ÉTUDE DE L'ÉQUATION DIFFERENTIELLE STOCHASTIQUE À BRUIT ADDITIF MULTIDIMENSIONNELLE

ISMAIL GHRAEIRI
smailgh30@gmail.com

Rásumá

Dans cette mémoire, le travail a été divisé en trois chapitres, qui comprenaient l'étude de l'équation différentielle stochastique multidimensionnelle à bruit additif.
Mots Clás : *formule dIto, processus Wiener, processus stochastique, l'équations différentielles stochastiques*

1. Introduction

Le concept d'équation différentielle stochastique à bruit additif généralise celui d'équation différentielle ordinaire aux processus stochastiques. ou définit l'équation différentielle stochastique à bruit additif pour le mouvement brownien W_t par

$$\begin{cases} dX_t = (a(t)X_t + c(t))dt + b(t)dW_t \\ X_0 = x \end{cases} \tag{1.1}$$

ou $a(t)$ et $b(t)$ sont deux fonction avec $b(t)$ indépendante de X_t.

2. Position du problàme

3. Position du problème

De nombreux phénomènes ont incité les scientifiques à rechercher en particulier, les phénomènes physiques et autres sont traduits à une équation différentielle et si les phénomènes aléatoires sont traduits en une équation différentielle stochastique

$$\begin{cases} dX_t = (a(t)X_t + c(t))dt + b(t)dW_t \\ X_0 = x \end{cases}$$

Cependant, il existe de nombreux phénomènes basés sur plusieurs parties de l'information, ce qui nous amène à réfléchir à l'extension du premier concept et à l'étude de l'équation différentielle stochastique multidimensionnelle :
Soit $A \in \mathcal{M}^{n\times n}$ et $X \in \mathbb{R}^n$ et $C, B \in \mathbb{R}^n$ Obtenons l'équation à résoudre.

$$\begin{cases} dX_t = (A(t)X_t + C(t))dt + B(t)dW_t \\ X_0 = x \end{cases}$$

Ou sous la forme d'une matrice

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} dx_t^1 \\ \vdots \\ dx_t^n \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} a_{1,1}(t) & \dots & a_{1,n}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1}(t) & \cdots & a_{n,n}(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_t^1 \\ \vdots \\ x_t^n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1(t) \\ \vdots \\ c_n(t) \end{pmatrix} \right) dt + \begin{pmatrix} b_t^1(t) \\ \vdots \\ b_t^n(t) \end{pmatrix} dW_t \\ \begin{pmatrix} X_0^1 \\ \vdots \\ X_0^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0^1 \\ \vdots \\ x_0^n \end{pmatrix} \end{cases}$$

4. les types de l'équation différentielle stochastique à bruit additif multidimensionnelle

l'équation différentielle stochastique à bruit additif multidimensionnelle homogéne à coefficient constant

$$\begin{cases} dX_t = AX_t dt + BdW_t \\ X_0 = x \end{cases}$$

l'équation différentielle stochastique à bruit additif multidimensionnelle homogéne à coefficient variable

$$\begin{cases} dX_t = A \cdot t \cdot X_t dt + B \cdot t \cdot dW_t \\ X_0 = x \end{cases}$$

l'équation différentielle stochastique à bruit additif multidimensionnelle non homogéne à coefficient constant

$$\begin{cases} dX_t = (AX_t + C)dt + BdW_t \\ X_0 = x \end{cases}$$

l'équation différentielle stochastique à bruit additif multidimensionnelle non homogéne à coefficient variable

$$\begin{cases} dX_t = (A \cdot t \cdot X_t + C \cdot t)dt + B \cdot t \cdot dW_t \\ X_0 = x \end{cases}$$

5. Théorème utilisées

pour l'équation différentielle stochastique à bruit additif multidimensionnelle

Thaoràme 5.1 *(Existence et unicité)*
considérons les fonction $f : [0,T] \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$,$g : [0,T] \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$
1-

$$\| f(t,x) - f(t,y) \| + \| g(t,x) - g(t,y) \| \leqslant K \| x - y \|$$

2-

$$\| f(t,x) \| \leqslant D(1 + \| x \|)$$

et

$$\| g(t,y) \| \leqslant D(1 + \| x \|)$$

pour $0 \leq t < T$,$x, y \in \mathbb{R}^n$, k, D est une constant positive .

Mastáriales 2017. Mastáriales 2017. Mastáriales 2017. Mastáriales 2017. Mastáriales 2017. Mastáriales 2017.

1. Jean-Ghristople Breton :processus stochastiques-2017-page(150)