications**

Des produits grand public ont été développés à base de logique floue comme :

- ❖ Appareils électroménagers (lave-linge, aspirateurs, autocuiseurs,...etc.).
- ❖ Systèmes audio-visuels (appareils de photos autofocus, caméscope à stabilisateur d'images, photocopieurs,...).
- ❖ Systèmes automobiles embarqués (BVA, ABS, suspension, climatisation,...etc.),
- ❖ Systèmes autonomes mobiles.
- ❖ Systèmes de transport (train, métro, ascenseur,...).
- ❖ Systèmes de conditionnement d'ambiance.
- ❖ Systèmes de décision, diagnostic, reconnaissance.
- ❖ Systèmes de contrôle/commande dans la plupart des domaines industriels de production, transformation, traitement de produit et déchet.

#### **I.4.3- principe de la logique floue**

La logique floue offre un cadre formel, qui n'existait pas auparavant, pour mettre en œuvre de telles méthodes de façon rigoureuses. Cette section est consacrée à la présentation des bases fondamentales de la logique floue ainsi que leurs utilisations pour représenter le raisonnement approximatif basé sur les expressions linguistiques [12].

#### **I.4.4- Ensembles flous**

La notion d'ensemble flou a pour but de permettre des gradations dans élément à une

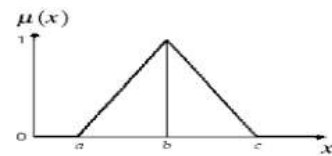
classe, c'est-à-dire d'autoriser un élément à appartenir plus ou l'appartenance d'un moins fortement à cette classe [12].

### I.4.5- Fonction d'appartenance

Dans la plupart des applications de la logique floue, une fonction d'appartenance est associée avec des termes linguistiques qui apparaissent dans les antécédents ou les conséquents des règles. Ces fonctions sont choisis arbitrairement par l'utilisateur, Les formes des fonctions d'appartenance les plus utilisées sont [12] :

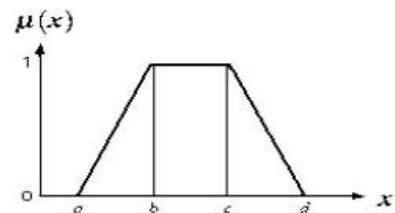
Fonction triangulaire : L'allure est complètement définie par trois paramètres : a, b, c

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{a-x}{a-b} & \text{si } x \in [a,b] \\ \frac{b-x}{b-c} & \text{si } x \in [b,c] \end{cases}$$



Fonction trapézoïdale : Elle est définie par quatre paramètres : a, b, c, d.

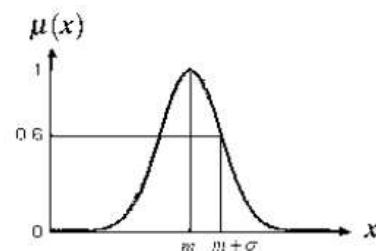
$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{a-x}{a-b} & \text{si } x \in [a,b] \\ 1 & \text{si } x \in [b,c] \\ \frac{d-x}{c-d} & \text{si } x \in [c,d] \end{cases}$$



Fonction gaussienne : Elle est définie par deux paramètres : m, σ.

$$\mu(x, m, \sigma) = e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma}}$$

m : centre de la gaussienne  
σ : sa Largeur



### I.4.6- Univers de discours

L'univers de discours est un intervalle choisit par l'expert pour couvrir toutes les variables floues possibles des entrées ou de sortie, partitionné par des fonctions d'appartenance régulièrement réparties ou non [13].

### I.4.7- Variables floues

Est une variable dont les valeurs sont un terme ou des mots du langage naturel, par



exemple : petit, grand... les expressions sont plus utilisées que les nombres, puisque la caractéristique verbale est moins spécifique que la caractéristique numérique[13] [14].

#### I.4.8- Opérateurs utilisés dans la logique floue

La liaison entre les variables linguistiques s'effectue au niveau des inférences par des opérations floues dont les plus utilisées:

- ◆ **Opérateur ET** : réalisé en logique floue par la formation du minimum de la manière suivante :  $\mu_a(x)$  et  $\mu_b(x)$  sont deux fonctions d'appartenance liées par ET, ce qui est équivalent à  $\mu_c(x) = \min(\mu_a(x), \mu_b(x))$
- ◆ **Opérateur OU** : cet opérateur est réalisé en logique floue par la formation du maximum de la manière suivantes :  $\mu_a(x)$  ou  $\mu_b(x)$  sont deux fonctions d'appartenance liées par OU, ce qui est équivalent  $\mu_c(x) = \max(\mu_a(x), \mu_b(x))$ .

#### I.4.9- Règles linguistiques

Les règles linguistiques dictent le fonctionnement des contrôleurs en reliant des conditions, à des actions sur le procédé. On remarque que la syntaxe est très proche du langage naturel, la forme représentation générale étant la suivante :

SI « la condition A est satisfaite » ALORS « la conséquence B résulte.

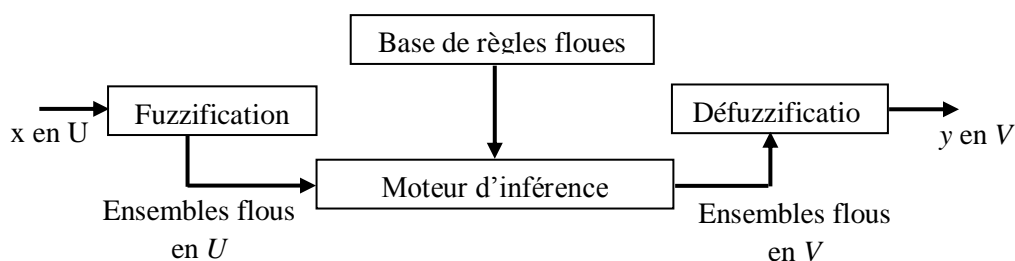
#### I.4.10- Conception d'un contrôleur flou

Le contrôle flou est l'étude de la mise au point et l'expérimentation des systèmes basés sur des règles exprimées par des catégories linguistiques telle que :

SI ( $x$  est  $A_1$ ) ET ( $y$  est  $A_2$ ) ALORS ( $u$  est  $B$ )

où  $A_1, A_2$ , et  $B$  sont des prédicats motionnés comme : positif, grand, nul, négatif [15].

La structure de base d'un système flou est représentée par la figure suivante :



**Fig. I.1** : Structure d'un système flou.

### a) Fuzzification

Dans cette partie, on va effectuer une transformation des variables d'entrée, définies par des fonctions d'appartenance, en des variables linguistiques qui peuvent être traitées par des opérations floues. La Fuzzification par singleton est largement utilisée dans les applications de commande floue, car facile à implémenter, et est défini par:

- ◆ **Moteur d'inférence** : Le moteur d'inférence est le véritable cerveau du contrôleur "flou". Il donne la relation qui existe entre les variables d'entrées et les variables de sortie (exprimées comme variables linguistiques).
- ◆ **Méthode d'inférence MAX-MIN** : cette méthode réalise l'opérateur OU par la formation du maximum et l'opérateur ET par la formation du minimum.
- ◆ **Méthode d'inférence MAX-PROD** : diffère de la méthode précédente dans le fait que « ALORS » est obtenu par la formation de produit.

### b) Défuzzification

Après l'étape d'inférence, on obtient une valeur floue, et puisque les entrées du système à commander sont des valeurs précises, alors il est nécessaire de transformer les valeurs floues en des valeurs numériques bien déterminées. On utilise généralement la méthode du centre de gravité qui est défini par :

$$y = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l (\mu_{A_x \circ R^{(l)}}(\bar{y}^l))}{\sum_{l=1}^M (\mu_{A_x \circ R^{(l)}}(\bar{y}^l))} \quad (I.01)$$

#### I.4.11- Approximation floue

Le choix de la méthode de fuzzification, la stratégie d'inférence et de la méthode de défuzzification permet d'établir différentes classes de systèmes flous. Parmi ces classes, celle utilisant une fuzzification par singleton, une défuzzification par le centre de gravité, et le produit d'inférence, représentent toutes les fonctions de la forme suivante [14] :

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^k \bar{y}^l \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)}{\sum_{i=1}^k \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (I.02)$$

où  $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in U$ ,  $\bar{y}^l$  est le point auquel  $\mu_{G^l}(y)$  prend sa valeur maximale (en général, on prendra),  $\mu_{G^l}(\bar{y}^l) = 1$  et  $F_i^l$  et  $G^l$  sont les ensembles flous. Si on fixe  $\mu_{F_i^l}(x_i)$  et on considère comme des paramètres ajustables, alors (I.02) peut être réécrite comme :

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (\text{I.03})$$

où  $\theta = (\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^M)^T$  est un vecteur de paramètres et  $\xi(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^M(x))^T$  est un vecteur (des fonctions floues du base) régressif avec le régresseur  $\xi^l(x)$  défini comme :

$$\xi^l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^M \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (\text{I.04})$$

Un contrôleur adaptatif flou est construit par un ensemble de règles floues SI-ALORS (descriptions linguistiques), dont ses paramètres sont ajustés en temps réel selon une loi d'adaptation. Le système final en boucle fermée doit être globalement stable dans le sens que tout signal impliqué (des états, des commandes, des paramètres, etc...) doit être uniformément limité et que les erreurs de poursuite convergent vers zéro [18].

#### I.4.12- Les différents types de la commande à base de la logique floue [15]

En se basant sur les différentes règles de commande floue et de leurs méthodes de génération, les approches de commande en utilisant la logique floue peuvent être classées dans les catégories suivantes :

- ❖ La commande floue de type Mamdani
- ❖ La commande floue du type PI ou PID
- ❖ . La commande neuro-floue
- ❖ La commande par mode glissant flou
- ❖ La commande floue adaptative
- ❖ La commande floue de type T-S

## **I.5- Commande par Lyapunov**

### **I.5.1-Théorie de Lyapunov**

La théorie de Lyapunov est un outil important, aussi bien pour les systèmes linéaires que les systèmes non linéaires, malheureusement son utilisation dans le contrôle des systèmes non linéaires est souvent gênée par des difficultés de trouver une fonction de Lyapunov appropriée pour un système donné, si on peut trouver une telle fonction le système est stable, mais la tâche de la trouver est malheureusement délaissée pour l'imagination et l'expérience du concepteur [12].

### **I.5.2-Type de fonction de Lyapunov**

La recherche des fonctions de Lyapunov, c'est-à-dire des fonctions qui peuvent être assignées à être des fonctions de Lyapunov pour une certaine commande, joue un rôle très important pour la stabilisation des systèmes non linéaires et la robustesse de la stabilité ainsi obtenue.

C'est à la fois un outil fondamental d'un point de vue théorique puisque on peut réduire la recherche des lois de commande stabilisantes à la recherche des fonctions de Lyapunov, un outil de synthèse des lois de commande, et un outil pour l'étude de leurs robustesses [13].

### **I.5.3- Quelques exemples de fonctions de Lyapunov**

Dans le cas des systèmes non linéaire, il n'existe pas de méthode systématique pour choisir une fonction de Lyapunov convenable, d'où l'utilisation de l'expérience, de l'intuition et de considérations physiques et de quelques méthodes partielles. Nous proposons quelques fonctions de Lyapunov classiques [14].

- ◆ **Norme du max**
- ◆ **Norme duale du max**
- ◆ **Fonction de Lyapunov quadratique**

Soit n'importe quelle matrice symétrique définie positive  $P$  (Une condition nécessaire et suffisante pour que la matrice symétrique  $P$  soit définie positive est que ses valeurs propres soient toutes positives), alors

$$V(x) = x^T P x$$

Est une fonction candidate de Lyapunov. La dérivée au long de la trajectoire de  $V$  s'écrit :

$$\dot{V}(x) = x^T P f(x) + f(x)^T P x$$

- ❖ Dans ce qui suit, seront présentées des techniques qui répondent aux problèmes que peut poser le choix d'une telle fonction et/ou de la commande, pour des systèmes non linéaires présentant: des incertitudes paramétriques et/ou non paramétriques : commande robuste par Lyapunov.
- ❖ Des paramètres inconnus : commande adaptative par Lyapunov.
- ❖ Un ordre élevé : commande par backstepping. Cette méthode, qui sera présentée en détail dans le chapitre 2, offre l'avantage de répondre simultanément à ces trois problèmes.

## **I.6- Commande robuste par Lyapunov**

Une solution intéressante au problème des incertitudes (paramétriques et/ou non) est donnée par la synthèse de Lyapunov. Cette technique utilise la fonction de Lyapunov d'un système nominal pour calculer une commande qui vient s'ajouter à la commande initiale, afin de robustifier le système en présence d'incertitudes qui satisfont les paramètres inconnus se trouvent dans la même équation d'état que la commande [13].

## **I.7- Commande adaptative par Lyapunov**

### **I.7.1- Généralités sur la commande adaptative [15]**

La commande adaptative a débutée dans les années 50 comme solution pour contrôler les processus fonctionnant sous des conditions et environnement variables dans le temps. Dans les années 60 plusieurs contributions de la théorie de la commande ont été introduites dans le développement de la commande adaptative, comme par exemple l'approche d'état et les théories de stabilité... . Au début des années 70, les différentes méthodes d'estimation ont été introduites dans la commande adaptative.

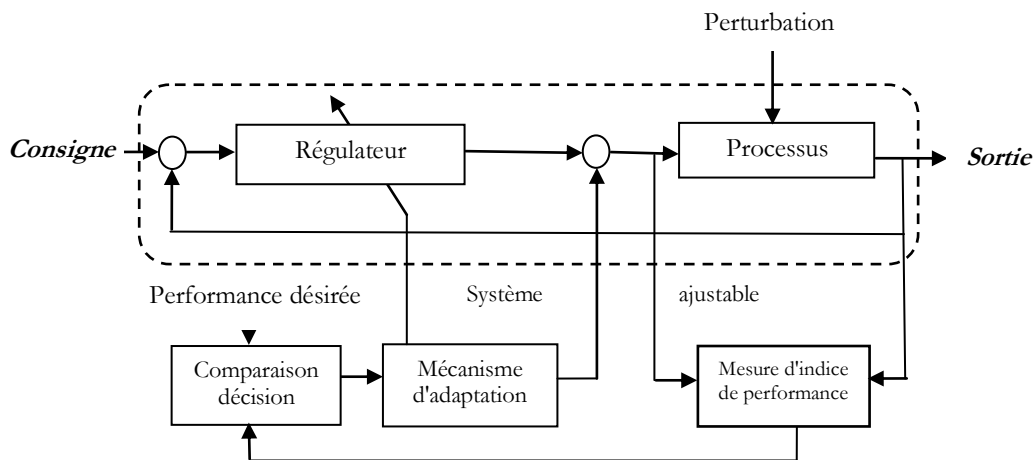
L'utilisation de la commande adaptative en industrie a commencé au début des années 80 en parallèle avec une rapide évolution en micro-électronique qui a permis d'implémenter des régulateurs adaptatifs sur des systèmes à microprocesseurs.

### **I.7.2- Commande adaptative**

Adapter veut dire changer un comportement en conformité avec de nouvelles circonstances. Intuitivement, un contrôleur adaptatif est un régulateur qui peut modifier son comportement en réponses aux changements de la dynamique d'un system et aux perturbations. Le contrôle adaptatif consiste à éliminer les perturbations structurelles (les variations des paramètres) agissant sur la performance du système de contrôle. Un système de contrôle est adaptatif, si on plus d'une contre réaction conventionnelle, il contient une boucle fermée de contrôle de son indice de performance. Une solution de problème est apportée par l'approche appelée commande adaptative [16].

### I.7.3- Principe de la commande adaptative

La commande adaptative est un ensemble de techniques permettant un ajustement automatique en temps réel des paramètre des régulateurs des boucles de commandes afin de réaliser ou maintenir un niveau de performance désiré lorsque les paramètres du processus sont inconnus et/ou varient dans le temps [16].



**Fig. I.2 :** Principe des systèmes de commande adaptative.

### I.7.4- Dférentes techniques de commande adaptative

Deux approches principales ont été établies pour palier ces contraintes :

1. la commande adaptative a modèle de référence (model référence adaptative control MRAC).
2. la commande auto-ajustable (self-tunning control: STC).

La déférence entre ces deux modes réside dans le mode d'ajustement des paramètres du régulateur.

Pour la commande adaptative a modèle de référence, cet ajustement a une seul étape (méthode direct) : il est possible d'ajuter directement en boucle fermée les paramètres du régulateur.

Pour la commande auto-ajustable, l'ajustement se fait en deux étapes (méthode indirect):la reconstitution du régulateur passe par l'identification en boucle fermée des paramètres inconnus du système [16].

### **I.7.5- Système de commande adaptative**

Un système de commande adaptative mesure un certain indice de performance du système de commande, et à partir de l'écart entre l'indice de performance désiré et l'indice de performance mesuré, le mécanisme d'adaptation modifie les paramètres du système ajustable. On génère des signaux de commande auxiliaire, afin de maintenir l'indice de performance du système dans le voisinage des valeurs désirées.

On note que les systèmes de commande adaptative, même s'il s'agit de la commande d'un système linéaire à paramètre inconnus, sont des systèmes non linéaires car les paramètres du régulateur dépendent des variables ou des procédés à travers les mécanismes d'adaptation. Ceci explique les difficultés d'analyse et de synthèse de tels systèmes [16].

### **I.7.6- Commande adaptative directe et indirecte**

Deux approches principales existent pour la commande adaptative (des processus à paramètres inconnues ou variable dans le temps):

- La commande adaptative direct dont laquelle les paramètres du régulateur sont ajustés directement et en temps réel à partir d'une comparaison entre les performances réelles et performance désirée (c'est le cas en particulier de la commande adaptative a modèle de référence (Model Referance Adaptative Control "MRAC").
- La commande adaptative indirecte, qui suppose une estimation des paramètres du processus par une procédure d'identification (c'est le cas des régulateurs auto-ajustables (self-tuning control "STC")) [16].

