# بعض طرق حل معادلات التكاملية و التكامل التفاضلية غير الخطية لفريد هولم


بن عبد الكريم يحيى

تحت إشراف الأستاذ : د. عمار قرفي

تخصص : تحليل دالي

قسم الرياضيات - كلية الرياضيات و علوم المادة - جامعة قاصدي مرباح ورقلة


## المقدمة :

المعادلات التكاملية-التفاضلية لها تطبيقات واسعة في الفيزياء الرياضية والفليكية وتعددت طرق حلها ، هذه المذكرة خصصت لدراسة حل المعادلات لفريد هولم التكاملية-التفاضلية

$$u^{(i)}(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t)F(u(t))dt$$

الشروط الأولية

$$u(0), u('0), \ldots\ldots u^{n-1}(0)$$

حيث $u^{(i)}(x) = \frac{d^i u}{dx^i}$ و $F(u(x))$ دوال خطية من أجل تحديد الحل الخاص $u(x)$ من هذه المسألة قمنا بتطبيق ثلاث طرق مختلفة

## طريقة الحساب المباشر :

$$u^{(n)}(x) = f(x) + \int_a^b K(x,t)F(u(t))dt, u^{(k)}(0) = b_k, 0 \leqslant k \leqslant (n-1) \quad (1.1)$$

بحيث $u^{(n)}(x$ مشتق $n$ مرة لـ $u(x)$ هي دالة غير خطية $b_k, u(x)$ شروط أولية

$$K(x,t) = \sum_{k=1}^{n} g_k(x)h_k(t) \quad (1.2)$$

نقوم بتعويض 1.2 في معادلة التكامل التفاضلية غير الخطية في 1.1 نجد أن

$$u^{(n)}(x) = f(x) + g_1(x)\int_a^b h_1(t)F(u(t))dt + g_2(x)\int_a^b h_2(t)F(u(t))dt + \cdots + g_n(x)\int_a^b h_n(t)F(u(t))dt \quad (1.3)$$

نكامل الجانب الايمن للمعادلة الذي يعتمد على القيم ثابية من أجل t فتصبح

$$u^{(n)}(x) = f(x) + \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x) + \cdots + \alpha_n g_n(x) \quad (1.4)$$

بحيث

$$\alpha_i = \int_a^b h_i(t)F(u(t))dt, 1 \leqslant i \leqslant n \quad (1.5)$$

باجراء تكامل لكلا من الجانبين للمعادلة من أجل $n$ مرة

$$u(x) = u(0) + xu'(0) + \frac{1}{2!}x^2u''(0) + \cdots + \frac{1}{(n-1)!}x^{n-1}u^{(n-1)} + L^{-1}(f(x) + \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x) + \cdots + \alpha_n g_n(x)) \quad (1.6)$$

حيث $L^{-1}$ معامل التكامل نقوم بتعويض المعادلة 1.6 في المعادلة 1.5 يعطي نظاما من المعادلات الجبرية التي يمكن حلها لتحديد الثوابت $\alpha_i$

## طريقة تكرار المتغير :

$$u^{(i)}(x) = f(x) + \int_0^{1} K(x,t)F(u(t))dt \quad (2.1)$$

الحل الدقيق التصحيح الوظيفي للمعادلة

$$u_{n+1}(x) = u_n(x) + \int_0^1 \lambda(t)\left(u_n^{(i)}(t) - f(t) - \int_0^t K(t,r)F(\tilde{u}_n(r))dr\right)dt \quad (2.2)$$

و بالتالي يعطي الحل بشكل $u(x) = \lim_{n\to\infty} u_n(x)$

## طريقة حل السلسلة :

$$u(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (3.1)$$

طريقة سلسلة تايلور سيتم استخدامها بحيث

$$u^{(n)}(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 K(x,t)F(u(t))dt, u^{(k)}(0) = k!a_k, 0 \leqslant k \leqslant (n-1) \quad (3.2)$$

نقوم بتعويض 3.1 في المعادلة 1.1

$$\left(\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k\right)^{(n)} = T(f(x)) + \int_0^1 K(x,t)F\left(\sum_{k=0}^{\infty} a_k t^k\right)dt$$

## الملخص :


الهدف الرئيسي من هذا العمل هو تقديم طرق حل المعادلات التكاملية-التفاضلية غير الخطية لفريد هولم باستخدام طريقة الحساب المباشر وسلسلة والتكرار المتغير ثم نقدم تطبيق هذه الطريقة في بعض الامثلة


## المراجع :


[1] Abdul-majid wazwaz , Linear and non-linear integral equtions methods and application , sait xavier university chicago.USA

[2] H.T.Davis Introduction to nonlinear differential and integral equations , dover publication , New Y ourk , ( 1962).