الرقم:

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة قاصدي مرباح ورقلة
كلية الرياضيات وعلوم المادة

أُطروحة

أُطروحة تدخل ضمن متطلّبات نيل شهادة **دكتوراءالعلوم**

فيزياء

تخصص : فيزياء نظرية

من إعداد الطالب: ذهبي العيد

الجهود الترموديناميكية والكهرومغناطيسية حول الثقوب السوداء

نوقشت بتاريخ 10 جانفي 2019 أمام اللجنة المكونة من:

خلفاوي فتحي	أستاذ تعليم عالي،جامعة ورقلة	رئيسا
مفتاح م الطيب	أستاذ تعليم عالي،جامعة ورقلة	مشرفا
معيرش ع المجيد	أستاذ تعليم عالي،جامعة المسيلة	ممتحنا خارجيا
قدورع المجيد	أستاذ ب أم ت ط م غرداية	ممتحنا خارجيا
مومني مصطفى	أستاذ تعليم عالي،جامعة بسكرة	ممتحنا خارجيا

الفهـــــــرس

شكر وإهداء

نشكر الله عز وجل على أن وفقنا لتقديم هذا العمل المتواضع ،ونشكر كل من ساهم في هذا الإنجاز وأولهم الأستاذ الدكتور محمد الطيب مفتاح بجامعة قاصدي مرباح ورقلة بصفته مؤطرا لهذه الأطروحة .

كما نشكر الأستاذ الدكتور فتحي خلفاوي بجامعة قاصدي مرباح ورقلة كرئيس للجنة المناقشة ، ونسأل الله جل وعلى أن يرحم الأستاذ محمد عبد الوهاب بن بيتور وأن يتغمده برحمته الذي عُين عضوا في لجنة المناقشة.

ونواصل الشكر للأستاذ الدكتور عبد المجيد معيرش بجامعة المسيلة كعضو مناقش في اللجنة ،و للأستاذ الدكتور مصطفى مومني من جامعة بسكرة كعضو مناقش في اللجنة،و للأستاذ الباحث عبد المجيد قدور من مركز تطوير الطاقات المتجددة بغرداية كعضو مناقش في اللجنة.

كما نهدي هذا العمل للوالدين الكريمين وجميع الأقارب وكافة الأصدقاء ،وأخص بالذكر بناتي العزيزات جويرية و أريج ومارية وغفران .

مقدمــة

من المواضيع الشائكة التي تشغل بال الفيزيائيين والفلكيين و غيرهم موضوع الثقوب السوداء ،والذين بدورهم يطرحون عديد التساؤلات حول وجودها و منشأها وأثرها وتأثرها بالفضاء الخارجي عنهاو...إلخ.وكانت بعض هذه التساؤلات هي الدافع الرئيس لإختيار هذا الموضوع تحت عنوان الجهود الترموديناميكية والكهرومغناطيسية حول الثقوب السوداء ،كما تناول الناس هذا الموضوع أعني الثقوب السوداء عموما من الناحية الأدبية والعلمية ،فألّف الأدباء القصص والرويات الخياليّة ، ونشر الباحثون فيه مقالات عدة.
حيث كان طرح فرضية إمكانية وجود مثل هذه الظاهرة هو إكتشاف رومر وهو أن للضوء سرعة محددة، وطرح هذا الاكتشاف تساؤلاً وهو لماذا لا تزيد سرعة الضوء إلى سرعة أكبر؟ وفُسِّر ذلك على أنه قد يكون للجاذبية تأثير على الضوء، وكتب جون مينشل عن هذا الاكتشاف مقالاً عام 1783 م أشار فيه إلى أنه قد يكون للنجم الكثيف المتراص جاذبية شديدة جدًا حتى أن الضوء لا يمكنهُ الإفلات منها فأي ضوء ينبعث من سطح النجم تعيده هذه الجاذبية، بعد هذا الطرح بقيت قضية وجود الثقوب السوداء تموج بين معارض ومؤيد ردحا من الزمن ، حتى مجيئ النظرية النسبية العامة التي أكد من خلالها ألبرت انشتاين تأكيدا رياضيا أن الكون يتوسع وأن الثقوب السوداء موجودة لاكن وجودها نظري فقط

وبعد ذلك بدأ علماء الفلك في البحث عن آثارها باستخدام التلسكوبات الأرضية والفضائية حيث تم اكتشاف أن نجما يكون ثقبا أسودا محتملا سنة 1971 م،حيث تحولت الآراء حول الثقب الأسود إلى حقائق مشاهدة عبر التلسكوب الفلكي الراديوي الذي يتيح للراصدين مشاهدة الكون بشكل أوضح، وجعل نظرية النسبية حقيقة علمية مقبولة .
ترى النظرية النسبية العامة أن الثقب الأسود هو منطقة محددة في الزمكان و يتمتع بجاذبية قوية ، وإذا وقع في هذه المنطقة جسم أو إشعاع فلا يمكنه الإفلات منها، وأن حجم هذا النجم سوف يتقلص بسبب جذبه للأشعة و الأجسام، تدعى المنطقة التي يمكن الافلات منها أفق الحدث .أما حديثا فقد ساهم كل من بكنستاين وباردن و هاوكينغ في [1] ،[2] ، [3] ، [4] مساهمة عظيمة وضعوا من خلالها منهجية جديدة لدراسة ترموديناميك الثقب الأسود والعلاقات الأساسية لها ومناقشتها بالتفصيل و مقارنة قوانينها بقوانين الترموديناميك الكلاسيكية ،وفي هذا السياق أثبت هاوكينغ بإستعمال نظرية الكم في الفضاء الزمني

المنحني بأن آفاق الحدث تنبعث منها أشعة تدعى إشعاع هوكينغ، بنفس الطيف لجسم أسود درجة حرارته تتناسب عكسياً مع كتلته. أما الأسس النظرية لموضوع ترموديناميك الثقب الأسود وضعت من خلال [5]،[6]، وتمت معالجة هذه الأسس وبشكل منظم من طرف [7] ، [8] ، [9] .
إعتمد كل هؤلاءعلى التطابق الموجود بين قوانين الترموديناميك الكلاسيكية وترموديناميك الثقب الأسود أفق الحدث تقابلها الأنتروبي والكتلة تقابلها الطاقة والتغير في الشحنةوالدفع الزاوي يقابله العمل في الترموديناميك الكلاسيكية كما هو موضح بالتفصيل في [10]،والمرجع المذكور آنفا سلّط الضوء على القانون الأول لترموديناميك الثقب الأسود.
رغم المجهودات الجبّارة المبذولة في هذا المجال لم يتعرض أحد لدراسة ترموديناميك الثقب الأسود في وجود حقل مغناطيسي خارجي ولم يربط بين هذا الأخير ومتغيّرات الثقب الأسود ،وقد قمنا في هذه الأطروحة بدراسة الحقل المغناطيسي الخارجي ووضعنا صيغة ماير في نسق جديد ،و كتبنا معادلة الحرارية النوعيّة في وجود الحقل المغناطيسي وهذا بجوار الثقب الاسود وذالك في اطار المجموعة الإحصائية الكبيرة، و هذه الأطروحة مكونة من ثلاث فصول .
الفصل الأول وضعنا فيه مدخلا لدراسة فيزياء الثقوب السوداء ،ودورة حياة النجوم وأنواعها ،وذكرنا الشروط التي يجب أن تتوفر في النجم حتى يصير في آخر حياته ثقباً أسود.
الفصل الثاني عالجنا القانون الأول لترموديناميك الثقب الأسود في وجود الحقل المغناطيسي وعرفنا كل متغيّرات الثقب الأسود بالتفصيل كمساحة أفق الحدث ، الجاذبية على السطح ، الحقل المغناطيسي ...إلخ.وربطنا بينها بعلاقات تدعى العلاقات الأساسية وكتبنا صيغة ماير بشكل جديد كما في [11]،ونشرنا هذا العمل في مجلة دولية.
الفصل الثالث قمنا بإجاد معادلة الحرارة النوعية في وجود الحقل المغناطيسي وهذا بجوار الثقب الاسود وذلك في إطار المجموعة الاحصائية الكبيرة لأن عدد الجسيمات N يتغير فيتحول الى طاقة والطاقة تتحول إلى جسيمات وهذا متعلق بالجهد الكيميائي وعالجنا إشارة الفرق $C_{\Omega,\Phi,M} - C_{J,Q,B}$ وتأثيرها على خاصية جديدة للثقب الأسود [12]،ونشرنا هذا العمل في مجلة دولية، ولخصنا النتائج المتحصّل عليها في هذه الأطروحة في الخاتمة.

الفصل الأول

فيزياء الثقوب السوداء

1.1 المادة و الكون

رغم ما يبدو من تماسك المادة في الكون وهي في الحالة الصلبة فهي عبارة عن فراغ كثير ومادة قليلة، وحتى على مستوى الذرة الفراغ فيها أكثر بكثير من المادة. و يمكن أن نقول في تقريب ذلك للأذهان أنه لو فرضنا أننا كبّرنا نواة ذرة إلى حجم الكرة وكبّرنا تبعا لذلك المسافات بين النواة والإلكترونات و التي تدور في مداراتها لكانت المسافة بين النواة وأقرب إلكترون قُرابة 30 كيلو مترا أو تزيد. وهذه المسافة كلها فراغ.
هذه المادة هي المكوّنُ للنجوم و النّجم هو عبارة عن جسم فلكي كرويُ من البلازما ضخم ولامع ومتماسك بفعل الجاذبية،يستمد النّجم لمعانه من الطاقة النووية المتولّدة فيه ، حيث تلتحم ذرات الهيدروجين مع بعضها البعض مكوّنة عناصر أثقل من الهيدروجين ، مثل الهيليوم و الليثيوم وباقي العناصر الخفيفة حتى عنصر الحديد . إن هذا التفاعل الفيزيائي يسمى اندماج نووي تنتج منهُ طاقة كبيرة (حرارة) جداً تصل إلينا في صورة أشعة الشمس. فتغمر الأرض بالدفء، وتكوّن عليها الظروف المناسبة للحياة. وأغلب مكونات النّجم هو عنصر الهيدروجين المتأين والهيليوم المتأين (وهما يسميان في حالة التأين بلازما). وقد بيّنت الأرصاد الفلكية أن نسبة كبيرة من النجوم لها كواكب تدور حولها مثلما هوموجود في المجموعة الشمسية، و لكل نجم دورة حياة وسوف نعرج على دورة حياة النجوم

1.2 دورة حياة النجوم

دورة حياة النجم تبدأ بمولده وتنتهي بموته , وقد يستغرق الأمر ملايين السنين حتى يكّمل النّجم دورة حياته ، يمر النّجم أثناء دورة حياته بأربع مراحل هي مرحلة النّجم الأولي ومرحلة البلوغ ومرحلة العملاق الأحمر ومرحلة الموت ، وتتشابه النجوم في المراحل الثّلاث الأولى في حين تعتمد مرحلة الموت على حجم النجم .

1.2.1 مرحلة النجم الأولي

ينشأ النجم الأولي نتيجة إنكماش كمية بارد جداً من الغازات والغبار المنتشرة في الفضاء تحت تأثير الجذب الذاتي لهذه المكونات ، وتتكون هذه الكمية في معظمها من غاز الهيدروجين وهو أخف العناصر تبدأ هذه الكمية بالدوران حول مركزها ويتسارع دورانها حول مركز الكتلة ، فتصطدم ببعضها البعض مما يؤدي إلى تسخينها إلى درجة حرارة عالية جدا ، عندما تصل درجة إلى 15 مليون درجة مئوية , يبدأ الاندماج النووي بين انوية الهيدروجين في مركز الكتلة ، وتعمل كمية الحرارة المتحرّرة في المركز على توّهج الغاز .

