

**UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA**  
**FACULTE DES SCIENS APPLIQUE**  
**DEPARTEMENT GENI MECANIQUE**



**MEMOIRE**

**MASTER ACADEMIQUE**

Domaine : Science et technologie

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Fabrication Mécanique et Productique

Présenté par :

AOUAKLI Nassim

SAHIRI Esseid

Thème

**Contribution à l'optimisation de la conception  
géométrique des trains d'engrenages**

Soutenu le : 11/06/2018

Devant les membres du jury :

I.Rezgui	MA (A)	Président	UKM Ouargla
R.Khettabi	MA (A)	Examineur	UKM Ouargla
T.Ameur	MC (B)	Encadreur	UKM Ouargla

Année Universitaire : 2017/2018



**UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA**  
**FACULTE DES SCIENS APPLIQUE**  
**DEPARTEMENT GENI MECANIQUE**



**MEMOIRE**

**MASTER ACADEMIQUE**

Domaine : Science appliquée

Filière : Génie mécanique

Spécialité : Fabrication mécanique et productique

Présenté par :

AOUAKLI Nassim

SAHIRI Esseid

Thème

**Contribution à l'optimisation de la géométrie  
des trains d'engrenages**

Soutenu le : 11/06/2018

Devant les membres du jury :

I.Rezgui	MA (A)	Président	UKM Ouargla
R.Khettabi	MA (A)	Examineur	UKM Ouargla
T.Ameur	MC (B)	Encadreur	UKM Ouargla

Année Universitaire : 2017/2018

# *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail*

*A mon père et ma mère, qui m'ont soutenu et encouragé durant tout mon parcours.*

*A mon frère et ma sœur et à toute ma famille.*

*A tous mes amis en particulier à mon binôme AOUKLI Nassim qui a contribué à la réalisation de ce travail.*

# *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail*

*A mon père et ma mère, qui m'ont soutenu et encouragé durant tout mon parcours.*

*A mes deux frères et ma sœur et à toute ma famille.*

*A tous mes amis en particulier à mon binôme SAHIRI Esseïd qui a contribué à la réalisation de ce travail.*

*Et à tous les étudiants de master II FMP.*

## **Remerciement**

Ce travail a été réalisé au niveau du Département de Génie Mécanique, Faculté des Sciences Appliquées.

Nous tenons à remercier très chaleureusement notre encadreur Monsieur AMEUR Toufik pour son aide, ses conseils le long de ce travail, et pendant toutes mes années d'étude.

Nous remercions Mme I.REZGUI pour nous avoir fait l'honneur et le plaisir de présider le jury de notre mémoire.

Nous remercions aussi Mme R.KHETTABI qui nous a fait l'honneur et le plaisir de participer au jury de ce mémoire.

Nos remerciements vont aussi à toutes les personnes qui ont contribué de loin ou de près à l'élaboration de ce travail, à tous nous exprimons notre reconnaissance.

## Table des matières

Liste des figures .....	vi
Liste des tableaux .....	vii
Introduction générale.....	1
<b>Chapitre I: Notions de base sur les engrenages</b>	
I. Généralités sur les engrenages .....	4
I.1 Géométrie .....	4
I.2 Rapport de transmission .....	5
I.3 Profils conjugués et conditions d'engrènement.....	6
II. Classification des engrenages .....	7
II.1 Roues cylindriques à dentures droites .....	7
II.2 Roues cylindriques à dentures hélicoïdales .....	8
II.3 Roues coniques .....	10
II.4 Roue et vis sans fin.....	11
III. Techniques d'ébauche des dentures.....	12
III.1 Taillage par reproduction.....	12
a. Fraisage à la fraise module .....	12
b. Fraisage à la fraise en bout .....	12
III.2 Taillage par génération .....	13
a. Taillage à l'outil crémaillère.....	13
b. Taillage à l'outil pignon .....	14
c. Taillage par fraise-mère.....	14
<b>Chapitre II: Généralités sur l'optimisation</b>	
I. Définition .....	17
I.1 Variables d'optimisation.....	17
I.2 Fonction-objectif (objectif).....	17
I.3 Contraintes.....	17
II. Classification des problèmes d'optimisation .....	18
II.1 Problème d'optimisation avec ou sans contraintes.....	18
II.2 Problème d'optimisation mono ou multi-objectif .....	18
II.3 Problème d'optimisation linéaire ou non-linéaire .....	19
III. Résolution d'un problème d'optimisation .....	19
III.1 Méthodes déterministes .....	20
a. Méthode du simplexe : .....	20
b. Méthode Gradient :.....	20

c.	Méthode Multi-Start : .....	21
III.2	Méthodes probabilistes .....	21
a.	Méthode Monte-Carlo : .....	22
b.	Méthode Recuit simulé :.....	23
c.	Les Algorithmes Génétiques : .....	23
<b>Chapitre III: Conception d'un train d'engrenage</b>		
I.	Géométrie d'un train d'engrenage .....	26
I.1	Train simple .....	26
I.2	Train planétaire .....	28
a.	Composition d'un planétaire .....	28
b.	Classification des trains planétaires .....	29
II.	Conception optimisée d'un train simple .....	30
II.1	Considération du problème.....	30
II.2	Modélisation mathématique du problème .....	31
II.3	Analyse et discussion des résultats .....	33
III.	Conclusion .....	36
	Conclusion générale .....	38
	Références bibliographiques .....	39



## Liste des figures

<i>Figure 1.1:Forme géométrique des dentures</i> .....	4
<i>Figure 1.2:Normalisation géométrique des dentures droites.</i> .....	5
<i>Figure 1.3:Engrènement.</i> .....	6
<i>Figure 1.4:Profils conjugués d'un engrenage</i> .....	6
<i>Figure 1.5:Engrenages à dentures droites ; (a) externes, (b) internes</i> .....	7
<i>Figure 1.6:Caractéristique des dentures droites</i> .....	8
<i>Figure 1.7: (a) Engrenages à denture hélicoïdales. (b) roues jumelées à dentures inclinées ..</i>	9
<i>Figure 1.8: Caractéristique des dentures hélicoïdales.</i> .....	10
<i>Figure 1.9:Engrenages coniques, (a) à dentures spirales, (b) à dentures droites</i> .....	10
<i>Figure 1.10:Caractéristique des engrenages coniques</i> .....	10
<i>Figure 1.11:Engrenage avec vis sans fin</i> .....	11
<i>Figure 1.12:Caractéristique des engrenages roue et vis sans fin</i> .....	11
<i>Figure 1.13:Fraisage à la fraise module</i> .....	12
<i>Figure 1.14:Fraisage à la fraise en bout</i> .....	13
<i>Figure 1.15:Taillage à l'outil crémaillère</i> .....	13
<i>Figure 1.16: Taillage à l'outil pignon</i> .....	14
<i>Figure 1.17:Taillage par fraise-mère</i> .....	15
<i>Figure 2.1-Principe de la méthode de gradient</i> .....	21
<i>Figure 3.1:Rapport de transmission</i> .....	26
<i>Figure 3.2:Roue et vis sans fin</i> .....	28
<i>Figure 3.3:Conception d'un train planétaire.</i> .....	29
<i>Figure 3.4: Train épicycloïdale et train hypocycloïdale</i> .....	30
<i>Figure 3.5 - Train simple à quatre roues.</i> .....	31
<i>Figure 3.6 - Comparaison des trains d'engrenages.</i> .....	35

## Liste des tableaux

<i>Tableau 3.1: Résultats du problème (1) liés à la minimisation du nombre total des dents. ....</i>	<i>33</i>
<i>Tableau 3.2: Résultats du problème (2) liés à la minimisation du nombre de dents de la plus grande roue. ....</i>	<i>34</i>
<i>Tableau 3.3: Comparaison des résultats.....</i>	<i>34</i>

# Introduction générale

## Introduction générale

Les engrenages sont utilisés comme moyen de transmission de mouvement et de puissance. Ils sont largement employés dans les boîtes de vitesses et d'avances des machines où ils réalisent des gammes vastes de vitesses, des couples importants et des sens de rotation opposés. Dans l'industrie mécanique, ce moyen est préférable dans les cas des rapports de vitesses variables. La précision de fonctionnement de ces organes dépend essentiellement de la valeur et de la précision des rapports de vitesses réalisés [1].

Plusieurs paramètres rentrent dans la définition des engrenages et de leur fabrication. La littérature dans ce domaine est vraiment riche, partant de la théorie vers l'expérimentale, plusieurs études ont été élaborées permettant l'amélioration des performances des engrenages. Ces études ont ciblé plusieurs paramètres et les différents résultats ont permis de mieux comprendre ces éléments de transmission de puissance du côté géométrique et cinématique ou lors du dimensionnement [2].

La conception d'un train d'engrenages est basée sur la détermination des paramètres géométriques des différentes roues qu'elles le composent. Celui-ci permet le contrôle de fonctionnement et la réalisation d'une transmission correcte et sûre.

D'une manière générale, le principal paramètre géométrique dans un train est le nombre de dents. Il joue un rôle important dans le dimensionnement des engrenages, le rapport de transmission, l'entraxe et même le coût de leur fabrication. De plus, ce paramètre peut décider pour la rentabilité de l'emploi d'un train d'engrenages, d'un côté, par la taille du train, et d'autre côté, par le nombre de dents fabriqués. On trouve, ainsi, qu'un train ou une roue à un nombre de dents réduit est moins coûteux du côté de matière ou de fabrication.

Dans ce travail on s'intéresse à la présentation d'une conception optimisée d'un train d'engrenages basée sur la détermination des nombres de dents. Cependant, il existe des méthodes pour trouver des solutions qui peuvent résoudre les problèmes liés à la taille des d'engrenages, et assurer son bon fonctionnement.

Le but de cette étude est de fournir une méthodologie de conception rationnelle fondée sur les notions scientifiques sûres. Cette méthodologie est basée, en premier lieu, sur la modélisation efficace du problème. En deuxième lieu, elle est basée sur la résolution du problème en utilisant les nouvelles méthodes d'optimisation.

Ce mémoire est structuré, après l'introduction, en trois chapitres;

Le premier chapitre est consacré aux notions de base des engrenages et de leurs techniques de fabrication. Dans ce même chapitre, nous avons présenté les conditions géométriques et cinématiques de fonctionnement.

Le second chapitre est consacré aux généralités sur l'optimisation. Il regroupe les principales définitions et les classifications les plus importantes.

Le troisième chapitre est dédié à la présentation d'une application. Dans ce chapitre, le problème de conception optimisée d'un train d'engrenages est traité. Il aboutit à la discussion des résultats obtenus.

