

جامعة قاصدي مرباح ورقلة  
كلية الرياضيات وعلوم المادة  
قسم الفيزياء



مذكرة تخرج لنيل شهادة

ماسـتر أكاديمي

مجال: علوم المادة

فرع: فيزياء

تخصص: فيزياء نظرية

من إعداد الطالبتين : مالكي زهيدة ، بلميلود رقية

بعنوان:

## تطور قرص التراكم مع هجرة الكواكب المجاورة

(Evolution d'un disque d'accrétion avec migration des planètes voisines)

نوقشت بتاريخ : 2018/06/05

أمام لجنة المناقشة المكوّنة من :

رئيسا	جامعة ورقلة	أستاذ محاضر (أ)	محمد عبد الوهاب بن بيتور
مناقشا	جامعة ورقلة	أستاذ محاضر (أ)	بن مبروك لزهر
مشرفا	جامعة ورقلة	أستاذ مساعد (أ)	الحاج بالشرابر بالغيثار

الموسم الجامعي: 2018/2017

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



# إِهْدَاء

نتقدم بإهداء هذه الثمرة النبيلة وهذا العمل المتواضع إلى كل من كَلَّه الله بالهبة والوقار

إلى من علّمنا العطاء بدون إنتظار إلى من نحمل إسمه بكلّ فخر وإفتخار

إلى الوالدين الكرمين حفظهما الله و بارك في أعمارهم و أعمالهم

وإلى كل أفراد العائلة و إلى كل الأصدقاء و الأحباب

إلى كل من أفادنا لإنجاز هذا العمل ولو بالتّصيحة

راجين من الله أن ينفعنا به في الحياة و الممات.

## تشكرات

قبل كل شيء، نحمد الله عزّ وجل الذي أنعمنا بنعمة العلم ووفّقنا إلى بلوغ هذه الدرجة ونقول:

" اللهم لك الحمد حتى ترضى، ولك الحمد إذا رضيت ولك الحمد بعد الرضا "

نتقدم بجزيل الشكر والعرفان للأستاذ الفاضل " الحاج بالشرير بالغيثار " على إشرافه لنا أولاً وعلى دعمه ومساعدته العلميّة والمعنويّة ثانياً. كما نتقدّم بأسمى عبارات التقدير والإحترام لكلّ الأساتذة " الزين عبد الله"، "بن طويلة عمر"، "بوسعد عبد المالك"، "ياسين كربوسة"، "زغيشي ليلي". الذين لم ييخلوا علينا بتوجيهاتهم القيّمة وإرشاداتهم الصائبة التي أنارت درب دراستنا. كما نشكر أيضا الذين حملوا أقدس رسالة في الحياة إلى الذين مهّدوا لنا طريق العلم والمعرفة إلى جميع أساتذتنا الأفاضل خاصة الأستاذ " بن مبروك زهر " الذي كان مناقشا لمذكرتنا و الأستاذ " بن بيتور محمد عبد الوهاب" الذي كان رئيسا لها . كما نتوجّه بالشكر إلى الذين كان لهم الفضل في دعمنا في مشوارنا الدراسي بالخصوص آباءنا و أمّهاتنا و إخوتنا و كلّ من ساعدنا في إنجاز هذا العمل. وإلى كلّ

طلّاب العلم عامّة وطلّاب جامعة ورقلة خاصّة

والحمد لله .

فهرس	
الصفحة	المحتوى
	إهداء
	تشكرات
	فهرس
	قائمة الأشكال
01	مقدمة عامة
الفصل الأول: قرص التراكم	
03	1-I مفاهيم أساسية لظواهر الكونية
03	1-1-I النجوم
04	2-1-I تشكل النجوم
04	3-1-I تطور النجوم
06	4-1-I أنواع النجوم
06	1-4-1-I أنواع النجوم حسب التصنيف الطيفي
07	2-4-1-I أنواع النجوم حسب التطور النجمي
13	5-1-I أنظمة النجوم المزدوجة والأنظمة متعددة النجوم
14	1-5-1-I تصنيف النجوم المزدوجة حسب طريقة الرصد
15	2-5-1-I التصنيف حسب التفاعل النجمي
17	2-I أقراص التراكم
17	1-2-I ماهية أقراص التراكم
18	2-2-I عملية التراكم في الفيزياء الفلكية
18	3-I نماذج عن أقراص التراكم في الكون
19	1-3-I الأنظمة الثنائية
20	2-3-I نواة المجرة الناشطة (AGN)
20	3-3-I أقراص فلكية أخرى
22	4-3-I أقراص النجوم والكواكب الأولية
الفصل الثاني: تجاذب قرص - كوكب	
23	1-II قرص كوكبي أولي
23	1-1-II تشكله وتطوره
24	2-1-II تطور الهيدروديناميكية للقرص
26	3-1-II لزوجة القرص

26	1- الزوجة الجزئية (الديناميكية)
27	2- أقراص ألفا
28	3- التأين في القرص الكوكبي الأولي
28	II-2 الكواكب
29	II-2-1 تشكل الكواكب
30	II-3 النظم الكوكبية الغير الشمسية
30	II-4 تجاذب قرص - الكوكب
30	II-4-1 هجرة الكواكب
31	II-4-2 أنواع الهجرة
31	1- الكلاسيكية النوع الأول
34	2- الهجرة من النوع الثاني
35	3- الهجرة من النوع الثالث
36	II-3-4 تأثير الهجرة على تشكيل الكواكب
36	II-5 المعادلات الأساسية لأقراص تراكم
36	II-5-1 قرص التراكم كوكبي الأولي
37	II-5-1-1 المتغيرات المتعلقة ببنية القرص
38	II-5-1-2 قانون الانخفاض
الفصل الثالث: دراسة تطور الكثافة السطحية لقرص كوكبي أولي	
42	تمهيد
42	III-1 الزخم الزاوي (عزم كمية الحركة الزاوي)
42	III-1-1 مجالات الزخم الزاوي
42	III-2-1 رسم منحنى $\Lambda$ الزخم الزاوي في المجالات الاربعة
43	III-3-1 تحليل منحنى
43	III-4-1 تفسير المنحنى
44	III-2 إيجاد معادلة الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي
48	III-2-1 معادلة الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي في المجال $R \leq a - H$
54	III-2-2 معادلة الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي في المجال $a - H \leq R \leq a$
58	III-2-3 معادلة الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي في المجال $a \leq R \leq a + H$
62	III-2-4 معادلة الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي في المجال $a + H \leq R$
67	III-3 معادلة الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي عند $n = 2$
72	III-4 تحليل المنحنيات

<b>72</b>	<b>5-III تفسير المنحنيات</b>
<b>73</b>	<b>الخاتمة</b>
	<b>المراجع</b>

## قائمة الأشكال

الصفحة	العنوان	الشكل
03	أنواع المجرات	(1 - I)
07	صورة لثقب اسود يجذب إليه المادة من نجم مجاور	(2 - I)
09	صورة تخيلية لقزم ابيض	(3 - I)
10	صورة تخيلية لنجم نيوتروني	(4 - I)
11	صورة تخيلية لنجوم عملاقة	(5 - I)
11	صورة تخيلية لقزم بني	(6 - I)
12	صورة تخيلية لقزم احمر	(7 - I)
12	صورة تخيلية لعملاق احمر	(8 - I)
13	صورة تخيلية لمستعر اعظم	(9 - I)
13	صورة تخيلية لنجم نابض	(10 - I)
14	الفاقنطوروس (Centauri $\alpha$ ) هو أحد النجوم المزدوجة البصرية	(11 - I)
15	يمثل ثنائي منفصل يكون حجم النجمين أصغر من مجال "روش"	(12 - I)
16	ثنائي شبه منفصل يكون حجم أحد النجمي أصغر من مجال "روش" في حين أن النجم الأخر يتجاوز هذا المجال	(13 - I)
16	يمثل ثنائي متلامس حجم كلا النجمين يكون أكبر من مجال "روش"	(14 - I)
20	صور لثقب اسود يلتهم نجم نيوتروني	(15 - I)
21	تظهر الصورة حلقات كوكب المشتري و اورانوس و نبتون و زحل	(16 - I)
23	صورة تخيلية لنجم يافع يطوقه قرص كوكبي دوار	(1 - II)
24	تمثيل التوزيع الشعاعي و السمات للغاز في قرص من الكواكب الأولية	(3 - II)
28	صورة تمثل كواكب المجموعة الشمسية (كواكب غازية، كواكب صخرية)	(4 - II)
29	كواكب غازية: المشتري، زحل، أورانوس، نبتون.	(5 - II)
29	كواكب صخرية: عطارد، الزهرة، الأرض المريخ.	(6 - II)
31	يمثل النوع الأول (Type I) من الهجرة	(7 - II)
32	رسم تخطيطي يوضح حركة قطعة من الغاز وكوكب في إطار مرجعي يدور في متوسط السرعة المدارية للغاز	(8 - II)
33	محاكاة هيدروديناميكية تبين استحابة قرص كواكب أولية إلى كتلة كوكب الأرض المدمج	(9 - II)
34	يمثل النوع الثاني (Type II) من الهجرة	(10 - II)
34	محاكاة هيدروديناميكية تبين استحابة قرص الكواكب الأولية إلى كتلة كوكب المشتري	(11 - II)
35	يمثل النوع الثالث (Type III) من الهجرة	(12 - II)



43	يبيّن تغيرات الزخم الزاوي في المجالات الأربعة	(1 – III)
52	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الأول لزخم الزاوي عند $n=1/2$ .	(2 – III)
53	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الأول لزخم الزاوي عند $n=1$ .	(3 – III)
54	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الأول لزخم الزاوي عند $n=3/2$ .	(4 – III)
56	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثاني لزخم الزاوي عند $n=1/2$ .	(5 – III)
57	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثاني لزخم الزاوي عند $n = 1$ .	(6 – III)
58	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثاني لزخم الزاوي عند $n = \frac{3}{2}$ .	(7 – III)
61	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثالث لزخم الزاوي عند $n = \frac{1}{2}$ .	(8 – III)
61	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثالث لزخم الزاوي عند $n = 1$ .	(9 – III)
62	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثالث لزخم الزاوي عند $n = \frac{3}{2}$ .	(10 – III)
65	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الرابع لزخم الزاوي عند $n = 1/2$ .	(11 – III)
66	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الرابع لزخم الزاوي عند $n = 1$ .	(12 – III)
66	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الرابع لزخم الزاوي عند $n = \frac{3}{2}$ .	(13 – III)
68	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الأول لزخم الزاوي عند $n = 2$ .	(14 – III)
69	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الرابع لزخم الزاوي عند $n = 2$ .	(15 – III)
70	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثاني لزخم الزاوي عند $n = 2$ .	(16 – III)
71	منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثالث لزخم الزاوي عند $n = 2$ .	(17 – III)

مقدمة عامة

## مقدمة عامة

إن علم الفلك هو العلم الذي يرغب الناس في تعلُّمه والخوض في تفاصيله ومعرفة المزيد منه، فهو العلم الذي يختصُّ بدراسة الأفلاك السَّماوية والأجرام المختلفة سواء النجوم أو الكواكب والأقمار التابعة لها، وكذلك دراسة المجرات والتجمُّعات الكونية العملاقة والظواهر الفيزيائية المحيطة بها.

في الآونة الأخيرة تطوَّر علم الفلك وبشكل سريع خصوصًا مع تطوُّر التكنولوجيا الحديثة، والذي كان في السابق يعتمد على دراسة القدماء للثَّبة السَّماوية ومحاولة إدراك الظواهر الكونية بواسطة العين المجردة أو الأجهزة البسيطة المصنوعة بشكلٍ يتناسب مع علوم ذلك العصر، ولكنَّ عند ظهور التلسكوبات العملاقة اليوم أصبحت بعض أجزاء الكون على أُنظار العلماء وهذا ما وصلت إليه هذه الأجهزة الحديثة. فالتلسكوبات على اختلاف أنواعها قد سبَّرت أغوار الكون بشكلٍ كبير فقد تبيَّنت لنا وجود الكواكب البعيدة والنجوم الشاسعة والأحوال التي تمرُّ بها والتي لا يمكن الإحاطة بها من خلال التلسكوبات التقليدية البسيطة، ومن هذه التلسكوبات نجد مثلاً تلسكوب وهو تلسكوب فضائي يُرسل صوراً جوَّية بشكلٍ مستمر عن الكون ونجومه ومجراته، وكذلك تلسكوبات الراديو التي تحلِّل لنا مكونات الفضاء الخارجي من خلال ما يصل إلينا من تردُّدات صوتية يتم تحليلها ومعرفة مصادرها. فعلم الفلك ينقسم بشكل رئيسي إلى قسمين هما: علم الفلك القائم على الرصد الفلكي، وعلم الفلك النظري، حيث يهتم الأول برصد النجوم والمجرات من خلال التلسكوبات التي تمَّ إطلاقها في الفضاء أو الرحلات الفضائية التي إنطلقت عبر تاريخ العصر الحديث في غزو الفضاء، وهذا القسم من العلم هو الذي يضع لنا الكون بمنظورٍ حقيقي وضمن الإطار المحسوس. أمَّا العلم الفلك النظري فهو العلم الذي يضع الفرضيات والإحتمالات والتطبيقات الفلكية التي تتم مطابقتها مع الواقع للخروج بحقائق علمية تُدعِّم علم الفلك بشكلٍ عام، وهو يستخدم النظريات الفيزيائية في تفسير ظواهر الكون ومحاولة إيجاد تفسير علمي نظري مقبول.

من خلال هذا العمل وفي إطار تخصصنا (فيزياء نظرية) نسعى إلى الدراسة النظرية لتطور قرص التراكم مع هجرة الكواكب المجاورة وصولاً إلى نتائج تتفق مع ما يأتي به الرصد الفلكي فنساهم بشكلٍ كبير في معرفة وتحليل وتفسير ما وراء هذا الرصد، وهذا من خلال التعرف على أقراص الكوكبية الأولية وتطوُّرها وكيفية حدوث عملية الهجرة للكواكب وأهم المتغيرات التي تتحكم في تطور الكثافة السطحية وتغير الزخم الزاوي. لذا إرتأينا ان تكون خطة دراستنا التي سنعملها في مذكرتنا التي تحت عنوان (تطور قرص التراكم مع هجرة الكواكب المجاورة) والتي تتضمن مقدمة عامة لتقديم العمل وما نهدف إلى تحقيقه وثلاثة فصول لنختتمها بخاتمةٍ بمثابة خلاصة نبين من خلالها مختلف النتائج المتوصل إليها:

في الفصل الأول الذي عنون ب: (أقراص التراكم) إستعرضنا فيه مفاهيم أساسية لظواهر كونية ونبذة مختصرة عن النجوم (تشكلها، تطوُّرها، أنواعها...) كما تطرقتنا إلى دراسة شاملة لقرص التراكم (ماهيته، عملية التراكم، تطبيقاته وأهم نماذجه...)

في الفصل الثاني والذي كان بعنوان: تجاذب (قرص \_ كوكب) وفيه تطرقنا إلى دراسة هجرة الكواكب وأنواعها والمعادلات الأساسية لقرص التراكم

في الفصل الثالث الذي حُصِّص لدراسة معادلات تطور الكثافة السطحية في الأربع المجالات للزخم الزاوي، مع رسم المنحنيات البيانية بواسطة "برنامج الماتلاب" ومحاولة مناقشتها، ومقارنة النتائج المتحصل عليها نظرياً، مع نتائج أخرى وُجدت سابقاً من خلال الحساب العددي، وخاتمة نستعرض فيها ما توصلنا إليه مع ذكر بعض التطلعات التي نطمح إليها.

## الفصل الأول:

قرص التراكم

## I - 1 مفاهيم أساسية لظواهر كونية:

إنَّ أكبرَ تقدُّمٍ حدثَ للإنسان العَصْرِي في معرفته للكون بأنَّه يزدهم بالظواهر الكونية المذهلة التي أدركتها الرؤية الذاتية، واكتشافهم لتجمُّعات عديدةٍ ضخمةٍ من النجوم وتوابعها، إضافةً للغازات والغبار المنتشر بين تلك النجوم وتُسميت هذه التجمُّعات بالمجرات، التي تعتبر الوحدة الأساسية لهذا الكون، وهناك عددٌ كبيرٌ منها يصل إلى البلايين .....

تصنّف المجرات: تمّ تصنيفها إلى 3 أنواع:

(1) - المجرات الإهليلجية (البيضاوية)

(2) - المجرات اللولبية (الحلزونية)

(3) - المجرات الغير منتظمة

وتدلّ الإحصاءات الفلكية أنّ حوالي 78 % المجرات اللولبية و 18% المجرات الإهليلجية و 4 % فقط غير منتظمة وهذه البلايين من المجرات، تنطلق بسرعةٍ هائلةٍ في الفضاء ويتخذ كلٌّ منها إتجاهً يتعد به عن المجرات الأخرى [1].



الشكل (I - 1) أنواع المجرات [2].

## I - 1 - 1 النجوم:

تختلف النجوم عن بعضها البعض في الشكل، والحجم، واللون، ودرجة اللّمعان وتُعرف النجوم على أنّها أجرامٌ سماويةٌ تُطلق كمّيات كبيرة جداً من الإشعاعات الكهرومغناطيسية، نتيجة التفاعلات الحاصلة داخلها، وجميع النجوم هي عبارة عن كراتٍ غازية عملاقة مُكونة في معظمها من عنصريّ الهيدروجين والهيليوم. وهي البناء الأساسي للمادة في المجرات والكون، وأكثر الأجرام شيوعاً بالفضاء. أما الفارق الأساسي الذي يميّز النجم عن الكوكب فهو أنّ للنجوم مصدر للطاقة، إذ تستمدُّ طاقتها من عملية فيزيائية تجري في مراكزها تُسمّى الاندماج النووي.

تمرُّ النُّجوم عند ولادتها بمراحل عدَّة أهمُّها:

مرحلة التكاثر التي يأخذ النجم فيها شكلاً كروياً، ومرحلة الإنكماش التي يُصاحبها إرتفاع درجة حرارة باطن النجم إلى مستويات عالية جداً، ومرحلة الإندماج النووي، التي تنتج عنها الطاقة الهائلة التي تضيء وتبعث منه الضوء والحرارة.

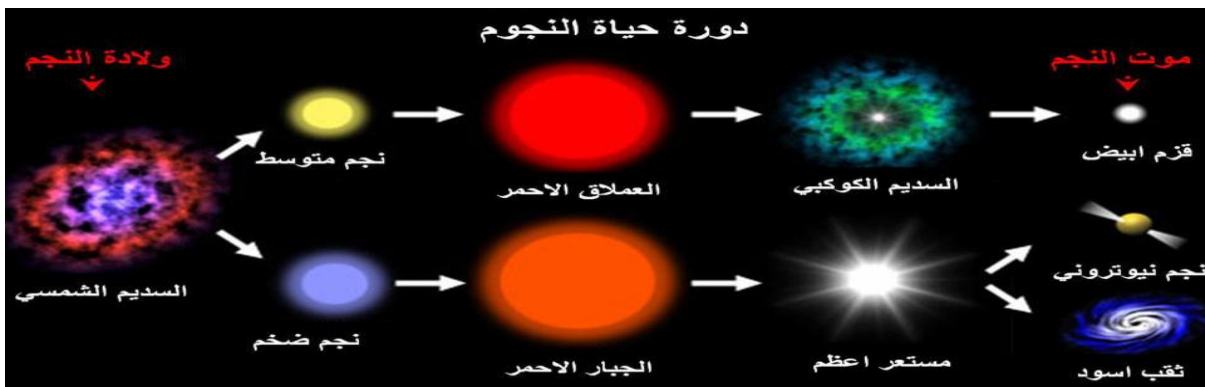
الكون مليء بمليارات من النجوم التي تتوزع على عشرات مليارات المجرات، ففي مجرَّة درب التبانة لوحدها يوجد ما يقدر بـ 100 إلى 400 مليار نجم، تشغل مساحة شاسعة من الفضاء. وعند النظر إلى السماء في الليل تظهر وكأنها مرصعة بالنجوم، لكن لا يظهر للعين المجردة سوى عدد صغير جداً من نجوم درب التبانة وحدها، كما لا يمكن رؤية نجوم أي مجرات أخرى من الأرض. ويقدر علماء الفلك عدد النجوم في الكون بأرقام عملاقة جداً، لهذا السبب من الرائج بين علماء الفلك القول إن عدد النجوم في الكون أكثر من عدد حبيبات الزمال على جميع شواطئ الأرض مجتمعة، وتشير بعض التقديرات الرياضية إلى أن هذه المقولة قد تكون دقيقة جداً<sup>[3]</sup>.

## I – 1 – 2 تشكُّل النجوم:

يتشكُّل النجم من سحابة عملاقة تدور ببطء وتتكوّن كلباً أو بشكل شبه كروي من الهيدروجين والهيليوم. تنهار السحابة نحو الداخل نتيجة لقوة الجذب الثقالي التي تمتلكها، وبينما تنكمش ويتقلص حجمها فإنها تدور بسرعة كبيرة جداً، وبالتالي تُصبح أطرافها الخارجية على شكل قرص، بينما تُصبح أجزاؤها الداخلية على هيئة كتلة كروية الشكل تقريباً. تزداد حرارة المواد الناجمة عن إختيار السحابة كما تزداد كثافتها أيضاً، ممَّا يؤدي إلى تشكُّل نجم أولي (protostar) كروي الشكل.

عندما تصل كل من حرارة النجم الأولي وضغطه إلى 1.8 مليون درجة مئوية، فإنَّ النوى الذرية التي تنفر عادةً من بعضها البعض تبدأ بالإندماج مع بعضها، ممَّا يؤدي إلى إشتعال النجم. يحوّل الإندماج النووي كمية صغيرة من كتلة تلك الذرات إلى كمية هائلة من الطاقة<sup>[4]</sup>.

## I – 1 – 3 تطوُّر النجوم :



تتبع دورات حياة النجوم أتماطاً تعتمد في المقام الأول على الكتلة الأولية لتلك النجوم، ويسري هذا الأمر على النجوم ذات الكتلة المتوسطة كالشمس، والتي تتراوح كتلتها بين نصف كتلة الشمس إلى 8 أضعاف كتلتها. كما ينطبق ذات الأمر على النجوم ذات الكتلة العالية التي تفوق كتلتها 8 أضعاف كتلة الشمس، وأيضا على النجوم ذات الكتلة المنخفضة التي يتراوح حجمها من عشر إلى نصف كتلة شمسية، لذا يمكن القول بشكل عام إنَّ عمر النجم يتناسب عكسا مع كتلته، فالأجسام التي لديها كتلة أصغر من عشر الكتلة الشمسية لا تمتلك قوة جذب ثقالي كافية لحدوث الاندماج النووي، وربما يتحول بعضها ليصبح نجوما خافتة تعرف بالأقزام البنية (Brown dwarfs).

تبدأ النجوم ذات الكتلة المتوسطة دورة حياتها على هيئة سحابة تستغرق نحو 100 ألف سنة كي تنهار وتتحوّل إلى نجم أولي تبلغ درجة الحرارة على سطحه نحو 6.750 فهرهايت (3.725مئوية)، يتكوّن بعد بدء اندماج الهيدروجين نجم (T-Tauri star) "تي توري" وهو نجم متغيّر يتقلّب في شدة سطوعه. يستمر هذا النجم في التداخي لنحو 10 ملايين سنة تقريبا إلى أن يحدث توازنا بين توسّعه الناتج عن الطاقة المتولّدة جرّاء الاندماج النووي بعدئذٍ يُصبح نجما في مرحلة التسلسل الرئيسي.

(main sequence star) وهي المرحلة التي تستمد فيها النجوم طاقتها بأكملها من اندماج الهيدروجين في النواة. وبالطبع كلما كانت كتلة النجم كبيرة أدى ذلك إلى الزيادة في سرعة إستهلاكه لوقود الهيدروجين، ما يعني قصر فترة بقائه في مرحلة التسلسل الرئيسي. (main sequence) تحدث تغيّرات عديدة في حالة النجوم بعد اندماج كامل الهيدروجين وتحوّلها إلى هيليوم إذ تعمل الثقلالة على سحق مواد النجم ودفعها نحو نواته نظرا لعدم وجود إشعاع نووي يمنع ذلك. وبالتالي ستزداد حرارة النجم بسرعة كبيرة جداً. يؤدي هذا الأمر إلى توسّع طبقات النجم الخارجية بشكل كبير، كما يؤدي أيضا إلى انخفاض درجات حرارتها وتوهّجها باللون الأحمر، ويُعرّف النجم في هذه الحالة باسم العملاق الأحمر (red giant).

تبدأ ذرات الهيليوم بالاندماج داخل النواة، ولكن حالما ينفذ الهيليوم، تنكمش النواة وترداد سخونة مما يؤدي إلى توسّع النجم مرة أخرى وتوهّجه بضوء أزرق أكثر سطوعاً، وفي نهاية المطاف يبدأ النجم بطرح طبقاته الخارجية بعيداً إلى الفضاء. وبعد تلاشي تلك الأغلفة الغازية الناجمة عن توسّع لا يبقى سوى النواة، فيصبح النجم عندئذٍ قرماً أبيض (white dwarf) يتكوّن في الغالب

من الكربون والأكسجين، وتبلغ درجة حرارته الأولية تقريبا 180 ألف درجة فهرهايت (100 ألف درجة مئوية). ونظرا لعدم إمتلاك الأقزام البيضاء لأيّ وقود يسمح بحدوث الاندماج، فإنّها تكبر بينما تنخفض درجات حرارتها على مدار مليارات السنين إلى أن تصبح أقزاما سوداء (black dwarves)، يصعب رصدها لأنها خافتة جداً، فشمسنا الان في مرحلة التسلسل الرئيسي ويجب أن تنتهي من هذه المرحلة في غضون 5 مليارات سنة.

