



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA



Faculté des Nouvelles Technologies de l'Information et de la
Communication

Département de l'électronique et de télécommunication

MEMOIRE MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Électronique

Spécialité : Automatique

Présenté par :

SELAMI Mama

THEME

***COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE ROBUSTE PAR
MODE GLISSENT POUR LES SYSTEMES NON
LINEAIRES INCERTAINS VIA BACKSTEPPING***

Soutenu publiquement

Le : / /2017

Devant le jury :

Mr	ABDESSEMED Djalal	MAA	Président	UKM Ouargla
Mr	HAMIDA Mohamed Assaad	MCA	Examineur	UKM Ouargla
Mr	CHEBBARA Fouad	MCA	Encadreur	UKM Ouargla
Mm	KARA Fouzia	MAA	Co-Encadreur	UKM Ouargla

Année Universitaire : 2016/2017

Remerciements

Nous remercions ALLAH qui nous aide et nous avoir donné la patience et le courage durant ces longues années d'étude.

Je tiens à remercier Madame F. Kara et Monsieur CHEBBARA Fouad, pour la proposition du sujet de ce mémoire et pour ses conseils tout au long de ce travail.

Je remercie les membres de jury, qui m'ont fait l'honneur de participer au jugement de ce travail.

Pour leur encouragement, leur soutien moral et la patience qu'ils m'ont manifestés durant mes études, je remercie tous les membres de ma famille.

Enfin, Je remercie tous mes amis (es).

Selami Mama



Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

*A ceux qui m'ont donné amour et confiance qui on toujours avec
moi, A ma très chère mère et mon très cher père.*

A mes très chers frères et sœur et toute ma famille

A mes enseignant de l'école primaire jusqu'à l'université

A tous mes amis, mes collègues (promo 2017)

*A mon encadreur Mm KARA .F Qui fut pour moi l'exemple, le
conseiller et le soutien.*

A tous qui m'ont aidé de près ou de loin et pour un être chère.

Selami Mama

Sommaire

INTRODUCTION GENERALE	01
------------------------------------	-----------

Chapitre I : Concept général de la commande adaptative floue et backstepping

I.1. Introduction.....	03
I.2. Concept de la commande adaptative.....	03
I.2.1. Commande adaptative indirecte (STC).....	04
I.2.2. Commande adaptative directe (MRAC).....	04
I.2.2.1. Approche du gradient	05
I.2.2.2. Synthèse par Lyapunov	06
I.2.3. La différence entre M RAC et STC.....	09
I.3. Logique floue.....	09
I.3.1. Définitions de la logique floue	09
I.3.2. Caractéristiques de la logique floue	09
I.3.3. Champ d'applications de la logique floue	10
I.3.4. Différents domaines d'applications	10
I.4. Commande floue.....	10
I.4.1. But de la commande floue	11
I.4.2. Conception d'un contrôleur flou.....	11
I.5. Différents types de modèles flous.....	12
I.6. Approximation floue.....	14
I.7. Méthode de backstepping	16
I.7.1. Principe du backstepping	16
I.8. Commande adaptative via backstepping.....	19
I.9. Conclusion	20

Sommaire

Chapitre II : Concept général de la commande robuste par mode glissant

II.1. Introduction	21
II.2. Commande par mode de glissement	21
II.3. Détermination de la loi de commande	25
II.4. Structure de commande H_∞	26
II.4.1. synthèse H_∞	27
II.4.2. Outils fondamentaux	27
II.4.3. Norme H_∞	30
II.4.4. Modélisation des incertitudes	31
II.5. Robustesse des systèmes asservis	32
II.5.1. Théorème du petit gain	34
II.5.2. Stabilité nominale	34
II.5.3. Stabilité robuste	34
II.5.4. Performances nominales	35
II.5.5. Performances robustes	35
II.5.6. Loop-shaping	35
II.6 μ -Analyse et μ -Synthèse	37
II.7. Conclusion	39

Chapitre III : Commande adaptative floue robuste par mode glissant pour les systèmes non linéaires incertains via backstepping

III.1. Introduction	41
III.2. Conception de la commande adaptative floue robuste	41
III.2.1. Commande adaptative floue robuste	41

Sommaire

III.2.2. Commande adaptative flou robuste par mode glissement.....49

III.3. Exemple d’application..... 53

III.4. Conclusion..... 56

CONCLUSION GENERALE 57

BIBLIOGRAPHIQUES..... 58

LISTE DES FIGURES

Figure I.1 : Commande adaptative auto-ajustable (indirect).....	04	
Figure I.2 : Commande adaptative avec mod�e de réference explicite (directe).	04	
Figure I.3 : Mod�e d'erreur	05	
Figure I.4 : Structure d'un système flou.....	11	
Figure I.5 : Schéma de principe de la commande adaptative par backstepping.....	20	
Figure II.1 : Configuration en changeant la structure par Commutation d'interrupteurs	22	
Figure II.2.a : Glissement idéal	Figure II.2.b : Glissement réel	23
Figure II.3 : Grandeur de la commande équivalente	25	
Figure II.4 : Structure de la commande.....	26	
Figure II.5 : Représentation sous forme standard d'un système.	27	
Figure II.6 : Valeurs singulières et norme H_∞ d'une matrice de transfert.....	30	
Figure II.7 : Représentation additive des incertitudes non structurées.	32	
Figure II.8 : Représentation des incertitudes structurées par blocs.....	32	
Figure II.9 : Représentation des incertitudes structurées.	32	
Figure II.10 : Schéma représentatif d'une boucle de suivi.....	33	
Figure II.11 : Contraintes de loop-shaping.....	37	
Figure II.12 : Schémas pour la μ -analyse.....	38	
Figure III.1 : Evolution de la sortie du système y (en trait continue) et sa réference y_d (en pointill�e)	54	
Figure III.2 : Evolution d'erreur de poursuite z_1	55	
Figure III.3 : Evolution des lois d'adaptation.	55	
Figure III.4 : Evaluation du signal de commande u	55	

Liste Tableau

Tableau II.1 : Norme d'un vecteur ou d'un signal pour $p = 2$, nous retrouvons la norme euclidienne classique.....	28
Tableau II.2 : Incertitudes multiplicatives.....	34

INTRODUCTION GENERALE

La commande des systèmes en général, est un problème compliqué à cause des non linéarités, perturbation difficile à mesurer et incertitudes sur les paramètres des systèmes.

Dans cette étude on s'intéresse aux méthodes de commande non linéaires adaptatives.

Ces méthodes apportent une amélioration substantielle aux performances des contrôleurs adaptatifs basés sur l'estimation. Pour les méthodes non linéaires, la stabilité passe au premier plan pour devenir l'élément clé du design. La loi de commande tient compte de la dynamique d'adaptation. Ces deux dernières, ainsi que la fonction de Lyapunov qui garantit la stabilité et les performances du système, sont conçues simultanément, grâce à l'algorithme du backstepping et ses variantes. Cette méthode manque toutefois de souplesse dans le choix de la commande [1].

On exploite la technique de la logique floue pour l'approximation des fonctions inconnues concernant le système étudié qui est non linéaire, et on intègre l'adaptation pour ajuster le vecteur de paramètre de ce système.

La technique du backstepping adaptée aux systèmes triangulaires, est une méthode de commande réursive basée sur la fonction de Lyapunov. Cette dernière est un outil bien connu pour l'étude de la stabilité des systèmes dynamiques non commandés.

Une commande à structure variable adaptative floue avec des fonctions d'appartenance lisses utilisant le concept de backstepping est systématiquement développé pour rapporter la performance relative de poursuite améliorée.

Une procédure réursive de backstepping pour la conception de commandes basées sur l'estimation des systèmes non linéaires incertains est présentée dans cette étude. Sa motivation se fonde sur l'intention de réduire le volume des calculs de la conception de backstepping en exploitant la simplicité de la commande par mode glissant [2].

Le but d'un chercheur automatique est donc de développer des techniques permettant de

- proposer des méthodologies de synthèse de contrôleurs assurant les performances recherchées (synthèse),
- garantir a priori le bon fonctionnement d'une loi de commande sur le procédé (analyse).

Ce mémoire est réparti en trois chapitres et la simulation est faite en se basant sur des

programmes formulés en MATLAB.

Dans le premier chapitre, on présente d'abord le concept de commande des systèmes non linéaires en se basant sur la commande adaptative floue par backstepping.

La commande adaptative est classifié en deux grandes catégories : commande adaptative directs et indirects, pour concevoir un système à commande adaptative : approche du gradient et par la synthèse de Lyapunov

Le deuxième chapitre, est un rappel de la théorie des systèmes à structure variable et des modes glissants. La technologie des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement. La commande par mode glissant était synthétisée pour le fonctionnement des systèmes non-linéaires où les paramètres incertains et variables ne peuvent influencer la robustesse de cette technique.

Dans le troisième chapitre, nous synthétisons une loi de commande adaptative floue par mode glissant pour les systèmes non linéaires incertains robuste .on utilisera un système floue Takagi-Sugeno pour approximer la fonction inconnue. La stabilité du système et les lois d'adaptation sont déduites à l'aide de la théorie de Lyapunov. Les résultats obtenus sont présentées pour illustrer l'apport de cette structure de commande.

Enfin, nous terminons par une conclusion.

I.1. Introduction

La commande adaptative a débutée dans les années 50 comme solution pour contrôler les processus fonctionnant sous des conditions et environnement variables dans le temps. Dans les années 60 plusieurs contributions de la théorie de la commande ont été introduites dans le développement de la commande adaptative, comme par exemple l'approche d'état et les théories de stabilité... . Au début des années 70 les différentes méthodes d'estimation ont été introduites dans la commande adaptative [1].

L'utilisation en industrie de la commande adaptative a commencé au début des années 80 en parallèle avec une rapide évolution en microélectronique qui a permis d'implémenter des régulateurs adaptatifs sur des systèmes à microprocesseurs.

La technique de Backstepping basée sur la théorie de Lyapunov, donne plus de flexibilité au concepteur en exploitant les bornes non linéarités, la fonction de Lyapunov est construite pour garantir la stabilité et les propriétés de convergence.

L'objectif de ce chapitre, est de présenter les concepts de base liés à la commande adaptative floue où une loi de commande adaptative floue robuste linéarisant pour une classe de systèmes non linéaires SISO capable d'assurer la stabilité. On abordera la Conception d'un contrôleur flou. Par la suite, technique de commande par Backstepping

I.2. Concept de la commande adaptative

La commande adaptative est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en temps réel des régulateurs des boucles de commande afin de réaliser ou maintenir un certain niveau de performances quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus soit variantes dans le temps [2].

En général il y a plusieurs cas, le système à contrôler possède des paramètres incertains au début de l'opération de commande. Bien que l'effet de cette incertitude paramétrique puisse disparaître en temps fini par un certain mécanisme d'ajustement, elle peut causer une instabilité du système.

Dans d'autre cas, un phénomène inverse se produit, on démarre avec des paramètres connus et certains, mais au cours de fonctionnement, ces paramètres perdent leurs valeurs initiales et deviennent incertains, donc sans une mise à jour continue du régulateur, le régulateur initial s'avère inefficace.

Les paramètres du régulateur sont adaptés de manière à poursuivre le système dans son évolution [3]. Deux types de commande adaptative sont possibles :

I.2.1. Commande adaptative indirecte (STC)

Cette approche s'effectue en deux étapes :

- Estimation des paramètres du modèle,
- Calcul des paramètres du contrôleur à partir des paramètres estimés.

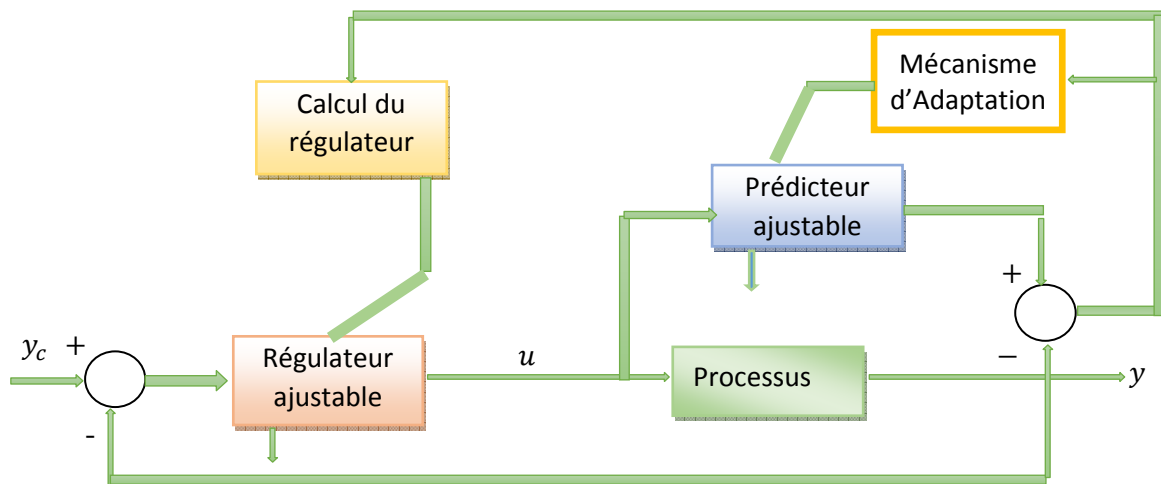


Figure I.1 : Commande adaptative auto-ajustable (indirecte)

I.2.2. Commande adaptative directe (MRAC)

Elle conduit directement à l'estimation des paramètres de la loi de commande. Ce type de schéma est obtenu en réécrivant le modèle du processus en fonction des paramètres de la loi de commande.

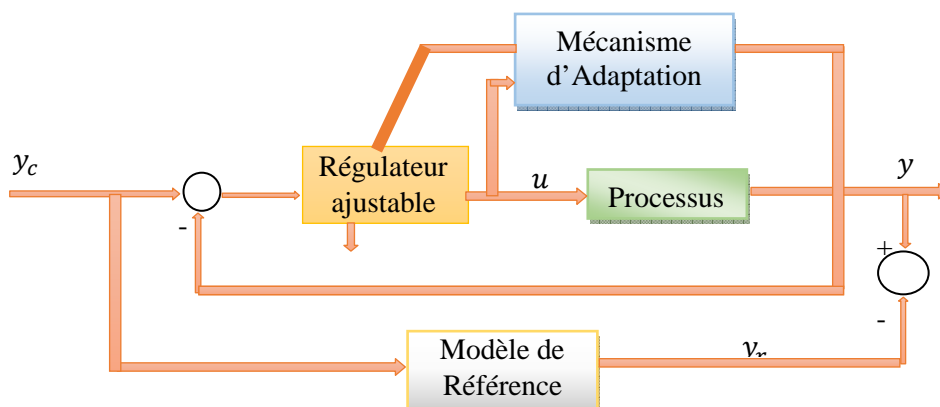


Figure I.2 : Commande adaptative avec modèle de référence explicite (directe).

Pour analyser et concevoir un système à commande adaptative, on trouve de nombreuses approches dont on citera :

- Approche du gradient.
- Approche par la synthèse de Lyapunov.

I.2.2.1. Approche du gradient

Cette approche est basée sur l'hypothèse que les paramètres du procédé changent d'une manière très lente par rapport aux autres variables dans le système. Cette approche ne fournit pas nécessairement un système stable en boucle fermée. Le mécanisme d'ajustement des paramètres est appelé règle du MIT.

- **Règle du MIT**

Supposons que nous allons ajuster les paramètres du régulateur de telle sorte que l'erreur entre les sorties du procédé et du modèle de référence soit amenée à zéro. Soit e l'erreur de poursuite, θ le paramètre à ajuster et le critère d'optimisation suivant :

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2 \quad (\text{I.1})$$

Par conséquent, pour que J soit petit il est raisonnable de changer les paramètres dans le sens négatif du gradient de J .

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} \\ \frac{d\theta}{dt} = -\gamma \cdot e \frac{\partial e}{\partial \theta} \end{cases} \quad \text{où } \gamma > 0 \quad (\text{I.2})$$

$\frac{\partial \theta}{\partial e}$ représente la sensibilité du système, γ détermine la vitesse d'adaptation des paramètres. Le schéma de la figure suivante représente le modèle d'erreur.

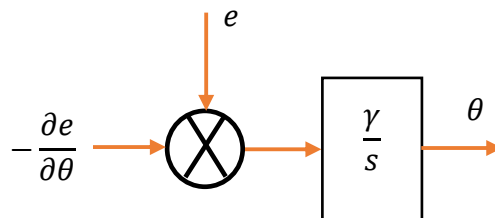


Figure I.3 : Modèle d'erreur

Le choix du critère est arbitraire, si on pose :

$$J = |e| \text{ alors } \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} \text{sign}(e) \quad (\text{I.3})$$

La règle de MIT est performante si le gain d'adaptation γ est petit, mais sa valeur peut dépendre de l'amplitude du signal de référence. Par conséquent, il n'est pas possible de donner à γ des bornes fixes qui assurent la stabilité globale du système. Ceci montre que la règle de MIT alors peut déstabiliser le système en boucle fermée. Il est possible d'obtenir des procédures modifiées du gradient dans lesquelles le taux d'ajustement ne dépend pas de l'amplitude du signal de commande, une possibilité est de faire une normalisation est de remplacer la règle de MIT par :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{e \frac{\partial e}{\partial \theta}}{\alpha + \left(\frac{\partial e}{\partial \theta}\right)^T \left(\frac{\partial e}{\partial \theta}\right)} \quad (\text{I.4})$$

Le paramètre $\alpha > 0$ a été introduit pour éviter une division possible par zéro. On peut aussi introduire une saturation pour garantir que le taux d'ajustement des paramètres soit toujours au-dessous de la limite donnée, donc la règle d'ajustement (I.4) est devenir comme suit:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \text{Sat} \left[\frac{e \frac{\partial e}{\partial \theta}}{\alpha + \left(\frac{\partial e}{\partial \theta}\right)^T \left(\frac{\partial e}{\partial \theta}\right)} \beta \right] \quad (\text{I.5})$$

$$\text{où } \text{Sat}(x, \beta) = \begin{cases} -\beta & x < -\beta \\ x & |x| \leq \beta \\ \beta & x > \beta \end{cases}$$

La méthode du gradient est basée sur la supposition que les paramètres θ changent plus lentement que les autres variables dans le système. Cette supposition, est essentielle pour le calcul des dérivées de la sensibilité qui sont nécessaires pour le mécanisme d'ajustement. En fait, l'approche du gradient ne donne pas nécessairement un système stable en boucle fermée, ce qui nous incite d'appliquer la théorie de la stabilité pour modifier le mécanisme d'ajustement.

