Calcul du Profil de raies dans un plasma dense et chaud en présence d'un champ magnétique

Mokadem Safia[1], Chenini Keltoum[2] et Meftah Mohamed Tayeb

[1]Département de Physique. Faculté de Mathématiques et Sciences de la Matière. Université de Ouargla, 30000 Algérie.

[2]Laboratoire LRPPS, Département des Sciences et Techniques. Faculté des Sciences et Technologie. Université de Ghardaïa, 47000 Algérie

[1]safiamokadem5@gmail.com, [2] K1_chenini@yahoo.fr

Résumé

Dans ce travail nous allons présenter une étude théorique l'effet Zeeman dans les plasmas denses et chauds, cette étude se base sur le calcul numérique et l'analyse des profils des raies spectrales.

Nous avons calculé les fonctions d'onde des niveaux (n=1,n=2) en utilisant l'équation quantique relativiste de Dirac. Le calcul des éléments de matrice de la raie Lyman alpha pour quelques les éléments (H et Ar^{+17}) en présence du champ magnétique.

Mots clés: Effet Zeeman, Plasmas, Profils des raies, Equation Dirac, Les fonctions d'onde.

INTRODUCION

L'effet Zeeman est un phénomène provient de l'interaction du champ magnétique avec le moment magnétique orbital dû au mouvement de l'électron sur son orbite, et avec le moment magnétique associé au spin de cet électron [1].

Il permet de lever la dégénérescence des niveaux d'énergie de l'atome ou de l'ion, où le levée de dégénérescence dépend l'intensité du champ magnétique.

Dans le cas de la raie Lyman alpha le schéma ci-dessous présente l'effet du champ magnétique sur les niveaux d'énergie

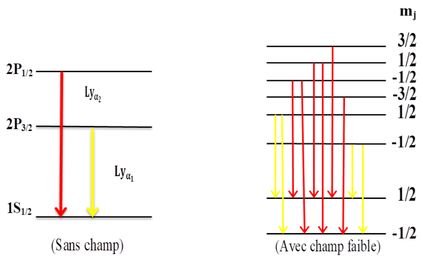

Fig 1: Effet du champ magnétique faible sur les niveaux d'énergie de la raie Lyα. [2]

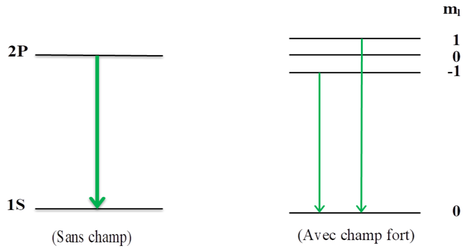

Fig 2: Effet du champ magnétique fort sur les niveaux d'énergie de la raie Lyα.

METHODES DE CALCUL

L'équation de Dirac est une équation quantique relativiste, ses les solutions sont les fonctions d'onde qui décrites l'état quantique des particules avec S =(1/2), et elles sont données telle que:

On a les cas[3]:

$$j = l - \tfrac{1}{2}: \quad \begin{cases} u_1 = \sqrt{\frac{l-m+\frac{1}{2}}{2l+1}}\, g(r) Y_{l,m-\frac{1}{2}}(\theta,\phi) \\ u_2 = \sqrt{\frac{l+m+\frac{1}{2}}{2l+1}}\, g(r) Y_{l,m+\frac{1}{2}}(\theta,\phi) \\ u_3 = -\sqrt{\frac{l+m-\frac{1}{2}}{2l+1}}\, i f(r) Y_{l-1,m-\frac{1}{2}}(\theta,\phi) \\ u_4 = \sqrt{\frac{l-m-\frac{1}{2}}{2l+1}}\, i f(r) Y_{l-1,m+\frac{1}{2}}(\theta,\phi) \end{cases}$$

$$j = l + \tfrac{1}{2}: \quad \begin{cases} u_1 = \sqrt{\frac{l+m+\frac{1}{2}}{2l+1}}\, g(r) Y_{l,m-\frac{1}{2}}(\theta,\phi) \\ u_2 = -\sqrt{\frac{l-m+\frac{1}{2}}{2l+1}}\, g(r) Y_{l,m+\frac{1}{2}}(\theta,\phi) \\ u_3 = -\sqrt{\frac{l-m+\frac{1}{2}}{2l+3}}\, i f(r) Y_{l+1,m-\frac{1}{2}}(\theta,\phi) \\ u_4 = -\sqrt{\frac{l+m+\frac{1}{2}}{2l+3}}\, i f(r) Y_{l+1,m+\frac{1}{2}}(\theta,\phi) \end{cases}$$