تشكّل النجوم ذات الكتلة العالية وتموت بسرعة كبيرة جداً. تنشأ هذه النجوم عن نجوم أولية في غضون فترة زمنية تتراوح بين 10.000 إلى 100.000 ألف سنة. عندما تمرّ تلك النجوم بمرحلة التسلسل الرئيسي، فإنّها تكون ساخنة جداً وزرقاء اللون، كما تفوق إضاءةها الشمس بمعدّل يتراوح بين 1000 إلى مليون مرّة، وقطرها أكبر من قطر الشمس بعشر مرّات تقريبا. وعندما تنتقل



النجوم من مرحلة التسلسل الرئيسي فإنها تصبح عملاقًا فائقًا يشطع باللون الأحمر. وفي نهاية المطاف ستصبح درجات حرارتها ساخنة بما فيه الكفاية لحدوث إندماج الكربون وتحوّله إلى عناصر أثقل.

وبعد نحو 10.000 سنة تقريباً من حدوث مثل هذا الإندماج تكون النتيجة نواة من حديد يبلغ عرضها تقريباً (6.000 كم)، وبما أنّ أية عملية إندماج أخرى ستستهلك طاقة عوضاً عن إطلاقها، فسيؤدّي ذلك إلى موت النجم، نظرًا لأن إشعاعه النووي لن يستطيع الإستمرار في مقاومة قوة الجاذبية. حيث عندما تبلغ كتلة نجم ما مقدار 1.4 الشمس، فإنّ ضغط الإلكترونات لا يستطيع مساعدة نواة النجم على الصعود في وجه المزيد من عمليات الإنهيار، وبالتالي تكون النتيجة هي إنفجار النجم على شكل سوبرنوبا (supernova).

تتسبّب الجاذبية في إنهيار نواة النجم فتصل درجة الحرارة فيها إلى 18 مليار درجة فهرنهايت تقريباً (10 مليارات درجة مئوية)، الأمر الذي يؤدي إلى تفكك الحديد داخل نواة النجم وتحوّله فيما بعد إلى نيوترونات (neutrons) ونيوترينوس (neutrinos)

تنكمش النواة خلال مدة لا تزيد عن ثانية واحدة حتى يصل عرضها إلى 6 أميال فقط (10 كم)، ومن ثمّ ترتد مثل كرة مطاطية مضغوطة بشدّة، ممّا يؤدي إلى إرسال موجة صدمة (shock wave) تنتقل عبر جميع أرجاء النجم، وتتسبّب في حدوث الإنصهار في طبقاته الخارجية.

ينفجر النجم بعد ذلك على شكل سوبرنوبا من النوع الثاني (Type 2 supernova) وفي حالة كانت النواة النجمية المتبقية أقلّ من ثلاث كتل شمسية تقريباً، فإنها تصبح نجماً نيوترونياً يتكوّن في معظمه من النيوترونات، وتُعرف النجوم النيوترونية الدوّارة التي تبعث نبضات راديوية قابلة للرصد بالنجوم النابضة (pulsars).

أمّا إذا كانت النواة النجمية أكبر من ثلاث كتل شمسية، ففي هذه الحالة لا توجد أيّة قوة معروفة بمكّنها مساعدة النواة على الصمود في وجه قوة الجذب الثقالي الخاص بها. وبالتالي فإنها تنهار لتُشكّل ثقبًا أسود (black hole) تستهلك النجوم ذات الكتلة المنخفضة وقود الهيدروجين ببطء شديد، وبالتالي فإنها تُضيء كنجوم السلسلة الرئيسية لمُدّة تتراوح بين 100 مليار تريليون سنة، فإنّه لم يمّت حتى الآن أيّ نجم من النجوم منخفضة الكتلة على إعتبار أنّ عمر كوننا يبلغ تقريباً 13.7 تريليون سنة ومع ذلك يعتقد العلماء بأنّ هذه النجوم المعروفة بالأقزام الحمراء (red dwarfs) لن تستطيع أن تُصهر سوى الهيدروجين في عمليات الإندماج والذي يعني أنّها لن تصبح أبدًا عمالقة حمراء. وبدلاً من ذلك ستبرد في نهاية المطاف حتى تصبح أقزامًا بيضاء

(dwarfs white) ومن ثمّ أقزامًا سوداء (black dwarfs) [3].

## I - 1 - 4 أنواع النجوم :

## I - 1 - 4 - 1 أنواع النجوم حسب التصنيف الطيفي:

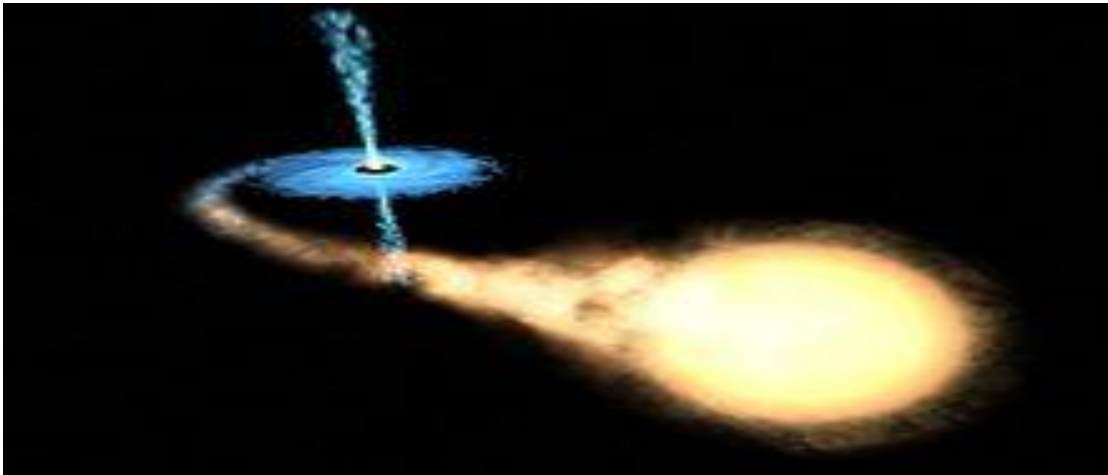
جميع النجوم المتسلسلة أيّ النجوم التي تمرّ بالمرحلة الأساسيّة في حياتها تُشعّ الكثير من الأمواج الكرومغناطيسيّة، لكنّ هذه الموجات تتركز عادة عند أجزاء معيّنة الطيف، والسبب في ذلك أن النجوم كلّما كانت أكبر حجم ترتفع حرارتها، وتصدر موجات كهرومغناطيسيّة ذات تردّات عالية، ولذلك يبدو لونها قريبًا من الأزرق، وأمّا النجوم الأصغر حجمًا فتكون قليلة الحرارة، وتُصدر موجات كهرومغناطيسيّة لها تردّات منخفضة، ولذلك يكون لونها مائلًا للأحمر. ويُقسّم علماء الفلك النجوم إلى سبعة أنواع بحسب أطيافها [4].

- **O** نجوم زرقاء اللون، حرارتها 30.000 – 60.000 كلفن.
- **B** لونها بين الأبيض و الأزرق حرارتها 10.000 – 30.000 كلفن.
- **A** نجوم بيضاء، حرارتها 7.500 – 10.000 كلفن.
- **F** لونها بين الأبيض و الأصفر حرارتها 6.000 – 7500 كلفن.
- **G** نجوم صفراء حرارتها 5.000 – 6.000 كلفن وأشهرها هي الشمس.
- **K** تتراوح بين الصفراء و البرتقالية، حرارتها 3.500 – 5.000 كلفن.
- **M** نجوم حمراء، تكون حرارتها اقلّ من 3.500 كلفن. منها العمالقة الحمراء ومن أشهرها نجم قلب العقرب.

## I - 1 - 4 - 2 أنواع النجوم حسب التطور النجمي:

تمرّ النجوم أثناء مراحل تطورها من الولادة وحتى الموت بأطوار كثيرة جدًّا، ولكلّ نجم دورة حياة مختلفة تعود إلى حجمه وكتلته، ومن أهم هذه الأنواع ما يأتي:

- الثقب الأسود:



الشكل (I - 2) صورة لثقب اسود يجذب إليه المادة من نجم مجاور .

الثقب الأسود هو تجمّع كوني ذو جاذبية هائلة، والتي تقوم بسحب كل شيء حولها حتى الضوء، ويتشكّل الثقب الأسود عند موت نجم ضخم، ويحدث ذلك عندما يستنفذ النجم جميع وقوده النووي الحراري الداخلي في آخر مراحل حياته، ليصل إلى ما يُسمى بالتفرد، والتي يكون حجمه فيها صفر، وكثافته لا متناهية، وعلى الرغم من أنّه لا يمكن رؤية الثقوب السوداء، إلا أنّها تتمثّل حوالي 90% من محتوى الكون، ويذكر أنّ الفيزيائي الأمريكي جون ويلر قد أطلق هذا الإسم عليها في عام 1969م. حيث تنشأ الثقوب السوداء عندما تنفجر النجوم العملاقة في المراحل الأخيرة من حياتها، وتُسمى عمليات الانفجار هذه بالمستعرات العظمى (supernovae)، والتي تؤدي إلى بعثرة معظم أجزاء النجم في الفضاء الفارغ، وقد تخلف هذه الانفجارات بقايا باردة لا تحدث فيها عمليات الاندماج النووي، على عكس النجوم الأصغر التي يحدث فيها الاندماج، حيث إنّ هذه العمليات تساعد على إنتاج طاقة وضغط خارجي ثابت، ومتوازن مع قوى السحب للجاذبية الداخلية الناتجة عن كتلة النجم نفسه، فيؤدي غياب هذه القوى في البقايا الباردة للنجم الكبير إلى إهيار النجم على نفسه، كما يتقلص الثقب الأسود الناشئ إلى حجم صفر، وكثافة لا متناهية لا يستطيع أي جسم الهروب من جاذبيتها الهائلة حتى الضوء، ليصبح ضوء النجم نفسه محصوراً في مداره، لذلك يُعرّف هذا النجم الداكن بالثقب الأسود.

تُسحب الثقوب السوداء الكواكب، أو الضوء، أو أي جسم كوني آخر في حال مرّ بالقرب منها، فتصل هذه الأجسام بعدها إلى نقطة اللاعودة، وذلك يعني أنّها دخلت في حالة الأفق، وهي الحالة التي يكون من المستحيل لهذه المادة الهروب من الثقب الأسود، لأنّ ذلك يتطلب أن تكون سرعة تحرك هذا الجسم أسرع من سرعة الضوء للهروب منه<sup>[1]</sup>.

### الأشعة السينية والثقوب السوداء:

من أهمّ الصعوبات التي واجهت العلماء أثناء دراسة الثقب الأسود، هو عدم تمكّينهم من التفريق بين الثقب الأسود وأي نجم عادي تُغلّفه طبقات غازية كثيفة. الأشعة السينية وأدوات التبريد تُحدث ثقباً. وقد إتضح للعلماء إن عند إقتراب أيّ غازات أو غبار كوني من الثقب الأسود فستُسحق وتزداد كثافتها بفعل الجاذبية الهائلة. وعندما تضغط هذه الغازات تزداد درجة حرارتها. وتستمر درجة الحرارة بالارتفاع كلّما زاد الضغط. وهكذا تتسارع في إندفاعها نحو الثقب الأسود في شكل دوامة. وتكون هذه الغازات المضغوطة والساخنة قادرة على إصدار أشعة سينية عندما تقترب بمسافة كافية من أفق الحدث للثقب الأسود. وهكذا بدأ العلماء في استخدام ما يُسمى بعلم فلك الأشعة السينية (x-ray astronomy) وذلك لغرض تتبّع نبضات التي ترسلها تلك الغازات الهاوية في شكل دوامات هائلة، تتسارع نحو الثقب الأسود وذلك كمحاولة منهم لفهم لغز هذا الثقب.

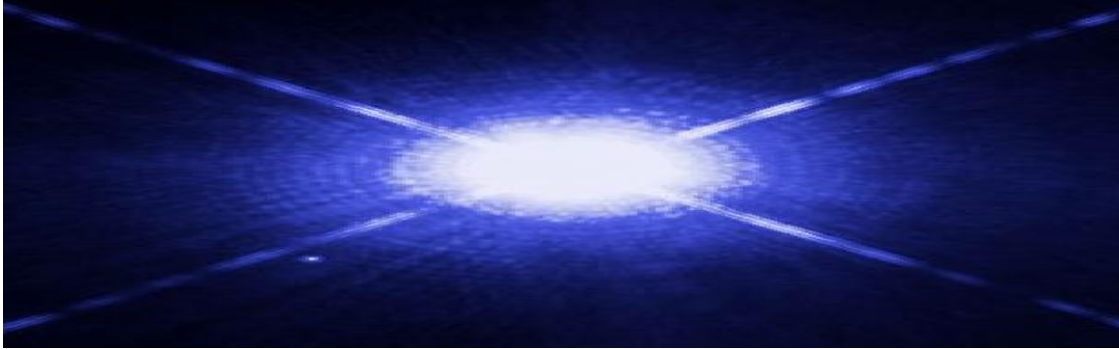
أفق الحدث هو حدود منطقة من الزمكان التي لا يُمكن للضوء الإفلات منها، وبما أنّه لا شيء يمكنه السير بأسرع من الضوء فإنّ أي شيء يقع في هذه المنطقة سوف يبلغ بسرعة منطقة ذات كثافة عالية ونهاية الزمان. وتنبأ النسبية العامة بأن الأجسام الثقيلة المتحركة سوف تتسبب ببث موجات جاذبية وهي تموجات في إنحناء الفضاء، تنتقل بسرعة الضوء وتشبه موجات الضوء التي هي تموجات الحقل الكهرومغناطيسي إلا أنّها يصعب إكتشافها وهي كالضوء، تأخذ الطاقة من الأجسام التي تبثها وبالتالي يتوقع أن ينهار نظام من الأجسام الضخمة ويعود في النهاية إلى وضع مستقر، لأن الطاقة في أيّ حركة سوف تحمل بعيداً. على سبيل المثال دوران الأرض حول الشمس يُولّد موجات جاذبية ويكون تأثير مسارات الطاقة في تغيير مدار الأرض حول الشمس الذي يؤدي في آخر المطاف إلى أنّ الأرض تقترب من الشمس حتى تستقر داخلها، ومعدل ضياع الطاقة ضئيل جداً. وشوهد هذا

التأثير في نظام النجم النابض وهو نوع خاص من النجوم النيوترونية، تَبَثُّ نبضات منتظمة من موجات الراديو، ويضمُّ هذا النظام نجمين نيوترونيين يدوران حول بعضهما البعض .

### أنواع الثقوب السوداء:

توجد ثلاثة أنواع رئيسية من الثقوب السوداء، حيث يتم تحديد نوع النجم وفقاً لكتلته وحجمه، وهذه الأنواع هي:

- **الثقب الأسود الصغير:** والذي يُعرف بإسم الثقب الأسود البدائي، أو الأساسي، ويعتقد العلماء أنّ هذا النوع من الثقوب يكون بحجم الذرة، ولكنّ كتلته تكون هائلة.
- **الثقب الأسود متوسط الحجم:** يُطلق على هذا الثقب إسم الثقب الأسود النجمي، وهو الأكثر شيوعاً، والذي يمكن أن تصل كتلته إلى حوالي 20 ضعف أكبر من كتلة الشمس، كما يمكن وضعه داخل كرة يبلغ قطرها 16 كيلومتراً، وتوجد العشرات من الثقوب السوداء النجمية داخل مجرة درب التبانة.
- **الثقوب السوداء الكبيرة:** والتي تُسمى بالثقوب السوداء هائلة الكتلة (super massive)، وتساوي كتلة هذه الثقوب السوداء حوالي كتلة مليون شمس، ويمكن وضعها داخل كرة يكون قطرها مساوٍ تقريباً لقطر النظام الشمسي، وتشير الأدلة العلمية إلى أنّ كل مجرة كبيرة تحتوي على ثقب أسود هائل الكتلة في مركزها، حيث يُسمى الثقب الأسود الكبير في مركز مجرة درب التبانة بالقوس، والذي تساوي كتلته كتلة 4 مليون شمس، ويمكن وضعه داخل كرة قطرها مساوٍ تقريباً لقطر الشمس.
- **قزم أبيض:**



الشكل (1 - 3) صورة تخيلية لقزم ابيض.

هو نوع من أنواع النجوم في الفضاء المحيط بمجرتنا، وله حجم صغير في حدود حجم الكوكب، ولديه كثافة مادية عالية قد تصل إلى أضعاف كثافة الشمس كما أنّها قليلة اللّمعان في السّماء بالرغم من كونها داكنة وصغيرة الحجم و هذه المادّة في داخل القزم الأبيض مُكدّسة بشكلٍ مضغوط حيث يكون كثافة السنّتيّمتر مكعّب ما بين طن العشرة إلى عشرة أطنان من المادة تقريباً، و الأرجح إنّ السبب في نجوم الأقزام البيضاء لا تولّد الطاقة النووية لإستنفاد طاقتها وما تبقى هو مجرد رماد نووي (أيّ مواد غير صالحة لتفاعل النووي) لا ينفع لتوليد الطاقة تحت هذه الظروف الخيالية من تكدّس المادة، و الأقزام البيضاء في الواقع هي نجوم

تختصر وسطوحها ساخنة بدرجة غير إعتيادية، لأنّ حجمها الصغير يُعد من مساحة السطح الذي يخرج منه الإشعاع، ويتحكم في القرص الأبيض قوى تنبع من مبدأ إستبعاد باولي. وطبقًا له فلا يمكن لإلكترونين شغل نفس مستوى الطاقة في بلازما القرص الأبيض. وطبقًا لميكانيكا الكم تتوزع مستويات الطاقة الممكنة بحيث تزيد المسافة بينها تزايد عكسيًا مع ضهور حجم النجم، ونظرًا لإشغال مستويات الطاقة في المستويات التحتية ينشأ عن الضغط الناشئ عن قوى الجاذبية أن تشغل الإلكترونات مستويات الطاقة العليا في البلازما، وينتج عن ذلك ضغطًا مضادًا يقاوم الضغط الناشئ عن الجاذبية. فإذا كانت كتلة النجم في البدء 1.44 من كتلة الشمس فلا يمكن تعادل تلك القوتان بذلك الشكل، ومن العجيب أنّ قطر القرص الأبيض يعتمد على كتلة الإلكترون أي أنّ أحد المقاييس الكونية متعلق بأحد المقاييس الذرية أو تحت الذرية مباشرةً كذلك يعتمد التوازن في النجوم النيوترونية على سريان مبدأ إستبعاد باولي، والذي فيه تشغل النيوترونات مستويات الطاقة في النجم بدلًا عن الإلكترونات في القرص الأبيض حيث تمتص البروتونات الإلكترونات وينتج عنها النيوترونات هي بمفردها مكونات النجم النيوتروني، ونظرًا لكثافة الأقزام البيضاء العالية فيعتبر أحد الكتل الضخمة التي تؤثر في هيئة نسيج الزمكان حولها ويمكن أن تتطبّق عليه النظرية النسبية العامة فهو يبدي ظاهرة إنزياح أحمر تجاذبي في مجال جاذبيته، وقد تمّ رصد ذلك عمليا في خمسينيات القرن العشرين، و يتطلّع العلماء بأمل كبير في العثور على نجم مزدوج من الأقزام البيضاء حيث تنتج عنهما موجات جاذبية لم تشاهد بعد ولكن يبذل العلماء جهودا لمشاهدتها عمليا.

#### • النجم النيوتروني:



الشكل (I - 4) صورة تخيّلية لنجم نيوتروني.

هو جرم سماوي ذو قطر متوسط يقدر بحوالي 20 كلم وكتلته تتراوح ما بين 1.44 و 3 من كتلة الشمس وهو نوع من البقايا ينتج عن الإنهيار الجاذبي لنجم ضخم. يتكوّن هذا النجم بشكل خاص من مادة مكوّنة من النيوترونات وكثافته كبيرة فقد تصل إلى  $10^{12}$ .

وبالنسبة لمعلوماتنا عن خواص الجسيمات المشتركة في تكوين النجم النيوتروني التي نعرفها من علم الجسيمات الأولية فيمكن تقسيم باطن نجم نيوتروني قطره 20 كلم إلى الطبقات الآتية : يبلغ الضغط على سطحه 0 حيث أن النيوترونات الحرة غير مستقرة فيوجد على السطح أنوية الحديد و الإلكترونات، وتكوّن تلك الأنوية في العادة بلّورات إلّا أنّه نظرًا لقوى الجاذبية البالغة الكبير فهي تمنع تكوّن بلورات ترتفع فوق السطح أكثر من عدّة مليمترات وإذا فرض وكان على السطح جو من البلازما الساخنة فلن يزيد سمكها عن عدّة كيلومترات، ويقدر سمك الطبقة المتكوّنة من بلورات أنوية الحديد نحو 10 متر وتزايد متوسط كثافة البلورات

الى نحو  $1/1000$  من كثافة الأنوية نفسها مع زيادة العمق حتى عمق 10 متر كما تتزايد نسبة النيوترونات في الأنوية وتتكوّن أنوية حديد غنية بالنيوترونات، وتكون مستقرّة في تلك الظروف المحيطة المتناهية الصعوبة، وعلى عمق 10 متر يكون الضغط عالي جداً بحيث تتواجد النيوترونات حرّة. ومن هنا تبدأ طبقة وسطية قد تصل إلى 1 أو 2 كيلومتر تتكوّن من أنوية الحديد المتبلورة بجانب سائل من النيوترونات. وفيها تتناقص نسبة الحديد من 100 % الى 0 % بينما تتزايد نسبة النيوترونات. كما يرتفع متوسط الكثافة إلى أن تصل إلى كثافة أنوية الذرّة وقد تزيد عنها، يتبع الطبقة المتوسطة من نجم نيوتروني نيوترونات بحيث يصبح مكونا من نيوترونات وقليل من البروتونات والإلكترونات في حالة توازن حراري وحسب درجة الحرارة فإذا كانت منخفضة نسبيا فيمكن للنيوترونات في حالة ميوعة فائقة و أن تكون البروتونات فائقة التوصيل و يتميّز النجم النيوتروني بدرجة حرارة حرجة عند  $10^{11}$  كلفن أي أنّ النجم النيوتروني يصل إلى حالة الميوعة الفائقة خلال فترة وجيزة من بعد تكوينه<sup>[9]</sup>.

#### • النجوم العملاقة:

هي نجوم كبيرة الحجم ولمعانها شديدة جدّا، وتكون كتلتها (كمية المادة فيها) أكبر من الشّمس ببضع العشرات من المرات.



الشكل (I - 5) صورة تخيلية لنجوم عملاقة.

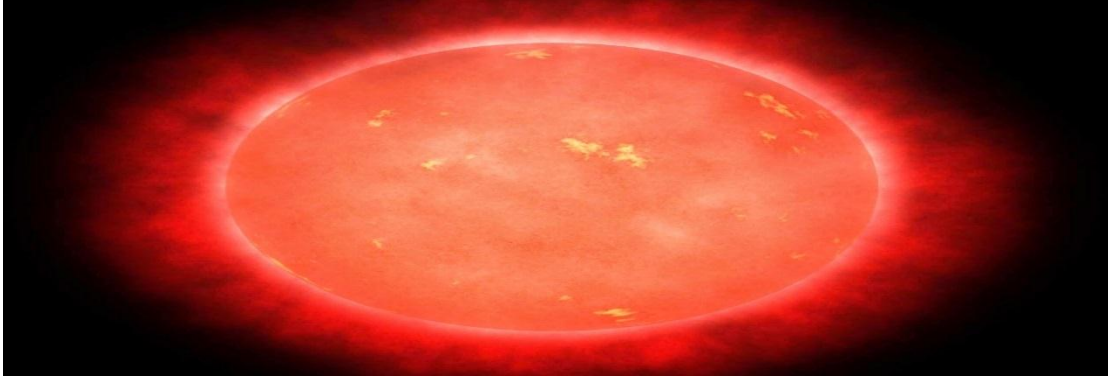
#### • القزم البني:

وهي نجوم كتلتها أقل بكثير من أن تولد الحرارة الكافية في باطنها لتنتقل عملية الاندماج النووي، ولذا تبقى كرات غازية باردة شبيهة بالكواكب، وتسمّى نجوم فاشلة.



الشكل (I - 6) صورة تخيلية لقزم بني

## القرمز الأحمر:

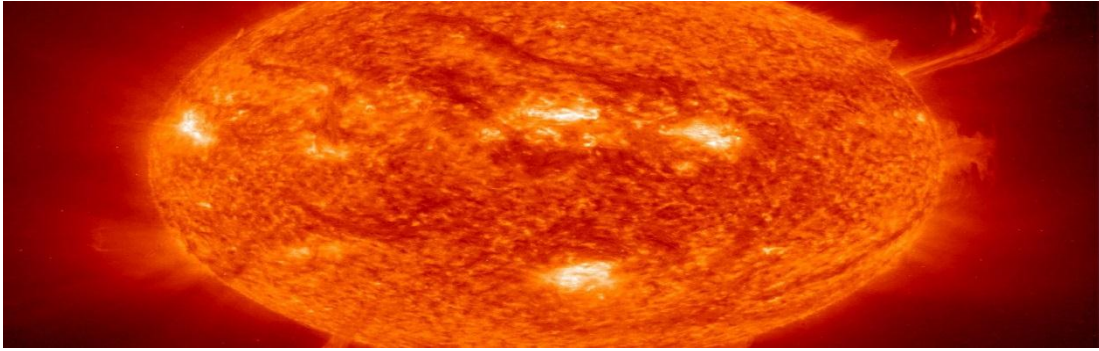


الشكل (I - 7) صورة تخيلية لقرمز أحمر.

هو نجم متسلسل لكن كتلته صغيرة جداً. ولذا يتميّز بأنّ له لونا أحمر قويا ناتجا عن ضعف التفاعلات النووية في داخله. تكون هذه النجوم أصغر بكثير من الشمس وأقل حرارة لكنها تظل موجودة لفتراتٍ طويلة جدا لأنها تستهلك وقودها الهيدروجيني ببطء شديد، وتعتبر الأقزام الحمراء أكثر النجوم عدداً في الكون.