I.2.2.2. Synthèse par Lyapunov

➤ Méthodes d'obtention des lois d'adaptation

Parmi les méthodes utilisées pour la détermination des lois d'adaptation, on cite la méthode de Lyapunov et l'approche de descente du gradient.

a. Méthodes de Lyapunov

La méthode de Lyapunov [4] permet d'étudier la stabilité des systèmes complexes qui sont décrits par des systèmes différentiels. La stabilité d'un système est la capacité de ce dernier à revenir à sa position d'équilibre lorsqu'il en est ponctuellement écarté. Il existe deux méthodes pour démontrer la stabilité du système, directe et indirecte.

b. Méthode directe de Lyapunov

L'étude de la stabilité des systèmes différentiels $\dot{x} = f(x, t)$ est énoncée par le théorème suivant.

Théorème [4] : Soit $V(x, t)$ une fonction candidate de Lyapunov qui satisfait les conditions suivantes :

- $\forall x \neq 0, V(x) > 0, V(0, t) = 0$ et $V(x)$ est de classe C^1 .
- quand $\|x\| \rightarrow \infty$, alors $V(x) \rightarrow \infty$, fonctions indéfiniment croissantes.

On définit la dérivée de la fonction de Lyapunov par :

$$\dot{V}(x, t) = \frac{\partial V}{\partial x}(x, t) + \left[\frac{\partial V}{\partial x}(x, t) \right]^T f(x, t) \quad (\text{I.5})$$

où $\left[\frac{\partial V}{\partial x}(x, t) \right]$ est le gradient de $\frac{V(x, t)}{x} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x_1}(x; t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial V}{\partial x_n}(x; t) \end{pmatrix}$

Si $\dot{V}(x) < 0$, alors le système est asymptotiquement stable.

c. Méthode indirecte de Lyapunov

• Application à l'automatique dans le cas d'un système libre

Soit le système décrit par la représentation d'état suivante :

$$\dot{x} = A x(t) \quad (\text{I.6})$$

Il s'agit d'un système libre (pas de commande sur ce système la matrice B est nulle), on considère une fonction de Lyapunov quadratique $V(x) = x^T P x$, alors :

$$\dot{V}(x) = \dot{X}^T P X + X^T P \dot{X} = X^T A^T P X + X^T P A X = X^T (A^T P + P A) X \quad (I.7)$$

Théorème [4] : Une condition nécessaire et satisfaisante pour que un système

$\dot{x} = Ax(t)$ soit asymptotiquement stable (ou les valeurs propres de A sont à parties réelles négatives) est que $\forall Q = Q^T > 0$, il existe une matrice symétrique et définie positive P, solution unique de l'équation de Lyapunov :

$$A^T P + P A + Q = 0 \quad (I.8)$$

- **Application à l'automatique dans le cas général**

Soit le système décrit par la représentation d'état suivante :

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (I.9)$$

On considère une fonction candidate de Lyapunov quadratique $V(X) = x^T P x$, alors :

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \dot{X}^T P X + X^T P \dot{X} = (X^T A^T + u^T B^T) p x + X^T p (Ax + Bu) \\ \dot{V}(x) &= X^T (A^T P + P A) x + u^T B^T P x + X^T p B u \end{aligned} \quad (I.10)$$

Soi la loi $u(t) = -R^{-1} B^T P x(t)$ qui stabilise le système par retour d'état et minimise le critère $J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt$, par le Hamiltonien, alors :

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= X^T (A^T P + P A) x - X^T P^T B R^{-1} B^T P x - x^T P B R^{-1} B^T P x \\ \dot{V}(x) &= X^T (A^T P + P A - (P^T B R^{-1} + P B R^{-1}) B^T P) x \\ P^T &= P \text{ alors } \dot{V}(x) = X^T (A^T P + P A) x - 2 P B R^{-1} B^T P x \end{aligned} \quad (I.11)$$

Théorème [4] : Une condition nécessaire et satisfaisante pour que un système $\dot{x} = Ax(t) + Bu(t)$ soit asymptotiquement stable est que $\forall Q = Q^T > 0$ et $R > 0$, il existe solution unique P de l'équation de Riccati, symétrique et définie positive

$$A^T P + P A - 2 P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (I.12)$$

Remarque : Une autre forme de l'équation de Riccati est comme suit :

$$A^T P + PA - 2PB\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2\rho^2}\right) B^T P + Q = 0 \quad (I.13)$$

Avec $Q=Q^T > 0$ et $\frac{2}{r} - \frac{1}{\rho^2} \geq 0$ où r est une constante positive et ρ représente un niveau d'atténuation donné. Cette équation est utilisée généralement dans la robustification par H^∞ .

I.2.3. La différence entre MRAC et STC

Le problème de la commande adaptative avec modèle de référence (MRAC) est de déterminer le mécanisme d'ajustement (MA) pour qu'un système stable qui mène l'erreur à zéro soit obtenu. La différence entre le MRAC et le STC (système de commande auto ajustable ou auto réglable) réside dans le mode d'ajustement des paramètres du régulateur. Pour le STC, l'ajustement se fait en deux étapes, utilisant des algorithmes explicites ou indirects. La reconstruction du régulateur passe par l'identification en boucle fermée des paramètres inconnus du système, puis par l'adaptation de ces paramètres.

Pour le MRAC, l'ajustement se fait en une seule étape. Il est possible d'ajuster les paramètres du régulateur directement en boucle fermée, utilisant des méthodes directes ou implicites.

I. 3. Logique floue

I. 3.1. Définitions de la logique floue

On peut donner deux définitions pour le terme "LOGIQUE FLOUE ":

- ✓ la première est que la logique floue intervient dans la manipulation de connaissances insuffisantes et imprécises. Elle permet la représentation et le traitement de ces dernières, afin de pouvoir traiter des systèmes complexes.
- ✓ la seconde représente une extension de la logique classique, dans le but de raisonner sur des connaissances imparfaites.

I.3.2. Caractéristiques de la logique floue

D'une manière générale l'approche floue possède les caractéristiques suivantes :

- a. Identification et utilisation des variables linguistiques qui subissent les contraintes, à la place des variables numériques.
- b. Des variables caractérisées subjectivement (non précises) sont utilisées.

- c. Des critères décrits linguistiquement dont les qualifications sont mal définis, comme la beauté d'une couleur ou le confort d'un passager, sont utilisées
- d. La connaissance mathématique du fonctionnement du processus n'est pas nécessaire.
- e. Caractérisation des relations simples entre les variables par des citations conditionnelles floues, vues comme une collection de contraintes.
- f. Caractérisation de relations complexes par des algorithmes flous.

I.3.3. Champ d'applications de la logique floue

La logique floue est utilisée dans différentes applications comme :

- Aide à la décision, au diagnostic (Base de données).
- Reconnaissance de formes.
- Agrégation multicritères et optimisation.
- Commande floue de systèmes....etc.

I.3.4. Différents domaines d'applications

Des produits grand public ont été développés à base de logique floue comme :

- Appareils électroménagers (lave-linge, aspirateurs, autocuiseurs,...etc.).
- Systèmes audio-visuels (appareils de photos autofocus, caméscope à stabilisateur d'images, photocopieurs,...).
- Systèmes automobiles embarqués (BVA, ABS, suspension, climatisation,...etc.),
- Systèmes autonomes mobiles.
- Systèmes de transport (train, métro, ascenseur,...).
- Systèmes de conditionnement d'ambiance.
- Systèmes de décision, diagnostic, reconnaissance.
- Systèmes de contrôle/commande dans la plupart des domaines industriels de production, transformation, traitement de produit et déchet.

Cette commande est reconnue comme étant robuste.

I.4. Commande floue

Les applications industrielles sur cette technique ont commencé en Europe début des années 1980 avec le contrôle d'un flous à ciment [5], pour déboucher d la logique floue au

japon au début des années 1990 dans les secteurs industriels (l'énergie –les transports – l'aérospatial –la robotique....etc.)[6].

I.4.1. But de la commande floue

La commande floue a pour but de traiter des problèmes de commande classique de processus à partir uniquement de connaissances de comportement que les spécialistes du procédé doivent former sous forme linguistique (floue)

I.4.2. Conception d'un contrôleur flou

Le contrôle flou est l'étude de la mise au point et l'expérimentation des systèmes basés sur des règles exprimées par des catégories linguistiques telle que :

SI (x est $A1$) ET (y est $A2$) ALORS (u est B)

où $A1$, $A2$, et B sont des prédicats motionnés comme : positif, grand, nul, négatif [7].

La structure de base d'un système flou est représentée par la figure suivante :

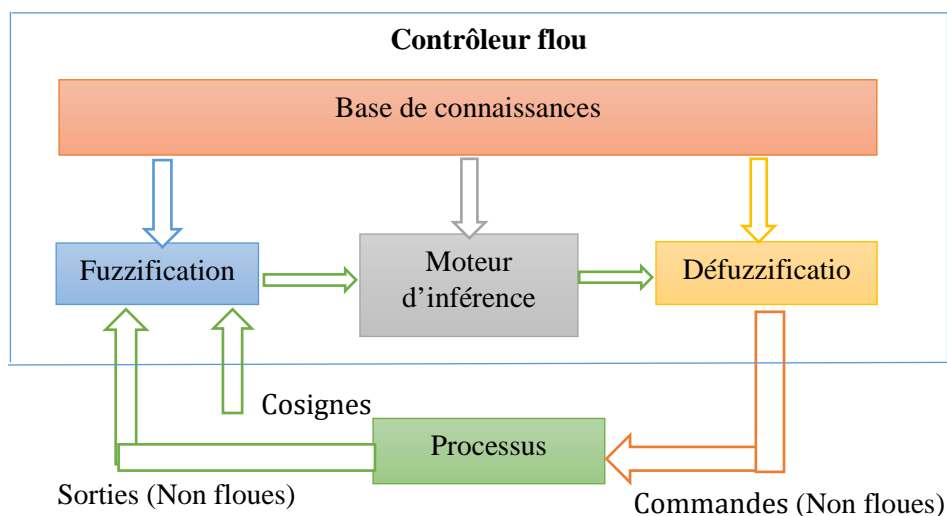


Figure I.4 : Structure d'un système flou

✓ Fuzzification

Dans cette partie, on va effectuer une transformation des variables d'entrée, définies par des fonctions d'appartenance, en des variables linguistiques qui peuvent être traitées par des opérations floues. La fuzzification par singleton est largement utilisée dans les applications de commande floue, car facile à implémenter, et est définie par :

$$\begin{cases} \mu_{F_x}(u) = 1 \text{ si } u = u_0 \\ \mu_{F_x}(u) = 0 \text{ si } u \neq u_0 \end{cases} \quad (\text{I.14})$$

Cette stratégie est largement utilisée dans les applications de la commande floue, car elle est facile à implémenter.

✓ **Moteur d'inférence** : Le moteur d'inférence est le véritable cerveau du contrôleur "flou". Il donne la relation qui existe entre les variables d'entrées et les variables de sortie (exprimées comme variables linguistiques).

- **Méthode d'inférence MAX-MIN : (Mamdani)** cette méthode réalise l'opérateur OU par la formation du maximum et l'opérateur ET par la formation du minimum.
- **Méthode d'inférence MAX-PROD : (Larsen)** diffère de la méthode précédente dans le fait que « ALORS » est obtenu par la formation de produit.
- **Méthode d'inférence SOMME-PROD (Sugeno)** Dans cette méthode, l'opérateur "ET" est réalisé par le produit, de même que la conclusion "ALORS". Cependant, l'opérateur "OU" est réalisé par la valeur moyenne des degrés d'appartenance intervenant dans l'inférence.

✓ **Défuzzification**

Après l'étape d'inférence, on obtient une valeur floue, et puisque les entrées du système à commander sont des valeurs précises, alors il est nécessaire de transformer les valeurs floues en des valeurs numériques bien déterminées. On utilise généralement la méthode du centre de gravité qui est défini par :

I.5. Différents types de modèles flous

Un modèle flou d'un système est une représentation de son comportement par les concepts de la théorie des ensembles flous. Cette représentation caractérise la relation entre les variables d'entrée et de sortie du système. Elle remplace le système d'équations ou la fonction analytique utilisée dans la modélisation classique.

Dans la théorie classique des systèmes, les modèles sont classés en modèles linéaires, non linéaires, dynamiques, statiques...etc. Cette classification est faite selon la nature des équations définissant la relation entre les variables d'entrée et de sortie du système. En

modélisation floue cette classification disparaît. D'un point de vue structurel, les modèles flous peuvent être classés en deux classes essentielles : les modèles linguistiques, ou modèles de Mamdani et les modèles à conséquence fonctionnelle, ou modèles de Takagi-Sugeno.

a. Modèles linguistiques(Mamdani)

Ces modèles sont historiquement les premiers à avoir été proposés et sont assez simple à mettre en œuvre. Ces modèles permettent une description linguistique du système sous forme règles floues. Les prémisses et les conclusions des règles sont des propositions linguistiques floues [8].

L'avantage majeur de ces modèles est que les prémisses et les conclusions des règles sont de nature entièrement linguistique. Ceci les rend facilement compréhensibles, et donne une interprétation sémantique claire au modèle. En revanche, un grand nombre de règles est souvent nécessaire pour approcher le comportement global d'un système. Par conséquent, le nombre de paramètres à identifier est élevé [9]. Ce nombre exige une base d'informations importante et complète pour déterminer tous les paramètres. Ceci veut dire, un nombre de données d'identification important, mais aussi des données réparties sur la totalité des espaces d'entrée.

b. Modèles de Takagi-Sugeno

Les modèles linguistiques ne permettent pas d'intégrer directement des connaissances exprimées sous forme analytique décrivant la structure physique du système, par exemple, les équations de conservation d'énergie ou du bilan de masses ne peuvent pas être prises en compte directement. Takagi et Sugeno et ses collaborateurs [10] ont proposé une autre classe de modèles qui permet de représenter ce type d'informations. Les modèles de cette classe sont appelés "Modèles de Takagi-Sugeno (T-S)". Pour un système MISO à r entrées et une sortie, un modèle de (T-S) est constitué d'une base de règles de la forme:

$$\text{Si } x_1 \text{ est } A_1^i \text{ et } x_2 \text{ est } A_2^i \text{ et ...et } x_r \text{ est } A_r^i \text{ Alors } y = f_i(x_1, x_2, \dots, x_r) \quad (\text{I.15})$$

où x_1, x_2, \dots, x_r sont les variables numériques d'entrée du modèle flou et f_i est une fonction numérique de $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_r$ dans Y .

Dans ces modèles, les conclusions des règles sont des valeurs numériques calculées à partir des entrées par la formation du produit [10]. La valeur finale de la sortie résultante de l'ensemble des règles est obtenue en effectuant une moyenne pondérée des conclusions. Ces modèles sont actuellement les plus utilisés dans la conception des contrôleurs flous car ils présentent **les avantages** suivants :

- Ils permettent de décrire des situations, où la structure physique du système est bien connue, par exemple, une fonction linéaire exprimant la relation entrée-sortie.
- Ils permettent d'approcher le comportement d'un système complexe par une collection de modèles locaux, généralement linéaires.
- Les modèles de (T-S) ont une capacité de représentation importante. Le nombre de règles nécessaires pour approcher un système à un certain degré de précision est généralement plus faible que dans le cas des modèles linguistiques [9].
- La relation (I.15) relie directement la variable de sortie aux variables d'entrées. Ceci permet une application relativement facile des techniques d'optimisation pour identifier les différents paramètres du modèle.
- La partie conclusion constante de (I.15) permet d'établir l'analyse de la stabilité en utilisant de quelques les méthodes du contrôle conventionnel.
- Il a été démontré dans la littérature que les systèmes flous sont des approximateurs universels car ils sont capables d'approximer toute fonction non linéaire continue sur un ensemble compact avec une précision arbitraire définie [6].

Toutefois, l'inconvénient majeur de ces modèles réside dans la nature fonctionnelle des conclusions, c'est-à-dire, les règles n'ont pas de signification sémantique claire comme dans le cas des modèles linguistiques

I.6. Approximation floue

Le choix de la méthode de fuzzification, la stratégie d'inférence et de la méthode de défuzzification permet d'établir différentes classes de systèmes flous. Lors de la conception des contrôleurs flous, qui sont à base de systèmes flous, ces classes seront prises en considération. Parmi ces classes, celle utilisant une fuzzification par singleton, une défuzzification par le centre de gravité, et le produit d'inférence, représentent toutes les

fonctions: $f : U \subset R^n \longrightarrow R$ de la forme suivante [11] :

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^k (\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i))}{\sum_{l=1}^k (\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i))} \quad (I.16)$$

où $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in U$ et \bar{y} est un point dans R , où $\mu_{G^i}(y)$ atteint sa valeur maximale.

Si les fonctions d'appartenance $\mu_{F_i^l}(x_i)$ sont fixées, et que les paramètres \bar{y}^l sont considérés comme des paramètres ajustables, alors (I.16) peut être réécrite sous la forme compacte suivante [10]:

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (I.17)$$

où $\theta = (\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^k)^T$ est un vecteur de paramètres ajustables et $\xi(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^k(x))^T$ est un vecteur des fonctions floues de base avec $\xi^l(x)$ définie par :

$$\xi^l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^k (\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i))} \quad (I.18)$$

Les contrôleurs adaptatifs flous basés sur la relation précédente seront relativement faciles à concevoir et à analyser, mais l'inconvénient d'utiliser cette forme réside dans le fait de ne pas pouvoir ajuster les fonctions d'appartenance $\mu_{F_i^l}(x)$ durant la procédure d'adaptation. Pour cela on introduit une deuxième classe de systèmes flous définis par une fuzzification par singleton, défuzzification par centre de gravité et en utilisant le produit d'inférence et des fonctions d'appartenance gaussiennes.

Ce nouveau système est représenté par l'ensemble de toutes les fonctions $f : U \subset R^n \rightarrow R$ de la forme :

$$Y(x) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l [\prod_{i=1}^n \exp(-\frac{1}{2}(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\delta_i^l})^2)]}{\sum_{l=1}^M [\prod_{i=1}^n \exp(-\frac{1}{2}(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\delta_i^l})^2)]} \quad (I.19)$$

où les paramètres $\bar{y}^l, \bar{x}_i^l, \delta_i^l > 0$ sont des paramètres réglables.

Ces systèmes flous sont utilisés comme étant des blocs de base pour la construction de contrôleurs adaptatifs flous car il a été prouvé que ces systèmes sont des approximateurs universels [12], c'est à dire qu'ils sont capables d'approximer toute fonction réelle continue g sur un ensemble compact U avec une précision arbitraire donnée.

I.7. Méthode de backstepping

La méthode par backstepping est un processus récursif et systématique de commande des systèmes non linéaires. Cette technique met à profit les relations causales successives pour construire de manière itérative une loi de commande et une fonction de *Lyapunov* stabilisante. Pour qu'elle puisse s'appliquer, le système non-linéaire doit être sous forme *strict feedback*. La dérivée de chaque composante du vecteur d'état doit être une fonction des composantes précédentes et dépend additivement de la composante suivante [9].