كما نستطيع القول أن هذه المرحلة نشأت فيها النجوم من السُحب الغبارية الباردة المنتّشرة في جميع أنحاء المجرّات والتي تسمى (السديم – Nebula) ، وهى سحابة تتّكون من غبار تكون نتيجة نجوم إنفجرت بسبب إختلال التّفاعلات بها أو تقدم عمر النجم و إنتهاء عمره، و هي من الكّتل الأساسية في هذا الكون، هذا الغاز وجزيّئات الغبار تُعرف معاً باسم (الوسط النجمي- Medium Interstellar)، بشكل تقريبي 99 بالمئة من مكّونات هذا الوسط هي من غازيّ الهيدروجين والهيليوم.

وتتشكّل النجوم عندما تخضع أجزاء من الوسط النجمي للإنهيار على نفسها نتيجة للجاذبية، فمع مرور الوقت تجاذب ذرات الهيدروجين الموجودة في السديم بسبب (قوى الجاذبية – forces Gravitational) وترتبط فيه أي السديم فيما بينها بتفاعلات أخرى،وهذا لايحدث في المادة المظلمة رغم وجود قوى الجاذبية بين مكوناتها .ويبدأ السديم في الانهيار وتتمزّق السحب إلى أجزاء أصغر وكلًا منها تبدأ في التّداخل على نفسها وهذا ما يسمى بالنّجم الأولي

1.2.2 مرحلة البلوغ

تزداد كتلة النجم الأولي وتعتمد كتلته التي تتجمع على مقدار كمية المادة الموجودة في المرحلة الأولى, ثم تستقّر كتلة النّجم ليصل مرحلة البلوغ, ويسمى عندها النجم البالغ.

1.2.3 مرحلة العملاق الأحمر

يستمر النجم بالتوهج ملايين السنين , وأثناء توّهجه يتحوّل الهيدروجين الموجود في مركز النّجم إلى الهيليوم ، ويمر بمرحلة عدم أستقرار ويبدأ النجم بالنكماش إذا نتغلب قوة الجذب على قوة الضغط الحراري. أما الطبقات الخارجية للنّجم والتي نتكون في معظمها من الهيدروجين فإنها تمدد فتبرد وتظهر بلون أحمر ويسمى عندها النجم بالعملاق الأحمر. يبدو لون العملاق احمر لأن درجة الحرارة إنخفضت أكثر من النجم الأولي ، وحجمه ضخم جدا لأن الطبقات الخارجية له قد تمددت.

1.2.4 المرحلة الأخيرة

في النهاية، قلب أو جوهر النّجم سوف يبدأ في تكوين عنصرالحديد. و سيؤدي هذا إلى إنهيار النّجم. أما ما يحدث بعد ذلك للنّجم فمتعلق بمقدار الكّتلة الموجودة فيه(بمعنى : إذا كان النّجم كبيراً أو صغيراً). فإن النّجم المتوسط سيصبح نجم قزم أبيض. أما النّجم الكبير يحدث فيه إنفجار نووي ضخم يسمى (سوبر نوفا). و بعد (السوبر نوفا) قد يصبح النجم (ثقبا أسودا) أو (نجما نيوترونيا).
وسوف نتعّرض للتعريف بهذه الأنواع

1.2.5 القزم الأبيض

تُعتّبر الأقزام البيضاء نجوما تُحتضر وسطوحها ساخنة بدرجة غير إعتيادية، بسبب إنطوائها على نفسها تحت تأثير الجاذبية، وهي تفقد حرارتها رويدا رويدا عن طريق الإشعاع.
أما بالنسبة لخصائصها الكمية فيتراوح قطر النجم القزم الأبيض بين عدة آلاف الكيلومترات و عشرة آلاف كيلومتر، أي أن حجمها يقرب من حجم الأرض. وتبلغ درجة حرارة سطحها في البداية من 10000 إلى 100.000 درجة مما يجعلها تبدوا ذات ضوء أبيض. ثم يبدأ القزم الأبيض يفقد حرارته بسبب قلة التفاعلات الداخلية فيه وقلة وقوده النووي فيبرد ويصبح بعد مليارات السنين قزما أسودا. تتكون معظم الأقزام البيضاء من عنصري الكربون والأكسجين، التي تكون قد تكونت أثناء الاندماج النووي فيه لأنوية الهيليوم، بعد أن استنفذ وقوده النووي من الهيدروجين وتبلغ كثافة القزم الأبيض نحو طن /سنتيمتر مكعب، وذلك يرجع لكتلته التي تعادل كتلة الشمس ولكن ضمن حجمه الصغير فقطر القزم الأبيض يتراوح بين0.02 - 0.008 قطر الشمس وهذا يقترب من قطر الأرض تقريباً وهذا مايفسّر كثافته العالية،
ونقرّر هذا بالمثال التالي حتى أننا إذا قمنا بوزن علبة ثقاب مملوءةبمادة من الشّمس لكان وزنها حوالي 15 غراما أما إذا وزن نفس الحجم من مادة القزم الأبيض لبلغ وزنها حوالي 10 أطنان.

1.2.6 السبرونوفا أو المتسعر الأعظم

من النجوم من تتم فيه تفاعلاته نووية قوية فتحطم الجاذبية, وتسبب تفكك أجزاء النجم..
وهذه الصيرورة الانفجارية الغريبة تعني نهاية النجم ويطلق عليها إسم (السوبرنوفا). ولكن المادة التي إنطلقت إلى الفضاء الخارجي لن تفنى إلى الأبد بل تعود لتحقن في مجرة كبذر جديد: إن إعادة الحقن هذه داخل مجرة معينة عملية غاية في الأهمية ،و ذلك أن المادة التي تبعثرها السوبرنوفا ليس لها في الحقيقة نفس تركيب المجرة الأصلية. فالنجم الشاب كان متكّون من الهيدروجبن وفي نهاية الأمر يصبح متكونا من النيوترونات فقط.
بعد عملية الإندماج أصبح هذا الاخير يحتوي نسباً عالية من نوى العناصر الثقيلة. إذن فنجوم السوبرنوفا المتفجرة تقذف وترمي بالعناصر الثقيلة. وهذه الظاهرة الكونية تُعدّل من نوع المادة الموزعة في المجرّة لتكوين نجوم وليدة. هكذا تلفظ النجوم مادتها في الفضاء على أنماط مختلفة وفي مرات متعدّدة . وليست هذه الحركة وحيدة الإتجاه أي من النجم إلى الفضاء الخارجي-بل أن هذه النجوم المتفجرة حتى بعد تكوينها في البداية تظل تتلقف المادة في المجرة .
ما يحدد به مصير النحم بعد هذا الانفحار هو قاعدة شاندراسيكار والتي تنص على أن :

يحدث إنفجار سوبرنوفا أو المتسعر الأعظم إذا كانت كتلة النّجم أقل من 1.4 مرة من كتلة الشّمس فأنه يحدث إنفجار سوبرنوفا أما إذا كانت كتلة النّجم تزيد عن كتلة الشمس بأكثر من هذا الحد فهناك إحتمال وصول النجم في نهاية حياته إلى نجما نترونيا أو ثقبا أسودا و سوف نفرّق بينهما فيما يلي .

1.2.7 النجوم النترونية

النّجوم النيوترونية Star Neutron الّتي تتكوّن معظمها من النيوترونات بعد أن تلتحم الإلكترونات والبروتونات. تمتاز النّجوم النيوترونية بالكثافتها العالية ، ويبلغ قطر النّجوم النيوترونية المثاليّة 20 كم وكتلتها أكبر من كتلة الشّمس بثلاث مرّات. إذا زادت كتلة النّجم عن هذا فإنّ جاذبيّته ستزداد بشكلٍ هائلٍ وسيتحوّل النّجم النيوترونيّ إلى ثقبٍ أسود. أما النّبّاضات الإشعاعيّة Pulsar فهي تنتج عن دوران النجوم النيوترونية حول نفسها بسرعةٍ عاليةٍ تصل إلى دورة واحدة كلّ ما بين 0.3- 1 ثانية وتصدر حزمًا ضوئيّةً وراديويّةً يكتشفها الفلكيّون على الأرض باستخدام التّلسكوبات الراديويّة.

أما إذا تجاوزت كتلته 3.2 من كتلة الشمس يتحول النّجم إلى ثقبا أسودا

1.2.8 الثقب الأسود

أمّا إذا بلغت كتلة النّجم ثلاثة أمثال كتلة الشّمس، فإنّ النجم قد يتقلّص أكثر بسبب الجاذبيّة مكوّنا ثقبا أسودا Black Hole حيث لجاذبيّته لا يستطيع شيئًالإفلات منها، لدرجة أنّ الضوء لا يستطيع الإفلات منها. يصعب تحديد مواقع الثّقوب السوداء لأنها لا تصدر ضوءا. يستطيع العلماء تحديد الثقوب السوداء بإستخدام أشعة X عندما تجذب غبار وغازات النجوم.

الفصل الثاني

الثقوب السوداء و الحقل المغناطيسي

2.1 مدخل

تم في السابق التعرض للدراسة العامة للنجوم ودورة حياتها و خصائص كل مرحلة منها ،وتأثرها بالفضاء الخارجي و أثرها عليه ،سوف نخصص هذه الدراسة لأثر الحقل المغناطيسي الموجود في الفضاء الخارجي للثقب الأسود على الحرارة النوعية له في حالة ثبات عدد الجسيمات .

2.2 متغيرات الثقب الأسود في وجود الحقل المغناطيسي

كانت الفكرة السائد بأن الثقب الاسود لايمكن له أن يصدر أي أشعاع أو مادة , وبعد مجيئ هواكينغ الذي قال "إن مبدأ عدم اليقين للجسيمات والاشعاع من الخروج من خلال أفق الحدث والإفلات من الثقب الاسود وهذه الأشعة الصادرة عن الثقب الاسود تتعلق بدرجة حرارته وهذا مقرّر في [12].

$$T_H = \frac{\kappa h}{2\pi k_B c}. \tag{2.1}$$

حيث h ثابت بلانك ,وk_B ثابت بولتزمان c, سرعة الضوء في الفراغ ,وκالجاذبية على السّطح والتي تعطى عبارتها كالتالي

$$\kappa = \frac{4\pi(r_+c^2 - Gm)}{A}. \tag{2.2}$$

حيث G ثابت الجذب العام, m كتلة الثقب الأسود , A مساحة سطح أفق الحدث , r_+ نصف قطر مساحة سطح أفق الحدث للثقب الأسود حيث

$$r_+ = \frac{1}{c^2}(Gm + \sqrt{G^2m^2 - \frac{J^2c^2}{m^2} - GQ^2 - \lambda^2B^2}). \tag{2.3}$$

حيث m و J و Q هي الكتلة والدفع الزاوي والشحنة الكهربائية للثقب الأسود على التوالي ,و B هو الحقل المغناطيسي له ، يفترض أن يكون B ثابتا و محيط بالثقب الأسود في نفس الوقت ، في حين أن λ هو ثابت للاقتران ،أو بنعنى آخر ثابت التفاعل المغناطيسي بين الثقب الأسود والمجال المغناطيسي الخارجي.
حيث T_H و κ هي المتغيرات الثلاثة الأكثر أهمية في ترموديناميك الثقب الأسود ،إلى هذا الحد يتوجب علينا معرفة الإنتروبي (هاوكينغ-بونكستاين)S_{BH} والتي تعطى كما يلي

$$S_{BH} = \frac{k_B}{4l_{Pl}^2}A. \tag{2.4}$$

حيث A هو مساحة أفق الحدث وتكون عبارته الرياضية بالصيغة التالية

$$A = 4\pi(r_+c^2 + (J/c.m)^2). \tag{2.5}$$

حيث l_{Pl} هو طول بلانك التجريبي ويقدر • $l_{Pl}=\sqrt{\frac{Gh}{c^3}}\simeq 10^{-33}cm$
r_+ من المعادلة (2.4) في عبارة مساحة أفق الحدث A, نجد

$$A=\frac{4\pi G}{c^4}(2Gm^2-Q^2+2\sqrt{G^2m4-J^2c^2-Gm2Q^2-\lambda^2m2B^2}). \qquad (2.6)$$

بالنسبة إلى ثقب أسود(Newman Kerr-)وهو ثقب أسود بشروط خاصة ، عموما فإن الدوران الزاوي Ω متعلق بالدفع الزاوي J ومساحة أفق الحدث A للثقب الأسود

$$\Omega=\frac{4\pi J}{mA}. \qquad (2.7)$$

جهد أفق الحدث Φ تكون عبارته الرياضية كما يلي

$$\Phi=\frac{4\pi Qr_+}{A}. \qquad (2.8)$$

بمجرد تعريف المتغيرات التالي m وJ وΩ و Q و Phi و و Bفإننا قادرون على تغير الشكل العام لصيغة Mayer بإستخدام القانون الأول (حفظ الطاقة) والقانون الثاني (الأنتروبي) من الترموديناميك الكلاسيكية.