## ● العملاق الأحمر:

تتسم هذه النجوم بأنّها في مراحلها الأخيرة حيث إنتهى الوقود الهيدروجيني في باطنها، ولذا تبدأ في دمج عنصر الهيليوم الموجود في طبقاتها الخارجية، ممّا يجعلها تنتفخ بسرعة شديدة بحيث تجعل حجم النجم يتضاعف مرّات كثيرة.



الشكل (I - 8) صورة تخيلية لعملاق احمر.

## ● المستعر الأعظم:

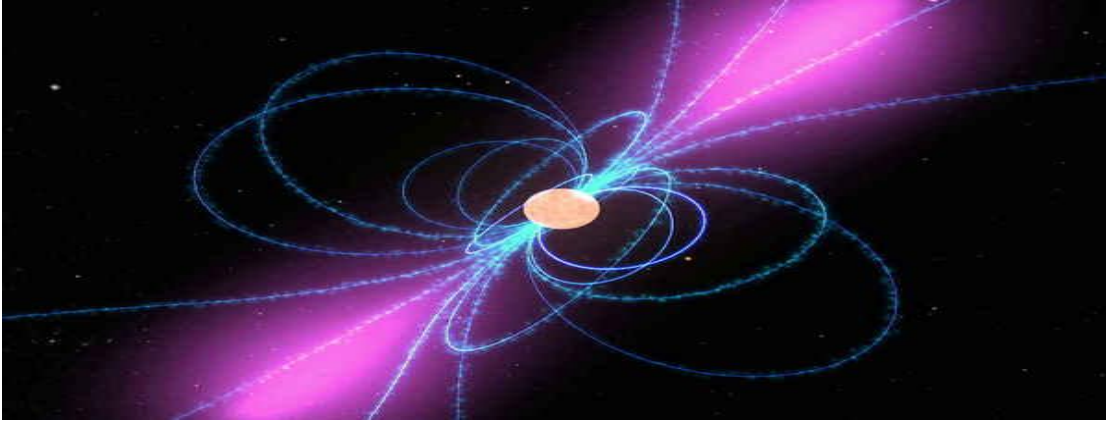
وتسمّى السوبرنوفا وهي طريقة تنهي بها حياة النجوم وهي عبارة عن إنفجار عنيف جداً يحزّر كميات هائلة من الطاقة وتنتشر بفعله جزيئات النجم فمختلف أنحاء الكون، وقد تتحول البقايا التي يتركها هذا الإنفجار إلى أجرام سماوية غريبة، من السدم الكوكبية، والأقزام البيضاء والنجوم النيوترونية، والسقوب السوداء.



الشكل (I - 9) صورة تخيلية لمستعر أعظم.

### • النجوم النابضة:

هو نوع خاص من النجوم النيوترونية، وهي نجوم بنفس كتلة الشمس، لكن قطرها يكون حوالي 10 كيلومترات فقط وتمتاز هذه النجوم بدورانها السريع حول نفسها والذي قد يصل الى 1000 دورة في الثانية، وكذلك بكونها تبعث نبضات قصيرة من الضوضاء الموجية لفترة محدد ثابتة بالنسبة لكل نجم.



الشكل (I - 10) صورة تخيلية لنجم نابض.

### I - 1 - 5 أنظمة النجوم المزدوجة والأنظمة متعددة النجوم:

على الرغم من وجود نجم واحد في نظامنا الشمسي إلا إن معظم النجوم الشبيهة بالشمس لا توجد بشكل منفرد، إنما ضمن أنظمة ثنائية تتكون من نجمين يدوران حول بعضهما البعض، أو في أنظمة متعددة يوجد فيها عدد أكبر من النجوم. وفي الواقع، فإن ثلث النجوم الشبيهة بشمسنا توجد بشكل منفرد فقط، بينما يوجد الثالثن الآخرون في أنظمة متعددة النجوم على سبيل المثال يعد نجم (Proxima Centauri)، وهو أقرب جار إلى نظامنا الشمسي، جزءاً من نظام متعدد النجوم يشمل أيضاً نجمي ألفا قنطورس (Alpha Centauri A)

ألفا قنطورس B (Alpha Centauri B). لا تشكل نجوم النوع G كشمسنا سوى 7% فقط من مجموع النجوم التي نراها وعند الحديث عن الأنظمة النجمية بشكل عام، تشكل أنظمة النجوم المتعددة ما نسبته 30% تقريباً من النجوم الموجودة في



مجرتنا، بينما توجد بقية النجوم بشكل منفرد، تنشأ الأنظمة النجمية الثنائية (Binary stars) عندما يتشكل نجمان أوليان بالقرب من بعضهما البعض. وبالطبع يمكن لأحد النجمين التأثير على النجم المرافق له في حال كانا قريبين من بعضهما بما فيه الكفاية، إذ يعتمد النجم الأول على الاستحواذ على مادة النجم الثاني في عملية يطلق عليها العلماء اسم: انتقال الكتلة (mass transfer). وإذا كان أحد النجمين عبارة عن نجم عملاق يخلف عند انفجاره ثقباً أسود أو نجماً نيوترونياً، فسيتشكل عندئذ نظام نجمي ثنائي باعث للأشعة السينية (X-ray binary) وفي هذه الحالة ترتفع حرارة المواد القادمة من بقايا النجم المرافق لتصبح ساخنة بشكل هائل، إذ يمكن أن تصل درجات حرارتها إلى أكثر من مليون درجة فهرنهايت (555,555 مئوية) مما يؤدي في نهاية المطاف إلى إصدار الأشعة السينية نحو الفضاء. أما إذا احتوى النظام الثنائي على قزم أبيض، فإنّ الغاز المسحوب من النجم المرافق إلى سطح القزم الأبيض سيندمج بقوة توهج يدعى بالنوفا (nova) وفي بعض الأحيان، يتجمع الغاز بكميات كافية كي تتسبب في إنفجار القزم الأبيض، مما يؤدي إلى اندماج الكربون تقريباً على الفور، وبالتالي ينفجر النجم القزم على شكل سوبرنوفا من النوع الأول (Type I supernova) [5].

تستمر ظاهرة السوبرنوفا في السطوع لعدّة أشهر، ويكون سطوعها قوياً إلى درجة أنه يفوق سطوع مجرة بأكملها.

### I - 1 - 5 تصنيف النجوم المزدوجة حسب طريقة الرصد:

- أ- الثنائيات الظاهرية (Optical binaries): لا تكون النجوم الثنائية حقيقة لأن المسافة التي تفصل بينهما كبيرة جداً. ولكن الناظر إليها من الأرض يراها واقعين تقريبا في نفس الاتجاه لذا يُحْتَلَل للترّاد وكأتمهما بجانب بعضهما البعض.
- ب- الثنائيات البصرية (Visual binaries): يمكن تمييز هذا النوع بواسطة التلسكوب بصريا أو بالتصوير الفوتوغرافي



الشكل (I - 11) الفا قنطوروس (Centauri  $\alpha$ ) هو أحد النجوم المزدوجة البصرية [6].

- ت- الثنائيات الطيفية (Spectroscopic binaries): تتكون من نجمين متقاربين جداً في المسافة بحيث يصعب رؤية وتمييز أيّ منهما وحده حتى بأكبر التلسكوبات. في هذه الحالة يقوم التلسكوب عبر آلة المطياف برصد مجموعتين من الخطوط الطيفية تنتمي كل منهما لنجم. وتحول طيف كل نجم نحو الأحمر حتى يبتعد النجم عن الأرض ثم يتحول إلى

أزرق عندما يقترب النجم من الأرض. من خلال سلسلة من الأطياف يستطيع العلماء قياس السرعة المدارية من إنزياح دوبلر نجم.

ث- **الثنائيات الكسوفية (Eclipsing binaries):** تحدث عندما يمر أحد النجمين أمام الآخر في اتجاه خط الإبصار فيحجب ضوءه كلياً أو جزئياً حيث تحدث عملية الكسوف عندما يتفق مستوي مداريهما مع اتجاه خط البصر.

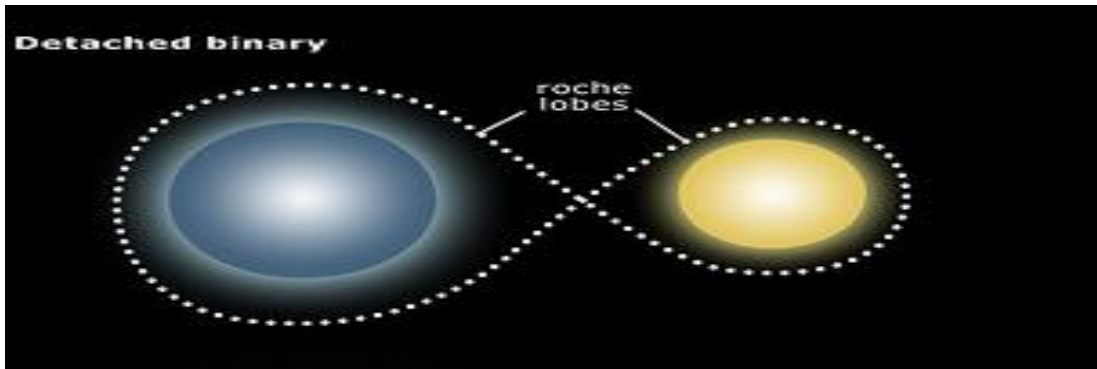
ج- **الثنائيات النابضة (Pulsar binary):** وهي ثنائيات نجمة تحتوي على نجم أو أكثر تصدر أشعة على صورة نبضات والتي منها يمكن حساب زمن وصل النبضة إلى الراصد وتلك النبضات يمكن أن تكون على صورة أشعة X أو على صورة موجات راديو (Radio waves).

ح- **الثنائيات القياسية الفلكية (Astrometric binary):** في كثير من الحالات الثنائية يكون الثنائي بعيد جداً أو أحد النجمين قريبين من بعضهما جداً أو أحد النجمين أشد لمعاناً من النجم الثاني بحيث أننا لا نستطيع التمييز بين النجمين بصرياً. في تلك الحالات يمكن أن نتميز الثنائي النجمي من التأثيرات التجاذبية بينهما<sup>[5]</sup>.

### I - 1 - 5 - 2 التصنيف حسب التفاعل النجمي:

هناك تصنيف آخر للنجوم المزدوجة، وذلك حسب شكل المنظومة المزدوجة والتفاعل بين النجمين، وذلك من خلال تحديد المسافة بينهما.

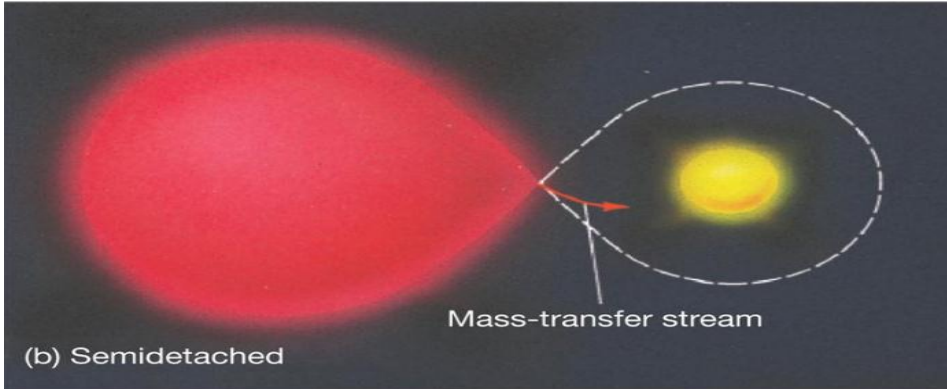
أ- **الثنائي المنفصل (Detached binary):** هو نجم منفصل يتوضع كل واحد من نجمية ضمن مجال روش الخاص به دون أن تتجاوز مادة النجم هذا المجال. وفي هذه الحالة يكون كل نجم مسيطر بشكل كامل على مادته ولا يحدث أي تدفق للمادة من أحد النجمين إلى النجم الآخر. ويتطور كل نجم في هذه الحالة وفق مساره الطبيعي. وتنتمي معظم النجوم المزدوجة إلى هذه المجموعة، وجميع الثنائيات البصرية هي ثنائيات منفصلة نظراً للمسافات الشاسعة التي تفصل بينها<sup>[6]</sup>.



الشكل (I - 12) يمثل ثنائي منفصل يكون حجم النجمين أصغر من مجال "روش"<sup>[6]</sup>.

### ب- الثنائي شبه المنفصل (Semidetached binary):

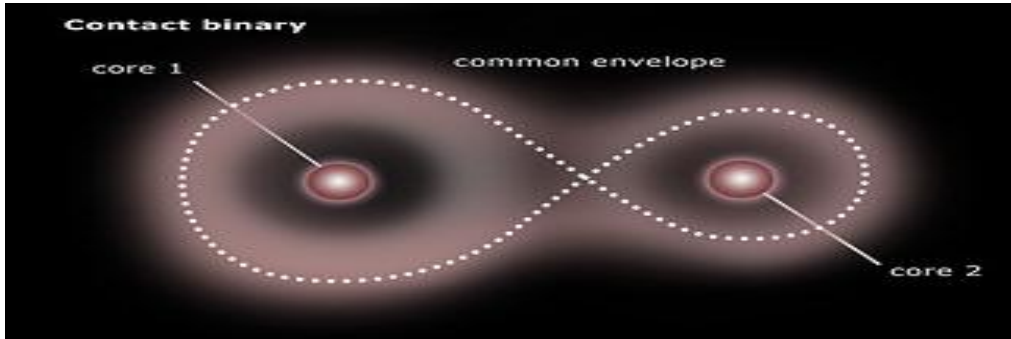
وهو نجم مزدوج يكون أحد النجمين فيه أكبر من مجال روش الخاص به (وبالتالي فإنّ سطح هذا النجم يتجاوز مجال روش)، أما النجم الآخر فيكون ضمن مجال روش الخاص به. وفي هذه الحالة فإنّ مادة النجم الأول المتوضعة خارج المجال ستكون معرضة للجذب الثقالي من النجم الآخر، والذي سيقوم بسحب المادة إليه. وفي هذه الحالة يسيطر إنتقال المادة على هذه المنظومة، وتلتف المادة حول النجم الثاني مؤدية إلى تشكل قرص حوله. ويؤثر ذلك بال Z طبع على تطور النجم.



الشكل (I - 13) ثنائي شبه منفصل يكون حجم أحد النجمي أصغر من مجال "روش" في حين أن النجم الآخر يتجاوز هذا المجال.

### ت- الثنائي المتلامس (Contact binary):

هو النجم المزدوج الذي يتجاوز فيه النجمان مجال روش الخاص بهما. وطبعاً لا تعني هذه التسمية بالضرورة أن سطحي النجمين يلامسا بعضهما البعض، وإنما يعني أن المادة الغازية في كل من النجمين تكون خارج مجال روش الكافي للمحافظة على هذه المادة. والنتيجة في هذه الحالة هي أن الأجزاء العليا للغلاف الجوي لكلا النجمين ستشكل غلافاً مشتركاً يحيط بالنجمين معاً. وقد يؤدي ذلك في النهاية إلى إندماج النجمين في نجم واحد.



الشكل (I - 14) يمثل ثنائي متلامس حجم كلا النجمين يكون أكبر من مجال "روش".

## I – 2 أقرص التراكم:

في الآونة الأخيرة، كان هناك إهتمام متجدد لدراسة بنية وتطور أقراص التراكم (Accretion disks)، حيث يتم العثور عليها بتواجد مطلق حول مجموعات متنوعة من النظم الفيزيائية الفلكية؛ النجوم الفتية (YSO)، الثقوب السوداء الهائلة في نوى المجرات النشطة (AGN)، الأنظمة الثنائية (BS) وكذا في حلقات زحل وغيرها، ويمكن اعتبار أيضا الأقراص المتواجدة بالبحر حالات خاصة من أقراص التراكم.

على العموم فهي تلعب دورا هاما للغاية، على سبيل المثال، قرص التراكم حول النجوم المزدوجة يحدد الانبعاثات الاشعاعية الاجسام (مثل: مصادر اشعاع السينية) وفي حالة (YSO) يمثل مواقع الكواكب المشكّلة [7].

### I – 2 – 1 ماهية أقراص التراكم:

قرص التراكم هو غاز وغبار يدور حول جرم سماوي مركزي، يتشكل من تدفق او تراكم المادة ويتم سحب هذه الأخيرة داخل قرص التراكم [7]. ويتشكل بسبب تساقط المواد على الجسم المركزي ودائما ما يكون لها عزوم زاوية، لذلك فان المادة تستقر في سطح الدوران على شكل قرص. بعد الاستقرار داخل القرص، تكون التراكمات من الدرجة الأولى ناتجة عن إعادة توزيع العزم الزاوي لذلك فان هذه المواد تقترب من الجسم المركزي وتسقط على سطحه وتتخلى عن عزمها الزاوي الى الأجزاء الخارجية من القرص. خلال هذه العملية يعمل القرص على الانتشار، لان كمية صغيرة من المادة يجب ان تتخلى في نهاية المطاف عن عزمها الزاوي الى الخارج، في حين ان كل كتلة تفقد عزمها الزاوي تقع على النجم [8].

عادة الأقراص تخضع لمختلف عوامل عدم الاستقرار مثل: الجاذبية، تمنغظ الدوران (MIR)، عدم الإستقرار الهيدروديناميكية والحمل الحراري الذي يتسبب في الإضطراب داخل الأقراص الذي يضمن نقل العزم الزاوي إلى الخارج. وفعل الإضطراب في نقل العزم الزاوي يمكن أن نصفه بما يسمى اللزوجة المضطربة. الإضطراب يلعب دورا مزدوجا هنا، أولا هو المسؤول عن نقل العزم الزاوي الى الخارج وهذا ضروري لتطور التراكم، عدم الاستقرار ناتج عن تطور داخل نظام مضطرب ينتج عنه عوم دوران قوي يؤثر على القرص قادر على إعادة توزيع العزم الزاوي الى نصف قطر كبير. ثانيا يعمل على توفير قناة لتحويل طاقة الجاذبية المحررة مثل كتلة تقع على نجم على شكل طاقة حرارية. الطاقة تبدد، وبدوره يساهم في الإنبعاث الإشعاعات التي يمكن ملاحظتها وقياسها [8].

المادة المتراكمة تشع طاقات في مجال الأشعة تحت الحمراء، مرئي الأشعة فوق البنفسجية، وضوء الأشعة السينية، وهذا ما أكتشفه علماء الفلك وتم إستخدامه لدراسة كل من قرص التراكم والجسم المركزي. التراكم لديه كفاءة كبيرة لتحويل طاقة الجاذبية إلى إشعاع أو طاقة حرارية. في حالة النجوم النيوترونية، كفاءة التحويل يمكن أن تتجاوز 10% من معادلة الطاقة الكامنة للكتلة بينما أقصى قدر من الكفاءة يمكن أن يتحقق بفعل الدوران حول جسم أسود، أكثر من 40% [9][7].

## I - 2 - 2 عملية التراكم في الفيزياء الفلكية:

### – عملية التراكم:

في الفيزياء الفلكية، التراكم يعني تدفق المادة على جرم سماوي وهذا ما ينطبق على تراكم الجاذبية لهذا الجسم. عملية التراكم هي الأكثر فعالية لاستخراج الطاقة من المادة العادية، وهذه العملية أكثر مصدر للطاقة كفاءةً من الإندماج النووي.

إذا كان لدينا جسيم ذو كتلة  $dm$  يسقط من اللانهاية ويتراكم على قرص التراكم في المدار الدائري ذو نصف قطر  $R$  حول نجم ذو كتلة  $M$  عند تحقق التوازن نتحصل [17].

حسب قانون الأول لنيوتن فإن مجموع القوى (قوة الطرد المركزي، قوة الجذب العام) تساوي الشعاع المعدوم ولدينا :

$$\frac{v^2 dm}{R} - \frac{GMdm}{R^2} = 0 \quad \text{ومنه}$$

$$\frac{v^2 dm}{R} = \frac{GMdm}{R^2} \quad (1 - I)$$

إذن تراكم الطاقة الناتج عن الجسيمات هو:

$$dE_{acc} = dE_{\infty} - dE_R = \frac{GMdm}{R} \quad (2 - I)$$

تراكم السطوع هو تراكم المادة في وحدة الزمن:

$$L_{acc} = \frac{dE_{acc}}{dt} = \frac{GM}{R} \frac{dm}{dt} \quad (3 - I)$$

حسب هذه النتيجة للسطوع نستطيع كتابة:

$$L_{acc} = \frac{GMM\dot{M}}{R} \quad (4 - I)$$

حيث  $\dot{M}$  [g. s<sup>-1</sup>] هي معدل التراكم.

## I - 3 نماذج عن أقراص التراكم في الكون:

توجد عدّة نماذج للأقراص التراكم من بينها نموذج أقراص النجوم والكواكب الأولية الذي سنقوم بدراسته خلال بحثنا هذا.

## I - 3 - 1 الأنظمة الثنائية:

تشير الملاحظات أن الغالبية العظمى من النجوم تتشكّل في الأنظمة الثنائية أو أنظمة متعددة. عادةً ما تتشكّل هذه الأنظمة نتيجة دوران الشظايا في السحابة خلال المرحلة المتجانسة من الإنهيار<sup>[10]</sup>. إذا كان النظام الثنائي يتضمّن نجم ضخم بما فيه الكفاية ( $M > 2M_{\odot}$ )<sup>[11]</sup> والنجوم الأخرى قد لا تزال في مرحلة التسلسل الرئيسي لتطوّر النجوم، النجم الابتدائي يفقد إستقراره وينهار للوصول إلى نهاية حياته كجسم منضغط، قزم أبيض، نجم نيوتروني أو ثقب أسود. عندما يحدث هذا، فإن مجال الجاذبية القوي للجسم المنضغط يقود النجم العادي لتجاوز سطح كموونه الحرج أو حيّز روش ومادّته تسقط على النجم المنضغط.

عندما تكون النجوم قريبة بما فيه الكفاية لبعضها البعض، تصبح قوة الطرد المركزي ماثلة لقوى الجاذبية، وتبدأ المادة المتراكمة بالحركة في المدار الدائري لتشكيل قرص التراكم حول الجسم المنضغط، فإنّها تفقد تدريجياً العزم الزاوي من خلال عدة آليات تنتقل من خلالها بطريقةٍ لولبية إلى الداخل وتقع على الجسم المنضغط. يميّز نوعين من التفاعل للنجوم الثنائية وهما:

## أ- المتغيرات الكارثية (CV):

المتغيرات الكارثية هي أنظمة ثنائية تتكوّن من قزم أبيض أساسي والثانوي نجم في مرحلة التسلسل الرئيسي أو نجم عملاق أحمر. يميّز هذا النوع بتدفق الكتلة من النجم الثانوي نحو الأساسي ويتشكل قرص التراكم حول القزم الأبيض. الدور لهذا الثنائي يتغير عموماً من 80 دقيقة إلى 15 ساعة. مصير القزم الأبيض يعتمد على معدل التراكم  $\dot{M}$ :

إذا كانت  $\dot{M} \approx (10^{-8} - 10^{-6}) M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ ، تستمر عملية التراكم وكتلة النجم تقارب كتلة شاندراسكار  $1.4M_{\odot}$  ينصهر الكربون في مركز النجم على مستوى القلب ويتحرك نحو السطح. هذه الحركة تكون بسرعة أقل من سرعة الصوت تحول ما يقارب نصف كتلة القزم الأبيض إلى حديد، مما يؤدي إلى تعطل تام في النجم فيتسبب هذا في إنفجار على شكل مستعر أعظمي من الفئة الأولى، أما إذا كانت  $\dot{M}$  أكبر من  $10^{-6}$  لا يمكننا ملاحظة حطام الإنفجار لأنّ القزم الأبيض ضمن مغلف كبير.

## ب- ثنائيات الأشعة السينية (XRB):

ثنائيات الأشعة السينية هي أنظمة ثنائية تتكون من نجم نيوتروني أساسي أو ثقب أسود والثانوي عبارة عن نجم خلال التسلسل الرئيسي أو نجم عملاق أحمر. تنتقل المادة من النجم الثانوي إلى النجم الأساسي ويتشكل قرص تراكم حوله. المواد المتراكمة تصبح حارة جداً وتحرّر طاقة الجاذبية الكامنة وتزداد إلى أن تصل عشرات المرات مما كانت تمتلكها الكتلة بإعتبارها أشعة السينية.

XRB هي مصادر لمعان الأشعة السينية في مجرتنا وتتميز حسب حالة المتغيرات في السطوع على فترات زمنية تتراوح بين ميلي ثانية لأشهر وسنوات. يتراكم الهيدروجين على سطح النجم الأولي، مع إرتفاع في الكثافة ودرجة الحرارة وعندما تزدادان بما فيه

الكفاية يحدث إنفجار على سطح النجم الأساسي. هناك نوعان من ثنائيات الأشعة السينية، وكتلة النجم المرافق (الثانوي) تحدد نوع التراكم الذي يحدث<sup>[10]</sup>.

- ثنائيات الأشعة السينية ذات الكتلة المنخفضة (LMXB): النجم الثانوي ذو كتلة أصغر من أو تساوي كتلة الشمس، يحدث التراكم مع تجاوز حيز روش.
- ثنائيات الأشعة السينية ذات الكتلة المرتفعة (HMXB): هذه الثنائيات قوية الأشعة السينية حيث النجم الثانوي ضخمة ذو كتلة  $M \geq 10M_{\odot}$ . هذا النجم يدفع المادة على شكل رياح في الفضاء، إذن جزء منها يسقط على النجم الأولي لبدء عملية التراكم حوله.

### I – 3 – 2 نواة المجرة النشطة (AGN) :

ومن المسلّم به على نطاق واسع الآن أن مركز معظم أو جميع المجرات عبارة عن ثقب أسود هائل (تصل كتلته إلى بضعة ملايين كتلة الشمس). كتلة ضخمة من هذه الأجسام تنمو، ممّا يعني أن المجرات تكون نشطة من وقت الآخر. وAGN هي ألمع الأجسام في الكون، التي تظهر في كل الطيف الكهرومغناطيسي وغالبا ما يكون هناك قمة ممتدة من الراديو إلى أشعة غاما. إضافة إلى إنتاج قوة هائلة مقدرة بعدة بلايين مرة من لمعان الشمس إلى  $(10^{49} \text{erg/s})$  ولكن كما أن الثقب الأسود لا يصدر شيء، وبالتالي فإنه يعتقد أن الإشعاع من AGN ناتج من مواد تم تسخينها إلى عدة ملايين درجة، وهذه المادة قريبة من مركز الثقب الأسود تشكل قرص تراكم قبل وقوعها في الثقب الأسود.