I.7.1. Principe du backstepping

L'idée principale de cette stratégie de commande repose sur la construction d'un algorithme qui permet en premier lieu de concevoir simultanément, pour un sous système, la loi du commande passive (virtuelle) et la fonction de *Lyapunov* qui garantit la stabilité. Ensuite, pour le deuxième sous-système on calcule une nouvelle commande virtuelle et une deuxième fonction de *Lyapunov*, et ainsi de suite selon l'ordre du système. Enfin, en dernier lieu, on obtient l'expression de la commande qui garantit la stabilité globale et les performances du système [13].

On considère le système non linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x).u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{I.20}$$

Avec :

$x = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]^T$: Vecteur d'état ;

u : entrée du système.

y : sortie du système.

$h(x)$: fonction analytique de x .

f, g : champs de vecteurs supposés infiniment différentiables.

Pour appliquer la commande backstepping sur (I.20), le système doit être sous forme *strict feedback*. Cette condition peut être réalisée par le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = \zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 = \zeta_3 \\ \vdots \\ \dot{\zeta}_{i-1} = \zeta_i \\ \vdots \\ \dot{\zeta}_{n-1} = \zeta_n \\ \dot{\zeta}_n = u \\ y = \zeta_1 \end{cases} \quad (\text{I.21})$$

Avec $\zeta = [\zeta_1 \ \zeta_2 \ \dots \ \zeta_n]$: le nouveau vecteur d'état

Le *Backstepping* consiste à trouver une fonction de *Lyapunov* qui garantit la stabilité asymptotique globale au système (I.21).

Le but de cette procédure est de commander tout d'abord la première équation par l'intermédiaire de la variable ζ_2 , appelée commande virtuelle. La deuxième équation est commandée par sa commande virtuelle ζ_3 , jusqu'à la $n^{\text{ème}}$ équation, puis de commander le système globale par u , ceci étape par étape [13].

Etape 1 : La première erreur est définie comme :

$$z_1 = y - y_d = \zeta_1 - y_d \quad (\text{I.22})$$

où : y_d , la grandeur désirée (référence) de la sortie y

La première fonction de *Lyapunov* est choisie comme :

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (\text{I.23})$$

Et sa dérivée donne :

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (\zeta_2 - \dot{y}_d) \quad (\text{I.24})$$

Comme le but est de choisir la commande virtuelle qui rend la dérivée de la fonction de *Lyapunov* \dot{V}_1 définie négative, alors nous avons :

$$\alpha_1 = (\zeta_2)_d = -k_1 z_1 + \dot{y}_d \quad (\text{I.25})$$

Cela conduit à :

$$\dot{V}_1 = -k_1 z_1^2 < 0 \quad (\text{I.26})$$

Avec : k_1 est un gain positif.

Etape 2 : La nouvelle variable d'erreur est :

$$\begin{aligned} z_2 &= \zeta_2 - (\zeta_2)_d = \zeta_2 - \alpha_1 \\ &= \zeta_2 + k_1 z_1 - \dot{y}_d \end{aligned} \quad (\text{I.27})$$

On introduit la fonction de *Lyapunov* suivante :

$$V_2 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (\text{I.28})$$

On a :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{\zeta}_2 - \dot{y}_d \\ &= z_2 - k_1 z_1 \end{aligned} \quad (\text{I.29})$$

La dérivée de V_2 est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -k_1 z_1^2 + z_2 (z_1 + \dot{\zeta}_2 - \dot{\alpha}_1) \\ &= -k_1 z_1^2 + z_2 \left[(1 - k_1^2) z_1 + k_1 z_2 + \zeta_3 - \ddot{y}_d \right] \end{aligned} \quad (\text{I.30})$$

Pour garantir la condition de stabilité ($\dot{V}_2 < 0$), la seconde commande virtuelle ζ_3 est choisie comme :

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= (\zeta_3)_d \\ &= (k_1^2 - 1) z_1 - (k_1 + k_2) z_2 + \ddot{y}_d, \quad k_2 > 0 \end{aligned} \quad (\text{I.31})$$

Ce qui en résulte :

$$\dot{V}_2 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 < 0 \quad (\text{I.32})$$

Etape i : On prend

$$\begin{aligned} z_i &= \zeta_i - \alpha_{i-1} \\ V_i &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i z_j^2 \end{aligned} \quad (\text{I.33})$$

Nous avons :

$$\dot{z}_{i-1} = z_i - k_{i-1} z_{i-1} - z_{i-2} \quad (\text{I.34})$$

$$\dot{V}_i = - \sum_{j=1}^{i-1} k_j z_j^2 + z_i (z_{i-1} + \dot{\zeta}_i - \dot{\alpha}_{i-1}) \quad (\text{I.35})$$

La commande virtuelle est alors :

$$\begin{aligned} \alpha_i &= (\zeta_{i+1})_d \\ &= k_i z_i - z_{i-1} + \dot{\alpha}_{i-1}, \quad k_i > 0 \end{aligned} \quad (\text{I.36})$$

Etape n : On définit :

$$\begin{aligned} z_n &= \zeta_n - \alpha_{n-1} \\ V_n &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n z_j^2 \end{aligned} \quad (\text{I.37})$$

On a :

$$\begin{aligned} \dot{z}_{n-1} &= z_n - k_{n-1} z_{n-1} - z_{n-2} \\ \dot{V}_n &= - \sum_{j=1}^{n-1} k_j z_j^2 + z_n (z_{n-1} + \dot{\zeta}_n - \dot{\alpha}_{n-1}) \end{aligned} \quad (\text{I.38})$$

La commande virtuelle dans ce cas est la commande réelle u :

$$\begin{aligned} \alpha_n &= (\zeta_n)_d = u \\ u &= k_n z_n - z_{n-1} + \dot{\alpha}_{n-1}, \quad k_n > 0 \end{aligned} \quad (\text{I.39})$$

I.8. Commande adaptative via backstepping

Les modèles réels des systèmes physiques ne sont pas linéaires et habituellement caractérisés par des paramètres (masses, inductances,...) qui sont peu connus ou dépendent d'un petit changement d'environnement. Si ces paramètres varient dans un intervalle important, il serait mieux d'employer une loi d'adaptation pour estimer les paramètres du système [13].

La figure (I.5) représente la commande par backstepping adaptative des systèmes non linéaires.

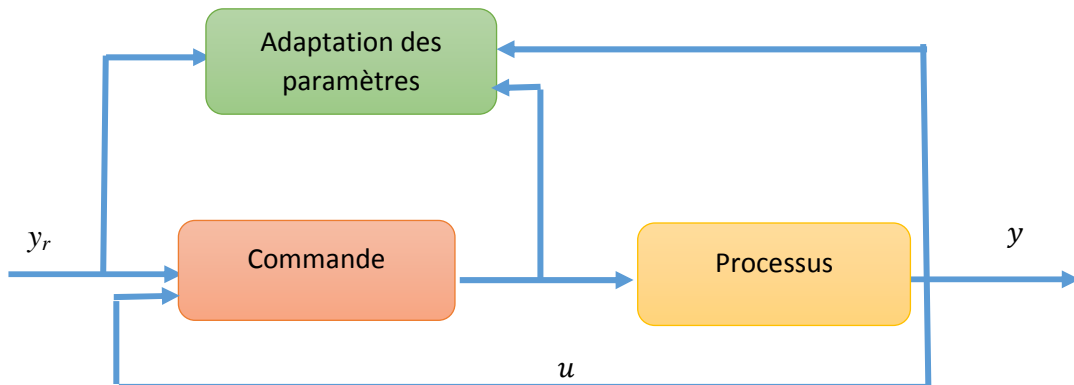


Figure I.5 : Schéma de principe de la commande adaptative par backstepping.

I.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les concepts de la commande adaptative floue, et nous avons également donné le principe de la commande adaptative directe (auto ajustable) et indirecte (par mode référence), ainsi l'approximation floue.

Ensuite, nous avons défini les deux classes de modèles flous. Les premières classe ou modèles de Mamdani sont des modèles dont la partie conclusion est purement linguistiques. La seconde classe ou modèle de Takagi Sugeno sont caractérisé par une conclusion à structure fonctionnelle. Nous avons présentés les notions générales de la logique floue

II.1. Introduction

Le présent chapitre est organisé de la façon suivante : en premier lieu, on expose quelques notions fondamentales de la commande à structure variable, et quelques concepts de base de la théorie des modes glissants.

La technique de commande considérée ici est une classe particulière des systèmes à structure variable basée sur la théorie des systèmes à structure variable. La théorie de réglage par mode de glissement est apparue depuis le début des années 60, et a été étudiée et développée exclusivement en union soviétique. Par la suite, de nombreuses recherches ont été menées partout ailleurs, soit pour compléter l'étude théorique, soit pour l'appliquer aux systèmes physiques [14].

Ce type de commande présente plusieurs avantages tels que robustesse, précision importante, stabilité et simplicité. Ceci lui permet d'être particulièrement adaptée pour traiter les systèmes qui ont des modèles mal connus, soit à cause de problèmes d'identifications des paramètres, soit à cause de simplification sur le modèle du système.

La deuxième partie de ce chapitre est consacré à l'application des commandes robustes de type H_∞ , le développement de commandes robustes permettant de s'affranchir de ces phénomènes est très important. Dans les modèles sont prises en compte les incertitudes structurées ou non et une commande est élaborée à l'aide d'un algorithme d'optimisation. Dans ce chapitre on a présenté les outils nécessaires pour la définition de la norme H_∞ . Les fonctions de sensibilité sont utilisées pour la définition des correcteurs et la μ -analyse et la μ -synthèse permettent d'évaluer les propriétés de robustesse des systèmes ainsi corrigés

II.2. Commande par mode de glissement

Si s est le système à contrôler possédant une grandeur de contrôle V et une grandeur de sortie Y . Une des configurations de base pour les systèmes à structure variable permet la variation de la structure par simple commutation d'interrupteurs. Ce qui est le cas des convertisseurs statiques (Figure II.1). Cette configuration correspond à un contrôle à deux niveaux. Avec une loi de commutation très performante, seule l'information sur le signe de la fonction $s(x)$, où $s(x)$ est la fonction de commutation, suffit pour décider de l'ouverture ou de la fermeture de l'interrupteur pilotant le convertisseur. Dans ce cas, la logique de commutation est donnée par :

$$V = \begin{cases} V^+ & \text{si } s(x, t) > 0 \\ V^- & \text{si } s(x, t) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Lorsque le régime glissant est atteint, les variables d'état sont reliées entre elles par la relation $s(x, t) = 0$. La trajectoire d'état du système contrôlé S soumis à la logique de commutation (équation IV.1), est définie partout sauf sur la surface de commutations $s(x, t) = 0$. Plusieurs méthodes d'approches ont été proposées pour décrire la trajectoire du système contrôlé lorsque le régime glissant existe localement sur $s(x, t) = 0$. Dans cette étude, on s'intéresse à la méthode d'Utkin, appelée le contrôle équivalent.

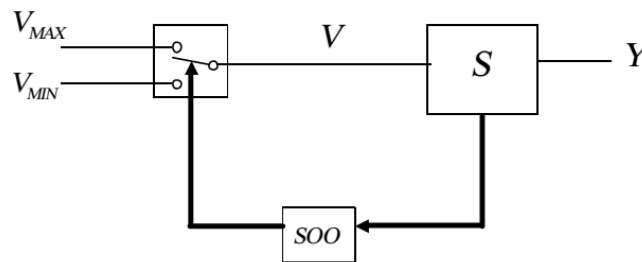


Figure II.1 : Configuration en changeant la structure par Commutation d'interrupteurs

II.2.1 Notions de bases

Avant d'appliquer les méthodes utilisées dans la synthèse de la commande de système par mode de glissement, nous introduisons quelques notions de bases concernant ce dernier.

II.2.1.1 Régime glissant idéal

En théorie, l'organe de commutation est supposé insensible aux bruits, et la trajectoire en régime glissant est décrite parfaitement par l'équation $S(x) = 0$. Le régime glissant idéal correspond à une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle du point représentatif de l'évolution du système qui glisse parfaitement sur la surface de commutation S . (Fig. II.2.a).

II.2.1.2 Régime glissant réel

En pratique l'organe de commutation est réalisé à partir de relais qui présentent des imperfections comme les retards de commutations, dans ce cas la trajectoire d'état du glissant reste au voisinage de la surface de commutation donnant naissance à des oscillations indésirables qui réduisent la précision du système et non la stabilité. (Fig. II.2.b)

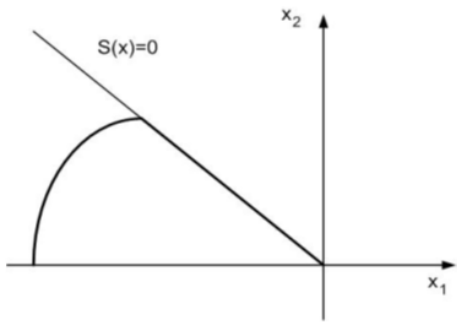


Figure II.2.a : Glissement idéal

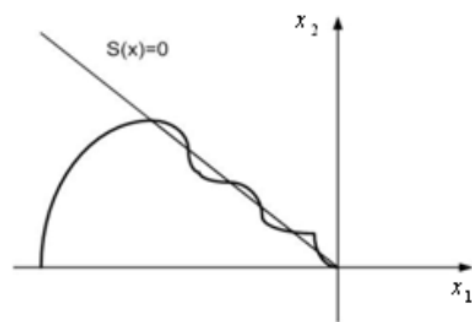


Figure II.2.b : Glissement réel

I.2.2 Conception de la commande par mode glissant [15]

La conception de la commande par mode de glissement prend en compte les problèmes de stabilité et de bonnes performances de façon systématique dans son approche, qui est divisée en trois étapes principales :

- Choix de la surface
- L'établissement des conditions d'existence.
- Détermination de la loi de commande.

Considérons un système défini par l'équation :

$$\dot{x}^{(n)} = f(x, t) + g(x, t)u + w(x, t) \quad (\text{II.2})$$

où $x(t) \in R^n$: représente le vecteur d'état, $x(t) = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$

$u(t) \in R^m$: Vecteur de commande.

$w(x, t) \in R^n$: Vecteur de perturbation.

$f(x, t) \in R^n$ et $g(x, t) \in R^{n \times m}$ caractérise le système nominal si : $w(x, t) = 0$.

a. Choix d'une surface de glissement [16]

Une forme assez générale à est proposée par Slotine pour déterminer la surface de glissement qui assure une convergence de la grandeur à régler vers sa valeur de référence, elle est donnée par (I.3).

$$S(x, t) = \left(\frac{d}{dx} + \lambda \right)^{r-1} e(t) \quad (\text{II.3})$$

Avec :

$e(t)$: Écart entre la variable à régler et sa référence.

λ : Constante positive choisie par le concepteur.

r : degré relatif, (nombre de fois qu'il faut dériver la surface pour faire apparaître la commande).

L'objectif de la commande est de maintenir les trajectoires sur la surface de glissement afin d'éliminer l'erreur et d'imposer la dynamique choisie.

b. Conditions d'existence et de convergence :

• **Théorème de stabilité de Lyapunov**

Soit la fonction $V : R^{n+1} \rightarrow R$ satisfaisant les conditions :

1. $V(0, t) = 0 \quad \forall t \in R$
2. V est différentiable en x et t .
3. V est définie positive, c'est-à-dire, $V(x, t) \geq |g(x)| > 0$ ou $g : R \rightarrow R$ est une fonction continue et croissante avec $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) \rightarrow \infty$.

Une condition est suffisante pour la stabilité asymptotique uniforme du système est que la fonction :

$$\dot{V}(x, t) = f(x, t) \text{ grad } V + \frac{\partial V}{\partial t} < 0 \quad \text{Pour } x \neq 0 \quad (\text{II.4})$$

Ce qui veut dire que $\dot{V}(x, t)$ est définie négative.

Cette théorie de la stabilité selon Lyapunov est utilisée dans la synthèse des lois de commande garantissant la stabilité du système en boucle fermée.

• **La fonction de Lyapunov [17]**

Soit V une fonction de Lyapunov candidate :

$$V = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (\text{II.5})$$

La dérivée de cette fonction est :

$$\dot{V} = S(x) \dot{S}(x) \quad (\text{II.6})$$

Pour que la fonction $V(x)$ puisse décroître, il suffit d'assurer que sa dérivée soit négative. Ceci n'est vérifiée que si la condition (I.6) est vérifiée.

$$S(x) \dot{S}(x) < 0 \quad (\text{II.7})$$

II.3. Détermination de la loi de commande

La loi de commande par mode glissant comprend en général deux termes, la commande équivalente et la commande discontinue de commutation.

II.3.1. Commandes équivalentes

La commande équivalente correspond à la commande du système nominal ($w(x, t) = 0$) permettant de satisfaire la condition : $\dot{S}(x, t) = 0$

On a en effet :

$$\frac{\partial S}{\partial x} [f(x, t) + g(x, t)u_{eq}(t)] + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.8})$$

$$u_{eq}(t) = \left(\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t) \right)^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial x} f(x, t) + \frac{\partial S}{\partial t} \right) \quad (\text{II.9})$$

Avec la condition d'existence :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t) \right)^{-1} \neq 0 \quad (\text{II.10})$$

Elle peut être interprétée autrement comme étant une valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs u_{max} et u_{min} , Figure (II.3), [18]

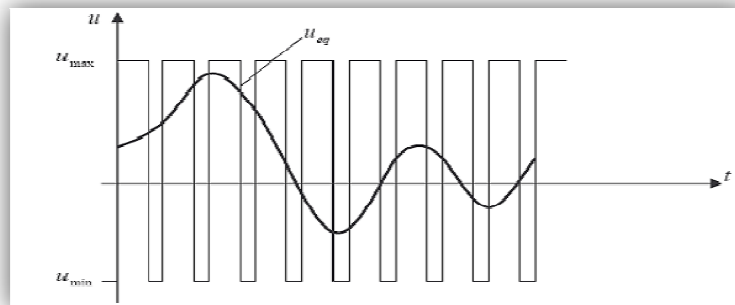


Figure II.3 : Grandeur de la commande équivalente u_{eq} .

II.3.2. Commande de commutation

La commande discontinue ou de commutation permettant de garantir la condition d'attractivité et responsable du glissement, la forme la plus simple qu'elle peut prendre est celle d'un relais.

$$u_c = \dot{S}(x) = -k \text{sign}(S(x)) \quad (\text{II.11})$$

K : est une constante positive qui représente le gain de la commande discontinue. La structure d'un contrôleur par mode de glissement est constituée de deux parties, une concernant la linéarisation exacte du u_{eq} et l'autre stabilisante u_c .

$$u = u_{eq} + u_c \quad (\text{II.12})$$

II.3.3. Domaine d'application du réglage par mode glissant

La technique du réglage par mode glissant a connu des développements importants dans tous les domaines de la commande. Dans le domaine des commandes hydrauliques ou pneumatiques, il existe des valves fonctionnant par *tout ou rien* qui ne possèdent que deux états stables, complètement ouvertes ou complètement fermées. Ces valves admettent des fréquences de commutation de quelques 10Hz.