2.3 ترموديناميك الثقب الأسود في الحقل المغناطيسي

2.3.1 الطاقة الداخلية و القانون الأول للترموديمناميك

تمت دراسة تفاعل الثقب الأسود مع الحقول والمادة المحيطة به في كل من [4] و[5]و[6]، ركزنا في هذه الدراسة على التفاعل مع الحقل المغناطيسي المستمر B ، يمكن أن نكتب القانون الأول للديناميك الحرارية في شكله التفاضلي كما يلي :

$$dE=d(mc^2)=\frac{\kappa c^2}{8\pi G}dA+\Omega dJ+\Phi dQ-MdB. \qquad (2.9)$$

حيث M هوالعزم المغناطيسي للثقب الأسود، من المفترض أن الثقب الأسود يقترب من حالة التوازن التغير في كل من A افق الحدث ، و الدفع الزاوي J ،و الشحنة Q و الحقل المغناطيسي الخارجي المستمر B. بإستخدام المعادلة(2.9) كتفاضل تام نجد :

$$\frac{\kappa c^2}{8\pi G}=(\frac{\partial E}{\partial A})_{J,Q,B}. \qquad (2.10)$$

$$\Omega.=(\frac{\partial E}{\partial J})_{A,Q,B} \qquad (2.11)$$

$$\Phi = (\frac{\partial E}{\partial Q})_{A,J,B}. \quad (2.12)$$

كذالك :

$$M = -(\frac{\partial E}{\partial B})_{A,J,Q}. \quad (2.13)$$

بما أن dE هو تفاضل تام ، فإننا نستنتج ست علاقات تربط بين المشتقات الجزئية لمختلفة متغيرات الثقب الأسود المذكورة سابقا:

$$(\frac{\partial}{\partial J}(\frac{\partial E}{\partial A})_{J,Q,B})_{A,Q,B} = (\frac{\partial}{\partial A}(\frac{\partial E}{\partial J})_{A,Q,B})_{J,Q,B}. \quad (2.14)$$

بإستعمال المعادلة(2.10) والمعادلة (2.11) نجد أول عبارة :

$$(\frac{\partial \kappa}{\partial J})_{A,Q,B} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial \Omega}{\partial A})_{J,Q,B}. \quad (2.15)$$

بعد هذا, نجد :

$$(\frac{\partial}{\partial Q}(\frac{\partial E}{\partial A})_{J,Q,B})_{A,J,B} = (\frac{\partial}{\partial A}(\frac{\partial E}{\partial Q})_{A,J,B})_{J,Q,B}. \quad (2.16)$$

بإستعمال المعادلة(2.10) والمعادلة (2.12) نجد العبارة الثانية :

$$(\frac{\partial \kappa}{\partial Q})_{A,J,B} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial \Phi}{\partial A})_{J,Q,B}. \quad (2.17)$$

كذالك :

$$(\frac{\partial}{\partial Q}(\frac{\partial E}{\partial J})_{A,Q,B})_{A,J,B} = (\frac{\partial}{\partial J}(\frac{\partial E}{\partial Q})_{A,J,B})_{J,Q,B}. \quad (2.18)$$

للحصول على العبارة الثالثة نستعمل المعادلة(2.11) والمعادلة (2.12) :

$$(\frac{\partial \Omega}{\partial Q})_{A,J,B} = (\frac{\partial \Phi}{\partial J})_{A,Q,B}. \quad (2.19)$$

ولدينا أيضا

$$(\frac{\partial}{\partial B}(\frac{\partial E}{\partial A})_{J,Q,B})_{A,Q,J} = (\frac{\partial}{\partial A}(\frac{\partial E}{\partial B})_{A,Q,J})_{J,Q,B}. \quad (2.20)$$

بإستعمال المعادلة(2.10) والمعادلة (2.13) نجد العبارة الرابعة:

$$(\frac{\partial \kappa}{\partial B})_{A,Q,J} = -\frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial M}{\partial A})_{J,Q,B}. \quad (2.21)$$

يمكن أن نقول :

$$(\frac{\partial}{\partial Q}(\frac{\partial E}{\partial B})_{J,Q,A})_{A,J,B} = (\frac{\partial}{\partial B}(\frac{\partial E}{\partial Q})_{A,J,B})_{J,Q,A}. \quad (2.22)$$

العبارة الخامسة نجدها بعد إستعمال المعادلة(2.12) والمعادلة (2.13)

$$(\frac{\partial M}{\partial Q})_{A,J,B} = -(\frac{\partial \Phi}{\partial B})_{J,Q,A}. \quad (2.23)$$

وأخيرا لدينا :

$$(\frac{\partial}{\partial B}(\frac{\partial E}{\partial J})_{A,Q,B})_{A,J,Q} = (\frac{\partial}{\partial J}(\frac{\partial E}{\partial B})_{A,J,Q})_{J,Q,B}. \quad (2.24)$$

بإستعمال المعادلين(2.13) , (2.11)نجد العبارة السادسة :

$$(\frac{\partial \Omega}{\partial B})_{A,J,Q} = -(\frac{\partial M}{\partial J})_{A,Q,B}. \quad (2.25)$$

2.3.2 الطاقة الحرة في وجود الحقل المغناطيسي

على غرار ماهو موجود في الترموديناميك الكلاسيكية نعرف الطاقة الحرة للثقب الأسود كما يلي :

$$F = E - (\frac{\kappa c^2}{G8\pi})A \quad (2.26)$$

وكذالك :

$$dF = -(\frac{Ac^2}{G8\pi})d\kappa + \Omega dJ + \Phi dQ - MdB \quad (2.27)$$

في حالة الطاقة الداخلية نستعمل dF كتفاضل تام وعلاقته بمساحة سطح أفق الحدث للثقب الأسود نستنتج العلاقة الموالية :

$$(\frac{Ac^2}{G8\pi}) = -(\frac{\partial F}{\partial \kappa})_{J,Q,B} \quad (2.28)$$

$$\Omega = (\frac{\partial F}{\partial J})_{\kappa,Q,B}. \quad (2.29)$$

$$\Phi = (\frac{\partial F}{\partial Q})_{\kappa,J,B}. \quad (2.30)$$

$$M = -(\frac{\partial F}{\partial B})_{\kappa,J,Q}. \quad (2.31)$$

علاوة على ذلك ، هناك ست علاقات أخرى بين متغيرات الثقب الأسود :

$$(\frac{\partial \Omega}{\partial Q})_{\kappa,J,B} = (\frac{\partial \Phi}{\partial J})_{\kappa,Q,B}. \quad (2.32)$$

$$(\frac{\partial M}{\partial Q})_{\kappa,J,B} = -(\frac{\partial \Phi}{\partial B})_{\kappa,Q,J}. \tag{2.33}$$

$$(\frac{\partial \Omega}{\partial B})_{\kappa,J,Q} = -(\frac{\partial M}{\partial J})_{\kappa,Q,B}. \tag{2.34}$$

$$(\frac{\partial \Omega}{\partial \kappa})_{J,Q,B} = -\frac{c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial J})_{\kappa,Q,B}. \tag{2.35}$$

$$(\frac{\partial \Phi}{\partial \kappa})_{J,Q,B} = -\frac{c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial Q})_{\kappa,J,B}. \tag{2.36}$$

$$(\frac{\partial M}{\partial \kappa})_{J,Q,B} = -\frac{c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial B})_{\kappa,J,Q}. \tag{2.37}$$

2.3.3 إنتالبي الثقب الأسود في وجود الحقل المغناطيسي

إنتالبي الثقب الأسود تعطى كما يلي :

$$H = E - \Omega J - \Phi Q + MB \tag{2.38}$$

كذالك:

$$dH = dE - \Omega dJ - \Phi dQ + MdB - Jd\Omega - Qd\Phi + BdM. \tag{2.39}$$

أو بإستعمال (2.9) نجد :

$$dH = \frac{\kappa c^2}{G8\pi}dA - Jd\Omega - Qd\Phi + BdM. \tag{2.40}$$

أيضا :

$$(\frac{\partial H}{\partial A})_{\Omega,\Phi,M} = \frac{\kappa c^2}{8\pi G}. \tag{2.41}$$

$$(\frac{\partial H}{\partial \Omega})_{A,\Phi,M} = -J. \tag{2.42}$$

$$(\frac{\partial H}{\partial \Phi})_{A,\Omega,M} = -Q. \tag{2.43}$$

$$(\frac{\partial H}{\partial B})_{A,\Omega,\Phi} = M. \tag{2.44}$$

بما أن dH هي تفاضا تام ، تعطى ستة علاقات بين متغيرات الثقب الأسود بالتعبيرات التالية :

$$(\frac{\partial\kappa}{\partial\Omega})_{A,\Phi,M} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial J}{\partial A})_{\Omega,\Phi,M}. \quad (2.45)$$

$$(\frac{\partial\kappa}{\partial\Phi})_{A,\Omega,M} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial Q}{\partial A})_{\Omega,\Phi,M}. \quad (2.46)$$

$$(\frac{\partial J}{\partial\Phi})_{A,\Omega,M} = (\frac{\partial Q}{\partial\Omega})_{A,\Phi,M}. \quad (2.47)$$

$$(\frac{\partial\kappa}{\partial M})_{A,\Phi,\Omega} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial B}{\partial A})_{\Omega,\Phi,M}. \quad (2.48)$$

$$(\frac{\partial B}{\partial\Phi})_{A,\Omega,M} = -(\frac{\partial Q}{\partial M})_{\Omega,\Phi,A}. \quad (2.49)$$

$$(\frac{\partial J}{\partial M})_{A,J,\Phi} = -(\frac{\partial B}{\partial\Omega})_{A,\Phi,M}. \quad (2.50)$$

2.3.4 طاقة جيبس الحرة للثقب الأسود في وجود الحقل المغناطيسي

نعرف الأنتالبي الحرة لجيبس F_g كما يلي :

$$F_g = H - \frac{\kappa c^2}{8\pi G}A \quad (2.51)$$

كذالك :

$$dF_g = dH - \frac{(d\kappa)c^2}{8\pi G}A - \frac{\kappa c^2}{8\pi G}dA. \quad (2.52)$$