### **I.7.7-La différence entre MRAC et STC**

Le problème de la commande adaptative avec modèle de référence (MRAC) est de déterminer le mécanisme d'ajustement (MA) pour qu'un système stable qui mène l'erreur à zéro soit obtenu la différence entre le (MRAC) et le (STC) (système de commande auto ajustable ou auto réglable) réside dans le mode d'ajustement des paramètres du régulateur [16].

Pour STC, l'ajustement se fait en deux étapes, utilisant d'algorithmes explicites ou indirect la reconstruction du régulateur passe par l'identification en boucle fermée du paramètre inconnu du système, puis par l'adaptation de ces paramètres [16].

Pour MRAC, l'ajustement se fait en une seule étape. il est possible d'ajuster les paramètres de régulateur directement en boucle fermée, utilisant des méthodes directes ou implicites.

### **I.7.8- Structure du MR et du SA**

Il y a plusieurs structures de modèles de référence MR et du système à adapter SA dépendant de la position relative et de la structure du MR et de SA, aussi bien de la manière dont l'erreur générée est formée. Les trois structures communes sont: parallèle, série et série-parallèle [16].

### **I.7.9-Commande adaptative basée sur Lyapunov**

L'idée principale de l'utilisation de la fonction de Lyapunov dans la commande adaptative, consiste à calculer une loi de commande et une loi de mise à jour des paramètres, afin de garantir que la dérivée d'une certaine fonction, définie positive et bien choisie, est non positive. L'approche consiste donc à trouver un triplé (fonction de Lyapunov, loi de commande, loi d'adaptation) (Fig. I.3) qui répond aux spécifications. Les tâches s'effectuent simultanément, et la dynamique de l'estimation est prise en compte et/ou maîtrisée, afin d'éviter tout effet destructeur. C'est grâce à cette propriété que ce type de méthodes présente un intérêt pour la commande des systèmes non linéaires [13].



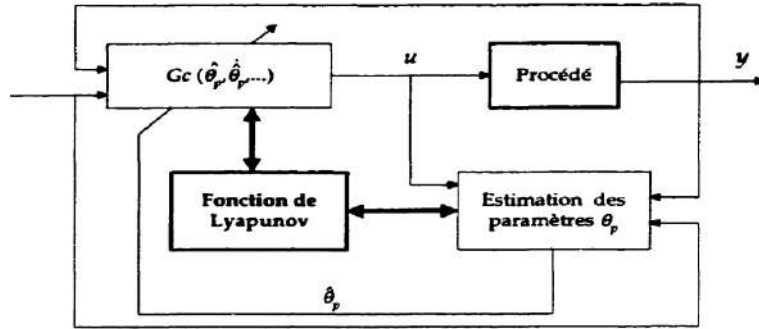


Fig. I.3 : Commande adaptative basée sur Lyapunov.

### Principe

Il s'agit, pour un système scalaire, d'utiliser la fonction de Lyapunov pour calculer une loi de commande et une dynamique d'adaptation qui assurent la stabilité, en présence d'incertitude décrit par l'équation [13] :

$$\dot{x} = u + \varphi(x)^T \theta \quad (\text{I.05})$$

où  $\theta$  est un vecteur de paramètres constants et inconnus. On désire trouver la loi de commande  $u(x, \theta)$  qui assure la stabilité de l'origine du système (I.05). Pour ce faire on prend comme fonction de Lyapunov (fcl), la forme quadratique

$$v_1(x) = \frac{1}{2}x^2 \quad (\text{I.06})$$

Qui est définie positive. Sa dérivée, évaluée le long de la solution de (I.05), s'écrit

$$\dot{v}_1 = x\dot{x} = x[u + \varphi(x)^T \theta] \quad (\text{I.07})$$

Le choix de la loi de commande

$$u(x, \theta) = -\varphi(x)^T \theta - k_1 x \quad (\text{I.08})$$

où  $k_1 > 0$ : permet de rendre négative. En effet, avec un tel choix, on a

$$\dot{v}_1 = -k_1 x^2 \leq 0 \quad (\text{I.09})$$

Deux cas se présentent alors :

- ◆  $\theta$  est connu : la loi de commande (I.07) peut être réalisée, ce qui permet de stabiliser l'origine du système. L'objectif du design est ainsi atteint.

- ◆  $\theta$  est inconnu : le contrôleur décrit par (I.07) ne peut être réalisé. On se propose de le remplacer par son équivalent (basé sur le principe de l'équivalence certaine), où, au lieu de  $\theta$ , on utilise son estimé  $\tilde{\theta}$  dans (I.07)

$$u = -\varphi(x)^T \tilde{\theta} - k_1 x \quad (\text{I.10})$$

Non remplaçons (I.10) dans (I.05), on obtient

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -k_1 x + \varphi(x)^T (\theta - \hat{\theta}) \\ &= -k_1 x + \varphi(x)^T \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (\text{I.11})$$

où,  $\tilde{\theta}$  représente l'erreur d'estimation  $(\theta - \hat{\theta})$ . La dérivée de la fonction donnée par (I.06) s'écrit avec ces choix.

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= x [-k_1 x + \varphi(x)^T \tilde{\theta}] \\ &= -k_1 x^2 + x \varphi(x)^T \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (\text{I.12})$$

Étant donné que l'expression contient le terme inconnu  $\tilde{\theta}$ , son signe est indéfini. Et aucune conclusion ne peut être tirée quant à la stabilité du système. Afin d'en savoir plus sur cette stabilité, on construit un contrôleur dynamique, en augmentant (I.10) d'une loi de mise à jour pour l'estimé  $\hat{\theta}$ . Un bon choix de cette loi, qui doit assurer la stabilité de l'ensemble, est à déterminer. On définit alors une nouvelle fonction Lyapunov en ajoutant, à la fonction initiale donnée par (I.06), un terme quadratique en l'erreur d'estimation  $\tilde{\theta}$ .

$$v_2(x, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (\text{I.13})$$

où:  $\Gamma$  est une matrice (définie positive) qui représente le gain d'adaptation. La dérivée de cette fonction devient alors

$$\begin{aligned} \dot{v}_2 &= x \dot{x} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= -k_1 x^2 + x \varphi(x)^T \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= -k_1 x^2 + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} [\dot{\tilde{\theta}} + \tau] \end{aligned} \quad (\text{I.14})$$

où.  $\tau = \Gamma x \varphi(x)$

La dérivée reste toujours indéfinie, mais cette fois, le degré de liberté, offert par le libre choix de la dynamique de mise à jour, permet de choisir cette dernière de façon à annuler le second terme de l'équation, on choisit

$$\dot{\hat{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}} = \tau \quad (\text{I.15})$$

On obtient

$$\dot{v}_2 = -k_1 x^2 \leq 0 \quad (\text{I.16})$$

Le système résultant est donné par (I.05) avec la loi de commande (I.10), et la loi de mise à jour (I.11)

## **I.8- Commande adaptative floue**

### **I.8.1- Définition**

Le plus souvent, les régulateurs flous sont utilisés dans des systèmes qui possèdent des variations inconnues intrinsèques. L'objectif est donc de conserver de bonnes performances du Système complet en adaptant le régulateur en fonction des variations du système.

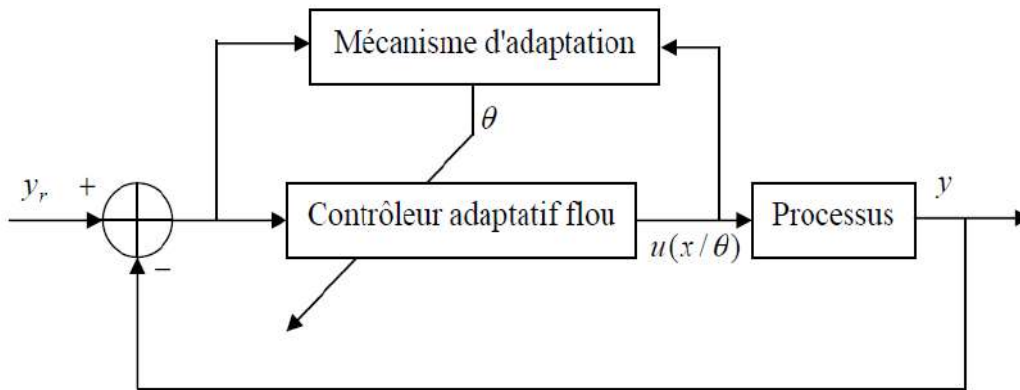
La commande adaptative floue se compose donc d'un régulateur flou adaptatif (soit unique, soit choisi parmi un groupe de régulateur en fonction de ses performances). La chose la plus importante qui différencie un régulateur adaptatif flou d'un régulateur adaptatif conventionnel est que le premier peut prendre en compte des informations linguistiques. Ceci qui est très important lorsque le système possède des incertitudes que l'opérateur humain appris à anticiper.

### **I.8.2- Commande adaptative floue directe et indirecte**

Les régulateurs adaptatifs flous sont classés en deux catégories.

#### **I.8.2.1- Commande adaptative floue directe (auto-ajustable)**

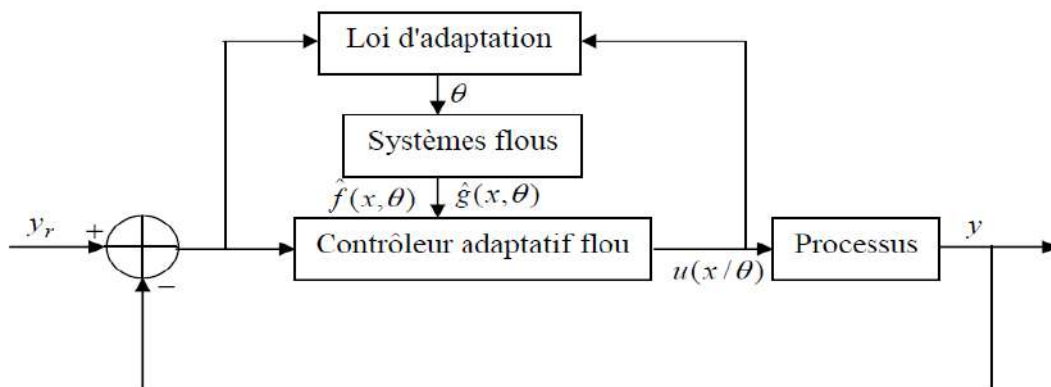
La loi de commande est directement approximée par un ou plusieurs systèmes adaptatifs flous. La structure de cette commande est montrée sur la Fig. I.4



**Fig. I.4 :** Commande adaptative floue directe.

### I.8.2.2- Commande adaptative floue indirecte (par modèle de référence MRAC)

Dans cette méthode on approxime d'abord le modèle du processus par des systèmes adaptatifs flous puis on synthétise la loi de commande à partir du modèle approximé. La figure (I.5) montre la structure de la commande adaptative floue indirecte.



**Fig. I.5 :** Commande adaptative floue indirecte.

### I.8.3- Propriétés

Les lois d'ajustement rendent les commandes adaptatives non linéaires calcul de stabilité, commande non linéaire.

Deux classes de problèmes :

- ❖ Auto-ajustement des paramètres : les paramètres sont fixes mais inconnus.
- ❖ Adaptation des paramètres : les paramètres changent.

La commande adaptative peut être réalisée dans un environnement déterministe ou dans un environnement stochastique. Dans ce cas, on ajoute au modèle de processus et un modèle de perturbation.

#### I.8.4- Méthodes d'obtention des lois d'adaptation

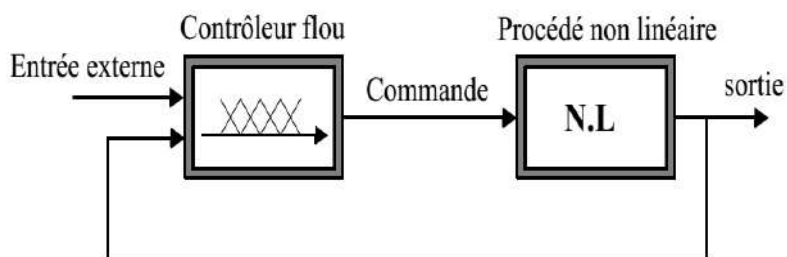
Parmi les méthodes utilisées pour la détermination des lois d'adaptation, on cite la méthode de Lyapunov et l'approche de descente du gradient.

#### I.8.5- Stabilité des schémas de commande floue

La théorie d'approximation universelle garantit la possibilité de modéliser la dynamique des systèmes non linéaires par des systèmes flous. Ces derniers sont utilisés pour concevoir des contrôleurs flous. Reste qu'une des propriétés fondamentales de la commande, à savoir la stabilité, doit être assurée [11].

Pour diminuer le risque d'implantation d'un contrôleur flou et minimiser le danger des conséquences d'une synthèse insuffisante, il est donc nécessaire d'analyser le problème de stabilité. La stabilité des boucles de commande est généralement assurée dans la mesure où tous les signaux d'entrée et de sortie restent bornés [11].

Soit le schéma de commande floue bouclé suivant:



**Fig. I.6 :** Schéma de commande floue.

Pour analyser la stabilité du schéma de commande illustré à la figure I.6, on dispose de plusieurs approches : les méthodes d'analyse qualitative, les méthodes géométriques, la théorie d'hyper stabilité, la théorie de Lyapunov. L'utilisation d'un formalisme ou d'un autre conduit généralement à des résultats d'analyse équivalents. Dans la littérature de la commande floue, nous avons constaté que la théorie de Lyapunov est une technique très utilisée [11].

## **I.9- Conclusion**

Dans ce chapitre, on a présenté un contrôleur adaptatif flou, n'exigeant pas un modèle mathématique précis du système, capable d'incorporer des règles floues SI-ALORS décrivant le système, et qui garantit la stabilité globale du système en boucle fermée résultant en des signaux uniformément limités.

A decorative rectangular border with ornate floral and scrollwork patterns in a light teal color, framing the central text.

## **CHAPITRE 02**

### **METHODE DU BACKSTEPPING AVEC OBSERVATEUR**

## II.1- Introduction

Durant ces dernières années, une grande partie de la communauté scientifique s'est intéressée à la recherche des procédures récursives pour la mise au point des lois de commande pour les systèmes non linéaires, comme par exemple le backstepping. Un certain nombre d'ouvrages traitant cette nouvelle approche théorique sont apparus [17] [18]. Des applications à des procédés ont aussi été présentées dans la littérature [19] [20].

Le Backstepping est une méthode systématique pour la conception de contrôle non linéaire, elle peut être appliquée pour une classe générale de systèmes. Cette technique est basée sur l'utilisation des fonctions de Lyapunov pour ce qui est de l'étude de la stabilité.

La méthode du backstepping, telle qu'elle est présentée jusqu'ici, suppose la disponibilité de la mesure d'état du procédé (au complet). Dans le cas où une partie de cet état n'est pas mesurable, le backstepping (dans sa forme de base) ne peut être appliqué. Une solution consiste alors à remplacer l'état par un estimé, fourni par un observateur [05].

L'observabilité d'un processus est un concept très important en automatique. En effet, pour reconstruire l'état et la sortie d'un système, il faut savoir, a priori, si les variables d'état sont observables ou non. En général, pour des raisons de réalisabilité technique, de coût, etc.. la dimension du vecteur de sortie est inférieure à celle de l'état [19].

## II.2-Théorie du Backstepping

L'idée de base de la commande par le Backstepping est de rendre les systèmes bouclés équivalents à des sous-systèmes d'ordre 1 en cascade stable au sens de Lyapunov, ce qui leur confère des qualités de robustesse et une stabilité globale asymptotique. En d'autre terme, c'est une méthode multi-étages. A chaque étape du processus, une commande virtuelle est ainsi générée pour assurer la convergence du système vers son état d'équilibre. Cela peut être atteint à partir des fonctions de Lyapunov qui assurent pas à pas la stabilisation de chaque étape de synthèse. Le Backstepping est :

- ◆ applicable au système de type triangulaire inférieur ou appelée aussi boucle de retour stricte c'est à dire la dérivée de chaque composante du vecteur d'état doit être en fonction des composantes précédentes et dépendre additivement de la composante suivante.



- ◆ Commencant avec la première équation différentielle du système  $\dot{x}_1$  qui est plus loin de l'entrée de commande  $u$ , et n'achève la loi de commande de type d'expression analytique qu'en dernière étape.
- ◆ Elle construit une sortie passive et une fonction de stockage qui est utilisée comme une fonction Lyapunov.

**II.2.1- Définition intuitive de la stabilité :** Si le système est initialement "légèrement" perturbé de son point d'équilibre le système reste "proche" de ce point d'équilibre [05 ].

**II.2.2- Point d'équilibre :** C'est un point pour lequel  $\dot{x} = 0$ . Un point d'équilibre est une valeur de l'état  $x_{eq}$  telle que lorsque l'argument  $x$  de  $f(x)$  est remplacé par  $x_{eq}$ , alors  $f(x)$  s'annule :  $\dot{x} = f(x_{eq}) = 0$ .

### II.3- Commande de stabilisation par la méthode du Backstepping

Cette technique met à profit des relations causales successives pour construire de manière itérative et systématique une loi de commande et une fonction de Lyapunov stabilisante. De plus, contrairement au bouclage linéarisé, le backstepping offre la possibilité de conserver dans le bouclage les non linéarités stabilisantes. Pour qu'elle puisse s'appliquer, le système non linéaire doit être sous la forme paramétrique de boucle de retour stricte.

Considérons le système sous la forme paramétrique du type boucle de retour stricte suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = g_i(x_i, t)x_{i+1} + f_i(x_i, t) \\ (i = 1, \dots, n-1) \\ \dot{x}_n = g_n(x_n, t)u + f_n(x_n, t) \\ y = x_1 \\ x_{t_0} = x_0 \end{cases} \quad (\text{II.01})$$

où :  $x_i = [x_1, x_2, \dots, x_i] \in \mathfrak{R}^i$   $u \in \mathfrak{R}, y \in \mathfrak{R}$ : Sont respectivement vecteurs des états d'entrées et de sortie.  $g_i \neq 0, f_i \neq 0$ : sont de fonctions non linéaires continues et dérivables.  $g_n \neq 0, f_n \neq 0$ : Sont de fonctions non linéaires continues.