II.3.4. Les avantages de la commande par mode glissant

Cette commande présente les caractéristiques suivantes :

- La réponse du système est insensible et robuste aux variations de certains paramètres et aux effets troubles de la charge, et perturbations ;
- Il suffit de connaître une borne pour v , ce qui simplifie le réglage ;
- Le choix de la surface de commutation est assez libre ;
- La commande est adoucie par la présence de la commande équivalente, celle-ci peut être supprimée au prix d'une augmentation de v .

II.4. Structure de commande H_∞ .

Le schéma de la figure (II.4) précise la structure retenue pour l'analyse et le traitement du problème de commande pour notre système :

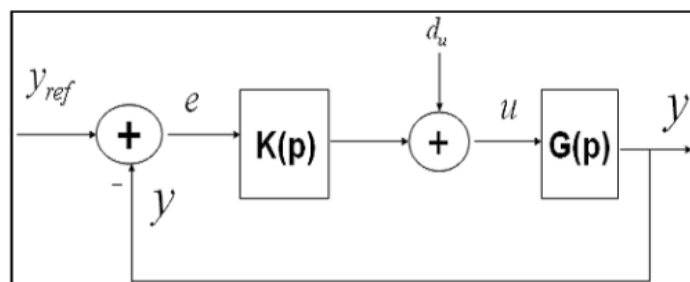


Figure II.4 : Structure de la commande.

II.4.1. Synthèse H_∞

Nous présentons dans ce paragraphe succinctement les outils mathématiques nécessaires pour l'élaboration d'un correcteur H_∞ . Pour de plus amples informations sur ces outils le lecteur pourra se référer aux ouvrages suivants : [19], [20], [21].

II.4.2. Outils fondamentaux

a. Représentation des systèmes

Le modèle de connaissance décrivant un système linéaire et stationnaire est représenté par l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Avec l'hypothèse des conditions initiales nulles sur le vecteur d'état, la matrice de transfert du système sera de la forme :

$$G(s) = C (sI - A)^{-1}B + D \quad (\text{II.14})$$

Dans la suite, nous associons à G le formalisme suivant :

$$G = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

Nous pouvons formuler une représentation identique, avec la relation de récurrence, pour les systèmes discrets. Dans le but de mettre en évidence la correction du système ou la modélisation de ses incertitudes, une représentation unifiée, conformément à la figure II.5, a été introduite :

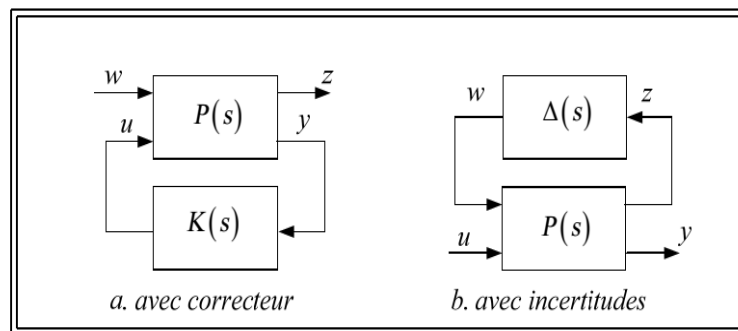


Figure II.5 : Représentation sous forme standard d'un système.

Dans cette représentation :

- $P(s)$: représente le procédé généralisé.
- $K(s)$: représente le correcteur.
- $\Delta(s)$: représente la modélisation des incertitudes.
- w : représente les entrées exogènes du système (entrées à suivre et perturbations à rejeter).
- z : représente les signaux à commander (erreurs entre consignes et sorties du système par exemple)
- y : représente les sorties accessibles à la mesure du système.

- u : représente les signaux de commande du processus. Une telle représentation est appelée représentation sous « forme standard » du système.

Le système augmenté aura la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) = c_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) = c_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t) \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

Soit :

$$P = \begin{pmatrix} A & B_1 & B_2 \\ c_1 & D_{11} & D_{12} \\ c_2 & D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{II.17})$$

Et la matrice de transfert associée sera donnée par :

$$P(s) = \begin{pmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{pmatrix} \quad (\text{II.18})$$

Dans le cas de la figure II.6.a, la relation entre z et w est donnée par : $z = F_1(P, K)w$

Avec :

$$F_1(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (\text{II.19})$$

Pour la figure II.6.b, la relation entre y et u est donnée par : $y = F_u(P, \Delta)u$

Avec :

$$F_u(P, \Delta) = P_{22} + P_{21} \Delta (I - P_{11} \Delta)^{-1}P_{12} \quad (\text{II.20})$$

$F_1(P, K)$, respectivement $F_u(P, \Delta)$, est appelée transformation linéaire fractionnaire basse (ou produit de Redheffer) de P et K , respectivement transformation linéaire fractionnaire haute de P et Δ .

b. Norme d'un signal, norme d'un système

La norme d'un vecteur complexe ou d'un signal continu, donnée par le tableau suivant, est définie par :

Norme	Vecteur complexe	Signal continu
Norme 1	$\ X\ _1 = \sum_{i=1}^m X_i $	$\ X\ _1 = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t) dt$
Norme P	$\ X\ _P = \left(\sum_{i=1}^m X_i ^P \right)^{1/P}$	$\ X\ _P = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} X(t) ^P dt \right)^{1/P}$
Norme ∞	$\ X\ _\infty = \max_{1 \leq i \leq m} X_i $	$\ X\ _\infty = \sup_{t \in \mathbb{R}} X(t) $

Tableau II.1 : Norme d'un vecteur ou d'un signal pour $p = 2$, nous retrouvons la norme euclidienne classique.

c. Valeurs singulières

Les valeurs singulières d'une matrice $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$, notées $\sigma_i(A)$, sont les racines carrées des valeurs propres de la matrice A^*A si $m > n$, sinon de AA^* :

$$\sigma_i(A) = \sqrt{\lambda_i(A^*A)} = \sqrt{\lambda_i(AA^*)} \quad (\text{II.21})$$

Elles sont des quantités réelles positives ou nulles. Le nombre de valeurs singulières non nulles est égal au rang de la matrice A .

La décomposition de A en valeurs singulières s'écrit :

$$A = V \Sigma W^* \quad (\text{II.22})$$

où $V \in \mathbb{C}^{m \times m}$ et $W \in \mathbb{C}^{n \times n}$ sont deux matrices unitaires :

$VV^* = I_m$ et $WW^* = I_n$ et $\Sigma \in \mathbb{C}^{m \times n} = \text{diag} \{ \sigma_1 \dots \sigma_m \}$ pour $m = n$. Pour $m \neq n$, Σ est complétée par des zéros.

Les plus grande et plus petite valeurs singulières sont notées $\bar{\sigma}(A)$ et $\underline{\sigma}(A)$ respectivement.

A^* est la matrice transposée et conjuguée de A .

Les colonnes de V et W sont respectivement les vecteurs propres de AA^* et A^*A .

Les principales propriétés des valeurs singulières sont :

$$\bar{\sigma}(A) = \max_{x \in \mathbb{C}^m} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} \quad (\text{II.23})$$

$$\underline{\sigma}(A) = \min_{x \in \mathbb{C}^m} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} \quad (\text{II.24})$$

$$\forall A \text{ et } B \in \mathbb{C}^{m \times n}, \forall a \in \mathbb{C}, \sigma_i(aA) = |a| \sigma_i(A) \quad (\text{II.25})$$

$$\bar{\sigma}(A+B) \leq \bar{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(B)$$

$$\bar{\sigma}(AB) \leq \bar{\sigma}(A) \bar{\sigma}(B)$$

$$\underline{\sigma}(AB) \geq \underline{\sigma}(A) \underline{\sigma}(B)$$

$$\text{Si } A \text{ est inversible, } \underline{\sigma}(A) \bar{\sigma}(A^{-1}) = \underline{\sigma}(A^{-1}) \bar{\sigma}(A) \quad (\text{II.26})$$

$$\forall A \text{ et } E \in \mathbb{C}^{m \times n}, \forall i = 1 \dots \min(m, n),$$

$$\sigma_i(A) - \bar{\sigma}(E) \leq \sigma_i(A + E) \leq \sigma_i(A) + \bar{\sigma}(E) \quad (\text{II.27})$$

Le dernier résultat signifie que si une perturbation E change la matrice A en $A+E$, les valeurs singulières de A seront perturbées au plus de $\bar{\sigma}(E)$

$\bar{\sigma}$ est une norme matricielle, appelée norme spectrale. Elle présente toutes les propriétés d'une norme.

Dans le cas où $G(s)$ est une matrice de transfert, ses valeurs singulières seront des fonctions réelles et positives de la pulsation, définies par :

$$\sigma_i(G(j\omega)) = \sqrt{\lambda_i(G(j\omega)G^T(-j\omega))} \quad (\text{II .28})$$

Elles constituent donc une généralisation aux systèmes multivariables de la notion de gain. Pour un système multivariable, le gain à une fréquence donnée sera compris entre les valeurs singulières inférieure et supérieure. Elles peuvent être représentées dans les différents plans (Bode, Nyquist, Black,...).

II.4.3. Norme H_∞

La norme H_∞ , définie au tableau II.1 pour les fonctions vectorielles, est étendue aux matrices de transfert en utilisant la norme matricielle :

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \sigma_i(G(j\omega)) . \quad (\text{II .29})$$

$\|G(s)\|_\infty$ correspond à la valeur maximale atteinte, sur l'ensemble des fréquences, par la plus grande valeur singulière, comme le montre la figure (II.8).

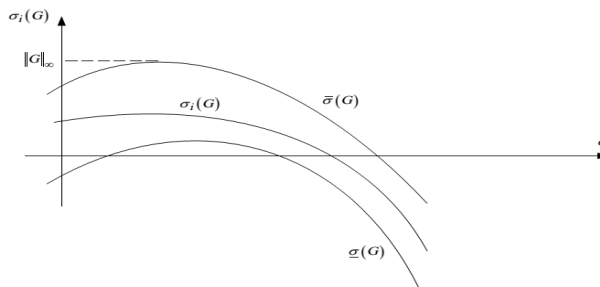


Figure II.6 : Valeurs singulières et norme H_∞ d'une matrice de transfert.

Propriétés :

$$\forall F, G \in \mathbb{C}^{p \times n}, \|FG\|_\infty \leq \|F\|_\infty \|G\|_\infty : \text{deux systèmes en cascade.} \quad (\text{II.30})$$

$$\forall F, G \in \mathbb{C}^{p \times n}, \left\| \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \right\|_\infty \geq \sup(\|F\|_\infty, \|G\|_\infty) : \text{une entrée, deux sorties.} \quad (\text{II.31})$$

$$\forall F, G \in \mathbb{C}^{p \times n}, \|F \ G\|_\infty \geq \sup(\|F\|_\infty, \|G\|_\infty) : \text{deux entrées, une sortie.} \quad (\text{II.32})$$

Soit $G(s)$ une réalisation minimale, strictement propre, d'un système linéaire et stationnaire.

$\|G\|_\infty \leq \gamma$ si et seulement si la matrice Hamiltonien :

$$H_\gamma = \begin{bmatrix} A & \frac{BB^T}{\gamma} \\ -C^T C & -A^T \end{bmatrix} \text{ n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire.}$$

❖ Calcul de la norme H_∞

Il n'existe pas de méthode explicite pour calculer la norme H_∞ d'une matrice de transfert : il faut nécessairement utiliser une méthode itérative. Partant de la propriété (II.31), énoncée dans les propriétés, un simple algorithme de dichotomie est suggéré pour calculer $\|G\|_\infty$. On part d'un encadrement grossier $[\gamma_{min}, \gamma_{max}]$ de cette norme et on l'améliore itérativement de la façon suivante :

- On calcule les valeurs propres de H_γ pour $\gamma = \frac{1}{2}(\gamma_{min} + \gamma_{max})$
- S'il n'y a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire, γ est trop grand et l'on obtient comme nouvel encadrement $[\gamma_{min}, \gamma]$
- Sinon, γ est trop petit et on obtient le nouvel encadrement $[\gamma, \gamma_{max}]$.
- On répète le procédé jusqu'à obtenir une bonne approximation de $\|G\|_\infty$.

Lorsque $G(s)$ n'est pas strictement propre, $G(\infty) = D$ et $\|G\|_\infty \geq \bar{\sigma}(D)$. La procédure ci-dessus n'est appliquée que pour $\gamma \geq \bar{\sigma}(D)$.

II.4.4. Modélisation des incertitudes

Comme nous l'avons signalé dans l'introduction, il est sûr que dans une application industrielle des incertitudes de modélisation existent et nous avons intérêt à les prendre en considération. Nous pouvons les classer en deux catégories : les incertitudes non structurées rassemblant les dynamiques négligées, le bruit des capteurs et les incertitudes structurées liées aux variations ou aux erreurs d'estimation sur certains paramètres physiques du système.

Nous présentons dans ce paragraphe les différentes méthodes pour introduire ces perturbations.

II.4.4.1. Incertitudes non structurées

La représentation de ces incertitudes reflète notre connaissance des phénomènes physiques qui les causent et notre capacité à les représenter sous forme simple et facile à manipuler. Nous distinguons plusieurs méthodes de représentation de ces incertitudes : $G(s)$, $G_p(s)$ et $\Delta(s)$ désignent respectivement la matrice de transfert du système nominal, perturbé et de la perturbation.

Incertitudes additives (voir figure II.9) : Elles représentent, en général, des incertitudes absolues par rapport au modèle nominal. Cette représentation est souvent utilisée pour modéliser des dynamiques ou des non linéarités négligées.

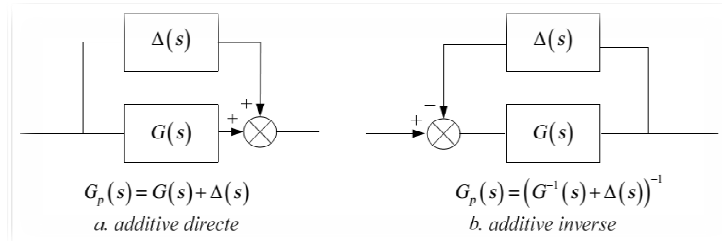


Figure II.7 : Représentation additive des incertitudes non structurées.

Elles peuvent être prises en considération sous forme directe ou inverse.

II.4.4.2. Incertitudes structurées

Contrairement aux incertitudes non structurées, confinées toutes dans un seul bloc où la seule information disponible est sa norme, les incertitudes structurées permettent, comme le montrent les figures II.8 et II.9, de tenir compte de chaque type d'incertitude, paramétrique ou autre, aux différents points de notre système. Dans le cas des incertitudes paramétriques, les blocs Δ_i peuvent être mis sous la forme $\text{diag}(\delta_1 I_1, \dots, \delta_r I_r)$.

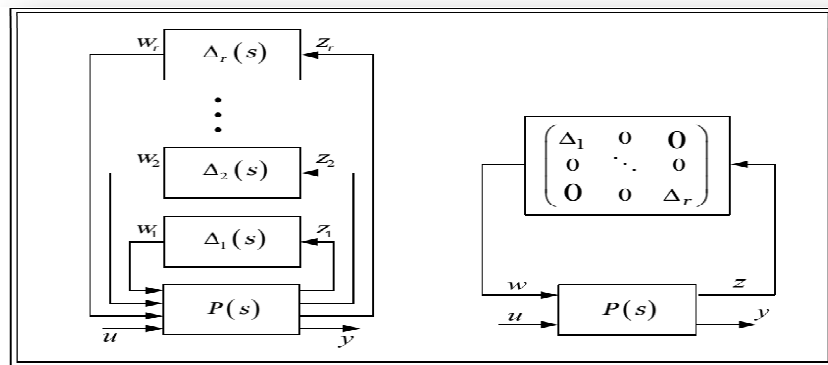


Figure II.8 : Représentation des incertitudes structurées par blocs.

Figure II.9 : Représentation des incertitudes structurées.

II.5. Robustesse des systèmes asservis

Un système asservi est robuste s'il reste stable, tout en assurant des bonnes performances, en présence des différents types d'incertitude. L'approche H_∞ a montré qu'elle

constitue une méthode efficace pour calculer un correcteur robuste d'un système incertain. Nous introduisons dans ce paragraphe le théorème du petit gain avant d'aborder l'étude de la robustesse en stabilité et en performance. La boucle d'asservissement est habituellement décrite par le schéma bloc de la figure II.10.

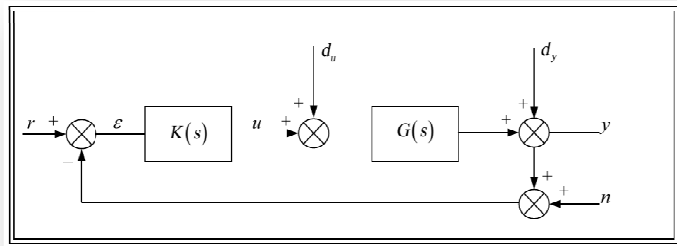


Figure II.10 : Schéma représentatif d'une boucle de suivi.

En supposant la linéarité du système et du correcteur, on peut employer la transformée de Laplace et définir :

$R \in R^p$: signal de référence

$D_u \in R^m$: perturbation de la commande

$Y \in R^p$: signal de sortie

$D_Y \in R^p$: perturbation de la sortie

$E \in R^p$: erreur de suivi

$N \in R^p$: bruit de mesure

$U \in R^m$: commande

Définissons les fonctions de sensibilité et de sensibilité complémentaire suivantes :

$$S_Y = (I_p + GK)^{-1} : \text{matrice de sensibilité en sortie.} \quad (\text{II.33})$$

$$S_u = (I_m + kG)^{-1} : \text{matrice de sensibilité en entrée.} \quad (\text{II.34})$$

$$T_y = GK(I_p + GK)^{-1} : \text{matrice de sensibilité complémentaire en sortie.} \quad (\text{II.35})$$

$$T_U = KG(I_m + KG)^{-1} : \text{matrice de sensibilité complémentaire en entrée.} \quad (\text{II.36})$$

Le bilan des signaux dans la boucle donne les équations caractéristiques suivantes :

$$Y = T_y(R - N) + S_Y D_Y + G S_Y D_u \quad (\text{II.37})$$

$$E = S_y(R - D_Y - N - G S_Y D_u) \quad (\text{II.38})$$

$$U = K S_y(R - D_Y - N) - T_u D_u \quad (\text{II.39})$$

Nous remarquons que S_y, S_u, T_y et T_u font intervenir la matrice de transfert en boucle ouverte KG et vérifient, $S_y + T_y = I_p$ et $S_u + T_u = I_m$.