المراقبة الحديثة رصدت وجود بنية أخرى مماثلة لقرص التراكم، وهي عبارة عن مادة بارزة تشكلت حول القرص، التي تحتوي على الغاز والغبار والحطام ونجوم تعطلت بسبب مرورها بالقرب من الثقب الأسود<sup>[12]</sup>.

### I – 3 – 3 أقراص فلكية أخرى:

بالإضافة إلى ما ذكر سابقا، هناك العديد من الأمثلة الأخرى لأقراص التراكم في الكون.

#### أ- الثنائيات المدمجة:



الشكل (I – 15) صور لثقب أسود يلتهم نجم نيوتروني<sup>[13]</sup>.

الثنائيات المدمجة هي أنظمة ثنائية ضخمة، تحتوي على ثنائية من بقايا النجوم المدمجة (قزم أبيض، نجم نيوتروني أو ثقب أسود).

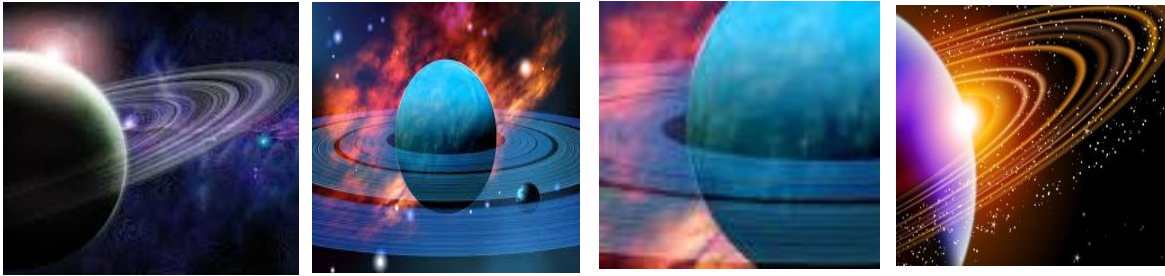
لأن حقل الجاذبية للأجسام المندمجة كثيف جداً، النجوم تفقد طاقتها بينما تنبعث منها موجات الجاذبية تقترب أكثر فأكثر من النجم مع سرعات مقاربة لسرعة الضوء. عند إقترابهم بما فيه الكفاية، قوى المد والجزر تسحب المكونات الأقل ضخامة لتشكيل قرص تراكم حول المكونات الأكثر ضخامة. في بعض الحالات (النجوم الثنائية المكونة من نجمين نيوترونيين، الثقب الأسود وثنائيات قزم أبيض أو الثقب الأسود وثنائيات النجوم النيوترونية)، سريعة الاندماج (كانت مقترحة لأول مرة من قبل Paczynski في عام 1986) وتشكيل ثقب أسود واحد مع بروز حطام متناثر الذي يمثل قرص التراكم، حيث تتراكم المادة بسرعة على الثقب الأسود المركزي الشكل (I – 15).

في كل تشكيل لثقب أسود عن طريق إلتحام جسمين مندجين يتم تحرير طاقة هائلة (erg.  $s_{1053}$ ) على شكل كرات نارية لمدة قصيرة، انفجارات أشعة غاما (> 2 ثانية)

#### أ- النجوم Be /Ae المرئية الضخمة (HAEBE)

HAEBE تكون النجوم في مرحلة قبل التسلسل الرئيسي بكتلة من 2 إلى 10 كتلة الشمس. سرعة دورانها كبيرة، تكون أكثر سخونة وإشراقاً من النجوم ذات الكتلة المنخفضة T Tauri النجوم ذات كتلة ( $M < 2M_{\odot}$ ) ومدة حياتها أقصر لأنها تقضي وقتاً أقل خلال التطور للوصول إلى مرحلة التسلسل الرئيسي. هذه الأجسام النجمية الشابة جزء من سحابة جزيئية هائلة من الغاز والغبار، وربما مرتبة في محيط قرص التراكم الذي يرتبط مع تدفق قوي للأشعة تحت الحمراء وبوفرة بسبب الإنبعاثات العنوية.

#### ب- حلقات الكواكب:



الشكل (I – 16) تظهر الصورة حلقات كوكب المشتري و أورانوس و نبتون و زحل .

حلقات الكواكب هي حلقات رقيقة جدا محيطة بالكواكب، إلا أنها تشترك في بعض الخصائص الديناميكية مع أقراص التراكم الغازية. فهي تتشكل من جزيئات الجليد تتراوح في حجمها من ذرات الغبار إلى صخور ذات أقطار ببضعة أمتار. حلقات الأنظمة موجودة في جميع الكواكب الغازية العملاقة في نظامنا الشمسي، وجدت حول الكواكب المشتري، أورانوس، نبتون و زحل، وهذا الأخير نستطيع مشاهدة حلقاته بسهولة من خلال التلسكوبات. أصل حلقات هذه الأنظمة لا يزال مثير للجدل.



### ت-المجرات الحلزونية:

أكثر من نصف المجرات التي تمّ رصدها هي عبارة عن مجرات لولبية، والمجرات الحلزونية هي أكثر نوع شائع في الكون، وهي على شكل أقراص دوّارة من الغاز، الغبار والنجوم. هذه المجرات لديها بنايات معقدة مع ثلاثة عناصر هي:

الأذرع الحلزونية، الإنتفاخ، والهالة. والأذرع الحلزونية هي مناطق تشكل النجوم النشطة، فهي غنية بالغاز والغبار وأصغر النجوم مثل النجم الأزرق والأزرق الأبيض التي تجعل من الأذرع الحلزونية واضحة للغاية. الإنتفاخ هو نواة المجرة فهو الأكثر كثافة ذو لون أحمر بسبب وجود العديد من النجوم القديمة في هذه المنطقة كالنجوم الحمراء، وفي القلب يمكن العثور على ثقب أسود هائل كتلته تقدر بملايين المرات من كتلة الشمس. وتعتبر الهالة جزء من المجرات الحلزونية وتظهر بشكل كبير وغير مرئي تتكون من مواد منجذبة التي تشكل النجوم، والمادة المظلمة والحشود الكروية من النجوم.

أقراص المجرات الحلزونية ليست كبلرية، فهي ذات جاذبية ذاتية قوية وعمليات التراكم تحتاج إلى وقت طويل أكثر من النجوم.

مجرتنا، درب التبانة، وأقرب مجرة هي مجرة أندرو وميدا، كلاهما أكبر المجرات الحلزونية.

### I - 3 - 4 أقراص النجوم والكواكب الأولية:

عملية التراكم هي المرحلة الأساسية خلال تشكيل النجم في هذه المرحلة من حياتها، فإنها تكتسب معظم كتلتها من خلال التراكم من وسط ما بين النجوم، حيث يطلق على القرص قرص النجوم الأولية (protostellar). تبدأ النجمة الحياة كنجم أولي بكتلة اقل من  $10^{-2}M_{\odot}$  وتستمر في النمو في نفس الوقت الذي تستمر فيه الكتلة بالسقوط على النجم على شكل تصادمات متراكمة على سطحه. أولاً نستعرض مراحل تشكل النجم التي أجريت في مختلف الدراسات مؤخرًا، ونحن سوف نذكر فقط المراحل التي تكون فيها عملية التراكم مهمة [14].

يبدأ تشكّل النجم بإهتزاز الجاذبية بسبب عدم الإستقرار والكتلة الكثيفة داخل السحابة الجزيئية، هذه الكتلة قد تفتتت إلى نوى صغيرة لتشكيل نوى النجم الأولي الدوّار. وبمجرّد أن يصبح القلب كثيف بصري وفي حالة عدم توازن هيدروستاتيكي، الجسم المتشكّل يسمّى بالنجم الأولي. والنجم الأولي جزء من مغلف سميك بصري ممتد، ويتدفق الغاز على قلبه بسرعات أكبر من سرعة الصوت. تحت تأثير مجال مغناطيسي وحركة دورانية، المغلف يعمل على الإنتشار ويظهر مايسمى بقرص التراكم، ثم يبدأ النجم المركزي بالإشراق ويشاهد طيفه في مجال الأشعة المرئية والأشعة تحت الحمراء. تلسكوبات الحديثة كشفت بعض خصائص غير متوقّعة لكلّ من الأقراص والنجوم الشابة التي تتوقع من قبل أيّ نوع من النظريات.

ومن بين هذه النماذج سنسلط الضوء على نموذج ( أقراص النجوم و الكواكب الأولية ) ونحاول الإعتماد عليه في عملنا هذا لأنّه محل موضوعنا ودراستنا.

## الفصل الثاني:

تجاذب قرص- كوكب

## II - 1 قرص كوكبي أولي:



الشكل (II - 1) صورة تخيلية لنجم يافع يطوقه قرص كوكبي دوار [15].

هو نوعٌ من الأقراص النجمية الدوّارة وهو عبارة عن جِزائٍ من الغاز والجليد والكواكب المصعّرة، يقع حول نجمٍ في طور التكوين أو حديث النشئ. من الممكن أن يُعتبرَ القرص الكوكبي الدوار أنه قرص مزود، لأنّ بعض الغازات من الحافة الداخليّة له تضعف (تنقص) أحياناً ويجذبها النجم ويضمّمها إليه. لكنّ ليس من المفترض أن يكون جذب الغاز هو أمراً صعباً وقليل الحدوث في الأقراص المتنامية (تنامي)، لذلك فيعتقد الفلكيون أنّ الكواكب الغازية تتشكّل من هذه الأقراص.

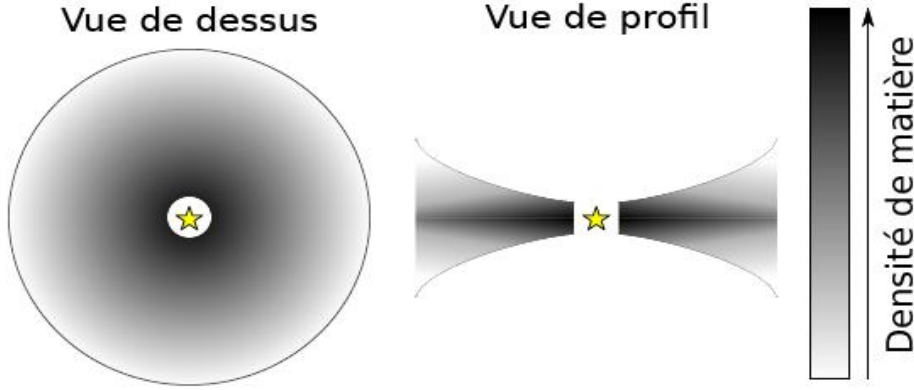
متوسط نصف قطر الأقراص الكوكبية هو 1000 وحدة فلكية (5 أيام و13 ساعة ضوئية تقريباً). ونتيجةً لهذا البعد الكبير (1000 ضعف بعد الأرض عن الشمس) فهذه الأقراص باردة ما عدا الحافة الداخلية لها، التي من الممكن أن تصل حرارتها إلى 1000 كلفن. حيث تتكوّن هذه الأقراص عادةً من السحب الجزيئية، فعندما يولد نجم في هذه السحابة ويتكوّن بالكامل وتصبح جاذبيته قوية يبدأ بجذب السحابة. وتبدأ السحابة بالإنكماش وتأخذ كثافتها بالتزايد ومع الوقت يبدأ الغاز المتجمّع بالتحرك حول النجم ويُشكّل القرص الكوكبي الدوار [15].

## II - 1 - 1 تشكّله وتطوّره:

خلال مراحل مختلفة من تشكيل النجم، يتبدّد الغاز ويحدثُ تكوين الكواكب بينما تنهارُ السحابة الجزيئية بسببِ الحفاظ على الزخم الحركي، بحيث يدور السديم بسرعة أكبر كلّما إنهار، و عندما تتكاثف المواد الموجودة داخله يزداد تواتر الإصطدامات بين الدرات التي تتكوّن منها. ممّا يُحوّل طاقتها الحركية إلى حرارة. ومن ثمّ يتم جمع معظم الكتل الأكثر حرارة من القرص المحيط به على مدى فترة 100.000 عام، تسببت قوى التنافس في الجاذبية وضغط الغاز والمجالات المغناطيسية والدوران في تقلص السديم

وتسويته إلى قرص كوكبي دوار بقطر حوالي 1 200 AU (وحدة فلكية). وهذه هي الطريقة التي يدور بها قرص التنامي الناتج عن تأثير سحابة الغاز.

## II - 1 - 2 تطوّر الهيدروديناميكية للقرص:



الشكل (II - 3) تمثيل التوزيع الشعاعي والسمت للغاز في قرص من الكواكب الأولية<sup>[17]</sup>.

في البداية:

من غير المحتمل أن يكون الزخم الحركي للسحابة صفرًا تمامًا. حتى إذا كان دورانه غير محسوس خلال المراحل المبكرة من جاذبيته، فإن قرص التراكم لا يزال يدور. وقبل النظر في تطوره، من المهم النظر إلى كتلة النجم المركزي حيث إذا كانت كتلة القرص من ترتيب كتلة النجم فعندئذ تتطور حالة عدم الاستقرار ولا يمكننا إهمال الجاذبية الذاتية للقرص.

قد يُؤلّد عدم استقرار الجاذبية الضعيف كثافة حلزونية مضطربة (الشكل الحلزوني هو نتيجة للدوران المتباين)، والتي هي المسؤولة عن تحويل مادة القرص إلى الداخل والعزم الزاوي إلى الخارج. الشكل (II - 3) لقطة مأخوذة من محاكاة هيدروديناميكية للجاذبية الذاتية للقرص.

تظهر بنية الدوامة المعيار الذي يتحكم في أهمية الجاذبية الذاتية للقرص هو معيار (Toomre Q).

$$Q = \frac{\kappa C_S}{\pi G \Sigma}$$

$\Sigma$  تمثل الكثافة السطحية

$\kappa$  هو تردد تداويري في القرص

$C_S$  سرعة الصوت

$G$  ثابت الجاذبية

في هذه المسألة  $\pi G \Sigma$  يمثل كتلة القرص

ترتبط سرعة الصوت  $C_S$  بالضغط الحراري والتردد التداويري  $K$

$Q$  هو بعد متغير دوره تحديد ما إذا كان القرص الغازي مستقر الجاذبية أم لا وبالتالي:

- إذا كان  $1 > Q$  عدم الإستقرار في وسط أسطواني متجانس يتطور في القرص.
- إذا كان  $1 < Q$  القرص مستقر في حالة الأقراص ذات الكتلة المنخفضة.
- إذا كان  $1 \simeq Q$  عدم الإستقرار غير المتجانس يظهر في القرص.

تطبق هذه الآلية فقط في الأقراص الضخمة جداً مثل تلك التي تم تشكيلها في المراحل الأولى من حياة النجوم حيث كتلة القرص هي أكبر من تلك المتعلقة بنجم الأولي. مع مرور الوقت، يصبح عدم الإستقرار هذا مهملاً لأن إعادة التوزيع السريعة لمادة القرص يؤدي إلى تقليل من كتلتها عن طريق التراكم على النجم المركزي.

سننظر فقط في الأقراص التي تكون كتلتها منخفضة أمام كتلة النجم فإنّ الوقت اللازم لفقدان الوزن الكافي للقرص سيكون قصيراً مقارنةً بعمره وزمن تكوين الكواكب. حيث أننا سنهتم بمراحل تكوين الكواكب أيّ عندما يكون لدى أجنّة الكواكب كتلة من عشر كتلة الأرض على الأقل، فمن المعقول الاعتقاد أنّ القرص في مرحلة منخفضة الكثافة يكون التقريب صحيحاً وسليماً في مثل هذه الحالة فإنّ القدرة الثقالية للنجم الذي يسيطر على ديناميكية الغاز وبإهمال تأثير الضغط الأخير يمكننا أن نكتب السرعة الزاوية للغاز على أنّها مساويةً لسرعة الزاوية الكبلرية.

$$\frac{Md}{M \star} \approx \frac{H}{R}$$

حيث إن:

$$Md \text{ و } M \star \text{ على التوالي كتلة القرص والنجم، } H = \frac{c_s}{\Omega} \text{ هو مقياس إرتفاع القرص، } R \text{ المسافة إلى النجم.}$$

سننظر فقط في الأقراص التي تكون كتلة  $Md$  ضعيفة أمام كتلة النجم  $M \star$  فإنّ الوقت اللازم لفقدان الوزن الكافي للقرص سيكون قصيراً مقارنة بعمره وزمن تكوين الكواكب. سننظر فقط في الأقراص التي تكون كتلتها منخفضة أمام كتلة النجم حيث أننا سنهتم بمراحل تكوين الكواكب أيّ عندما يكون لدى أجنّة الكواكب كتلة من عشر كتلة الأرض على الأقل، فمن المعقول الاعتقاد أنّ القرص في مرحلة منخفضة الكثافة يكون التقريب صحيحاً وسليماً في مثل هذه الحالة فإنّ القدرة الثقالية للنجم الذي يسيطر على ديناميكية الغاز وبإهمال تأثير الضغط الأخير يمكننا أن نكتب السرعة الزاوية للغاز على أنّها مساوية لسرعة الزاوية الكبلرية.<sup>[17]</sup>

$$\Omega = \sqrt{\frac{GM_*}{R^3}}$$

G هي ثابت الجاذبية

R هي المسافة إلى النجم

ولوحظ أن السرعة هي أقل قليلاً من kaplrian بسبب ضغط الغاز.

هناك قوة التفكك بين إثنين من حلقات الغاز متحدة المركز وذلك بسبب فرق السرعة الخاصة بهم حيث هذا الاختلاف في السرعة يوكد الإحتكاك بسبب لزوجة القرص التي تسخن الغاز ويجعله يفقد الطاقة ويتم تحويل جزء من طاقة الجاذبية للغاز إلى حرارة إخلاؤها بعد ذلك بإشعاع الجسم الأسود.

- في النتائج الأولى تظهر اللزوجة في معادلة الطاقة
- في النتائج الثانية يفقد الغاز الطاقة وبالتالي ينحرف ببطء نحو النجم المركزي فيجذبه إليه ويضمه

لذلك نعرف معدّل الانحراف السليبي الموجّه نحو النجم الذي يحرك الغاز بشكل تدريجي (مع قيمة  $v_p$  سلبية)

من أجل وصف التطور الهيدروديناميكي لقرص الغاز سوف نستخدمه على التوالي للحفاظ على الكتلة والعزوم الحركية.

## II - 1 - 3 لزوجة القرص:

### 1- اللزوجة الجزئية (الديناميكية):

تعتبر اللزوجة الجزئية بأنها مقدار مقاومة السوائل للجريان وعلاقة هذه المقاومة بدرجة حرارة السائل. فكلما زادت درجة حرارته تقل مقاومة جريانه وحركته ويعود السبب في هذه الظاهرة إلى قوى التماسك بين الجزيئات والمسافات الصغيرة التي بينها فعند زيادة درجة حرارة السائل تقل قوى الترابط والتماسك بينها وتزيد طاقتها الحركية وبالتالي تصبح قوى التجاذب بينها ضعيفة مما يقلل مقدار اللزوجة. كما يرتبط مقدار اللزوجة بسرعة تدفق السائل فتزداد عند زيادة السرعة وهذا يعني أن مقاومة الحركة والجريان تزداد.

يمكن تحقيقها من خلال:

$$v \sim \lambda c_s$$

$$\lambda = 1/n\sigma_{mol}$$

حيث:

$C_S$  سرعة الصوت في الوسط

$\lambda$  متوسط المسار الحر في الغاز

$n$  تركيز الجسيم

$\sigma_{mol}$  قطر تصادم

وعندما نتحدث عن اللزوجة  $\nu$  في القرص، فإنها ليست اللزوجة الجزيئية الكلاسيكية التي تكون منخفضة جداً عند الكثافة التي توجهها. بل نتحدث عن اللزوجة الحركية (بسبب مصدر الاضطراب الذي يحدث في الغاز) ومن النادر أن يتم حساب اللزوجة باستمرار بسبب الزيادة الكبيرة في زمن الحساب وبالتالي لا تؤدي بالضرورة إلى نتائج دقيقة نظراً للعديد من أوجه عدم اليقين حول الغبار والإقتران والمجال المغناطيسي. لذلك وضعت عدّة نماذج وفرضيات لحساب لزوجة القرص منها:

- الفرضية الأولى: اللزوجة ثابتة في قرص كبير جداً على سبيل المثال تتراوح من 0.1 الى 100 وحدة فلكية هو بالتأكيد غير متوافق مع فيزياء القرص.
- الفرضية الثانية: يستخدم فيها نموذج آخر يستخدم على نطاق واسع لزوجة القرص هو الوصف  $\alpha$  حيث قمنا بدراسة لزوجة القرص وفق لهذا النموذج .

## 2- أقراص ألفا:

يمكن إدخال مسلمة ذات أبعاد  $\alpha$  [shakura and sunyaev, 1973]. في هذه التشكيلات يتم إجراء عدة فرضيات بحيث يعتبر الاضطراب دون سرعة الصوت ومقياس الدوامات المضطربة أصغر من مقياس إرتفاع القرص. إنّ الآلية الأكثر احتمالاً لتكون مصدر لزوجة ألفا هي عدم الاستقرار المغناطيسي ونتيجة لذلك يمكن تعرف اللزوجة  $\nu$  الحركية بأنها:

$$\nu = \alpha c_s H$$

حيث:

$H$  مقياس الارتفاع للقرص

$\alpha$  مسلمة الأبعاد  $1 \ll \alpha$  التي تجعل من الممكن زيادة شدة الاضطرابات في القرص لذلك هي مرتبطة باللزوجة.

تتراوح قيمة  $\alpha$  النموذجية بين  $10^{-2}$  و  $10^{-4}$ .

يجعل هذا النموذج من الممكن تحديد لزوجة غير ثابتة في قرص الغاز الذي يبدو بالفعل أكثر تشابهاً مع قرص الغاز الممتد

$$[0,1 - 100].$$

### 3- التأين في القرص الكوكبي الأولي:

من الضروري أن يكون جزءًا على الأقل من القرص متأينًا، حيث في هذا الجزء سيكون من الممكن نقل الزخم الحركي عن طريق اللزوجة الحركية (المضطربة)، لأنه دون وجود التأين لا يوجد أيّ إقتران بين المجال المغناطيسي وحركة القرص، ومن أجل تطوير التصوير بالرنين المغناطيسي يجب أن يتجسد هذا الإقتران بين (المجال المغناطيسي وحركة القرص).

## II - 2 الكواكب:



الشكل (II - 4) صورة تمثل كواكب المجموعة الشمسية (كواكب غازية، كواكب صخرية)

هو كل جرم سماوي يدور في مداراتٍ ثابتة مستقلة لذاته حول نجم أو بقايا نجم في السماء وهو كبير بما يكفي ليصبح شكله مستدير تقريباً بفعل قوة جاذبيته، ولكنه ليس ضخماً بما يكفي لدرجة حدوث اندماج نووي حراري، حيث أنه لا يشعُّ الضوء من ذاته وإنما يستمدُّه من أحد النجوم التي يدور حولها<sup>[18]</sup>.

وتنقسم هاته الكواكب إلى قسمين:

1- الكواكب الداخلية: وهي عطارد، الزهرة، الأرض، المريخ.

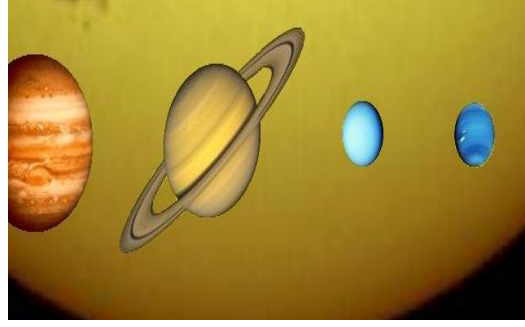
2- الكواكب الخارجية: وهي المشتري، زحل، أورانوس، نبتون.

وتُصنّف أيضاً حسب طبيعتها إلى صنفين: كواكب أرضية وهي الكواكب القريبة من الشمس (عطارد، الزهرة، الأرض، المريخ) وتسمى كواكب صخرية لأن لها صخور على سطحها حيث تتكوّن من نفس المواد الموجودة على الأرض، والأربعة كواكب في ما وراء مدار المريخ وهي (المشتري، زحل، أورانوس، نبتون) ويُطلق عليها الكواكب العملاقة الغازية.





الشكل (II - 6) كواكب صخرية: عطارد، الزهرة، الأرض، المريخ.



الشكل (II - 5) كواكب غازية المشتري، زحل، أورانوس، نبتون.

## II - 2 - 1 تشكّل الكواكب:

### الكواكب المصغرة :

عند أول بداية عملية بناء الكواكب، يحوي القرص الكوكبي الأولي مالا يزيد كثيرا عن جزيئات الغاز وحبيبات غبار الكربون المغطاة بالجليد، والتي تدور جميعا حول النجم المنتامي في المركز. أثناء دوران الجسيمات حول المركز تصادم وتتربط معًا بالقوى الكهروستاتيكي. الحبيبات الأكبر التي تتكون تتربط بدورها مع الحبيبات الأخرى، ويتكثّر ذلك المرة تلو الأخرى ويتزايد تدريجيا حجم الحبيبات. هكذا يحدث خلال آلاف السنين. وبعدها لا يستغرق الأمر إلاّ مئات قليلة من السنين ليحدث تحول كامل في القرص. تكون النتيجة تكوين عاصفه تحوي من أجرام لا تحصى من أشباه الكويكبات عرضها بقرب من الكيلومتر الواحد (نصف الميل) تسمى بالكواكب المصغرة وهي وحدات بناء الكواكب.<sup>[18]</sup>

يمثل ظهور الكواكب المصغرة نقطة تحوّل في عملية بناء الكواكب. لا تُعدّ هذه الأجرام في حاجة للإعتماد على إصطدامها بصدفة بالأجرام المجاورة الدوّارة حتى تتنامى إلى حجم أكبر، وبدل من ذلك فإنّ لديها من الكتلة الجوهرية ما يجعلها تتحد معًا بقوة الجاذبية المتبادلة. التنامي بواسطة الجاذبية يُعرّفُ بأنه إلتهام، ويحوّل في النهاية الكواكب المصغرة إلى كواكب حقيقية وبعد تشكّل الكواكب يؤدي إلى تدفق الإشعاع من النجم وينفث ما بقي من الغاز والغبار بعيدًا ليبقى النجم والكواكب.