Notre objectif est de concevoir un contrôleur dans la contre réaction pour le système (II.01) garantissant une stabilité et force le système d'aller vers le point d'équilibre:

$$y(t) = 0 \text{ quand } t \rightarrow \infty$$

La conception de la procédure du backstepping contient  $n$  étapes, durant la  $i^{\text{ème}}$  étape une loi de commande intermédiaire appelée aussi fonction stabilisante ou loi de commande virtuelle  $\alpha_i$ , doit être déterminée en utilisant une fonction de Lyapunov appropriée  $V_i$ .

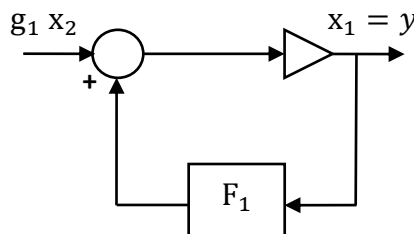
Considérons l'équation du système (II.1) quand  $i=1$ , dans la première étape, le premier sous-système avec une sortie passive  $z_1$  et une entrée  $x_2$ , est rendue passive par une loi de contrôle virtuelle  $\alpha_1(x_1)$ , le second sous-système avec une sortie passive  $z_2 = x_2 - \alpha_1$  et une entrée  $x_3$ , est rendue passive par une loi de commande virtuelle  $\alpha_2(x_1; x_2)$ , cette procédure est applicable jusqu'au  $n$  sous système avec une sortie  $z_n = x_n - \alpha_{n-1}$  et une entrée  $u$ . La sortie  $z_n$  est rendue passive et GAS par une loi de commande finale  $u$ .

### II.3.1- Conditions d'implantation

Comme la majorité des méthodes de commande étudiées, l'application de la technique backstepping est limitée à certaines classes de systèmes. Les systèmes dans ce cas doivent être sous une certaine forme triangulaire [17].

### II.3.2-Principe du backstepping

#### Première étape



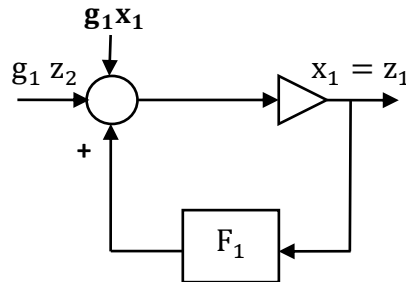
deuxième variable du backstepping deuxième variable du backstepping deuxième variable du backstepping deuxième variable du backstepping deuxième variable du backstepping.

Définissons la première variable de la procédure soit  $z_1$  comme sortie virtuelle du premier sous système  $z_1 = x_1$ . La dérivée dans le temps est :

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 = g_1 z_2 + g_1 \alpha_1 + f_1 \quad (\text{II.2})$$

Et une deuxième variable du backstepping  $z_2 = x_2 - \alpha_1$ , avec  $\alpha_1$  une loi de commande virtuelle qui doit être déterminé plus en tard. Pour trouver cette loi de commande nous construisons une fonction Lyapunov partielle de type quadratique :

$$V_1(z_1) = (1/2)z_1^2 \quad (\text{II.03})$$



**Fig. II.2 :** Le bloc diagramme du premier sous-système avec une sortie virtuelle  $z_1$ .

Sa dérivée par rapport au temps est :

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = g_1 z_1 z_2 + \dot{z}_1 (g_1 \alpha_1 + f_1) \quad (\text{II.04})$$

on pose:  $(g_1 \alpha_1 + f_1) = -c_1 z_1$

La non linéarité est remplacé par un contrôle linéaire et  $\alpha_1$  est choisie de telle sorte que  $\dot{V}_1$  soit négative définie :

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_1} (-c_1 z_1 - f_1) \quad (\text{II.05})$$

où  $c_1$  est une constante de conception positive. Notant que  $\alpha_1$  a été choisi de manière à éliminer le non linéarité  $f_1$  et d'avoir  $\dot{V}_1 < 0$ . On substituant  $\alpha_1$  dans  $V_1$  et dans  $z_1$ , on trouve :

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + g_1 z_1 z_2 \\ \dot{z}_1 = g_1 z_2 - c_1 z_1 \end{cases} \quad (\text{II.06})$$

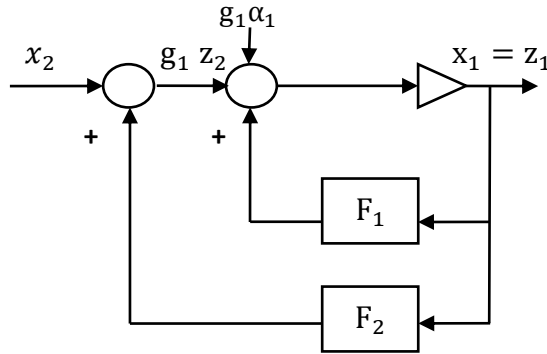
Pour une stabilité globale, le dernier terme  $g_1 z_1 z_2$  dans  $\dot{V}_1$  sera éliminé dans la prochaine étape.

### Deuxième étape :

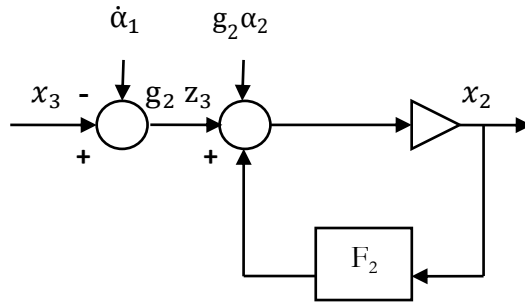
Dans cette étape nous utilisons une nouvelle variable  $z_3 = x_3 - \alpha_2$  comme une sortie pour le second sous-système avec  $x_3$  comme entrée et réécrivant la seconde équation du système (II.01) :

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = g_2 z_3 + g_2 \alpha_2 + f_2 - \dot{\alpha}_1 \quad (\text{II.07})$$

Puisque  $\alpha_1(x_1)$  est la fonction stabilisante du sous-système 2 alors :



**Fig. II.3 :** Le bloc diagramme du deuxième sous système .



**Fig. II.4 :** Le bloc diagramme du 2<sup>ème</sup> sous-Sys avec une sortie virtuelle  $z_2$ .

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\delta \alpha_1}{\delta t} = \frac{\delta \alpha_1}{\delta x_1} \dot{x}_1 = \frac{\delta \alpha_1}{\delta x_1} (g_1 x_2 + f_1) \quad (\text{II.08})$$

En substituant  $\dot{\alpha}_1$  dans  $\dot{z}_2$ .

$$\dot{z}_2 = g_2 z_3 + g_2 \alpha_2 + f_2 - \frac{\delta \alpha_1}{\delta x_1} (g_1 x_2 + f_1) \quad (\text{II.09})$$

Maintenant nous procédons à trouver une fonction de Lyapunov  $V_2$  pour le second sous système, parce que  $z_2$  est une sortie passive, un choix possible de la fonction du stockage :

$$v_2(z_1, z_2) = v_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (\text{II.10})$$

Sa dérivée dans le temps est :

$$\dot{v}_2 = \dot{v}_1 + z_2 \dot{z}_2 = -c_1 z_1^2 + g_2 z_2 z_3 + z_2 (g_1 z_1 + g_2 \alpha_2 + f_2 - \frac{\delta \alpha_1}{\delta x_1} (g_1 x_2 + f_1)) \quad (\text{II.11})$$

La propriété clé de cette expression est que tous les termes potentiellement indéfinis paraissent multipliés par  $z_2$ . D'où, notre contrôle virtuelle  $x_3 = \alpha_2(x_1; x_2)$  peut être choisi de faire  $\dot{v}_2$  négative défini. Une conception possible est :

$$\alpha_2 = \frac{1}{g_2} (-c_2 z_2 - g_1 z_1 - f_2 + \frac{\delta \alpha_1}{\delta x_1} (g_1 x_2 + f_1)) \quad (\text{II.12})$$

où  $c_2$  est une constante positive de conception. On substituant  $\alpha_2$  dans  $V_2$  et dans  $z_2$ , on trouve

$$\begin{cases} \dot{v}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + g_3 z_3 z_4 \\ \dot{z}_3 = g_3 z_4 - c_3 z_3 - g_2 z_2 \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Pour une stabilité globale, le dernier terme  $g_3 z_2 z_3$  dans  $\dot{v}_2$  sera éliminé dans la prochaine étape.

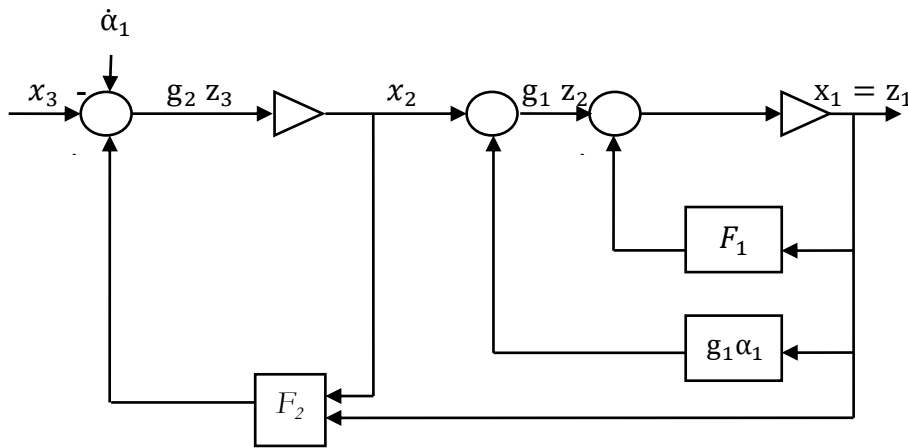


Fig. II.5 : Le bloc diagramme du troisième sous système .

### Troisième étape

Commençons par la troisième variable de la procédure soit  $z_3 = x_3 - \alpha_2$  comme une sortie pour le troisième sous-système avec  $x_4$  comme entrée, définissant une nouvelle variable  $z_4 = x_4 - \alpha_3$ , avec  $\alpha_3$  est la fonction stabilisante du troisième sous système et réécrivant la troisième équation du système (II.01) : la dérivée dans le temps est :

$$\dot{z}_3 = \dot{x}_3 - \dot{\alpha}_2 = g_3 z_4 + g_3 \alpha_3 + f_3 - \frac{\delta \alpha_2}{\delta x_2} (g_2 x_3 + f_2) - \frac{\delta \alpha_2}{\delta x_1} (g_1 x_2 + f_1) \quad (\text{II.14})$$

Parce que  $z_3$  est une sortie passive, un choix possible de la fonction de Lyapunov :

$$\begin{aligned} \dot{v}_3 &= \dot{v}_1 + \dot{v}_2 + z_3 \dot{z}_3 \\ &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + g_3 z_3 z_4 + z_3 (g_2 z_2 + g_3 \alpha_3 + f_3 - \frac{\delta \alpha_2}{\delta x_1} (g_1 x_2 + f_1) - \frac{\delta \alpha_2}{\delta x_2} (g_2 x_3 + f_2)) \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

Sa dérivée dans le temps est :

$$\begin{aligned} \dot{v}_3 &= \dot{v}_1 + \dot{v}_2 + z_3 \dot{z}_3 \\ &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + g_3 z_3 z_4 + z_3 (g_2 z_2 + g_3 \alpha_3 + f_3 - \frac{\delta \alpha_2}{\delta x_1} (g_1 x_2 + f_1) - \frac{\delta \alpha_2}{\delta x_2} (g_2 x_3 + f_2)) \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

La commande virtuelle  $x_4 = \alpha_3(x_1, x_2, x_3)$  peut être choisi en rendant  $\dot{v}_3$  définie négative.

Une conception possible est :

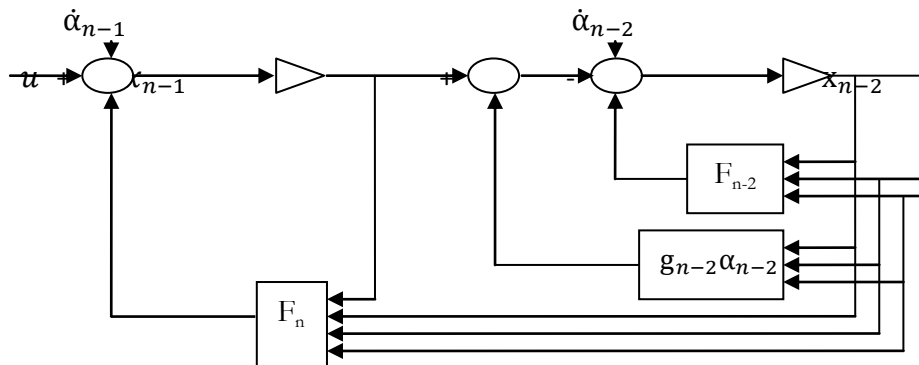
$$\alpha_3 = \frac{1}{g_3} (-c_3 z_3 - g_2 z_2 - f_3 + \frac{\delta \alpha_2}{\delta x_1} (g_1 x_2 + f_1) + \frac{\delta \alpha_2}{\delta x_2} (g_2 x_3 + f_2)) \quad (\text{II.17})$$

$\alpha_3$  est choisie de telle sorte que  $\dot{v}_3$  soit définie négative,  $c_3$  est une constante positive de conception. On substituant  $\alpha_3$  dans  $V_3$  et dans on  $z_3$  trouve :

$$\begin{cases} \dot{v}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + g_3 z_3 z_4 \\ \dot{z}_3 = g_3 z_4 - c_3 z_3 - g_2 z_2 \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

Pour une stabilité globale, le dernier terme  $g_3 z_3 z_4$  dans  $\dot{v}_3$  sera éliminé dans la prochaine étape.

**La n<sup>ième</sup> étape :** C'est le dernier pas de conception, du moment que le contrôle final  $u$  apparaît dans la dérivée de  $z$



**Fig. II.6 :** Le bloc diagramme du n<sup>ième</sup> sous-système avec une sortie virtuelle  $z_n$ .

C'est le dernier pas de conception, du moment que le contrôle final  $u$  apparaît dans la dérivée de  $\dot{z}_n$

$$\dot{z}_n = \dot{x}_n - \dot{\alpha}_{n-1} = g_n u + f_{nth} \quad (\text{II.19})$$

$$f_{nth} = f_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} (f_k + g_k x_{k+1}) \quad (\text{II.20})$$

La fonction de Lyapunov globale est :

$$v_n = v_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2 \quad (\text{II.21})$$

Sa dérivée dans le temps est :

$$\dot{v}_n = \dot{v}_{n-1} + z_n \dot{z}_n \quad (\text{II.22})$$

Ce qui conduit à :

$$\dot{v}_n = -\sum_{k=1}^{n-1} (-c_k z_k^2) + z_n (g_{n-1} z_{n-1} + f_{nth} + g_n u) \quad (\text{II.23})$$

Le choix du contrôle actuel est :

$$u = \frac{1}{g_n} (-c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} - f_{nth}) \quad (\text{II.24})$$

Nous avons maintenant conçu une loi de commande pour la stabilisation du système (II.01) d'ordre  $n$ .  $u$  existe et est une fonction de stabilisation régulier dans la boucle de retour, d'après le théorème d'Artstein le système dynamique (II.01) a une loi de commande basée sur la fonction de Lyapunov.

On substituant  $u$  dans  $z_n \dot{z}_n$  et  $\dot{V}_n$  on trouve :

$$\begin{cases} \dot{z}_n = -c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} \\ \dot{v}_n = -\sum_{k=1}^n -c_k z_k^2 \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

$\dot{V}(z) < 0, \forall z \neq 0$ , alors Le point d'équilibre  $x = x_{eq}$  de (II.23) est asymptotiquement stable car la fonction  $V(z)$  est continument différentiable ayant les propriétés citées dans le théorème de Lassale, d'où le système globale dans les coordonnées  $(z_1; \dots ; z_n)$  :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -c_1 z_1 - g_1 z_2 \\ \dot{z}_i = -c_i z_i - g_{i-1} z_{i-1} + g_i z_{i+1} \\ (i = 2, \dots, n-1) \\ \dot{z}_n = -c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

Est globalement asymptotiquement stable(GAS). Il est clair que la méthode du backstepping

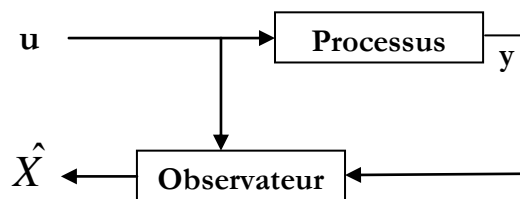
- peut être appliquée à tout système d'ordre n, en fournissant les équations de l'état du système dans la forme correcte.
- est une approche à conception flexible comparée à d'autres méthodes.
- est une méthode systématique consiste en n étapes à chaque pas de retour en arrière.

## II.4- Backstepping Robuste

L'efficacité de la méthode du backstepping se manifeste en présence d'incertitudes. Dans telles circonstances, aucune autre méthode systématique de design n'existe (Krstii et al. 1995). L'idée consiste à combiner la méthode de l'amortissement non linéaire, pratique pour les systèmes simples, avec la procédure récursive du backstepping, afin d'augmenter la robustesse des systèmes complexes perturbés. Cette approche permet de surmonter la contrainte de la matching condition, que doivent vérifier les incertitudes dans le cas de l'amortissement non linéaire simple [05 ].

## II.5- Observabilité

**II.5.1-Définition :** (Observabilité) Le système non linéaire est observable s'il n'admet pas de pair indistinguable, c'est à dire. le système (1.48) est observable si  $\forall x_0 \in R^n$ ,  $x_0$  est distinguable. L'observateur a comme entrée les entrées et les sorties du processus réel et comme sortie la valeur estimée (observée) de l'état de ce processus (fig. II.7).



**Fig. II.7 :** schéma de principe de l'observateur.



Le problème de l'observateur consiste donc à reconstruire, pour un processus donné, un système défini ses équations d'état, dont la sortie donne une estimation de l'état réel du processus. l'observateur est dit asymptotique.

## II.5.2- Différents types d'observateurs pour les systèmes non linéaires

Initialement les systèmes abordés ont été les systèmes linéaires, pour lesquels les observateurs de Kalman et Luenberger ont donné de bons résultats. Le filtre de Kalman est utilisé dans le cas des systèmes stochastiques en minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation, et l'observateur de Luenberger est utilisé pour les systèmes linéaires déterministes.

