Types de Convergences de suite variable aléatoire

Admane Asma (Encadreur : B.Mansoul)

Faculté des Mathématiques et des Sciences de la Matiére
Université Kasdi Merbeh Ouargla 30000,Algérie
asm19891127asm@gmail.com

Introduction

Dans ce travail, nous étudions différents types de convergence de la variable aléatoire.Nous identifierons quatre types de convergence :
1ere chapitre : Généralités
2eme chapitre : Types de Convergences
3eme chapitre : Relations entre les différents types de convergence
4eme chapitre : simulation

1. Types de Convergences

On va étudier différents types de convergence que l'on en probabilité .

1.1 Convergence en probabilité

DÉFINITION 1 *Soit $(X_n)_{n\geqslant 1}$ une suit variables aléatoires réelles définies sur espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. X_n converge vers X en probabilité si :*

$$\forall \varepsilon > 0 \ , \ \lim_{n\to\infty} \mathbb{P}(|X_n - X| \geqslant \varepsilon) = 0.$$

1.2 Convergence en moyenne d'ordre p

La suit de variables aléatoires $(X_n)_{n\geqslant 1}$ converge vers X en moyenne l'ordre p si :

$$\lim_{n\to\infty} E(|X_n - X|^p) = 0$$

1.3 Convergence en loi

DÉFINITION 2 *La suit $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers X en loi si la suite de probabilités $(P_{X_n})_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers P_X .*
La signification de cette définition est la suivante : $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers X en loi si , toute fonction f : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continue et borné ,

$$\lim_{n\to\infty} E(f(X_n)) = E(f(X))$$

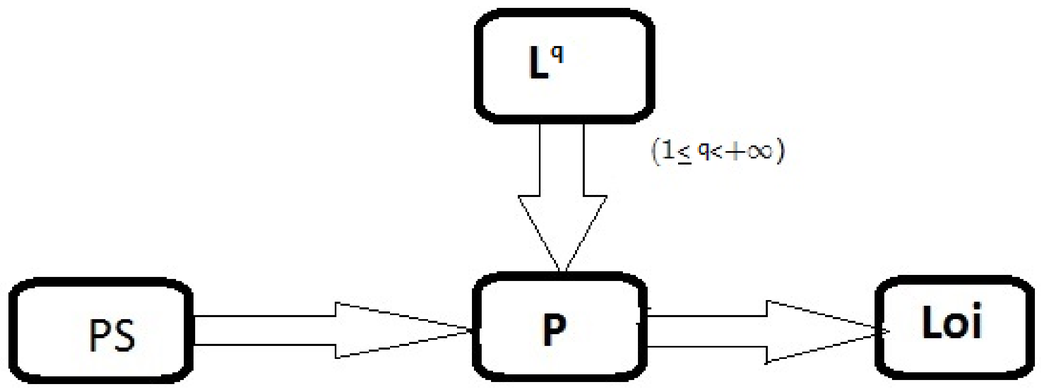
1.4 Convergence presque sûre

DÉFINITION 3 *La suit de variables aléatoires $(X_n)_{n\geqslant 1}$ converge vers X un autre variables aléatoires , en presque sûre*
Si $P(\Omega') = 1$

$$\Omega' := \{\omega \in \Omega; \lim_{n\to+\infty} X_n = X\} \tag{1.1}$$

2. Relations entre les différents types de convergence

Le diagramme suivant représente les relations entre les types de convergences



3. simulation

(En cours de recherche)

Conclusion

En fin on conclure que la convergence en loi est le plus faible parmi ces types puisque il étudie la convergence de loi de la variable aléatoire et non la convergence de la variable elle-même.

Références

[1] Meghlaoui Dakhmouche ,Initiation au Calcul de Probabilité , Ecole Préparatoire en Sciences Economiques Commerciales et des Sciences de Gestion de Constantine ,Année Universitaire 2010/2011

[2] Jean-François Le Gall ,Intégration, Probabilités et Processus Aléatoires , Département Mathématiques et Applications , Ecole normale supérieure de Paris , Septembre 2006

[3] Charles.SUQUET , Initiation au Calcul de Probabilité , Université des Sciences et Technologies de Lille U.F.R. de Mathématiques Pures et Appliquées Bât. M2, F-59655 Villeneuve d'Ascq Cedex , 2003–2004