Finalement on termine par une conclusion générale.

# **Chapitre I**

## **Notions de base sur les engrenages**

Un engrenage est un mécanisme composé de deux roues dentées mobiles autour d'axes de position fixe et dont l'une entraîne l'autre par l'action de dents successivement en contact. On dit, ainsi, que les deux roues sont conjuguées [3].

Un engrenage est constitué d'un pignon et d'une roue dentée (le terme pignon est réservé pour la roue munie du plus petit nombre de dents). On parle aussi de pignon lorsque celui-ci est taillé directement sur l'arbre et non pas rapporté.

## I. Généralités sur les engrenages

### I.1 Géométrie

La courbe à développante de cercle est le profil tracé par l'extrémité d'un segment de droite, roulant sur un cercle de base (Figure 1.1). C'est la géométrie décrivant les dentures des engrenages. Concrètement, une développante de cercle s'obtient en enroulant un fil autour d'un cylindre de diamètre donné (cercle de base). Si un crayon est attaché à l'extrémité du fil, et si ce dernier est ensuite tendu vers l'extérieur, la pointe du crayon décrira une courbe à développante [4].

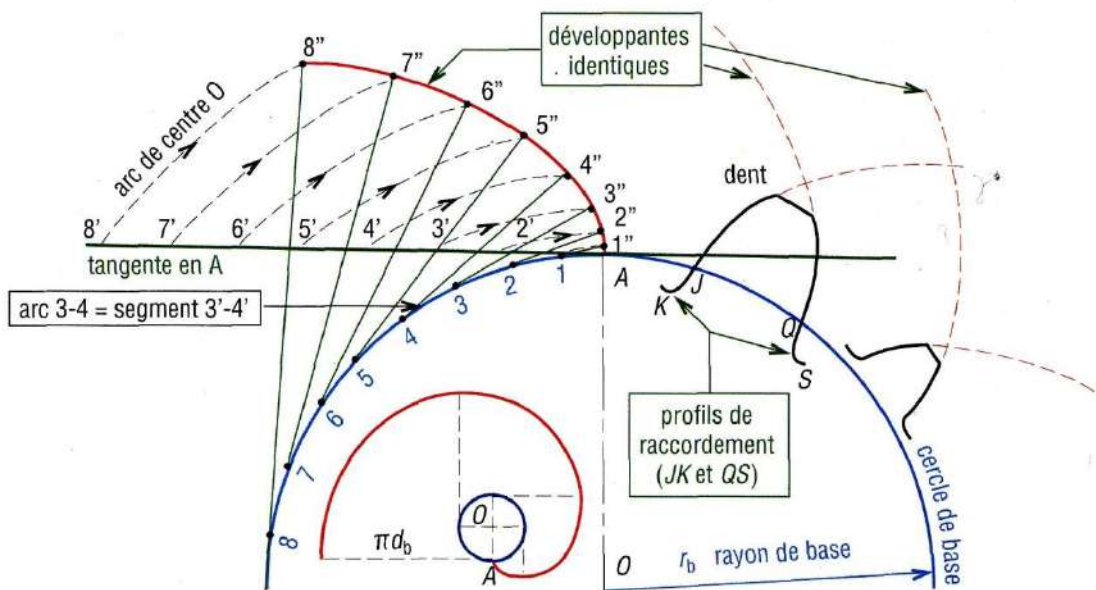


Figure 1.1: Forme géométrique des dentures.

La répartition des dents est uniforme sur le périmètre de la roue. Cela donne :

$$\pi d = Zp \quad (1.1)$$

Où  $d$  est le diamètre de la roue,  $Z$  est le nombre de dents et  $p$  est le pas.

On aura pour chaque roue dentée un rapport constant. Celui-ci est donné par :

$$\frac{d}{Z} = \frac{p}{\pi} = m \quad (1.2)$$

C'est le module  $m$  qui caractérise l'aptitude de deux roues à l'engrènement.

Le module représente aussi une grandeur caractéristique d'une denture, exprimée en millimètres, qui exprime les autres dimensions de la denture. L'épaisseur et la hauteur d'une denture sont proportionnelles au module. Plus le module d'une denture est grand, plus les dents sont grosses.

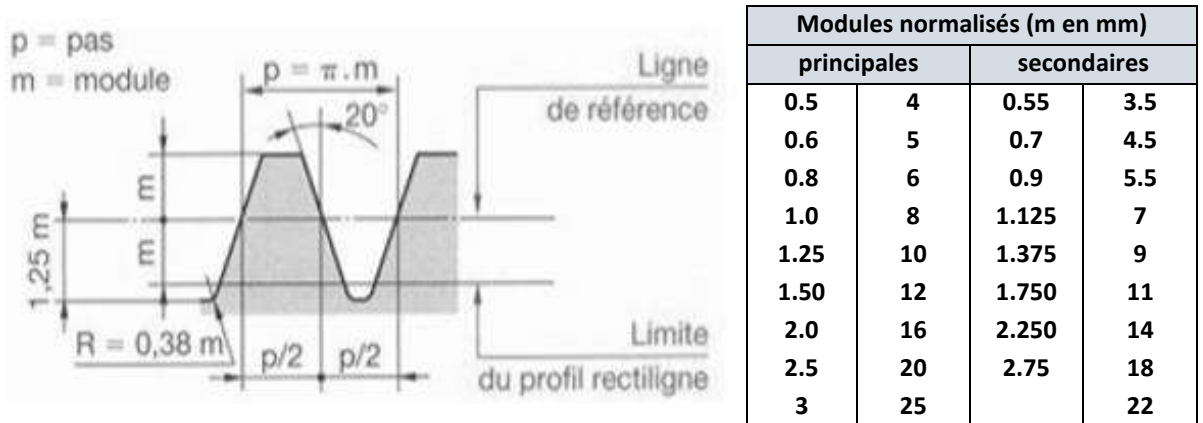


Figure 1.2: Normalisation géométrique des dentures droites.

## I.2 Rapport de transmission

On peut assimiler l'engrènement d'un pignon et d'une roue au roulement sans glissement de deux cercles primitifs l'un sur l'autre.

Le rapport de transmission de l'engrènement ou le rapport des vitesses est alors :

$$R = \frac{\omega_r}{\omega_p} = \frac{d}{D} = \frac{Z_p}{Z_r} \quad (1.3)$$

Où

$\omega_r$ ,  $\omega_p$  sont respectivement la vitesse angulaire du pignon et de la roue,

$d$ ,  $D$  sont respectivement le diamètre du pignon et de la roue,

$Z_r$ ,  $Z_p$  sont respectivement le des dents du pignon et de la roue,



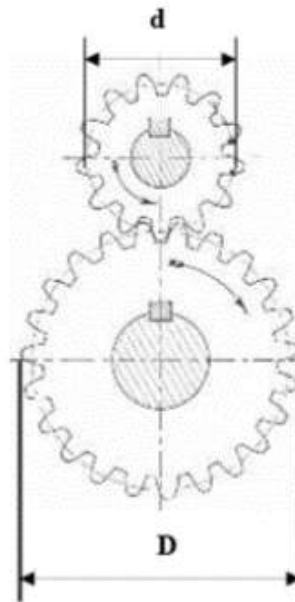


Figure 1.3: Engrenement.

### I.3 Profils conjugués et conditions d'engrenement

Deux profils sont dits conjugués lorsqu'ils restent constamment tangents durant le temps où les surfaces de denture en contact assurent la transmission. Si les profils de deux roues dentées engrenant ensemble sont constamment tangents (figure 1.4a) alors les deux profils ont à chaque instant une normale commune. Si le rapport des vitesses est constant et égal au rapport inverse des diamètres primitifs alors la normale commune passe à chaque instant par le centre instantané de rotation du mouvement de l'une des circonférences primitives par rapport à l'autre supposée fixe (figure 1.4b). Le point de contact des deux circonférences primitives, est appelé point primitif [5].

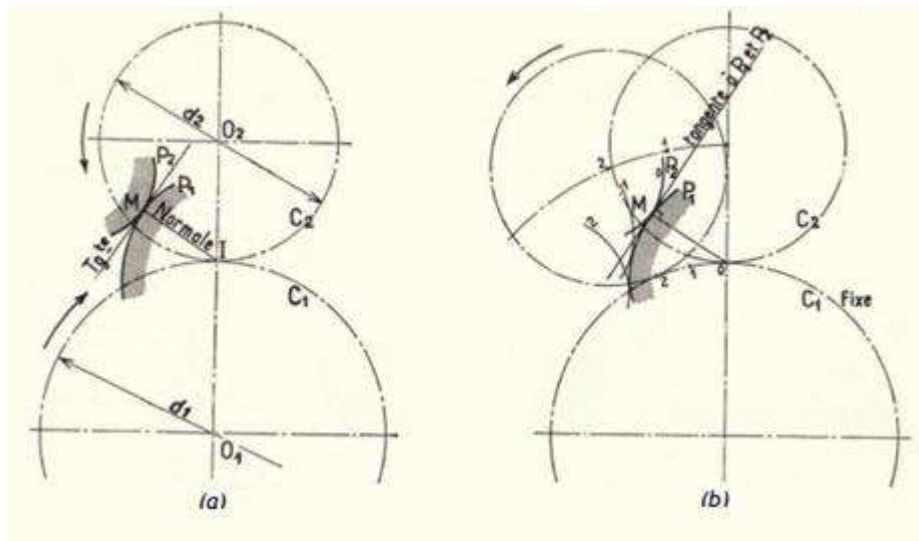


Figure 1.4: Profils conjugués d'un engrenage.

Lorsque le nombre de dents du pignon est faible (inférieur à 12 dents), le fond du creux de la dent est alors étroit. Lorsque le nombre de dents de la roue est grand, le sommet des dents est large, l'engrènement est alors difficile, voire même impossible. Dans ce cas, la tête des dents de la roue ne peut pas se déplacer dans le creux des dents du pignon. Il y a alors interférence de fonctionnement, on dit aussi que les dents interfèrent [5].

Par conséquent, la condition de non interférence implique la relation des nombres de dents suivantes :

$$Z_1 \geq \sqrt{Z_2^2 + 34,2(Z_2 + 1)} - Z_2 \quad (1.4)$$

Cette relation est applicable que dans le cas d'un engrenage standard ( $\alpha = 20^\circ$  et  $h_a = m$ ) [4].