## II.6- Commande adaptative backstepping

### II.6.1- Approche adaptative

Les modèles réels des systèmes physiques ne sont pas linéaires et habituellement, caractérisés par des paramètres (masses, inductances,..) qui sont peu connus ou dépendent d'un petit changement d'environnement si ces paramètres varient dans un intervalle important, il serait mieux d'employer une loi d'adaptation pour estimer les paramètres du système [18].

**La forme général du système à analyser est donnée par :**

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T \cdot \theta \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n + \varphi_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})^T \cdot \theta \\
 \dot{x}_n &= \beta(x)u + \varphi_n(x)^T \cdot \theta \\
 y &= x_i
 \end{aligned} \tag{II.27}$$

où chaque  $\varphi_i : \mathfrak{R}^i \mapsto \mathfrak{R}^p$  est vecteur de fonctions non linéaires, et  $\theta \in \mathfrak{R}^n$  est un vecteur de coefficients constants. La commande  $u$  est multipliée par la fonction  $\beta(x)$ , avec  $\beta(x) \neq 0, \forall x \in \mathfrak{R}^p$ , si le but est d'atteindre la fonction désirée  $y_r$  en utilisant l'état  $x_1$  .alors



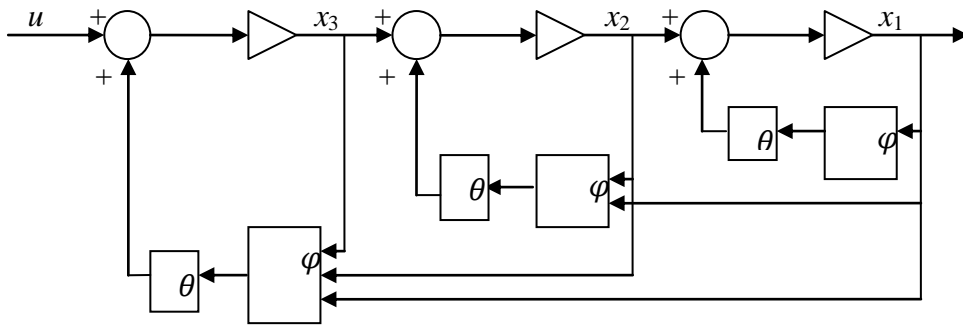


Fig. II.9 : Schéma du système d'ordre trois.

## II.7- Commande backstepping avec observateur

### II.7.1- Backstepping avec observateur

La méthode du backstepping, telle que présentée jusqu'ici, suppose la disponibilité à la mesure de l'état du procédé (au complet). Dans le cas où une partie de cet état n'est pas mesurable, le backstepping (dans sa forme de base) ne peut être appliqué [05].

Une solution consiste alors à remplacer l'état par un estimé, fourni par un observateur. Cette solution, largement utilisée en commande linéaire, n'est pas poser des problèmes (notamment de stabilité) dans le contexte non linéaire. Pour un système linéaire, la stabilité de la boucle (procédé, contrôleur, observateur) est garantie par le principe de séparation, qui stipule que si l'observateur et le couple (procédé, contrôleur) sont chacun stable de son côté, alors l'ensemble est stable. La vitesse de convergence de l'observateur (erreurs d'estimation des variables d'état) n'affecte pas la stabilité de la boucle. Son seul effet réside dans la modification des performances en boucle fermée [05].

En réalité, cette méthode ne se limite pas à garantir la bonne étude puisque les propriétés d'observateur (stabilité et convergence exponentielle) sont exploitées pour s'assurer la régulation à zéro de toutes les variables d'erreurs et définies dans la procédure récursive de design [05].

### II.7.2- Applicabilité

L'existence et la difficulté du design d'observateurs (à convergence exponentielle) pour les systèmes non linéaires, constitue un handicap majeur à l'application de cette méthode. C'est pourquoi, le backstepping avec observateur n'est applicable qu'aux systèmes dont les non-linéarités sont fonctions de la sortie. De tels systèmes sont décrits par [05] :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= \varphi_1(y) + x_2 \\
\dot{x}_2 &= \varphi_2(y) + x_3 \\
&\vdots \\
\dot{x}_{n-1} &= \varphi_{n-1}(y) + x_n \\
\dot{x}_n &= \varphi_n(y) + u \\
y &= x_1
\end{aligned}
\tag{II.28}$$

Sous forme matricielle, ces équations s'écrivent

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= Ax + \varphi(y) + Bu \\
y &= C^T x
\end{aligned}$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} [0]_{(n-1)*1} \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ [0]_{(n-1)*1} \end{bmatrix}$$

$$x = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T \quad \text{et} \quad \varphi = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \cdots \ \varphi_n]^T$$

Afin d'être en mesure d'estimer l'état du procédé, un observateur (non linéaire) de Luenberger (Luenberger 1964. 1971) est utilisé. Son équation est donnée par

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + H(y - \hat{y}) + \varphi(y) + Bu \\
\hat{y} &= C^T \hat{x}
\end{aligned}
\tag{II.29}$$

Où le vecteur des gains

$$H = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_n]^T$$

Est choisi afin de rendre Hurwitzienne la matrice

$$A_0 = A - HC^T$$

L'équation de l'erreur d'estimation résultante s'écrit alors

$$\dot{\hat{x}} = A_0 \hat{x}
\tag{II.30}$$

Avec  $\hat{x} = x - \hat{x}$  assuré (par le choix adéquat de H) de converger vers Zéro

### II.7.3- Développement théorique d'un exemple du troisième ordre

Une fois l'observateur est défini, les étapes de la commande adaptative backstepping avec observateur suivent les états du système afin de compenser les erreurs et réaliser une stabilité asymptotique.

#### II.7.3.1-Système d'ordre 3

La disponibilité d'une estimation de l'état du procédé permet, à présent, d'appliquer l'algorithme récursif. Comme pour la version par retour d'état, le design sera développé pour le système de troisième ordre

$$\dot{x}_1 = \varphi_1(y) + x_2 \quad (\text{II.31})$$

$$\dot{x}_2 = \varphi_2(y) + x_3 \quad (\text{II.32})$$

$$\dot{x}_3 = \varphi_3(y) + u \quad (\text{II.33})$$

$$y = x_1 \quad (\text{II.34})$$

Pour lequel on construit l'observateur

$$\dot{\hat{x}}_1 = \varphi_1(y) + h_1(y - \hat{y}) + \hat{x}_2 + Bu \quad (\text{II.35})$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = \varphi_2(y) + h_2(y - \hat{y}) + \hat{x}_3 + Bu \quad (\text{II.36})$$

$$\dot{\hat{x}}_3 = \varphi_3(y) + h_3(y - \hat{y}) + u \quad (\text{II.37})$$

$$\hat{y} = \hat{x}_1 \quad (\text{II.38})$$

#### II.7.3.2- Observateur

Si on note  $\hat{x}$  le vecteur d'état estimé et l'erreur d'observation comme suite :  $x = \hat{x} + \varepsilon$

L'état de l'observation  $\hat{x}$  est défini par une composition de trois vecteurs [09] :

1.  $\xi$  dépend de la partie linéaire connue.
2.  $\lambda$  dépend de la partie liée aux paramètres  $\theta$  inconnus.
3.  $\nu$  dépend de la partie liée aux paramètres  $\theta_u$  inconnus

L'observateur aura alors la structure suivante :

$$\dot{\hat{x}} = \xi(t) + \lambda(t)\theta + \nu(t)\theta_u \quad (\text{II.39})$$

Tel que  $\xi \in \mathcal{R}^3$ ,  $\lambda \in \mathcal{R}^{3 \times M}$  et  $\nu \in \mathcal{R}^3$

Les termes  $\theta$  et  $\theta_u$  utilisés dans (II.39) sont des paramètres réels inconnus et les filtres  $\xi$ ,  $\lambda$  et  $\nu$  sont implantés individuellement comme suit :

$$\begin{aligned}
\dot{\xi}(t) &= A \xi - K \xi_1 + Ky \\
\dot{\lambda}(t) &= A \lambda - K \lambda_1 + \phi^T(y) \\
\dot{v}(t) &= Av - Kv_1 + Bu
\end{aligned} \tag{II.40}$$

Tel que :  $K = [K_1 \ K_2 \ K_3]^T$

A partir des équations (II.35) (II.36) (II.37), l'erreur dynamique de l'observateur prend la description suivante:

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\
&= \dot{x} - (\dot{\xi}(t) + \dot{\lambda}(t)\theta + \dot{v}(t)\theta_u) \\
&= \dot{x} - ((A \xi - K \xi_1 + Ky) + (A \lambda - K \lambda_1 + \phi^T(y))\theta + (Av - Kv_1 + Bu)\theta_u) \\
&= \dot{x} - (A(\xi + \lambda\theta + v\theta_u) + K(y - (\xi_1 + \lambda_1\theta + v_1\theta_u)) + \phi^T(y)\theta + Bu\theta_u)
\end{aligned} \tag{II.41}$$

En utilisant l'équation (II.40) l'expression (II.41) devient :

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon} &= Ax - (A(\xi + \lambda\theta + v\theta_u) + K(y - (\xi_1 + \lambda_1\theta + v_1\theta_u))) \\
&= Ax - A\hat{x} - K(x_1 - \hat{x}_1) \\
&= Ax - K \varepsilon_1
\end{aligned} \tag{II.42}$$

Avec  $\varepsilon = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3]^T$

Ce qui permet d'écrire l'équation (II.42) sous forme

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon} &= A_0 \varepsilon \\
A_0 &= \begin{bmatrix} -k_1 & 1 & 1 \\ -k_2 & 0 & 1 \\ -k_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ et } K \text{ est choisi de telle sorte que } A_0 \text{ soit stable.}
\end{aligned}$$

### II.7.3.3-Transformation de coordonnées

#### Étape 1

On définit la première variable d'erreur

$$\varepsilon_1 = y - \alpha_1 \tag{II.43}$$

où  $\alpha_0 = y_r$ , on choisit comme première fonction de contrôle de Lyapunov

$$v_1 = \frac{1}{2}(\varepsilon_1^2) + \frac{1}{4m_1} \tilde{x}^T P \tilde{x} \tag{II.44}$$

où  $m_1 > 0$  est un paramètre de design et P est une matrice symétrique définie positive, solution de l'équation de Lyapunov ;

$$PA_0 + A_0^T P = -I \tag{II.45}$$

L'existence et la positivité de  $P$  sont garanties par la stabilité du système d'erreurs (II.43).

La dérivée de (II.44) est alors défini par

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= \varepsilon_1 \dot{\varepsilon}_1 + \frac{1}{4m_1} \tilde{x}^T [PA_0 + A_0^T P] \tilde{x} \\ &= \varepsilon_1 [x_2 + \varphi_1(y) - \dot{\alpha}_0] - \frac{1}{4m_1} \tilde{x}^T \tilde{x} \end{aligned} \quad (\text{II.46})$$

Étant donné que la variable  $x_2$  n'est pas disponible pour la mesure, elle ne peut être choisie comme commande virtuelle. L'équation de la dérivée est réécrite sous la forme

$$\varepsilon_1 [\hat{x}_2 + \varphi_1(y) - \dot{\alpha}_0] - \frac{1}{4m_1} \tilde{x}^T \tilde{x} \quad (\text{II.47})$$

où l'on fait apparaître l'estimé  $\hat{x}_2$  qui sera prise comme commande virtuelle. Sa valeur désirée est donnée par

$$\begin{aligned} (\tilde{x}_2)_d &= \alpha_1 + \xi_1 \\ &= -K_1 \varepsilon_1 - \varphi_1(y) + \varepsilon_0 + \zeta_1 \end{aligned} \quad (\text{II.48})$$

où  $\varepsilon_0 = \dot{\alpha}_1$  et  $\zeta_1$  est le terme d'amortissement non linéaire, dont la valeur reste à déterminer.

L'expression de la dérivée avec ces choix et notation

$$\dot{v}_1 = -K_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 (\zeta_1 + \tilde{x}_2) - \frac{1}{4m_1} \tilde{x}^T \tilde{x} \quad (\text{II.49})$$

$$\leq -K_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 (\zeta_1 + \tilde{x}_2) - \frac{1}{4m_1} \tilde{x}_2^2 \quad (\text{II.50})$$

$$= -K_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 (\zeta_1 + m_1 \varepsilon_1) - m \left[ \varepsilon_1 - \frac{\tilde{x}_2}{2m_1} \right]^2 \quad (\text{II.51})$$

$$\dot{v}_1 = -K_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 (\zeta_1 + m_1 \varepsilon_1) \quad (\text{II.52})$$

Il suffit a présent de prendre

$$\zeta_1 = -m_1 \varepsilon_1 \quad (\text{II.53})$$

Pour assurer la négativité de la dérivée  $\dot{V}$ , ceci aura pour conséquence de garantir la stabilité de la première équation d'erreur

$$\dot{\varepsilon}_1 = -(K_1 - m_1) \varepsilon_1 + \tilde{x}_2 \quad (\text{II.54})$$

Malgré la présence du terme inconnu  $\tilde{x}_2$ .

## Etape 2

La deuxième variable d'erreur est définie par

$$\varepsilon_2 = \tilde{x}_2 - (\alpha_1 + \zeta_1) \quad (\text{II.55})$$

Et la nouvelle FCL est version augmentée de la précédente

$$\dot{v}_2 = \dot{v}_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 + \frac{1}{4m_1} \tilde{x}^T P \tilde{x} \quad (\text{II.56})$$

Sa dérivée est donnée par

$$\dot{v}_2 = \dot{v}_1 + \varepsilon_2 \dot{\varepsilon}_2 - \frac{1}{4m_2} \tilde{x}^T \tilde{x} \quad (\text{II.57})$$

$$\leq -k_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2 [\varepsilon_1 + \dot{\varepsilon}_2] - \frac{1}{4m_2} \tilde{x}^T \tilde{x} \quad (\text{II.58})$$

où

$$\dot{\varepsilon}_2 = \hat{x}_3 + \varphi_2(y) + h_2(y - \hat{y}) - (\dot{\alpha}_1 + \dot{\zeta}_1) \quad (\text{II.59})$$

Et

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 + \dot{\zeta}_1 &= \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial x_1} (\varphi_1 + \hat{x}_2 + \tilde{x}_2) + \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial \dot{y}_r} \dot{y}_r \\ &= \varepsilon_1 + \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial x_1} \hat{x}_2 \end{aligned} \quad (\text{II.60})$$

où l'on note  $\varepsilon_1$  la partie connue (et calculable analytiquement) de  $\dot{\alpha}_1 + \dot{\zeta}_1$  la deuxième commande virtuelle peut maintenant être choisie comme

$$\begin{aligned} (\hat{x}_3)_d &= \alpha_2 + \zeta_2 \\ &= -k_2 \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varphi_2(y) - h_2(y - \hat{y}) + \varepsilon_1 + \zeta_2 \end{aligned} \quad (\text{II.61})$$

Avec ce choix, la dérivée de la FCL (II.56) devient

$$\begin{aligned} \dot{v}_2 &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 - \frac{1}{4m_2} \tilde{x}^T \tilde{x} + [\zeta_2 - \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial x_1} \hat{x}_2] \varepsilon_2 \\ &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 - \frac{1}{4m_2} \tilde{x}_2^2 + [\zeta_2 - \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial x_1} \hat{x}_2] \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (\text{II.62})$$

$$\begin{aligned} &= -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 - m_2 \left[ \frac{1}{2m_2} \tilde{x}_2^2 + \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial x_1} \varepsilon_2 \right]^2 + [\zeta_2 + m_2 \left( \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial x_1} \right)^2 \varepsilon_2] \varepsilon_2 \\ &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 + [\zeta_2 + m_2 \left( \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial x_1} \right)^2 \varepsilon_2] \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (\text{II.63})$$

Il suffit à présent de choisir comme deuxième amortissement non linéaire

$$\zeta_2 = -m_2 \left[ \left( \frac{\partial(\alpha_1 + \zeta_1)}{\partial x_1} \right)^2 \varepsilon_2 \right]^2 \varepsilon_2 \quad (\text{II.64})$$

Pour assurer la stabilité des deux équations considérées (même en présence des erreurs d'estimation).



### Etape3

La dernière variable d'erreur est donnée par

$$\varepsilon_3 = \hat{x}_3 - (\alpha_2 + \zeta_2) \quad (\text{II.65})$$

Sa fonction de Lyapunov associée est définie par

$$v_3 = v_2 + \frac{1}{2} \varepsilon_3^2 + \frac{1}{4m_3} \tilde{x}^T P \tilde{x} \quad (\text{II.66})$$

La calcul de la dérivée de cette dernière ,le long des trajectoires du système global donne

$$\dot{v}_3 = \dot{v}_2 + \varepsilon_3 \dot{\varepsilon}_3 - \frac{1}{4m_3} \tilde{x}^T \tilde{x} \quad (\text{II.67})$$

$$\text{Avec } \dot{\varepsilon}_3 = u + \varphi_3(y) + h_3(y - \hat{y}) - (\dot{\alpha}_2 + \dot{\zeta}_2) \quad (\text{II.68})$$

$$\begin{aligned} \text{Et } \dot{\alpha}_2 + \dot{\zeta}_2 &= \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r + \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial \ddot{y}_r} \ddot{\ddot{y}}_r + \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial x_1} (\varphi_1 + \hat{x}_2 + \tilde{x}_2) + \\ &\quad \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial \hat{x}_2} [\varphi_2 + \hat{x}_3 + h_2(y - \hat{y})] \\ &= \varepsilon_2 + \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial x_1} \tilde{x}_2 \end{aligned} \quad (\text{II.69})$$

Ce qui permet d'écrire la dérivée de la FCL  $V_3$  sous la forme

$$\dot{v}_3 \leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 - k_3 \varepsilon_3^2 - \frac{1}{4m_3} \tilde{x}_2^2 + [\zeta_3 - \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial x_1} \tilde{x}_2] \varepsilon_3 \quad (\text{II.70})$$

Un réarrangement de cette équation, identique celui effectué à l'étape 2, permet de choisir le terme d'amortissement non linéaire  $\zeta_3$  qui assure la stabilité du système global (procédé, contrôleur, observateur). Ce choix est donné par la dérivée de  $v_3$

$$\dot{v}_3 \leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 - k_3 \varepsilon_3^2 \quad (\text{II.71})$$

D'où la stabilité de la boucle et la régulation à zéro des erreurs de poursuite  $\zeta_i$  et d'estimation  $\hat{x}_i$ .