Pour n=1 et n=2 (la Lyman alpha) les fonctions d'onde sont écrites comme suit:

L'état n=1 est composée de deux sous niveaux:

$$\beta_1 : 1S_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \Psi_{10\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} g_{1s}(r)Y_{00} \\ 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} f_{1s}(r) Y_{10} \\ i\sqrt{\frac{2}{3}} f_{1s}(r) Y_{11} \end{pmatrix} ; \beta_2 : 1S_{1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = \Psi_{10\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ g_{1s}(r)Y_{00} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} g_{1s}(r) Y_{1-1} \\ -i\frac{1}{\sqrt{3}} f_{1s}(r) Y_{10} \end{pmatrix}$$

L'état n=2 est composée de huit sous niveaux:

$$\alpha_1 : 2S_{2\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \Psi_{20\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} g_{2s}(r)Y_{00} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} f_{2s}(r) Y_{10} \\ i\sqrt{\frac{2}{3}} f_{2s}(r) Y_{11} \end{pmatrix} ; \alpha_2 : 2S_{2\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = \Psi_{20\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ g_{2s}(r)Y_{00} \\ i\sqrt{\frac{2}{3}} f_{2s}(r) Y_{1-1} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} f_{2s}(r) Y_{10} \end{pmatrix}$$

$$\alpha_3 : 2P_{2\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \Psi_{20\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} g_{2P_{\frac{1}{2}}}(r)Y_{10} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} g_{2P_{\frac{1}{2}}}(r)Y_{11} \\ i f'_{2P_{\frac{1}{2}}}(r)Y_{00} \\ 0 \end{pmatrix} ; \alpha_4 : 2P_{2\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = \Psi_{20\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} g_{2P_{\frac{1}{2}}}(r)Y_{1-1} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} g_{2P_{\frac{1}{2}}}(r)Y_{10} \\ 0 \\ i f'_{2P_{\frac{1}{2}}}(r)Y_{00} \end{pmatrix}$$

$$\alpha_5 : 2P_{2\frac{3}{2}\frac{1}{2}} = \Psi_{20\frac{3}{2}\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} g_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{11} \\ 0 \\ i\sqrt{\frac{1}{3}} f_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{21} \\ i\sqrt{\frac{2}{3}} f_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{22} \end{pmatrix} ; \alpha_6 : 2P_{2\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} = \Psi_{20\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} g_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{10} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} g_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{11} \\ i\sqrt{\frac{2}{3}} f_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{20} \\ i\sqrt{\frac{1}{3}} f_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{21} \end{pmatrix}$$

$$\alpha_7 : 2P_{2\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} = \Psi_{20\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} g_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{1-1} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} g_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{10} \\ i\sqrt{\frac{2}{3}} f_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{2-1} \\ i\sqrt{\frac{1}{3}} f_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{20} \end{pmatrix} ; \alpha_8 : 2P_{2\frac{3}{2}-\frac{3}{2}} = \Psi_{20\frac{3}{2}-\frac{3}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ g_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{1-1} \\ i\sqrt{\frac{2}{3}} f_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{2-2} \\ i\sqrt{\frac{1}{3}} f_{2P_{\frac{3}{2}}}(r)Y_{2-1} \end{pmatrix}$$

g(r) et f(r) sont Les fonctions radial, Y(θ,φ): C'est l'harmonique sphérique.

D'autre coté, on a considéré un plasma d'ion hydrogénoïde dans un champ magnétique homogène coïncide avec la direction de l'axe Ox. Dans la théorie des perturbations, l'Hamiltonien qui décrit ce système avec ses interactions est représente comme :[3]

$$\boldsymbol{H_D = H^{free} + W}$$

Avec $\boldsymbol{H^{free}} = \vec{\alpha}.\vec{p} + eV(r)$ est l'Hamiltonien de l'atome libre: $\vec{\alpha}$ est la matrice de Dirac, $\vec{p}$ est la quantité de mouvement et V(r) est le potentiel Coulombien. $W = -\vec{d}.\vec{F} - eBy\sigma_z$: est l' Hamiltonien de l'atome perturbé; $(-\vec{d}\ .\vec{F})$ est l'Hamiltonien dans l'approximation dipolaire électrique; $\vec{F}$ est le champ du plasma et $\vec{d}$ le vecteur dipôle, $By\sigma_z$ est le potentiel vecteur; B est le champ magnétique, y est la coordonné sphérique, σ_z est l'opérateur de Dirac et e est la charge d'électron.