## II. Classification des engrenages

Suivant la fonction qu'ils ont à réaliser, les engrenages peuvent avoir différentes formes et différentes caractéristiques de denture. Voici les géométries des types d'engrenages les plus utilisés en construction mécanique :

### II.1 Roues cylindriques à dentures droites

Ce sont les engrenages les plus simples, les plus économiques et les plus utilisés dans l'industrie. Dans ce type des roues, les dents sont parallèles à l'axe de rotation des arbres. En effet, il y'a engrènement « couple de dents » par « couple de dents » ce qui entraîne des chocs d'engrènement. Leur utilisation est généralement bruyante et génère des vibrations.

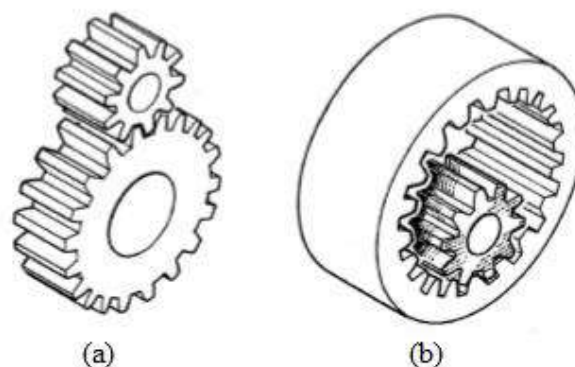
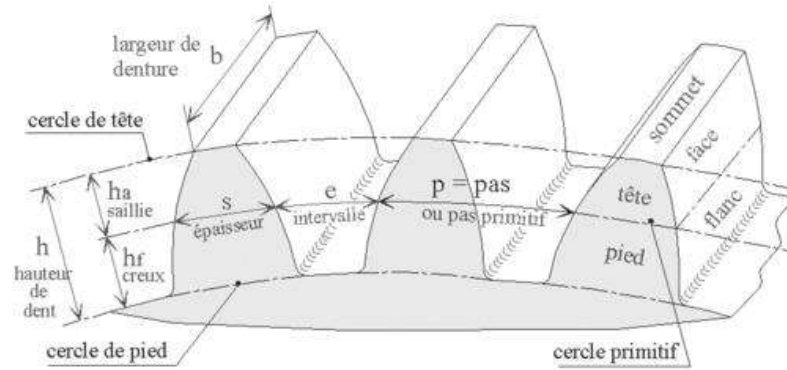


Figure 1.5: Engrenages à dentures droites ; (a) externes, (b) internes.

La figure (1.6) illustre les caractéristiques géométriques des engrenages à dentures droites.



Désignation	Symbole	Formule
Module	$M$	Par un calcul de RDM
Nombre de dents	$Z$	Par un rapport de vitesse
Diamètre primitif	$d$	$d=mZ$
Diamètre de tête	$d_a$	$d_a=d+2m$
Diamètre de pied	$d_f$	$d_f=d-2.5m$
Saillie	$h_a$	$h_a=m$
Creux	$h_f$	$h_f = 1.25m$
Hauteur de dent	$h$	$h=2.25m$
Pas	$p$	$P=\pi m$
Largeur de denture	$b$	$b=km \ (5 \leq k \leq 16)$
Entraxe	$a$	$a = (d_1+d_2)/2$

Figure 1.6:Caractéristique des dents droites.

## II.2 Roues cylindriques à dents hélicoïdales

Les engrenages à dents hélicoïdales permettent une transmission plus souple, plus progressive et moins bruyante que les engrenages à dents droite. La transmission des efforts est plus importante (nombres de dents en contacts plus élevés), y compris aux vitesses élevées, ils sont notamment utilisés dans les boîtes de vitesses d'automobiles, les réducteurs et les multiplicateurs de vitesses.

Les dents hélicoïdales provoquent une poussée axiale. La poussée axiale est proportionnelle à l'angle d'hélice  $\beta$ . On peut donc réduire la poussée axiale en diminuant l'angle d'hélice, mais on peut également la supprimer, en utilisant des roues jumelées dont les dents sont inclinées en sens opposé ou encore par l'utilisation d'une denture en chevrons [4].

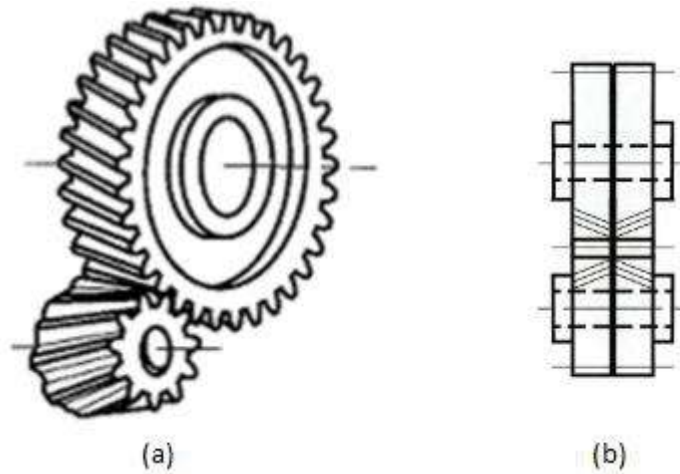
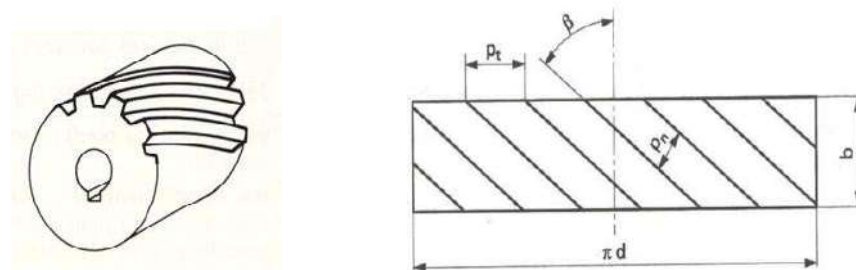


Figure 1.7:(a) Engrenages à denture hélicoïdales. (b) roues jumelées à dentures inclinées.

La figure (1.8) représente les caractéristiques des engrenages à dentures hélicoïdales.



Désignation	Symbole	Formule
Module	$M$	Par un calcul de RDM
Nombre de dents	$Z$	Par un rapport de vitesse
Diamètre primitif	$d$	$d=mZ$
Diamètre de tête	$d_a$	$d_a=d+2m$
Diamètre de pied	$d_f$	$d_f=d-2.5m$
Saillie	$h_a$	$h_a=m$
Creux	$h_f$	$h_f = 1.25m$
Hauteur de dent	$h$	$h=2.25m$
Pas	$p$	$P=\pi m$
Largeur de denture	$b$	$b=km \ (5 \leq k \leq 16)$
Entraxe	$a$	$a = (d_1+d_2)/2$

Figure 1.8:Caractéristique des dentures hélicoïdales.

L'utilisation de ces roues est impossible en montage "baladeur" (ces engrenages doivent rester en contact permanent). Par ailleurs, il est accompagné par des efforts supplémentaires dus à l'angle d'hélice (force axiale sur les paliers et augmentation des efforts de flexion).

### II.3 Roues coniques

Les roues de ces engrenages ne sont pas des cylindres, mais des cônes. Il existe des roues coniques à denture droite et des roues coniques à dents obliques et à dents spirales. Tous ces engrenages servent à transmettre la rotation entre des arbres dont les axes sont concourants, avec un rapport de vitesse rigoureux. Ceux à dents spirales, c'est-à-dire les dents ont la forme d'un arc de cercle, sont les plus utilisés, car ils sont plus silencieux.

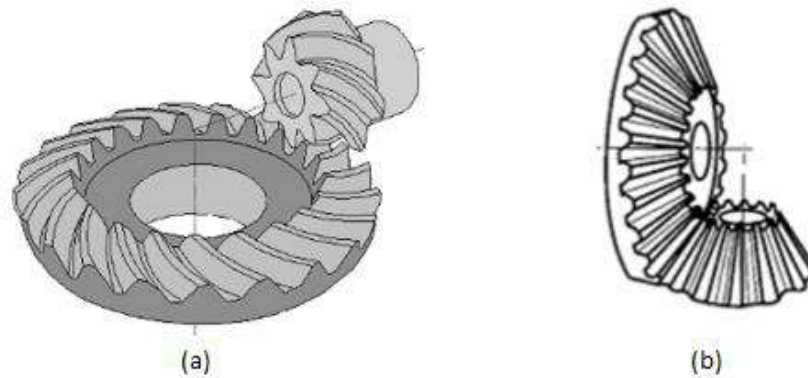


Figure 1.9: Engrenages coniques, (a) à dentures spirales, (b) à dentures droites.

Les caractéristiques de ce type de roues sont données dans la figure 1.10.

Désignation	Symbole	Formule
Module	$M$	Par un calcul de RDM
Nombre de dents	$Z$	Par un rapport de vitesse
Angle primitif	$\delta$	$\tan \delta_1 = Z_1 / Z_2$
Diamètre primitif	$d$	$d_1 = mZ_1$ et $d_2 = mZ_2$
Largeur de denture	$b$	$b = km$ ( $5 \leq k \leq 16$ )
Diamètre de tête	$d_a$	$d_{a1} = d_1 + 2.5m \cos \delta_1$
Diamètre de pied	$d_f$	$h_{f1} = d_1 - 2.5m \cos \delta_1$
Saillie	$h_a$	$h_a = m$
Creux	$h_f$	$h_f = 1.25m$
Hauteur de dent	$h$	$h = 2.25m$
Angle de saillie	$\theta_a$	$\theta_a = m/L$
Angle de creux	$\theta_f$	$\theta_f = 1.25m/L$
Angle de tête	$\delta_a$	$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_1$
Angle de pied	$\delta_f$	$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_1$

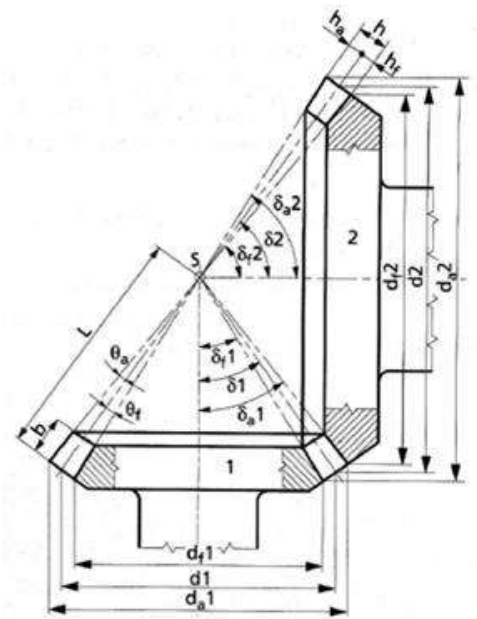


Figure 1.10: Caractéristique des engrenages coniques.

