show author email address below
institute

# chaotification des systèmes discrets par les applications s-unimodales

**Ben Slimane Rebiha**

Département de Mathématiques
Université Kasdi Merbah Ouargla 30000, Algerie
rebihamathimatique@gmail.com

**Abstract**

*Notre mémoire a pour but de Chaotification de les systèmes linéaires discrétes en 1-D en utilisant les applications s-unimodales .*

**Mots Clés:** Système discrets, chaos, applications s-unimodales .

## 1. Introduction

début, nous présentons quelques définitions utiles concernant les attracteurs des applications lisses unidimensionnels:

$$x_{k+1} = f(x_k) \tag{1.1}$$

ou $f : [a, b] \longrightarrow [a, b]$ est un intervalle fermé.

**Définition 1.1** *Un point x est périodique avec la période p si $f^p(x) = x$ et p est le plus petit entier positif de cette propriété*

**Définition 1.2** *Un application continue $f : [a, b] \longrightarrow [a, b]$ est unimodal sur l'intervalle $[a, b]$ si a est un point fixé avec b son autre image antérieure, c'est-á-dire que f(a)=f(b)=a et qu'il existe un maximum unique en $c \in (a, b)$, tel que f(x) est strictement croissant sur $x \in [a, c)$ et strictement décroissant sur $x \in (c, b]$.*

**Définition 1.3** *Un application $f : [a, b] \longrightarrow [a, b]$ est S-unimodal sur l'intervalle [a,b] si:*
*(a) la fonction f(x) est de la classe $C^3$, (b) Le point a est un point fixé avec b son autre préimage, i.e., f(a)=f(b)=a,*
*(c) Il existe un maximum unique en $c \in (a, b)$ tel que f(x) augmente strictement sur $x \in [a, c)$ et strictement décroissant sur $x \in (c, b]$,*
*(d) La fonction f a un dérivé de Schwarzian négatif, i.e.*

$$S(f, x) = \frac{f'''(x)}{f'(x)} - \frac{3}{2}\left(\frac{f'''(x)}{f'(x)}\right)^2 < 0 \tag{1.2}$$

pour tout $x \in I - y, f'(y) = 0$.
Puisque seul le signe de S(f,x) est utilis, on peut utiliser le produit :

$$\hat{S}(f, x) = 2f'(x)f'''(x) - 3(f''(x))^2 < 0 \tag{1.3}$$

qui a le même signe que S(f,x) .

## 2. RESULTATS

**Chaotification de applications discrets 1-D utilisant S-unimodalité**

Soit $a < b$ deux nombres réels. Considérons une fonction $g_\nu$ qu'est un application de l'intervalle [a,b] á lui-même, cést-à-dire $g_\nu : [a, b] \longrightarrow [a, b]$ et $g_\nu$ sont de classe $C^3$: considérons les applications discrets 1-D arbitraires (pas nécessairement chaotiques) donnés par:

$$x_{k+1} = g_\nu(x_k), \nu \in (\nu_{min}, \nu_{max}) \tag{2.1}$$

Considérons la cartographie 1-D contrlée donnée par:

$$x_{k+1} = g_\nu(x_k) + u(x_k) = \varphi_\nu(x_k), \nu \in (\nu_{min}, \nu_{max}) \tag{2.2}$$

oú $u : [a, b] \longrightarrow [a, b]$ est le contrôleur inconnu á choisir afin de crèer un chaos robuste dans le système (2.1).

Dèfinissez le contrôleur $u : [a, b] \longrightarrow [a, b]$ par les conditions suivantes:
(1) Le contrôleur u(x) est de la classe $C^3$.
(2) Le contrôleur u(x) a les valeurs spèciales suivantes:

$$\begin{cases} \text{u(a)=a -g}_\nu(a) \\ u(b) = a - g_\nu(b). \\ Ilexisteunpoint\,\text{c}\in (a, b) : u'(c) = -g'_\nu(c) \end{cases} \tag{2.3}$$

(3)

$$a - g_\nu(x) \leq u(x) \leq b - g_\nu(x) \tag{2.4}$$

pour tout $x \in [a, b]$.
(4)

$$u'(x) > -g'_\nu(x) \tag{2.5}$$

pour tout $x \in [a, c)$.
(5)

$$u'(x) < -g'_\nu(x) \tag{2.6}$$

pour tout $x \in (c, b]$
(6)

$$2(g'_\nu(x) + u'(x))(g'''_\nu(x) + u'''(x)) - 3((g''_\nu(x) + u''(x))^2 < 0 \tag{2.7}$$

pour tout $x \in [a, b]$.
Nous avons prouvé le résultat suivant :

## 3. Conclusion

Nous avons prsent dans notre mémoire une nouvelle méthode de chaotification de applications lisses discrets 1-D. Dans certains cas, les contrleurs n'ont pas de formules explicites. Mais leur existence est rgie par un ensemble de conditions ralisables.

## References

[1] Avila,A.[2002]"Bifurcations of unimodal maps " *Ann.of math C.R.Acad. Sci. Paris,Ser.I* **334,483-488**.

[2] Chen,G. Lai,D[1997] "Making a Discrete dynamical System chaotic:Feedbck control of Lyapunov exponents for discrete-tme dynamical system"IEEE Trans.Circ.Syst-I **44,250-253**.

[3] G. Chen,[1999]" Controlling chaos and Bifurcations in Engineeing systems". London CRC Press, .