نعوض عبارة dH بما يساويها فنجد :

$$dF_g = -\frac{Ac^2}{8\pi G}d\kappa - Jd\Omega - Qd\Phi + BdM. \quad (2.53)$$

كذالك نتحصل على العبارة التالية :

$$(\frac{\partial F_g}{\partial\kappa})_{\Omega,\Phi,M} = -\frac{Ac^2}{8\pi G}. \quad (2.54)$$

$$(\frac{\partial F_g}{\partial \Omega})_{\kappa,\Phi,M} = -J. \quad (2.55)$$

$$(\frac{\partial F_g}{\partial \Phi})_{\kappa,\Omega,M} = -Q. \quad (2.56)$$

كذالك :

$$(\frac{\partial F_g}{\partial M})_{\kappa,\Omega,\Phi} = B. \quad (2.57)$$

بمان طاقة جيبس الحرة للثقب الأسود لها مشتق تام،بعد تحقق هذا الشرط نستطيع الربط بين مختلف متغيرات الثقب الاسود ، وذالك ملخص في ست معادلات :

$$(\frac{\partial A}{\partial \Omega})_{\kappa,\Phi,M} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial J}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}. \quad (2.58)$$

$$(\frac{\partial A}{\partial \Phi})_{\kappa,\Omega,M} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial Q}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}. \quad (2.59)$$

$$(\frac{\partial J}{\partial \Phi})_{\kappa,\Omega,M} = (\frac{\partial Q}{\partial \Omega})_{\kappa,\Phi,M}. \quad (2.60)$$

$$(\frac{\partial A}{\partial M})_{\kappa,\Phi,\Omega} = -\frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial B}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}. \quad (2.61)$$

$$(\frac{\partial B}{\partial \Phi})_{\kappa,\Omega,M} = -(\frac{\partial Q}{\partial M})_{\Omega,\Phi,\kappa}. \quad (2.62)$$

$$(\frac{\partial J}{\partial M})_{\kappa,J,\Phi} = -(\frac{\partial B}{\partial \Omega})_{\kappa,\Phi,M}. \quad (2.63)$$

بصفة عامة ، كما ذكرنا سابقًا ، لدينا لحد الأن أربع وعشرون علاقة ديناميكية أساسية للثقب الأسود المعطى بواسطة (14 2.و 2.16 و 2.18 و 2.20 و 2.22 و 2.24) و (2.31-2.36) و (2.44-2.49) و (2.57-2.62). نتابع الآن إستنتاج معادلة تتضمن $\frac{\kappa c^2}{8\pi G}dA$ ، فنجد :

$$\begin{aligned} dA = (\frac{\partial A}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}d\kappa + (\frac{\partial A}{\partial \Omega})_{\kappa,\Phi,M}d\Omega \\ +(\frac{\partial A}{\partial \Phi})_{\kappa,\Omega,M}d\Phi + (\frac{\partial A}{\partial M})_{\kappa,\Omega,\Phi}dM \end{aligned} \quad (2.64)$$

$$\frac{\kappa c^2}{8\pi G}dA = \frac{\kappa c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}d\kappa + \frac{\kappa c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial \Omega})_{\kappa,\Phi,M}d\Omega$$

$$+\frac{\kappa c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial \Phi})_{\kappa,\Omega,M}d\Phi + \frac{\kappa c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial M})_{\kappa,\Omega,\Phi}dM \quad (2.65)$$

عند ثبات كل من Ω و Φ وM تكون صيغة الحرارة النوعية للثقب الأسود كما يلي :

$$C_{\Omega,\Phi,M} = \frac{\kappa c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M} \quad (2.66)$$

إنطلاقا من العلاقات الأساسية و من العلاقتين (2.59)،(2.58) نكتب العبارة التالية:

$$\frac{\kappa c^2}{8\pi G}dA = C_{\Omega,\Phi,M}d\kappa + \kappa[(\frac{\partial J}{\partial \kappa})_{\Phi,M}d\Omega$$
$$+(\frac{\partial Q}{\partial \kappa})_{\Omega,M}d\Phi + \frac{\partial B}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi}dM] \quad (2.67)$$

على نفس النسق السابق نجد :

$$\frac{\kappa c^2}{8\pi G}dA = \frac{\kappa c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial \kappa})_{J,Q,B}d\kappa + \frac{\kappa c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial J})_{\kappa,Q,B}dJ$$

$$+\frac{\kappa c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial Q})_{\kappa,J,B}dQ + \frac{\kappa c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial B})_{\kappa,J,Q}dB \quad (2.68)$$

نستطيع أن نعرف الحرارة النوعية شريطة ان تكون كل من J, Q و B ثوابت

$$C_{J,Q,B} = \frac{\kappa c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial \kappa})_{J,Q,B} \quad (2.69)$$

2.3.5 صيغة ماير

بإعتبار أن مساحة الأفق للثقب الاسودA كتفاضل تام بدلالة الجاذبية على السطح κ والدوران الزاوي Ω

$$dA = \left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M}d\kappa + \left(\frac{\partial A}{\partial \Omega}\right)_{\kappa,\Phi,M}d\Omega + \left(\frac{\partial A}{\partial \Phi}\right)_{\kappa,\Omega,M}d\Phi + \left(\frac{\partial A}{\partial M}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi}dM \quad (2.70)$$

نعوض عبارة المشتقات $d\Omega,$ $d\Phi$ و dM كدوال بدلالة كل من المتغيرات κ،J، QوB فيكون لدينا :

$$d\Omega = \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B}d\kappa + \left(\frac{\partial \Omega}{\partial J}\right)_{\kappa,Q,B}dJ + \left(\frac{\partial \Omega}{\partial Q}\right)_{\kappa,J,B}dQ + \left(\frac{\partial \Omega}{\partial B}\right)_{\kappa,J,Q}dB \quad (2.71)$$
$$d\Phi = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B}d\kappa + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial J}\right)_{\kappa,Q,B}dJ + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Q}\right)_{\kappa,J,B}dQ + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial B}\right)_{\kappa,J,Q}dB \quad (2.72)$$
$$dM = \left(\frac{\partial M}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B}d\kappa + \left(\frac{\partial M}{\partial J}\right)_{\kappa,Q,B}dJ + \left(\frac{\partial M}{\partial Q}\right)_{\kappa,J,B}dQ + \left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_{\kappa,J,Q}dB \quad (2.73)$$

نعوض التفاضلات الثلاثة الأخيرة في عبارة مشتق مساحة سطح أفق الحدث فنجد :

$$\begin{aligned} dA = &\left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M} d\kappa + \\ &\left(\frac{\partial A}{\partial \Omega}\right)_{\kappa,\Phi,M}\left[\left(\frac{\partial \Omega}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} d\kappa + \left(\frac{\partial \Omega}{\partial J}\right)_{\kappa,Q,B} dJ + \left(\frac{\partial \Omega}{\partial Q}\right)_{\kappa,J,B} dQ + \left(\frac{\partial \Omega}{\partial B}\right)_{\kappa,J,Q} dB\right] + \\ &\left(\frac{\partial A}{\partial \Phi}\right)_{\kappa,\Omega,M}\left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} d\kappa + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial J}\right)_{\kappa,Q,B} dJ + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Q}\right)_{\kappa,J,B} dQ + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial B}\right)_{\kappa,J,Q} dB\right] + \\ &\left(\frac{\partial A}{\partial M}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi}\left[\left(\frac{\partial M}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} d\kappa + \left(\frac{\partial M}{\partial J}\right)_{\kappa,Q,B} dJ + \left(\frac{\partial M}{\partial Q}\right)_{\kappa,J,B} dQ + \left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_{\kappa,J,Q} dB\right] \\ = &\left[\left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M} + \left(\frac{\partial A}{\partial \Omega}\right)_{\kappa,\Phi,M}\left(\frac{\partial \Omega}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} + \left(\frac{\partial A}{\partial \Phi}\right)_{\kappa,\Omega,M}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} + \left(\frac{\partial A}{\partial M}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi}\left(\frac{\partial M}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B}\right] d\kappa + \\ &[...]\, dJ + [...]\, dQ + [...]\, dB \end{aligned} \quad (2.74)$$

بعد بمقارنة العبارة الأخير بمعاملات تفاضل الجاذبية على السطح $d\kappa$ تكون عبارة تفاضل مساحة أفق الحدث dA كالتالي :

$$dA = \left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} d\kappa + \left(\frac{\partial A}{\partial J}\right)_{\kappa,Q,B} dJ + \left(\frac{\partial A}{\partial Q}\right)_{\kappa,J,B} dQ + \left(\frac{\partial A}{\partial B}\right)_{\kappa,J,Q} dB \quad (2.75)$$

يمكننا التحقق مما يلي :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} = &\left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M} + \left(\frac{\partial A}{\partial \Omega}\right)_{\kappa,\Phi,M}\left(\frac{\partial \Omega}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} + \left(\frac{\partial A}{\partial \Phi}\right)_{\kappa,\Omega,M}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} \\ &+ \left(\frac{\partial A}{\partial M}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi}\left(\frac{\partial M}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} \end{aligned} \quad (2.76)$$

و بضرب طرفي العلاقة الأخيرة بالحد $\frac{\kappa c^2}{8\pi G}$ ، نجد :

$$\begin{aligned} \frac{\kappa c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} = &\frac{\kappa c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M} + \frac{\kappa c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \Omega}\right)_{\kappa,\Phi,M}\left(\frac{\partial \Omega}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} + \\ &\frac{\kappa c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \Phi}\right)_{\kappa,\Omega,M}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} + \frac{\kappa c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial M}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi}\left(\frac{\partial M}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} \end{aligned} \quad (2.77)$$

بمأنه لدينا :

$$\left(\frac{\partial J}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M} = \frac{c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \Omega}\right)_{\kappa,\Phi,M} \quad (2.78)$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M} = \frac{\kappa c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \Phi}\right)_{\kappa,\Omega,M} \quad (2.79)$$

$$\left(\frac{\partial B}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M} = -\frac{c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial M}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi} \quad (2.80)$$

$$C_{\Omega,\Phi,M} = \frac{\kappa c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M} \quad (2.81)$$

$$C_{J,Q,B} = \frac{c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B} \quad (2.82)$$

إلى هذا الحد يمكن كتابة صيغة ماير بالشكل التالي :

$$C_{\Omega,\Phi,M} - C_{J,Q,B} = \kappa[(\frac{\partial J}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}(\frac{\partial \Omega}{\partial \kappa})_{J,Q,B} + (\frac{\partial Q}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}(\frac{\partial \Phi}{\partial \kappa})_{J,Q,B} - (\frac{\partial B}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}(\frac{\partial M}{\partial \kappa})_{J,Q,B}]$$

إن الإشارة السالبة(-) أمام الحد الأخير في هذه العلاقة ، قد تغير أيضًا إشارة الفرق $(C_{\Omega,\Phi,M} - C_{J,Q,B})$ ، وعليه يكون لدينا:

$$(\frac{\partial A}{\partial J})_{\kappa,Q,B} = \frac{8\pi G}{c^2}[(\frac{\partial J}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}(\frac{\partial \Omega}{\partial J})_{\kappa,Q,B} + (\frac{\partial Q}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}(\frac{\partial \Phi}{\partial J})_{\kappa,Q,B}]$$

$$-\frac{8\pi G}{c^2}[(\frac{\partial B}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}(\frac{\partial M}{\partial J})_{\kappa,Q,B}] \quad (2.83)$$

$$(\frac{\partial A}{\partial Q})_{\kappa,J,B} = \frac{8\pi G}{c^2}[(\frac{\partial J}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}(\frac{\partial \Omega}{\partial Q})_{\kappa,J,B} + (\frac{\partial Q}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}(\frac{\partial \Phi}{\partial Q})_{\kappa,J,B}]$$

$$-\frac{8\pi G}{c^2}[(\frac{\partial B}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}(\frac{\partial M}{\partial Q})_{\kappa,J,B}] \quad (2.84)$$

$$(\frac{\partial A}{\partial B})_{\kappa,J,Q} = \frac{8\pi G}{c^2}[(\frac{\partial J}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}(\frac{\partial \Omega}{\partial B})_{\kappa,J,Q} + (\frac{\partial Q}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}(\frac{\partial \Phi}{\partial B})_{\kappa,J,Q}]$$

$$-\frac{8\pi G}{c^2}[(\frac{\partial B}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}(\frac{\partial M}{\partial B})_{\kappa,J,Q}] \quad (2.85)$$

العلاقات الثلاث الأخيرة تبين لنا مدى تأثير كل من العزم الزاوي والشحنة والحقل الغناطيسي في مساحة سطح أفق الحدث للثقب الأسود .إذن فهذه النتيجة يمكن أن تؤثر على خاصية رئيسية لإشعاع الثقوب السوداء التي تنص على أن الحرارة المحددة للثقب الأسود سالبة ، يمكننا أيضًا إستخلاص ثلاث علاقات مهمة أخرى متعلق بمساحة أفق الحدث .