## II.8- Conclusion

La technique du backstepping offre un outil efficace qui permet, pour les systèmes non linéaires de tout ordre, de construire récursivement et d'une manière systématique et directe, la loi de commande et la fonction de Lyapunov qui assurent la stabilité de la boucle. Dans sa version originelle, le backstepping aboutit à des commandes par retour d'état. Pour obtenir des contrôleurs par retour de sortie, une variante robuste de la méthode permet en utilisant un observateur, de s'affranchir de la nécessité de la mesure de l'état. On parle, dans ce cas, de backstepping avec observateur.



**CAPITRE 03**

**COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE ROBUSTE BASE SUR  
OBSERVATEUR DETAT POUR LES SYSTEMES NON  
LINEARE INCERTAINS VIA BACKSTEPPING**

### III.1- Introduction

Le développement d'une loi de commande pour un système donné suppose la disponibilité de modèle mathématique. Cependant l'obtention de ce modèle est généralement une opération qui n'est pas facile . Ainsi, plusieurs travaux de robustification de la commande adaptative floue par la méthode de backstepping ont été élaborés [10], [11]. Ces travaux s'appuient sur l'utilisation des systèmes adaptatifs flous pour approximer la dynamique de système, et concevoir ainsi la commande équivalente. Les lois d'adaptation des paramètres ajustables sont déduites de la synthèse de Lyapunov [19].

La technique de backstepping est une méthode de commande récursive basée sur la fonction de Lyapunov. Cette dernière est un outil bien connu pour l'étude de la stabilité et la robustesse des systèmes dynamique non commandés, aussi bien elle est considérée avec ses limitations dans le contexte de commande de processus.

La stabilité du système sous commande est globale via l'approche proposé. Cette approche montre la modularité ,dans le sens qu'on s'avère que le contrôleur garantit la stabilité de l'entrée a l'état indépendamment du choix du mécanisme d'évaluation des paramètres .

Dans ce chapitre, nous allons présenter une nouvelle loi de commande adaptative floue robuste basée sur observateur pour les systèmes non linéaires incertains via backstepping. La stabilité du système en boucle fermée et les lois d'adaptation sont déduites à l'aide de la théorie de Lyapunov. Les résultats obtenus sont présentées pour illustrer l'apport de cette structure de commande.

### III.2- Formulation de problème

Considérons un système dynamique non linéaire incertain sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i, w) + d_i; \\ \dot{x}_n = f_0(x) + f_n(x, w) + [g_0(x) + g_n(x, w)]u + d_n \\ y = x_1 \end{cases} \quad 1 \leq i \leq n - 1 \quad (\text{III.1})$$

où  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$  est l'état du système,  $u \in R$  l'entrée de commande,  $y \in R$  est la sortie du système,  $f_i(x_i)(i = 1, 2, \dots, n)$  sont des fonctions lisses inconnues et  $w$  est l'incertitude du modèle appartenant à un ensemble compact, qui comprend un vecteur des

paramètres incertain du système.  $d_i (i = 1, 2, \dots, n)$  sont des incertitudes de perturbation du système.  $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ ,  $f_0$  et  $g_0$  sont des fonctions lisses connues dans un voisinage de l'origine  $x=0$  avec  $f_0(x) = 0$  et  $g_0(x) \neq 0$ .

$f_i(\bar{x}_i, w), i = 1, 2, \dots, n$  sont des fonctions continues incertaines du système avec  $f_i(0, w) = 0$  et  $g_n(x, w)$  sont des fonctions continues incertaine d'entrée de commande.

La supposition suivante est introduite.

**Supposition 1 :** La fonction de gain de commande incertain  $g_n(x, w)$  est confiné dans une certaine gamme telle que  $0 < b_{min} \leq g_0(x)^{-1} g_n(x, w) \leq b_{max}$ .

où  $b_{min}$  et  $b_{max}$  sont les paramètres de liaison inférieure et supérieure, respectivement.

En générale, l'objectif principal de la commande est de trouver un contrôleur adaptatif flou pour le système (III.1) sous la forme suivante

$$\dot{X} = \varpi(X, \xi(e)e), X \in R^p$$

$$u = u(x, \xi(e), e)$$

Dans ce mémoire, nous présentons la commande adaptative floue basée sur un observateur d'état, avec la structure comme (III.1) pour une classe des systèmes non linéaires incertains. L'étude de la stabilité du système en boucle fermée a été prouvée en employant la méthode de Lyapunov, l'approche de la commande adaptative floue étudiée à permis de garantie la stabilité et la performance et, aussi, que tous les signaux et les états sont globalement bornés, et la convergence de l'erreur de poursuite du système vers un petit voisinage de l'origine. La technique de backstepping est une méthode de commande récursive basée sur la fonction de Lyapunov, pour l'étude de la stabilité et la robustesse des systèmes dynamique non commandés, aussi bien, elle est considérée avec ses limitations dans le contexte de commande de processus.

### III.3- Conception de la commande adaptative floue robuste

Tout d'abord, nous nous concentrerons sur le cas où le gain de commande est un terme incertain  $g_n(x, w) = 0$  dans le système (III.1) et obtient la transformation suivante pour le système normal.

$$u = g_0^{-1}(x)(-f_0(x) + v) \quad (\text{III.2})$$

où  $v$  est une nouvelle variable de commande. L'équation (III.1) peut être réécrite comme

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i, w) + d_i, & 1 \leq i \leq n-1 \\ \dot{x}_n &= f_n(x, w) + v + d_n \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

La procédure de conception de backstepping contient  $n$  étapes. Dans chaque étape, une fonction de la commande virtuelle  $\alpha_i$  devrait être développée en utilisant une fonction de Lyapunov  $V_k$ . Les étapes de conception, détaillées pour le système (III.1), sont décrites comme suit :

**Etape 1** : On définit la variable d'erreur  $z_1 = x_1 - y_d$ , avec

$$\dot{z}_1 = x_2 + f_1(x_1, w) + d_1 - \dot{y}_d \quad (\text{III.4})$$

Puisque  $f_1(x_1, w)$  est une fonction continue inconnue, le système flou T-S  $f_1(x_1, A_1)$  et un avec un vecteur d'entrée  $x_1 \in U_{x_1}$  pour un ensemble compact  $U_{x_1} \in R$  est proposé ici pour approximer le terme incertain  $f_1(x_1, w)$  où  $A_1$  est une matrice contenant des constantes inconnues. Donc  $f_1(x_1, w)$  peut être exprimé comme

$$\begin{aligned} f_1(x_1, w) &= \xi_1(x_1)A_1x_1 + \varepsilon_1 \\ &= C_{\theta_1}\xi_1(x_1)\omega_1 + \xi_1(x_1)A_1y_d + \varepsilon_1 \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

où  $\varepsilon_1$  est un paramètre indiquant une précision approximative. Alors  $C_{\theta_1} = \|A_1\|$ , tel que :

$$A_1 = C_{\theta_1}A_1^m \leq 1 \quad \text{donc} \quad \omega_1 = A_1^m z_1 .$$

En remplaçant (III.5) dans (III.4), on obtient :

$$\dot{z}_1 = x_2 + C_{\theta_1}\xi_1(x_1)\omega_1 - \dot{y}_d + v_1 \quad (\text{III.6})$$

où  $\|v_1\| \leq \|\xi_1(x_1)A_1y_d + \varepsilon_1 + d_1\|$  et  $C_{\theta_1}$  sont des constantes inconnues et on considère la fonction de Lyapunov comme

$$\|v_1\| \leq \|\xi_1(x_1)A_1y_d + \varepsilon_1 + d_1\| \leq \theta_1\psi_1(x_1) \quad (\text{III.7})$$

où  $\theta_1 = \max(\|A_1y_d\|, \|\varepsilon_1 + d_1\|)$  et  $\psi_1(x_1) = 1 + \|\xi_1\|$ .

Considérons la stabilisation du sous-système (III.6) et la fonction de Lyapunov comme

$$V_1(z_1, \lambda_1, \hat{\theta}_1) = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{11}^{-1} \tilde{\lambda}_1^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{21}^{-1} \tilde{\theta}_1^2 \quad (\text{III.8})$$

où  $\Gamma_{11}^n$  et  $\Gamma_{21}$  sont des constantes définitives positives.  $\tilde{\lambda}_1 = (C_{\theta_1} - \lambda_1)$ ,  $\tilde{\theta}_1 = (\theta_1 - \hat{\theta}_1)$ .  $\lambda_1$  et  $\hat{\theta}_1$  sont des estimations de  $C_{\theta_1}^2$  et  $\theta_1$  respectivement. La dérivée temporelle de  $V_1$  est :

$$\dot{V}_1(z_1, \lambda_1, \hat{\theta}_1) = z_1(x_2 + C_{\theta_1} \xi_1(x_1) \omega_1 - \dot{y}_d + v_1) - \Gamma_{11}^{-1} \tilde{\lambda}_1 \dot{\lambda}_1 - \Gamma_{21}^{-1} \tilde{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1 \quad (\text{III.9})$$

Alors, pour tout  $\gamma_1 > 0$ , nous avons

$$\begin{aligned} C_{\theta_1} \xi_1(x_1) \omega_1 z_1 &= C_{\theta_1} \xi_1(x_1) \omega_1 z_1 - \gamma_1^2 w_1^T \omega_1 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 \\ &= -\gamma_1^2 \left( \omega_1 - \frac{C_{\theta_1}}{2\gamma_1^2} \xi_1 z_1 \right)^2 + \frac{C_{\theta_1}^2}{4\gamma_1^2} \xi_1 \xi_1^T z_1^2 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 \\ &\leq \frac{C_{\theta_1}^2}{4\gamma_1^2} \xi_1 \xi_1^T z_1^2 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 \\ &\leq \frac{\lambda_1}{4\gamma_1^2} \xi_1 \xi_1^T z_1^2 + \frac{\tilde{\lambda}_1}{4\gamma_1^2} \xi_1 \xi_1^T z_1^2 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

A partir de (III.7), on obtient

$$\begin{aligned} v_1 z_1 &\leq \theta_1 \psi \varphi_1(x_1 \|z_1\|) \\ &\leq \hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) \|z_1\| + \tilde{\theta}_1 \psi_1(x_1) \|z_1\| \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

Par conséquent, on définit la variable d'erreur  $z_2 = x_2 - \alpha_1 - \dot{y}_d$

où  $\alpha_1$  est la fonction stabilisante intermédiaire. Qui est choisit comme

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -k_1 z_1 - \frac{\lambda_1}{4\gamma_1^2} \xi_1(x_1) \xi_1^T(x_1) z_1 \\ &\quad - \hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) z_1}{\delta_1}\right) \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

$k_1 > 0$  et  $\delta > 0$  sont les constantes de conception

En substituant (III.10) (III.11) et (III.12) dans (III.9), on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(z_1, \lambda_1, \hat{\theta}_1) \leq & -k_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) \|z_1\| - \hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) z_1 \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) \|z_1\|}{\delta_1}\right) \\ & + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 + \Gamma_{11}^{-1} \tilde{\lambda}_1 \left(\frac{\Gamma_{11}}{4\gamma_1^2} \xi_1 \xi_1^T z_1^2 - \dot{\lambda}_1\right) + \Gamma_{21}^{-1} \tilde{\theta}_1 \left(\Gamma_{12} \psi_1(x_1) \|z_1\| - \dot{\hat{\theta}}_1\right) \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

Les lois d'adaptations  $\lambda_1$  et  $\theta_1$  sont choisies respectivement comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= \Gamma_{11} \left[ \frac{\lambda_1}{4\gamma_1^2} \xi_1(x_1) \xi_1^T(x_1) z_1^2 - \sigma_{11} (\lambda_1 - \lambda_1^0) \right] \\ \dot{\hat{\theta}}_1 &= \Gamma_{12} (\psi_1(x_1) \|z_1\| - \sigma_{21} (\hat{\theta}_1 - \theta_1^0)) \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

où  $\lambda_1^0$ ,  $\theta_1^0$ ,  $\sigma_{11}$  et  $\sigma_{21}$  sont des paramètres de conception.

Et nous traitons l'élément relatif dans (III.13). En utilisant le lemme prouvé par (III.15), on obtient

$$\hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) \|z_1\| - \hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) z_1 \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) z_1}{\delta_1}\right) \leq \delta_1 \quad (\text{III.15})$$

La dérivée de  $V_1$  est

$$\dot{V}_1(z_1, \lambda_1, \hat{\theta}_1) \leq -k_1 z_1^2 - \frac{1}{2} \sigma_{11} \tilde{\lambda}_1^2 - \frac{1}{2} \sigma_{21} \tilde{\theta}_1^2 + z_1 z_2 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 + \delta_1 \quad (\text{III.16})$$

où 
$$\delta_1 = \delta_1 + \frac{1}{2} c_{\theta_1}^2 - \lambda_1^0{}^2 + \frac{1}{2} (\theta_1 - \theta_1^0)^2$$

**Etape 2 :**

$$\dot{z}_2 = x_3 + f_2(\bar{x}_2, w) + d_2 - \dot{\alpha}_1 - \dot{y}_d \quad (\text{III.17})$$

La dérivée temporelle de  $\alpha_1$  est

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 &= \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_1} \dot{\lambda}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}_1} \dot{\hat{\theta}}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d} \dot{y}_d \\ &= \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + f_1(x_1, w) + d_1) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_1} \dot{\lambda}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}_1} \dot{\hat{\theta}}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d} \dot{y}_d \\ &= f_{12}(z_1, \bar{x}_2, w) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} d_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d} \dot{y}_d \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

En substituant (III.18) dans (III.17), on obtient

$$\dot{z}_2 = x_3 + f'_2(z_1, x_2, y_d, w) + d_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} d_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d} \dot{y}_d - \ddot{y}_d \quad (\text{III.19})$$

où  $f'_2(z_1, x_2, y_d, w) = f_2(\bar{x}_2, w) - f_{12}(z_1, \bar{x}_2, w)$

Nous utilisons également le système flou T-S pour approximer la fonction inconnue  $f'_2(z_1, x_2, y_d, w)$ , on obtient

$$\begin{aligned} f'_2(z_1, x_2, y_d, w) &= \xi_2(z_1, x_2, y_d) A_2 [z_1, x_2, y_d]^T + \varepsilon_2 \\ &= \xi_2 A_2^1 [z_1, x_2, ]^T + \xi_2 A_2^2 y_d + \varepsilon_2 \\ &= c_{\theta_2} \xi_2 \omega_1 + d'_2 \end{aligned}$$

où  $\omega_2 = A_2^m \bar{z}_2$  et  $c_{\theta_2} = \|A_2^1\| = \lambda_{\max}^{\frac{1}{2}}(A_2^{1T} A_2^1)$

Tel que  $(A_2^1 = c_{\theta_2} A_2^m$  et  $\|A_2^m\| \leq 1. d'_2 = \xi_2 A_2^1 (\alpha_1 + \dot{y}_d) + \xi_2 A_2^2 y_d + \varepsilon_2)$

$$\dot{z}_2 = x_3 + c_{\theta_2} \xi_2 \omega_2 + v_2 - \ddot{y}_d \quad (\text{III.20})$$

où  $v_2 = (d_2 + d'_2) - \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}\right) d_1 - \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d}\right) \dot{y}_d$

Considérons la fonction de Lyapunov  $V_2$  définie par

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{12}^{-1} \tilde{\lambda}_2^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{22}^{-1} \tilde{\theta}_2^2$$

A partir de (III.10) et (III.11), nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -k_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 + \delta_1 \\ &+ z_2 \left( x_3 - \ddot{y}_d + \frac{\lambda_2}{4\gamma_2^2} \xi_2 \xi_2^T z_2 \right) + \hat{\theta}_2 \psi_2 \|z_2\| + \gamma_2^2 \omega_2^T \omega_2 + \Gamma_{21}^{-1} \tilde{\lambda}_2 \left( \frac{\Gamma_{21}}{4\gamma_2^2} \xi_2 \xi_2^T z_2^2 - \dot{\lambda}_2 \right) \\ &+ \Gamma_{22}^{-1} \tilde{\theta}_2 \left( \Gamma_{22} \psi_2 \|z_2\| - \dot{\theta}_2 \right) \end{aligned}$$

où  $\|v_2\| \leq \theta_2 \psi_2$  et  $\psi_2 = 1 + (1 + \|\alpha_1\|) \|\xi_2\| + \left\| \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \right\| + \left\| \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d} \right\|$

Maintenant, la fonction stabilisante intermédiaire  $\alpha_2$  et les lois adaptation sont choisies respectivement comme suit :



$$\alpha_2 = -z_2 - k_1 z_2 - \frac{\lambda_2}{4\gamma_2^2} \xi_2 \xi_2^T z_2 - \hat{\theta}_2 \psi_2 \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_2 \psi_2 z_2}{\delta_2}\right) \quad (\text{III.21})$$

$$\dot{\lambda}_2 = \Gamma_{12} \left[ \frac{1}{4\gamma_2^2} \xi_2 \xi_2^T z_2^2 - \sigma_{12} (\lambda_2 - \lambda_2^0) \right]$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \Gamma_{22} [(\psi_2 \|z_2\| - \sigma_{22} (\hat{\theta}_2 - \theta_2^0))] \quad (\text{III.22})$$

où  $k_2, \delta_2, \lambda_2^0, \theta_2^0$  et  $\sigma_{12}$  et  $\sigma_{22}$  sont des constantes de conception.

