# Sur Un Problème hyperbolique Gouvernée par un Terme Viscoélastique

**DOUNIA BOUAZZA**
DÃ©partement des MathÃ©matiques
UniversitÃ© Kasdi Merbah Ouargla 30000, Algerie
douniaouargla5@gmail.com

**Résumé**

L'objective de ce travail est l'étudie d'existencce et l'unicité, on essayons d'obtenir des résultats de décroissances dans le cas où la fonction de relaxation décroit exponentiellement, polynomialement .

Cette recherche supervisée par: **Meflah Mabrouk**
**mot-clé:** *Equation d'onde , le Systeme viscoélastique , d'energie , décroissances exponentielle, décroissances polynomiale*

## 1. Introduction

Dans ce travail on parle de probléme hyperbolique gouverné par un terme viscoélastique.
En particulier,on peut citer les problème d'ondes de vibration que se propagent dans un milieu
Élastique isotrope , viscoélastique .
En se basant sur la méthode d'énergie , le travail en deux cas:
Le Premier cas d'où :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{u}(x,t) = 0$$

Le deuxième cas avec un fonction relaxation d'où :

$$u_{tt} - \Delta u(x,t) + \int_0^1 g(t-\tau)\Delta u(\tau)d\tau = 0$$

## 2. modélisation equation d'onde

**Definition 2.1** *Ces ondes se propagent dans les solides.*
*Exemple : ressort , guitare .....*
Je travaille sur la modilisation de l'équation des ondes pour trouve l'équation suivent :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{u}(x,t) = 0$$

## 3. Généralités sur les problémes

Dans ce chapitre , on étudiera le problème du système viscoélasticité suivant :

$$\begin{cases} u_{tt}(x,t) - \Delta u(x,t) + \int_0^t g(t-\tau)\Delta u(x,\tau)d\tau = 0, & \text{in } \Omega\times(0,\infty) \\ u(x,t) = 0, \quad x\in\partial\Omega, t\geqslant 0 \\ u(x,0) = u_0(x), \quad u_t(x,0) = u_1(x), \quad x\in\Omega \end{cases} \tag{3.1}$$

Le système (3.1) est modèle pour un corps viscoélastique linéaire . Le corps $\Omega$ est un domaine borné dans $\mathbb{R}$ avec un frontière régulière $\partial\Omega$ .
$u(x,t)\in\mathbb{R}^n$ représentent des déviatons de déplacement
$g(t)$ est la fonction de relaxation , et $u_0$ ,$u_1$ sont des données initials , $\Delta$ les opérateurs de Laplace .
$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$

## 4. Décroissance des solutions d'un système de viscoélasticité

On va étudiera le problème de stabilisation du système (3.1) .

**Prelimiriaries**

Pour la fonction de relaxation g , on suppose que

- (H1) g: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ est une fonction différentiable telle que :

$$g(0)>0\,,\quad l = 1-\int_0^\infty g(s)ds > 0.$$

- (H2) il existe une constante positive $\xi$ tell que :

$$g'(t) \leq -\xi g(t), \qquad t\geq 0.$$

on intorduit la fonctionelle d'enetgie

$$E(t) = \frac{1}{2}\left(1-\int_0^t g(s)ds\right)\|\nabla u\|_2^2 + \frac{1}{2}\|u_t\|_2^2 + \frac{1}{2}(g\circ\nabla u)(t) > 0 \tag{4.1}$$

où

$$(g\circ v)(t) = \int_0^t g(t-\tau)\,\|v(t)-v(\tau)\|_2^2\,d\tau.$$

On pose

$$F(t) := E(t) + \varepsilon_1\Psi(t) + \varepsilon_2\chi(t) \tag{4.2}$$

où $\varepsilon_1$ et $\varepsilon_2$ sont des constantes positives et

$$\Psi(t) := \int_\Omega u u_t dx$$

$$X(t) := -\int_\Omega u_t \int_0^t g(t-\tau)(u(t)-u(\tau))d\tau dx \tag{4.3}$$

**Lemme 4.1** *Soit u est une solution du problème (3.1) . Alors , la fonctionnelle d'énergie satisfait*

$$\frac{dE(t)}{dt}(t) = \frac{1}{2}(g'\circ\nabla u)(t) - \frac{1}{2}g(t)\|\nabla u(t)\|^2 \leqslant \frac{1}{2}(g'\circ\nabla u)(t) \leqslant 0 \tag{4.4}$$

**proof 4.2** *En multipliant l'équation (3.1) par $u_t$ et intégrant sur $\Omega$ , on utlise le théorème de Green et avec quelques preuves*
*D'où résulte (4.4) .*

### 4.1 Décroissance polynomiale et exponentielle

En cours d'achèvement

## 5. L'éxistences et l'uncités des solutions

En cours d'achèvement

## ref

[1] Meflah Mabrouk , stability of a Nonlinear Viscoelastic problem governed by Lamé opertor ($11^{th}$ **Chaos conference Proceedings ) Rome , Italy**
05-08 **Juin 2018** .(2018 ISAST)

[2] Meflah Mabrouk , On a nonlinear Viscoelastic problem governed by Lamé system $8^{th}$ CHAOS conference Procceding papers , 26-29 May **2015** Page 453-550 , Henri Poicaré Institue , Paris France WWW.cmsim.org

[3] S.A. Messaoudi, General decay of solutions of a viscoelastic equation. J.Math. Anal. Appl. 341, 2008, 1457-1467.

[4] A. Keddi , Etude de quelques problèmes de thermo-visco-élasticité ,mèmoire de Magister de ouargla 2012