## II.4 Roue et vis sans fin

C'est un engrenage hélicoïdal dont les axes sont orthogonaux et non concourants. La transmission par ce type d'engrenage donne une solution simple pour les grands rapports de réduction, avec un fonctionnement peu bruyant. La poussée de la vis est forte surtout si la démultiplication est grande. On utilise alors une butée à billes ou à rouleaux ou encore des roulements à contact oblique pour réaliser la liaison pivot avec le support.



Figure 1.11: Engrenage avec vis sans fin.

Lorsque l'inclinaison des filets est faible (vis a un filet), la transmission est irréversible, ce qui est souvent utile, car le réducteur s'oppose à toute rotation commandée par la machine réceptrice (exemple : appareils de levage). Dans ce cas, le rendement est faible et de plus le couple de démarrage est beaucoup plus fort que le couple à vitesse de régime. Le rendement est meilleur avec les fortes inclinaisons, à condition que les métaux en présence soient bien choisis et l'exécution des dentures très précises, avec des états de surface très soignés.

Désignation	Sym	Formule
Module réel	$m_n$	Par un calcul de RDM
Nombre de filets	$Z$	Par le rapport des vitesses
Angle d'hélice	$\beta$	$(\gamma < 5^\circ, \beta + \gamma = 90^\circ)$
Module axial	$m_z$	$m_z = m_n / \cos \gamma$
Pas axial	$p_z$	$p_z = p_n / \cos \gamma$
Pas réel	$p_n$	$p_n = \pi m_n$
Pas de l'hélice	$p_z$	$p_z = p_n \cdot z$
Diamètre primitif	$d$	$d = p_z / \pi \tan \gamma$
Diamètre extérieur	$d_a$	$d_a = d + 2m_a$
Diamètre intérieur	$d_f$	$d_f = d - 2.5m_n$
Longueur de la vis	$L$	$4p_z < L < 6p_z$

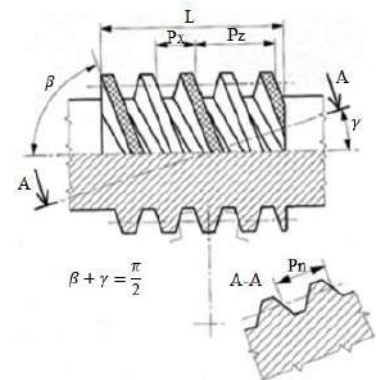


Figure 1.12: Caractéristique des engrenages roue et vis sans fin

Le frottement est important et donne un rendement médiocre, mais suffisant dans le cas de faibles puissances.

### III. Techniques d'ébauche des dentures

Les techniques d'ébauche des dentures sont multiples. Elles vont de la méthode artisanale à la méthode de production de masse, car cette phase est commune à toutes les gammes de fabrication de dentures.

Généralement on obtient les engrenages à développante de cercle par taillage, sur machines-outils spéciales, par reproduction ou par génération.

#### III.1 Taillage par reproduction

L'outil est une fraise du type à profil constant : il a la forme de l'intervalle entre deux dents. Deux types de fraises existent; les fraises-disques ou fraise module et les fraises en bout.

##### a. Fraisage à la fraise module

Cette technique fait partie des techniques les plus simples (figure 1.13). Elle fait appel à des fraises de formes spécifiques en acier rapide ou en carbure de tungstène. Les dentures sont réalisées sur des fraiseuses manuelles munies d'un diviseur. Il s'agit d'une technique de production de dentures en très petite série, facile à mettre en œuvre, mais présentant une productivité très faible, ainsi qu'un coût machine et un coût outil très élevés.

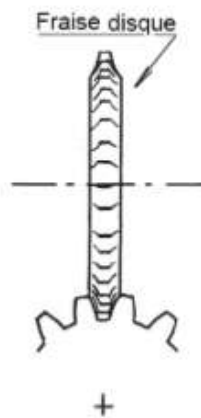


Figure 1.13:Fraisage à la fraise module.

##### b. Fraisage à la fraise en bout

La partie active de l'outil cylindrique est une surface de révolution dont l'axe rencontre celui de la roue à tailler. C'est un procédé très employé pour les gros modules, supérieurs à 20, des roues de grosses machines (laminoirs, treuils de mines...) et le taillage des dentures à chevrons.





fabrication de dentures prototypes de géométries quelconques (non normalisées) pour des applications à hautes valeurs ajoutées nécessitant une réactivité importante (aéronautique, prototypes pour nouvelles boîtes de vitesses, etc.).

## b. Taillage à l'outil pignon

Ce principe de taillage utilise le principe de l'engrènement de deux roues dentées (figure 1.16). L'outil est un pignon droit ou hélicoïdal muni d'un mouvement alternatif de mortaisage. La rotation de la pièce et de l'outil est synchronisée selon le rapport du nombre de dents outil/pièce. Dans le cas d'un taillage hélicoïdal, l'outil effectue en plus un mouvement de vissage lors des courses travail et retour. La pénétration de l'outil dans la pièce peut se faire sur une portion de tour ou bien sur plusieurs tours.

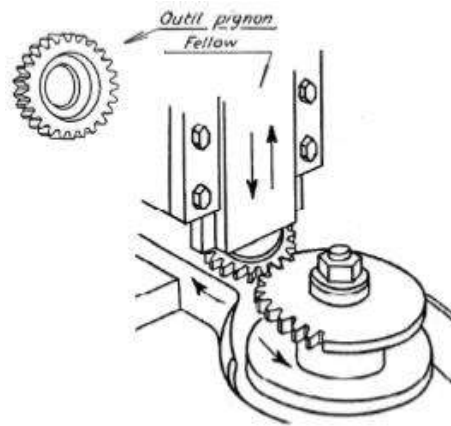


Figure 1.16: Taillage à l'outil pignon.

Les flancs des dents sont dépouillés pour obtenir les arêtes de coupe. Le diamètre extérieur évolue en fonction de l'épaisseur de la dent résultant de la dépouille latérale.

Cette technique est basée sur une opération de mortaisage réalisée sous huile entière afin de limiter les adhésions liées aux basses vitesses de coupe. Elle conduit à des chocs importants sur les outils, et n'autorise que des qualités médiocres. Enfin le temps de cycle est très important, ce qui rend ce procédé non productif comparativement au taillage par fraise-mère.

## c. Taillage par fraise-mère

Le taillage par outil fraise-mère est de loin le plus utilisé des procédés de génération de dentures à développante de cercle. Le taillage à la fraise-mère utilise le principe du système roue et vis-sans-fin (figure 1.17). La fraise-mère est une vis-sans-fin, munie de goujures créant des dents. Pour un tour de fraise-mère, la roue s'est déplacée d'un pas circulaire. Si par exemple la fraise est une vis à un filet et que la roue à tailler doit avoir  $z$  dents, la fraise devra faire  $z$

tours pendant que la roue à tailler ne fera qu'un seul tour. Si la fraise est à  $Z_0$  filets, elle devra faire  $Z/Z_0$  tours pendant que la roue à tailler ne fera qu'un seul tour. Lors du taillage, Ces deux objets sont en rotation à vitesse constante. Les dents possèdent une dépouille (un détalonnage) afin de ne pas frotter sur les surfaces usinées. La fraise-mère est munie d'un mouvement d'avance selon la génératrice de la denture à tailler.

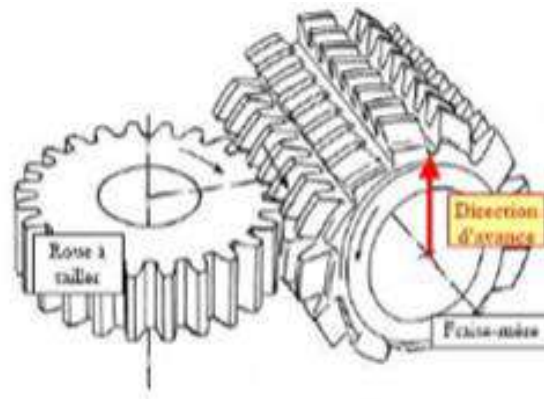


Figure 1.17: Taillage par fraise-mère.

# **Chapitre II**

## **Généralité sur l'optimisation**

## Introduction

L'optimisation est devenue indispensable dans la conception des nouveaux produits, elle intervient dans presque tous les domaines des sciences de l'ingénieur. Elle a pour cadre soit l'amélioration de l'existant par modification des paramètres vis à vis de nouveaux objectifs ou limitations, soit l'émergence de nouvelles conceptions. Autrement dit, elle consiste à déterminer la meilleure forme, les meilleures propriétés internes et/ou meilleures conditions de travail d'une structure obéissant à des contraintes connues [6]. Les techniques d'optimisation sont aujourd'hui utilisées dans les bureaux d'études mécaniques en génie civil, construction navale, aéronautique, industrie automobile, ...etc.

### I. Définition

L'optimisation est une branche des mathématiques cherchant à modéliser, à analyser et à résoudre analytiquement ou numériquement les problèmes qui consistent à minimiser ou maximiser une fonction sur un ensemble.

#### I.1 Variables d'optimisation

On appelle variable toute quantité utile à la résolution du problème dont le modèle doit déterminer la valeur. Cette définition permet de différencier les variables des paramètres, qui sont des données qui peuvent varier, par exemple d'une période à une l'autre [7].

#### I.2 Fonction-objectif (objectif)

Appelé aussi fonction économique, la fonction-objectif est une fonction qui modélise le but à atteindre dans le problème d'optimisation sur l'ensemble des critères. Il s'agit de la fonction qui doit être optimisée (maximisée ou minimisée).

Elle est aussi appelée : fonction coût, fonction d'adaptation, ou encore performance [8].

#### I.3 Contraintes

Une contrainte du problème est une condition que doivent respecter l'ensemble des variables du problème. Une contrainte peut être donnée par une équation d'égalité ou d'inégalité. En effet, les contraintes délimitent le domaine de recherche des solutions [9].

En conclusion, un problème d'optimisation est souvent présenté, sous forme standard, par le modèle mathématique suivant:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Min } F(x); & \text{Fonction – objectif} \\ \text{sous } g(x) \leq 0; & \text{Contrainte d'inégalité} \\ h(x) = 0; & \text{Contrainte d'égalité} \\ \text{Et } x_{\min} \leq x \leq x_{\max}; & \text{Limitation sur les variables} \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Ces éléments mathématiques sont nécessaires pour la modélisation d'un problème d'optimisation. Ils ne permettent seulement la représentation mathématique du problème mais aussi la traduction des hypothèses en formes.