الفصل الثالث

ترموديناميك الثقب الأسود في المجموعة الإحصائة الكبيرة

3.1 مدخل

تم في السابق دراسة اثر الحقل المغناطيسي على الحرارة التوعية للثقب الأسود في حالة ثبات عدد الجسيمات , وإذا كان الاخذا هذا الأخير متغير , نعم يتغير لأن الجسيمات تحول الى طاقة والطاقة إلى جسيمات وهذا من خصائص الثقب الأسود.

3.2 الطاقة الداخلية E

إن التغير في عدد جسيمات الثقب الأسود بسبب تفاعله مع الوسط الخارجي(أي الحقول والمادة المحيطة به)وخاصة الحقل المغناطيسي ,و يبدو هذا من خلال القانون الأول للترموديناميك الثقب الأسود .

$$dE = d(Mc^2) = \frac{\kappa c^2}{8\pi G} dA + \Omega dJ + \Phi dQ + MdB + \mu dN \tag{3.1}$$

حيث B هو الحقل المغناطيسي الخارجي حول الثقب الأسود و μ هو الجهد الكيميائي (وهو متعلق بعدد الجسيمات N ,(هذه الصيغة تشبه إلى حد كبير القانون الأول للترموديناميك الكلاسيكية ،الذي يربط بين درجة الحرارة و الضغط T و P من جهة والحجم و الانتروبي V و S من جهة أخرى .

$$dE = TdS - PdV \tag{3.2}$$

إذا نظرنا للعلاقة ماقبل الأخيرة على أنها تفاضل تام تبين لنا ما يلي :

$$(\frac{\partial E}{\partial A})_{J,Q,B,N} = \frac{\kappa c^2}{8\pi G}. \tag{3.3}$$

$$(\frac{\partial E}{\partial J})_{A,Q,B,N} = \Omega. \tag{3.4}$$

$$(\frac{\partial E}{\partial Q})_{A,J,B,N} = \Phi. \tag{3.5}$$

$$(\frac{\partial E}{\partial B})_{A,J,Q,N} = M. \tag{3.6}$$

وكذالك :

$$(\frac{\partial E}{\partial N})_{A,J,Q,B} = \mu. \tag{3.7}$$

بماأن dE تفاضل تام يكون لدينا مايلي :

$$(\frac{\partial}{\partial J}(\frac{\partial E}{\partial A})_{J,Q,B,N})_{A,Q,B,N} = (\frac{\partial}{\partial A}(\frac{\partial E}{\partial J})_{A,Q,B,N})_{J,Q,B,N}. \qquad (3.8)$$

بإستعمال المعادلتين (3.3) , (3.5)نجد ما يلي :

$$(\frac{\partial \kappa}{\partial J})_{A,Q,B,N} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial \Omega}{\partial A})_{J,Q,B,N}. \qquad (3.9)$$

ولدبنا :

$$(\frac{\partial}{\partial Q}(\frac{\partial E}{\partial A})_{J,Q,B,N})_{A,J,B,,N} = (\frac{\partial}{\partial A}(\frac{\partial E}{\partial Q})_{A,J,B,N})_{J,Q,B,N}. \qquad (3.10)$$

بإستعمال العبارتين (3.3) , (3.5) نجد :

$$(\frac{\partial \kappa}{\partial Q})_{A,J,B,N} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial \Phi}{\partial A})_{J,Q,B,,N}. \qquad (3.11)$$

وبذالك يكون لدينا :

$$(\frac{\partial}{\partial Q}(\frac{\partial E}{\partial j})_{A,Q,B,N})_{A,J,B,N} = (\frac{\partial}{\partial J}(\frac{\partial E}{\partial Q})_{A,J,B,N})_{J,Q,B,N}. \qquad (3.12)$$

بإستعمال المعادلتين (3.5) , (3.4) نجد :

$$(\frac{\partial \Omega}{\partial Q})_{A,J,B,N} = (\frac{\partial \Phi}{\partial J})_{A,Q,B,N}. \qquad (3.13)$$

ومنه :

$$(\frac{\partial}{\partial B}(\frac{\partial E}{\partial A})_{J,Q,B,N})_{A,Q,J,N} = (\frac{\partial}{\partial A}(\frac{\partial E}{\partial B})_{A,Q,J,N})_{J,Q,B,N}. \qquad (3.14)$$

بإستعمال المساواتين (3.3) , (3.6) نستنتج أن :

$$(\frac{\partial \kappa}{\partial B})_{A,Q,J,N} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial M}{\partial A})_{J,Q,B,N}. \qquad (3.15)$$

فنحصل على :

$$(\frac{\partial}{\partial Q}(\frac{\partial E}{\partial B})_{J,Q,A})_{A,J,B} = (\frac{\partial}{\partial B}(\frac{\partial E}{\partial Q})_{A,J,B})_{J,Q,A}.$$

وبإستعمال المعادلتين (3.5) , (3.6)يمكن أن نكتب :

$$(\frac{\partial M}{\partial Q})_{A,J,B,N} = (\frac{\partial \Phi}{\partial B})_{J,Q,A,N}. \tag{3.17}$$

ولدينا أيضا :

$$(\frac{\partial}{\partial B}(\frac{\partial E}{\partial J})_{A,Q,B,N})_{A,J,Q,N} = (\frac{\partial}{\partial J}(\frac{\partial E}{\partial B})_{A,J,Q,N})_{J,Q,B,N}. \tag{3.18}$$

بعد إستعمال المعادلتين(3.6) , (3.4) نحصل على الشكل التالي :

$$(\frac{\partial \Omega}{\partial B})_{A,J,Q,N} = (\frac{\partial M}{\partial J})_{A,Q,B,N}. \tag{3.19}$$

$$(\frac{\partial}{\partial N}(\frac{\partial E}{\partial A})_{J,Q,B,N})_{A,J,Q,B} = (\frac{\partial}{\partial A}(\frac{\partial E}{\partial N})_{A,J,Q,B})_{J,Q,B,N}. \tag{3.20}$$

وبالإعتماد على المعادلتين (3.3), (3.7) نكتب :

$$(\frac{\partial \kappa}{\partial N})_{A,Q,B,J} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial \mu}{\partial A})_{J,Q,B,N}. \tag{3.21}$$

ثم نجد مايلي :

$$(\frac{\partial}{\partial Q}(\frac{\partial E}{\partial N})_{A,J,Q,B})_{A,J,B,N} = (\frac{\partial}{\partial N}(\frac{\partial E}{\partial Q})_{A,J,B,N})_{A,J,Q,B}. \tag{3.22}$$

من المعادلتين (3.7)، (3.5)نستنتج :

$$(\frac{\partial \mu}{\partial Q})_{A,J,B,N} = (\frac{\partial \Phi}{\partial N})_{A,J,Q,B}. \tag{3.23}$$

$$(\frac{\partial}{\partial N}(\frac{\partial E}{\partial j})_{A,Q,B,N})_{A,J,Q,B} = (\frac{\partial}{\partial J}(\frac{\partial E}{\partial N})_{A,J,Q,B})_{A,J,Q,B}. \tag{3.24}$$

بعد إستعمال كل من العبارتين(3.4), (3.7)نجد :

$$(\frac{\partial \Omega}{\partial N})_{A,J,B,N} = (\frac{\partial \mu}{\partial J})_{A,Q,B,N}. \tag{3.25}$$

فان :

$$(\frac{\partial}{\partial B}(\frac{\partial E}{\partial N})_{A,J,Q,B})_{A,J,Q,B} = (\frac{\partial}{\partial N}(\frac{\partial E}{\partial B})_{A,J,Q,N})_{A,J,Q,B}. \tag{3.26}$$

من خلال العبادرتين (3.6), (3.7) يكون لدينا :

$$(\frac{\partial \mu}{\partial B})_{A,J,Q,N} = (\frac{\partial M}{\partial N})_{A,Q,J,B}. \tag{3.27}$$

3.3 طاقة هلماولتز الحرة K

هنا سنعتبر الجاذبيةعلى السطح κ ثابتة ، بالإضافة إلى هذا الإعتبار نستعمل القانون الصفر لترموديتاميك الثقب الاسود الذي يمكننا من كتابة الشكل العام لعلاقة الجاذبية على السطح بسطح افق الحدث A كما يلي :

$$\frac{\kappa c^2}{G8\pi}dA = d(\frac{\kappa c^2}{G8\pi}A) \tag{3.28}$$

إنطلاقا من العلاقة(3.1) يظهر أنه :

$$d[E - \frac{\kappa c^2}{G8\pi}A] = \Omega dJ + \Phi dQ + MdB + \mu dN \tag{3.29}$$

أو

$$dK = \Omega dJ + \Phi dQ + MdB + \mu dN \tag{3.30}$$

من الواضح أن $K = E - \frac{\kappa c^2}{G8\pi}A$ هي الطاقة المتاحة كما سنراها لاحقا . وينجم عن هذا أن الحرارة النوعية للثقب الاسود قيمتها سالبة, كما يسعى الثقب لأن يكون في حالة توازن حراري و لن يتسنى له ذالك إلا إذا تحقق شرط الطاقة المتاحةوهو $K < \frac{1}{4}E$ ، أذن من العلاقة (3.30) نجد العبارات الاربع الموالية .

$$(\frac{\partial K}{\partial J})_{Q,B,N} = \Omega. \tag{3.31}$$

$$(\frac{\partial K}{\partial Q})_{J,B,N} = \Phi. \tag{3.32}$$

$$(\frac{\partial K}{\partial B})_{Q,J,N} = M. \tag{3.33}$$

$$(\frac{\partial K}{\partial N})_{Q,J,N} = \mu. \tag{3.34}$$

وبمأن dK تفاضل تام:

$$(\frac{\partial}{\partial Q}(\frac{\partial K}{\partial J})_{Q,B,N})_{J,B,N} = (\frac{\partial}{\partial J}(\frac{\partial K}{\partial Q})_{J,B,N})_{Q,B,N}. \tag{3.35}$$

بإستعمال العبارتين (3.31), ((3.32) نجد :

$$(\frac{\partial\Omega}{\partial Q})_{J,B} = (\frac{\partial\Phi}{\partial J})_{Q,B}. \tag{3.36}$$