II.5.1. Théorème du petit gain

En reprenant la figure II.6.b, où la matrice $\Delta(s)$ représente les incertitudes de modélisation et $P(s)$ la matrice de transfert nominale du système bouclé. Sous l'hypothèse de stabilité de $\Delta(s)$ et $P(s)$, le système de la figure II.6.b est stable pour toute $\Delta(s)$ [7] si :

$$\|P\Delta\|_{\infty} \leq 1 \Leftrightarrow \forall \omega \in R \overline{\sigma}(p(j\omega)) \overline{\sigma}(\Delta(j\omega)) < 1$$

II.5.2. Stabilité nominale

Nous distinguons deux définitions pour la stabilité nominale :

- La stabilité externe qui exige que toute entrée bornée r devra produire une sortie bornée y , connue encore sous le nom stabilité au sens EBRB.
- La stabilité interne est plus large et exige que tout signal injecté en n'importe quel point de la boucle génère une réponse bornée en tout autre point.

En termes de fonctions de transfert caractéristiques, la stabilité externe se traduit par la stabilité de T . Tandis que la stabilité interne requiert la stabilité des quatre fonctions de transfert S , T , KS et $G(I_m + kG)^{-1}$

II.5.3. Stabilité robuste

La stabilité est dite robuste si, en plus de la nominale, la stabilité de tous les systèmes atteignables par les perturbations est garantie. Sous l'hypothèse de stabilité de $\Delta(s)$ et $P(s)$, nous allons établir les conditions de stabilité robuste pour des incertitudes de type additives ou multiplicatives :

- Incertitudes additives : $P(s) = -k(I_m + kG)^{-1} = -kS_Y$

Le théorème de petit gain nous donne : $\forall \omega \in R \overline{\sigma}(\Delta(j\omega)) \overline{\sigma}(\Delta(kS_Y)) < 1$

Comme $\Delta(s)$ est stable alors : $\|\Delta\|_{\infty} < \delta$, soit : $\|kS_Y\|_{\infty} < \frac{1}{\delta}$ (II.40)

- Incertitudes multiplicatives :

	<i>En sortie</i>	<i>En entrée</i>
$P(s)=$	$-Gk(I_P + GK)^{-1} = -kT_Y$	$-Gk(I_m + GK)^{-1} = -kT_Y$
Condition de stabilité :	$\forall \omega R \overline{\sigma}(\Delta(j\omega)) \overline{\sigma}(T_Y) < 1$	$\forall \omega R \overline{\sigma}(\Delta(j\omega)) \overline{\sigma}(T_u) < 1$
$\ \Delta\ _{\infty} < \delta$	$\Rightarrow \ T_Y\ _{\infty} < \frac{1}{\delta}$ (II.41)	$\Rightarrow \ T_u\ _{\infty} < \frac{1}{\delta}$ (II.42)

Tableau II.2 : Incertitudes multiplicatives

II.5.4. Performances nominales

Un asservissement est performant s'il réagit rapidement, rejette les perturbations et suit avec précision la consigne. Compte tenu de l'interprétation des matrices S et T , il est clair que le correcteur K à synthétiser doit chercher à satisfaire maintes exigences :

- ❖ Atténuation des perturbations en sortie : Atténuer les perturbations en sortie revient à minimiser la fonction de sensibilité S_y , ceci revient à choisir sa norme H_∞ la plus faible possible. Soit : $\bar{\sigma}(S_y) = \bar{\sigma}((I_m + kG)^{-1}) = \frac{1}{\underline{\sigma}(I_m + kG)} \leq \frac{1}{\underline{\sigma}(GK)}$

Donc minimiser $\bar{\sigma}(S_y)$ revient à maximiser $\underline{\sigma}(GK)$.

- ❖ Rejet des bruits de mesure : Pour réduire l'effet des bruits de mesure, il faut choisir $\bar{\sigma}(T_Y) = \bar{\sigma}((I_p + (KG)^{-1})^{-1}) = \frac{1}{\underline{\sigma}(I_p + (KG)^{-1})}$ le plus faible possible.

Or $\bar{\sigma}(T_Y) = \bar{\sigma}((I_p + (KG)^{-1})^{-1}) \simeq \frac{1}{\underline{\sigma}((GK)^{-1})} = \bar{\sigma}(GK)$. Donc minimiser $\bar{\sigma}(T_Y)$ revient à minimiser $\bar{\sigma}(GK)$ en sortie.

- ❖ Limitation de Poursuite du signal de référence : La poursuite idéale de la référence R par la sortie Y entraîne $I - S_y \simeq I$, soit $\bar{\sigma}(S_y)$ minimale. Cette condition rejoint donc celle du rejet des perturbations l'énergie de commande : pour éviter la fatigue des actionneurs, le bruit de mesure ne doit pas provoquer des agitations excessives de la commande. Les commandes seront d'autant plus réduites que la norme de la matrice KS l'est.

Or, en pratique, $T = GKS$ et comme G est fixé, réduire KS sera équivalent à réduire T . On se retrouve alors dans la même condition que celle des rejets de bruits de mesure.

II.5.5. Performances robustes

Un système bouclé satisfait le critère de robustesse en performances si les conditions de performances nominales sont vérifiées pour toute une classe de modèles de procédés caractérisés par des incertitudes structurées ou non.

II.5.6. Loop-shaping

L'approche par Loop-shaping [22], [23] consiste à régler, avant le calcul du correcteur, les performances en modélant la boucle ouverte, par l'ajout des fonctions de pondération, suivant les principes de l'automatique classique.

Les paragraphes II.5.2, II.5.3 et II.5.4 nous ont permis de définir des contraintes sur les valeurs singulières de la fonction de transfert en boucle ouverte ou sur celles en boucle fermée (T_y et T_u) ainsi que sur KS_Y .

Or la minimisation de l'erreur statique et le rejet des perturbations dans le système demandent de la matrice de transfert en boucle ouverte un gain élevé en basses fréquences (les entrées et les perturbations sont des signaux lentement variables dans le temps, donc de basses fréquences).

Par contre l'atténuation des bruits dans la chaîne impose un gain élevé de la matrice de transfert en boucle ouverte en hautes fréquences (les bruits sont généralement des signaux de hautes fréquences). Partant de ces principes, nous définissons les trois matrices de pondération suivantes :

- une matrice $W_1(s)$, par exemple $W_1(S) = W_1(s)I_p$, où $W_1(s)$ est une fonction de transfert scalaire du type *passé-bas* avec un gain élevé en *basses fréquences* ;
- une matrice $W_2(s)$, par exemple $W_2(S) = W_2(s)I_m$, où $W_2(s)$ est une fonction de transfert scalaire du type *passé-haut* avec un gain élevé en *hautes fréquences*, choisie en accord avec la norme des incertitudes additives.
- une matrice $W_3(s)$, par exemple $W_3(S) = W_3(s)I_p$, où $W_3(s)$ est une fonction de transfert scalaire du type *passé-haut* avec un gain élevé en *hautes fréquences*, choisie en accord avec la norme des incertitudes multiplicatives. Les fonctions $w_1(s)$, $w_2(s)$ et $w_3(s)$ sont dites fonctions de pondération.

Les trois objectifs précédents se traduisent alors par les trois inégalités suivantes :

$$\|w_1 S_Y\|_\infty < 1 \Leftrightarrow \forall \omega \in R \quad \bar{\sigma}(s_y(j\omega)) < \frac{1}{|w_1(j\omega)|} \quad (\text{II.43})$$

$$\|w_2 K S_Y\|_\infty < 1 \Leftrightarrow \forall \omega \in R \quad \bar{\sigma}(K(j\omega) s_y(j\omega)) < \frac{1}{|w_2(j\omega)|} \quad (\text{II.44})$$

$$\|w_3 S_Y\|_\infty < 1 \Leftrightarrow \forall \omega \in R \quad \bar{\sigma}(T_y(j\omega)) < \frac{1}{|w_3(j\omega)|} \quad (\text{II.45})$$

Soit encore, comme le montre la figure II.8 :

$$\underline{\sigma}(G(j\omega)K(j\omega)) > |w_1(j\omega)| > 1 \quad \text{pour } \omega < \omega_b \quad (\text{II.46})$$

$$\bar{\sigma}(G(j\omega)K(j\omega)) < \frac{1}{|w_3(j\omega)|} < 1 \quad \text{pour } \omega < \omega_h \quad (\text{II.47})$$

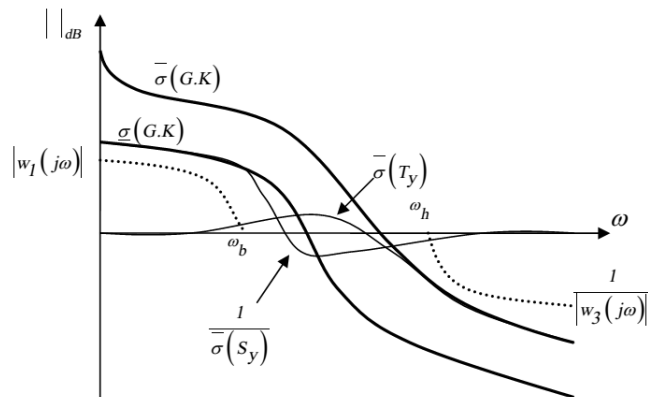


Figure II.11 : Contraintes de loop-shaping.

Ces considérations illustrent le compromis inévitable, de l'automatique linéaire monovariante, précision/stabilité : toute augmentation des valeurs singulières améliore les performances en basses fréquences mais peut entraîner l'instabilité. Le meilleur compromis implique qu'au voisinage de la fréquence de coupure, les valeurs singulières $\underline{\sigma}(GK)$ et $\overline{\sigma}(GK)$ soient assez proches l'une de l'autre.

II.6. μ -Analyse et μ -Synthèse

Le paragraphe II.5.1, nous a permis de définir une loi de commande remplissant les spécifications de performance pour le modèle nominal tout en assurant un certain nombre de propriétés de robustesse définies au paragraphe II.5. Le conservatisme de l'approche H_∞ vient essentiellement de la limitation de la prise des incertitudes sous forme non structurée seulement, toutefois l'approche par Loop-shaping nous assure une meilleure réponse. Afin d'obtenir une stabilité robuste et des performances robustes pour toute sorte d'incertitude, si le cahier de charges l'exige, la μ -synthèse, basée sur le calcul des valeurs singulières structurées, présente une approche intéressante [25], [24]

II.6.1. Valeur singulière structurée

Le système nominal $P(s)$ étant corrigé par un correcteur $K(s)$ et soumis à un bloc d'incertitude $\Delta(s)$, comme le montre la figure II.12 a. La transformation linéaire fractionnaire basse définie par (II.12), nous permet de passer à la représentation de la figure II.12.b appelée représentation $M-\Delta$.

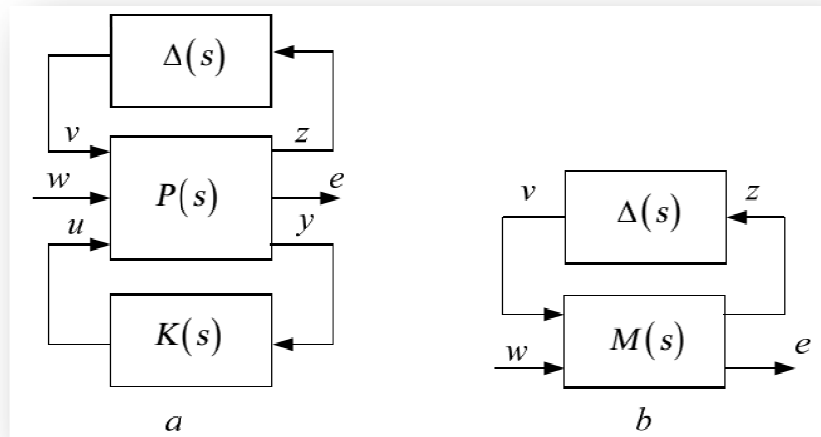


Figure II.12 : Schémas pour la μ -analyse.

L'analyse de la robustesse dans le cas d'une seule incertitude dynamique repose sur le théorème du petit gain introduit au paragraphe II.5.1 (II.35), soit :

$$\forall \omega \in \mathbb{R} \quad \bar{\sigma}(M(j\omega)) \bar{\sigma}(\Delta(j\omega)) < 1. \quad (\text{II.48})$$

Dans le cas des incertitudes structurées, nous allons obtenir une condition similaire calculée sur les matrices complexes $M(j\omega)$. Pour cela, définissons l'ensemble des matrices :

$$\underline{\Delta} = \left\{ \begin{array}{l} \Delta = \text{diag}\{\delta_1 I_{k_1}, \dots, \delta_r I_{k_r}, \Delta_1, \dots, \Delta_f\}, \delta_i \in \mathbb{C}, \Delta_f \in \mathbb{C}^{m_j \times m_j} \\ \sum_{i=1}^r k_r + \sum_{j=1}^f m_j = n \end{array} \right\} \quad (\text{II.49})$$

La valeur singulière structurée de M par rapport à la structure $\underline{\Delta}$, notée $\mu_{\underline{\Delta}}(M)$, est définie par [14], [15] :

$$\mu_{\underline{\Delta}}(M) = \frac{1}{\min_{\Delta \in \underline{\Delta}} \left\{ \bar{\sigma}(\Delta / \det(I_n - M\Delta) = 0) \right\}} \quad (\text{II.50})$$

Si aucune matrice $\Delta \in \underline{\Delta}$ ne rend $(I_n - M\Delta)$ singulière alors $\mu_{\underline{\Delta}}(M) = 0$.

$\frac{1}{\mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega))}$ Peut être interprété comme la valeur minimale de la norme de Δ qui amène un pôle de la boucle fermée sur l'axe des imaginaire $\pm j\omega$ (elle devient marginalement stable). La marge de robustesse peut ensuite être obtenue comme

$$k_{max} = \min_{\omega \in [0, \infty]} 1 / \mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega)).$$

Propriétés :

- $\forall \alpha \in \mathbb{C}, \mu_{\underline{\Delta}}(\alpha M) = |\alpha| \mu_{\underline{\Delta}}(M)$
- si $\underline{\Delta} = \mathbb{C}^{K \times K}$ alors $\mu_{\underline{\Delta}}(M) = \bar{\sigma}(M)$, sinon pour tout $\underline{\Delta}, \mu_{\underline{\Delta}}(M) \leq \bar{\sigma}(M)$.
- si $\underline{\Delta} = \{\Delta/\Delta = \delta I_K \in I_K \mathbb{C}\}$ alors, $\mu_{\underline{\Delta}}(M) \leq \rho(M)$ est le rayon spectral de M .
- si $\underline{\Delta} = \{\Delta/\Delta = \delta I_K \in \mathbb{R}\}$ Alors, $\mu_{\underline{\Delta}}(M) \leq \rho_R(M)$ ou $\rho_R(M)$ est le rayon spectral réel de M

II.6.2. μ -synthèse

La μ -synthèse cherche à trouver un correcteur $K(s)$ stabilisant le système donné par la figure II.12.a et garantissant les conditions de robustesse en stabilité et surtout en performance. Ceci revient à trouver un correcteur $K(s)$, tel que :

$$\max_{\omega \in \mathbb{R}} (M(p, k)) < 1 \quad \text{avec : } M(p, k) = F_1(p, k) \quad (\text{II.51})$$

L'optimisation du problème de la robustesse nous impose de résoudre le problème suivant :

$$\min_{K(s) \text{ stabilisant}} \max_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\underline{\Delta}}(M(p, k)) \quad (\text{II.52})$$

Une méthode itérative, appelée D-K itération, est proposée dans [26], [27], [28]. Cette méthode consiste à résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{K(s) \text{ stabilisant}} \max_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\underline{\Delta}}(DM(p, k)D^{-1})$$

D est appelée matrice de normalisation ou matrice de mise à l'échelle. L'ensemble des matrices D est définie comme suit :

$$D = \left\{ \begin{array}{l} D = \text{diag}[D_1, \dots, D_f, d_1 I_{r_1}, \dots, d_f I_{r_f}] \\ D_1 \in \mathbb{C}^{r_i \times r_i}, D_1 = D_1^* > 0, d_j > 0 \end{array} \right\} \quad (\text{II.53})$$

Partant de l'équation (II.50), il faut trouver un correcteur $K(s)$ stabilisant le système tel que :

$$\min_{\omega \in \mathbb{R}} \max_{D \in \mathcal{D}} \mu_{\underline{\Delta}}(DM(p, k)D^{-1}) \quad (\text{II.54})$$

La méthode D-K itération consiste alternativement à minimiser (II.52) ou à réduire (II.54), en prenant alternativement D et K constante.

Pour démarrer la procédure d'itération nous pouvons choisir $D = I$.

II.7. Conclusion

Ce chapitre organisé en deux parties Sur la Conception général de la commande Robuste par mode glissant.

Le premier partie de ce chapitre, concerne un rappel de la technique de modes glissants et la détermination de la loi de commande.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, Nous présentons succinctement les outils mathématiques nécessaires pour l'élaboration d'un correcteur H^∞ et la synthèse de commande par la méthode d'espace d'état est basée sur le modèle réduit du système nominal et la résolution des équations algébriques de Riccati.

III.1. Introduction

Dans ce chapitre, il s'agit de développer de nouvelles approches de commande adaptatives floues robustes par mode glissant pour des systèmes non linéaires incertains et perturbés SISO. Nous allons présenter, la commande adaptative robuste par backstepping appliquée à un problème de régulation d'un système non linéaire avec des incertitudes ; les incertitudes non linéaires (ou les fonctions non linéaires inconnues), les dynamiques non modulées et les perturbations dynamiques non linéaires [29]. Dans la conception de la commande par backstepping, les systèmes flous sont employés pour approximer les incertitudes non linéaires, les termes d'amortissement non linéaires sont utilisés pour éliminer les perturbations dynamiques et les erreurs d'approximation floues, et un signal dynamique est introduit pour remplacer les dynamiques non modulées [2].

Pour illustrer l'efficacité de l'approche étudiée, nous considérons un exemple de simulation, sous l'environnement Matlab, des systèmes non linéaires incertains SISO.

III.3. Conception de la commande adaptative floue robuste

III.3.1. Commande adaptative floue robuste

Considérons un système dynamique non linéaire incertain sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i, w) + d_i; \\ \dot{x}_n = f_0(x) + f_n(x, w) + [g_0(x) + g_n(x, w)]u + d_n \\ y = x_1 \end{cases} \quad 1 \leq i \leq n-1 \quad (\text{III.1})$$

où $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ est l'état du système, $u \in R$ l'entrée de commande, $y \in R$ est la sortie du système, $f_i(x_i)(i = 1, 2, \dots, n)$ sont des fonctions lisses inconnues et w est l'incertitude du modèle appartenant à un ensemble compact, qui comprend un vecteur des paramètres incertain du système. $d_i(i = 1, 2, \dots, n)$ sont des incertitudes de perturbation du système. $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, f_0 et g_0 sont des fonctions lisses connues dans un voisinage de l'origine $x=0$ avec $f_0(x) = 0$ et $g_0(x) \neq 0$.