La construction d'un modèle mathématique pour un problème d'optimisation constitue une étape essentielle dans la résolution du problème.

## **II. Classification des problèmes d'optimisation**

Face à la résolution d'un problème d'optimisation, il est important de bien identifier à quelle catégorie ce problème appartient. En effet, les algorithmes développés sont conçus pour résoudre un type de problème donné et sont peu efficaces pour un autre.

Cependant, un modèle mathématique d'un problème d'optimisation est souvent composé de la fonction-objectif, les limitations sur les variables d'optimisation et les contraintes. Par conséquent, un problème d'optimisation peut être classifié suivant ces éléments mathématiques.

D'une manière générale, on trouve les classifications suivantes:

### **II.1 Problème d'optimisation avec ou sans contraintes**

Il est important de bien distinguer les problèmes où des contraintes existent sur les variables de décision. Ces contraintes peuvent être simplement des bornes et aller jusqu'à un ensemble d'équations de type égalité et de type inégalité. Elles ont pour effet la limitation de la surface de définition du problème. Autrement dit, la surface de recherche des solutions. Il est parfois possible d'éliminer une contrainte d'égalité par substitution dans la fonction-objectif.

Naturellement, les problèmes avec contraintes sont plus compliqués à résoudre par rapport à celles sans contraintes et utilisent des algorithmes de résolutions différents.

### **II.2 Problème d'optimisation mono ou multi-objectif**

Alors que les problèmes mono-objectifs sont définis par une unique fonction-objectif, les problèmes multi-objectifs sont présentés par plusieurs critères d'optimisation (fonction-objectif). En effet, la résolution de ces dernières consiste à rechercher un compromis entre plusieurs objectifs qui sont souvent contradictoires.

Il est éventuellement possible (mais pas nécessairement efficace) de reformuler un problème multi-objectif avec une seule fonction-objectif sous forme d'une combinaison des différents objectifs ou en transformant les objectifs en contraintes [10].

### II.3 Problème d'optimisation linéaire ou non-linéaire

Un problème d'optimisation linéaire correspond aux problèmes formés par un modèle mathématique dont les équations sont toutes linéaires.

Dans le cas d'absence des contraintes, ce type de problèmes revient à un système d'équations linéaires. Nous recherchons, alors, des solutions approchées pour des systèmes impossibles en résolvant un problème d'approximation des moindres carrés ainsi que conserve les conditions de limitation de variable.

Lorsque nous avons un système linéaire avec contraintes à optimiser bien souvent, et de manière quasi immédiate, nous recourons à la méthode du simplexe.

Un problème d'optimisation non linéaire est souvent représenté par un modèle dans lequel la fonction-objectif ou les contraintes (ou les deux) contiennent des parties non-linéaires, éventuellement non-convexes.

Il va de soi que la plupart des phénomènes réels issue du monde de l'industrie sont initialement présentés par des équations non linéaires. C'est pourquoi un des premiers travaux consiste en général à mettre le problème initial sous une forme standard.

Pour résoudre les problèmes non linéaires nous utilisons les méthodes d'approximation les plus populaires surtout les méthodes déterministes comme la méthode du gradient, méthode de la pénalité intérieur etc.

### III. Résolution d'un problème d'optimisation

Une fois le problème d'optimisation est modélisé, il s'agit de choisir une méthode adaptée au problème posé.

Cependant, les méthodes d'optimisation peuvent être classifiées en deux types; les méthodes déterministes et les méthodes probabilistes (ou stochastiques). Les méthodes déterministes sont basées sur l'exploitation d'une solution, déterminée préalablement. Elles sont, généralement, efficaces quand l'évaluation de la fonction-objectif est très rapide, ou quand la forme de cette fonction est connue. Quant aux méthodes probabilistes, elles sont basées sur l'exploration de la surface de définition afin de trouver une solution optimale. Elles conviennent aux problèmes dans lesquelles l'évaluation de la fonction-objectif n'est pas simple ou l'évaluation de ses dérivés n'est pas possible.

### III.1 Méthodes déterministes

La recherche des extrema d'une fonction  $F(x)$  revient à résoudre un système de  $\square$  équations à  $n$  inconnues, linéaire ou non.

$$\frac{\partial F}{\partial x_i}(x_1; \dots; x_n) = 0 \quad (2.2)$$

On peut donc utiliser des méthodes classiques telles que la méthode du gradient ou la méthode de Gauss-Seidel. En général, l'utilisation de ces méthodes nécessite comme étape préliminaire la localisation des extrema. Celle-ci peut être faite, par exemple sur un graphique ou par une discrétisation fine de l'espace de recherche. La fonction à optimiser est évaluée en chacun des points de discrétisation. La valeur maximale est alors considérée comme une bonne approximation de l'optimum de la fonction.

#### a. Méthode du simplexe :

L'intérêt principale de la méthode simplexe par rapport aux autres méthodes est qu'elle ne nécessite pas de calcul de gradient. Elle est uniquement basée sur l'évolution de la fonction-objectif et des contraintes.

Soit une fonction à minimiser, On appelle simplexe de  $\mathbb{R}^n$  un ensemble  $(x_0, x_1, \dots, x_n)$  de point de  $\mathbb{R}$  tel que  $f(x_0) \geq f(x_1)$ , donc  $x_0$  est le meilleur élément et  $f(x_0)$  est la valeur optimale.

#### b. Méthode Gradient :

Les méthodes de gradient sont destinées à minimiser une fonction réelle différentiable. Il s'agit d'un algorithme itératif qui procède donc par des améliorations successives d'une solution, considérée initialement, optimale. Au point  $(F)$ , le déplacement est effectué dans une direction opposée au gradient (direction de descente), de manière à faire décroître la fonction objectif.

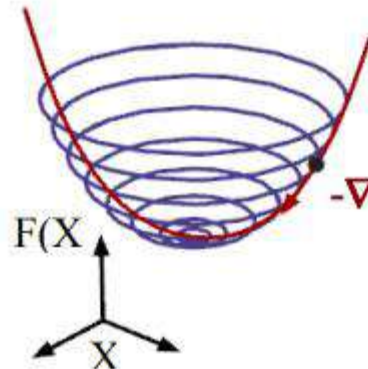


Figure 2.1: Principe de la méthode de gradient.

### c. Méthode Multi-Start :

Cette méthode consiste dans un premier temps à choisir une méthode d'optimisation locale comme une méthode de Newton, de descente ou de gradient. On choisit également un plan qui quadrille bien le domaine d'entrée. Chaque point de ce plan représente un point de départ pour une optimisation locale. Le choix du plan est très important et conditionne le nombre de solutions obtenues par la méthode. On choisit le plus souvent un plan latin hypercube qui satisfait un critère de bonne répartition. Certains points de départs peuvent conduire à une même solution, d'autres ne permettent pas d'en trouver une satisfaisante. De plus, c'est une méthode coûteuse d'abord à cause du plan initial, ensuite par rapport à la méthode d'optimisation. Enfin, la qualité et le nombre de points solutions dépend du plan et peuvent différer d'un plan à l'autre.

## III.2 Méthodes probabilistes

Les méthodes d'optimisation probabilistes (ou stochastiques) s'appuient sur des mécanismes de transitions probabilistes et aléatoires. Cette caractéristique indique que plusieurs exécutions successives de ces méthodes peuvent conduire à des résultats différents pour une même configuration initiale d'un problème d'optimisation [11].

Ces méthodes ont une grande capacité de trouver l'optimum global d'un problème d'optimisation non linéaire.



Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni de point de départ, ni la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale.

On peut trouver plusieurs méthodes qui sont classifiées dans cette catégorie. Les plus importantes sont:

**a. Méthode Monte-Carlo :**

Ces méthodes peuvent servir pour :

- le calcul d'intégrale,
- la résolution d'équations aux dérivées partielles,
- la résolution de système linéaire,
- la résolution de problèmes d'optimisation.

Supposons que l'on veuille calculer une quantité  $I$ . La première étape est de la mettre sous forme d'une espérance  $I = E(X)$  avec  $X$  est une variable aléatoire. Si on sait simuler des variables  $X_1, X_2, \dots, X_i$  indépendantes et identiquement distribuées, alors nous pouvons approcher  $I$  par :

$$I \approx \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_N}{N} \quad (2.3)$$

Avec  $N$  « grand », sous réserve d'application de la loi des grands nombres. C'est ce type d'approximation que l'on appelle « méthode de Monte-Carlo » (c'est une méthode pour faire des calculs numériques).

D'une manière générale, la simulation permet d'étudier et expérimenter un système donné dont on connaît les interactions complexes, de mesurer les effets de certains changements dans les interactions sur le comportement du système, d'expérimenter de nouvelles situations. Lorsque dans la simulation intervient un élément aléatoire, on parle de simulation aléatoire. Les exemples d'application sont très variés [12].

Quand on cherche une représentation fidèle des phénomènes observés, on est rapidement confronté à des difficultés dues aux calculs non explicites. Les techniques de simulation vont nous permettre d'approcher numériquement ces calculs. Nous allons développer ici les méthodes de Monte-Carlo qui ont pour essence l'utilisation d'expériences répétées pour évaluer une quantité, résoudre un système déterministe.

**b. Méthode Recuit simulé :**

Cette méthode a été inspirée du processus physique du recuit utilisé en métallurgie. Ce processus consiste en une suite de cycles de refroidissement lent pour obtenir un matériau homogène et de très bonne qualité. En effet, il alterne des cycles de refroidissement lent et de réchauffage (recuit) qui tend à minimiser l'énergie du matériau. Cette méthode s'appuie sur un algorithme permettant de décrire l'évolution d'un système thermodynamique [13]. Par analogie avec le processus physique, la fonction  $f(x)$  à minimiser deviendra l'énergie  $E$  du système où  $x$  est un état donné de la matière. Un paramètre fictif est également introduit : la température  $T$  du système [14].

Partant d'une solution donnée nous générons une solution voisine en utilisant une transformation qui change  $x$  en  $x'$ .