On définit la variable d'erreur  $z_3$  comme  $z_3 = x_3 - \alpha_2 - \dot{y}_d$  et en utilisant (III.15), avec la dérivée de  $V_2$  est

$$\dot{V}_2 \leq -\sum_{i=1}^2 k_i z_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (\sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 - \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2) + z_2 z_3 + \sum_{i=1}^2 \gamma_i^2 \omega_i^T \omega_i + \delta_2 \quad (\text{III.23})$$

où

$$\delta_2 = \delta'_1 + \delta_2 + \frac{1}{2} c_{\theta_2}^2 - \lambda_2^0{}^2 + \frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_2^0)^2$$

Une procédure similaire est employée récursivement à chaque étape  $k$  ( $3 \leq k \leq n-1$ ). En utilisant (III.1) pour  $i=k$ ,  $\dot{x}_k = x_{k+1} + f_k(\bar{x}_k, w) + d_k$  et la fonction Lyapunov suivante :

$$\text{où } \tilde{\lambda}_k = (c_{\theta_k}^2 - \lambda_k)$$

Et

$$\tilde{\theta}_k = (\theta_k - \hat{\theta}_k)$$

Nous pouvons concevoir la fonction stabilisante intermédiaire  $\alpha_k$  et les fonctions d'adaptation intermédiaires  $\lambda_k$  et  $\hat{\theta}_k$  qui prennent des formes similaires (III.14) et (III.22) respectivement. La commande  $u$  du système (III.1) doit être construit dans l'étape  $n$ .

**Etape n :**

En utilisant la manière similaire à (III.16) dans l'étape 2, nous avons

$$= f_{(n-1)n}(\bar{z}_{n-1}, \bar{x}_n, \bar{x}_{d(n-1)}, w) + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} d_j + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{j-1}} y_d^{(j)}$$

Alors

$$\dot{z}_n = f'_n(\bar{z}_{n-1}, x_n, \bar{x}_{d(n-1)}, w) + v + d_n - y_d^{(n)} - \sum_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} d_j + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{j-1}} y_d^{(j)} \right)$$

$$\text{où } f'_n = f_n(x, w) - f_{(n-1)n}(\bar{z}_{n-1}, \bar{x}_n, \bar{x}_{d(n-1)}, w)$$

Nous utilisons également le système flou T-S pour approximer les fonctions inconnus  $f_n(\bar{z}_{n-1}, x_n, \bar{x}_{d(n-1)}, w)$ , on obtient

$$\begin{aligned} f'_n &= \xi_n A_n [\bar{z}_{n-1}, \bar{x}_n, \bar{x}_{d(n-1)}]^T + \varepsilon_n \\ &= \xi_n A_n^1 [\bar{z}_{n-1}, \bar{x}_n]^T + \xi_n A_n^2 [\bar{x}_{d(n-1)}]^T + \varepsilon_n \\ &= \xi_n A_n^1 \bar{z}_n^T + d'_n \end{aligned}$$

$$\text{où } d'_n = \xi_n A_n^{12} (\alpha_{n-1} + y_d^{(n-1)}) + \xi_n A_n^2 [\bar{x}_{d(n-1)}]^T + \varepsilon_n,$$

$$\omega_n = A_n^{m1} \bar{z}_n, c_{\theta n} = \|A_n^{m1}\|$$

$$\text{et } A_n^1 = c_{\theta n} A_n^{m1}.$$

$$\dot{z}_n = c_{\theta n} \xi_n w_n + v - y_d^{(n)} + v_n$$

$$\text{où } v_n = (d_n + d'_n) - \sum_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} d_j + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{j-1}} y_d^{(j)} \right)$$

Nous considérons la fonction de Lyapunov

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{n2}^{-1} \tilde{\lambda}_k^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{n2}^{-1} \tilde{\theta}_k^2$$

sa dérivée du temps est

$$\begin{aligned}
\dot{V}_n &= \dot{V}_{n-1} + z_n \left( c_{\theta_n} \xi_n w_n + v - y_d^{(n)} + v_n \right) - \Gamma_{n1}^{-1} \tilde{\lambda}_n \dot{\lambda}_n - \Gamma_{n2}^{-1} \tilde{\theta}_n \dot{\hat{\theta}}_n \\
&\leq - \sum_{i=1}^{n-1} k_i z_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \left( \sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 + \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2 \right) + \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 \omega_i^T \omega_i \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n-1} \delta'_i + \delta_n + z_n (v - y_d^{(n)} + z_{n-1}) + \frac{\lambda_n}{4\gamma_n^2} \xi_n \xi_n^T z_n + \hat{\theta}_n \psi_n \tanh \left( \frac{\hat{\theta}_n \psi_n z_n}{\delta_n} \right) \\
&\quad + \Gamma_{1n}^{-1} \tilde{\lambda}_n \left( \frac{\Gamma_{n1}}{4\gamma_n^2} \xi_n \xi_n^T z_n^2 - \dot{\lambda}_n \right) + \Gamma_{n2}^{-1} \tilde{\theta}_n \left( \Gamma_{n2} \psi_n \|z_n\| - \dot{\hat{\theta}}_n \right)
\end{aligned}$$

où  $\|v_n\| \leq \theta_n \psi_n$  et  $\psi_n = 1 + (1 + \|\alpha_{n-1}\|) \|\xi_n\| + \left\| \sum_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} d_j + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{j-1}} \right) \right\|$

Maintenant, nous obtenons  $k_n > 0$  comme constante de conception et on choisit la fonction intermédiaire comme

$$\alpha_n = -z_{n-1} - k_n z_n - \frac{\lambda_n}{4\gamma_n^2} \xi_n - \hat{\theta}_n \psi_n \tanh \left( \frac{\hat{\theta}_n \psi_n z_n}{\delta_n} \right) + y_d^{(n)} \quad (\text{III.24})$$

et les lois d'adaptation dans l'étape n comme

$$\begin{aligned}
\dot{\lambda}_n &= \Gamma_{1n} \left[ \frac{1}{4\gamma_n^2} \xi_n \xi_n^T z_n^2 - \sigma_{1n} (\lambda_n - \lambda_n^0) \right] \\
\dot{\hat{\theta}}_n &= \Gamma_{2n} [(\psi_n \|z_n\| - \sigma_{2n} (\hat{\theta}_n - \theta_n^0))] \quad (\text{III.25})
\end{aligned}$$

Selon la procédure de conception de contrôle récursif ci-dessus, à la dernière étape (i.e.  $i = n$ ), la commande adaptative floue robuste  $u = \alpha_n$  et les lois d'adaptation dans (III.25), nous arrivons à

$$\begin{aligned}
\dot{V}_n &\leq - \sum_{i=1}^{n-1} k_i z_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \left( \sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 + \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2 \right) + \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 \omega_i^T \omega_i + \delta'_n \\
&\leq \sum_{i=1}^{n-1} k_i z_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \left( \sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 + \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2 \right) + \gamma^2 \|\omega\|^2 + \delta'_n \quad (\text{III.26})
\end{aligned}$$

où  $\delta_n = \sum_{i=1}^{n-1} \delta'_i + \delta_n + \frac{1}{2} |c_{\theta_1}^2 - \lambda_n^0|^n + \frac{1}{2} |\theta_n - \theta_n^0|^2$ ,  $\omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n]^T$  et  $\gamma = (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \dots + \gamma_n^2)^{1/2}$

**Théorème 2 :** nous considérons le système (III.1) avec un terme d'entrée de gain incertain  $g_n(x, w) = 0$  et supposons que les fonctions lisses inconnues  $f'_i = [\bar{z}_{i-1}, x_n, \bar{x}_{d(i)}, w]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  peuvent être approximées par le système flou T-S dans le sens où  $\varepsilon_i$  est non bornée. Si on choisit  $\gamma < 1$  et  $k_i > 1$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  dans (III.26), donc la commande adaptative floue robuste  $u = g_0^{-1}(x)(-f_0(x)) + \alpha_n$ , avec les lois d'adaptation en (III.25), les fonctions intermédiaires  $\alpha_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n-1$  et les lois d'adaptation de  $\lambda_i$  et  $\hat{\theta}_i$  peuvent apporter toutes les solutions  $(z(t), \lambda, \hat{\theta})$  du système en boucle fermée. En outre, on donnera n'importe quelle  $\mu > 0$ , nous pouvons régler nos paramètres du contrôleur de telle sorte que l'erreur de sortie  $z_1 = y(t) - y_d(t)$  satisfait  $\lim_{t \rightarrow \infty} z_1(t) \leq \mu$ .

### III. 4- Exemple illustratif

Considérons un manipulateur à un seul lien avec l'inclusion de la dynamique du moteur. Le modèle du robot est [19] :

$$D\ddot{q} + B\dot{q} + N\sin(q) = \tau + \tau_d$$

$$M_{\dot{\tau}} + H_{\tau} = u - K_m \dot{q} \quad (III.27)$$

où  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$  désignent respectivement la position, la vitesse et l'accélération du lien.  $\tau$  et  $\dot{\tau}$  sont l'angle et la vitesse du moteur.  $\tau_d$  représente la perturbation du couple.  $u$  est l'entrée de commande utilisée pour représenter le couple du moteur. L'équation ci-dessus peut être exprimée sous la forme :

$$x_1 = q$$

$$x_2 = \dot{q}$$

$$x_3 = \frac{\tau}{D}, f_1(x_1, w) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, w) = \frac{-N\sin(x_1) - Bx_2}{D}$$

$$F(x, w) = \frac{-K_m x_2 - HDx_3}{MD}, 1 + E(x, w) = \frac{1}{MD}$$

$$d_1 = 0, d_2 = \frac{\tau_d}{D}, d_3 = 0$$

Les valeurs des paramètres avec les unités appropriées sont données par :  $D = 1, M = 0.05, B = 1, K_m = 10, H = 0.5, N = 10$ . Afin de montrer la robustesse des systèmes de commande proposés, nous avons choisi la distorsion de couple  $\tau_d$  comme un bruit blanc à bande limitée avec la puissance de bruit 1 et le temps d'échantillonnage 1 dans la simulation.

❖ **Cas 1: Conception de la commande adaptative floue robuste sans observateur**

Nous pouvons définir les mêmes ensembles flous pour chaque variable comme (III.28) avec les fonctions d'appartenances et les fonctions stabilisantes  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont

$$\begin{aligned}\mu A_{hi}^1 &= \exp[-(x + 1)^2] \\ \mu A_{hi}^2 &= \exp[-(x + 0.5)^2] \\ \mu A_{hi}^3 &= \exp[-x^2] \\ \mu A_{hi}^4 &= \exp[-(x - 0.5)^2] \\ \mu A_{hi}^5 &= \exp[-(x - 1)^2]\end{aligned}\tag{III.28}$$

$$\alpha_1 = -36z_1$$

$$\alpha_2 = -z_1 - 35z_2 - \lambda_2 \xi_2 \xi_2^T z_2 - \hat{\theta}_2 \psi_2 \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_2 \psi_2 z_2}{200}\right)$$

Avec  $z_1 = x_1 - y_d$  et  $z_2 = x_2 - \alpha_1 - \dot{y}_d$  et les lois d'adaptation sont :

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_2 = 1[\xi_2 \xi_2^T z_2^2 - 1(\lambda_2 - 0.1)] \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = 2[\psi_2 \|z_1\| - 2(\hat{\theta}_2 - 0.5)] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_3 = 0.01[\xi_3 \xi_3^T s^2 - 0.0001(\lambda_3 - 0.1)] \\ \dot{\hat{\theta}}_3 = 0.3[\psi_3 \|s\| - (\hat{\theta}_3 - 0.1)] \end{cases}\tag{III.29}$$

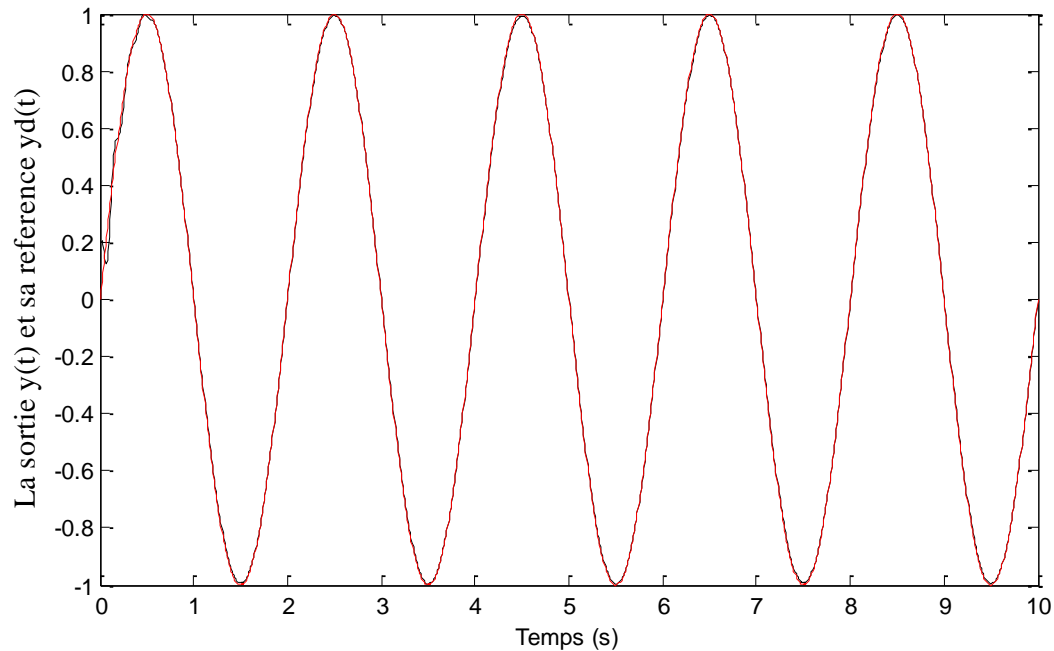
Avec  $z_3 = x_3 - \alpha_2 - \ddot{y}_d$  et la surface de glissement est  $s = z_3 + 2z_1 + 5.5z_2$

Donc la commande  $u$  est

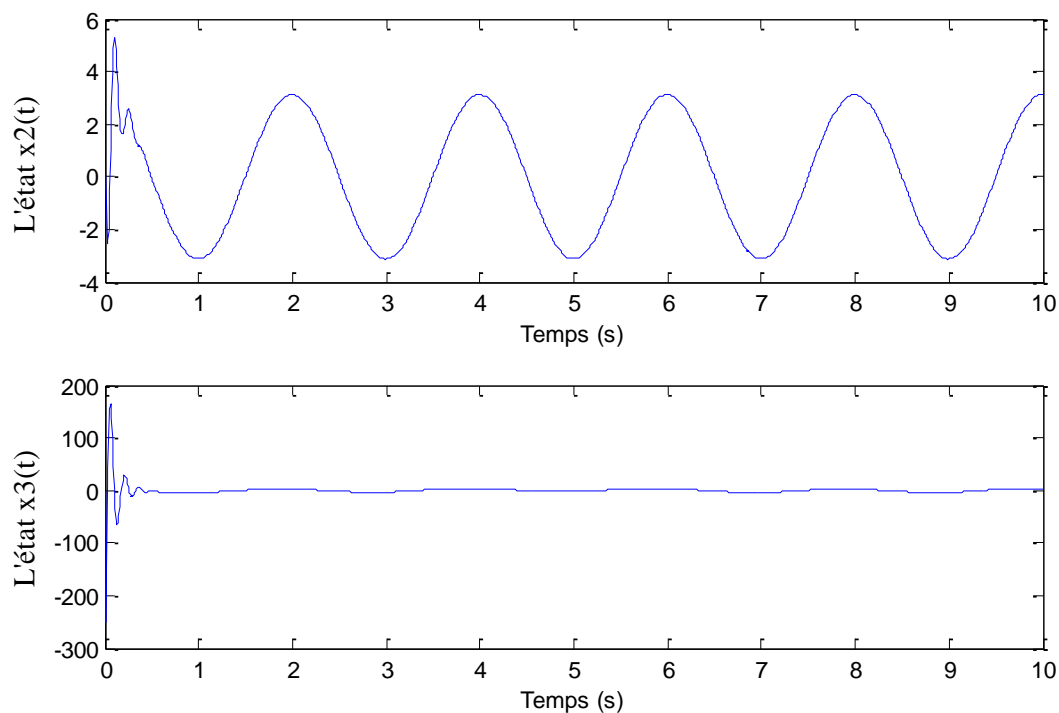
$$u = -z_2 - 8s - \lambda_2 \xi_2 \xi_2^T z_2 - \hat{\theta}_2 \psi_2 \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_2 \psi_2 s}{200}\right)$$

Nous appliquons la commande  $u$  sur le système de robot à un lien pour suivre la trajectoire souhaitée  $y_r = \sin(\pi t)$

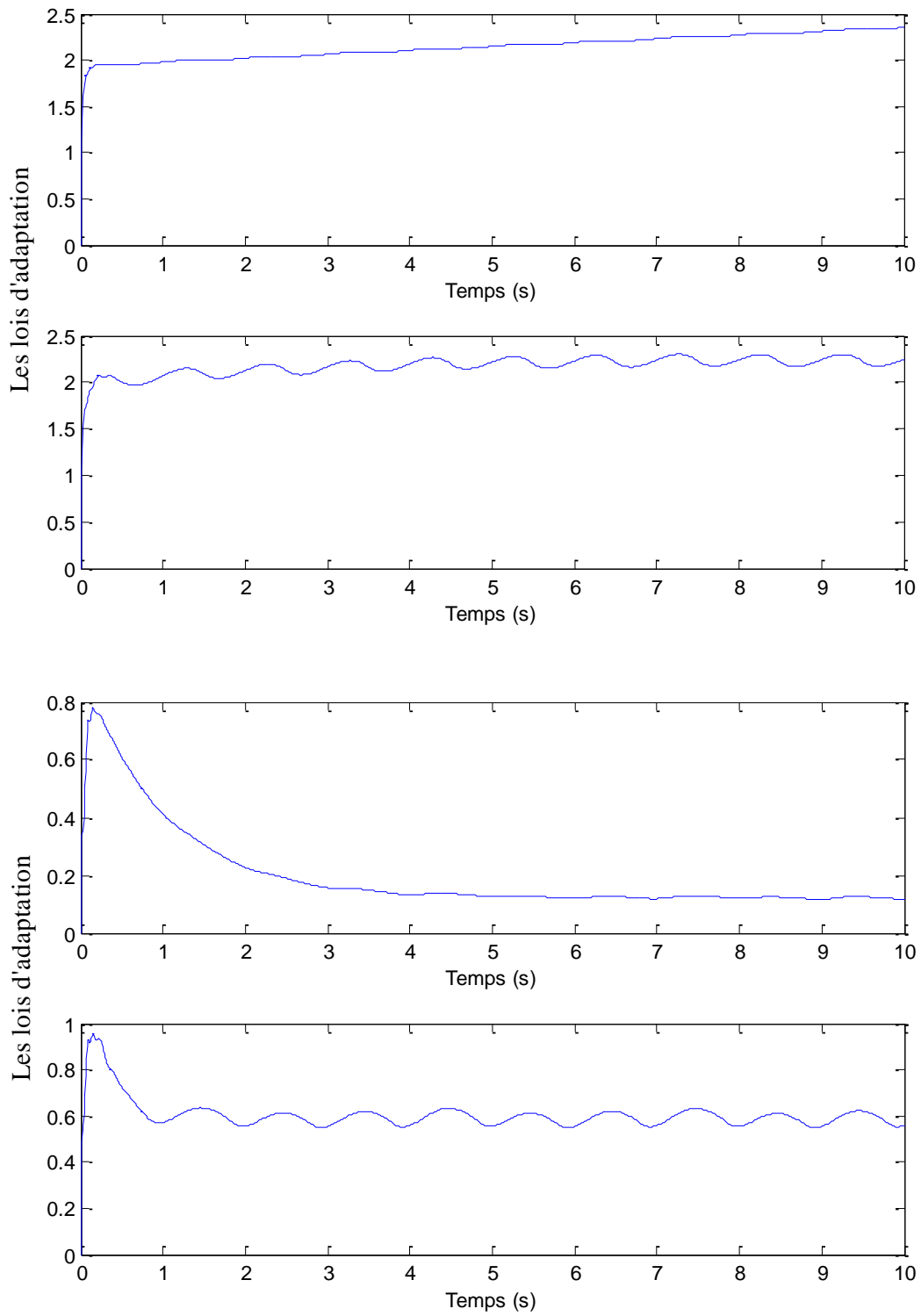
Les résultats de simulation pour ce cas sont illustrés sur les figures (III.1-III.5). Les figures (III.1) et (III.2) présentent l'évolution de la sortie du système  $y(t)$  avec sa référence, la dérivée  $\dot{y}(t)$  et la deuxième dérivée  $\ddot{y}(t)$ , respectivement.