$f_i(\bar{x}_i, w), i = 1, 2, \dots, n$ sont des fonctions continues incertaines du système avec $f_i(0, w) = 0$ et $g_n(x, w)$ sont des fonctions continues incertaine d'entrée de commande.

La supposition suivante est introduite.

Supposition 1 [29] : La fonction de gain de commande incertain $g_n(x, w)$ est confinée dans une certaine gamme telle que $0 < b_{min} \leq g_0(x)^{-1}g_n(x, w) \leq b_{max}$.

où b_{min} et b_{max} sont les paramètres de liaison inférieure et supérieure, respectivement.

En générale, l'objectif principal de la commande est de trouver un contrôleur adaptatif flou pour le système (III.1) sous la forme suivante

$$\dot{X} = \varpi(X, \xi(e), e), X \in R^p$$

$$u = u(x, \xi(e), e)$$

Tout d'abord, nous nous concentrerons sur le cas où le gain de contrôle est incertain. Terme $g_n(x, w) = 0$ dans le système (III.2) et on obtient la transformation suivante pour système normal

$$u = g_0^{-1}(x)(-f_0(x) + v) \quad (III.2)$$

où v est une nouvelle variable de commande. L'équation (III.1) peut être réécrite comme

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i, w) + d_i & 1 \leq i \leq n-1 \\ \dot{x}_n = f_n(x, w) + v + d_n \\ y = x_1 \end{cases} \quad (III.3)$$

La procédure de conception de backstepping contient n des étapes. À chaque étape, une fonction de commande intermédiaire α_k doit être développée en utilisant une fonction appropriée de Lyapunov V_k . Les étapes de conception, détaillées pour le système (III.1), sont décrites comme suit :

Étape 1 : On définit la variable d'erreur $z_1 = x_1 - y_d$, puis

$$\dot{z}_1 = x_2 + f_1(x_1, w) + d_1 - \dot{y}_d \quad (III.4)$$

Puisque $f_1(x_1, w)$ est une fonction continue inconnue, le système flou T-S $\hat{f}_1 = (x_1, A_1)$ avec un vecteur d'entrée $x_1 \in U_{x_1}$ pour un ensemble compact $U_{x_1} \in R$ est proposé ici pour approximer le terme incertain $f_1(x_1, w)$, où A_1 est une matrice contenant des constantes inconnues. Donc $f_1(x_1, w)$ peut être exprimé comme

$$f_1(x_1, w) = \xi_1(x_1)A_1x_1 + \varepsilon_1 \quad (III.5)$$

$$f_1(x_1, w) = C_{\theta_1} \xi_1(x_1) w_1 + \xi_1(x_1) A_1 y_d + \varepsilon_1$$

où ε_1 est un paramètre indiquant une précision approximative. On met $C_{\theta_1} = \|A_1\|$, tel que :

$$A_1 = C_{\theta_1} A_1^m \text{ et } \|A_1^m\| \leq 1 \quad w_1 = A_1^m z_1.$$

En remplaçant (III.5) par (III.4), on obtient

$$\dot{z}_1 = x_2 + C_{\theta_1} \xi_1(x_1) \omega_1 - \dot{y}_d + v_1 \quad (\text{III.6})$$

où $v_1 = \xi_1(x_1) A_1 y_d + \varepsilon_1 + d_1$ et C_{θ_1} sont des constantes inconnues, et il existe une fonction v_1 comme

$$\|v_1\| \leq \|\xi_1(x_1) A_1 y_d + \varepsilon_1 + d_1\| \leq \theta_1 \psi_1(x_1) \quad (\text{III.7})$$

où $\theta_1 = \max(\|A_1 y_d\|, \|\varepsilon_1 + d_1\|)$ et $\psi_1(x_1) = 1 + \|\varepsilon_1\|$.

Considérons la stabilisation du sous-système (III.6) et la fonction candidate de Lyapunov

$$V_1(z_1, \lambda_1, \hat{\theta}_1) = \frac{1}{2} Z_1^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{11}^{-1} \tilde{\lambda}_1^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{21}^{-1} \tilde{\theta}_1^2 \quad (\text{III.8})$$

où Γ_{11} et Γ_{12} sont des constantes définitives positives. $\tilde{\lambda}_1^2 = (C_{\theta_1}^2 - \lambda_1)$ et $\tilde{\theta}_1 = (\theta_1 - \hat{\theta}_1)$. λ_1 et $\hat{\theta}_1$ sont des estimations de $C_{\theta_1}^2$ et θ_1 , respectivement. La dérivée du temps de V_1 est :

$$\dot{V}_1(z_1, \lambda_1, \hat{\theta}_1) = z_1(x_2 + C_{\theta_1} \xi_1(x_1) \omega_1 - \dot{y}_d + v_1) - \Gamma_{11}^{-1} \dot{\tilde{\lambda}}_1 \tilde{\lambda}_1 - \Gamma_{21}^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_1 \tilde{\theta}_1 \quad (\text{III.9})$$

Alors, pour tout $\gamma_1 > 0$, nous avons

$$C_{\theta_1} \xi_1(x_1) \omega_1 z_1 = C_{\theta_1} \xi_1(x_1) \omega_1 z_1 - \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1$$

$$C_{\theta_1} \xi_1(x_1) \omega_1 z_1 = -\gamma_1^2 (\omega_1 - \frac{C_{\theta_1}}{2\gamma_1} \xi_1 z_1)^2 + \frac{C_{\theta_1}^2}{4\gamma_1^2} \xi_1 \xi_1^T z_1^2 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1$$

$$\leq \frac{C_{\theta_1}^2}{4\gamma_1^2} \xi_1 \xi_1^T z_1^2 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1$$

$$\leq \frac{\lambda_1}{4\gamma_1^2} \xi_1 \xi_1^T z_1^2 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 \leq \frac{\lambda_1}{4\gamma_1^2} \xi_1 \xi_1^T z_1^2 + \frac{\tilde{\lambda}_1}{4\gamma_1^2} \xi_1 \xi_1^T z_1^2 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 \quad (\text{III.10})$$

A partir de (III.7), on obtient

$$v_1 z_1 \leq \theta_1 \psi_1(x_1) \|z_1\| \leq \hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) \|z_1\| + \tilde{\theta}_1 \psi_1(x_1) \|z_1\| \quad (\text{III.11})$$

Par conséquent, on définit la variable d'erreur $z_2 = x_2 - \alpha_1 - \dot{y}_d$

où α_1 est la fonction stabilisante intermédiaire. Nous avons

$$\alpha_1 = -k_1 z_1 - \frac{\lambda_1}{4\gamma_1^2} \xi_1(x_1) \xi_1^T(x_1) z_1 - \hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) z_1}{\sigma_1}\right) \quad (\text{III.12})$$

où $k_1 > 0$ Et $\delta_1 > 0$ sont des contenus de conception.

En remplaçant (III.10), (III.11) et (III.12) dans (III.9), on obtient

$$\begin{aligned} V_1(z_1, \lambda_1, \hat{\theta}_1) \leq & -k_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) \|z_1\| - \hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) z_1 \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) z_1}{\sigma_1}\right) + \\ & \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 + \Gamma_{11}^{-1} \dot{\lambda}_1 \left(\frac{\Gamma_{11}}{4\gamma_1^2} \xi_1 \xi_1^T z_1^2 - \dot{\lambda}_1\right) + \Gamma_{11}^{-1} \dot{\hat{\theta}}_1 (\Gamma_{12} \psi_1(x_1) \|z_1\| - \dot{\hat{\theta}}_1). \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

Les lois d'adaptation λ_1 et $\hat{\theta}_1$ sont choisies comme :

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = \Gamma_{11} \left[\frac{1}{4\gamma_1^2} \xi_1(x_1) \xi_1^T(x_1) z_1^2 - \sigma_{11} (\lambda_1 - \lambda_1^0) \right] \\ \dot{\hat{\theta}}_1 = \Gamma_{11} [\psi_1(x_1) \|z_1\| - \sigma_{12} (\hat{\theta}_1 - \theta_1^0)] \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

où $\lambda_1^0, \theta_1^0, \sigma_{11}$ et σ_{12} sont des paramètres de conception.

Et nous traitons l'élément relatif dans (III.2). En utilisant le lemme prouvé par [29], on obtient :

$$\hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) \|z_1\| - \hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) z_1 \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_1 \psi_1(x_1) z_1}{\delta_1}\right) \leq \delta_1. \quad (\text{III.15})$$

La dérivée de V_1 est

$$V_1(z_1, \lambda_1, \hat{\theta}_1) \leq -k_1 z_1^2 - \frac{1}{2} \sigma_{11} \dot{\lambda}_1^2 - \frac{1}{2} \sigma_{12} \dot{\hat{\theta}}_1^2 + z_1 z_2 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 + \delta_1' \quad (\text{III.16})$$

où $\delta_1' = \delta_1 + 1/2 |C_{\theta_1^2} - \lambda_1^0|^2 + 1/2 |\theta_1 - \theta_1^0|^2$.

Étape 2:

$$\dot{z}_2 = x_3 + f_2(\bar{x}_2, \omega) + d_2 - \dot{\alpha}_1 - \ddot{y}_d. \quad (\text{III.17})$$

Ensuite, la dérivée du α_1 est :

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_1} \dot{\lambda}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}_1} \dot{\hat{\theta}}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d} \dot{y}_d$$

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_1 &= \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + f_1(x_2, \omega) + d_1) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_1} \dot{\lambda}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}_1} \dot{\hat{\theta}}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d} \dot{y}_d \\ \alpha_1 &= f_{12}(z_1, \bar{x}_2, \omega) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} d_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d} \dot{y}_d\end{aligned}\quad (\text{III.18})$$

En remplaçant (III.18) par (III.17), on obtient

$$\dot{z}_2 = x_3 + f'_1(z_1, x_2, y_d, \omega) + d_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} d_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d} \dot{y}_d - \ddot{y}_d \quad (\text{III.19})$$

où $f'_1(z_1, x_2, y_d, \omega) = f_2(\bar{x}_2, \omega) - f_{12}(z_1, \bar{x}_2, \omega)$.

Nous utilisons également le système flou T-S pour approximer la fonction inconnue $f'_2(z_1, x_2, y_d, \omega)$, on obtient :

$$\begin{aligned}f'_2(z_1, x_2, y_d, \omega) &= \xi_2(z_1, x_2, y_d) A_2 [z_1, x_2, y_d]^T + \varepsilon_2 \\ f'_2(z_1, x_2, y_d, \omega) &= \xi_2 A_2^1 [z_1, x_2]^T + \xi_2 A_2^2 y_d + \varepsilon_2 \\ f'_2(z_1, x_2, y_d, \omega) &= c_{\theta_2} \varepsilon_2 \omega_2 + d'_2\end{aligned}$$

où $\omega_2 = A_2^m \bar{z}_2$ et $c_{\theta_2} = \|A_2^1\| = \lambda_{\max}^{1/2}(A_2^{1T} A_2^1)$, par conséquent

$$\begin{aligned}A_2^1 &= c_{\theta_2} A_2^m \text{ Et } \|A_2^m\| \leq 1 \cdot d'_2 = \xi_2 A_2^{12} (\alpha_1 + y_d) + \varepsilon_2 A_2^2 y_d + \varepsilon_2 \\ \dot{z}_2 &= x_3 + c_{\theta_2} \varepsilon_2 \omega_2 + v_2 - \ddot{y}_d\end{aligned}\quad (\text{III.20})$$

où $v_2 = d_2 + d'_2 - \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \right) d_1 - \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d} \right) \dot{y}_d$.

Considérons la fonction candidat Lyapunov :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{12}^{-1} \tilde{\lambda}_2^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{22}^{-1} \tilde{\theta}_2^2.$$

A partir de (III.10) et (III.11), la dérivé le temps de V_2 devient :

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &\leq -k_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \gamma_1^2 \omega_1^T \omega_1 + \delta'_1 + z_2 \left(x_3 - \frac{\lambda_2}{4\gamma_2^2} \xi_2 \xi_2^T z_2 \right) + \hat{\theta}_2 \psi_2 \|z_2\| + \gamma_2^2 \omega_2^T \omega_2 \\ &+ \Gamma_{12}^{-1} \tilde{\lambda}_2 \left(\frac{\Gamma_{21}}{4\gamma_1^2} \xi_2 \xi_2^T z_2 - \dot{\lambda}_2 \right) + \Gamma_{22}^{-1} \tilde{\theta}_2 (\Gamma_{22} \psi_2 \|z_2\| - \dot{\hat{\theta}}_2).\end{aligned}$$

$$\text{où } \|v_2\| \leq \theta_2 \psi_2 \text{ et } \psi_2 = (1 + \|\alpha_1\|) \|\xi_2\| + \left\| \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \right\| + \left\| \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d} \right\|.$$

Maintenant, la fonction stabilisante intermédiaire α_2 et les lois d'adaptation sont choisies respectivement comme suit :

$$\alpha_2 = -z_1 - k_2 z_2 - \frac{\lambda_2}{4\gamma_2^2} \xi_2 \xi_2^T z_2 - \hat{\theta}_2 \psi_2 \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_2 \psi_2 z_2}{\delta_2}\right) \quad (\text{III.21})$$

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_2 = \Gamma_{12} \left[\frac{1}{4\gamma_2^2} \xi_2 \xi_2^T z_2^2 - \sigma_{12} (\lambda_2 - \lambda_2^0) \right] \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = \Gamma_{22} \left[\psi_2 \|z_2\| - \sigma_{22} (\hat{\theta}_2 - \theta_2^0) \right] \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

où $k_2, \lambda_2^0, \theta_2^0$ et σ_{22} sont des constantes de conception.

On définit la variable d'erreur z_3 en $z_3 = x_3 - \alpha_2 - \dot{y}_d$ et en utilisant (III.15), donc la dérivée de V_2 est

$$\dot{V}_2 - \sum_{i=1}^2 k_i z_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (\sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 + \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2) + z_2 z_3 \sum_{i=1}^2 \gamma_i^2 \omega_i^T \omega_i + \delta_2' \quad (\text{III.23})$$

$$\text{où } \delta_2' = \delta_1' + \delta_2 + \frac{1}{2} |c_{\theta_2} - \lambda_2^0|^2 + \frac{1}{2} |\theta_2 - \theta_2^0|^2.$$

Une procédure similaire est utilisée de manière récursive pour chaque étape k ($3 \leq k \leq n - 1$). En considérant l'équation du système (III.1) pour $i=k$, $\dot{x}_k = x_{k+1} + f_k(\bar{x}_k, \omega) + d_k$ et la fonction de Lyapunov

$$V_k = V_{k-1} + \frac{1}{2} z_k^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{1k}^{-1} \tilde{\lambda}_k^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{k2}^{-1} \tilde{\theta}_k^2.$$

$$\text{où } \tilde{\lambda}_k = (c_{\theta_2} - \lambda_k) \text{ et } \tilde{\theta}_k = (\theta_k - \hat{\theta}_k).$$

Nous pouvons concevoir la fonction de stabilisante intermédiaire α_k et les lois d'adaptation λ_k et $\hat{\theta}_k$ qui prennent des formes similaires (III.14) et (III.22), respectivement. Le contrôleur du système (III.1) doit être construit Dans l'étape n .

Étape n : on définit la variable d'erreur $z_n = x_n - \alpha_{n-1} - y_d^{(n-1)}$. Nous avons

$$\dot{z}_n = f_n(x, \omega) + v + d_n + \dot{\alpha}_{n-1} + y_d^{(n)}$$

En utilisant la manière similaire à (III.18) à l'étape 2, nous avons

$$\dot{\alpha}_{n-1} = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} \{x_{j+1} + f_j(\bar{x}_j, \omega) + d_j\} + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \lambda_{n-1}} \dot{\lambda}_{n-1} + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}_{n-1}} \dot{\hat{\theta}}_{n-1} + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{(j-1)}} y_d^{(j)}$$

$$\dot{\alpha}_{n-1} = f_{(n-1)n}(\bar{z}_{(n-1)}, \bar{x}_n, \bar{x}_{d(n-1)}, \omega) + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} d_j + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{(j-1)}} y_d^{(j)}.$$

$$\text{Alors } \dot{z}_n = f'_n(\bar{z}_{(n-1)}, x_n, \bar{x}_{d(n-1)}, \omega) + v + d_n - y_d^{(n)} - \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} d_j + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{(j-1)}} y_d^{(j)} \right)$$

$$\text{où } f'_n = f_n(x, \omega) - f_{(n-1)n}(\bar{z}_{(n-1)}, \bar{x}_n, \bar{x}_{d(n-1)}, \omega).$$

Nous utilisons également le système flou T-S pour approximer les fonctions inconnues $f'_n(\bar{z}_{(n-1)}, x_n, \bar{x}_{d(n-1)}, \omega)$, on obtient

$$f'_n = \xi_n A_n [\bar{z}_{(n-1)}, x_n, \bar{x}_{d(n-1)}]^T + \varepsilon_n$$

$$f'_n = \xi_n A_n^1 (\bar{z}_{(n-1)}, x_n)^T + \xi_n A_n^2 \bar{x}_{d(n-1)}^T + \varepsilon_n$$

$$f'_n = \xi_n A_n^1 \bar{x}_n^2 + d'_n$$

où $d'_n = \xi_n A_n^{12} (\alpha_{n-1} + y_d^{(n-1)}) + \xi_n A_n^2 \bar{x}_{d(n-1)}^T + \varepsilon_n$, $\omega_n = A_n^{m1} \bar{x}_n$, $c_{\theta n} = \|A_n^{m1}\|$ et $A_n^1 = c_{\theta n} A_n^{m1}$

$$\dot{z}_n = c_{\theta n} \varepsilon_n \omega_n + v - y_d^{(n)} + v_n$$

$$\text{où } v_n = d_n + d'_n - \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i^{(j)}} d_j + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{(j-1)}} y_d^{(j)} \right).$$

Nous considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{n1}^{-1} \tilde{\lambda}_n^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{n2}^{-1} \tilde{\theta}_n^2.$$

sa dérivée du temps est

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{n-1} + z_n (c_{\theta n} \varepsilon_n \omega_n + v - y_d^{(n)} + v_n) - \Gamma_{n1}^{-1} \tilde{\lambda}_n \dot{\lambda}_n - \Gamma_{n1}^{-1} \tilde{\theta}_n \dot{\hat{\theta}}_n$$

$$\leq - \sum_{i=1}^{n-1} k_i z_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (\sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 + \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2) + \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 \omega_i^T \omega_i + \sum_{i=1}^{n-1} \delta'_i + \delta_n + z_n (v - y_d^{(n)} +$$

$$z_{n-1} + \frac{\lambda_n}{4\gamma_n^2} \xi_n \xi_n^T z_n - \hat{\theta}_n \psi_n \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_n \psi_n z_n}{\delta_n}\right) + \Gamma_{n1}^{-1} \tilde{\lambda}_n \left(\frac{\Gamma_{n1}}{4\gamma_n^2} \xi_n \xi_n^T z_n^2 \dot{\lambda}_n \right) +$$

$$\Gamma_{n2}^{-1} \tilde{\theta}_n (\Gamma_{n2} \psi_n \|z_n\| - \dot{\hat{\theta}}_n).$$

où $\|v_n\| \leq \theta_n \psi_n$ et $\psi_n = (1 + \|\alpha_{n-1}\|) \|\xi_n\| + \left\| \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{(j-1)}} \right) \right\|$

Maintenant, nous obtenons $k_n > 0$ comme constante de conception et on choisit la fonction intermédiaire comme

$$\alpha_n = -z_{n-1} - k_n z_n - \frac{\lambda_n}{4\gamma_n^2} \xi_n \xi_n^T z_n - \hat{\theta}_n \psi_n \tanh\left(\frac{\hat{\theta}_n \psi_n z_n}{\delta_n}\right) + y_d^{(n)} \quad (\text{III.24})$$

et les lois adaptatives dans l'étape n comme

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_n = \Gamma_{1n} \left[\frac{1}{4\gamma_n^2} \xi_n \xi_n^T z_n^2 - \sigma_{1n} (\lambda_n - \lambda_n^0) \right] \\ \dot{\hat{\theta}}_n = \Gamma_{2n} \left[\psi_n(x_n) \|z_n\| - \sigma_{2n} (\hat{\theta}_n - \theta_n^0) \right] \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

Selon la procédure de conception de contrôle récursif ci-dessus, à la dernière étape (c'est à dire $i=n$), En choisissant la commande adaptable floue robuste $v=\alpha_n$ et les lois d'adaptation dans (III.25), nous arrivons à

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq -\sum_{i=1}^n k_i z_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 + \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2) + \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 \omega_i^T \omega_i + \delta'_n \\ \dot{V}_n &\leq -\sum_{i=1}^n k_i z_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 + \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2) + \gamma^2 \|\omega\|^2 + \delta'_n \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

où $\delta'_n = \sum_{i=1}^{n-1} \delta'_i + \delta_n + 1/2 |c_{\theta n}^2 - \lambda_n^0|^2 + 1/2 |\theta_n - \theta_n^0|^2$, $\omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n]^T$ et $\gamma = (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \dots + \gamma_n^2)^{1/2}$.

