

Systemes biologiques discrets: Analyse de stabilité

Messaouda Ben Attia

Département de Mathématiques
Université Kasdi Merbah Ouargla 30000, Algerie
messaoudabenattia1402@gmail.com

Abstract

Notre mémoire a pour but d'étudier le comportement d'un système dynamique biologique quadratique discret.

Mots Clés: système dynamique quadratique biologique, valeurs propres, stabilité asymptotique, point fixe, route vers le chaos.

1. Introduction

Les effets de l'interaction proie-prédateur sur les populations peuvent être représentés de manière assez claire par des systèmes mathématiques pour tenter de décrire l'interaction entre une population de proies (comme les lapins) et une population de prédateurs (comme les renards). Ce phénomène est basé sur la perte et le gain d'individus. Dans ce mémoire nous étudions le comportement dynamique du système de Volterra modifié par une fonction de polynôme de degré deux.

2. Matériels et méthodes

Dans ce travail, nous étudions le système de Volterra modifié:

$$\begin{cases} x_{n+1} = ax_n(1-x_n) - bx_ny_n \\ y_{n+1} = -cx_n + dx_ny_n \end{cases} \quad (2.1)$$

Les points fixes et leur stabilité, les conditions suffisantes de l'existence des orbites bornées et non bornées ainsi que l'existence des régions chaotiques et des attracteurs chaotiques. L'existence d'attracteurs chaotiques est justifiée et représentée par des résultats numériques comme les diagrammes de bifurcation et les variations de l'exposant de Lyapunov sont décrites attentivement.