لدينا أيضا :

$$(\frac{\partial}{\partial B}(\frac{\partial K}{\partial J})_{Q,B,N})_{J,Q,N} = (\frac{\partial}{\partial J}(\frac{\partial K}{\partial B})_{J,Q,N})_{Q,B,N}. \tag{3.37}$$

من المساواة (3.31) والمساواة (3.33) نحصل :

$$(\frac{\partial\Omega}{\partial B})_{J,Q,N} = (\frac{\partial M}{\partial J})_{Q,B,N}. \tag{3.38}$$

ويمكن القول أن :

$$(\frac{\partial}{\partial N}(\frac{\partial K}{\partial J})_{Q,B,N})_{J,Q,B} = (\frac{\partial}{\partial J}(\frac{\partial K}{\partial N})_{J,Q,B})_{Q,B,N}. \tag{3.39}$$

من العبارتين (3.31) , (3.34) نجد :

$$(\frac{\partial\Omega}{\partial N})_{J,Q,B} = (\frac{\partial\mu}{\partial J})_{Q,B,N}. \tag{3.40}$$

ولدينا :

$$(\frac{\partial}{\partial Q}(\frac{\partial K}{\partial B})_{Q,J,N})_{J,B,N} = (\frac{\partial}{\partial B}(\frac{\partial K}{\partial Q})_{J,B,N})_{Q,J,N}. \tag{3.41}$$

من المعادلتين (3.32) , (3.33) نحصل على :

$$(\frac{\partial M}{\partial Q})_{J,B,N} = (\frac{\partial\Phi}{\partial B})_{Q,J,N}. \tag{3.42}$$

ومن المعادلات الاربع الناتج عن تفاضل طاقة هلماولتز الحرة نجد :

$$(\frac{\partial}{\partial Q}(\frac{\partial K}{\partial N})_{Q,J,B})_{J,B,N} = (\frac{\partial}{\partial N}(\frac{\partial K}{\partial Q})_{J,B,N})_{Q,J,B}. \tag{3.43}$$

من المساوة (3.32)و (3.34)يكون :

$$(\frac{\partial\mu}{\partial Q})_{J,B,N} = (\frac{\partial\Phi}{\partial N})_{Q,J,B}. \tag{3.44}$$

وفي الأخير :

$$\left(\frac{\partial}{\partial B}\left(\frac{\partial K}{\partial N}\right)_{J,Q,B}\right)_{J,Q,N} = \left(\frac{\partial}{\partial N}\left(\frac{\partial K}{\partial B}\right)_{J,Q,N}\right)_{J,Q,B}. \quad (3.45)$$

من المعادلتين(3.33) (3.34) يكون لدينا :

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial B}\right)_{J,Q,N} = \left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_{J,Q,B}. \quad (3.46)$$

3.4 طاقة الانتالبي H

كما قلنا سابقا أن للثقب الاسود تغير في عدد الجسيمات , ومن دلائل هذا القول أن الثقب الأسود يفني المادة ويبعث إشعاعات وهذا ما أكده هاوكينغ فى [10] إذن للثقب الاسود إنتالبي H تعطى بالعبارة التالية :

$$H = E - \Omega J - \Phi Q - MB - \mu N \quad (3.47)$$

أي :

$$dH = dE - \Omega dJ - \Phi dQ - MdB - \mu dN - Jd\Omega - Qd\Phi - BdM - Nd\mu. \quad (3.48)$$

بإستعمال القانون الأول لترموديناميك الثقب الأسود الموضح في العبارة (3.1) نجد :

$$dH = \frac{\kappa c^2}{G8\pi}dA - Jd\Omega - Qd\Phi - BdM - Nd\mu. \quad (3.49)$$

التفاضل dH هو تفاضل تام وعليه :

$$\left(\frac{\partial H}{\partial A}\right)_{\Omega,\Phi,M,\mu} = \frac{\kappa c^2}{8\pi G}. \quad (3.50)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial \Omega}\right)_{A,\Phi,M,\mu} = -J. \quad (3.51)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial \Phi}\right)_{A,\Omega,M,\mu} = -Q. \quad (3.52)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial B}\right)_{A,\Omega,\Phi,\mu} = -M. \quad (3.53)$$

$$(\frac{\partial H}{\partial N})_{A,\Omega,\Phi,\mu} = -\mu. \quad (3.54)$$

بإستعمال المعادلات الخمس الأخيرة وبنفس الطريقة المتبعة في العنصر السابق نتحصل على معادلات تماثل معادلات ماكسويل :

$$(\frac{\partial}{\partial \Omega}(\frac{\partial H}{\partial A})_{\Omega,\Phi,M})_{A,\Phi,M,\mu} = (\frac{\partial}{\partial A}(\frac{\partial H}{\partial \Omega})_{A,\Phi,M,\mu})_{\Omega,\Phi,M,\mu}. \quad (3.55)$$

من العبارتين (3.51) (3.50) نكتب :

$$(\frac{\partial \kappa}{\partial \Omega})_{A,\Phi,M,\mu} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial J}{\partial A})_{\Omega,\Phi,M,\mu}. \quad (3.56)$$

ولدينا أيضا :

$$(\frac{\partial}{\partial \Phi}(\frac{\partial H}{\partial A})_{\Omega,\Phi,M,\mu})_{A,\Omega,M,\mu} = (\frac{\partial}{\partial A}(\frac{\partial H}{\partial \Phi})_{A,\Omega,M,\mu})_{\Omega,\Phi,M,\mu}. \quad (3.57)$$

باستعمال العبارتين (3.50) (3.52) يكون :

$$(\frac{\partial \kappa}{\partial \Phi})_{A,\Omega,M,\mu} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial Q}{\partial A})_{\Omega,\Phi,M,\mu}. \quad (3.58)$$

وبمأن :

$$(\frac{\partial}{\partial \Phi}(\frac{\partial H}{\partial \Omega})_{A,\Phi,M,\mu})_{A,\Omega,M,\mu} = (\frac{\partial}{\partial \Omega}(\frac{\partial H}{\partial \Phi})_{A,\Omega,M,\mu})_{\Omega,\Phi,M,\mu}. \quad (3.59)$$

من المساوة (3.51)و المساواة(3.52) نحصل على :

$$(\frac{\partial J}{\partial \Phi})_{A,\Omega,M,\mu} = (\frac{\partial Q}{\partial \Omega})_{A,\Phi,M,\mu}. \quad (3.60)$$

لدينا :

$$(\frac{\partial}{\partial M}(\frac{\partial H}{\partial A})_{\Omega,\Phi,M,\mu})_{A,\Phi,\Omega,\mu} = (\frac{\partial}{\partial A}(\frac{\partial H}{\partial M})_{A,\Phi,\Omega,\mu})_{\Omega,\Phi,M,\mu}. \quad (3.61)$$

بإستعمال المعادلتين (3.50) , (3.53)نجد :

$$(\frac{\partial \kappa}{\partial M})_{A,\Phi,\Omega,\mu} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial B}{\partial A})_{\Omega,\Phi,M,\mu}. \quad (3.62)$$

وكذالك :

$$(\frac{\partial}{\partial \Phi}(\frac{\partial H}{\partial M})_{\Omega,\Phi,A})_{A,\Omega,M} = (\frac{\partial}{\partial M}(\frac{\partial H}{\partial \Phi})_{A,\Omega,M})_{\Omega,\Phi,A}. \quad (3.63)$$

من العبارة(3.52) و (3.53) نتحصل على يلي :

$$(\frac{\partial B}{\partial \Phi})_{A,\Omega,M,\mu} = (\frac{\partial Q}{\partial M,\mu})_{\Omega,\Phi,A,\mu}. \quad (3.64)$$

لدينا :

$$(\frac{\partial}{\partial M}(\frac{\partial H}{\partial \Omega})_{A,\Phi,M,\mu})_{A,\Omega,\Phi} = (\frac{\partial}{\partial \Omega}(\frac{\partial H}{\partial M})_{A,\Omega,\Phi,\mu})_{\Omega,\Phi,M,\mu}. \quad (3.65)$$

من المعادلة (3.51) و (3.53) يكون :

$$(\frac{\partial J}{\partial M})_{A,J,\Phi,\mu} = (\frac{\partial B}{\partial \Omega})_{A,\Phi,M,\mu}. \quad (3.66)$$

وعندتا مما سبق :

$$(\frac{\partial}{\partial \mu}(\frac{\partial H}{\partial A})_{\Omega,\Phi,M,\mu})_{A,\Phi,\Omega,M} = (\frac{\partial}{\partial A}(\frac{\partial H}{\partial \mu})_{A,\Phi,\Omega,M})_{\Omega,\Phi,M,\mu}. \quad (3.67)$$

وبإستعمال المساوتين (3.53)، (3.50) نجد مايلي :

$$(\frac{\partial \kappa}{\partial \mu})_{A,\Phi,\Omega,M} = \frac{8\pi G}{c^2}(\frac{\partial N}{\partial A})_{\Omega,\Phi,M,\mu}. \quad (3.68)$$

ولدينا كذالك :

$$(\frac{\partial}{\partial \mu}(\frac{\partial H}{\partial \phi})_{A,\Omega,M,\mu})_{A,\Omega,M,\mu} = (\frac{\partial}{\partial \phi}(\frac{\partial H}{\partial \mu})_{A,\Omega,M,\phi})_{A,\Phi,\omega,M}. \quad (3.69)$$

من العبارتين (3.52)، (3.51) نجد :

$$(\frac{\partial Q}{\partial \mu})_{A,\Omega,M,\mu} = (\frac{\partial N}{\partial \Omega,\mu})_{A,\Phi,M,\mu}. \quad (3.70)$$

من خلال التفاضل التام السابق نكتب المعادلة التالية :

$$(\frac{\partial}{\partial \Omega}(\frac{\partial H}{\partial \mu})_{A,\Phi,B,\mu})_{A,\phi,M,\mu} = (\frac{\partial}{\partial \mu}(\frac{\partial H}{\partial \Omega})_{A,\Phi,M,\mu})_{A,\Omega,\Phi,M}. \quad (3.71)$$

بإستعمال المساواة (3.50)و(3.52)يكون :

$$(\frac{\partial N}{\partial \Omega})_{A,\Phi,M,\mu} = (\frac{\partial J}{\partial \Omega})_{A,\Phi,M,\mu}. \qquad (3.72)$$

لدينا أخيرا :

$$(\frac{\partial}{\partial M}(\frac{\partial H}{\partial \mu})_{A,\Phi,\Omega,M})_{A,\Omega,\phi,\mu} = (\frac{\partial}{\partial \mu}(\frac{\partial H}{\partial M})_{A,\Omega,\Phi,\mu})_{A,,\Phi,M}. \qquad (3.73)$$

وبنفس الطريقة نستعمل كل من العبارة (3.52)و (3.51) فنجد المعادلة التالية :

$$(\frac{\partial N}{\partial M})_{A,\Omega,\phi,\mu} = (\frac{\partial B}{\partial \mu})_{A,\Omega,\Phi,M}. \qquad (3.74)$$

3.5 طاقة الانتالبي الحرة (طاقة جيبس F

إذا أمعنا النظر في العلاقتين الأساسيتين (3.73) و (3.74)وجدنا أنهما ليس بإستطاعتهما الربط بين كل من الشحنة Q ،الحقل المغناطيسي B ،الكومون الكيمياءي μ و التردد الزاوي Ω، بيد أنه في الحالة المعتادة الدفع الزاوي لا يتعلق بالمتغبرات (M, N, ϕ),ولم يتعرض أحد من قبل للربط بين هذه المتغبرات لأنه لم يتسنى معرفة مابداخل الثقب الأسود لطبيعته وتركيبه

.