Théorème 2 [29] : nous considérons le système (III.1) avec un terme d'entrée de gain incertain $g_n(x, w) = 0$ et supposons que les fonctions lisses inconnues $f'_i = [\bar{z}_{i-1}, x_n, \bar{x}_{d(i)}, w]$, $i = 1, 2, \dots, n$ peuvent être approximées par le système flou T-S dans le sens où ε_i est non bornée. Si on choisit $\gamma < 1$ et $k_i > 1$, $i = 1, 2, \dots, n$ dans (III.26), donc la commande adaptative floue robuste $u = g_0^{-1}(x)(-f_0(x)) + \alpha_n$, avec les lois d'adaptation en (III.25), les fonctions intermédiaires α_i , $i = 1, 2, \dots, n-1$ et les lois d'adaptation de λ_i et $\hat{\theta}_i$ peuvent apporter toutes les solutions $(z(t), \lambda, \hat{\theta})$ du système en boucle fermée. En outre, on donnera n'importe quelle $\mu > 0$, nous pouvons régler nos paramètres du contrôleur de telle sorte que l'erreur de sortie $z_1 = y(t) - y_d(t)$ satisfait $\lim_{t \rightarrow \infty} z_1(t) \leq \mu$.

III.2.2. Commande adaptative floue robuste par mode glissement

Dans toutes les analyses précédentes, on met la sortie inconnue $g_n(x, \omega) = 0$. Maintenant, nous supposons la sortie inconnue $g_n(x, \omega) \neq 0$. C'est-à-dire, on considère le système non linéaire incertain avec la transformation dans (III.1)

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i, w) + d_i & 1 \leq i \leq n-1 \\ \dot{x}_n = F(x, w) + (1 + E(x, w))v + d_n \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

où $F(x, w) = f_n(x, w) - (1 + g_0^{-1}(x)g_n(x, \omega))f_0(x)$, $E(x, w) = g_0^{-1}(x)g_n(x, \omega)$

Il s'agit de concevoir un contrôleur adaptatif flou par mode glissant robuste pour le système non linéaire SISO afin de forcer sa sortie à suivre une trajectoire de référence bornée tout en garantissant la bornitude de toutes les variables impliquées dans système en boucle fermée.

$$s = c_1 z_1 + c_2 z_2 + \dots + c_{n-1} z_{n-1} + z_n \quad (\text{III.28})$$

où $c_i > 0$, $i=1, 2, \dots, n$, sont des nombres réels.

$$\begin{cases} \dot{z}_i = z_{i+1} + \alpha_i + f_i(\bar{x}_i, w) + d_i - \alpha_{i-1} & 1 \leq i \leq n-1 \\ \dot{z}_n = F(x, w) + (1 + E(x, w))v + \eta + v'_n \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

où $\eta = \sum_{i=1}^n c_i z_{i+1} - f_{(n-1)n}(\bar{z}_{(i-1)}, \bar{x}_n, \bar{x}_{d(n-1)}, \omega), v'_n$

$$= d_n - y_d^{(n)} - \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} d_j + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{(j-1)}} y_d^{(j)} \right).$$

Pour le système (III.44), lorsque le contrôleur est basé sur la technique de linéarisation, la structure de commande utilisée est $v = - \frac{[1/2 k_s + F(x) + \eta]}{(1 + E(x))}$ s'il n'y a pas des paramètres incertains dans le système. Lorsqu'il y a des incertitudes dans le système, les non-linéarités $F(x, w)$, $(1 + E(x, w))$ sont inconnus et une commande adaptative a été développée, dans laquelle la fonction inconnue $(1 + E(x, w))$ est habituellement approximé par $(1 + \hat{E}(x))$. En conséquence, l'estimation $(1 + \hat{E}(x))$ doit être éloignée de zéro pour éviter un problème de singularité possible. Nous allons résoudre ce problème à base d'une nouvelle fonction de Lyapunov comme suit

$$V_s(s) = \int_0^s \frac{\sigma}{1 + E(\omega, \psi, \sigma + \eta_1)} d\sigma \quad (\text{III.30})$$

où $x_n = s + \alpha_{n-1} + y_d^{(n-1)}(t) - \sum_{i=1}^{n-1} c_i z_i = s + \eta_1$, $= [x_1, x_2, \dots, x_{n-1}]^T$.

Le théorème de la valeur moyenne V_S peut être réécrit comme

$$V_S(s) = \frac{\lambda_s s^2}{(1+E(\omega, \psi, \lambda_s s + \eta_1))}$$

où $\lambda_s \in (0,1)$. Par la supposition 1, on peut avoir $(1 + E(x, w)) \geq (1 + b_{min}) > 0$ telle que $1/(1 + E(x, w)) > 0$. Alors elle est montrée que V_S définie positive par rapport à s .

En outre, la fonction candidate Lyapunov est modifiée comme suit

$$V_n = V_{n-1} + V_S + \frac{1}{2} \Gamma_{1n}^{-1} \tilde{\lambda}_n^2 + \frac{1}{2} \Gamma_{2n}^{-1} \tilde{\theta}_n^2.$$

Sa dérivée du temps est

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{n-1} + \dot{V}_S - \Gamma_{1n}^{-1} \tilde{\lambda}_n \dot{\lambda}_n - \Gamma_{2n}^{-1} \tilde{\theta}_n \dot{\theta}_n \quad (\text{III.31})$$

où

$$\begin{aligned} \dot{V}_S = & \frac{\partial V_S}{\partial s} \dot{s} + \frac{\partial V_S}{\partial \psi} \dot{\psi} + \frac{\partial V_S}{\partial \eta_1} \dot{\eta}_1 = \frac{s}{1+E(x,w)} \dot{s} \int_0^s \sigma \frac{\partial(1+E(\omega, \psi, \sigma + \eta_1))^{-1}}{\partial \psi} \dot{\psi} d\sigma + \\ & \dot{\eta}_1 \int_0^s \sigma \frac{\partial(1+E(\omega, \psi, \sigma + \eta_1))^{-1}}{\partial \eta_1} d\sigma \end{aligned}$$

Depuis $\dot{\eta}_1 = -\dot{\eta}_1$, $\frac{\partial(1 + E(\omega, \psi, \sigma + \eta_1))^{-1}}{\partial \eta_1} = \frac{\partial(1 + E(\omega, \psi, \sigma + \eta_1))^{-1}}{\partial \sigma}$.

Il est montré que $\dot{\eta}_1 = \int_0^s \sigma \frac{\partial(1+E(\omega, \psi, \sigma + \eta_1))^{-1}}{\partial \eta_1} d\sigma = -\frac{\eta s}{1+E(x,w)} + \int_0^s \frac{\eta}{1+E(\omega, \psi, \sigma + \eta_1)} d\sigma$.

Nous pouvons réécrire (III.31) comme suit

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & - \sum_{i=1}^{n-1} k_i z_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (\sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 + \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2) + \sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i^2 \omega_i^T \omega_i \\ & + s \left[v + \frac{F(x,w)}{1+E(x,w)} + h(\zeta) + \frac{V'_n}{1+E(x,w)} \right] \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} \delta'_i + z_{n-1} z_n - \Gamma_{1n}^{-1} \tilde{\lambda}_n \dot{\lambda}_n - \Gamma_{2n}^{-1} \tilde{\theta}_n \dot{\theta}_n \quad (\text{III.32}) \end{aligned}$$

où $\zeta = [\bar{z}_{n-1}, s, \bar{x}_{d(n-1)}]^T$.

A partir de (III.28) on obtient

$$z_n = s - \sum_{i=1}^{n-1} c_i z_i . \quad (III.33)$$

Comme la fonction $\frac{F(x, w)}{(1 + E(x, w))} + h(\zeta)$ dans (III.32) est une fonction continue

inconnue, basée sur le lemme 1, par la suite le système flou Takagi-Sugeno peut être utilisé pour l'approximer

$$\begin{aligned} \frac{F(x, w)}{1 + E(x, w)} + h(\zeta) &= \xi_n(\zeta) A_n \zeta \varepsilon_n \\ &= \xi_n(\zeta) A_n^1 \begin{bmatrix} \bar{z}_{n-1} \\ s \end{bmatrix} + d'_n \\ &= c_{\theta n} \xi_n(\zeta) \omega_n + d'_n \end{aligned} \quad (III.34)$$

où ξ_n est un vecteur des fonctions floues de base, $d'_n = \xi(\zeta) A_n^2 \bar{x}_{d(n-1)} + \varepsilon_n$, et on met $c_{\theta n} = \|A_n^1\|$, alors $A_n^1 = c_{\theta n} A_n^{m1}$ et $\omega_n = A_n^{m1} [\bar{z}_{n-1}, s]^T$

En remplaçant (III.28) et (III.29) dans (III.27), nous avons

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & - \sum_{i=1}^{n-1} k_i z_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (\sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 + \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2) + \sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i^2 \omega_i^T \omega_i + \sum_{i=1}^{n-1} \delta'_i + z_{n-1} (\sum_{i=1}^{n-1} c_i z_i) \\ & + s [z_{n-1} + v + c_{\theta n} \xi_n(\zeta) \omega_n + v_n] - \Gamma_{1n}^{-1} \tilde{\lambda}_n \dot{\lambda}_n - \Gamma_{n1}^{-1} \tilde{\theta}_n \dot{\theta}_n \end{aligned} \quad (III.35)$$

où $v_n = d'_n + \frac{v'_n}{(1 + E(x, w))}$.

Une procédure similaire avec (III.10) et (III.11) est utilisée et la dérivée du temps de V_n devient

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & - \sum_{i=1}^{n-1} k_i z_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (\sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 + \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2) + \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 \omega_i^T \omega_i \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} \delta'_i + \delta_n - z_{n-1} (\sum_{i=1}^{n-1} c_i z_i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + s [V + z_{n-1} + \frac{\lambda_n}{4\gamma_n^2} \xi_n \xi_n^T s + \hat{\theta}_n \psi_n \tanh(\frac{\hat{\theta}_n \psi_n z_n}{\delta_n})] \\
 & + \Gamma_{1n}^{-1} \tilde{\lambda}_n (\frac{\Gamma_{n1}}{4\gamma_n^2} \xi_n \xi_n^T s_n^2 - \dot{\lambda}_n) + \Gamma_{n1}^{-1} \tilde{\theta}_n (\Gamma_{n2} \psi_n \|s\| - \dot{\hat{\theta}}_n). \quad (III.36)
 \end{aligned}$$

où $\|v_n\| \leq \theta_n \psi_n$ et $\psi_n = (1 + \|\alpha_{n-1}\|) \|\xi_n\| + \left\| \sum_{j=1}^{n-1} (\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{(j-1)}}) \right\|$

Maintenant, on choisit la commande comme

$$v = -z_{n-1} - k_n s - \frac{\lambda_n}{4\gamma_n^2} \xi_n \xi_n^T s - \hat{\theta}_n \psi_n \tanh(\frac{\hat{\theta}_n \psi_n s}{\delta_n}) \quad (III.37)$$

et les lois d'adaptation dans l'étape n comme

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_n = \Gamma_{n1} \left[\frac{1}{4\gamma_n^2} \xi_n \xi_n^T s^2 - \sigma_{1n} (\lambda_n - \lambda_n^0) \right] \\ \dot{\hat{\theta}}_n = \Gamma_{n2} \left[\psi_n \|s\| - \sigma_{n2} (\hat{\theta}_n - \theta_n^0) \right] \end{cases} \quad (III.38)$$

Selon la procédure de conception de contrôle récursif ci-dessus, Nous arrivons à

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_n & \leq -\bar{z}_{n-1}^T Q' \bar{z}_{n-1} - k_n s^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 + \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2) + \sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i^2 \omega_i^T \omega_i + \delta'_n \\
 & \leq -\bar{z}_{n-1}^T Q' \bar{z}_{n-1} - k_n s^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\sigma_{1i} \tilde{\lambda}_i^2 + \sigma_{2i} \tilde{\theta}_i^2) + \gamma^2 \|\omega\|^2 + \delta'_n \quad (III.39)
 \end{aligned}$$

où $Q' = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_1 & c_2 & \dots & k_{n-1} + c_{n-1} \end{bmatrix}$ et

$$\delta'_n = \sum_{i=1}^{n-1} \delta'_i + \delta_n + \frac{1}{2} |c_{\theta n}^2 - \lambda_n^0|^2 + \frac{1}{2} |\theta_n - \theta_n^0|^2.$$

Théorème 3 [29] : on considère le système (III.1) avec le terme de gain d'une entrée incertaine $g_n(x, \omega) \neq 0$, et supposons que la supposition 1 est satisfaite et que les fonctions continues inconnues $f'_i(\bar{z}_{n-1}, x_i, \bar{x}_{d(i)}, \omega)$, $i=1, 2, \dots, n$, où f'_i est donné en (III.34), peut être approximer par les systèmes flous T-S. Si nous obtenons une surface de glissement (III.28) $\gamma < 1$ et $k_i > 1, i = 1, 2, \dots, n$ dans (III.39), alors la conception du commande $u = g_0^{-1}(x)(-f_0(x) + v)$, où v est donné en (III.37) avec des lois d'adaptation dans (III.38) et les fonctions stabilisante intermédiaires $\alpha_i, i=1, 2, \dots, n-1$ et des lois d'adaptation λ_i et $\hat{\theta}_i$, est un contrôleur adaptatif flou robuste par mode glissement qui peut faire toutes les solutions

$(z(t), \lambda, \hat{\theta})$ de la dérivée du système en boucle fermée uniformément délimité. De plus, on donne n'importe qu'elle $\mu > 0$, nous pouvons régler les paramètres du contrôleur de telle sorte que l'erreur de sortie $z_1 = y(t) - y_d(t)$ est satisfait $\lim_{t \rightarrow \infty} |z_1(t)| \leq \mu$.

II.3. Exemple d'application

Considérez le système d'un pendule avec moteur suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 - a * \sin(x_1) - q * \cos(x_1) + d_1(t) \\ \dot{x}_3 = -x_3 + u + d_2(t) \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

où x_1 et x_2 désignent la position angulaire et le taux de pendule et x_3 indique l'angle de l'arbre du moteur. u est l'entrée de commande utilisée pour représenter le couple du moteur. a et q sont les paramètres inconnus du système, $d_1(t)$ et $d_2(t)$ sont des termes incertains de la perturbation externe du système. Le pendule plus moteur de conduite est un système simple.

On définit cinq ensembles flous pour chaque variable x_1, z_1, x_2, y_d et ainsi de suite avec des étiquettes $A_{hi}^1(NL), A_{hi}^2(NM), A_{hi}^3(ZE), A_{hi}^4(PM), A_{hi}^5(PL)$ qui se caractérisent par les fonctions l'appartenance suivantes

$$\begin{aligned} \mu_{A_{hi}^1} &= \exp [-(x + 1)^2] \\ \mu_{A_{hi}^2} &= \exp [-(x + 0.5)^2] \\ \mu_{A_{hi}^3} &= \exp [-x^2] \\ \mu_{A_{hi}^4} &= \exp [-(x - 0.5)^2] \\ \mu_{A_{hi}^5} &= \exp [-(x - 1)^2] \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

Nous pouvons utiliser le théorème 2, pour concevoir le contrôleur adaptatif flou robuste pour ce système. Les fonctions stabilisante α_1 et α_2 sont

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -4z_1 \\ \alpha_2 &= -z_1 - 20z_2 - \lambda_2 \xi_2 \xi_2^T z_2 - \hat{\theta}_2 \psi_2 \tanh \left(\frac{\hat{\theta}_2 \psi_2 z_2}{100} \right) \end{aligned}$$

où $z_1 = x_1 - y_d$ et $z_2 = x_2 - \alpha_1 - \dot{y}_d$. Les lois d'adaptation λ_2 et $\hat{\theta}_2$ sont donnés par

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_2 = 75[\xi_2 \xi_2^T z_2^2 - 0.03(\lambda_2 - 0.1)] \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = 6[\psi_2 \|z_2\| - 0.3(\hat{\theta}_2 - 0.1)] \end{cases}$$

Et nous obtenons la commande u comme

$$u = -z_2 - 8z_3 - \lambda_3 \xi_3 \xi_3^T z_3 - \hat{\theta}_3 \psi_3 \tanh\left(\frac{\theta_3 \psi_3 z_3}{100}\right) \quad (\text{III.42})$$

où $z_3 = x_3 - \alpha_2 - \ddot{y}_d$.