Dans la représentation de Liouville dans la base est composée de 16 éléments (dyades: 2 sous-niveaux de n=1 et 8 sous-niveaux de n=2) pour la Lyman alpha:

pour le niveau fondamental n=1 les états $\left|n,l:j,m_j\right\rangle$ sont:

$$\{\beta_{1,2}\} = \left\{ \left|\mathbf{1,0}:\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}},\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right\rangle, \left|\mathbf{1,0}:\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}},-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right\rangle \right\}$$

et pour le niveau n=2 les états sont :

$$\{\alpha_i\}_{i=1\ldots8} = \left\{ \begin{array}{l} \left|\mathbf{2,0}:\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}},\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right\rangle, \left|\mathbf{2,0}:\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}},-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right\rangle, \left|\mathbf{2,1}:\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}},\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right\rangle, \left|\mathbf{2,1}:\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}},-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right\rangle, \\ \left|\mathbf{2,1}:\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}},\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\right\rangle, \left|\mathbf{2,1}:\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}},\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right\rangle, \left|\mathbf{2,1}:\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}},-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right\rangle, \left|\mathbf{2,1}:\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}},-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\right\rangle \end{array} \right\}$$

RESULTATS

Le calcul des éléments de matrice de la raie Ly$-\alpha$ et nous avons trouvé les résultats telle que la forme de la matrice d'intéraction est comme :

□	$\beta_{1\alpha_1}$	$\beta_{1\alpha_2}$	$\beta_{1\alpha_3}$	$\beta_{1\alpha_4}$	$\beta_{1\alpha_5}$	$\beta_{1\alpha_6}$	$\beta_{1\alpha_7}$	$\beta_{1\alpha_8}$	$\beta_{2\alpha_1}$	$\beta_{2\alpha_2}$	$\beta_{2\alpha_3}$	$\beta_{2\alpha_4}$	$\beta_{2\alpha_5}$	$\beta_{2\alpha_6}$	$\beta_{2\alpha_7}$	$\beta_{2\alpha_8}$
$\beta_{1\alpha_1}$	E_{0_1}	E_{0_2}	2	3	4	5	6	7	0	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_{1\alpha_2}$	17	E_{0_1}	E_{0_2}	19	20	0	22	23	24	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_{1\alpha_3}$	33	34	E_{0_1}	E_{0_2}	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_{1\alpha_4}$	49	50	51	E_{0_1}	E_{0_2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_{1\alpha_5}$	65	0	67	0	E_{0_1}	E_{0_2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_{1\alpha_6}$	81	82	0	84	0	E_{0_1}	E_{0_2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_{1\alpha_7}$	97	98	99	0	0	0	E_{0_1}	E_{0_2}	0	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_{1\alpha_8}$	0	114	0	116	0	0	0	E_{0_1}	E_{0_2}	0	0	0	0	0	0	0
$\beta_{2\alpha_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	E_{0_1}	E_{0_2}	138	139	140	141	142	143
$\beta_{2\alpha_2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	153	E_{0_1}	E_{0_2}	155	156	0	158	159
$\beta_{2\alpha_3}$	0	0	0	0	0	0	0	0	169	170	E_{0_1}	E_{0_2}	172	0	0	0
$\beta_{2\alpha_4}$	0	0	0	0	0	0	0	0	185	186	187	E_{0_1}	E_{0_2}	0	0	0
$\beta_{2\alpha_5}$	0	0	0	0	0	0	0	0	201	0	203	0	E_{0_1}	E_{0_2}	0	0
$\beta_{2\alpha_6}$	0	0	0	0	0	0	0	0	217	218	0	220	0	E_{0_1}	E_{0_2}	0
$\beta_{2\alpha_7}$	0	0	0	0	0	0	0	0	233	234	235	0	0	0	E_{0_1}	E_{0_2}
$\beta_{2\alpha_8}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	250	0	252	0	0	0	E_{0_1} E_{0_2}

Les éléments de matrice pour un plasma de l'hydrogène (Z=1) sont :