.ويمكن الربط بينها اعني المتغيرات بإستعمال العلاقة (3.46) وهذا عند ثبات كل من الكومون ϕ، مساحة افق الحدث ، التردد الزاوي Ω ،الجا ذبية على السطح κ ،الحقل المغناطيسي B، الكومون الكيمياءي μ ، وذالك يتم كما يلي :

$$d\left[H - \frac{\kappa c^2}{8\pi G}A\right] = 0 \qquad (3.75)$$

نعرّف الطاقة الحرةF بالعبارة التالية :

$$F = H - \frac{\kappa c^2}{8\pi G}A \qquad (3.76)$$

كذالك :

$$dF = 0 \qquad (3.77)$$

$$dH = dE - \Omega dJ - \Phi dQ - MdB - \mu dN + Jd\Omega + Qd\Phi + BdM - Nd\mu \qquad (3.78)$$

نعوض عبارة dE في المعادلة الأخيرو فنجد :

$$dF = \frac{\kappa c^2}{8\pi G}dA - Jd\Omega - Qd\Phi - BdM - Nd\mu \qquad (3.79)$$

ونجد أيضا :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M,\mu} = \frac{Ac^2}{8\pi G} \tag{3.80}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \Omega}\right)_{A,\Phi,M,\mu} = -J \tag{3.81}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \Phi}\right)_{A,\Omega,M,\mu} = -Q \tag{3.82}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial M}\right)_{A,\Omega,\Phi,\mu} = -B \tag{3.83}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \mu}\right)_{A,\Omega,\Phi,M} = -N \tag{3.84}$$

بما أن dF تفاضل تام ,وبعد إستعمال المعادلات الخمس الأخيرة , نجد العشر علاقات التالية :

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \Omega}\right)_{\kappa,\Phi,M,\mu} = \frac{8\pi G}{c^2}\left(\frac{\partial J}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M,\mu} \tag{3.85}$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \Phi}\right)_{\kappa,\Omega,M,\mu} = \frac{8\pi G}{c^2}\left(\frac{\partial Q}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M,\mu} \tag{3.86}$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial M}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi,\mu} = \frac{8\pi G}{c^2}\left(\frac{\partial B}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M,\mu} \tag{3.87}$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \mu}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi,M} = \frac{8\pi G}{c^2}\left(\frac{\partial N}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M,\mu} \tag{3.88}$$

$$\left(\frac{\partial J}{\partial \Phi}\right)_{\kappa,\Omega,M,\mu} = \left(\frac{\partial Q}{\partial \Omega}\right)_{\kappa,\Phi,M,\mu} \tag{3.89}$$

$$\left(\frac{\partial J}{\partial M}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi,\mu} = \left(\frac{\partial B}{\partial \Omega}\right)_{\kappa,\Phi,M,\mu} \tag{3.90}$$

$$\left(\frac{\partial J}{\partial \mu}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi,M} = \left(\frac{\partial N}{\partial \Omega}\right)_{\kappa,\Phi,M,\mu} \quad (3.91)$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial M}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi,\mu} = \left(\frac{\partial B}{\partial \Phi}\right)_{\kappa,\Omega,M,\mu} \quad (3.92)$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial \mu}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi,M} = \left(\frac{\partial N}{\partial \Phi}\right)_{\kappa,\Omega,M,\mu} \quad (3.93)$$

$$\left(\frac{\partial B}{\partial \mu}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi,M} = \left(\frac{\partial N}{\partial M}\right)_{\kappa,\Phi,\Omega,\mu} \quad (3.94)$$

يمكن إعطاء العلاقات الأساسية لترموديناميك الثقب الأسود من خلال العبارات العشر السابقة والمعادلات من (3.55) إلى (3.74) وبمقارنة المعادلة(3.50) والمعادلة (3.3) نجد :

$$\left(\frac{\partial E}{\partial A}\right)_{J,Q,B,N} = \left(\frac{\partial H}{\partial A}\right)_{\Omega,\Phi,M,\mu}. \quad (3.95)$$

لإستنتاج معادلة تحتوي على $(\kappa.c2/(8\pi.G))dA$ نستخدم معادلة أفق A الحدث كما يلي :

$$dA = \left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M,\mu} d\kappa + \left(\frac{\partial A}{\partial \Omega}\right)_{\kappa,\Phi,M,\mu} d\Omega + \left(\frac{\partial A}{\partial \Phi}\right)_{\kappa,\Omega,M,\mu} d\Phi$$

$$+ \left(\frac{\partial A}{\partial M}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi,\mu} dM + \left(\frac{\partial A}{\partial \mu}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi,M} d\mu \quad (3.96)$$

لدبنا :

$$dA \geq 0 \quad (3.97)$$

أيضا :

$$\frac{c^2 dA}{8\pi G} = \frac{c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M,\mu} d\kappa + \frac{c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \Omega}\right)_{\kappa,\Phi,M,\mu} d\Omega$$
$$+\frac{c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \Phi}\right)_{\kappa,\Omega,M,\mu} d\Phi$$

$$+\frac{c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial M}\right)_{\kappa,\Omega,\Phi,\mu} dM + \frac{c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \mu}\right)_{k,\Omega,\Phi,M} d\mu \quad (3.98)$$

نعرّف الحرارة النوعية للثقب الأسود عندما يكون Ω, Φ, M و μ كما يلي :

$$C_{\Omega,\Phi,M,\mu} = \frac{c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{\Omega,\Phi,M,\mu} d\kappa \tag{3.99}$$

لمعرفة العلاقة الرابطة بين الحرارة النوعية ومساحة أفق الحدث نستعمل العبارتين (3.86) , (3.85) نجد :

$$\frac{c^2}{8\pi G}dA = C_{\Omega,\Phi,M,\mu} + \kappa[(\frac{\partial J}{\partial \kappa})_{\Phi,M,\mu}d\Omega + (\frac{\partial Q}{\partial \kappa})_{\Omega,M,\mu}d\Phi$$

$$+(\frac{\partial B}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,\mu}dM + (\frac{\partial N}{\partial \kappa})_{\Omega,\Phi,M}d\mu] \tag{3.100}$$

وبإتباع نفس الطريقة نستطيع أن نكتب :

$$\frac{c^2 dA}{8\pi G} = C_{\Omega,\Phi,M,\mu} + \kappa[\frac{c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial \kappa})_{J,Q,B,N}d\kappa + \frac{c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial \Omega})_{\kappa,Q,B,N}d\Omega]$$
$$+\kappa[\frac{c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial \Phi})_{\kappa,J,B,N}d\Phi + \frac{c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial M})_{\kappa,J,Q,N}dM$$

$$+\frac{c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial \mu})_{\kappa,J,Q,B}d\mu] \tag{3.101}$$

نعرّف الحرارة النوعية للثقب الأسود عند ثبات الشحنة ، العزم الزاوي ،الحقل المغناطيسي، وعدد الجسيمات كما يلي :

$$C_{J,Q,B,N} = \frac{c^2}{8\pi G}\left(\frac{\partial A}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B,N} d\kappa. \tag{3.102}$$

بعد دراسة العلاقات الأساسية للطاقة الحرة نجد :

$$\frac{c^2}{8\pi G}dA = C_{J,Q,B,N}$$

$$+\kappa[(\frac{\partial J}{\partial \kappa})_{A,Q,B,N}d\Omega + (\frac{\partial Q}{\partial \kappa})_{A,J,B,N}d\Phi$$

$$+d\mu] + \kappa[(\tfrac{\partial B}{\partial \kappa})_{A,J,Q,N}dM + (\tfrac{\partial N}{\partial \kappa})] \tag{3.103}$$

قيمة الحرارة النوعيّة $C_{\Omega,\Phi,M,\mu}$ و$C_{J,Q,B,N}$ سالبة , وطاقة الثقب الأسود $E = mc^2$ هي مجموع الطاقات المتاحة من حيث المبدأ ،حيث طاقة هلماولتز الحرة K ليست ناتجة عن التغير في مساحة سطح الأفق المتمثل في $(\kappa c^2/(8\pi G))dA$.و K هي الطاقة المتاحة المتوفّرة عند ثبات الجاذبية السطحية.
أما عند التغير في الجاذبية السطحية κ ينتج عنه التغير في مساحة سطح الافق A وهذا الأخير يصدر عنه عملا يوفر لنا الطاقة K , و التغير في مساحة سطح الافق فهو يجعل الثقب الاسود يقترب من حالة التوازن حيث :

$$dK = dE - d\left(\frac{\kappa c^2 A}{8\pi G}\right) = dE - \frac{\kappa c^2}{8\pi G}dA - \frac{Ac^2}{8\pi G}d\kappa \qquad (3.104)$$

نستعمل المعادلة (3.1) فنحصل على :

$$dK = -\frac{Ac^2}{8\pi G}d\kappa + \Omega dJ + \Phi dQ + MdB + \mu dN \qquad (3.105)$$

عند ثبات الجاذبية على السطح$d\kappa = 0$ نستخرج من المعادلة(3.31) المعادلة التالية :

$$dA = \Omega dJ + \Phi dQ + MdB + \mu dN \qquad (3.106)$$

أي أنه :

$$K_2 - K_1 = \int_1^2 \Omega dJ \int_1^2 \Phi dQ + \int_1^2 MdB + \int_1^2 \mu dN \qquad (3.107)$$

إن درجة حرارة نظام ترموديناميكي دالة لطاقة النظام وكذا الأنتروبي ،على ضوء الكلام السابق نستطيع أن نعرّف درجة حرارة الثقب الأسود كما يلي :

$$\frac{1}{T_H} = \left(\frac{\partial S_H}{\partial E}\right)_{J,Q,B,N} \qquad (3.108)$$

القانون الثاني لترموديناميك الثقب الأسود يماثل أو يشابه القانون الثاني للترموديناميك الكلاسكية أي $dS = dQ/T$, بموجب هذا القانون لا يمكن أن تنتقل الحرارة من جسم بارد الى جسم ساخن ,والتغير في الانتروبي dS لا يكون سالبا أما ما يقابله في ترموديناميك الثقب الاسود هو أن التغير في مساحة سطح الافق A يكون دوما موجب.