على الرغم من أنّنا نعلم أن الكواكب تحيط بالنجوم في المجرة، فإنّ الكيفية التي تشكّلت بها هذه الكواكب لا تزال موضعاً للنقاش. وعلى الرغم من ثراء العالم في نظامنا الشمسي، فلا يزال العلماء غير متأكدين من الكيفية التي تنشأ بها الكواكب؛ إذ إن هناك ثلاث نظريات تدرس هذا المجال.

. النظرية الأولى هي الأكثر قبولا على نطاق واسع، وتسمى "نظرية التراكم المركزي"، وعلى الرغم من أن هذه النظرية قد تكون مناسبة لتفسير تشكّل الكواكب الأرضية مثل الزهرة، ولكنّها قد تعاني بعض المشاكل عندما يأتي الأمر لتطبيقها على الكواكب العملاقة الأخرى. النظرية الثانية والتي تعتمد على نموذج عدم إستقرار القرص، فقد تكون أكثر قدرة على تفسير نشوء هذه الكواكب العملاقة. والنظرية الثالثة هي نظرية تراكم الحصى، وما زال العلماء يدرسون الكواكب داخل وخارج النظام الشمسي، في محاولة منهم لفهم أي من تلك النظريات هي الأكثر دقة.

## II - 3 النظم الكوكبية الغير شمسية:

في بداية الثمانينات توصلت النظريات إلى أن القوى التثاقلية بين كوكب أولي وقرص الغاز المحيط به وكذلك فقد الطاقة، بسبب القوى الناشئة عن لزوجة الوسط الغازي، قد تؤدي إلى تبادلات كبيرة جداً للطاقة والزخم الزاوي بين الكوكب الأولي والقرص. وإذا اختلفت عزوم الدوران التي تؤثر بها مادة القرص الموجودة داخل مدار الكوكب الأولي عن تلك التي تؤثر بها مادة القرص الواقعة خلفه مباشرة. فقد تحدث تغيرات عنيفة وسريعة في مدار الكوكب. لكن تجدر الإشارة مرة أخرى، إلى أن هذا الاحتمال النظري لم يلق سوى القليل من الاهتمام من قبل الفلكيين الآخرين في تلك الأيام. ولم يكن لدينا سوى نظامنا الشمسي كمثال، فقد استمر منظور تكوّن الكواكب بإفتراض أن الكواكب وُلدت في مداراتها المرصودة حالياً.

إن أول نظام كوكبي خارج المجموعة الشمسية تم إكتشافه من قبل أليكس ولزازان وديل فرييل عن طريق دقة التوقيت للذبذبات لفئة فرعية من النجوم النيوترونية المتناوبة للغاية، التي سُكِّلت أثناء انفجارات المستعر الأعظم. ويحتوي هذا النظام على ثلاثة كواكب على الأقل بالقرب من المدارات الدائرية ضمن 0.5 وحدة فلكية من النجم النيوتروني، الكوكبان الخارجيان لهما كتلة تقريبا مماثلة لكتلة القمر على الرغم من أن دقة هذه القياسات لا تزال غير مسبوقة.

فإن حقيقة الدراسات الإستقصائية قد فشلت في العثور على أعداد كبيرة من النجوم النابضة، قد أعادت إلى حد كبير تفسير هذه الظاهرة، فقدان كتلة كبيرة خلال انفجار "سوبر نوبا" سيُنفى أي وجود سابق للكواكب.

تم إكتشاف أول كوكب مزعوم، وهو يدور حول النجم بيكاسي Pegasi51، من قبل ميشيل مايور وديديه كيلوز في عام 1995 عن طريق برنامج رصد سرعة شعاعي للنجوم القريبة، ومنذ ذلك الحين، تم العثور على مئات الكواكب خارج المجموعة الشمسية، والأغلبية تم العثور عليها عن طريق البحث الشعاعي. تقنية علم الفلك وتقنية التصوير المباشر، من المرجح أن تلعب دوراً متنامياً في إكتشاف كواكب مستقبلية. هذه التقنيات مكّمت لبعضها إلى حد كبير - كل طريقة لها قواعدها الخاصة بها، وتقدم معلومات مختلفة عن الكواكب المكتشفة<sup>[19][20]</sup>.

## II - 4 تجاذب قرص \_ كوكب:

### II - 4 - 1 هجرة الكواكب:

إن الكوكب المدمج في قرص غازي أو جسيمات صغيرة يقوم عادة بإعادة توزيع المواد في جواره، مما يتسبب في تغيير مدار الكوكب. التفاعل الجاذبي مع القرص يمكن أن يحفز أو يثبط الإنحراف المداري لكوكب الأرض ويمكنه أيضاً تغيير حجم مدار الكوكب، مما يؤدي إلى هجرة الكوكب نحو نجمه أو بعيداً عنه. يمكن لهذه التغييرات أن تحدث بسرعة على جدول زمني أقصر بكثير من الوقت اللازم لتشكيل كوكب. كانت ظاهرة الهجرة الكوكبية معروفة منذ عقود

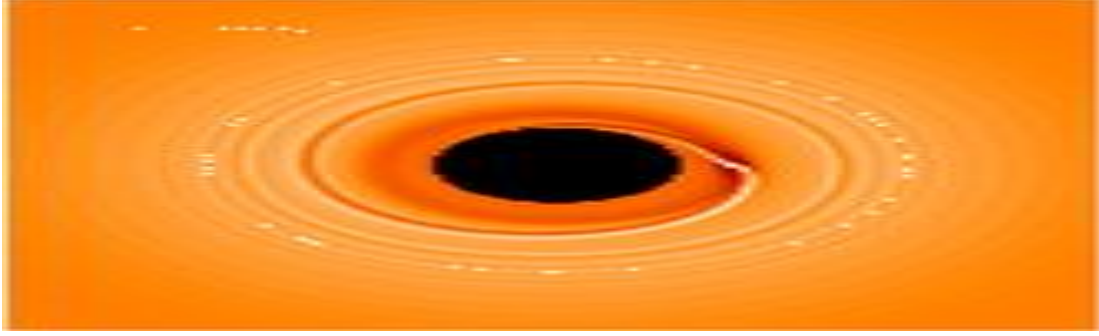
(Lin & Papaloizou 1986، Goldreich & Tremaine 1980)، ولكن الهجرة الطويلة لم تحظ بإهتمام علمي كبير،

هذه الهجرة هي الأساس من أجل فهم تشكيل النظام الشمسي<sup>[17]</sup>.

## II - 4 - 2 أنواع الهجرة:

يختلف إتجاه الهجرة ومعدّلها تبعاً لحجم الكوكب وخصائص غاز القرص. سنتطرق إلى أنواع مختلفة من الهجرة، النوع الأول يؤثر على كتلة كواكب الأرض، حيث يمكن التعامل مع تفاعل الكوكب القرصي باستخدام التقريبات الخطية ومعدّل الهجرة الناتج يتناسب مع كتلة الكوكب والكثافة. والنوع الثاني للهجرة يؤثر على كتلة كواكب المشتري. في هذه الحالة يكون الكوكب ضخماً بمافيه الكفاية لإزالة فجوة حلقيه في القرص حول مداره، وتصبح حركة الكوكب مرتبطة خطياً بالتطور اللزج للقرص<sup>[20]</sup>.

### 1-الهجرة الكلاسيكية النوع الأول:



الشكل (II - 7) يمثل النوع الأول (Type I) من الهجرة .

إنّ الغاز المدفوع الذي تعمل تأثيراته بشكل مختلف يتعلّق بكتلة الكوكب. بالنسبة للكواكب ذات الكتل الصغيرة، مثل الأرض، تظهر الآلية عندما يخلّق مدار الكوكب اضطراباً على الغاز المحيط أو القرص الكوكبي ساحباً موجات الكثافة اللولبية إليه. قد تحدث حالة من عدم التوازن بين قوة التفاعل مع اللوالب داخل وخارج مدار الكوكب، جاعلاً الكوكب يكتسب أو يفقد كمية حركة زاوية (angular momentum). إذا حدث فقدان في كمية الحركة، يهاجر الكوكب بإتجاه الداخل، وإذا حدث إكتساب فهو يهاجر نحو الخارج. يعرّف هذا بالنوع الأول (Type I) من الهجرة ويحدث في مقياس زمني قصير بالنسبة إلى مدة حياة قرص التنامي.

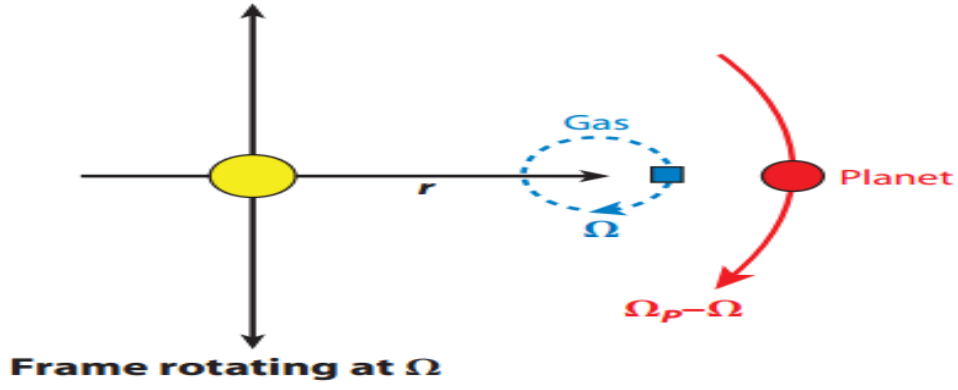
يمكن للتفاعل أن يكون كبيراً في جوار زين Lindblad حيث ترتبط السرعة الزاوية للغاز  $\Omega$  والسرعة الزاوية للكوكب  $\Omega_p$  بالعلاقة الموالية:

$$\Omega = \Omega_p \pm k_e/m$$

حيث:

m: عدد طبيعي.

$k_e \approx \Omega$  التردد التداويري للغاز (Papaloizou et al. 2007).



الشكل (II - 8) رسم تخطيطي يوضح حركة قطعة من الغاز وكوكب في إطار مرجعي يدور في متوسط السرعة المدارية للغاز.

يخضع الغاز (الأزرق) لتدرجات صغيرة في الإطار الدوار بسبب الإنحراف في مداره. يتحرك الكوكب (أحمر) بسرعة زاوية في الإطار

الدائري. يحدث رنين Lindblad عند  $\Omega = \Omega_p$ .

يتم إطلاق موجات كثافة لولبية على صدى Lindblad، تحمل الزخم الزاوي بعيدًا عن كوكب الأرض إلى مناطق أخرى من

القرص الشكل (II - 8). فالقرص الموجود خارج مدار الكوكب يمارس عزماً سلبياً على الكوكب، في حين أنّ القرص داخل

المدار يمارس عزماً إيجابياً. بشكل عام، هذه العزوم ليست متساوية. تكون رنات ليندبلاد الخارجية أقرب إلى الكوكب من الرنات

الداخلية، خاصة عندما تؤخذ تدرجات الضغط في القرص بعين الاعتبار (Papaloizou et al. 2007). ونتيجة لذلك فإنّ العزم

الخارجي أقوى، ويهاجر الكوكب نحو النجم.



الشكل (II - 9) محاكاة هيدروديناميكية اتبين استجابة قرص كواكب أولية إلى كتلة كوكب الأرض المدمج<sup>[21]</sup>.

أطياف مختلفة للون الأحمر تشير إلى كثافات سطح الغاز المختلفة، وأطياف أكثر نصوصاً تشير إلى كثافات أعلى، الكوكب المتوقع في وسط الرسم، يطلق موجات لولبية في الغاز الذي يطبق بدوره عزم دوران على مدار الكوكب، مما يسبب هجرة كوكب صغير جداً بحيث لا يغيّر الكثافة السطحية المتوسطة السمئية، ولا تتشكّل فجوات.

إنّ الهجرة الداخلية سريعة جداً لها عدّة مشاكل في تكوين الكواكب وبقائها عمومًا، وفي هياكل الكواكب العملاقة بشكل خاص. لقد تمّ تكريس الكثير من الجهد للبحث عن العوامل التي تعمل على تعديل الهجرة الكلاسيكية. معظم دراسات الهجرة من النوع الأول اعتبرت قرصًا متساويًا حراريًا عموديًا. في الآونة الأخيرة، أصبح من الواضح أن الهجرة تتغير بشكل كبير عندما يؤخذ النقل الإشعاعي داخل القرص بعين الاعتبار (Kley & Crida 2008، Paardekooper & Mellema 2006). إذا كانت عتامة القرص تُشبه غمامة الغبار بين النجوم، فإنّ الكواكب ذات الكتلة الكبيرة من المرجح أن تهاجر إلى الخارج بسبب زيادة عزم الدوران (Kley & Crida 2008). إذا كانت العتامة أقل، فستكون الهجرة إلى الداخل في القرص الخارجي وإلى الخارج في القرص الداخلي (Paardekooper & Mellema 2006)، مما قد يؤدي إلى موقع مفضل لتشكل الكواكب وبقائها على قيد الحياة.

يغيّر كل من عزم الدوران وعزم Lindblad التفاضلي، في المناطق التي تتغيّر فيها الكثافة السطحية للقرص بسرعة، مع تغيّر المسافة إلى النجم. سيكون هناك تدريج شديد للكثافة السطحية عند الحافة الداخلية للقرص، وأيضاً على الحافة الداخلية للمنطقة الميتة.

من المرجح أن تكون الهجرة الخارجية في كل من هذه المواقع، حتى لو كان الإتجاه الإجمالي للهجرة إلى الداخل (Morbidelli et

2008). قد تكون الكواكب منخفضة الكتلة محصورة بشكل تفاضلي خارج هذه المناطق. كما تتباطأ الهجرة الداخلية في الأماكن التي تتغير فيها العتامة بسرعة، بالنسبة للجهات الأمامية للقرص (Menou & Goodman 2004). إن وجود مجال مغناطيسي مثل ذلك الموجود في منطقة أوندد (تيرنر وسانو 2008)، سيؤدي إلى إبطاء أو عكس الهجرة (فرومانج وآخرون 2005).

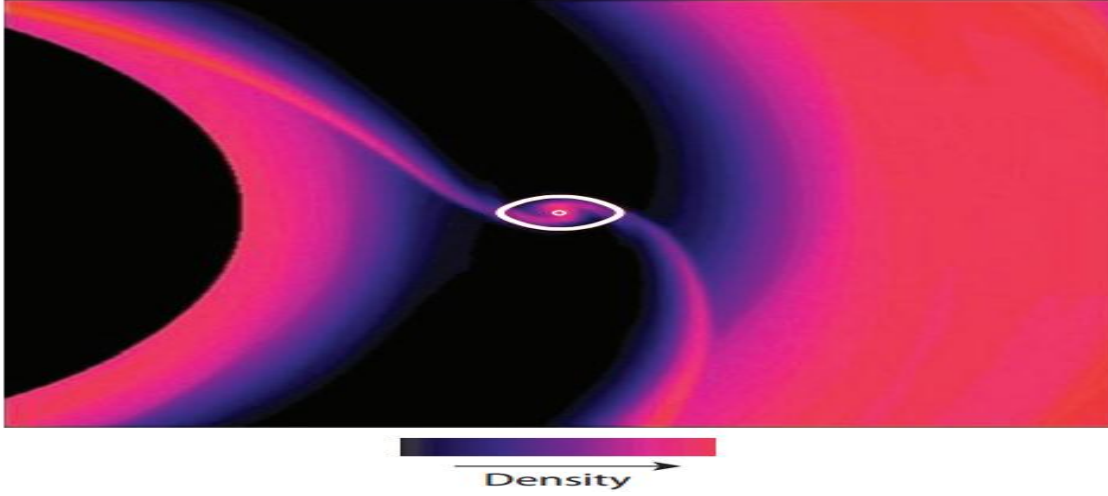
## 2-الهجرة من النوع الثاني:



الشكل (II - 10) يمثل النوع الثاني (Type II) من الهجرة .

يمكن أن يكون عزم الدوران الذي يمارسه كوكب عملاق قوياً بما فيه الكفاية لمسح الفجوة الحلقيّة في منطقة القرص حول مدار الكوكب (وارد 1997). وللحفاظ على فجوة عزم الدوران الذي يمارسه الكوكب على القرص يجب أن يتغلب على الضغط والقوى اللزجة داخل الغاز. تظهر الحسابات أن كوكباً ذو كتلة  $M$  يمسح حوالي 90% من الغاز حول مداره وبمجرد تشكّل الفجوة يُصبح التطوّر المداري للكوكب مرتبطاً بالقرص، ويهاجر الكوكب بنفس المعدّل الذي يتحرّك فيه الغاز عن طريق اللزوجة عبر القرص.

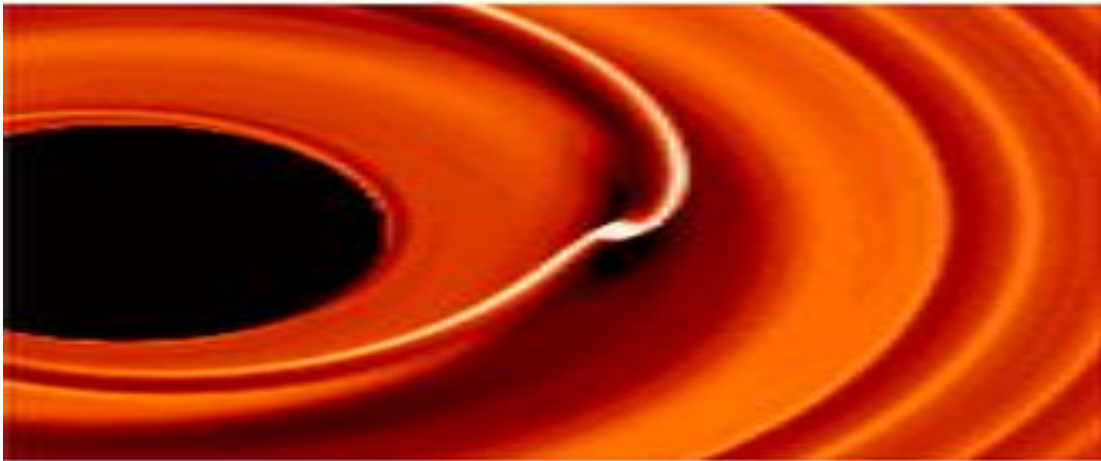
إذا كان الكوكب يقترب من حافة فجوته، فإنّ إختلال عزم الدوران الناتج يؤدي إلى إعادة الكوكب نحو منتصف الفجوة.



الشكل (II - 11) محاكاة هيدروديناميكية تبين استحابة قرص الكواكب الأولية إلى كتلة كوكب المشتري [21]. تشير الألوان المختلفة إلى كثافات سطح الغاز المختلفة: اللون الوردي هو عالي الكثافة، في حين أنّ اللونين الأزرق والأسود منخفضاً الكثافة. الكوكب الذي يقع في وسط الشكل هو ضخّم بما فيه الكفاية لمسح الفجوة الحلقيّة في القرص، وتصبح حركته مرتبطة مع الغاز. ويستمر بعض الغاز في الإقتراب من الكوكب عبر أجزاء لولبية ضيّقة تمتد من الأجزاء الداخلية والخارجية للقرص. وعادة ما تكون معدّلات الهجرة من النمط الثاني أبطأ من معدّلات النوع الأول للكواكب الكبيرة، على الرغم من أنّها لا تزال قصيرة بما يكفي لتسبّب مشاكل في بقاء الكوكب في أقراص ذات لزوجة كبيرة.

### 3- الهجرة من النوع الثالث:

- الهجرة العشوائية:



الشكل (II - 12) يمثل النوع الثالث (Type III) من الهجرة .

يكون قرص الكواكب الأولية مضطرباً، ربما كنتيجة للتصوير بالرنين المغناطيسي، فستواجه الكواكب عزم الدوران الناتج عن تقلبات الكثافة المضطربة. هذه العزوم يمكن أن تؤدي إلى الهجرة والميلان نحو الانحراف المداري (نيلسون 2005). تختلف الدوامات المضطربة على فترات زمنية مماثلة للفترات المدارية (Laughlin et al. 2004، Nelson 2005)، وبالتالي فإنّ عزم الدوران الناتج يكون عشوائياً وليس سلساً، مما يتسبب في حدوث مرور عشوائي لمدار كوكب. قد تعمل الهجرة العشوائية إلى جانب أو تحل محل الهجرة السلسلة، اعتماداً على مستوى الإضطراب (Laughlin et al. 2004، Nelson 2005).

على عكس الهجرة الكلاسيكية، فإنّ معدلات الهجرة العشوائية مستقلة عن كتلة الكواكب، لأنّ تغيّر كثافة سطح القرص لا تنجم عن الكوكب. بالإضافة إلى ذلك فإنّ الحركة العشوائية للهجرة تعني أنّها تُعدُّ أهمُّ بشكلٍ تدريجي من الهجرة السلسلة المبكرة عندما تكون كثافة سطح القرص عالية (Chambers 2008).

## II - 4 - 3 تأثير الهجرة على تشكيل الكواكب:

يمكن أن تتشكل نوى الكواكب العملاقة وتعيش تحت هجرة مثالية من النوع الأول، ولكن فقط إذا كانت الكويكبات صغيرة نسبياً، وتتشكل النوى بعد أن يتناقص القرص بشكل جزئي. ومن المحتمل أن تكون الهجرة العشوائية الناجمة عن تقلبات الكثافة المضطربة شديدة الضرر بتكوين الكوكب.

الكواكب الغازية العملاقة التي تشكلت في وقت مبكر سوف تخضع للهجرة من النوع الثاني، إلى الداخل لتصبح كوكب المشتري أما الكواكب العملاقة التي تشكلت في وقت متأخر من المحتمل أن تتعرض للهجرة من النوع الأول إلى الخارج.

يمكن أن تتكوّن الكواكب الأرضية في وجود هجرة مثالية من النوع الأول، ولكن يتم تقليل مردودية التشكل في أقراص أكثر ضخامة. حيث الكتلة النهائية للكواكب الأرضية تعتمد فقط على الكتلة الأولية للقرص. إنّ هجرة الكواكب العملاقة لا تمنع الكواكب الأرضية من التطور، ولكن من المرجح أن يكون لهذه الكواكب محتوى متذبذب أكثر من الأرض.



## II - 5 المعادلات الأساسية لأقراص تراكم:

### II - 5 - 1 قرص التراكم كوكبي أولي:

يعتبر القرص الكوكبي الأولي أحد نماذج أقراص التراكم، وهو عبارة عن طوق من الغاز والغبار وكواكب مصغرة، تدور حول نجم حديث النشء، وتلتحم مع بعضها لتشكل قرصاً كوكبياً أولي، والذي يمثل الموقع الأنسب لتشكيل الكواكب وتطورها. ولمعرفة كيفية عمل اللزوجة على نقل الزخم الزاوي، سنعتبر أبسط نموذج لقرص التراكم: قرص غازي رقيق جداً يدور حول نجم مركزي مع إعتبار أنّ له كتلة كبيرة  $M$  إذن لهذا القرص جاذبية ذاتية يمكن تجاهلها. نعتبر الإحداثيات الأسطوانية القطبية  $(R, \phi, Z)$  إعتبار أنّ المبدأ ينطبق على مركز النجم. يقع القرص في المستوي  $Z=0$  القرص رقيق جداً إرتفاعه أصغر بكثير من المسافة إلى مركز النجم أي  $1 \ll \frac{H}{R}$ . في أقراص الكواكب الأولية مثلاً هذه النسبة تتراوح بين  $0.05-0.1 \sim \frac{H}{R}$  وفي أقراص AGN تأخذ القيم  $0.001-0.01 \sim \frac{H}{R}$ ، العديد من الدراسات إقتصرت فقط على هذا التقريب، لأنه يساعد على فهم عوامل عدم الإستقرار، التي يمكن تعميمها على الأقراص السميكة. يتميز القرص بكثافة سطحية  $\Sigma$  والتي تمثل الكتلة لوحدة مساحة القرص، تعطى من خلال تكامل كثافة الغاز وفق المحور  $Z$  المباشر. تقرب القرص الرقيق يستلزم أن تكون سرعة الصوت أقل بكثير من سرعة الدوران  $R\Omega(R)$  أو التدفق داخل القرص يفوق سرعة الصوت. من هذا الشرط الأول يمكن بسهولة إيجاد سرعة الدوران بموجب قانون كبلر.

$$\Omega(R) = \Omega_k(R) = \left(\frac{GM}{R^3}\right)^{1/2}$$

في هذه الحالة يقال أن قرص دُعم بالتناوب، أي قوة الجاذبية المبدولة من قبل مركز النجم متوازنة مع قوة الطرد المركزي بسبب دوران. القرص  $U_R$  أثناء التراكم يتميز بالإضافة إلى السرعة الكبلرية بإمتلاكه لنصف قطر، أو إنحراف السرعة موجهة إلى مركز النجمة. [23]

### II - 5 - 1 المتغيرات المتعلقة ببنية القرص:

يوصف مستوى القرص عند اللحظة  $t$  وبجوار النقطة  $R$  بدرجة حرارة مميزة  $T$  (تكون درجة الحرارة على سطح المستوي  $Z=0$ )، كثافته السطحية  $\Sigma$  ومعدل تراكم الموضعي  $\dot{M}$  المقادير  $\Sigma$ ،  $T$  و  $\dot{M}$  هي دوال ل  $t$  و  $R$ . نقدم أدناه قائمة لبعض المتغيرات التي تصف حالة القرص والمعادلات التي تربط بينها.