Théorème 2.1 Bifurcation de Hopf se produit si : $d = \frac{a(2+c)}{a-1}$

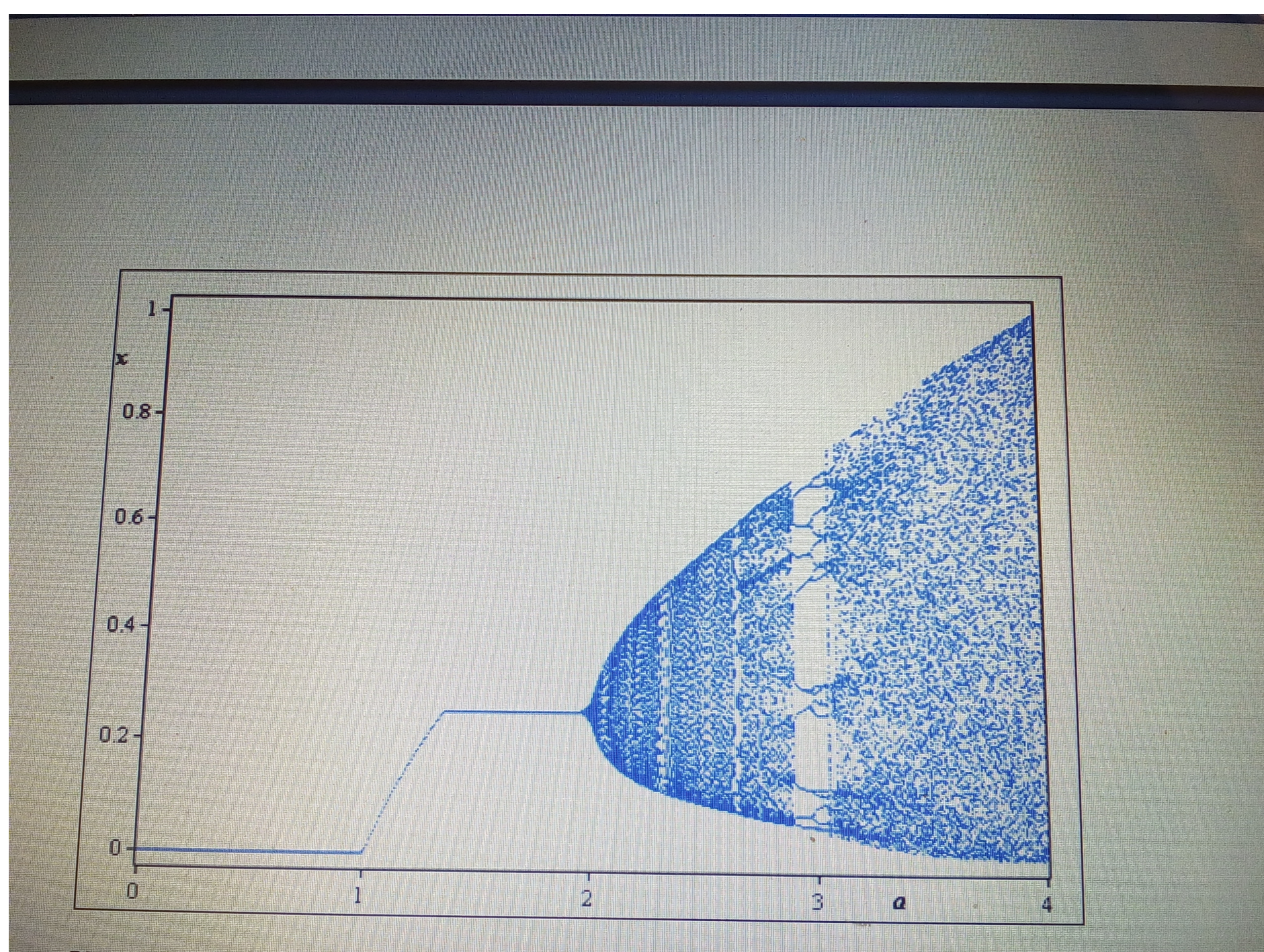


Figure 1: Diagramme de bifurcation $b = 0.2, c = 0, d = 4, 0 \leq a \leq 4$

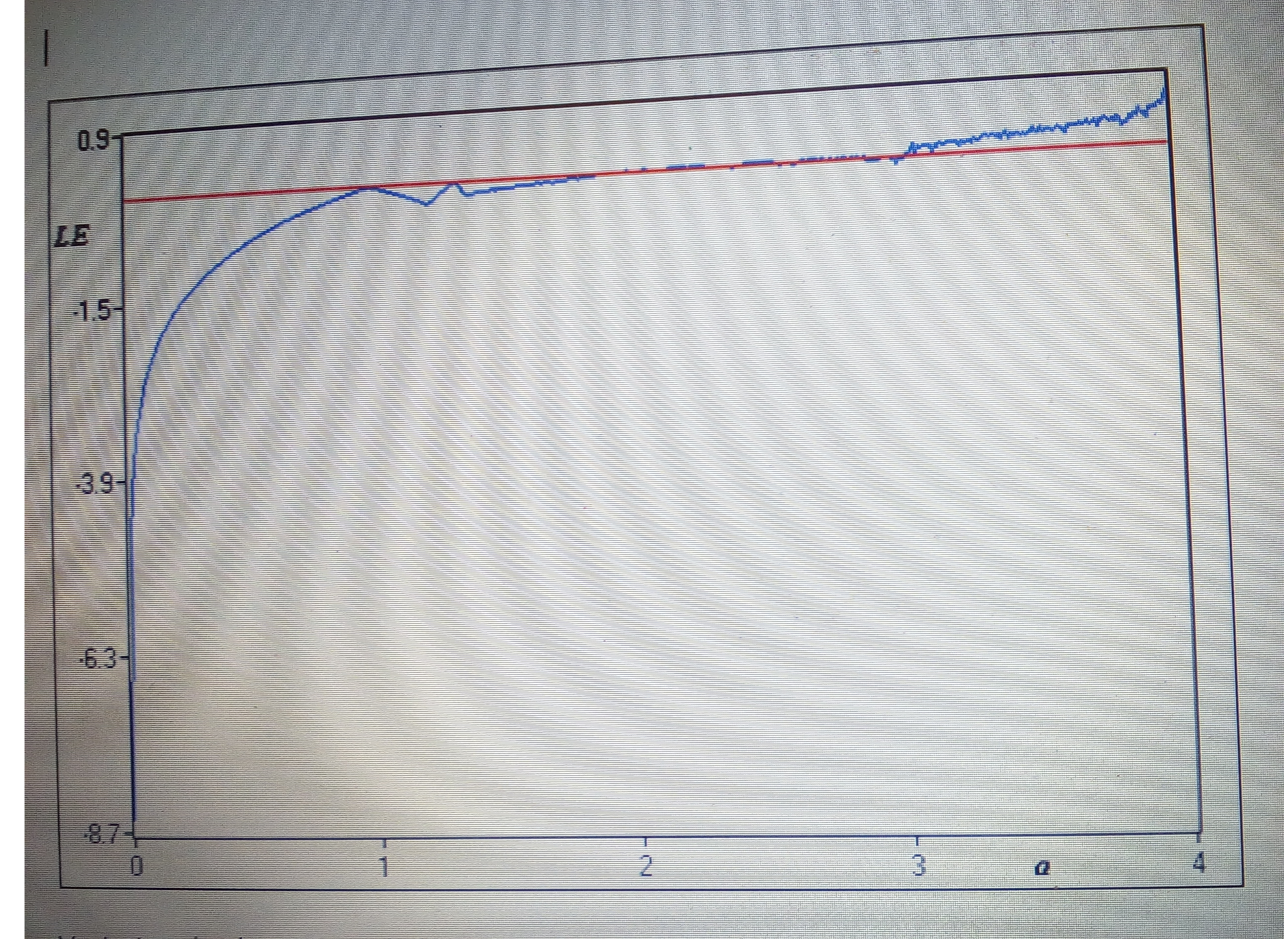


Figure 2: Variation de l'exposant de Lyapunov $b = 0.2, c = 0, d = 4, 0 \leq a \leq 4$