،لاكن ستيفن هاوكينغ اكد أن مساحة أفق الحدث يمكن أن تخفض عن طريق إنبعاث إشعاعات سمية بإسمه,وهذا الإنخفاض في قيمة مساحة سطح الافق A يضاهي التغير في الطاقة المتاحة مع الجاذبية السطحية شريطة أن يثبت كل من الدفع الزاوي ,الشحنة ,الحقل المغناطيسي ,عدد الجسيمات .

$$A = -\frac{8\pi G}{c^2}\left(\frac{\partial K}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B,N} \qquad (3.109)$$

من العبارتين (3.30) , (3.29) نستنتج :

$$E = K + \frac{8\pi G}{c^2}A \qquad (3.110)$$

$$E = K - \left(\kappa\frac{\partial K}{\partial \kappa}\right)_{J,Q,B,N} \qquad (3.111)$$

نريد أن نتوصّل في نهاية هذا الفصل للعبارة النهائية للحرارة النوعية ,في حقل الجاذبية المتجانس بدلالة الجاذبية السطحية ,الدفع الزاوي ,الشحنة, الحقل المغناطيسي و عدد الجسيمات :

$$\frac{c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial\kappa})_{\Omega,\Phi,M,\mu} = \frac{c^2}{8\pi G}(\frac{\partial A}{\partial\kappa})_{J,Q,B,N}$$
$$+\kappa[(\frac{\partial J}{\partial\kappa})_{\Omega,\Phi,M,\mu}(\frac{\partial\Omega}{\partial\kappa})_{J,Q,B,N}d\Omega]$$

$$+\kappa[(\frac{\partial Q}{\partial\kappa})_{\Omega,\Phi,M,\mu}(\frac{\partial\Phi}{\partial\kappa})_{J,Q,B,N}d\Phi$$
$$+(\frac{\partial B}{\partial\kappa})_{\Omega,\Phi,M,\mu}(\frac{\partial M}{\partial\kappa})_{J,Q,B,N}dM]$$

$$+\kappa[(\frac{\partial N}{\partial\kappa})_{\Omega,\Phi,M,\mu}(\frac{\partial\mu}{\partial\kappa})_{J,Q,B,N}d\mu] \quad (3.112)$$

$$C_{\Omega,\Phi,M,\mu} - C_{J,Q,B,N} = \kappa[(\frac{\partial J}{\partial\kappa})_{\Omega,\Phi,M,\mu}(\frac{\partial\Omega}{\partial\kappa})_{J,Q,B,N}$$
$$+(\frac{\partial Q}{\partial\kappa})_{\Omega,\Phi,M,\mu}(\frac{\partial\Phi}{\partial\kappa})_{J,Q,B,N}]$$
$$+(\frac{\partial B}{\partial\kappa})_{\Omega,\Phi,M,\mu}(\frac{\partial M}{\partial\kappa})_{J,Q,B,N}$$

$$+(\frac{\partial N}{\partial\kappa})_{\Omega,\Phi,M,\mu}(\frac{\partial\mu}{\partial\kappa})_{J,Q,B,N} \quad (3.113)$$

نتوقف إشارت هذا الفرق $C_{\Omega,\Phi,M,\mu} - C_{J,Q,B,N}$ على قيمة كل من $C_{\Omega,\Phi,M,\mu}$ و $C_{J,Q,B,N}$. فإذا كانت قيمة $C_{J,Q,B,N}$ أكبر من $C_{\Omega,\Phi,M,\mu}$ كانت قيمة الفرق سالبة وهذا يوحي بإنخفاض درجة حرارة الثقب الأسود عند تغير مساحة سطح أفق الحدث والعكس صحيح.

خاتمــة

ختاما نتمنى أن نكون قد وُفقنا في في هذا العمل ، لدراسة ترموديناميك الثقب الأسود من حيث نشأته و المتغيرات الأساسبة التي تتعلق به وأثرها على الحرارة النوعية له أي الثقب الاسود في حقل الجاذبية المتجانس . وخلال هذه الدراسة تم التعرض للمراحل التي بمر بها الثقب الاسود بالتفصيل , كمرحلة النجم الأولي ومرحلة البلوغ ومرحلة العملاق الأحمر وذكرنا كل من القزم الأبيض والمتسعر الأعظم .

أهم الخواص الأساسية التي تمز بها هذه المراحل عن بعضها البعض هي الكتلة وتفاعلات أخرى والجاذبية غير أن هذه الأخيرة لها بالغ الأثر على طبيعة المادة المكونة للنجم في شتى المراحل , فتعمل الجاذبية على تحطيم المادة فتتحول إلى نترونات فيكون النجم نترونيا فتزداد الجاذبية والكتلة لحد معين فيصبح النجم ثقبا أسودا وهو الفضاء الزمكاني الوحيد الذي تجتمع فيه الجاذبية و الفيزياء الكمية .

وتعرضنا كذالك لدراسة الديناميكا الحرارية للثقب الأسود.وتم حساب العلاقات الأربع والعشرين (مثل معادلات ماكسويل الأربعلة) بين متغيرات الثقب الأسود ، ويتحقق ذلك من خلال تحديد الكومونات الترموديناميكية للثقب الأسود في وجود حقل مغناطيسي خارجي ثابت موجود في محيط الثقب الأسود ، مع ألاخذ بعين الاعتبار الاعمال التي سبق أن قدمتها بيكنشتاين والتي بخصوص معادلات ديناميك الثقوب السوداء التي تكون درجات الحرارة المحددة فيها سالبة ، في ظل وجود حقل مغناطيسي ثابت خارجي، يظهر لنا جلياً في هذا العمل أن إشارة الفرق بين الحرارتين النوعيتين $C_{\Omega,\Phi,M} - C_{J,Q,B}$ يمكن أن تغيراو تعديل خاصية رئيسية لإشعاع الثقب الأسود.
بعد هذا كما تمكنا من التعبير عن مساحة أفق الحدث من الثقب الأسود كتغير في الطاقة المتاحة مع الجاذبية على السّطح والدفع الزاوي والشحنة والحقل المغناطيسي .
وفي الأخير نتساؤل ، إذا كانت الحرارة النوعية للثقب الاسود في حقل الجاذبية المتجانس تتعلق بالجاذبية السطحية ,الدفع الزاوي ,الشحنة, الحقل المغناطيسي و عدد الجسيمات .فهل يوجد متغيرات أخرى تتعلق بها الحرارة النوعية وما هو الشكل الجديد لصيغة ماير في هذه الحالة ؟

المراجع العلمية

[1] Frolov VP, Novikov ID. Black Hole Physics: Basic Concepts and New Developments. Springer, Berlin; .1998

[2] Bardeen JM, Carter B, Hawking SW. The four laws of black hole mechanics. Commun. Math. Phys. .31:161-170;1973

[3] Hawking SW. Particle creation by black holes. Commun. Math. Phys .43:199-220;1975

[4] Bekenstein JD. Generalized second law of thermodynamics in black-hole physics. Phys. Rev.D. .9:3292-3300;1974

[5] Davies PCW. The Thermodynamic Theory of Black Holes. Proc. Roy. Soc. Lond. 1977;A353:499-521

[6] Straumann N. General relativity with applications to astrophysics. Springer, Berlin; .2004

[7] Zixu Zhao, Jiliang Jing. Generalized thermodynamic identity and new Maxwell's law for charged AdS black hole. arXiv preprint arXiv:1607.03565; .2016

[8] Dolan BP. Pressure and volume in the frst law of black hole thermodynamics. Class. Quantum Grav. .5017-39:(23)28;2011

[9] Dolan BP. The cosmological constant and the black hole equation of state. Class. Quantum Grav. .28:125020-41;2011

[10] Meng-Sen Ma, Ren Zhao. Corrected form of the frst law of thermodynamics for regular black holes. Class. Quantum Grav. .31;2014

[11] L.Dahbi, M T Meftah. Mayer's Formula for Black Hole 245014 (10pp) Thermodynamics in Constant Magnetic Field. BJMCS. .1-12;2016 .29215

[12] L.Dahbi, M T Meftah . Thermodynamics of the black hole in the Grand statistical ensemble. Global Journal of Pure and Applied Mathematics.ISSN

0973-1768 Volume ,13 Number 9 ,(2017) pp. 5524–5513 . 245014

ملخص : عالجنا في هذه الأطروحة ترموديناميك الثقب الأسود من حيث نشأته و المتغيرات الأساسية التي تتعلق به وأثرها على الحرارة النوعية له أي الثقب الاسود في حقل الجاذبية المتجانس . وخلال هذه الدراسة تم التعرض للمراحل التي بمر بها الثقب الاسود بالتفصيل ، كمرحلة النجم الأولي ومرحلة البلوغ ومرحلة العملاق الأحمر وذكرنا كلا من القزم الأبيض والمتسعر الأعظم ، وأهم الخواص الأساسية التي تتمز بها هذه المراحل عن بعضها البعض هي الكتلة وتفاعلات أخرى والجاذبية غير أن هذه الأخيرة لها بالغ الأثر على طبيعة المادة المكونة للنجم في شتى المراحل ، فتعمل الجاذبية على تحطيم المادة فتتحول إلى نترونات فيكون النجم نترونيا فتزداد الجاذبية والكتلة لحد معين فيصبج النجم ثقبا أسودا وهو الفضاء الزمكاني الوحيد الذي تجتمع فيه الجاذبية و الفيزياء الكمية .
وتعرضنا كذالك لدراسة الديناميكا الحرارية للثقب الأسود.وتم حساب العلاقات الأربع والعشرين (مثل معادلات ماكسويل الأربعة) بين متغيرات الثقب الأسود ، ويتحقق ذلك من خلال تحديد الكومونات الترموديناميكية للثقب الأسود في وجود حقل مغناطيسي خارجي ثابت موجود في محيط الثقب الأسود ، مع ألاخذ بعين الاعتبار الاعمال التي سبق أن قدمها بيكنشتاين والتي بخصوص معادلات ديناميك الثقوب السوداء التي تكون درجات الحرارة المحددة فيها سالبة ، في ظل وجود حقل مغناطيسي ثابت خارجي، يظهر لنا جليّاً في هذا العمل أن إشارة الفرق بين الحرارتين النوعيتين ، يمكن أن تغيراو تعدل خاصية رئيسية لإشعاع الثقب الأسود.
بعد هذا تمكنا من التعبير عن مساحة أفق الحدث من الثقب الأسود كالتغير في الطاقة المتاحة مع الجاذبية على السّطح والدفع الزاوي والشحنة والحقل المغناطيسي .

Résumé: Dans cette thèse, nous avons traité de la thermodynamique d'un trou noir en termes de ses origines, des variables qui y sont associées et de son effet sur la chaleur spécifique, c'est-à-dire le trou noir dans le champ de gravitation homogène. Au cours de cette étude, les stades du trou noir ont été exposés en détail, tels que le stade de la première étoile et le stade de la puberté et le stade de la géante ainsi que les propriétés de base les plus importantes que ces stades dérivent les uns des autres. La gravité permet de transformer la matière en neutrons, de sorte que l'étoile devient neutron, et que la gravité et la masse augmentent dans une certaine mesure. C'est le seul espace dans lequel la gravité et la physique quantique convergent. Les quatre relations (telles que les quatre équations de Maxwell) ont été calculées entre les variables du trou noir, en déterminant les fonctions thermodynamiques du trou noir en présence d'un champ magnétique externe statique situé à proximité du trou noir, en tenant compte du travail effectué. Nous avons trouvé que les chaleurs spécifiques sont négatives, en présence d'un champ magnétique externe constant qui, La principale caractéristique du rayonnement trou noir. Après cela, nous avons également pu exprimer la zone d'horizon des événements du trou noir sous forme de modification de l'énergie disponible avec la gravité à la surface, la charge angulaire, la charge et le champ magnétique.

Abstract: In this thesis, we dealt with the black hole thermodynamics in terms of its origin and the variables related to it and its effect on its specific heat, ie, the black hole in the homogeneous gravity field. During this study, the stages of the black hole were exposed in detail, such as the stage of the first star and the stage of puberty and the stage of the red giant and reminded us of each of the dwarf white and the maximum price, and the most important basic properties that these stages are derived from each other is the mass and other interactions and gravity, The effect on the nature of the constituent matter of the star at various stages, gravity works to break the matter into neutrons, so the star becomes neutron, gravity and mass increase to a certain extent. The star casts a black hole. It is the only space in which gravity and quantum physics converge. The four relationships (such as Maxwell's four equations) were calculated between black hole variables. This is achieved by determining the thermodynamic coumons of the black hole in the presence of a static external magnetic field located in the vicinity of the black hole, taking into account the work. We have checked the specific heats are negative, in the presence of a constant external magnetic field. The main characteristic of the black hole radiation. After this we also were able to express the event horizon area of the black hole as a change in available energy with gravity on the surface, angular charge, charge and magnetic field