#### • السرعة الزاوية $\Omega$ :

لتعميم المسألة نفترض أن مدارات الجسيمات خاضعة لقوانين كبلر، لدينا:

$$\Omega = \left( \frac{GM}{R^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1 - II)$$

حيث  $G = 6.6732 \times 10^{-8} cgs$  هو ثابت الجاذبية، ويعطى:

• سرعة الصوت  $c_s$ :

وهي سرعة الإضطرابات الكظومة للكثافة، لدينا:

$$c_s = \left( \frac{\Gamma_1 P}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2 - II)$$

$\Gamma_1$  نضع هذا الثابت:  $\Gamma_1 = 1$  [25].

• نصف ارتفاع القرص  $H$ :

تعمل التوازن الهيدروستاتيكي نجد:

$$H = \frac{c_s}{\Omega} \quad (3 - II)$$

• الكتلة الحجمية  $\rho$ :

وهي متوسط كثافة المادة المتواجدة في القرص بوحدة  $[g \cdot cm^{-2}]$

$$\Sigma = \int \rho dz \quad (4 - II)$$

• اللزوجة  $v$ :

$v$  اللزوجة الحركية، لمصدر الإضطراب في الغاز  $[cm^2 s^{-1}]$

$$v = \frac{2}{3} \alpha c_s H \quad (5 - II)$$

$\alpha$  له قيمة محدد تعطى.

• الكثافة السطحية  $\Sigma$ :

وهي مكاملة وفق المحور  $z$  ونعبر عنها بوحدة  $[g \cdot cm^{-2}]$  ، تطورها يخضع لمعادلة قطع المكافئ.

• السرعة الموضعية للتراكم  $v$ :

وهي المركبات الشعاعية لسرعة المواد، وهي سالبة إذا كان هناك إلتحام للمواد.

$$v_R = -\frac{3}{\Sigma R^{1/2}} \frac{\partial}{\partial R} (v \Sigma R^{1/2}) \quad (6 - II)$$

في هذا القسم أنشأنا المعادلات الأساسية التي تحكم أقراص تراكم. (قرص كوكبي أولي) [23]

**II - 5 - 1 - 2** قوانين الإنحفاظ:

الكتلة من الطوق  $(R, R + \Delta R)$  هي:

$$M = \rho(2\pi R \Delta H) = 2\pi R \Delta R \Sigma \quad (7 - II)$$

حيث  $H$  يمثل إرتفاع القرص و  $\Sigma = \rho H$  هي الكثافة السطحية ، إذن العزم الزاوي يعطى بـ:

$$j = 2\pi R \Delta R \Sigma R^2 \Omega \quad (8 - II)$$

من أجل كتلة الطوق:

$$\frac{\partial}{\partial t} (2\pi R \Delta R \Sigma) = v_R(R, t) 2\pi R \Sigma(R, t) - v_R(R + \Delta R, t) 2\pi (R + \Delta R, t)$$

$$\approx -2\pi \Delta R \frac{\partial}{\partial t} (R \Sigma v_R) \quad (9 - II)$$

عندما تؤول  $\Delta R$  إلى الصفر  $\Delta R \rightarrow 0$  نتحصل على معادلة إنحفاظ الكتلة كالتالي :

$$R \frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial R} (R \Sigma v_R) = 0 \quad (10 - II)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} (2\pi R \Delta R \Sigma R^2 \Omega) \\
 &= v_R(R, t) 2\pi R \Sigma(R, t) R^2 \\
 &- v_R(R + \Delta R, t) 2\pi (R + \Delta R) \Sigma(R + \Delta R, t) (R + \Delta R)^2 \Omega(R + \Delta R) \\
 &+ G(R + \Delta R) - G(R) \\
 &\approx -2\pi \Delta R \frac{\partial}{\partial R} (R \Sigma v_R R^2 \Omega) + \frac{\partial G}{\partial R} \Delta R \quad (11 - II)
 \end{aligned}$$

حيث  $G(R, t) = 2\pi R v R^2 \Omega'$  يمثل عزم دوران اللزوجة المبذول في الحلقة الخارجية ( $\Omega' = \frac{\partial \Omega}{\partial R}$  و  $v$  هي اللزوجة)

عند النهاية  $\Delta R \rightarrow 0$  نتحصل على:

$$R \frac{\partial}{\partial t} (\Sigma R^2 \Omega) + \frac{\partial}{\partial R} (R \Sigma v_R R^2 \Omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial G}{\partial R} \quad (12 - II)$$

يمكننا تبسيط العلاقة أكثر وذلك بإستعمال معادلة إنحفاظ الكتلة فتصبح العلاقة من الشكل:

$$R \Sigma v_R = \frac{1}{2\pi (R^2 \Omega)'} \frac{\partial G}{\partial R} = -3R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} (v \Sigma R^{1/2}) \quad (13 - II)$$

$$\Omega(R) = \Omega_K(R) = (GM/R^3)^{1/2} \quad : \text{حيث استخدمنا العلاقة (1 - II)}$$

وفي النهاية نتحصل على المعادلة التي تمثل تطور الكثافة السطحية بدلالة تطور الزمن [17] كالتالي :

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = -\frac{\partial}{R \partial R} (R \Sigma v_R) = \frac{3}{R} \frac{\partial}{\partial t} \left[ R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} (v \Sigma R^{1/2}) \right] \quad (14 - II)$$

السرعة الشعاعية تعطى بـ:

$$v_R = -\frac{3}{\Sigma R^{1/2}} \frac{\partial}{\partial R} (v \Sigma R^{1/2}) \sim \frac{v}{R}$$

تطور الكثافة السطحية:

إنّ النقطة الحرجة في النمذجة الفيزيائية لقرص الكواكب الأولية، هي الشكل الجانبي لكثافة سطحه، وهذا يعني أنّه يتم عمل تقريب لقرص رقيق، وأنّ جميع الكمّيات يتم حسابها وفق المحور  $Z$ .

حيث تتطوّر أقراص الكواكب الأولية بسبب النقل اللزج للزخم الزاوي وتصف معادلة الكثافة السطحية التطوّر المتقارب لقرص كواكب أوليّة، ويخضع تطوّرهما لمعادلة قطع مكافئ ونعبّر عنها بوحدة  $g \cdot cm^{-2}$

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[ 3R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} \left( \nu \Sigma R^{1/2} \right) \right] \quad (14 - II)$$

ولدراسة سلوك الزخم الزاوي للكواكب في القرص، تصبح معادلة تطور الكثافة السطحية من الشكل [24]:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[ 3R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} \left( \nu \Sigma R^{1/2} \right) - \frac{2\Lambda \Sigma R^{3/2}}{(GM_*)^{1/2}} \right] \quad (15 - II)$$

يمكن إعطاء وصف لتأثير الزخم الزاوي المحدّد من الكوكب إلى القرص بشكل أوضح كما يلي:

$$\Lambda(R, a) = \begin{cases} \frac{-q^2 GM_*}{2R} \left( \frac{R}{\Delta_P} \right)^4 & , \quad R < a \\ \frac{q^2 GM_*}{2R} \left( \frac{a}{\Delta_P} \right)^4 & , \quad R > a \end{cases} \quad \text{حيث:}$$

$$\Delta_P = \max (H, |R - a|)$$

$\Sigma(R, t)$ : الكثافة السطحية للقرص

$\Lambda$ : الزخم الزاوي محدّد من الكوكب إلى القرص

$\nu$ : اللزوجة الحركية

$R$ : نصف قطر القرص

$t$ : الزمن

$H$ : إرتفاع سمك القرص.

## الفصل الثالث:

دراسة تطور الكثافة السطحية لقرص كوكبي أولي

## مقدمة:

لدراسة تطور الكثافة السطحية قمنا أولاً: بإيجاد عبارة الزخم الزاوي في مجالاته الأربع و ثانياً: نحاول إيجاد معادلة الكثافة السطحية لقرص كوكبي أولي وبعدها سنقوم بتعويض عبارات الزخم الزاوي في المعادلة للحصول على أربع معادلات تفاضلية جزئية للكثافة السطحية. وهنا استعصى لنا إيجاد الحلول نظرياً فتطرقنا إلى إيجادها عددياً، وذلك باستخدام برنامج "Maple" وموقع "WolframAlpha" ومن تم سنقوم برسم المنحنيات و تحليلها و مناقشتها و مقارنتها مع نتائج عددية وجدت سابقاً.

## III – 1 الزخم الزاوي (عزم كمية الحركة الزاوي):

يصف الزخم الزاوي حركة كوكب في مسار دائري حول نجم ما، أي في القرص حيث يعبر عن مقدار دافعية الكوكب عند حركته في دوائر على نحو دقيق، أو تصويري. ان عبارة الزخم الزاوي بسيطة نظرياً بحيث تكتب بالعلاقة التالية  $L = mv/r$  ويقاس بـ  $kg.m^2/s$ .

و السبب الذي يدفعنا للإهتمام بالزخم الزاوي هو دراسة حركة الكوكب عند دورانه حول النجم و معرفة الإجهاد الذي يحدث للكوكب من طرف النجم وكيف يؤثر هذا الإجهاد على تغيير مداره و حركته هل ( يقترب ام يبتعد من النجم). لأن عزم كمية الحركة الزاوية لجسم يتفاعل ثقالياً او كهرومغناطيسياً لا تتغير مع الزمن في جميع نقاطه ما لم تأتي أجسام أخرى من الخارج و تبعثر حركته. وفي دراستنا هذه يأخذ الشكل التالي :

## III – 1 – 1 مجالات الزخم الزاوي:

$$\Lambda(R, a) = -\frac{q^2 GM_*}{2} \frac{R^3}{(R-a)^4} \quad \text{فإن} \quad R \leq a - H \quad \text{إذا كان}$$

$$\Lambda(R, a) = -\frac{q^2 GM_*}{2} \frac{R^3}{H^4} \quad \text{فإن} \quad a - H \leq R \leq a \quad \text{إذا كان}$$

$$\Lambda(R, a) = \frac{q^2 GM_*}{2H^4} \frac{a^4}{R} \quad \text{فإن} \quad a \leq R \leq a + H \quad \text{إذا كان}$$

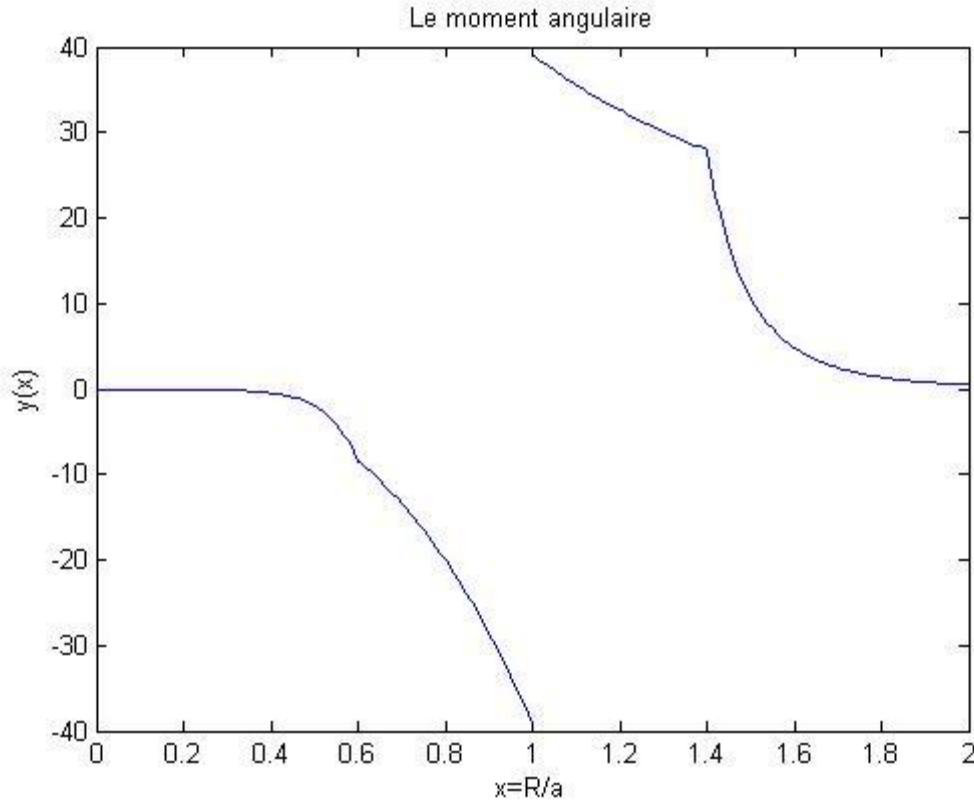
$$\Lambda(R, a) = \frac{q^2 GM_*}{2} \frac{a^4}{R(R-a)^4} \quad \text{فإن} \quad a + H \leq R \quad \text{إذا كان}$$

III – 1 – 2 رسم منحنى  $\Lambda$  الزخم الزاوي في المجالات الأربعة:

ولفهم سلوك الزخم الزاوي أكثر نستعين بالتقريبات التالية التي توضح تغيراته بأخذ بعين الإعتبار أنّ :

$$x = \frac{R}{a}, \quad y(x) = \frac{2a\Lambda(R,a)}{q^2 GM_*}$$

يمكن رسم المنحني البياني عند قيمة  $a = 2.5H$



الشكل (III - 1) يبين تغيرات الزخم الزاوي في المجالات الأربعة.

### III - 1 - 3 تحليل المنحني:

من خلال منحنى تغيرات الزخم الزاوي بدلالة  $x = \frac{R}{a}$  نلاحظ:

- في المجال  $0 < x < 0,6$  يكون الزخم الزاوي معدوم
- في المجال  $0,6 < x < 1$  يظهر الزخم الزاوي تدريجياً إلى أن يصل إلى قيمة دنيا  $x = 1$  أي  $R = a$  عندها يزداد الزخم الزاوي في الطرفين إلى أن يبلغ قيمة عظمى وقيمة حدية دنيا
- في المجالين  $1 < x < 1,4$  و  $1,4 < x < 2$  يتناقص إلى أن ينعدم.

### III - 1 - 4 تفسير المنحني:

يكون الزخم الزاوي أعظمي عن  $R = a$  ويتناقص تدريجياً إلى أن ينعدم بعيداً عن الكوكب.



### III – 2 إيجاد معادلة الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي :

سنحاول إيجاد معادلة تطور الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي بأخذ كل قيم الزخم الزاوي في الأربع المجالات المذكورة.

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[ 3R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} (v\Sigma R^{1/2}) - \frac{2\Lambda\Sigma R^{3/2}}{\sqrt{GM_*}} \right] \quad (1 - III)$$

نقوم بتحزئة المعادلة بالشكل التالي :

$$\underbrace{\frac{\partial \Sigma(R, t)}{\partial t}}_1 R = \underbrace{\frac{\partial}{\partial R} \left[ 3R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} (v\Sigma R^{1/2}) \right]}_2 - \underbrace{\frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{\partial}{\partial R} [\Lambda\Sigma R^{3/2}]}_3 \quad (2 - III)$$

نعوض بعبارة الكثافة السطحية:  $\Sigma(R, t) = R^P \delta \exp(-\lambda t)$  ونضع :  $\varphi(R) = R^P \delta$

وتصبح عبارة الكثافة السطحية بالشكل التالي:  $\Sigma(R, t) = \varphi(R)e^{-\lambda t}$  فنجد:

• الطرف الأول: 1:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Sigma(R, t) = -\lambda \varphi(R) e^{-\lambda t} \quad (3 - III)$$

• الطرف الثاني: 2:

$$\begin{aligned} & 3 \frac{\partial}{\partial R} \left[ R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} (v\varphi(R)R^{1/2}) \right] \\ &= 3 \frac{\partial}{\partial R} \left[ R^{1/2} \left( v' \varphi(R) R^{1/2} + v \left( \varphi'(R) R^{1/2} + \frac{1}{2} \varphi(R) R^{-1/2} \right) \right) \right] e^{-\lambda t} \\ &= 3 \frac{\partial}{\partial R} \left[ v' \varphi(R) R + v \varphi'(R) R + \frac{1}{2} v \varphi(R) \right] e^{-\lambda t} \\ &= 3 \left[ v'' \varphi(R) R + v' (\varphi'(R) R + \varphi(R)) + v' \varphi'(R) R \right. \\ & \quad \left. + v (\varphi''(R) R + \varphi'(R)) + \frac{1}{2} (v' \varphi(R) + v \varphi'(R)) \right] e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 3 \frac{\partial}{\partial R} \left[ R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} (v\varphi(R)R^{1/2}) \right] \\
& = 3 \left[ v'' \varphi(R)R + v' (\varphi'(R)R + \varphi(R)) + v' \varphi'(R)R \right. \\
& \quad \left. + v (\varphi''(R)R + \varphi'(R)) + \frac{1}{2} (v' \varphi(R) + v\varphi'(R)) \right] e^{-\lambda t} \quad (4 - III)
\end{aligned}$$

• الطرف الثالث: 3

$$\begin{aligned}
& - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{\partial}{\partial R} \left[ \Lambda \varphi(R) R^{3/2} \right] e^{-\lambda t} \\
& = - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \left[ \Lambda' \varphi(R) R^{3/2} + \Lambda (\varphi'(R) R^{3/2} + \frac{3}{2} \varphi(R) R^{1/2}) \right] e^{-\lambda t} \\
& = - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \left[ \Lambda' \varphi(R) R^{3/2} + \Lambda \varphi'(R) R^{3/2} + \frac{3}{2} \Lambda \varphi(R) R^{1/2} \right] e^{-\lambda t} \\
& - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{\partial}{\partial R} \left[ \Lambda \varphi(R) R^{3/2} \right] e^{-\lambda t} \\
& = - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \left[ \Lambda' \varphi(R) R^{3/2} + \Lambda \varphi'(R) R^{3/2} \right. \\
& \quad \left. + \frac{3}{2} \Lambda \varphi(R) R^{1/2} \right] e^{-\lambda t} \quad (5 - III)
\end{aligned}$$

نقوم بتعويض (3 - III) و(4 - III) و(5 - III) في المعادلة (2 - III):

$$\begin{aligned}
& -\lambda \varphi(R) e^{-\lambda t} R \\
& = 3 \left[ v'' \varphi(R)R + v' (\varphi'(R)R + \varphi(R)) + v' \varphi'(R)R \right. \\
& \quad \left. + v (\varphi''(R)R + \varphi'(R)) + \frac{1}{2} (v' \varphi(R) + v\varphi'(R)) \right] e^{-\lambda t} \\
& \quad - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \left[ \Lambda' \varphi(R) R^{3/2} + \Lambda \varphi'(R) R^{3/2} + \frac{3}{2} \Lambda \varphi(R) R^{1/2} \right] e^{-\lambda t}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\lambda\varphi(R)e^{-\lambda t}R \\
& = 3 \left[ v''\varphi(R)R + v'(\varphi'(R)R + \varphi(R)) + v'\varphi'(R)R \right. \\
& \quad \left. + v(\varphi''(R)R + \varphi'(R)) + \frac{1}{2}(v'\varphi(R) + v\varphi'(R)) \right] e^{-\lambda t} \\
& \quad - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \left[ \Lambda'\varphi(R)R^{3/2} + \Lambda\varphi'(R)R^{3/2} + \frac{3}{2}\Lambda\varphi(R)R^{1/2} \right] e^{-\lambda t}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-\lambda\varphi(R)R & = 3 \left[ v''\varphi(R)R + v'\varphi'(R)R + v'\varphi(R) + v'\varphi'(R)R + v\varphi''(R)R \right. \\
& \quad \left. + v\varphi'(R) + \frac{1}{2}v'\varphi(R) + \frac{1}{2}v\varphi'(R) \right] - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \Lambda'\varphi(R)R^{3/2} \\
& \quad - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \Lambda\varphi'(R)R^{3/2} - \frac{3}{\sqrt{GM_*}} \Lambda\varphi(R)R^{1/2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-\lambda\varphi(R)R & = 3v''\varphi(R)R + 6v'\varphi'(R)R + \frac{9}{2}v'\varphi(R) + 3v\varphi''(R)R + \frac{9}{2}v\varphi'(R) \\
& \quad - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \Lambda'\varphi(R)R^{3/2} - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \Lambda\varphi'(R)R^{3/2} \\
& \quad - \frac{3}{\sqrt{GM_*}} \Lambda\varphi(R)R^{1/2} \tag{6 - III}
\end{aligned}$$

$$v = sr^n \quad \text{بوضع قيمة } v$$

$$r = R \quad \text{حيث}$$

بالاشتقاق المرة الأولى نجد :

$$v' = nsr^{n-1}$$

بالاشتقاق المرة الثانية نجد :

$$v'' = n(n-1)sr^{n-2}$$

بقسمة  $\frac{v'}{v}$  نجد :

$$\frac{v'}{v} = nr^{-1} = \frac{n}{r}$$

بقسمة  $\frac{v''}{v}$  نجد :

$$\frac{v''}{v} = n(n-1)r^{-2} = \frac{n(n-1)}{r^2}$$

بقسمة المعادلة (III - 6) على  $v$  :

$$\begin{aligned} \frac{-\lambda\varphi(R)R}{v} &= 3\frac{v''}{v}\varphi(R)R + 6\frac{v'}{v}\varphi'(R)R + \frac{9v'}{2v}\varphi(R) + 3\frac{v}{v}\varphi''(R)R + \frac{9v}{2v}\varphi'(R) \\ &\quad - \frac{2}{\sqrt{GM_*}}\frac{1}{v}\Lambda'\varphi(R)R^{3/2} - \frac{2}{\sqrt{GM_*}}\frac{1}{v}\Lambda\varphi'(R)R^{3/2} \\ &\quad - \frac{3}{\sqrt{GM_*}}\frac{1}{v}\Lambda\varphi(R)R^{1/2} \end{aligned} \quad (7 - III)$$

بتعويض بقيمة  $\frac{v'}{v}$  ،  $\frac{v''}{v}$  تصبح المعادلة بشكل التالي :

$$\begin{aligned} \frac{-\lambda}{v}\varphi(R)R &= \frac{3n(n-1)}{R^2}\varphi(R)R + 6\frac{n}{R}\varphi'(R)R + \frac{9n}{2R}\varphi(R) + 3\varphi''(R)R \\ &\quad + \frac{9}{2}\varphi'(R) - \frac{2}{\sqrt{GM_*}}\frac{1}{v}\Lambda'\varphi(R)R^{3/2} - \frac{2}{\sqrt{GM_*}}\frac{1}{v}\Lambda\varphi'(R)R^{3/2} \\ &\quad - \frac{3}{\sqrt{GM_*}}\frac{1}{v}\Lambda\varphi(R)R^{1/2} \end{aligned} \quad (8 - III)$$

و القسمة على  $3R$  بضرب في

$$\begin{aligned} \frac{-\lambda}{3\nu} \varphi(R)R^2 = & n(n-1)\varphi(R) + 2n\varphi'(R)R + \frac{3}{2}n\varphi(R) + \varphi''(R)R^2 + \frac{3}{2}\varphi'(R)R \\ & - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \Lambda' \varphi(R)R^{5/2} - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \Lambda \varphi'(R)R^{3/2} \\ & - \frac{1}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{\nu} \Lambda \varphi(R)R^{3/2} \end{aligned} \quad (9 - III)$$

وفي الأخير نتحصل على الشكل التالي للمعادلة الكثافة السطحية:

$$\begin{aligned} R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \Lambda R^{3/2} \right) R \varphi'(R) \\ + \left( n(n-1) + \frac{3}{2}n - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \Lambda' R^{5/2} - \frac{3}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \Lambda R^{3/2} \right. \\ \left. + \frac{\lambda}{3\nu} R^2 \right) \varphi(R) = 0 \end{aligned} \quad (10 - III)$$

وبعد ان تحصلنا على الشكل الأخير (10 - III) للمعادلة الكثافة السطحية سنقوم بتعويض عبارات الزخم الزاوي في مجالته الأربعة في المعادلة ثم نحاول أن نجد الحلول في كل مجال.

