Estimateur récursif de la fonction de lien dans un modèle semi-paramétrique

MOUEDDEN AHMED

Département des Mathématiques
Université Kasdi Merbah Ouargla 30000, Algerie
ahmedmouedden1991@gmail.com

Résumé

Dans ce mémoire nous avons proposer l'estimateur récursive de la fonction de lien dans un modèle semi-paramétrique et nous donnons quelques propriétées asymptotiques pour un estimateur récursif de noyau, et nous proposons une méthode permettant de combiner l'estimation récursive de la fonction de lien f par l'estimateur de Nadaraya-Watson récursif et l'estimation du paramètre θ via l'estimateur SIR récursif (Sliced Inverse Régression récursif) .

Mots Clés : *estimation récursive, modèle semi-paramétriques de régression, méthode de régression*

1. Introduction

Les modèles de régression sont très utiles pour modéliser la liaison entre une variable a expliquer y et une variable explicative x. Ils sont appliques a de Nombreux x domaines tels que l'economie, la biostatistique ou encore Les sciences de l'environnement. . .
Dans la littérature statistique, deux grandes classes de modèles de régréssion sont omniprésentes : les modèles paramétriques et les modèles non paramétriques.
l'approche que nous avons développée est fondée sur une méthode récente, introduite par Li (1991), appelée Sliced Inverse Régression (SIR) que l'on peut traduire par Régression inverse par tranches". Cette méthode permet d'estimer la partie paramétrique θ du modèle semi-paramétrique sans avoir a estimer la fonction de lien f
nous intéressons au modèle de régression donn $Y_{n+1} = f(\theta' X_n) + \varepsilon_{n+1}$. Notre objectif est d'étudier le comportement l'estimateur de $f(x\theta')$. Nous proposons tout d'abord l'estimateur recursif combinant l'estimateur de Nadaraya-Watson récursif de f .

2. Position du problème

Comment on estime la fonction de lien dans un modèle semi-paramétrique par Estimateur récursif ?

3. sous probleme :

1- Quelle est la méthode permet d'estimer la partie paramétrique θ du modèle semi-paramétrique ?
2- Comment on estmé la fonction $\hat{f}_n(x)$ par l'estimateur de Nadaraya-Watson ?

4. Revue de litterature

1-Estimation récursive pour les modèles semi-paramétrique
Auteur : Thi Mong Ngoc Nguyen
Titre : Estimation récursive pour les modèles semi-paramétriques
Mots-cle : estimation récursive, modèle semi-paramétriques de régression, méthode de régression
Résumé : nous intéressons au modèle semi-paramétrique de régression de la forme $y = f(\theta' x, \varepsilon)$, lorsque $x \in \mathbb{R}^p$ et $y \in \mathbb{R}$. Notre objectif est d'étudier des problèmes d'estimation des paramètres θ et f de ce modèle avec des méthodes récursives.l'approche que nous développons est fondée sur une méthode introduite par Li (1991)(SIR) [1] et Nous proposons des méthodes SIR récursives pour estimer le paramètre θ. et nous proposons une méthode permettant de combiner l'estimation récursive de la fonction de lien f par l'estimateur de Nadaraya-Watson récursif et l'estimation du paramètre θ via l'estimateur SIR récursif
2-Estimation récursive dans certains modèles de déformation
Auteur : Philippe Fraysse
Titre :Estimation récursive dans certains modèles de déformation
Mots-cle : estimation récursive, modèles semi-paramétriques, algorithmes stochastiques, estimateurs à noyaux, martingales.
Résumé : Cette thése est consacrée à l'étude de certains modèles de déformation semi-paramétriques. Notre objectif est de proposer des méthodes récursives et Dans la seconde partie, on présente tout d'abord une procédure d'estimation récursive semi-paramétrique du paramètre de translation et de la fonction de régression pour le modèle de translation dans la situation où la fonction de lien est périodique, On s'intéresse plus particulièrement aux deux estimateurs à noyaux les plus courants qui sont l'estimateur de Parzen-Rosenblatt et l'estimateur de Nadaraya-Watson, en présentant les versions récursives de ces deux estimateurs.
3-Estimateurs fonctionnels récursive et leurs application à la prévision
Auteur : Aboubacar Amiri
Titre : Estimateurs fonctionnels récursive et leurs application à la prévision
Mots-cle : estimation récursive, modèles semi-paramétriques, modèles non paramétriques, Estimation de la régression
Résumé : nous intéressons dans cette thèse aux méthodes d'estimation non paramétriques par noyaux récursifs ainsi qu'à leurs applications à la prévision, et introduie dans un premier chapitre une famille d'estimateurs récursifs de la densité indexée par un paramétre $l \in [0, 1]$, et étudé ses propriété asymptotique en fonction du param'etre l et défines à partir de notre famille d'estimateurs de la densité, une famille d'estimateurs. récursifs à noyau de la fonction de régression,