**Fig. III.1 :** Sortie du système  $y(t)$  (en noir) et sa référence  $y_r(t)$  (en rouge) .

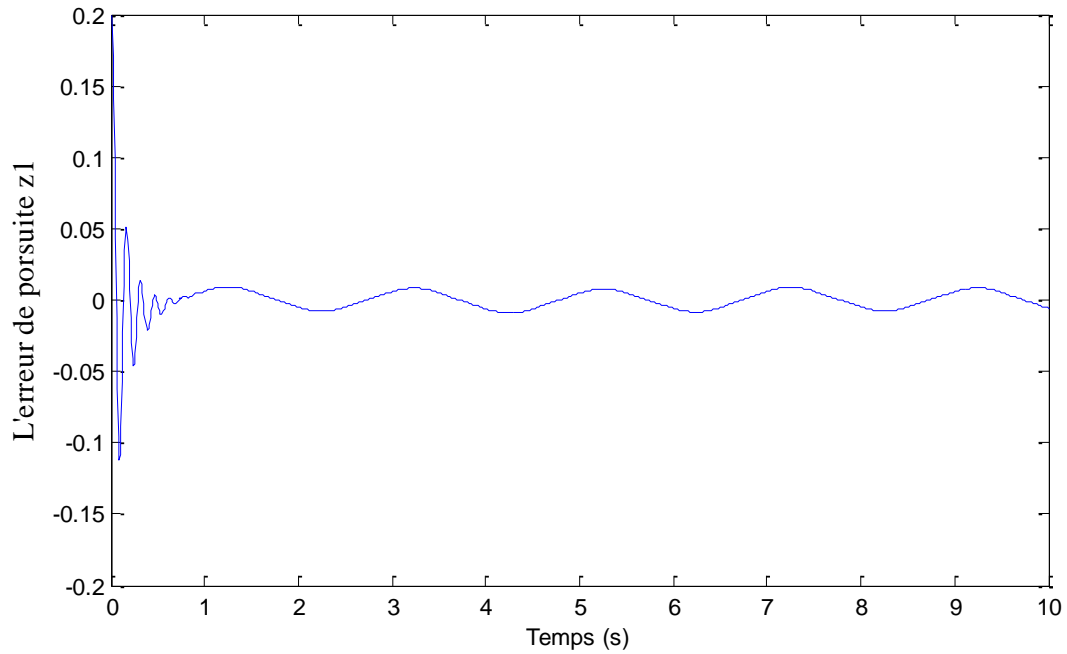


**Fig. III.2 :** Evolution de la vitesse et l'accélération.

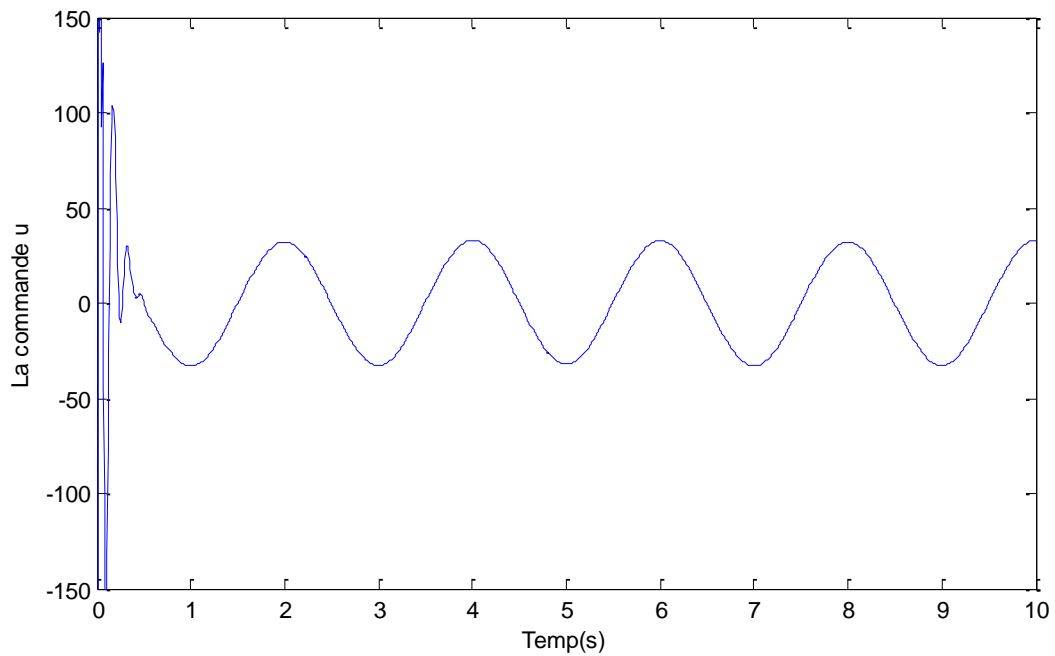


**Fig. III.3 :** Les lois d'adaptation  $\lambda(t)$  et  $\theta(t)$ .

**Fig. III.2 :** Evolution de la vitesse et l'accélération.



**Fig. III.4 :** L'erreur de poursuite  $z_1$ .



**Fig. III.5 :** Le signal de commande  $u(t)$ .

D'après les figures présentées ci-dessus, on remarque que les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées, et on voit bien aussi l'efficacité de les lois de



commande proposé (III.29), qui est la somme de deux termes, un terme de commande dite adaptative qui sert à pallier les problèmes de non linéarités, et l'autre terme dite de robustesse est évoqué pour contourner le problème des erreurs d'approximations.

❖ **Cas 2 : Conception de la commande adaptative floue robuste avec observateur**

On suppose que les états du système (III.1) ne sont pas disponibles, dans cette situation, un observateur d'état devraient être établis pour estimer les états, et alors une méthode de commande adaptative floue est étudié.

Les systèmes flous sont des approximations universels, c.-à-d., ils peuvent rapprocher n'importe quelle fonction lisse sur un espace compact. En raison de ces possibilités d'approximation, nous pouvons supposer que les limites non-linéaires en (III.1) peuvent être approximées comme

$$f_i \left( \frac{X_i}{\theta_i} \right) = \theta_i^T \varphi_i(X_i), \hat{f}_i \left( \frac{\hat{X}_i}{\hat{\theta}_i} \right) = \theta_i^T \varphi_i(\hat{X}_i), 1 \leq i \leq n \quad (\text{III.30})$$

où  $\hat{X}_i = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T$

On définit les vecteurs de paramètre optimal  $\theta_i^*$  comme

$$\theta_i^* = \underset{\theta_i \in \Omega_1}{\operatorname{argmin}} \left[ \sup_{X_i \in U_{11}, \hat{X}_i \in U_{12}} \left| \hat{f}_i \left( \frac{\hat{X}_i}{\hat{\theta}_i} \right) - f_i \left( \frac{X_i}{\theta_i} \right) \right| \right] \quad (\text{III.31})$$

$$1 \leq i \leq n$$

où  $\Omega_1, U_{11}$  et  $U_{12}$  sont les régions compactes pour  $\theta_i, X_i$  et  $\hat{X}_i$  respectivement. En outre, les erreurs d'approximation minimum de FLS  $\varepsilon_i$  et des erreurs d'approximation  $\delta_i$  sont définies comme

$$\varepsilon_i = f_i \left( \frac{X_i}{\theta_i} \right) - \hat{f}_i \left( \frac{\hat{X}_i}{\hat{\theta}_i^*} \right)$$

$$\delta_i = f_i \left( \frac{X_i}{\theta_i} \right) - \hat{f}_i \left( \frac{\hat{X}_i}{\hat{\theta}_i} \right) \quad (\text{III.32})$$

On note  $w_1 = \varepsilon_i + \Delta_i$  et  $\hat{\delta}_i = \delta_i + \Delta_i$   $i=1, 2, \dots, n$ .

**Supposition 2 :** Ils existent des constantes connues  $\varepsilon_{i0}$  et  $\delta_{i0}$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ . tel que  $|w_1| \leq \varepsilon_{i0}$  et  $|\hat{\delta}_i| \leq \delta_{i0}$ .

Puisque les variables d'état ne sont pas disponibles, l'observateur d'état devrait être conçu pour estimer les états.

La conception de l'observateur d'état flou est définie comme suit [20] :

$$\begin{aligned}\hat{X} &= AX + ky + \sum_{i=1}^n B_i \left[ \hat{f}_i(\hat{X}_i) + \Delta_i \right] + Bu \\ \hat{y} &= C\hat{X}\end{aligned}$$

où  $C = [1 \dots 0 \dots 0]$  (III.33)

Soit  $e = X - \hat{X}$  erreur d'observation, à partir de (2) et (III.29) nous avons l'équation des erreurs d'observation comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{e} &= Ae + \sum_{i=1}^n B_i \left[ f_i(X_i) - \hat{f}_i(\hat{X}_i/\theta_i) + \Delta_i \right] \\ &= Ae + \sum_{i=1}^n B_i [\delta_i + \Delta_i] = Ae + \delta \\ &\text{(III.34)} \quad \delta = [\delta_1, \dots, \delta_n]^T\end{aligned}$$

où

Le backstepping est une approche de conception efficace pour les systèmes non linéaires à retour d'état stricte. La procédure de conception passe par n étapes. Dans chaque étape, une fonction de la commande virtuelle  $\alpha_i$  devrait être développée en utilisant une fonction de Lyapunov ( $V_1$ ) .

❖ Les fonctions d'appartenance :

$$\begin{aligned}\mu A_{hi}^1 &= \exp[-(\hat{x} + 1)^2] \\ \mu A_{hi}^2 &= \exp[-(\hat{x} + 0.5)^2] \\ \mu A_{hi}^3 &= \exp[-\hat{x}^2] \\ \mu A_{hi}^4 &= \exp[-(\hat{x} - 0.5)^2] \\ \mu A_{hi}^5 &= \exp[-(\hat{x} - 1)^2]\end{aligned} \quad \text{(III.35)}$$

❖ Les fonctions stabilisante  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont :

$$\alpha_1 = -36z_1$$

Avec  $z_1 = \hat{x}_1 - y_d$  et  $z_2 = \hat{x}_2 - \alpha_1 - \dot{y}_d$

❖ sont Les lois d'adaptation:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_2 = 1[\xi_2 \xi_2^T z_2^2 - 1(\lambda_2 - 0.1)] \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = 2[\psi_2 \|z_1\| - 2(\hat{\theta}_2 - 0.5)] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_3 = 0.01[\xi_3 \xi_3^T s^2 - 0.0001(\lambda_3 - 0.1)] \\ \dot{\hat{\theta}}_3 = 0.3[\psi_3 \|s\| - (\hat{\theta}_3 - 0.1)] \end{cases} \quad (\text{III.36})$$

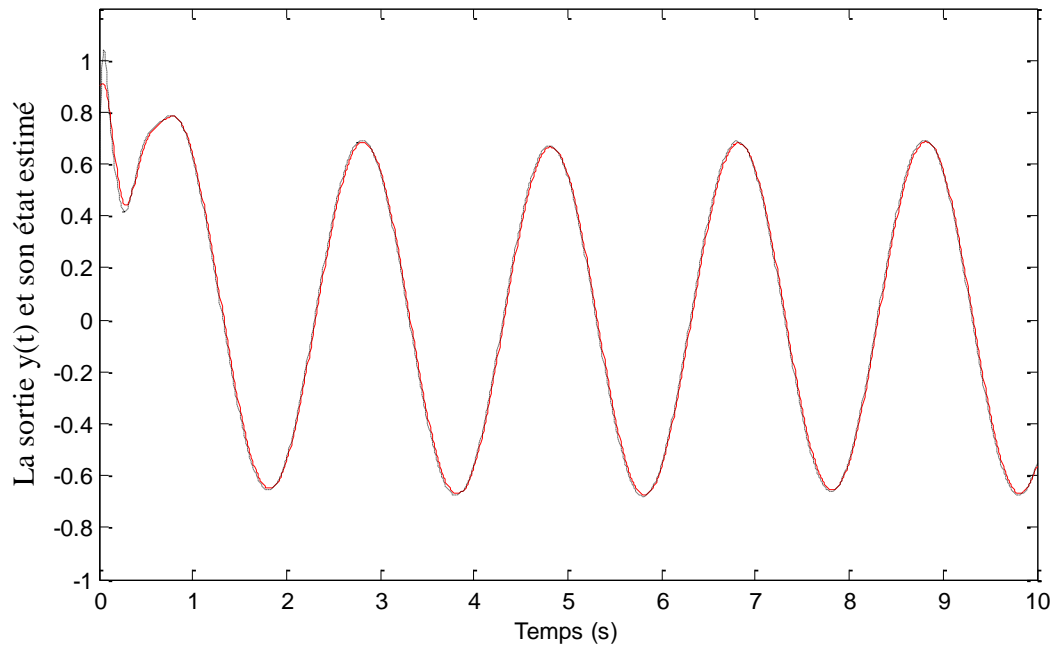
$$\alpha_2 = -z_1 - 35z_2 - \lambda_2 \xi_2 \xi_2^T z_2 - \hat{\theta}_2 \psi_2 \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_2 \psi_2 z_2}{200}\right)$$

Avec  $z_3 = x_3 - \alpha_2 - \ddot{y}_d$  et la surface de glissement est  $s = z_3 + 2z_1 + 5.5z_2$

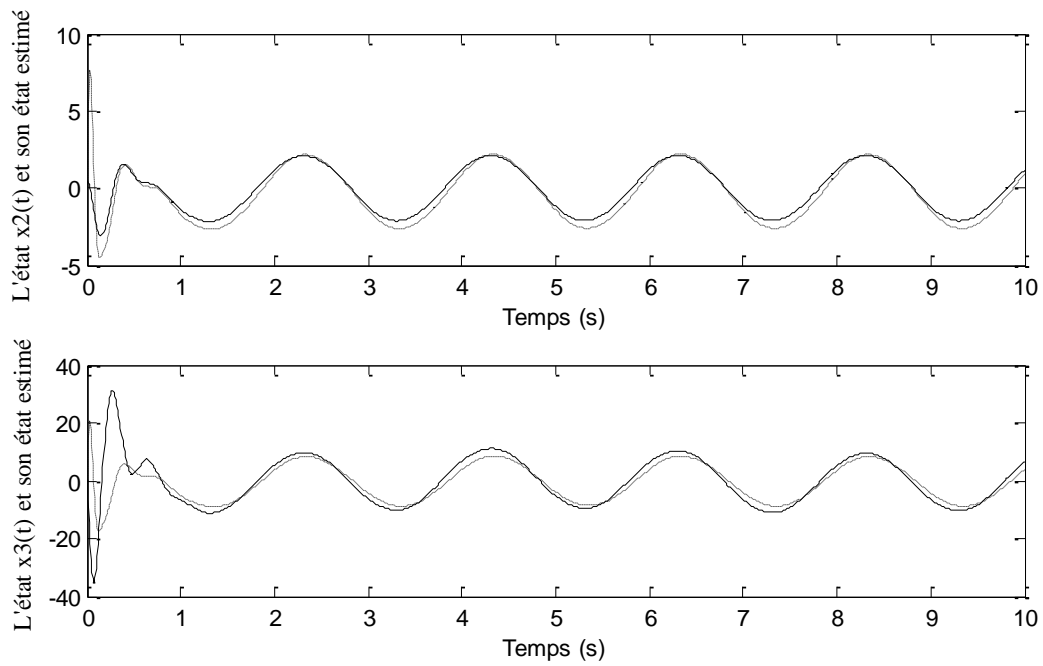
Donc la commande est

$$u = -z_2 - 8s - \lambda_2 \xi_2 \xi_2^T z_2 - \hat{\theta}_2 \psi_2 \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_2 \psi_2 s}{200}\right) \quad (\text{III.37})$$

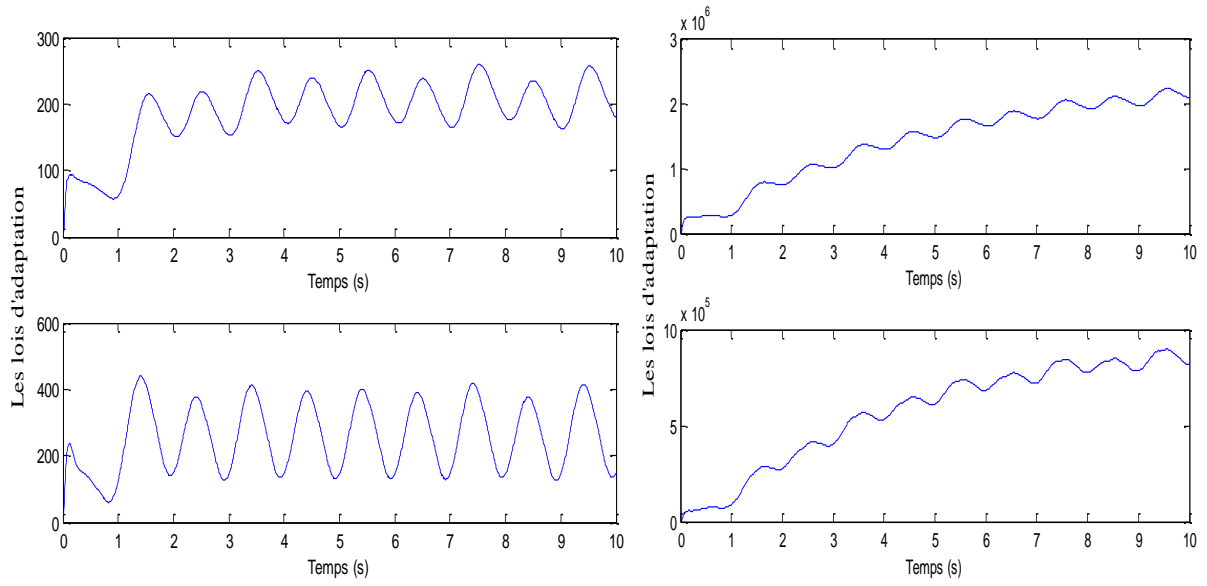
Les résultats de simulation pour ce cas sont illustrés sur les figures (III.6-III.10). Les figures (III.5), (III.6) présentent l'évolution de la sortie du système  $y(t)$ , la dérivée  $\dot{y}(t)$  et la deuxième dérivée  $\ddot{y}(t)$  avec leurs états estimés, respectivement.