Si celle-ci améliore le critère que l'on cherche à optimiser, c'est-à-dire :

$$\Delta f = f(x') - f(x) < 0 \quad (2.4)$$

On dit alors qu'on a fait baisser l'énergie du système, sinon elle la dégrade. En acceptant une solution améliorant le critère, nous tendons ainsi à chercher l'optimum dans le voisinage de la solution de départ, alors que l'acceptation d'une solution moins bonne permet alors d'explorer une plus grande partie de l'espace de solutions et tend à éviter de s'enfermer trop vite dans la recherche d'un optimum local.

**c. Les Algorithmes Génétiques :**

Les algorithmes génétiques (AG) ont été introduits par Holland comme un modèle de méthode adaptative. Ils ont été efficacement utilisés pour résoudre plusieurs problèmes d'optimisation multicritère.

L'algorithme génétique est une technique d'optimisation basée sur les concepts de la sélection naturelle de Darwin et la procréation selon les règles de Mendel. La sélection naturelle que Darwin appelle l'élément "propulseur" de l'évolution, favorise les individus d'une population qui sont les mieux adaptés à un environnement.

Pour évaluer les individus d'une population on utilise une fonction d'évaluation. Cette fonction est souvent une transformation de la fonction-objectif. Appelé aussi la fonction fitness, le résultat fourni par cette fonction va permettre de sélectionner ou de refuser un individu pour ne garder que les individus ayant le meilleur coût en fonction de la population courante. La sélection est suivie de la procréation, réalisée à l'aide de croisements et de mutations au niveau

du patrimoine génétique des individus (ou "génotype") constitué d'un ensemble de gènes. Ainsi, deux individus "parents", qui se croisent transmettent une partie de leur patrimoine génétique à leurs descendants. Le génotype de l'enfant fait que celui-ci est plus ou moins adapté à l'environnement. S'il est bien adapté, il a une plus grande chance de procréer dans la génération future.

Au fur et à mesure des générations, on sélectionne les individus les mieux adaptés, et l'augmentation du nombre de ces individus fait évoluer la population entière.

Dans les algorithmes génétiques, nous simulons le processus d'évolution d'une population. On part d'une population initiale de  $N$  solutions du problème représentées par des individus aléatoirement choisis. Au sein de cette population, intervient alors la sélection au hasard d'un ou deux parents, qui produisent une nouvelle solution, à travers les opérateurs génétiques, tels que le croisement et la mutation. La nouvelle population, obtenue par le choix de  $N$  individus parmi les populations (parents et enfants), est appelée génération suivante.

En itérant ce processus, on produit une population plus riche en individus mieux adaptés [15].

**Chapitre III**  
**Conception d'un train  
d'engrenage**

Un train d'engrenages est l'ensemble de plusieurs roues dentées qui transmettent un mouvement et de la puissance tout en satisfaisant à des restrictions géométriques (position relative des arbres d'entrée et de sortie) et un rapport de vitesse désiré [16].

## I. Géométrie d'un train d'engrenage

Le fonctionnement d'un train d'engrenages est basé en premier lieu sur sa géométrie. Cette caractéristique primordiale assure, en plus au rapport de transmission, la nature cinématique et dynamique de mouvement. Ainsi, elle influence les niveaux vibratoire et sonore de la transmission.

Suivant cette géométrie, on peut classifier les trains d'engrenages en deux catégories; les trains simples et les trains planétaires.

### I.1 Train simple

Un train simple est un train d'engrenage dont les arbres sont fixes, constitués d'engrenages cylindriques droits, hélicoïdaux et conique, et vis et d'engrenages de vis. Les trains simples sont utilisés dans une grande quantité de machines et mécanismes divers. Les engrenages cylindriques sont les plus courants, les engrenages coniques réalisent la transmission entre arbres concourants. Les engrenages roue et vis permettent l'irréversibilité et une grande réduction avec un seul couple de roues (leur faible rendement les écarte des grandes puissances).

Pendant le fonctionnement d'un train simple, toutes les roues dentées tournent autour d'un axe géométrique fixe par rapport au bâti. Les engrenages peuvent être à axes parallèles ou non parallèles.

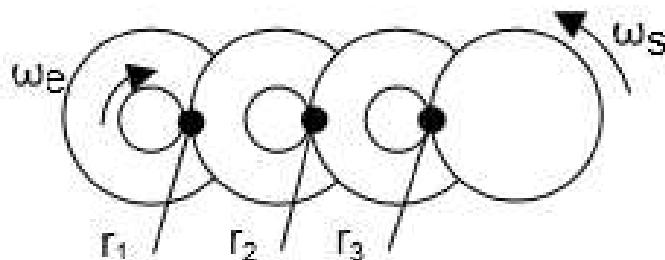


Figure 3.1: Rapport de transmission.

D'une manière générale, le rapport de transmission est constant (figure 3.1), pour un train d'engrenages simple. Il s'exprime par :

$$R = \frac{\omega_s}{\omega_e} = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 = \prod R_i \quad (3.1)$$

Où

$R$  : est le rapport de transmission total du train d'engrenages.

$R_i$  : sont les rapports de transmission de chaque étage.

$\omega_e$  (rad/s) ou  $N_e$  (tr/min) : sont, respectivement, la vitesse angulaire et la fréquence de rotation d'entrée de la transmission.

$\omega_s$  (rad/s) ou  $N_s$  (tr/min) : sont, respectivement, la vitesse angulaire et la fréquence de rotation de sortie de la transmission.

Pour les cas quelconque, on définit la valeur du train qui représente le rapport de transmission. Elle est donnée par:

$$e = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{\prod \text{nombre de dents des roues menantes}}{\prod \text{nombre de dents des roues menés}} \quad (3.2)$$

Un engrenage à vis sans fin est un engrenage gauche constitué d'une vis sans fin et d'une roue à vis conjuguée, appelé « roue et vis sans fin ». Le profil de la vis est en général trapézoïdal. Ce type de transmissions utilisé, généralement, pour assurer des rapports de transmission importants car la vis est caractérisée non par le nombre de dents mais de nombre de filets. On trouve, ainsi, que ce dernier est dans l'ordre de 1 à 2 filets. La méthode de calcul des trains à vis sans fin est différente des autres.

Sachant que le rapport de vitesse entre la vis sans fin et la roue dentée est égal au rapport de dents dans la roue sur le nombre de filets de la vis, il aura une valeur très importante. Cette valeur ne peut être assurée par aucun train à roues dentées.

Dans ce cas, le rapport de transmission est donné par la relation suivant :

$$\frac{\omega_v}{\omega_r} = \frac{\text{nombre de dents de la roue}}{\text{nombre de filets de la vis}} \quad (3.3)$$

Où

$\omega_v$  est la vitesse angulaire de la vis, et  $\omega_r$  est la vitesse angulaire de la roue dentée.

Par ailleurs, l'engrènement d'une vis sans fin et d'une roue permet plusieurs sens de rotation. Dans ce type de transmission, la position de vis (en haut ou en bat) détermine le sens de rotation de la roue.

La figure (3.2) représente le sens de rotation de la roue par rapport au sens de rotation de la vis sans fin.

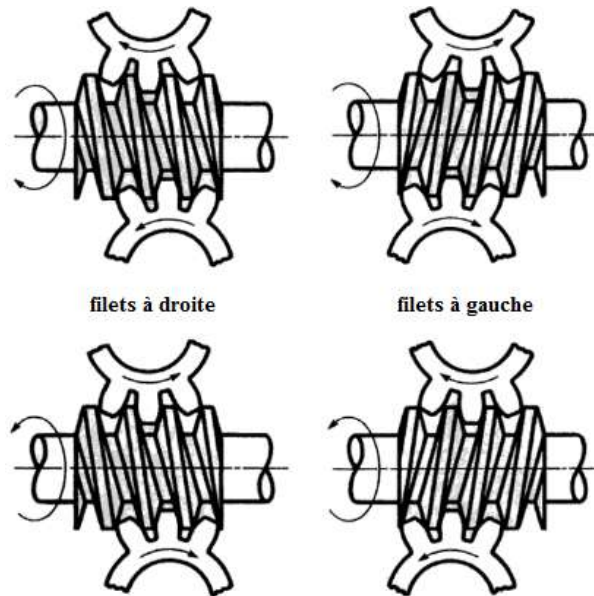


Figure 3.2: Roue et vis sans fin.

## I.2 Train planétaire

Un train planétaire est un train d'engrenages dont un ou deux arbres se déplacent. Habituellement les trains planétaires sont constitués d'engrenages cylindriques droits, hélicoïdaux et coniques. Les trains planétaires ont un rapport de vitesse élevé à un encombrement réduit. De plus, un même planétaire permet d'obtenir des rapports de vitesse différents suivant le mode de fonctionnement que l'on veut utiliser [16].

### a. Composition d'un planétaire

Les trains planétaires sont composés, généralement, de deux types d'engrenages; les engrenages à axe de rotation fixe "planétaires" et à axe mobile "satellites". En plus, les axes de ces deux éléments sont reliés par un support appelé "porte satellite".

Constitué d'engrenages, un train épicycloïdal, par exemple, comporte les éléments suivants (figure 3.3):

- Le planétaire intérieur parfois appelé « soleil ou planétaire intérieur » ;
- Le porte satellite ;
- Le planétaire extérieur « couronne » ;
- Satellite.

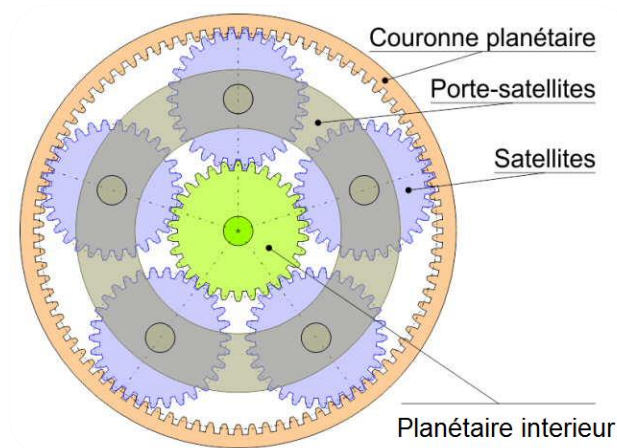


Figure 3.3: Conception d'un train planétaire.

Cette constitution représente la composition générale d'un planétaire.

### b. Classification des trains planétaires

Selon la position des satellites par rapport aux planétaires, il existe deux types de trains planétaires (figure 3.4); les trains épicycloïdal et les trains hypocycloïdal.

Le terme épicycloïdal vient de la trajectoire suivant une épicycloïde (trajectoire d'un point fixé à un cercle qui roule sans glisser à l'extérieur d'un autre cercle).