5. Synthese

À l'aide des clés de recherche, nous concluons qu'l y a une similarité dans les données de base de chaque chercheur, malgré les différences dans les titres étudiés, Cette recherche est limitée aux estimation récursive, modèle semi-paramétriques de régression, méthode de régression

6. Resultats

6.1 Modèle régression

Les méthodes de régression sont trés utiles pour modéliser la liaison entre une variable à expliquer y et une variable explicative x.

6.1.1 Modèle paramétriques

Pour les modèles de régression paramétriques, la fonction de lien, entre la variable á expliquer $y \in \mathbb{R}$ et une variable explicative $x \in \mathbb{R}^p$, dépend d'un nombre fini de paramétres á estimer. Ils sont de la forme :

$$y = f_\theta(x) + \varepsilon$$

où f_θ appartient á une famille de fonctions paramétrées par θ, vecteur de paramétres réels, et où ε est un terme d'erreur aléatoire.

6.1.2 Modèle non paramétriques

Les modèles de régression non paramétriques apparaissent comme une alternative qui offre la exibilité désirée dans la modélisation. La variable á expliquer y est maintenant reliée á la variable explicative x par le biais d'une fonction de lien inconnue que l'on doit estimer :

$$y = f(x) + \varepsilon$$

6.1.3 Modèle semi paramétriques

Nous nous intéressons au modèle semi-paramétrique de régression proposé par Li (1991) :

$$y_{n+1} = f(\theta' x_n) + \varepsilon_{n+1} \tag{6.1}$$

(i) y est une variable unidimensionnelle à expliquer ;
(ii) x est une variable aléatoire explicative de dimension p ayant une espérance $\mathbb{E} = \mu$, une matrice de covariance $\mathbb{V} = \Sigma$ défnie positive, et vérifant une condition fondamentale précisée ci-après ;
(iii) ε est un terme d'erreur aléatoire indépendant de x, aucune hypothèse n'est faite sur la distribution de ε ; (iv) f est le paramètre fonctionnel à valeur dans $\mathbb{R}$ inconnu et arbitraire.
La valeur de K étant supposée strictement inférieure à p, ce modèle est donc aussi un modèle permettant une réduction de dimension de l'espace des variables explicatives.

6.2 Méthode SIR

SIR = Slice Inverse Regression (Régression inverse par tranches)
Sliced $\Rightarrow$ discrétisation (ou tranchage") de y va permettre de simpli
er l'estimation des moments intervenant dans les propriétés géométriques, ne modi
e pas la partie paramétrique du modèle (6.1).
Inverse $\Rightarrow$ utilisation de propriétés géométriques des moments inverse" de x sachant y : $\mathbb{E}[x|y]$ et $\mathbb{V}[x|y]$.