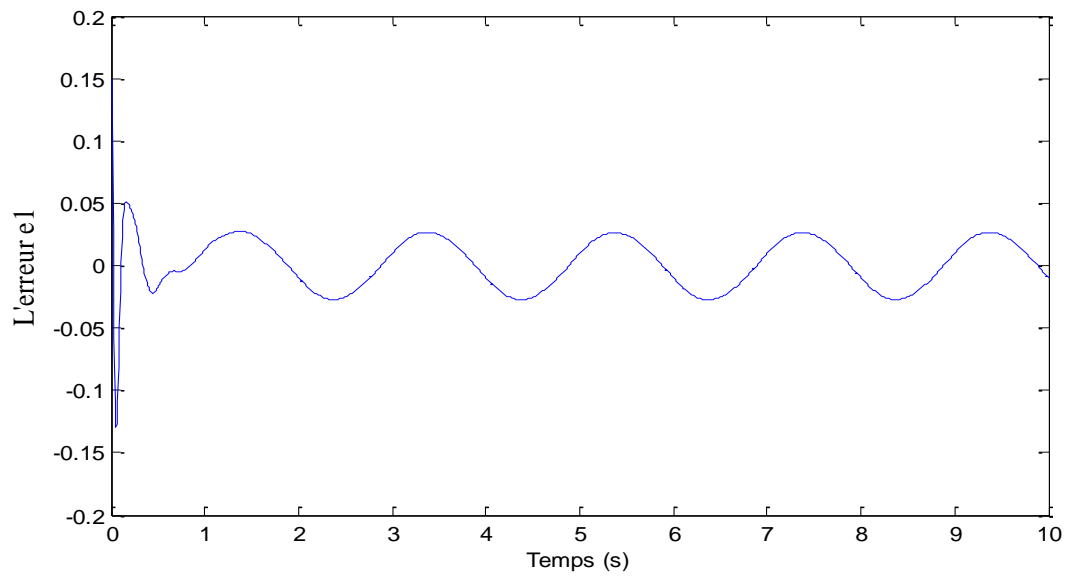
**Fig. III.6 :** Evolution de l'angle  $y(t)=x_1(t)$  (en trait continu) et son état estimé (en pointillé).



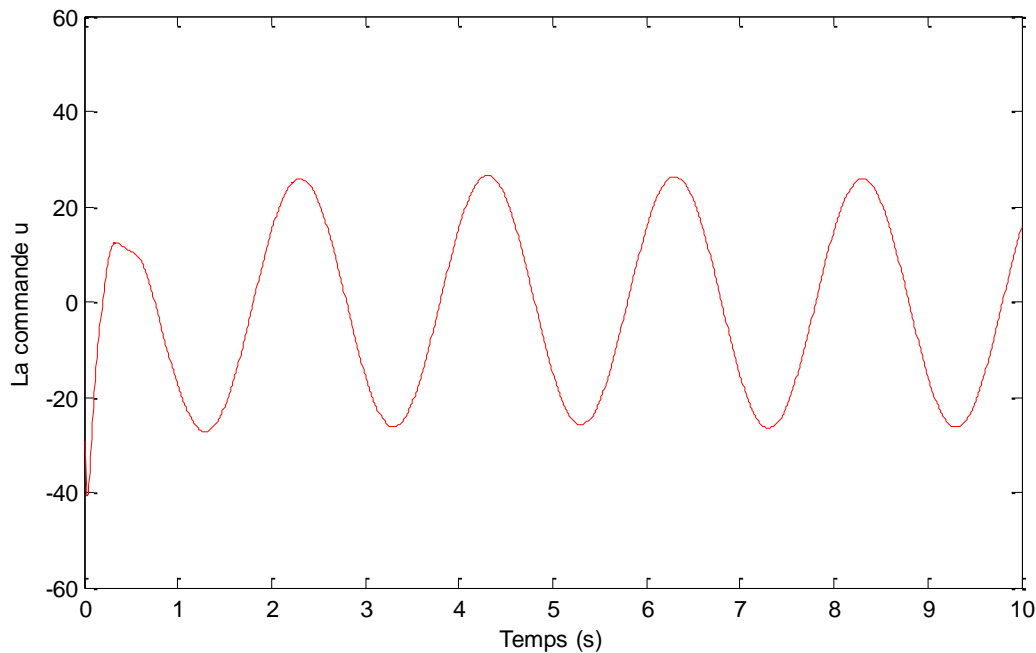
**Fig. III.7 :** Evolution de la vitesse (en trait continu) et son état estimé (en pointillé) et évolution de l'accélération (en trait continu) et son état estimé(en pointillé).



**Fig. III.8 :** Les lois d'adaptation  $\lambda(t)$  et  $\theta(t)$



**Fig. III.9 :** L'erreur  $e_1$



**Fig. III.10 :** Le signal de commande globale  $u(t)$

D'après les figures présentées ci-dessus, nous permettent de constater que les signaux de commande sont lisses et que les trajectoires réelles et désirées sont presque superposées.

Nous pouvons conclure que l'approche de commande floue proposée garantit que tous les signaux  $x_1$ ,  $\hat{x}_1$ ,  $x_2$ ,  $\hat{x}_2$  et la commande  $u$  sont globalement bornés, et spécialement, l'erreur  $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$ ,  $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$  et la sortie  $y = x_1$  qui converge vers un petit voisinage de l'origine. Lors de nos simulations, nous avons constaté que quelque soit le type d'incertitudes considérées, la régulation s'effectue en minimisant l'erreur d'approximation d'une part, et en assurant la stabilité robuste globale du système d'autre part.

### III.5- Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une commande adaptative indirecte floue stable, pour une classe des systèmes non linéaires monovariables, sans connaître le signe du gain de commande. La loi de commande proposée est une somme de deux termes, un terme adaptative introduit pour compenser les non linéarités du système, et l'autre est un terme de robustesse évoqué pour diminuer les erreurs d'approximation et l'erreur dû à l'utilisation de l'inverse régularisé au lieu de l'inverse normal, de plus ce schéma de commande permet d'initialiser à zéro les lois d'adaptations tirées de l'étude de la stabilité par l'approche de Lyapunov.

Nous pouvons conclure que l'approche de commande floue proposée garantit que tous les signaux et la commande sont globalement bornés, et spécialement, l'erreur, et la sortie qui converge vers un petit voisinage de l'origine. Une simulation sur un système non linéaire du troisième ordre montre l'efficacité de la commande proposée. Puisque les variables d'état des systèmes non linéaires sont supposés être inconnues, on intègre un observateur d'état flou qui est d'abord conçu pour estimer les variables d'état, par laquelle les régimes de commande floue sont formulés.

Les résultats de simulation sont illustrés pour confirmer l'efficacité et l'applicabilité de la méthode proposée.

A decorative rectangular border with ornate floral and scrollwork patterns in shades of green and blue, framing the central text.

# Conclusion générale



Après plusieurs années de succès pratiques, la commande adaptative floue est arrivée à sa maturité avec la formation et la justification théorique de ses capacités prouvées par l'expérience. Les travaux théoriques, depuis le début des années 90, ont porté sur les axes suivants :

- La justification théorique des capacités d'approximation des systèmes a offert une base théorique pour le développement de la commande adaptative floue.
- L'établissement théorique de la stabilité des boucles de commande floue, longtemps critiquée par ses antagonistes, est réalisée par plusieurs approches, à savoir la méthode de Lyapunov, de l'hyperstabilité et le critère du cercle, et ceci pour des régulateurs adaptatifs flous.

En outre, la stabilité du système en boucle fermée a été prouvée en employant la méthode de Lyapunov, c'est à dire, l'approche de la commande adaptative floue étudiée a permis de garantir la stabilité semi-globale de système non linéaire incertain en boucle fermée et aussi que tous les signaux et les états sont globalement limités, et la convergence de l'erreur de poursuite du système vers un petit voisinage de l'origine.

L'instabilité est un problème plus gênant pour les systèmes non linéaires. Durant les transitions du paramètre estimé, l'état peut diverger vers l'infini durant un temps fini. Pour cette raison, la commande adaptative floue robuste non linéaire, adoptée dans cette étude, va résoudre ce problème de stabilité pour certaines classes de systèmes non linéaires. Puisque les variables d'état des systèmes non linéaires sont supposés être inconnues, on intègre un observateur d'état flou qui est d'abord conçu pour estimer les variables d'état, par laquelle les régimes de commande floue sont formulés.

Les résultats de simulation sont illustrés pour confirmer l'efficacité et l'applicabilité de la méthode proposée.

Enfin, on peut dire que la commande adaptative floue par backstepping est une technique moderne et efficace pour améliorer la performance des systèmes non linéaires et garantissent la stabilité globale de ce système, pour cela cette technique est très utile et rentable.

- [1]- L.X. Wang , "Adaptive Fuzzy Systems and Control", Englewood Cliff, NJ: Prentice-Hall, 1994.
- [2]- H.K. Khalil, "Nonlinear Systems", Prentice Hall, 1996.
- [3]- J. P. Barbot, "Observateur pour le diagnostic", ECS-EA-3649-ENSEA.
- [4]- J.J.E. Slotine, J.K. Hedrick, and E.A. Misawa, "Nonlinear state estimation using sliding observers", 25th IEEE Conf. pages 332.339. Greece.1986.
- [5]- A. R. Benaskeur, "Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires", université Laval QUÉBEC, février 2000.
- [6]- E. H. Mamdani, "Application Of Fuzzy Algorithms For Control Of Simple Dynamic Plant", Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, Control and Science, 1974.
- [7]- A. Hussain, "Contribution a la commande adaptative robuste par modes glissants", université de Reims Champagne-Ardenne, 02 décembre 2009
- [8]- A. Tlemçani, Ecole Nationale Polytechnique, "Contribution à l'application des commandes adaptatives par les systèmes flous à une machine synchrone à aimants permanents alimentée par un convertisseur multicellulaire série", 03 Juillet 2007
- [9]- J. M. Mendel, "Fuzzy Logic System for Engineering", IEEE, trans?, Mar. 1995.
- [10]- L. X. Wang, "Stable Adaptive Fuzzy Controller with Application to Inverted Pendulum Tracking ", IEEE Trans. on Systems, Man. Cyber.-part B, Oct. 1996.
- [11]- R. Boukezzoula, "Commande floue d'une classe des systèmes non linéaires : application au problème de suivi de trajectoire", l'université de Savoie, 31 Mars 2000.
- [12]- R. A. Freeman and P.V. Kokotovic, " A New Lyapunov Function for the Backstepping Design of 'Softer' Robust Nonlinear Control Laws", Technical report no. CCEC-92-0520,1992.
- [13]- P. Mullhaupt , "Systèmes Multivariable II, les systèmes non linéaires,notes de cours basé sur le livre : Nonlinear Systems", H.K. Khalil, Third Edition, Prentice Hall, ME C2 391, **Notes de cours SMII, 2002.**

- [14]- Dr. Arzelier, D. Peaucelle, "Systèmes et asservissements non linéaires", Notes de cours Version 4,
- [15]- K. J. Astrom, B. Wittemark, "Adaptive Control", Addison-Wesley Publications, 1995.
- [16]- K. Khettab, "Commande adaptative floue des systèmes non linéaires par la méthode de backstepping utilisant le mode glissant", université FERHAT ABBAS-STIF, 2005.
- [17]- I. Kanellakopoulos, P.V. Kokotovic and A.S. Morse, "Adaptive feedback linearization of nonlinear systems", In : Foundations of Adaptive Control, Edition, Springer Verlag. Berlin, 1991.
- [18]- M. Krstic, P. V. Kokotovic, "Adaptive Nonlinear Output-Feedback Schemes with Marino-Tomei Controller", IEEE transactions on automatic control, no. 2, february 1996.
- [19]- Z. H. Li , M. Krstic, "Optimal Design of Adaptive Tracking Non-linear Systems", Automatica, 1997.
- [20]- L. Guessas, K. Benmahammed, "Adaptive Backstepping and PID optimized by Genetic Algorithm In Control of Chaotic Systems", International Journal of Innovative Computing, Information and Control IJICIC International, Volume 7, Number 9, Septembre 2011.
- [21]- J. M. Mendel, "Fuzzy Logic System for Engineering", IEEE, trans, vol. 83, Mar. 1995.
- [22]- J. Godjevac, "Neuro-Fuzzy Control Design", Application, Presses Polytechniques Universitaires Romandes, Suisse, 1997.
- [23]- Y. Yang, G. Feng, "A Combined Backstepping and Small-Gain Approach to Robust Adaptive Fuzzy Control for Strict-Feedback Nonlinear Systems", IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics-part a: systems and humans, vol. 34, no. 3, May 2004.
- [24]- F. KARA, R. ABDESSEMED and F. KHABER, "Commande adaptative Floue Robuste par backstepping basé sur observateurs flou avec des filtres des variables d'état pour le système non linéaire incertain SISO, CIFIE, Annaba, Octobre 2010.

**Résumé**--Dans ce travail, un contrôleur adaptatif flou basé sur un observateur est développé pour une classe des systèmes non-linéaires incertains SISO. Les méthodes de commande adaptative floue robuste basée sur l'approche backstepping, qu'est basée sur la synthèse de Lyapunov a permis de déduire les lois d'adaptation, le terme de robustification et de montrer que la loi de commande proposée permet de garantir la stabilité du système en boucle fermé. L'objectif principal de ce travail est celle en concevant un observateur flou, l'application de la commande adaptative floue avec backstepping est prolongée à une nouvelle classe des systèmes non-linéaires avec les états immesurés. L'efficacité de l'approche proposée est vérifiée par l'exemple de simulation.

**Mots-clés** : Commande floue, Commande adaptative robuste, Systèmes non-linéaires, observateur d'état, technique de backstepping, stabilité.

---

**Abstract**--In this work, we considered adaptive fuzzy controllers based on an observer are developed for a class of non-linear SISO uncertain system. Affined in the controller ,the robust adaptive fuzzy control methods based on the backstepping approach, based on the synthesis of Lyapunov allowed to deduce the adaptation laws, the term robustification and to show that the proposed control law ensures the stability of the closed-loop system.

The primary objective of this memoire is that by designing a fuzzy adaptive observer, the application of adaptive fuzzy control with Backstepping isextended to a new class of nonlinear systems with unmeasured state. The effectiveness of the proposed approach is verified by the simulation example.

**Keywords** :Fuzzy control ,robust adaptive control, Nonlinear systems State observer, backstepping technique, Stability.

**ملخص**: في هذا العمل وضعنا وحدات التحكم الغامض القائم على مراقبة التكييف لفئة من الأنظمة اللاخطية SISO مع الحالة غير المقاسة باستخدام نظم المنطق الضبابي لتقريب الوظائف اللاخطية و المجهولة. نظريات التحكم التآلفي الغامض المتين (rebuste) تعتمد على طريقة التراجع المرهلي (backstepping) وتعتمد على نظرية ليابونوف (Lyapunov) التي تسمح باستنتاج قوانين التكييف، وتعنى بالمتانة (rebustification) و أثبتت أن قانون التحكم المقترح يضمن استقرار النظام في حلقة مغلقة.

والهدف الأساسي لهذه الأطروحة هو أنه من خلال تصميم مراقب متكيف خامض، يتم تطبيق التحكم المتكيف الخامض مع طريقة التراجع المرطبي (backstepping) الذي يشمل فئات جديدة من الأنظمة اللاخطية والحالات غير المعروفة. ويتم التحقق من فعالية هذا النهج الذي اقترحناه في مثال المعاكة.

**كلمات مفتاحية:** الأنظمة الغامضة لي طاكجي\_سيجينو، مراقب تأقلمي خامض، مراقب قوي، التخطيط الرجعي، الأنظمة اللاخطية غير الدقيقة، الاستقرار.