02	$0.01376\mu B$	36	$0.01376\hbar\mu_B$	138	$0.01376\mu B$	172	$0.01376\hbar\mu_B$
03	$0.91801\times10^{-10}qE_z$	49	$-0.91801\times10^{-10}q(E_x+iE_y)$	139	$0.91801\times10^{-10}qE_z$	185	$0.91801\times10^{-10}q(E_x+iE_y)$
04	$0.91801\times10^{-10}q(E_x-iE_y)$	50	$-0.91801\times10^{-10}qE_z$	140	$0.91801\times10^{-10}q(E_x-iE_y)$	186	$0.91801\times10^{-10}qE_z$
05	$1.1242\times10^{-10}q(E_x+iE_y)$	51	$-0.01376\hbar\mu_B$	141	$1.1242\times10^{-10}q(E_x+iE_y)$	187	$0.01376\hbar\mu_B$
06	$1.2981\times10^{-10}qE_z$	65	$1.1242\times10^{-10}q(E_x-iE_y)$	142	$1.2981qE_z$	201	$1.1242\times10^{-10}q(E_x-iE_y)$
07	$0.64908\times10^{-10}q(E_x-iE_y)$	67	$1.6851\times10^{-13}\hbar\mu_B$	143	$0.64908\times10^{-10}q(E_x-iE_y)$	203	$1.6851\times10^{-13}\hbar\mu_B$
17	$0.01376\hbar\mu_B$	81	$1.2981\times10^{-10}qE_z$	153	$0.01376\hbar\mu_B$	217	$1.2981\times10^{-10}qE_z$
19	$0.91801\times10^{-10}q(E_x+iE_y)$	82	$0.64908\times10^{-10}q(E_x-iE_y)$	155	$0.91801\times10^{-10}q(E_x+iE_y)$	218	$0.64908\times10^{-10}q(E_x-iE_y)$
20	$0.91801\times10^{-10}qE_z$	84	$9.7295\times10^{-13}\hbar\mu_B$	156	$0.91801\times10^{-10}qE_z$	220	$9.7295\times10^{-13}\hbar\mu_B$
22	$0.64908\times10^{-10}q(E_x+iE_y)$	97	$0.64908\times10^{-10}q(E_x+iE_y)$	158	$0.64908\times10^{-10}q(E_x+iE_y)$	233	$0.64908\times10^{-10}q(E_x+iE_y)$
23	$1.2981\times10^{-10}qE_z$	98	$1.2981\times10^{-10}qE_z$	159	$1.2981\times10^{-10}qE_z$	234	$1.2981\times10^{-10}qE_z$
24	$1.1242\times10^{-10}q(E_x-iE_y)$	99	$9.7295\times10^{-13}\hbar\mu_B$	160	$1.1242\times10^{-10}q(E_x-iE_y)$	235	$9.7295\times10^{-13}\hbar\mu_B$
33	$0.91801\times10^{-10}qE_z$	114	$1.1242\times10^{-10}(E_x+iE_y)$	169	$0.91801\times10^{-10}qE_z$	250	$1.1242\times10^{-10}(E_x+iE_y)$
34	$0.91801\times10^{-10}q(E_x-iE_y)$	116	$1.6851\times10^{-13}\hbar\mu_B$	170	$0.91801\times10^{-10}q(E_x-iE_y)$	252	$1.6851\times10^{-13}\hbar\mu_B$

1	10.2043	69	$B\mu_B$ − 10.2044	137	$2B\mu_B$ − 10.2043	205	$3B\mu_B$ − 10.2044
18	$2B\mu_B$ − 10.2043	86	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 10.2044	150	10.2043	222	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 10.2044
35	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 10.2043	103	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 10.2044	171	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 10.2043	239	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 10.2044
52	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 10.2043	120	$3B\mu_B$ − 10.2044	188	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 10.2043	256	$B\mu_B$ − 10.2044

Et pour un plasma de l'argent hydrogénoïde (Z=18) sont :