Le terme Hypocycloïdale vient de la trajectoire suivant une hypocycloïde (trajectoire d'un point fixé à un cercle qui roule sans glisser à l'intérieur d'un autre cercle).



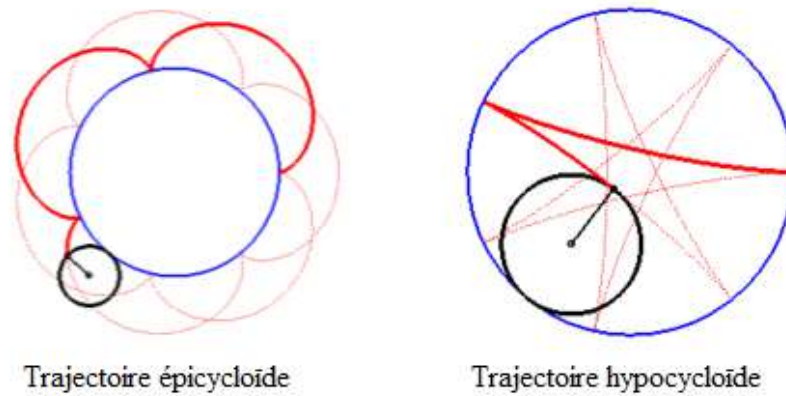


Figure 3.4: Train épicycloïdale et train hypocycloïdale.

## II. Conception optimisée d'un train simple

En construction mécanique, la fonction principale d'un train d'engrenages est d'assurer la transmission de mouvement (et de puissance) d'un arbre à un autre. Cette transmission doit être réalisée tout en satisfaisant un rapport de vitesses et de directions.

Cependant, la conception d'un train d'engrenages consiste à déterminer les caractéristiques de chacun des engrenages constituant de ce train, qui assurent le respect du rapport de transmission et du fonctionnement dynamique correct.

### II.1 Considération du problème

Considérons le train d'engrenages représenté dans la figure 3.5. Ce train à quatre (04) roues cylindriques à dentures droites doit réaliser un rapport de vitesse égale à  $1/7$ . Ainsi, le sens de rotation doit être conservé. Cependant, les engrenages de ce train sont normalisés d'un module  $m$  égale à 4.

Sachant que  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  sont, respectivement, les nombres des dents des roues  $R_1, R_2, R_3, R_4$ , les caractéristiques géométriques de ce train peuvent être formulées par:

Le rapport de vitesses peut être donné par la valeur du train:

$$R = \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} = \frac{1}{7} \quad 3.4$$

Pour des raisons liées à l'emplacement du train et au montage et démontage, le nombre des dents de roues doit être limité entre 12 et 60 dents. Soit:

$$12 \leq Z_i \leq 60; \quad i = 1 \text{ à } 4 \quad 3.5$$

Les conditions de non interférence entre  $R_1$  et  $R_2$  sont formulées par l'équation d'inégalité suivante:

$$Z_1 \geq \sqrt{Z_2^2 + 34,2(Z_2 + 1)} - Z_2 \quad 3.6$$

Cette condition appliquée entre  $R_3$  et  $R_4$  donne:

$$Z_3 \geq \sqrt{Z_4^2 + 34,2(Z_4 + 1)} - Z_4 \quad 3.7$$

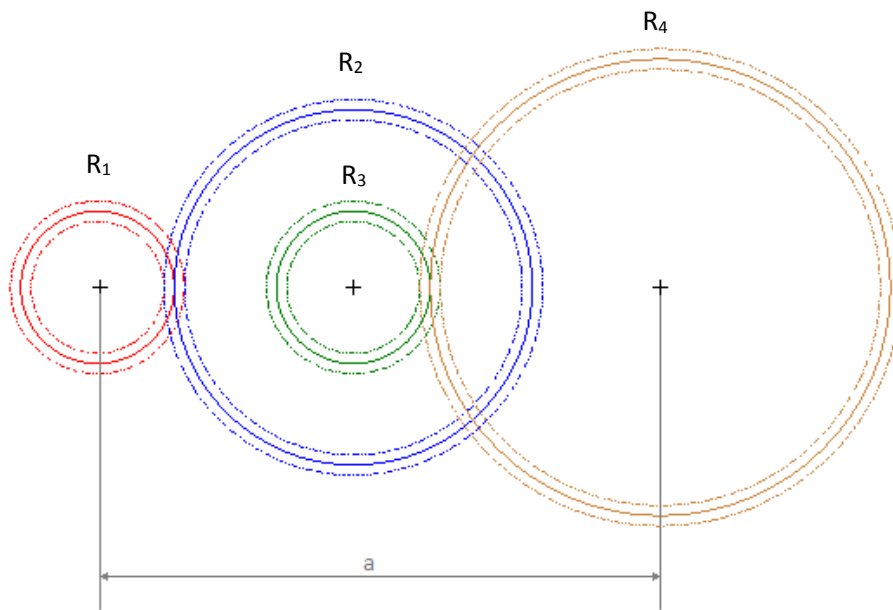


Figure 3.5: Train simple à quatre roues.

L'entraxe total du train peut être donné par:

$$a = \frac{m}{2}(Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4) \quad 3.8$$

On trouve, ainsi, que les valeurs des nombres de dents des roues déterminent la nature de fonctionnement du train.

## II.2 Modélisation mathématique du problème

Pour une meilleure conception, le train d'engrenages considéré doit satisfaire aux exigences technologiques et économiques. D'un côté, le fonctionnement de ce train doit être correct et sûr. Cela est assuré par le respect des conditions géométriques, liées au rapport de vitesses et au non interférence entre les roues engrenées, présentées antérieurement. D'un autre côté, L'utilisation et la fabrication de ce train doit être justifiée économiquement.

En effet, notre problème de conception peut être traduit la justification économique tout en respectant les exigences technologiques.

Dans ce sens, nous pouvons traduire les intérêts économiques de l'utilisation de ce train d'engrenages par un coût minimal. Ce dernier peut être présenté sous forme de deux différents problèmes:

1. L'utilisation d'un nombre total de dents réduit, c'est le problème (1),
2. L'utilisation des roues d'une taille réduite, c'est le problème (2).

Cependant, on trouve que les variables de problème sont des entiers car on ne trouve qu'une dent entière.

Si  $X_i = Z_i$  ( $i = 1$  à  $4$ ) représentent les variables d'optimisation, elles doivent être utilisées, en calcul, avec l'arrondis.

Sur cette base, notre problème est présenté par les deux problèmes suivants:

**1. Problème (1):** Ce problème est lié à l'utilisation d'un nombre réduit de dents. Cette modélisation assure à la fois l'utilisation d'une quantité de matière minimale et la réalisation d'un nombre d'opérations de fabrication minimal.

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \quad F = \sum_{i=1}^4 \text{Arrondis}(X_i) \\ \frac{\text{Arrondis}(X_1)\text{Arrondis}(X_3)}{\text{Arrondis}(X_2)\text{Arrondis}(X_4)} = \frac{1}{7} \\ \text{Arrondis}(X_1) \geq \sqrt{(\text{Arrondis}(X_2))^2 + 34,2(\text{Arrondis}(X_2) + 1)} - \text{Arrondis}(X_2) \\ \text{Arrondis}(X_3) \geq \sqrt{(\text{Arrondis}(X_4))^2 + 34,2(\text{Arrondis}(X_4) + 1)} - \text{Arrondis}(X_4) \\ 12 \leq X_1, X_2, X_3, X_4 \leq 60 \end{array} \right.$$

**2. Problème (2):** C'est le problème lié à l'utilisation d'un train d'engrenages à taille réduite. Ce modèle peut aussi assurer l'utilisation d'une quantité minimale de matière mais aussi une taille minimale du train et encombrement réduit.

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \quad F = \max_i(\text{Arrondis}(X_i)) \\ \frac{\text{Arrondis}(X_1)\text{Arrondis}(X_3)}{\text{Arrondis}(X_2)\text{Arrondis}(X_4)} = \frac{1}{7} \\ \text{Arrondis}(X_1) \geq \sqrt{(\text{Arrondis}(X_2))^2 + 34,2(\text{Arrondis}(X_2) + 1)} - \text{Arrondis}(X_2) \\ \text{Arrondis}(X_3) \geq \sqrt{(\text{Arrondis}(X_4))^2 + 34,2(\text{Arrondis}(X_4) + 1)} - \text{Arrondis}(X_4) \\ 12 \leq X_1, X_2, X_3, X_4 \leq 60 \end{array} \right.$$

### II.3 Analyse et discussion des résultats

Pour la résolution des deux problèmes proposés (1) et (2), on a utilisé la FONCTION **ga** du MATLAB. Le choix de cette fonction utilisant les algorithmes génétiques a été fait à cause de la nature quasi non linéaire du problème ainsi qu'à l'utilisation de l'arrondi. Les fonction-objectif et les contraintes sont introduits à l'aide des fichiers **.m**.

Puisque les algorithmes génétiques sont basés sur l'exploration de l'espace de recherche en se basant les relations de transition aléatoires, on trouve que le programme utilisé donne à chaque exécution une solution optimale différente. En effet, et pour vaincre l'aspect probabiliste, nous avons réalisé vingt différentes exécutions pour chacun des deux problèmes.

Les résultats de ces exécutions sont présentés sur les tableaux 3.1 et 3.2.

Tableau 3.1: Résultats du problème (1) liés à la minimisation du nombre total des dents:

Exécution	X	$\Sigma X$	Nombre d'itérations
01	(21 49 18 54)	142	24
02	(20 50 20 56)	146	12
03	(16 56 26 52)	150	06
04	(16 34 17 56)	123	84
05	(18 49 21 54)	142	10
06	(17 51 21 49)	138	05
07	(20 56 22 55)	153	16
08	(16 52 26 56)	150	53
09	(20 60 24 56)	160	10
10	(15 35 19 57)	126	86
11	(21 49 16 48)	134	52
12	(24 56 18 54)	152	08
13	(16 56 15 30)	117	05
14	(15 42 18 45)	120	09
15	(15 40 16 42)	113	54
16	(18 45 15 42)	120	86
17	(15 35 15 45)	110	06
18	(26 56 16 52)	150	22
19	(23 46 16 56)	141	05
20	(16 42 15 40)	113	12

Tableau 3.2: Résultats du problème (2) liés à la minimisation du nombre de dents de la plus grande roue:

Exécution	X	Max X	Nombre d'itérations
01	(15 35 15 45)	45	5
02	(15 40 16 42)	42	12
03	(16 42 15 40)	42	5
04	(21 51 17 49)	51	25
05	(18 42 16 48)	48	5
06	(16 56 24 48)	56	18
07	(18 42 15 45)	45	8
08	(16 40 20 56)	56	10
09	(16 42 21 56)	56	15
10	(18 42 19 57)	57	12
11	(18 42 20 60)	60	34
12	(18 54 21 49)	54	10
13	(18 49 21 54)	54	5
14	(19 49 21 57)	57	7
15	(20 55 22 56)	56	8
16	(20 56 22 55)	56	28
17	(19 56 24 57)	57	34
18	(20 55 22 56)	56	10
19	(18 51 17 42)	51	7
20	(20 49 21 60)	60	56

On trouve, ainsi, que la meilleure solution du problème (1) correspond à la dix-septième exécution. Quant à celle du problème (2), elle correspond à la deuxième.