6.2.1 Estimateur récursif de la direction de θ

Vecteur propre $\tilde{\theta}$ associé à la valeur propre non nulle de $\Sigma^{-1}\Gamma$ est colinéaire à $\theta \Rightarrow \tilde{\theta}$ est une direction EDR (Effective Dimension Reduction) (où :$\Sigma = \mathbb{V}(x)$ et $\Gamma = \mathbb{V}(\mathbb{E}[x|\mathbb{T}(y)])$).
Echantillon $\{f(x_i, y_i)$, i = 1,..., n} de v.a indépendantes identiquement distribuées (x, y) issues du (6.1).

6.2.2 Forme récursive de $\tilde{\theta}_N$

la forme récursive de d'estimateur $\tilde{\theta}_N$ de $\tilde{\theta}$:

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}_N = &\frac{N}{N-1}\tilde{\theta}_{N-1} - \frac{N}{(N-1)(N+p_N)}\Sigma_{N-1}^{-1}\Phi_N\Phi'_N\tilde{\theta}_{N-1} \\ &- \frac{(-1)^{h^*}N}{(N_{h^*.N-1}+1)(N-1)}\left(\Sigma_{N-1}^{-1} - \frac{1}{N+p_N}\Sigma_{N-1}^{-1}\Phi_N\Phi'_N\Sigma_{N-1}^{-1}\right)\Phi_{h^*.N}\end{aligned}$$

avec $\Phi_N = x_N - \tilde{x}_{N-1}$
$\Phi_{h^*.N} = x_n - m_{h^*.N-1}$
$p_N = \Phi_N \Sigma_{N-1}^{-1}\Phi'_n$

6.3 Estimateur de Nadaraya-Watson récursif

si $\sum_{i=1}^n \frac{1}{h_{i-1}}K\left(\frac{z-X_i}{h_{i-1}}\right) \neq 0$

$$\hat{f}_n(z) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{h_{i-1}}K\left(\frac{z-X_{i-1}}{h_{i-1}}\right)}\sum_{i=1}^n \frac{1}{h_{i-1}}K\left(\frac{z-X_{i-1}}{h_{i-1}}\right)Y_i$$

ou

$$\hat{f}_n(z) = \hat{f}_{n-1}(z) + \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{h_i}K\left(\frac{z-X_i}{h_i}\right)}\frac{1}{h_n}K\left(\frac{z-X_n}{h_n}\right)\left(Y_{n+1} - \hat{f}_n(yz)\right)$$

Posons $\Phi_n = \theta' X_n$ et $\hat{\theta}'_n$ estimateur récursif de θ donc $\hat{\Phi}_n = \hat{\theta}'_n X_n$
En combinant l'estimateur de Nadaraya-Watson récursif de f à l'estimateur récursif de θ
$\forall z \in \mathbb{R}$

$$\hat{f}_n(z) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{h_{i-1}} K\left(\frac{z-\hat{\Phi}_{i-1}}{h_{i-1}}\right)} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{h_{i-1}} K\left(\frac{z-\hat{\Phi}_{i-1}}{h_{i-1}}\right) Y_i$$

nous allons étudier des propriétés asymptotiques de cet estimateur $\hat{f}_n(z)$:

$$\hat{f}_n(z) = \hat{f}_{n-1}(z) + \frac{1}{\sum_{i=2}^{n} \frac{1}{h_{i-1}} K\left(\frac{z-\hat{\Phi}_{i-1}}{h_{i-1}}\right)} \frac{1}{h_{n-1}} K\left(\frac{z-\hat{\Phi}_{n-1}}{h_{n-1}}\right) \left(Y_n - \hat{f}_{n-1}(z)\right)$$

Références

[1] Li, K. C. (1991). Sliced inverse regression for dimension reduction, with dicussion. Journal of the American Statistical Association, 86, 316-342.

[2] Duan, N. and Li, K. C. (1991). Slicing regression : a link-free regression method. The Annals of Statistics, 19, 505-530.

[3] E. A. Nadaraya : On a regression estimate. Teor. Verojatnost. i Primenen, 9 :157-159, 1964.