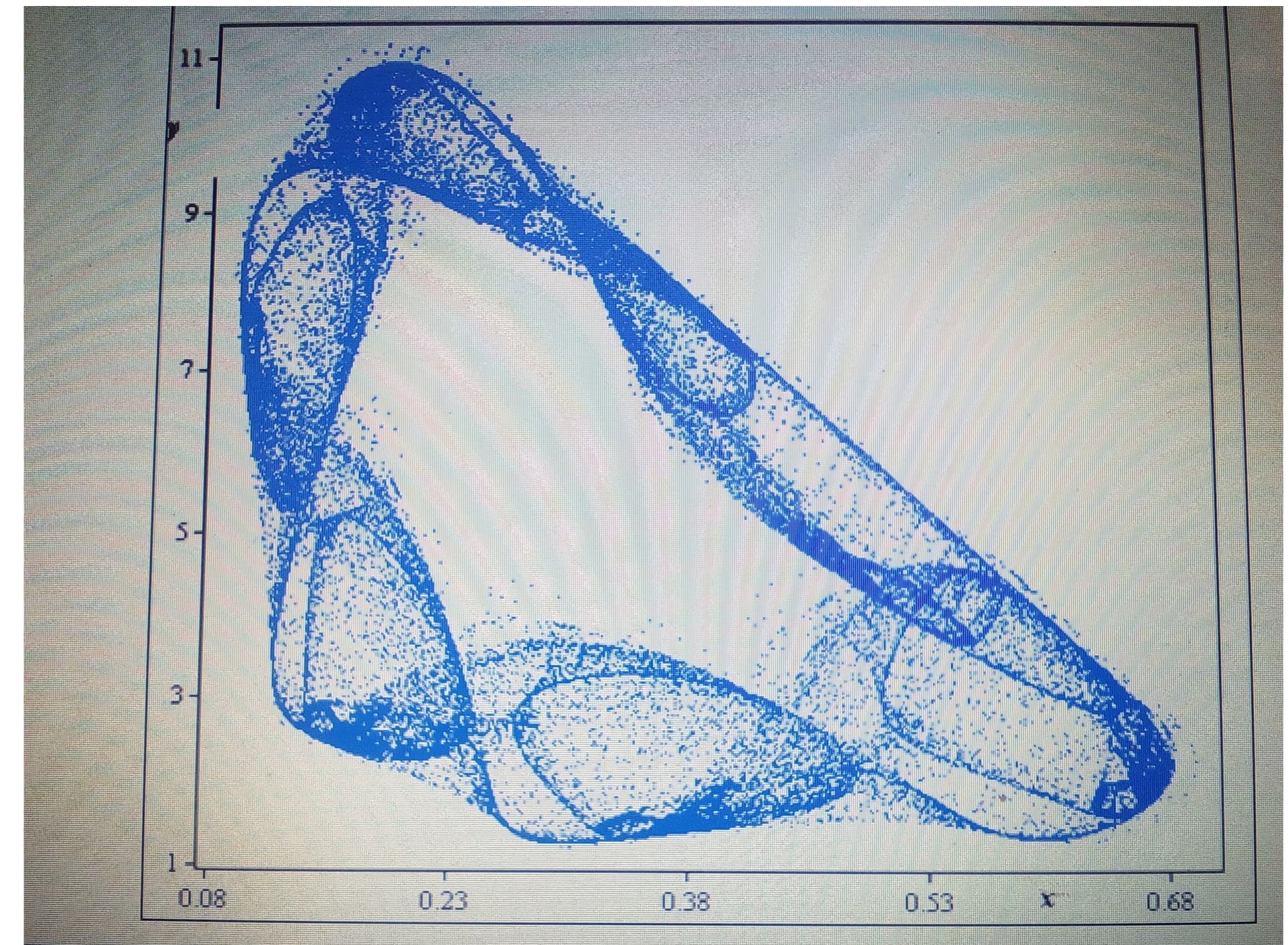


Figure 3: Attracteur chaotique du système XX obtenu pour $b = 0.2, c = 0, d = 3.56, a = 3.4$.

3. Conclusion

Ce mémoire est consacré à l'étude du comportement d'un modèle biologique capable de générer des nouveaux attracteurs chaotiques de types différents.

References

- [1] Lotka, A.J. Elements of Physical Biology, (Williams and Wilkins, USA, 1925).
- [2] Volterra, V., Variazioni e fluttuazioni del numero in specie animali conivali, Mem. Acad. Lincei. 2, 31-113, (1926).
- [3] Freedman, H.I., Deterministic Mathematical Models in Population Ecology, (Marcel Dekker, New York, 1980)