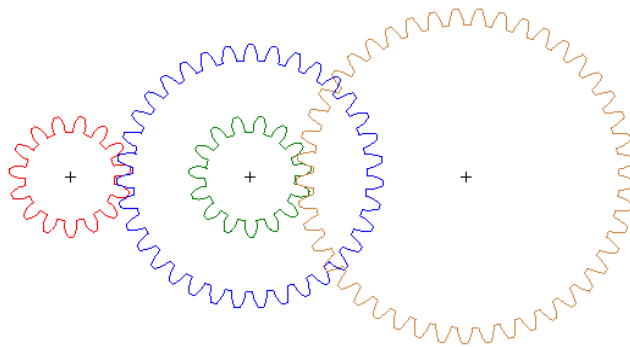
Ces deux solutions optimales sont représentées dans le tableau 3.3. Dans ce même tableau, une comparaison basée sur trois critères; le nombre total des dents, le nombre maximal des dents et l'entraxe total, est fournie.

Tableau 3.3: Comparaison des résultats:

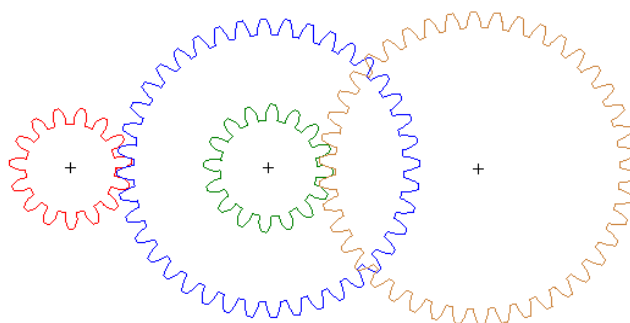
Solution	X	$\sum X$	Max X	a [mm]
Problème 1	(15 35 15 45)	110	45	220
Problème 2	(15 40 16 42)	113	42	226

En observant ces résultats, on remarque que lorsqu'on minimise le nombre total des dents (problème (1)), on se retrouve avec un train à 110 dents au total mais avec une roue à un nombre de 45 dents. Dans l'autre cas, où on minimise le nombre maximal de dents (problème (2)), on aboutit à un train dont la plus grande roue est composée de 42 dents mais avec un nombre total de dents qui arrive à 113 dents. Il est, donc, clair que les deux problèmes ont des sens d'agissement opposés. Le premier minimise la taille du train par la réduction du nombre total des dents tandis que le deuxième agit sur les tailles des roues pour réduire la taille du train.

D'une manière générale, la différence entre les deux solutions n'est pas si forte. Elle est dans la marge de trois dents. On trouve, ainsi, que cette différence n'a pas vraiment une importante influence sur la taille du train. Elle est marquée par la différence en entraxe où elle arrive à 6 mm, 220 mm pour le premier train et 226 mm pour le deuxième. La figure 3.6 représente les trains d'engrenages issus des deux problèmes. Sur cette figure, on peut pas remarquer une grande différence dans la taille du train mais peut être sur la position des roues.



**Train d'engrenages (1)**



**Train d'engrenages (2)**

*Figure 3.6: Comparaison des trains d'engrenages.*

### **III. Conclusion**

Les résultats obtenus montrent l'intérêt de l'utilisation des méthodes d'optimisation dans la conception des trains d'engrenages. C'est à travers cet outil qu'on a pu contrôler les paramètres géométriques. Il est clair, aujourd'hui, de dire que la conception optimisée permette la réduction des coûts de fabrication tout en respectant les exigences technologiques liées au bon fonctionnement.

Cependant, l'utilisation des algorithmes génétiques a apporté une nette aide dans la résolution du problème. Ces algorithmes ont démontré une efficacité particulière dans une telle situation de non linéarité et d'utilisation de variables entiers. Cela est fondé sur l'utilisation des relations probabilistes à la place des relations déterministes.

D'une manière générale, les résultats obtenus ont démontré l'efficacité de la méthodologie de traitement présentée dans ce travail. Ils ont validés d'un côté les aspects technologiques utilisés dans la phase modélisation. D'un autre côté, ils ont permis de présenter les outils informatiques disponibles pour la résolution des problèmes complexes issus du domaine d'industrie.

# Conclusion générale



## Conclusion générale

Depuis longtemps, les engrenages ont gardés leurs places importantes dans l'industrie mécanique comme élément performant de transmission de puissance. Cette importante place est occupée tant par la précision et la robustesse que par la durée de vie assez longue.

Les études conduites dans le but de mieux comprendre et améliorer les caractéristiques des engrenages, sont plusieurs et ont presque touchés tous les domaines d'application de ces organes mécaniques.

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à l'optimisation de la géométrie des trains d'engrenages. En premier lieu, nous avons concentré les efforts sur la traduction du problème de conception par un problème de dimensionnement des engrenages tout en respectant les conditions géométriques de fonctionnement. Cette phase a aboutis à la réalisation de deux modèles. Le premier est basé sur la minimisation du nombre total des dents dans le train tandis que le deuxième consiste à minimiser le nombre de dents dans la plus grande roue du train. En deuxième lieu, nous avons penché sur la résolution du problème, pour un cas d'application, à l'aide d'un algorithme génétique.

Les résultats, présentés dans ce travail, ont permis, d'une manière spécifique, de comprendre les relations entre les paramètres géométriques d'un train d'engrenages (entraxe, diamètre, taille du train d'engrenage,...) et la quantité de matière employée ou le coût de fabrication. Ces relations ont renforcé la possibilité de recherche des dimensions optimales qui respectent les conditions de fonctionnement et qui minimisent le coût de l'emploi des trains d'engrenages.

La méthodologie présentée dans ce travail a attiré l'attention sur l'utilisation d'un outil très performant dans la conception mécanique. Elle a permis de valoriser la pratique de la conception optimisée en mécanique.

## Références

- [1] Bechkri Bouchra, Mémoire magister (Analyse des défauts de denture et leurs influences sur les transmissions mécaniques par engrenages), Constantine, 2007.
- [2] Moulati, Benaoun, Mémoire magister (Etude de l'influence de la variation de l'angle de pression sur le fonctionnement des engrenages à denture droite), Ouargla, 2015.
- [3] Gearing basics, Power transmission Design, July 1994.
- [4] AMEUR Toufik, Cours Construction Mécanique 2, UKMO, 2017
- [5] G.Lenormand, Construction mécanique TOME 3 Eléments de Technologie, 1971.
- [6] G. Allaire, Conception optimale de structures, Springer, Paris, 2006.
- [7] Daniel DE WOLF, Théorie et pratique de l'optimisation, Université Charles de gaulle, Octobre 2002.
- [8] E. Laroche, Cours Commande Optimale, Ecole Nationale Supérieure de Physique Université Louis Pasteur de Strasbourg, 2005.
- [9] S. L. Avilla, Optimisation Multi-objectif et Analyse de Sensibilité Appliquées à la Conception de Dispositifs, Thèse de doctorat, l'Ecole doctorale de Lyon, France 2006.
- [10] Jean-louis DIRION, Optimisation, Ecole nationale supérieure des mines Albi, 2015.
- [11] Jean-Louis COULOMB, Electromagnétisme et problèmes couplés, EGEM, Hermes (2002).
- [12] Laure ELIE & Bernard LAPEYRE, Introduction aux Méthodes de Monte-Carlo, Septembre 2001.
- [13] N. Metropolis, Equations of State Calculations by Fast Computing Machines, Journal of Chemical Physics, 21: 1087-1091, 1953.
- [14] Michel BRONIATOWSKI, nouvelles méthodes d'optimisation sous contraintes pour la résolution d'équations mal posées, (LSTA) 2016.
- [15] R. Kammarti, Approches Evolutionnistes Pour la Résolution du 1-PDPTW Statique et Dynamique, Thèse de doctorat, l'Ecole centrale de Lille et l'université des sciences et technologies de Lille, 2006.
- [16] Gilbert DROUIN, Eléments de machines, Presses inter Polytechnique, 1986.

## Résumé

Les engrenages sont largement utilisés dans l'industrie mécanique comme moyen de transmission de puissance. Ils sont obtenus par taillage sur des machines-outils spéciales.

La denture est l'élément principal des caractéristiques des engrenages, dans ce travail, notre étude est basée sur l'optimisation de la géométrie des trains d'engrenages à denture droite. Le but de cette étude, est de minimiser la taille d'un train simple, des contraintes ont été imposées pour assurer le bon fonctionnement de ce train. En optimisant cette géométrie on contribue à la réduction des coûts de fabrication.

*Mots clé : Engrenages, optimisation, conception.*

## ملخص

تستخدم التروس على نطاق واسع في الصناعة الميكانيكية كوسيلة لنقل الطاقة. يتم الحصول عليها عن طريق القطع بأدوات وآلات الخاصة.

الاسنان هي العنصر الرئيسي لخصائص الترس، في هذا العمل، تعتمد دراستنا على تحسين هندسة سلسلة الترس باستخدام عجلات أسطوانية ذات أسنان مستقيمة. الغرض من هذه الدراسة هو تقليل حجم سلسلة الترس، تم فرض قيود لضمان حسن سير هذه السلسلة. وبتحسين هذه الهندسة، نساهم في تقليل تكاليف الإنتاج.

الكلمات المفتاحية: الترس، التحسين، تصميم.

## Abstract

Gears are widely used in the mechanical industry as a means of power transmission. They are obtained by cutting on special machine tools.

The toothing is the main element of the gear characteristics, in this work, our study is based on the optimization of the geometry of gear trains with spur gears. The purpose of this study, is to minimize the size of a single train, constraints were imposed to ensure the proper functioning of this train. Optimizing this geometry we contributes to the reduction of manufacturing coasts.

*Key words: Gear, optimization, design.*