Ensuite, les lois d'adaptation λ_3 et $\hat{\theta}_3$ sont donnés par

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_3 = 0.15[\xi_3 \xi_3^T z_3^2 - 0.005(\lambda_3 - 0.1)] \\ \dot{\hat{\theta}}_3 = 0.02[\psi_3 \|z_3\| - 0.06(\hat{\theta}_3 - 0.1)] \end{cases}$$

Dans la simulation, nous utilisons les paramètres du système suivants :

$a = 11, q = 2, d_1(t) = \sin(t), d_2(t) = 5\sin(t)$, avec les conditions initiales $x=[0.2; 2\pi; 0]$.

Nous obtenons les résultats de simulation suivants.

Les résultats de simulation sont illustrés sur les figures (III.1-III.4), qui présentent l'évolution de la sortie du système $y(t)$ avec sa référence, l'erreur de poursuite, les lois d'adaptation et le signal de commande, respectivement.

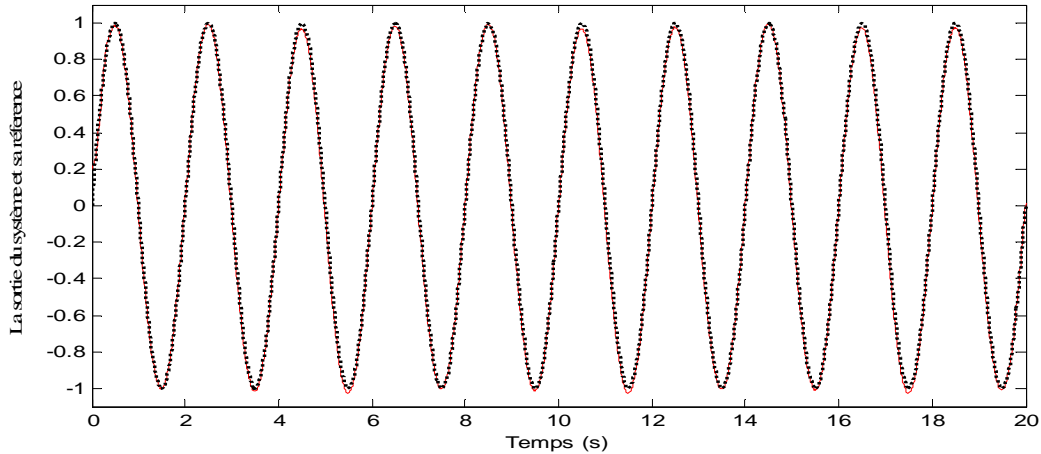


Figure III.1 : Evolution de la sortie du système y (en trait continu) et sa référence y_d (en pointillée)

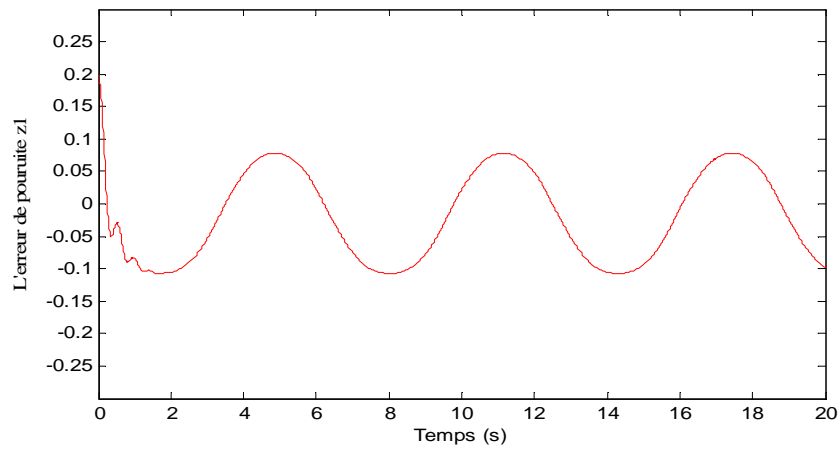


Figure III.2 : Evolution d'erreur de poursuite z_1 .

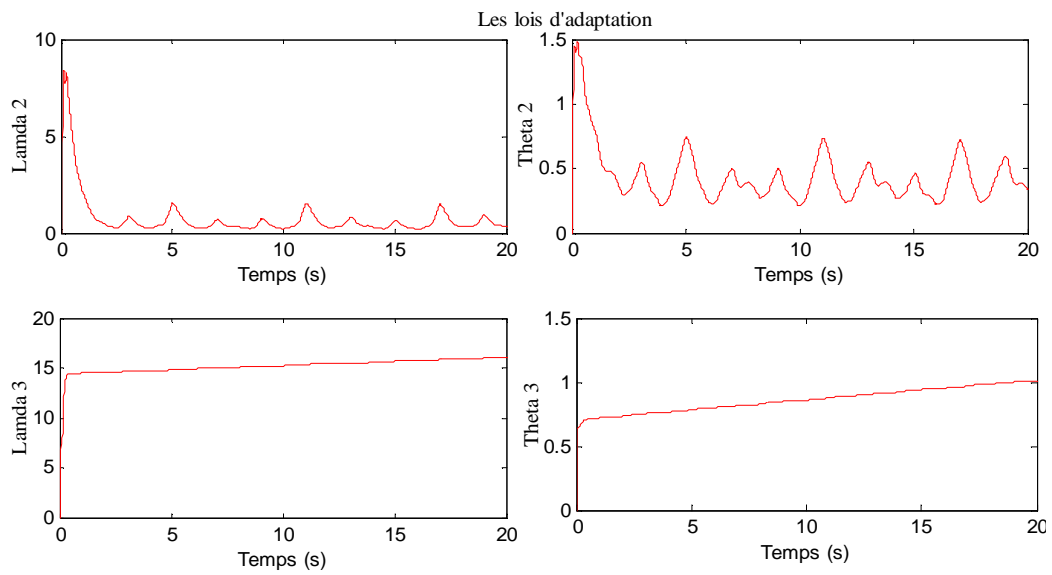


Figure III.3 : Evolution des lois d'adaptation.

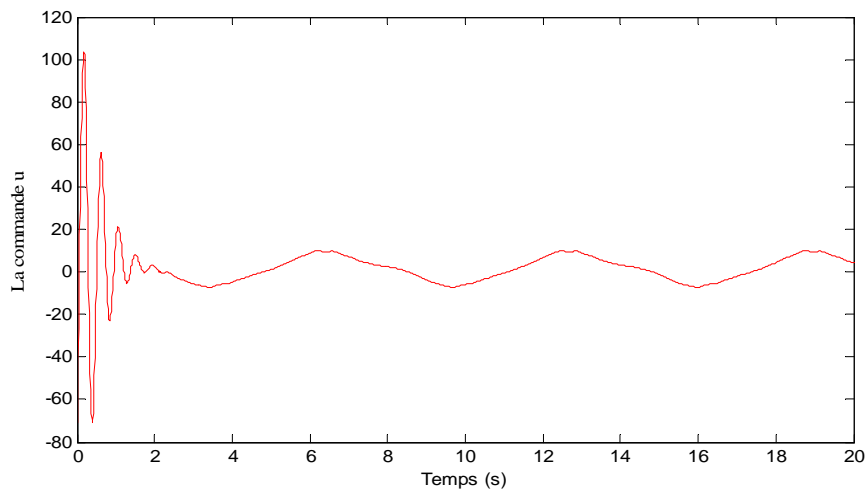


Figure III.4 : Evaluation du signal de commande u

D'après les figures III.1-III.4 ci-dessus, on remarque que les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées, et on voit bien aussi l'efficacité de la loi de commande proposée (III.42), qui est la somme de deux termes, un terme de commande dite adaptative qui sert à pallier les problèmes de non linéarités, et l'autre terme dite de robustesse est évoqué pour contourner le problème des erreurs d'approximations.

Nous pouvons conclure que l'approche de commande floue proposée garantit que tous les signaux x_1, x_2 et la commande u sont globalement bornés, et spécialement, l'erreur et la sortie qui converge vers un petit voisinage de l'origine.

III.4. Conclusion

Dans ce chapitre, une commande adaptative floue robuste basée sur l'approche backstepping a été développée pour prendre en charge une classe de systèmes non linéaires incertains et perturbés SISO. Nous avons présenté cette approche pour le développement des structures de commande, où les incertitudes du système ne sont pas seulement les fonctions inconnues mais aussi les dynamiques non modulées et les incertitudes dynamiques. Nous avons utilisé les systèmes flous de Takagi Sugeno pour approximer les incertitudes non linéaires. L'approche de la commande adaptative floue étudiée a permis de garantir que tous les signaux et les états sont globalement limités, et la convergence de la sortie vers un petit voisinage de l'origine. Le bon choix des gains du retour d'état des sous systèmes a amélioré les performances du système.

CONCLUSION GENERALE

D'une manière générale, l'analyse et la commande non linéaires sont des problèmes difficiles et la majorité des approches de la commande non linéaire exigent la disponibilité d'un modèle mathématique. Cette commande doit être robuste dans le sens où elle devra assurer une faible sensibilité aux incertitudes sur les paramètres, à leurs variations et aux perturbations.

Le but principal de ce mémoire est de développer des lois de commande adaptative floue robuste avec deux techniques (mode glissant et backstepping) stables et robustes pour réaliser la poursuite des systèmes non linéaires incertains et perturbés, avec l'élimination ou la diminution du phénomène de broutement.

Dans le premier chapitre, on a présenté les concepts de la commande adaptative floue et la commande par backstepping, on a présenté un contrôleur adaptatif flou, n'exigeant pas un modèle mathématique précis du système, capable d'incorporer des règles floues SI-ALORS décrivant le système, et qui garantit la stabilité globale du système en boucle fermée résultant en des signaux uniformément limités. de systèmes non linéaires SISO capable d'assurer la stabilité. On abordera la Conception d'un contrôleur flou. Par la suite, la technique de commande par backstepping.

Dans le deuxième chapitre, on a présenté la technique des modes glissants qui consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement. La commande par mode glissant était synthétisée pour le fonctionnement des systèmes non-linéaires où les paramètres incertains et variables ne peuvent influencer la robustesse de cette technique. La synthèse de commande H_∞ par la méthode espace d'état est basée sur le modèle réduit du système nominal et la résolution des équations algébriques de Riccati.

Dans le troisième chapitre, on a appliqué cette approche sur un pendule inversé avec moteur par la suite on a présenté les résultats de simulation de la technique de commande adaptative floue robuste par mode glissant pour les systèmes non linéaires via backstepping.

Les résultats de simulation sont illustrés pour confirmer l'efficacité et l'applicabilité de la méthode proposée.

BIBLIOGRAPHIES

- [1] R. Boukezzoula, "Commande floue d'une classe de systèmes non linéaires : application au problème de suivi de trajectoire ", Thèse préparée au laboratoire d'Automatique et de Micro-Informatique Industrielle (LAMII/CESALP) de l'Ecole Supérieure d'Ingénieurs d'Annecy (Université de Savoie),
- [2] K. KHETTAB, "Commande adaptative floue des systèmes non linéaires par la méthode de backstepping utilisant le mode glissant ", mémoire magister, UNI FERHAT ABBAS de SETIF UFAS (ALGERIE), 2005
- [3] K. J. Astrom, B. Wittemark, "Adaptive Control ", Addison-Wesley Publications, 1995.
- [4] L. X. Wang, "Stable Adaptive Fuzzy Control of Non Linear Systems ", IEEE Trans, Fuzzy Systems, vol. 1, N°. 2, pp. 146-155, 1993.
- [5] "Réduction de la complexité des contrôleurs flous : Application à la commande multivariable", Thèse de Doctorat, Université de Toulouse- France, 1997.
- [6] Y. G. Leu, W. Wang, "Observer-based adaptive fuzzy-neural control for unknown nonlinear dynamical systems ",IEEE Trans. system Man .29-583591, 1999
- [7] H. Bühler, "Réglage Par Mode Glissant ", Presses Polytechnique Romandes Suisse, 1986.
- [8] E.H. Mamdani, Application of Fuzzy Algorithm For Control of Simple Dynamic Plant Dans IEE, volume 121, pages 1585–1588, 1974.
- [9] R. Babuska, « Fuzzy modelling: principals methods and application », World scientific, Singapore, pp.197-220, 1998.
- [10] Z. Jiang, "Design Of Power System Stabilizers Using Synergetic Control Theory", Ddepartement of electrical and computer engineering, university of Miami, pp. 1-8, 2007.
- [11] Wang. L. X, "Adaptive fuzzy systems and control: design and stability analysis". Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994.

Bibliographie

- [12] Wang. L. X, "Stable adaptive fuzzy controllers with application to inverted pendulum tracking," *IEEE Trans. On sys, Man, Cybern-Part B: Cybernetics*, vol. 26, pp.677-691, October 1996.
- [13] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control," *IEEE Trans. on Syst. Man and Cybernetics*, vol. 15, pp. 116-132, 1985.
- [14] J. M. Mendel, "Fuzzy Logic System for Engineering", *IEEE*, vol. 83, N°3, pp. 345-377, Mar. 1995.
- [15] V. I. Utkin, "Sliding modes and their application in variable structure systems", Edition MIR, URSS, 1978.
- [16] J.E. Slotine, W.P. Li, "Applied Nonlinear Control", PrenticeHall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [17] J. Liu, F. Sun, "A novel dynamic terminal sliding mode control of uncertain nonlinear systems", *Journal of Control Theory and Applications*, vol. 5, no 2, pp. 189- 193, 2007.
- [18] W.M. Bessa, A.S. de Paula, M.A. Savi, "Chaos control using an adaptive fuzzy sliding mode controller with application to a nonlinear pendulum", *Chaos, Solutions and Fractals*, vol. 42, pp. 784-791, 2009.
- [19] W. Wang, "Adaptive fuzzy sliding mode control for inverted pendulum", *Proceedings of the Second Symposium International Computer Science and Computational Technology (ISCST '09)*, Huangshan, P. R. China, pp. 231-234, December 26-28, 2009.
- [20] J.C. DOYLE, B.A. FRANCIS, A.R. TANNENBAURN, "Feedback Control Theory Maxwell", MacMillan International Editions, 1990
- [21] G. DUC, "Robustesse des Systèmes Linéaires Multivariables", Polycopie de l'Ecole Supérieure d'Electricité, 1993.
- [22] G. DUC, S. FONT "Commande H_∞ et μ -Analyse Polycopie de l'Ecole Supérieure d'Electricité, 1999.

Bibliographie

- [23] M. C. FARLANE, D. GLOVER, "A Loop Shaping Design Procedure Using H_∞ Synthesis", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 37, pp. 749-769, 1992.
- [24] J.C. DOYLE, K. GLOVER, P.K. KHARGNEKAR, B.A. FRANCIS, "State-Space Solution to standard H_2 and H_∞ control problem", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, pp 831-846, 1989.
- [25] M. G. SAFONOV, D. J. N. LIMEBEER, R.Y. CHIANG, "Simplifying the H_∞ theory via Loop-Shifting", Matrix-Pencil and Descriptor Concept International Journal Control, Vol. 50, No 6, pp. 2467-2488, 1989.
- [26] J.C. DOYLE, "Structured uncertainty in control system design", Proceedings of the 24th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 260–265, December 1985.
- [27] A. PACKARD, J.C. DOYLE, "The Complex Structured Singular Value", Automatica, Vol. 29, pp. 71-109, January 1993.
- [28] R.L. DAILY, "Lecture Notes for the Workshop on H_∞ and μ Methods for Robust Control", 30th IEEE Conference on Decision and Control, Metropole Hotel, Brighton, UK, December 1991.
- [29] Y. Yang, "A Combined Backstepping and Small-Gain Approach to Robust Adaptive Fuzzy Control for Strict-Feedback Nonlinear Systems", IEEE Transactions on systems, Man, and Cybernetics, part a : Systems and Humans, vol. 34, no. 3, may 2004

Résumé : Dans ce travail, un problème de conception de commande adaptative robuste est posé pour une classe des systèmes non linéaires incertains. Les systèmes peuvent posséder une large gamme d'incertitudes appelées incertitudes non structurées, qui ne sont pas paramétrées linéairement et n'ont aucune connaissance préalable sur les fonctions inconnues. Les systèmes flous de type Takagi-Sugeno sont utilisés pour approximer les incertitudes. Une procédure unifiée et systématique est employée pour une nouvelle conception des contrôleurs adaptatifs robustes grâce à la stabilité d'entrée-à-d'état et en combinant la technique de backstepping et l'approche de petit gain généralisée. L'un est la conception du contrôleur adaptatif flou robuste pour les systèmes sans incertitudes de gain d'entrée. L'autre est la conception d'un contrôleur adaptatif flou robuste par mode glissement pour le système avec une incertitude de gain d'entrée. Les deux algorithmes ont deux avantages, c'est-à-dire la complexité uniforme semi-globale du système de commande adaptative en présence des incertitudes non structurées et le mécanisme adaptatif avec des paramètres d'apprentissage minimaux. Un exemple de simulation, y compris un système d'un pendule avec moteur, sert à démontrer l'efficacité et la performance des commandes proposées.

Mots-clés : commande adaptative ; commande floue ; système non linéaire ; backstepping ; stabilité ; mode glissant.

Abstract: In this work, a robust adaptive tracking control problem is discussed for a general class of strict-feedback uncertain nonlinear systems. The systems may possess a wide class of uncertainties referred to as unstructured uncertainties, which are not linearly parameterized and do not have any prior knowledge of the bounding functions. The Takagi-Sugeno type fuzzy logic systems are used to approximate the uncertainties. A unified and systematic procedure is employed to derive the kind of novel robust adaptive tracking controllers by use of the input-to-state stability and by combining the backstepping technique and generalized small gain approach. One is the robust adaptive fuzzy tracking controller for the system without input gain uncertainty. The other is the robust adaptive fuzzy sliding tracking controller for the system with input gain uncertainty. Both algorithms have two advantages, those are, semi-global uniform ultimate boundedness of adaptive control system in the presence of unstructured uncertainties and the adaptive mechanism with minimal learning parameterizations. An application example, including a pendulum system with motor, is used to demonstrate the effectiveness and performance of proposed schemes.

Key words: adaptive control ; fuzzy control ; non linear system ; backstepping ; stability; sliding mode.

ملخص:

في هذا العمل وضعت وحدات التحكم الغامض القائم على مراقبة التكيف لفئة من الأنظمة الخطية SISO مع الحالة غير المقاسة. و باستخدام نظم المنطق الضبابي لتقريب الوظائف الخطية المجهولة حيث يتم إدخال مراقب التكيف الغامض لتقريب طريقة التصميم بتقنية التعدد على تقليص مقياس H_{∞} للأنظمة متعددة المتغيرات للحصول على النتائج المنتظرة. نتائج المحاكاة المتصل عليها في المثال المقترح أثبتت فعالية وجودة تقنيات التحكم المقترحة.

كلمات مفتاحية: الأنظمة الغامضة لي طاكجي-سجينو، مراقب تأقلمي غامض، مراقب قوي، التخطيط الرجعي، الأنظمة الخطية غير الدقيقة، الوضع الإنزلاقي.