ÈTUDE ET APPLICATION DU PROBLÈME DE SNELL EN FINANCE

HACHEF SALAH EDDINE
Dèpartement des Mathématiques
probabilité et statistique
Universitè Kasdi Merbah Ouargla 30000, Algerie
salahsouf238@gmail.com

Résumé

Le problème de Snell étant l'un des problèmes financiers les plus étudiés, son étude a adopté de nombreuses options, dont l'option américaine, européenne et bermudienne,Dans ce travail, nous avons discuté de la modélisation et de la connaissance du concept de Snell et de ses caractéristiques, et comment y faire face, Nous avons adopté l'étude de ce problème sur la martingale et la filtrations ,Il est également lié à l'identification d'un temps d'arrêt spécifique pour que l'opération ait lieu, On l'appelle le temps d'arrêt optimal.
Mots Clè : problème de snell , la filtrations , la martingals , le temps d'arrét optimal.

Introduction

Les probabilités ont pour but l'étude des phénomène (expérience aléatoire).En particulier ,les processus stochastique permettent de modéliser l'évolution dans le temps d'un phénomène aléatoire,Parmi ces phénomènes, nous trouvons le problème financier de Sunl, qui dépend de nombreux services tels que les entreprises et les bourses, Commuent on applique le problème de snell en finance ? (Dois-je exercer maintenant mon droit ou attendre encore ?)

Reve de litterature

1- problème de snell et application au option bermudiennes

titre : problème de snell et apllication au option bermudiennes
Auteur : Vincent Gangon
Resumè : ce travail prèsente une rèsolution de problème de snell dans le cas ou les temps d'arrêts des valeurs discrèt dans ce resultat est par la suite utilisè dans un contexte d'option bèrmudienne.
Mots Clè : snell,temps d'arrèt a valeurs discrt, bèrmudienne. temps d'arrèt a valeurs discrt, bèrmudienne.

2- Arrèt optimal et application a la valorisation des options amèricains.

titre :Arrèt optimal et application a la valorisation des options amèricains.
Auteur :Gray Oger .
Resumè :ce travail prèsente un marchè financiere et optios amèricaines,et la dèfinition de l'enveloppe de snell et arrèt optimal, en finalement dans ce travail a appliquer la valorisation et a la converteure d'optios amèricaines .
Mots Clè :Marchè financiere ,options amèricaines, l'enveloppe de snell.

3- Absence d'arbitrage et martingales.

titre :Absence d'arbitrage et martingales.
Auteur :Lionel Gomez Sanchez.
Resumè :ce travail prèsentè un modelesè en mathematique financières.parmi lesquels stratègie et option amèricaines,l'enveloppe de snell,et en comparant les options amèricains et europennes.
Mots Clè :stratègie d'arbitrage, temps d'arrêt optimal,l'enveloppe de snell.

Synthése

À travers les lectures précédentes, nous trouvons une similitude dans les idées du les auteurs en termes de leur définition du concept de Snell et de ses caractéristiques car chacun a un but spécifique est de trouver une solution au problème de Snell financier.

Position du probléme

Soit $X=(X_t)_{t=1}^n$ un processus adapté á la filtration $F=F_t t=0,...,n$ tel que $E(|X_t|)<\infty$ pour tout $t\leq n$, et soit $\mathbb{T}$ l'ensemble des temps d'arrêt á valeur dans $\tau=0,1,...,n$. On cherche á rèsoudre le problème suivant, dit problème de Snell : est-il possible de trouver un temps d'arrêt $\tau^*\in\mathbb{T}$, tel que

$$\mathbb{E}(X_{\tau^*})=sup_{\tau\in\mathbb{T}}E(X_t)$$

Pour en faire la résolution, nous allons étudier un probléme qui á prime abord est un peu plus complexe. Il s'agit de trouver $U=(U_t)_{t=0}^n$ tels que

$$U_t=sup_{\tau\in\mathbb{T};\tau\geq t}E(X_\tau|F_t),\quad t=0,...,n.$$

Nous allons montrer que dans le cas prèsent, la solution est donnèe par

$$U_t=\begin{cases}X_n & si\ \ t=n\\ max\ \ \{X_t,E(U_{t+1}|F_t)\} & si\ \ t<n,...\end{cases}$$

et que $\tau_0(\omega)=min\{s\geq 0|U_s(\omega)=X_s(\omega)\}\in\mathbb{T}$ satisfait l'èquation Le processus U est bien adaptè à la filtration F. Dans le cas où $t=n$, $U_n=X_n$ et X est adaptè à la filtration F. Dans notre dernier cas, où $t\leq n$, comme X_{t_j} et $E(U_{t_{j+1}}|F_tj)$ sont tous les deux F_t-mesurables, le maximum l'est aussi.

Quelque dèfinition

Les définitions suivantes seront utiles afin de bien comprendre les énoncés du présent mèmoire.
Soit (Ω,F,P) un espace probabilisé
définition 1 :On dit que $\mathbb{F}=\{F_t;t=0,1,2,...\}$ est une filtration si pour tout $t\in\{0,1,2,...\}$, F_t est une suite de sous-tribus de$F$ telle que

$$F_t\subseteq F_{t+1}$$

définition 2 :Une variable aléatoire τ , prenant des valeurs dans$\mathbb{N}?\{+\infty\}$, est un temps d'arrêt par rapport à la filtration$F$ si pour tout $t\in\{0,1,2,...\}$,

$$\{\tau\leq t\}\in F_T$$

.
définition 3 :Soit $X=(X_t)_{t\geq 0}$ un processus stochastique, où t est discret et F une filtration. On dit que X est un processus F-adapté si chaque $\{t\in\{0,1,2,...\},X_T$ estF_T-mesurable
définition 4 :Soit X un processus F-adapté où F est une filtration. Alors $(X_t,F_t)_{t\geq 0}$ est une martingale si pout tout $t\in\{0,1,2,...\}$,
–$\mathbb{E}(|X_t|)<\infty$,
–$\mathbb{E}(X_{t+1}|F_t)=X_t$ p.s.

Références

[1] Andersen, L. and Broadie, M. (2004).Primal-dual simulation algorithm for pricing multidimensionnal Americain options.Management Science, 50 :1222- 1234.

[2] Boyle, P.(1977).Options : A Monte Carlo approach. Journal of Financial Economics, 4 :323-338

[3] D. Lamberton and B. Lapeyre, Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance. Chapman Hall, 2000

[4] Leçons de mathématiques d'aujourd'hui, volume 3. Cassini, 2007. cf. exposés de Nicole El Karoui et Marc Yor.

[5] Argaud and Dubois. Méthodes mathématiques pour la finance. ellipses, Paris, 2006.

[6] Gilles Pagès and Claude Bouzitat. En passant par hasard... Vuibert, 1999.

[7] F. Longstaff and E. Schwartz, "Valuing american options by simulation : A simple least-squares approach," The Review of Financial Studies, vol. 14, no. 1, pp. 113–147, 2001.

[8] D. Lamberton and B. Lapeyre, Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance. Chapman et Hall, 2000.

[9] I. Karatzas and E. Shreve, Methods of Mathematical Finance. Springer, 1998.