### III - 2 - 1 معادلة الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي في المجال $R \leq a - H$ :

في المجال الأول تكون عبارة الزخم الزاوي  $\Lambda$  كالتالي:

$$\Lambda(R, a) = -\frac{q^2 GM_*}{2} \frac{R^3}{(R-a)^4} \quad \text{فإن} \quad R \leq a - H$$

نشتق عبارة  $\Lambda$  لكي نقوم بتعويضها في المعادلة (10 - III):

مشتقة الزخم الزاوي  $\Lambda$  بالنسبة  $R$ :

$$\begin{aligned} \Lambda'(R, a) &= \frac{-q^2 GM_* 3R^2(R-a)^4 - R^3 4(R-a)^3}{2(R-a)^8} \\ &= -\frac{q^2 GM_* 3R^2(R-a) - 4R^3}{2(R-a)^5} \end{aligned}$$

$$\Lambda'(R, a) = \frac{-q^2 GM_*}{2} \left[ \frac{3R^2}{(R-a)^4} - \frac{4R^3}{(R-a)^5} \right]$$

نقوم بتعويض الزخم الزاوي  $\Lambda$  و  $\Lambda'$  في المعادلة (10 - III):

$$\begin{aligned} R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} + \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \frac{q^2 GM_*}{2} \frac{R^{9/2}}{(R-a)^4} \right) R \varphi'(R) \\ + \left[ n(n-1) + \frac{3}{2}n + \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \frac{q^2 GM_*}{2} \left( \frac{3R^{\frac{9}{2}}}{(R-a)^4} - \frac{4R^{\frac{11}{2}}}{(R-a)^5} \right) \right. \\ \left. + \frac{3}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \frac{q^2 GM_*}{2} \frac{R^{\frac{9}{2}}}{(R-a)^4} + \frac{\lambda}{3\nu} R^2 \right] \varphi(R) = 0 \quad (11 - III) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} + \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \frac{q^2 GM_*}{2} \frac{R^{9/2}}{(R-a)^4} \right) R \varphi'(R) \\ + \left[ n(n-1) + \frac{3}{2}n + \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \frac{q^2 GM_*}{2} \left( \frac{3R^{\frac{9}{2}}}{(R-a)^4} - \frac{4R^{\frac{11}{2}}}{(R-a)^5} \right) \right. \\ \left. + \frac{3}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \frac{q^2 GM_*}{2} \frac{R^{\frac{9}{2}}}{(R-a)^4} + \frac{\lambda}{3\nu} R^2 \right] \varphi(R) = 0 \quad (11 - III) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} + \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \frac{q^2 GM_*}{2} \frac{R^{9/2}}{R^4 \left(1 - \frac{a}{R}\right)^4} \right) R \varphi'(R) \\
 + \left[ n(n-1) + \frac{3}{2}n \right. \\
 + \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \frac{q^2 GM_*}{2} \left( \frac{3R^{\frac{9}{2}}}{R^4 \left(1 - \frac{a}{R}\right)^4} - \frac{4R^{\frac{11}{2}}}{R^5 \left(1 - \frac{a}{R}\right)^5} \right) \\
 \left. + \frac{3}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \frac{q^2 GM_*}{2} \frac{R^{\frac{9}{2}}}{R^4 \left(1 - \frac{a}{R}\right)^4} + \frac{\lambda}{3\nu} R^2 \right] \varphi(R) = 0 \quad (11 - III)
 \end{aligned}$$

نقوم بتعويض قيمة  $\nu = SR^n$

أمام 1 النسبة  $\frac{a}{R} \rightarrow 0$

ومنه فإن  $a \ll R$   $\frac{a}{R} \ll 1$

$$\begin{aligned}
 R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} + \frac{q^2 \sqrt{GM_*}}{3SR^n} R^{\frac{1}{2}} \right) R \varphi'(R) \\
 + \left[ n(n-1) + \frac{3}{2}n + \frac{q^2 \sqrt{GM_*}}{3SR^n} \left( 3R^{\frac{1}{2}} - 4R^{\frac{1}{2}} \right) + \frac{3}{2} \frac{q^2 \sqrt{GM_*}}{3SR^n} R^{\frac{1}{2}} \right. \\
 \left. + \frac{\lambda}{3SR^n} R^2 \right] \varphi(R) = 0 \quad (12 - III)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} + \frac{q^2 \sqrt{GM_*}}{3S} R^{\frac{1}{2}-n} \right) R \varphi'(R) \\
 + \left[ n(n-1) + \frac{3}{2}n + \frac{1}{2} \frac{q^2 \sqrt{GM_*}}{3S} R^{\frac{1}{2}-n} + \frac{\lambda}{3S} R^{2-n} \right] \varphi(R) \\
 = 0 \quad (12 - III)
 \end{aligned}$$

نضع  $\alpha = \frac{q^2 \sqrt{GM_*}}{3S}$  و منه:

$$R^2 \varphi''(R) + \left(2n + \frac{3}{2} + \alpha R^{\frac{1}{2}-n}\right) R \varphi'(R) + \left[n(n-1) + \frac{3}{2}n + \frac{1}{2}\alpha R^{\frac{1}{2}-n} + \frac{\lambda}{3S} R^{2-n}\right] \varphi(R) = 0 \quad (13 - III)$$

تحويل المعادلة بدلالة:  $x$  و  $y$

$$x^2 y''(x) + \left(2n + \frac{3}{2} + \alpha x^{\frac{1}{2}-n}\right) x y'(x) + \left[n(n-1) + \frac{3}{2}n + \frac{1}{2}\alpha x^{\frac{1}{2}-n} + \frac{\lambda}{3S} x^{2-n}\right] y(x) = 0 \quad (13 - III)$$

- ونظرا لصعوبة إيجاد الحلول نظريا تطرقنا إلى إستعمال الطرق العددية وذلك بإستخدام برنامج: " Maple " ، وموقع " WolframAlpha".

أولا:

إستخدمنا موقع " WolframAlpha" وجدنا الحلول بالطرق التالية:

الكثافة السطحية للقرص:

- عند  $n = 1/2$ :

نأخذ:  $\alpha = 10^{-1}$  و  $\frac{\lambda}{3S} =$

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left(\frac{5}{2} + 0.1\right) x y'(x) + \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 0.1 + x^{\frac{3}{2}}\right] y(x) = 0$$

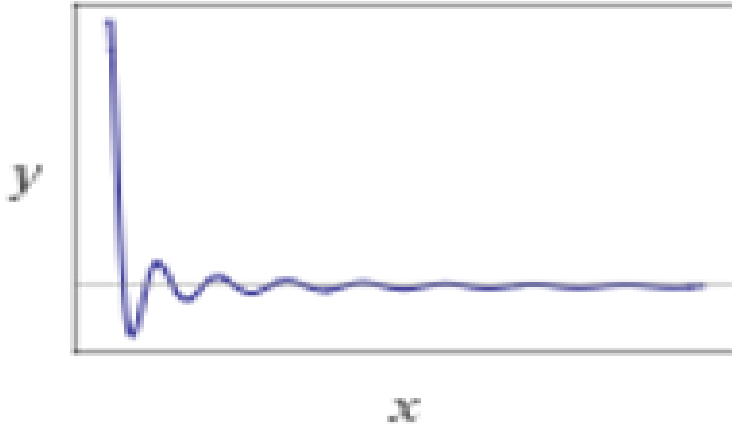
ثم تحصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

$$\frac{d}{dx} \left(x^{2.6} y'(x)\right) + x^{0.6} \left(0.55 + x^{\frac{3}{2}}\right) y(x) = 0$$



حلولها:

$$y(x) = \frac{2.29499 c_1 J_{-0.4}(1.33333 x^{3/4})}{x^{4/5}} + \frac{1.36736 c_2 J_{0.4}(1.33333 x^{3/4})}{x^{4/5}}$$



رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$

الشكل (III - 2) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الأول لزخم الزاوي عند  $n = 1/2$ .

• عند  $n = 1$ :

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left(\frac{7}{2} + 10^{-1} x^{-\frac{1}{2}}\right) x y'(x) + \left[\frac{3}{2} + \frac{1}{20} x^{-\frac{1}{2}} + x\right] y(x) = 0$$

ثم تحصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

$$20x^2 y''(x) + 2(35x + \sqrt{x}) y'(x) + \left[20x + \frac{1}{\sqrt{x}} + 30\right] y(x) = 0$$



رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$

الشكل (III - 3) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الأول لزخم الزاوي عند  $n = 1$ .

• عند  $n = \frac{3}{2}$ :

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left(\frac{9}{2} + 10^{-1}x^{-1}\right) xy'(x) + \left[3 + \frac{1}{2}10^{-1}x^{-1} + \sqrt{x}\right] y(x) = 0$$

ثم حصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

$$\frac{d}{dx} \left( e^{-\frac{1}{10}/x} x^{9/2} y'(x) \right) + e^{-\frac{1}{10}/x} \left( 3 + \frac{1}{20x} + \sqrt{x} \right) x^{5/2} y(x) = 0$$



رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$

الشكل (III - 4) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الأول لزخم الزاوي عند  $n = \frac{3}{2}$ .

### III - 2 - 2 معادلة الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي في المجال $a - H \leq R \leq a$

:

في المجال الثاني تكون عبارة الزخم الزاوي  $\Lambda$  كالتالي:

$$\Lambda(R, \alpha) = -\frac{q^2 GM_* R^3}{2 H^4} \quad \text{فإن} \quad a - H \leq R \leq a$$

نشتق عبارة  $\Lambda$  لكي نقوم بتعويضها في المعادلة (III - 10):

مشتقة الزخم الزاوي  $\Lambda$  بالنسبة  $R$ :

$$\Lambda'(R, \alpha) = \frac{-q^2 GM_* 3R^2}{2 H^4}$$

نقوم بتعويض الزخم الزاوي  $\Lambda$  و  $\Lambda'$  في المعادلة (III - 10):

$$\begin{aligned} R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \Lambda R^{3/2} \right) R \varphi'(R) \\ + \left( n(n-1) + \frac{3}{2}n - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \Lambda' R^{5/2} - \frac{3}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3\nu} \Lambda R^{3/2} \right. \\ \left. + \frac{\lambda}{3\nu} R^2 \right) \varphi(R) = 0 \end{aligned} \quad (10 - III)$$

$$\begin{aligned} R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} + \frac{q^2 \sqrt{GM_*}}{H^4} \frac{1}{3\nu} R^{9/2} \right) R \varphi'(R) \\ + \left[ n \left( n + \frac{1}{2} \right) + q^2 \sqrt{GM_*} \frac{3}{H^4} \frac{1}{3\nu} R^{9/2} + q^2 \sqrt{GM_*} \frac{3}{2} \frac{1}{H^4} \frac{1}{3\nu} R^{9/2} \right. \\ \left. + \frac{\lambda}{3\nu} R^2 \right] \varphi(R) = 0 \end{aligned} \quad (14 - III)$$

نقوم بتعويض قيمة  $\nu = SR^n$

$$\begin{aligned}
R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} + \frac{q^2 \sqrt{GM_*}}{H^4} \frac{1}{3S} R^{\frac{9}{2}-n} \right) R \varphi'(R) \\
+ \left[ n \left( n + \frac{1}{2} \right) + 3 \frac{q^2 \sqrt{GM_*}}{H^4} \frac{1}{3S} R^{\frac{9}{2}-n} + \frac{3}{2} \frac{q^2 \sqrt{GM_*}}{H^4} \frac{1}{3S} R^{\frac{9}{2}-n} \right. \\
\left. + \frac{\lambda}{3S} R^{2-n} \right] \varphi(R) = 0
\end{aligned} \quad (15 - III)$$

نضع  $\beta = \frac{q^2 \sqrt{GM_*}}{H^4} \frac{1}{3S}$  و منه:

$$\begin{aligned}
R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} + \beta R^{\frac{9}{2}-n} \right) R \varphi'(R) \\
+ \left[ n \left( n + \frac{1}{2} \right) + 3\beta R^{\frac{9}{2}-n} + \frac{3}{2} \beta R^{\frac{9}{2}-n} + \frac{\lambda}{3S} R^{2-n} \right] \varphi(R) \\
= 0
\end{aligned} \quad (16 - III)$$

$$\begin{aligned}
R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} + \beta R^{\frac{9}{2}-n} \right) R \varphi'(R) \\
+ \left[ n \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{9}{2} \beta R^{\frac{9}{2}-n} + \frac{\lambda}{3S} R^{2-n} \right] \varphi(R) = 0
\end{aligned} \quad (17 - III)$$

تحويل المعادلة بدلالة:  $x$  و  $y$

$$\begin{aligned}
x^2 y''(x) + \left( 2n + \frac{3}{2} + \beta x^{\frac{9}{2}-n} \right) x y'(x) \\
+ \left[ n \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{9}{2} \beta x^{\frac{9}{2}-n} + \frac{\lambda}{3S} x^{2-n} \right] y(x) = 0
\end{aligned} \quad (17 - III)$$

الكثافة السطحية للقرص :

• عند  $n = 1/2$

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left(\frac{5}{2} + 0.1x^4\right) xy'(x) + \left[\frac{1}{8} + \frac{9}{20}x^4 + x^{\frac{3}{2}}\right] y(x) = 0$$

ثم حصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

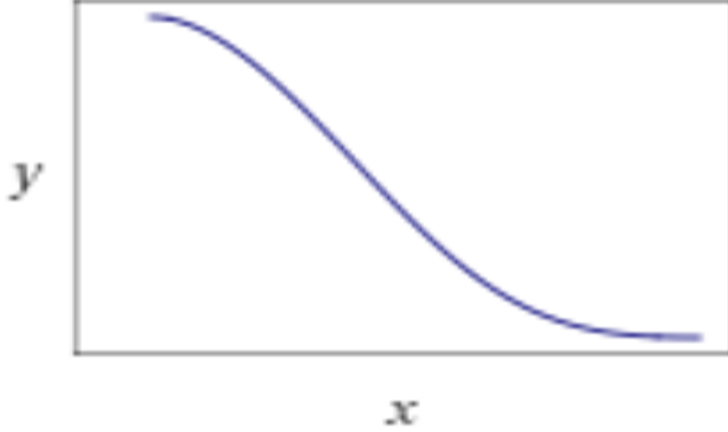
$$\frac{d}{dx} \left( e^{0.025x^4} x^{2.5} y'(x) \right) + e^{0.025x^4} x^{0.5} \left( \frac{1}{8} + x^{\frac{3}{2}} + \frac{9}{20}x^4 \right) y(x) = 0$$

رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$



الشكل (III - 5) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثاني لنزخم الزاوي عند  $n = \frac{1}{2}$ .

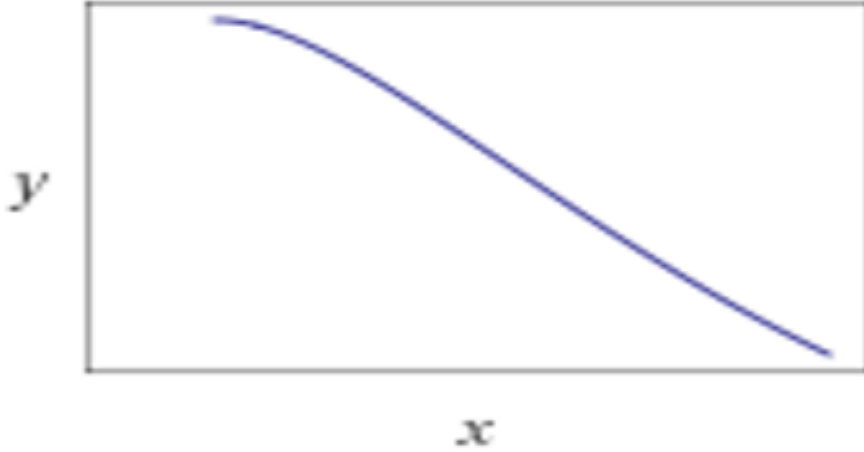
• عند  $n = 1$ :

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left(\frac{7}{2} + 10^{-1}x^{\frac{7}{2}}\right) xy'(x) + \left[\frac{3}{2} + \frac{1}{10} \times \frac{9}{2}x^{\frac{7}{2}} + x\right] y(x) = 0$$

ثم حصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

$$\frac{d}{dx} \left( e^{\frac{x^{7/2}}{35}} x^{\frac{7}{2}} y'(x) \right) + e^{\frac{x^{7/2}}{35}} x^{\frac{3}{2}} \left( \frac{3}{2} + x + \frac{9}{20}x^{7/2} \right) y(x) = 0$$



رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$

الشكل (III - 6) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثاني لزخم الزاوي عند  $n = 1$ .

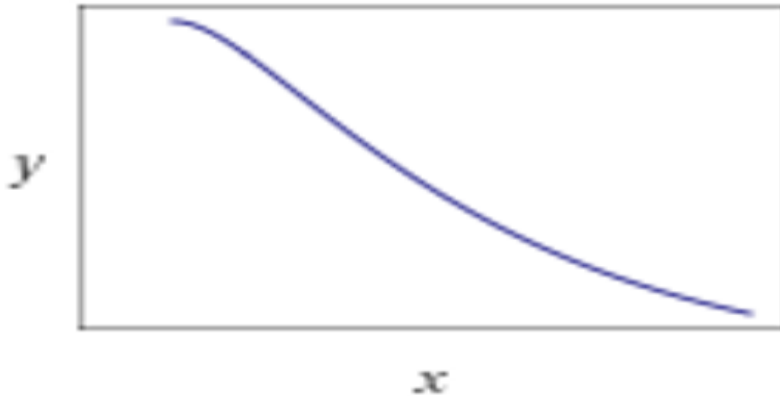
• عند  $n = \frac{3}{2}$ :

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left(\frac{9}{2} + 10^{-1} x^3\right) x y'(x) + \left[3 + 10^{-1} \times \frac{9}{2} x^3 + \sqrt{x}\right] y(x) = 0$$

ثم تحصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

$$\frac{d}{dx} \left( e^{x^3/30} x^{9/2} y'(x) \right) + e^{x^3/30} \left( \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^{3/2}} + \frac{9}{20} x \right) x^{9/2} y(x) = 0$$



رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$

الشكل (III - 7) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثاني لزخم الزاوي عند  $n = \frac{3}{2}$ .

### III - 2 - 3 معادلة الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي في المجال $a \leq R \leq a + H$

في المجال الثالث تكون عبارة الزخم الزاوي  $\Lambda$  كالتالي:

$$\Lambda(R, a) = \frac{q^2 GM_* a^4}{2H^4 R} \quad \text{فإن} \quad a \leq R \leq a + H$$

نشق عبارة  $\Lambda$  لكي نقوم بتعويضها في المعادلة (III - 10)

مشتقة الزخم الزاوي  $\Lambda$  بالنسبة  $R$ :

$$\Lambda'(R, a) = -\frac{q^2 GM_* a^4}{2H^4 R^2}$$

نقوم بتعويض الزخم الزاوي  $\Lambda$  و  $\Lambda'$  في المعادلة (III - 10):

$$\begin{aligned} R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3v} \Lambda R^{3/2} \right) R \varphi'(R) \\ + \left( n(n-1) + \frac{3}{2}n - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3v} \Lambda' R^{5/2} - \frac{3}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3v} \Lambda R^{3/2} \right. \\ \left. + \frac{\lambda}{3v} R^2 \right) \varphi(R) = 0 \end{aligned} \quad (10 - III)$$

$$\begin{aligned} R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3v} \frac{q^2 GM_* a^4}{2H^4 R} R^{3/2} \right) R \varphi'(R) \\ + \left( n(n-1) + \frac{3}{2}n + \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3v} \frac{q^2 GM_* a^4}{2H^4 R^2} R^{5/2} \right. \\ \left. - \frac{3}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3v} \frac{q^2 GM_* a^4}{2H^4 R} R^{3/2} + \frac{\lambda}{3v} R^2 \right) \varphi(R) = 0 \end{aligned} \quad (18 - III)$$

$$\begin{aligned}
& R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{H^4} \frac{1}{3v} R^{\frac{1}{2}} \right) R \varphi'(R) \\
& + \left[ n \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{H^4} \frac{1}{3v} R^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{H^4} \frac{1}{3v} R^{\frac{1}{2}} + \frac{\lambda}{3v} R^2 \right] \varphi(R) \\
& = 0 \tag{18 - III}
\end{aligned}$$

نقوم بتعويض قيمة  $v = SR^n$

$$\begin{aligned}
& R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{H^4} \frac{1}{3SR^n} R^{\frac{1}{2}} \right) R \varphi'(R) \\
& + \left[ n \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{H^4} \frac{1}{3SR^n} R^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{H^4} \frac{1}{3SR^n} R^{\frac{1}{2}} \right. \\
& \left. + \frac{\lambda}{3SR^n} R^2 \right] \varphi(R) = 0 \tag{19 - III}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{H^4} \frac{1}{3S} R^{\frac{1}{2}-n} \right) R \varphi'(R) \\
& + \left[ n \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{H^4} \frac{1}{3S} R^{\frac{1}{2}-n} - \frac{3}{2} \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{H^4} \frac{1}{3S} R^{\frac{1}{2}-n} \right. \\
& \left. + \frac{\lambda}{3S} R^{2-n} \right] \varphi(R) = 0 \tag{19 - III}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{H^4} \frac{1}{3S} R^{\frac{1}{2}-n} \right) R \varphi'(R) \\
& + \left[ n \left( n + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{H^4} \frac{1}{3S} R^{\frac{1}{2}-n} + \frac{\lambda}{3S} R^{2-n} \right] \varphi(R) \\
& = 0 \tag{19 - III}
\end{aligned}$$

نضع  $\beta' = \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{H^4} \frac{1}{3S}$  و منه:



$$R^2 \varphi''(R) + \left(2n + \frac{3}{2} - \beta' R^{\frac{1}{2}-n}\right) R \varphi'(R) + \left[n \left(n + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} \beta' R^{\frac{1}{2}-n} + \frac{\lambda}{3S} R^{2-n}\right] \varphi(R) = 0 \quad (20 - III)$$

تحويل المعادلة بدلالة:  $x$  و  $y$

$$x^2 y''(x) + \left(2n + \frac{3}{2} - \beta' x^{\frac{1}{2}-n}\right) x y'(x) + \left[n \left(n + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} \beta' x^{\frac{1}{2}-n} + \frac{\lambda}{3S} x^{2-n}\right] y(x) = 0 \quad (20 - III)$$

الكثافة السطحية للقرص :

• عند  $n = 1/2$ :

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left(\frac{5}{2} - 0.1\right) x y'(x) + \left[\frac{1}{8} - \frac{1}{20} + x^{\frac{3}{2}}\right] y(x) = 0$$

.....

ثم تحصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

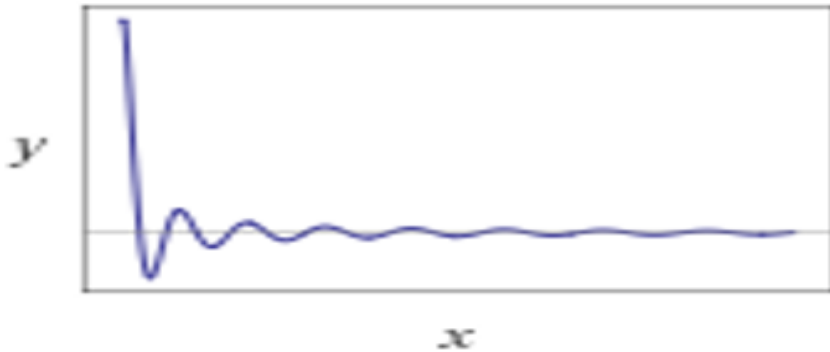
$$\frac{d}{dx} \left(x^{2.4} y'(x)\right) + x^{0.4} \left(\frac{3}{40} + x^{\frac{3}{2}}\right) y(x) = 0$$

رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$



الشكل (III - 8) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثالث لزخم الزاوي عند  $n = \frac{1}{2}$ .

• عند  $n = 1$ :

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left( \frac{7}{2} - 10^{-1} x^{-\frac{1}{2}} \right) x y'(x) + \left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{10} \times \frac{1}{2} \times x^{-\frac{1}{2}} + x \right] y(x) = 0$$

ثم تحصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

$$\frac{d}{dx} \left( e^{\frac{1}{5\sqrt{x}}} x^{\frac{7}{2}} y'(x) \right) + e^{\frac{1}{5\sqrt{x}}} x^{\frac{3}{2}} \left( \frac{3}{2} - \frac{1}{20\sqrt{x}} + x \right) y(x) = 0$$



رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$

الشكل (III - 9) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثالث لزخم الزاوي عند  $n = 1$ .

• عند  $n = \frac{3}{2}$ :

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left( \frac{9}{2} - 10^{-1} x \right) x y'(x) + \left[ 3 - \frac{1}{2} \times 10^{-1} x^{-1} + \sqrt{x} \right] y(x) = 0$$

ثم تحصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

$$\frac{d}{dx} \left( e^{\frac{1}{10/x}} x^{9/2} y'(x) \right) + e^{\frac{1}{10/x}} \left( 3 - \frac{1}{20x} + \sqrt{x} \right) x^{5/2} y(x) = 0$$



رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$

الشكل (III - 10) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثالث لزخم الزاوي عند  $n = \frac{3}{2}$ .