2	$7.3839\times10^{-4}\mu B$	36	$7.3839\times10^{-4}\hbar B_q$	138	$7.3839\times10^{-4}\mu B$	172	$7.3839\times10^{-4}\hbar B_q$
3	$4.9259\times10^{-12}qE_z E_z$	49	$4.9259\times10^{-12}qE_z(E_x+iE_y)$	139	$4.9259\times10^{-12}qE_z E_z$	185	$4.9259\times10^{-12}qE_z(E_x+iE_y)$
4	$4.9259\times10^{-12}qE_z(E_x-iE_y)$	50	$4.9259\times10^{-12}qE_z E_z$	140	$4.9259\times10^{-12}qE_z(E_x-iE_y)$	186	$4.9259\times10^{-12}qE_z E_z$
5	$6.0909\times10^{-12}qE_z(E_x+iE_y)$	51	$7.3839\times10^{-4}\hbar B_q$	141	$6.0909\times10^{-12}qE_z(E_x+iE_y)$	187	$7.3839\times10^{-4}\hbar B_q$
6	$0.07033\times10^{-10}qE_z E_z$	65	$6.0909\times10^{-12}qE_z(E_x-iE_y)$	142	$0.07033\times10^{-10}qE_z E_z$	201	$6.0909\times10^{-12}qE_z(E_x-iE_y)$
7	$3.5166\times10^{-12}qE_z(E_x-iE_y)$	67	$9.1302\times10^{-4}\hbar B_q$	143	$3.5166\times10^{-12}qE_z(E_x-iE_y)$	203	$9.1302\times10^{-4}\hbar B_q$
17	$7.3839\times10^{-4}\hbar B_q$	81	$0.07033\times10^{-10}qE_z E_z$	153	$7.3839\times10^{-4}\hbar B_q$	217	$0.07033\times10^{-10}qE_z E_z$
19	$4.9259\times10^{-12}qE_z(E_x+iE_y)$	82	$3.5166\times10^{-12}qE_z(E_x-iE_y)$	155	$4.9259\times10^{-12}qE_z(E_x+iE_y)$	218	$3.5166\times10^{-12}qE_z(E_x-iE_y)$
20	$4.9259\times10^{-12}qE_z E_z$	84	$5.2713\times10^{-4}\hbar B_q$	156	$4.9259\times10^{-12}qE_z E_z$	220	$5.2713\times10^{-4}\hbar B_q$
22	$3.5166\times10^{-12}qE_z(E_x+iE_y)$	97	$3.5166\times10^{-12}qE_z(E_x+iE_y)$	158	$3.5166\times10^{-12}qE_z(E_x+iE_y)$	233	$3.5166\times10^{-12}qE_z(E_x+iE_y)$
23	$0.07033\times10^{-10}qE_z E_z$	98	$0.07033\times10^{-10}qE_z E_z$	159	$0.07033\times10^{-10}qE_z E_z$	234	$0.07033\times10^{-10}qE_z E_z$
24	$6.0909\times10^{-12}qE_z(E_x-iE_y)$	99	$5.2713\times10^{-4}\hbar B_q$	160	$6.0909\times10^{-12}qE_z(E_x-iE_y)$	235	$5.2713\times10^{-4}\hbar B_q$
33	$4.9259\times10^{-12}qE_z E_z$	114	$6.0909\times10^{-12}qE_z(E_x+iE_y)$	169	$4.9259\times10^{-12}qE_z E_z$	250	$6.0909\times10^{-12}qE_z(E_x+iE_y)$
34	$4.9259\times10^{-12}qE_z(E_x-iE_y)$	116	$9.1302\times10^{-4}\hbar B_q$	170	$4.9259\times10^{-12}qE_z(E_x-iE_y)$	252	$9.1302\times10^{-4}\hbar B_q$

1	3319.5	69	$B\mu_B$ − 3324.3	137	$2B\mu_B$ − 3319.5	205	$3B\mu_B$ − 3324.3
18	$2B\mu_B$ − 3319.5	86	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 3324.3	150	3319.5	222	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 3324.3
35	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 3319.5	103	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 3324.3	171	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 3319.5	239	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 3324.3
52	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 3319.5	120	$3B\mu_B$ − 3324.3	188	$\frac{1}{2}B\mu_B$ − 3319.5	256	$B\mu_B$ − 3324.3

Avec E_x , E_y et E_z sont les composantes du champ éléctrique, μ_B est le magnéton de Bohr et q est la charge d'ion.

CONCLUSION

Nous allons calculer le profil de la raie Lyman alpha est soumis sous un champ magnétique.

REFERENCES

[1] Michel Le Bellac; Physique quantique Tome II; EDP Sciences/CNRS Éditions, France,(2013).

[2] F.Khelfaoui; Cours de master en physique de rayonnement; Université de Ouargla, (2017-2018).

[3] Hans A.Bethe et al; Quantum mechanics of one-two - electron atoms; Springer-Verlag-Berlin-Gottingen-Hcidelberg,(1952).