### III - 2 - 4 معادلة الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي في المجال $a + H \leq R$ :

في المجال الرابع تكون عبارة الزخم الزاوي  $\Lambda$  كالآتي:

$$\Lambda(R, a) = \frac{q^2 GM_* a^4}{2 R(R-a)^4} \quad \text{فإن} \quad a + H \leq R$$

نشتق عبارة  $\Lambda$  لكي نقوم بتعويضها في المعادلة (III - 10)

مشتقة الزخم الزاوي  $\Lambda$  بالنسبة  $R$ :

$$\Lambda'(R, a) = \frac{q^2 GM_* a^4 - R^{-2}(R-a)^4 - R^{-1}4(R-a)^3}{2 (R-a)^8}$$

$$\Lambda'(R, a) = \frac{q^2 GM_* a^4}{2} \left( \frac{-1}{R^2(R-a)^4} - \frac{4}{R(R-a)^5} \right)$$

نقوم بتعويض الزخم الزاوي  $\Lambda$  و  $\Lambda'$  في المعادلة (III - 10):

$$\begin{aligned} R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3v} \Lambda R^{3/2} \right) R \varphi'(R) \\ + \left( n(n-1) + \frac{3}{2}n - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3v} \Lambda' R^{5/2} - \frac{3}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3v} \Lambda R^{3/2} \right. \\ \left. + \frac{\lambda}{3v} R^2 \right) \varphi(R) = 0 \end{aligned} \quad (10 - III)$$

$$\begin{aligned}
 R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3v} \frac{q^2 GM_* a^4}{2} \frac{R^{3/2}}{R(R-a)^4} \right) R \varphi'(R) \\
 + \left( n(n-1) + \frac{3}{2}n - \frac{2}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3v} \frac{q^2 GM_* a^4}{2} \left( \frac{-1}{R^2(R-a)^4} - \frac{4}{R(R-a)^5} \right) R^{5/2} \right. \\
 \left. - \frac{3}{\sqrt{GM_*}} \frac{1}{3v} \frac{q^2 GM_* a^4}{2} \frac{R^{-1}}{(R-a)^4} R^{3/2} + \frac{\lambda}{3v} R^2 \right) \varphi(R) \\
 = 0 \tag{21 - III}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3v} \frac{R^{3/2}}{R^5 \left(1 - \frac{a}{R}\right)^4} \right) R \varphi'(R) \\
 + \left[ n(n-1) + \frac{3}{2}n - \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3v} \left( \frac{-R^{5/2}}{R^6 \left(1 - \frac{a}{R}\right)^4} - \frac{4R^{5/2}}{R^6 \left(1 - \frac{a}{R}\right)^5} \right) \right. \\
 \left. - \frac{3}{2} \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3v} \frac{R^{3/2}}{R^5 \left(1 - \frac{a}{R}\right)^4} + \frac{\lambda}{3v} R^2 \right] \varphi(R) = 0 \tag{21 - III}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3v} R^{-7/2} \right) R \varphi'(R) \\
 + \left[ n(n-1) + \frac{3}{2}n + \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3v} R^{-7/2} + \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3v} 4R^{-7/2} \right. \\
 \left. - \frac{3}{2} \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3v} R^{-7/2} + \frac{\lambda}{3v} R^2 \right] \varphi(R) = 0 \tag{21 - III}
 \end{aligned}$$

نقوم بتعويض قيمة  $v = SR^n$

$$\frac{a}{R} \rightarrow 0 \text{ النسبة}$$

$$a \ll R \text{ ومنه فإن } \frac{a}{R} \ll 1$$

$$\begin{aligned} R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3S} R^{-\left(\frac{7}{2}+n\right)} \right) R \varphi'(R) \\ + \left[ n(n-1) + \frac{3}{2}n + \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3S} R^{-\left(\frac{7}{2}+n\right)} + \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3S} 4R^{-\left(\frac{7}{2}+n\right)} \right. \\ \left. - \frac{3}{2} \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3S} R^{-\left(\frac{7}{2}+n\right)} + \frac{\lambda}{3S} R^{2-n} \right] \varphi(R) = 0 \end{aligned} \quad (22 - III)$$

$$\begin{aligned} R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3S} R^{-\left(\frac{7}{2}+n\right)} \right) R \varphi'(R) \\ + \left[ n(n-1) + \frac{3}{2}n + \frac{7}{2} \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3S} R^{-\left(\frac{7}{2}+n\right)} + \frac{\lambda}{3S} R^{2-n} \right] \varphi(R) \\ = 0 \end{aligned} \quad (22 - III)$$

$$\text{نضع } \alpha' = \frac{q^2 \sqrt{GM_*} a^4}{3S} \text{ و منه:}$$

$$\begin{aligned} R^2 \varphi''(R) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \alpha' R^{-\left(\frac{7}{2}+n\right)} \right) R \varphi'(R) \\ + \left[ n(n-1) + \frac{3}{2}n + \frac{7}{2} \alpha' R^{-\left(\frac{7}{2}+n\right)} + \frac{\lambda}{3S} R^{2-n} \right] \varphi(R) = 0 \end{aligned} \quad (23 - III)$$

تحويل المعادلة بدلالة:  $x$  و  $y$

$$\begin{aligned} x^2 y''(x) + \left( 2n + \frac{3}{2} - \alpha' x^{-\left(\frac{7}{2}+n\right)} \right) x y'(x) \\ + \left[ n(n-1) + \frac{3}{2}n + \frac{7}{2} \alpha' x^{-\left(\frac{7}{2}+n\right)} + \frac{\lambda}{3S} x^{2-n} \right] y(x) = 0 \end{aligned} \quad (23 - III)$$

الكثافة السطحية للقرص :

• عند  $n = 1/2$

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left( \frac{5}{2} - \frac{0.1}{x^4} \right) x y'(x) + \left[ \frac{1}{2} + \frac{7}{20} x^{-4} + x^{\frac{3}{2}} \right] y(x) = 0$$

ثم تحصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

$$\frac{d}{dx} \left( e^{\frac{0.025}{x^4}} x^{2.5} y'(x) \right) + e^{\frac{0.025}{x^4}} x^{0.5} \left( \frac{1}{2} + \frac{7}{20} x^{-4} + x^{\frac{3}{2}} \right) y(x) = 0$$



رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

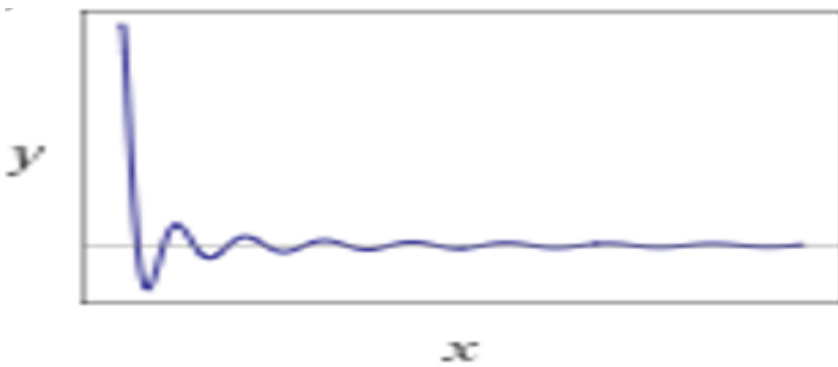
$$y'(1) = 0$$

الشكل (III - 11) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الرابع لزخم الزاوي عند  $n = 1/2$ .

• عند  $n = 1$ :

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left( \frac{7}{2} - 10^{-1} x^{-\frac{9}{2}} \right) x y'(x) + \left[ \frac{3}{2} + \frac{1}{10} \times \frac{7}{2} x^{-\frac{9}{2}} + x \right] y(x) = 0$$



رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$

الشكل (III - 12) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الرابع لزخم الزاوي عند  $n = 1$ .

• عند  $n = \frac{3}{2}$

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left(\frac{9}{2} - 10^{-1} x^5\right) x y'(x) + \left[3 + \frac{7}{2} \times 10^{-1} x^{-5} + \sqrt{x}\right] y(x) = 0$$

ثم تحصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

$$\frac{d}{dx} \left( e^{1/50x^5} x^{9/2} y'(x) \right) + e^{1/50x^5} \left( 3 + \frac{7}{20x^5} + \sqrt{x} \right) x^{5/2} y(x) = 0$$

رسم المنحنى:



الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$

الشكل (III - 13) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الرابع لزخم الزاوي عند  $n = \frac{3}{2}$ .

### III - 3 معادلة الكثافة السطحية للقرص الكوكبي الأولي عند $n = 2$ :

باستخدام البرنامج Maple نقوم بدراسة سلوك الدالة عند  $n = 2$ :

• في المجال الأول  $R \leq a - H$ :

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x) \right) + \left( \frac{11}{2} + \frac{1}{10} x^{-\left(\frac{3}{2}\right)} \right) x \left( \frac{\partial}{\partial x} y(x) \right) + \left( 6 + \frac{1}{2} x^{-\left(\frac{3}{2}\right)} \right) y(x) = 0$$

نجد حل المعادلة بالشكل التالي :

$$y(x) = \frac{-C_1 WhittakerW\left(\frac{7}{3}, \frac{1}{6}I\sqrt{15}, \frac{1}{15}x^{-\left(\frac{3}{2}\right)}\right) e^{\left(\frac{1}{30}x^{-\left(\frac{3}{2}\right)}\right)}}{x^{\left(\frac{3}{2}\right)}} + \frac{-C_2 WhittakerM\left(\frac{7}{3}, \frac{1}{6}I\sqrt{15}, \frac{1}{15}x^{-\left(\frac{3}{2}\right)}\right) e^{\left(\frac{1}{30}x^{-\left(\frac{3}{2}\right)}\right)}}{x^{\left(\frac{3}{2}\right)}}$$

• سنقوم بدراسة سلوك الدالة لما:  $z \rightarrow 0$

لدينا:

$$M_{K,\mu}(z) \sim z^{\frac{1}{2}+\mu}$$

$$W_{K,\mu}(z) \sim \frac{\Gamma(2\mu)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\mu-k\right)} z^{\frac{1}{2}-\mu} - \frac{\Gamma(-2\mu)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-\mu-k\right)} z^{\frac{1}{2}+\mu} \text{ و}$$

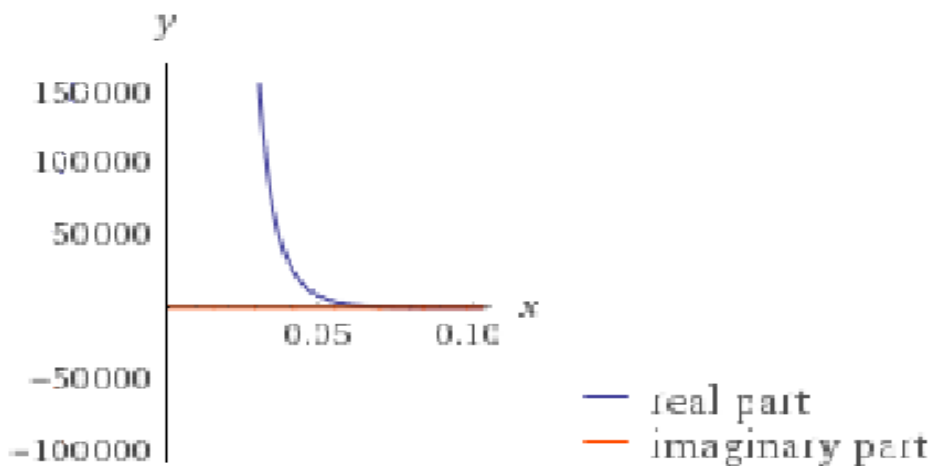
و منه فإن:  $M_{K,\mu}(z) \sim z^{\frac{1}{2}+\mu} \rightarrow 0$

للتخلص من الطرف الثاني نضع:  $C_2 = 0$

ونكتب الحل النهائي للمعادلة من الشكل التالي:

$$y(x) = \frac{-C_1 WhittakerW\left(\frac{7}{3}, \frac{1}{6}I\sqrt{15}, \frac{1}{15}x^{-\left(\frac{3}{2}\right)}\right) e^{\left(\frac{1}{30}x^{-\left(\frac{3}{2}\right)}\right)}}{x^{\left(\frac{3}{2}\right)}}$$

رسم المنحني:



الشكل (III - 14) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الأول لزخم الزاوي عند  $n = 2$ .



• في المجال الرابع  $a + H \leq R$  :

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x) \right) + \left( \frac{11}{2} - \frac{1}{10} x^{\left(\frac{11}{2}\right)} \right) x \left( \frac{\partial}{\partial x} y(x) \right) - \left( 6 + \frac{7}{20} x^{\left(\frac{11}{2}\right)} \right) y(x) = 0$$

يُجد حل المعادلة بالشكل التالي :

$$y(x) = \frac{-C_1 WhittakerW \left( \frac{2}{3}, \frac{1}{6} I\sqrt{15}, \frac{1}{15} x^{\left(\frac{3}{2}\right)} \right) e^{\left( -\frac{1}{30} x^{\left(\frac{3}{2}\right)} \right)}}{x^{\left(\frac{3}{2}\right)}} + \frac{-C_2 WhittakerM \left( \frac{2}{3}, \frac{1}{6} I\sqrt{15}, \frac{1}{15} x^{\left(\frac{3}{2}\right)} \right) e^{\left( -\frac{1}{30} x^{\left(\frac{3}{2}\right)} \right)}}{x^{\left(\frac{3}{2}\right)}}$$

• سنقوم بدراسة سلوك الدالة لما:  $z \rightarrow \infty$

لدينا:

$$M_{k,\mu}(z) \sim \frac{\Gamma(1 + 2\mu)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \mu - k\right)} e^{\frac{1}{2}z} z^{-k}$$

$$W_{k,\mu}(z) \sim e^{-\frac{1}{2}z} z^k$$

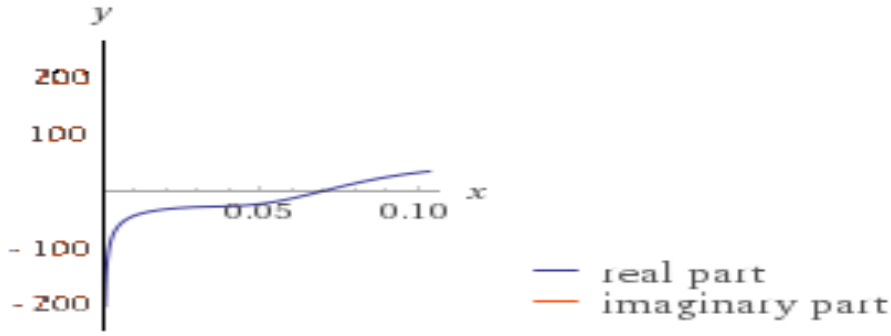
و منه فإن:  $W_{k,\mu}(z) \sim e^{-\frac{1}{2}z} z^k \rightarrow 0$

للتخلص من الطرف الأول نضع:  $C_1 = 0$

ونكتب الحل النهائي للمعادلة من الشكل التالي:

$$y(x) = \frac{-C_2 WhittakerM \left( \frac{2}{3}, \frac{1}{6} I\sqrt{15}, \frac{1}{15} x^{\left(\frac{3}{2}\right)} \right) e^{\left( -\frac{1}{30} x^{\left(\frac{3}{2}\right)} \right)}}{x^{\left(\frac{3}{2}\right)}}$$

رسم المنحني:



الشكل (III - 15) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الرابع لزخم الزاوي عند  $n = 2$ .

أما بالنسبة للمجالين الثاني والثالث إستعمل برنامج "maple" رسم منحنياتهم البيانية وذلك لتباعد قيم هذه الدالتين عن سلوكهما.

ولهذا عدنا لإستخدام موقع "WolframAlpha" لرسم سلوك الدالتين في المجالين الثاني والثالث.

• في المجال الثاني  $a - H \leq R \leq a$ :

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

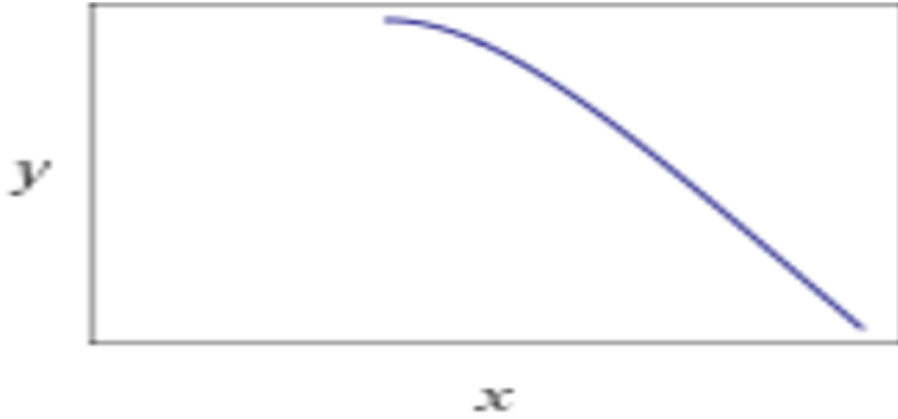
$$x^2 y''(x) + \left( \frac{11}{2} + 10^{-1} x^{\frac{5}{2}} \right) x y'(x) + \left[ 5 + 10^{-1} \times \frac{9}{2} x^{\frac{5}{2}} + 1 \right] y(x) = 0$$

ثم تحصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

$$\frac{d}{dx} \left( e^{\frac{5}{25} x^{\frac{11}{2}}} y'(x) \right) + e^{\frac{5}{25} x^{\frac{7}{2}}} \left( 6 + \frac{9}{20} x^{\frac{5}{2}} \right) y(x) = 0$$

حلها:

$$y(x) = 5^{\frac{9}{2}-\sqrt{\frac{3}{5}}} c_2(x)^{\frac{1}{4}i(\sqrt{15}+9i)} {}_1F_1\left(\frac{1}{10}(9+i\sqrt{15}); 1+i\sqrt{\frac{3}{5}}; -\frac{x^2}{25}\right) + 5^{\frac{9}{2}+\sqrt{\frac{3}{5}}} c_1(x)^{-\frac{1}{4}i(\sqrt{15}+(-9)i)} {}_1F_1\left(\frac{1}{10}(9-i\sqrt{15}); 1-i\sqrt{\frac{3}{5}}; -\frac{x^2}{25}\right)$$



رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$

الشكل (III - 16) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثاني لرخم الزاوي عند  $n = 2$ .

• في المجال الثالث  $a \leq R \leq a + H$ :

تصبح المعادلة من الشكل التالي:

$$x^2 y''(x) + \left(\frac{11}{2} - 10^{-1} x^{-\frac{3}{2}}\right) x y'(x) + \left[5 - 10^{-1} \times \frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} + 1\right] y(x) = 0$$

ثم تحصلنا على شكل معادلة Sturm-Liouville:

$$\frac{d}{dx} \left( e^{\frac{1}{15x^{3/2}}} x^{11/2} y'(x) \right) + e^{\frac{1}{15x^{3/2}}} \left( 6 - \frac{1}{20} x^{-\frac{3}{2}} \right) x^7 y(x) = 0$$

حلها:

$$\begin{aligned}
 y(x) = & 15^{-\frac{1}{6}i(\sqrt{15}+(-9)i)} c_2 \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{4}(9+i\sqrt{15})} {}_1F_1\left(\frac{1}{6}(7+i\sqrt{15}); 1\right. \\
 & \left.+ i\sqrt{\frac{5}{3}}; -\frac{1}{15}\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{3}{2}}\right) \\
 & + 15^{\frac{1}{6}i(\sqrt{15}+9i)} c_1 \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{4}(9-i\sqrt{15})} {}_1F_1\left(\frac{1}{6}(7-i\sqrt{15}); 1\right. \\
 & \left.- i\sqrt{\frac{5}{3}}; -\frac{1}{15}\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{3}{2}}\right)
 \end{aligned}$$



رسم المنحنى:

الشروط الابتدائية:

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = 0$$

الشكل (III - 17) منحنى بياني يوضح تغيرات الكثافة السطحية في المجال الثالث لزخم الزاوي عند  $n = 2$ .

### III - 4 تحليل المنحنيات:

نلاحظ:

• لما:  $n=1/2$

منحنى المجال الأول والثاني يتناقص بينما منحنى المجال الثالث والرابع يتناقص ثم يتزايد تدريجياً بتذبذب.

• لما:  $n=1$

منحنى المجال الأول والثاني يتناقص بينما منحنى المجال الثالث والرابع يتناقص ثم يتزايد تدريجياً بتذبذب.

• لما:  $n=3/2$

منحنى المجال الثاني يتناقص بينما المجال الأول والثالث والرابع لم يكن هناك رسم للمنحنى .

• لما:  $n=2$

منحنى المجال الأول والثاني يتناقص بينما منحنى المجال الرابع أما المجال الثالث لم يكن هناك رسم للمنحنى.

ومن خلال هذا التحليل وجدنا لما  $n=2$ . أنّ المنحنيات في هذه المجالات الأربعة، هي الأقرب للتتائج التي نريد الوصول إليها، حيث يتناقص منحنى المجال الأول والثاني، بينما يتزايد منحنى المجال الرابع، وهذا ما نحتاجه في دراستنا.

### III – 5 تفسير المنحني:

يتناقص منحنى المجال الأول والثاني تدريجياً إلى انعدام عند نقطة  $a$ . ويعود سبب ذلك إلى تناقص في الكثافة السطحية إلى أن تنعدم عند الكوكب، حيث يقوم عندها بتشكيل فجوة كبيرة ماسحاً كل القرص. وبعدها يتزايد في باقي المجالات .

### III – 3 خلاصة:

تتناقص الكثافة السطحية للقرص عند الكوكب إلى أن تنعدم، في حين أن الزخم الزاوي يكون أعظمي، ويتناقص هذا الأخير في أطراف القرص بعيداً عن الكوكب.

الخدمات العامة

## الخاتمة العامة

قمنا في هذا العمل بدراسة مبسّطة لتطور قرص التراكم مع هجرة الكواكب المجاورة، لأجل هذا قدمنا هذا العمل في ثلاثة فصول على النحو التالي. الفصل الأول تطرقنا فيه الى بعض المفاهيم الأساسية لظواهر كونية و التي يمكن ان تتواجد فيها مختلف النظم الفيزيائية الفلكية . ثم قمنا بدراسة وصفية لقرص التراكم الذي هو تجمع كثيف من الغاز و الغبار يدور حول جرم سماوي وكيفية تشكله و نماذجه.

الفصل الثاني تضمن تجاذب (قرص \_ كوكب) وفيه عرفنا كيفية حدوث الهجرة و أنواعها و تأثيرها على تشكل الكواكب بالإضافة الى المعادلات الأساسية لدراسة قرص التراكم و مختلف مراحل حساب تطور الكثافة السطحية انطلاقا من قوانين الإنخفاض لكل من الكتلة و العزم الزاوي.

الفصل الثالث قمنا فيه بدراسة تطور الكثافة السطحية و ذلك من خلال إيجاد المعادلة التفاضلية للكثافة السطحية لقرص كوكبي أولي في أربع مجالات للزخم الزاوي مع إعطاء حلولها ورسمها ومناقشتها .

إن ما أنجزناه في هذا العمل يعتبر نقطة انطلاق جيدة دفعتنا إلى طرح اقتراحات و أفكار قد تكون منطلقات لأعمال أخرى:

- ماذا يحدث إذا كان القرص رقيقا ؟
- ماذا يحصل لو حدثت الهجرة للكواكب في نظامنا الشمسي ؟ وماهو مصير كوكبنا "الأرض" ؟

## المراجع

- [1] رؤوف وصيفي " الكون و الثقوب السوداء " 1979
- [2] جيمس ميردن " النجوم و الكواكب " دار العلم للملايين.
- [3] <https://nasainarabic.net/education/articles/view/objects-stars1>
- [4] جون جريبين "المجرات: مقدمة قصيرة جدا" 2015م.
- [5] د. مجدي الصفتاوي " النجوم المزدوجة " قسم العلوم الفلكية - كلية العلوم.
- [6] د. محمد فراس الصفتدي " النجوم المزدوجة " الجمعية الفلكية السورية [www.saaa.sy-org](http://www.saaa.sy-org)
- [7] HELASSA Amel ,these de magister en sciens, Université colonel Hadj Lakhder-BATNA 2012
- [8] George Mamatsashvili ([grm@roe.ac.uk](mailto:grm@roe.ac.uk)) Angular momentum transport in accretion discs Institute for Astronomy, University of Edinburgh 31 st March 2009 .
- [9] Geoffroy Lesur, thèse de doctorat en sciences, Université Joseph-Fourier – Grenoble I, 2007. France.
- [10] A. Claret, A. Giménez, Physical processes in close binary systems, LNP 563, pp .1-47, 2001.
- [11] N. I. Shakura & R. A. Sunyaev, Black holes in binary systems. Observational appearance, Astron. & Astrophys. 24, 337-335, 1973.
- [12] Martin Harwit, Astrophysical concepts, Springer, 2006.
- [13] Credit: Dana Berry/NASA



[14] Lee Hartmann, Accretion Processes In Star Formation, Cambridge University Press, 1997.

[15] <http://upload.wikimedia.org/>

[17] Christophe Cossou , Effet de la structure du disque sur la formation et la migration des planètes , 2013, Université Sciences et Technologies – Bordeaux I, France .

[18] weidenschilling, S. J. (1977b). "The distribution of mass in the planetary system and solar nebula", AP&55, 51, p153.

[19] [www.rdi-eg.com](http://www.rdi-eg.com)

[20] [http:// Iastro.caltech.edu/~vgm/ppiv/preprints.html](http://Iastro.caltech.edu/~vgm/ppiv/preprints.html) on the world wide web scientific American, September 1999.

[21] <http://nasainarabic.r/a/2862.net>

[22] Philip j. Armitage , Astrophysics of planet formation,2009, Published in the United States of America by Cambridge University Press, New York.

[23] مبروكة تارش، نسرين بن شايب " دراسة الكثافة السطحية لقرص تراكم كبلري " مذكرة ماستر أكاديمي، جامعة قاصدي مرياح ورقلة، 2017/2016.

[24] Dimitri Veras and Philip J. Armitage ,Outward migration of extrasolar planets to large orbital radii , 2004, MNRAS, 347, 613–624.

### ملخص:

لقد تطرّقنا في موضوعنا هذا إلى دراسة ظاهرة فلكية تسمى تطور قرص التراكم مع هجرة كوكب المجاورة.

(*évolution d'un disque d'accrétion avec migration les planète voisin*) التي تحدث بين نجم مركزي و حزام من الغاز و كواكب مصغرة ،وبعد ان تندمج هاته الاخيرة تقوم عادة بإعادة توزيع المواد في جوارها مما يتسبب في تغيير مدار الكوكب و حجمه ، وهذا ما يؤدي الى هجرته نحو نجمه او بعيدا عنه ، وتتم هذه العملية بثلاث أنواع لازالت قيد الدراسة، وكما قمنا بدراسة تطور القرص الكوكبي الاولي وفقا للمعادلات الفيزيائية ( الكثافة السطحية ، الزخم الزاوي ). ونهدف من عملنا هذا إلى إيجاد معادلة تطور الكثافة السطحية. وأثر الزخم الزاوي في توزيع الكثافة.

**الكلمات المفتاحية :** القرص الكوكبي الدوّار ، هجرة كوكب ، الزخم الزاوي، الكثافة السطحية.

### Abstract:

In this subject, we have discussed the study of an astronomical phenomenon called the evolution of the accumulation disk with the migration of a neighboring planet.

(*Evolution d'un disque d'accrétion avec migration des planètes voisines*), which occurs between a central star and a belt of gas and miniature planets, and after these merges the latter usually redistribute the material in its vicinity, causing the change of the planet's orbit and size, and this Which leads to migration to the star or away from him, and this process is three types are still under study, and we have studied the evolution of the first planetary disk according to physical equations (surface density, angular momentum). Our aim is to find an equation for the development of surface density. And the effect of angular momentum in the density distribution.

Keywords: rotary planetary disk, planet migration, angular momentum, surface density.

### Résumé:

Dans ce sujet, nous avons discuté de l'étude d'un phénomène astronomique appelé l'évolution du disque d'accumulation avec la migration d'une planète voisine.

(*Evolution d'un disque d'accrétion avec migration des planètes voisines*) qui se produisent entre l'étoile centrale et une ceinture de gaz et mini-planètes, ayant intégré dans ces circonstances dernières sont la redistribution habituellement des matériaux dans son voisinage, ce qui provoque changer l'orbite et sa taille de la planète, ce elle conduit à la migration vers son étoile ou loin de lui, et ce processus sont trois types encore à l'étude, comme nous l'avons étudié l'évolution du premier disque planétaire selon les équations physiques (densité de surface, le moment angulaire). Notre objectif est de trouver une équation pour le développement de la densité de surface. Et l'effet du moment angulaire dans la distribution de densité.